

EKONOMICKÁ UNIVERZITA V BRATISLAVE
FAKULTA HOSPODÁRSKEJ INFORMATIKY

Evidenčné číslo: 1760/I/2012/2470227658

**Vytvorenie aplikácie vo VBA v Microsoft Excel na
kalkuláciu poistného pri rôznych formách
poistenia v rámci teórie rizika v neživotnom
poistení**

Diplomová práca

EKONOMICKÁ UNIVERZITA V BRATISLAVE
FAKULTA HOSPODÁRSKEJ INFORMATIKY

**Vytvorenie aplikácie vo VBA v Microsoft Excel na
kalkuláciu poistného pri rôznych formách
poistenia v rámci teórie rizika v neživotnom
poistení**

Diplomová práca

Študijný program: 6258 8 06 Aktuárstvo

Študijný odbor: 3.3.24 Kvantitatívne metódy v ekonómii

Školiace pracovisko: Katedra matematiky

Vedúci záverečnej práce: Mgr. Vladimír Mucha, Phd.

Bratislava 2012

Bc. Erik Hill

Čestné vyhlásenie

Čestne vyhlasujem, že záverečnú prácu som vypracoval samostatne a že som uviedol všetku použitú literatúru.

Dátum:

.....

Pod'akovanie

Chcel by som pod'akovať všetkým, ktorí mi akýmkoľvek spôsobom pomohli pri spracovaní tejto diplomovej práce a prispeli k jej finálnej podobe. Moje pod'akovanie patrí najmä vedúcemu práce, Mgr. Muchovi, za vedenie a ostatným pracovníkom Katedry matematiky za užitočné a kvalitné rady a pripomienky pri záverečnom doladení práce, kde by som vprvomrade spomenul Ing. Páleša za trefné pripomienky k aplikácii, ktorá bola cieľom tejto práce.

Abstrakt

HILL, Erik: Vytvorenie aplikácie vo VBA v Microsoft Excel na kalkuláciu poistného pri rôznych formách poistenia v rámci teórie rizika v neživotnom poistení . – Ekonomická univerzita v Bratislave. Fakulta hospodárskej informatiky; Katedra matematiky. – Vedúci záverečnej práce: Mgr. Vladimír Mucha, PhD – Bratislava: FHI, 2012, 75 s.

Úlohou diplomovej práce bolo vytvoriť aplikáciu na výpočet poistného pre rôzne formy poistenia v rámci teórie rizika pomocou programovacieho jazyka VBA, ktorý je súčasťou programu Microsoft Excel. Táto aplikácia má byť predovšetkým riešiteľským nástrojom, ktorý šetrí čas pri počítaní modelových príkladov a pomôckou na jednoduchšie preniknutie do problematiky daného aparátu.

Diplomová práca je rozdelená na štyri kapitoly. Celkovo obsahuje 29 obrázkov, 12 grafov, 1 tabuľku a 1 prílohu.

Prvá kapitola rieši teoretický aparát k danej problematike, venujem sa v nej definovaniu základných pojmov a princípov aplikácie jednotlivých foriem poistenia a spoluúčastí na kolektívny model rizika. Pri jednotlivých formách udávam takisto ich využitie v praxi. Takisto približujem projekt Solvency II, ktorý je v súčasnosti jednou z najdiskutovanejších otázok v poisťovníctve.

V druhej kapitole záverečnej práce sa venujem cieľu mojej práce, ktorým je, ako už bolo spomenuté vytvorenie aplikácie. Tretia kapitola popisuje využitie VBA v záverečnej práci, opisuje základné postupy a myšlienky, ktoré boli základným kameňom pre programovú štruktúru výslednej aplikácie.

Záverečná kapitola popisuje prácu s vytvorenou aplikáciou, vysvetľuje jej jednotlivé súčasti a postupne približuje modelový príklad spolu s interpretáciami výsledkov, navádza používateľa aplikácie, ako pristupovať k analýze a vyhodnocovaniu výsledkov, v zjednodušenej forme opisuje výber optimálneho riešenia.

Kľúčové slová:

formy poistenia, poistné, netto poistné, rizikové poistné, value at risk, Microsoft Excel, VBA, riešiteľský nástroj

Abstract

HILL, Erik: Creating an application by VBA in Microsoft Excel to calculate premiums for the various forms of insurance in the theory of risk in insurance. – The University of Economics in Bratislava. Faculty of Economic Informatics; Department of Mathematics. – Tutor of diploma thesis: Mgr. Vladimír Mucha, PhD. – Bratislava: FHI EU, 2012, 75 s.

The task of this thesis was to develop an application, which calculates premiums for various forms of insurance in risk theory using VBA programming language, which is part of Microsoft Excel. This application should especially be the tool that saves time when user count model tasks and device for easier penetration into the problems of the system too.

The thesis is divided into four chapters. It includes 29 pictures, 12 charts, 1 table and 1 appendix.

The first chapter deals with theoretical knowledge of the subject, I am talking about definitions of basic concepts and principles of application of various forms of insurance and participations for compound risk model. The individual forms also indicate its use in practice. They also approach the Solvency II project, which is currently one of the most debated issues in the insurance industry.

The second chapter of the thesis is dedicated to the aim of my work, which I already mentioned before, is creation of application. The third chapter describes the use of VBA in the final work and describes the methods and ideas that became the cornerstone of the program structure of the final application.

The final chapter describes the workspace of application, explains the various components and it is trying to approach model example with interpretes results, describes way how application guides the user how to approach and analyze evaluated results. It shows the selection of the optimal solution in a simplified form.

Keywords:

forms of insurance, premium, net premium, risk premium, value at risk, Microsoft Excel, VBA, tool

Obsah

Slovník základných pojmov.....	7
Úvod.....	9
1 Súčasný stav riešenej problematiky doma a v zahraničí.....	11
1.1 Metódy meranie poistného rizika v neživotnom poistení	12
1.2 Modely počtu poistných udalostí	13
1.3 Kolektívny model rizika.....	14
1.4 Netto poistné	19
1.4.1 Poistenie na poistnú sumu	20
1.4.2 Škodové poistenie.....	21
1.5 Rizikové poistné.....	33
1.6 Solvency II	37
2 Cieľ práce.....	38
3 Metodika práce	39
4 Výsledky práce	41
4.1 Aplikácia na výpočet poistného	41
4.2 Zadanie charakteristík popisujúcich počet škôd	43
4.3 Zadanie charakteristík určujúcich výšku škody	46
4.4 Popis vlastností vytvoreného portfólia pred aplikáciou konkrétnej formy poistenia	49
4.5 Zadávanie parametrov poistenia	55
4.6 Výber formy poistenia.....	57
4.7 Výber typu spoluúčasti.....	58
4.8 Interpretácia výsledkov aplikácie poistných foriem a spoluúčastí.....	59
4.9 Výpočet rizikového poistného.....	61
4.10 Výpočet Value at Risk	64
4.11 Ďalšie možnosti aplikácie – porovnávanie hodnôt.....	67
Záver	71
Zoznam tabuliek, grafov a obrázkov	72
Zoznam použitej literatúry	74

Slovník základných pojmov

Poistná udalosť – udalosť, ktorá je jednoznačne definovaná v poistnej zmluve, má náhodný charakter a vyplýva z nej povinnosť poskytovateľa poistenia poskytnúť poistné plnenie

Poist'ovateľ – právnická osoba, ktorá má zo zákona právo prevádzkovať poist'ovaciu činnosť

Poistenec – fyzická alebo právnická osoba, ktorá s poist'ovateľom uzatvorila poistnú zmluvu a z nej jej plynie povinnosť platiť poistné

Poistné – cena za služby, ktoré poskytuje poist'ovateľ

Formy neživotného poistenia – vyjadrujú závislosť medzi poistným plnením a výškou škody

- *Poistenie na plnú sumu* – poistné plnenie je závislé iba od vzniku poistnej udalosti
- *Škodové poistenie* – poistné plnenie je závislé od výšky škody
- *Spoluúčast'* – poistenec sa podieľa na úhrade škody

Intenzita poistnej ochrany I – pomer veľkosti škody a poistného plnenia, pričom platí, že I patrí do intervalu $\langle 0,1 \rangle$

Poistná hodnota H – v momente uzatvorenia poistnej zmluvy predstavuje reálne ocenenie poist'ovanej veci, v momente vzniku poistnej udalosti predstavuje časovú cenu poist'ovanej veci

Maximálne škoda M – najvyššia možná výška škody, zvyčajne je rovnaká ako poistná hodnota

Poistná suma – suma, ktorá je horným ohraničením poistného plnenia, na jej základe sa kalkuluje poistné a jej výšku si volí poistenec

Zaistenie – poistenie poistenia, postúpenie časti rizika z prvopoist'ovateľa (cedenta) na zaist'ovateľa (cesionára)

Franšíza – časť rizika, ktoré sa seba berie klient

Technické rezervy – finančné prostriedky slúžiace na plnenie záväzkov z poist'ovacej činnosti, pričom ich tvorba je upravovaná zákonom

Solventnosť poisťovne – schopnosť poisťovne plniť záväzky, ktoré jej vyplývajú z poistenia

Úvod

Pre túto prácu som sa rozhodol, pretože naprogramovanie aplikácie ako riešiteľského programu na počítanie výšky poistného je téma, ktorá je síce zaujímavá, ale zároveň je prínosom nielen pre mňa ako diplomanta, ktorému sa podarí hlbšie preniknúť do danej problematiky, ale aj pre všetkých tých, ktorým sa vytvorená aplikácia dostane do rúk.

Bola to pre mňa výzva, pretože za cieľ bolo vytvorenie aplikácie vo VBA v Microsoft Excel na kalkuláciu poistného pri rôznych formách poistenia v rámci teórie rizika v neživotnom poistení. Výzva z viacerých dôvodov. Primárnym dôvodom bolo, že programovací jazyk VBA, aj keď najpoužívanejší programovací jazyk v poisťovníctve, nie je súčasťou programu Microsoft Excel, s ktorou som prichádzal do kontaktu každý deň. Jeden, aj keď aktívny semester predmetu Programovacie techniky pre aktuárov na čo i len plytké preniknutie do jazyka jednoznačne nestačil. Pre to nastala šnúra pokusov, omylov, čítania odbornej literatúry a vyhľadávania informácií na internete. Toto všetko vyústilo do postupného zliepania prvotnej predstavy, ako by aplikácia mala pracovať, vyzeráť a ako by s ňou mal používateľ zaobchádzať.

Postupom času som prišiel na to, že VBA je významný nástroj a jeho znalosť je naozaj veľkou devízou. To, čo mi teda riešenie daného problému a postupnému dopracovaniu sa k cieľu celý proces dal, nie je len vydýchnutím si, že to mám za sebou. Je to skutočné preniknutie do problematiky, ktorá sa mi v budúcej praxi zíde a viem ju zúžitkovať v zamestnaní. Silná zbraň je to najmä pre to, lebo dopomáha k expertnému zvládnutiu aplikácie Microsoft Excel, ktorá sa nachádza na každom pracovisku a jej znalosť je pri prijímacom pohovore často kľúčová a rozhodne o Vašej budúcnosti.

Tieto slová platia najmä v tejto dobe, kedy do poisťovníctva prichádza projekt Solvency II. Ten sa snaží zabezpečiť zvýšenú ochranu pre poistencov a zároveň zlepšovať stabilitu finančného trhu. Tento projekt odporúča poisťovniam vytvárať si svoje vlastné interné modely, ktoré majú zabezpečiť pre poisťovňu čo najefektívnejšie hospodárenie s finančnými prostriedkami, čo najoptimálnejšiu tvorbu rezerv a najefektívnejšie nastavovanie parametrov, ktorými neohrozia seba, poistencov a ani stabilitu na finančnom trhu. Tá je teraz veľmi dôležitá, lebo v dnešnej dobe preniká sektor poisťovníctva do bankového sektoru a naopak. Niektoré inštitúcie ponúkajú širokú škálu služieb a tak celý balík financií môže byť natoľko roztrúsený a nekontrolovateľný, že v kombinácii so zle investovanými prostriedkami danej inštitúcie môže ohroziť nielen seba samú, ale aj

fungovanie celého finančného trhu, tak ako sa to stalo v USA, kde vznikla hypotekárna kríza, ktorá naštartovala úpadok globálnej ekonomiky.

Pre toto je dôležité, aby každý aktuár čo najdôslednejšie spolupracoval s manažmentom a marketingovým oddelením, aby vedel svoje analýzy ním vytvoreným modelom – napríklad softwarovým prezentovať a správne vysvetliť. Pre túto prezentáciu je dôležitá jednoznačnosť a prehľadnosť, alebo aj jednoduchosť a zrozumiteľnosť vypracovaných výsledkov.

Takéto nejaké podmienky som si dal aj ja, aby som vytvoril riešiteľský nástroj, ktorý pomôže používateľovi skrátiť dobu s vypracovávaním modelových príkladov z teórie rizika, najmä aparátu poistných foriem a spoluúčastí, a zároveň mu ušetrí sily, ktoré využije na lepšie pochopenie tohoto aparátu.

1 Súčasný stav riešenej problematiky doma a v zahraničí

Riziko je založené na pravdepodobnosti vzniku nebezpečenstva, nebezpečnej udalosti alebo súboru viacerých takýchto udalostí, pričom tieto udalosti nevieme predvídať – v akej miere nastanú, kedy a či vôbec. Čím väčšia je pravdepodobnosť vzniku udalosti, tým je riziko väčšie. Každý z nás sa snaží riziku predchádzať, chrániť sa pred ním. Základom tejto ochrany je diverzifikácia rizika – jedinec sa snaží rozložiť riziko, aby zmiernil jeho následky alebo preniesť časť rizika na iný subjekt. Toto je podstatou poistenia. Jedinec, ktorý sa snaží ochrániť pred rizikom, postúpi časť z neho na poisťovňu, ktorá mu poskytne poistnú ochranu. Samozrejme, že táto ochrana má svoju cenu – predstavuje ju poistné. Výška poistného odráža veľkosť rizika. Avšak riziko je veľmi ťažké určiť, a preto nie je možné stanoviť jeho veľkosť. Každá poisťovňa má na oceňovanie rizika skupinu odborníkov, ktorý sa zaoberajú odhadom rizika na základe skúseností z minulosti, predpokladov do budúcnosti a štatistických údajov.

Riziko je možné členiť z viacerých hľadísk:

1. Podľa výsledku pôsobenia
 - a) *Čisté* – výsledkom je vždy strata (smrť, úraz, krádež)
 - b) *Špekulatívne* – výsledkom môže byť strata aj zisk
2. Podľa ovplyvniteľnosti
 - a) *Ovplyvniteľné* – dokážeme im svojou činnosťou predchádzať
 - b) *Neovplyvniteľné* – nevieme im zabrániť
3. Podľa poistiteľnosti
 - a) *Poistiteľné* – poisťovňa ich preberá na seba, patria sem predovšetkým čisté riziká
 - b) *Nepoistiteľné* – tieto riziká sú pre poisťovňu priveľké, nepreberá ich do poistenia
4. Podľa finálneho hľadiska
 - a) *Finančné* – má výnmaný finančný dopad na jedinca alebo spoločnosť
 - b) *Nefinančné*
5. Podľa príčin vzniku
 - a) *Statické* – je následkom konania ľudí alebo živelného nebezpečenstva
 - b) *Dynamické* – jeho vznik je ovplyvnený ďalšími vonkajšími faktormi, ako napríklad politika

Na to, aby bolo riziko možné poistiť je potrebné, aby boli splnené nasledovné podmienky:

- **Identifikovateľnosť rizika** – príčina udalosti, ktorá spôsobí stratu krytú poistením, musí byť jednoznačne určená
- **Vyčísliteľnosť straty** – stratu musí byť možné presne vyčísliť, iba vtedy je možné udalosť poistiť
- **Náhodnosť udalostí** – spočíva v neurčitosti, či nastane udalosť, ktorá spôsobí stratu
- **Ekonomická únosnosť** – poisťovňa môže prebrať na seba iba riziko, pri ktorom bude schopná uhradiť vzniknutú škodu

1.1 Metódy meranie poistného rizika v neživotnom poistení

Neživotné poistenie predstavuje odvetvie poistenia, ktoré sa špecializuje na krytie rizika, ktoré nesúvisí so životom poistenej osoby. Patrí sem

- *neživotné poistenie osôb* – zahŕňa súkromné zdravotné poistenie a úrazové poistenie
- *poistenie majetku* – týka sa rizík spojené s priamou vecnou škodou (riziko krádeže, vandalizmu, živelné riziko a pod.)
- *poistenie zodpovednosti a škodu* – zahŕňa napr. Poistenie profesijnej zospovednosti, poistenie zodpovednosti štatutárnych orgánov, všeobecné poistenie zodpovednosti či povinné zmluvné poistenie zodpovednosti za škodu spôsobenú prevádzkou motorového vozidla, ktorého uzatvorenie ako jediné je poivnné zo zákona
- *poistenie finančných strát a záruk*
- *poistenie právnych záruk*

V neživotnom poistení má modelovanie poistných javov viacero cieľov:

- modelom je možné nahradiť nedostatočný počet údajov
- pomocou matematických vzťahov s nevelkým počtom parametrov vieme dobre opísať správanie rozsiahlych poistných kmeňov
- vlastnosti poistného kmeňa je možné štatisticky testovať

1.2 Modely počtu poistných udalostí

Pri matematickom modelovaní počtu poistných udalostí sa využívajú dva modely:

1. *individuálny model rizika*

Nech existuje heterogénne portfolio poistných zmlúv, pričom ich počet n sa v priebehu sledovaného obdobia nemení a na každú poistnú zmluvu pripadá maximálne jedno poistné plnenie. Riziká sú navzájom nezávislé. Označme S^{ind} celkovú škodu z celého portfólia. Potom platí

$$S^{ind} = X_1 + X_2 + \dots + X_n$$

kde X_j predstavuje individuálnu škodu z j -tej poistnej zmluvy, $j=1,2,\dots,n$. Pripúšťame tiež možnosť $X_j = 0$. Individuálnu škodu X_j možno vyjadriť aj pomocou náhodných premenných Y_j , ktorá predstavuje výšku poistného plnenia pri riziku j , v prípade, že toto nastalo a N_j , ktorá predstavuje počet škôd z j -teho rizika. Potom

$$X_j = N_j \cdot Y_j$$

2. *kolektívny model rizika*

Nech $\{X_j\}_{j=1}^{\infty}$ je postupnosť nezávislých, identicky rozdelených náhodných premenných, pričom každá z nich vyjadruje výšku individuálnej škody a nech platí, že náhodná premenná N , ktorá vyjadruje počet škôd v sledovanom období, je nezávislá od tejto postupnosti. Označíme S^{kol} celkovú škodu, ktorá vyplýva z portfolio poistných zmlúv. Platí, že celkovú škodu portfolio môžeme vyjadriť ako súčet všetkých individuálnych škôd, teda

$$S^{kol} = \sum_{j=1}^N X_j$$

Zo vzťahu vidno, že ak $N=0$, tak $S^{kol}=0$, teda výška celkových škôd je rovná nule v prípade, že nevzniknú žiadne škody.

1.3 Kolektívny model rizika

V nasledujúcej časti práce sa budeme bližšie venovať kolektívnemu modelu rizika. Ako sme už uviedli, v kolektívnom modeli rizika je celková škoda závislá od počtu poistných udalostí, ktoré nastanú v sledovanom období, pričom predpokladáme, že tento počet sa počas celého obdobia nemení. Taktiež predpokladáme, že sa nemení rozdelenie individuálnej škody. Teda neuvažujeme riziko vyplývajúce z jednotlivých poistných zmlúv, ale celkové rizikom, pričom platí, že na každú z poistných zmlúv môže nastať viac ako jedno poistné plnenie.

Ak náhodná premenná spĺňa vyššie uvedené predpoklady, hovoríme, že má zložené rozdelenie, pričom tento fakt sa dá zapísať troma spôsobmi:

1. ak nedefinujeme ani jedno z rozdelení, tj. nedefinujeme rozdelenie počtu poistných zmlúv ani rozdelenie individuálnej škody, potom fakt, že celková škoda má zložené rozdelenie zapíšeme

$$S^{kol} \sim Co(p_N(n); F_X(x))$$

2. ak definujeme rozdelenie počtu škôd a nedefinujeme rozdelenie individuálnej škody, tj. predpokladáme napríklad, že počet škôd sa riadi binomickým rozdelením $N \sim Bi(m; q)$, potom to, že celková škoda má zložené rozdelenie, v tomto prípade ide o zložené binomické rozdelenie, zapíšeme

$$S^{kol} \sim CoBi(m; q; F_X(x))$$

3. ak definujeme aj rozdelenie počtu škôd, aj rozdelenie individuálnej škody, tj. ak predpokladáme napríklad, že počet škôd sa riadi negatívne binomickým rozdelením a výška škody má exponenciálne rozdelenie, potom celková škoda sa riadi zloženým negatívne binomickým rozdelením s individuálnou výškou škody s exponenciálnym rozdelením, čo zapíšeme

$$S^{kol} \sim CoPo(r; p; F_X(x) = 1 - e^{-x})$$

Rozdelenie celkovej škody v kolektívnom modeli rizika

Pri celkovej škode nás zaujíma jej rozdelenie, teda sa snažíme určiť jej *distribučnú funkciu, pravdepodobnostnú funkciu, momenty a momentovú vytvárajúcu funkcia*.

Distribučná funkcia

Distribučná funkcia celkovej škody S^{kol} je vyjadrená vzťahom

$$F_{S^{kol}}(x) = P(S^{kol} \leq x) \quad (1)$$

pre $x \in R$. Vlastnosti distribučnej funkcie sú nasledovné:

1. $\lim_{x \rightarrow -\infty} F_{S^{kol}}(x) = 0$
2. $\lim_{x \rightarrow \infty} F_{S^{kol}}(x) = 1$
3. $x < y \Rightarrow F_{S^{kol}}(x) \leq F_{S^{kol}}(y)$, teda funkcia $F_{S^{kol}}(x)$ je neklesajúca
4. $\lim_{h \rightarrow 0^+} F_{S^{kol}}(x) = F_{S^{kol}}(x + h)$, teda funkcia $F_{S^{kol}}(x)$ je spojitá sprava

Na vyjadrenie distribučnej funkcie rozdelenia celkovej škody použijeme distribučnú funkciu rozdelenia individuálnej škody X_j , $j=1,2,\dots,N$ a pravdepodobnostnú funkciu rozdelenia počtu škôd. Platí

$$F_{X_j} = \begin{cases} P(X_j \leq x) & \text{pre } x \geq 0 \\ 0 & \text{pre } x < 0 \end{cases}$$

$$p_N(n) = \begin{cases} P(N = n) & \text{pre } n = 0,1,2, \dots \\ 0 & \text{pre } n \neq 0,1,2, \dots \end{cases}$$

Vzťah (1) vyjadruje, že distribučná funkcia sa v bode x rovná pravdepodobnosti, že celková škoda neprekročí hodnotu x . Toto platí aj v prípade, že nastane n poistných plnení, ktorých celková škoda bude menšia, nanajvýš rovná hodnote x . Keďže jednotlivé udalosti sú disjunktné, možno túto skutočnosť vyjadriť matematicky nasledovne

$$\begin{aligned}
 F_{S^{kol}}(x) &= P(S^{kol} \leq x) = P\left(\bigcup_{n=0}^{\infty} (S^{kol} \leq x \wedge N = n)\right) = P\left(\sum_{n=0}^{\infty} (S^{kol} \leq x \wedge N = n)\right) \\
 &= P\left(\sum_{n=0}^{\infty} (S^{kol} \leq x / N = n) \cdot (N = n)\right)
 \end{aligned}$$

Platí $(S^{kol} \leq x / N = n) = P(X_1 + X_2 + \dots + X_n \leq x) = F_X^{*n}(x)$ a teda distribučná funkcia rozdelenia celkovej škody má tvar

$$F_{S^{kol}}(x) = \begin{cases} \sum_{n=0}^{\infty} P(N = n) \cdot F_X^{*n}(x) & \text{pre } x \geq 0 \\ 0 & \text{pre } x < 0 \end{cases}$$

pričom platí, že nultá konvolúcia $F_x^{*0}(x) = 1$ pre $x \geq 0$.

Pravdepodobnostná funkcia

Ak celková škoda má diskkrétne rozdelenie, ktoré nadobúda kladné celočíselné hodnoty, jej pravdepodobnostá funkcia sa dá vyjadriť vzťahom

$$p_{S^{kol}}(x) = F_{S^{kol}}(x) - F_{S^{kol}}(x - 1) \quad \text{pre } x = 1, 2, 3, \dots$$

pričom tento vzťah platí vzhľadom na to, že distribučná funkcia je spojitá sprava. Pravdepodobnostnú funkciu rozdelenia celkovej škody je možné tiež vyjadriť vzťahom

$$p_{S^{kol}}(x) = \sum_{n=1}^{\infty} P(N = n) \cdot p_x^{*n}(x) \quad \text{pre } x = 1, 2, 3, \dots$$

Stredná hodnota

Pri výpočte strednej hodnoty náhodnej premennej S^{kol} použijeme vetu o podmienenej pravdepodobnosti dvoch náhodných premenných, pre ktoré existujú ich momenty. V takomto prípade pre náhodné premenné A a B platí

$$E(A) = E(E(A / B))$$

Kedže celková škoda, ktorá je opísaná náhodnou premennou S^{kol} je závislá od počtu škod N platí

$$E(S^{kol}) = E(E(S^{kol} / N)) \quad (2)$$

Pretože individuálne škody sú nezávislé, platí

$$E(S^{kol} / N = n) = E\left(\sum_{i=1}^n X_i\right) = \sum_{i=1}^n E(X_i) = n \cdot E(X)$$

Posledný uvedený vzťah platí pre $n = 0, 1, 2, \dots$ preto platí

$$E(S^{kol} / N = n) = N \cdot E(X)$$

Pre strednú hodnotu náhodnej premennej S^{kol} potom na základe vzťahu (2) platí

$$E(S^{kol}) = E(E(S^{kol} / N)) = E(N \cdot E(X)) = E(N) \cdot E(X)$$

Z tohto vzorca vyplýva, že **očakávaná celková škoda sa rovná súčinu očakávaného počtu škôd za jednu časovú sledovanú jednotku a očakávanej individuálnej škody.**¹

Disperzia

Pri určovaní disperzie náhodnej premennej S^{kol} opäť využijeme vetu o podmienenej pravdepodobnosti dvoch náhodných premenných, pre ktoré existujú ich momenty. Na jej základe môžeme pre dve náhodné premenné A a B disperziu jeden z nich určiť nasledovne

$$D(A) = E(D(A / B)) + D(E(A / B)) \quad (3)$$

Predpokladáme, že $\{X_i\}_{i=1}^{\infty}$ je postupnosť nezávislých náhodných premenných. Platí vzťah

¹ Horáková G., Mucha V. – Teória rizika v poistení, I. časť

$$D(S^{kol} / N = n) = D\left(\sum_{i=1}^n X_i\right) = \sum_{i=1}^n D(X_i) = n \cdot (E(X^2) - E^2(X))$$

Pre $n = 0, 1, 2, \dots$ potom platí

$$D(S^{kol} / N) = N \cdot (E(X^2) - E^2(X)) = N \cdot D(X)$$

Použitím vzťahu (3) potom dostaneme

$$D(S^{kol}) = E(N \cdot D(X)) + D(N \cdot E(X)) = E(N) \cdot D(X) + D(N) \cdot E^2(X)$$

Momentová vytvárajúca funkcia

Vzťahy na výpočet strednej hodnoty a disperzie možno odvodiť tiež použitím momentovej vytvárajúcej funkcie. Jej význam spočíva tiež v tom, že v niektorých prípadoch je práca s ňou výhodnejšia a jednoduchšia ako práca s distribučnou funkciou. Vo všeobecnosti pre momentovú vytvárajúcu funkciu platí

$$m_S(t) = E(e^{t \cdot S})$$

Využitím podmienenej strednej hodnoty potom

$$m_{S^{kol}}(t) = E\left(e^{t \cdot S^{kol}}\right) = E\left(E\left(e^{t \cdot S^{kol}} / N\right)\right) \quad (4)$$

Keďže náhodné premenné, ktoré vyjadrujú výšku individuálnej škody sú nezávislé, platí

$$E\left(e^{t \cdot S^{kol}} / N = n\right) = E\left(e^{\sum_{i=1}^n X_i}\right) = \prod_{i=1}^n E\left(e^{X_i}\right) = (E(e^{t \cdot X}))^n = (m_X(t))^n$$

Ak tento vzťah dosadíme do vzorca (4) dostaneme

$$m_{S^{kol}}(t) = E\left[(m_X(t))^N\right] = E\left[e^{\ln \cdot (m_X(t))^N}\right] = E\left[e^{N \cdot \ln \cdot (m_X(t))}\right]$$

Použitím základnej definície momentovej vytvárajúcej funkcie potom dostaneme vyjadrenie tejto funkcie pre celkovú škodu v tvare

$$m_{S^{kol}}(t) = E \left[e^{N \cdot \ln(m_X(t))} \right] = m_N(\ln(m_X(t)))$$

Mometnová vytvárajúca funkcia náhodnej premennej S^{kol} je determinovaná momentovými vytvárajúcimi funkciami náhodných premenných X a N .²

1.4 Netto poistné

Poistné predstavuje cenu poistenia. Je to suma, ktorú poist'ovateľ potrebuje na to, aby mohol zaručiť krytie rizika. Poistné možno členiť z viacerých hľadísk, pričom najvýznamnejšie sú tieto dve:

1. Z hľadiska platenia

- a) *jednorazové* – poistné je uhradené v plnej sume na začiatku poistenia bezprostredne po podpise poistnej zmluvy
- b) *bežné* – poistné je uhrádzané v pravidelne opakujúcich sa platbách, ktoré sú zvyčajne v rovnakej výške, ak neberieme do úvahy indexáciu³

2. Z hľadiska nákladov

- a) *netto poistné* – poistné určené výhradne na splnenie záväzkov poist'ovne
- b) *brutto poistné* – nettopoistné zvýšené o náklady poist'ovne, rizikovú prirážku a zisk

Výpočet netto poistného je výrazne ovplyvnený formou poistenia, pričom tieto sa rozdeľujú na základe toho, či poistné plnenie závisí od výšky škody alebo nie. Pod pojmom *intenzita poistnej ochrany* rozumieme pomer poistného plnenia a škody, pričom túto veličinu označujeme I . Formy poistenia je možné rozčleniť na

² Horákova G., Mucha V. – Teória rizika v poistení, I. časť

³ Pod pojmom indexácia rozumieme kalkuláciu inflácie do poistného

1. poistenie na poistnú sumu
2. škodové poistenie
3. spoluúčasť

V neživotnom poistení, rovnako ako v životnom, sú poistno – matematické výpočty založené na predpoklade, že príjmy sa rovnajú výdavkom. Majme homogénne portfólio n poistných zmlúv. Pri výpočte netto poistného predpokladáme, že poznáme:

- poistnú sumu S
- poistnú hodnotu H
- franšízu F
- očakávaný počet škôd na jednu poistnú zmluvu
- očakávanú výšku individuálnej škody

1.4.1 Poistenie na poistnú sumu

Pri tejto forme poistenia závisí poistné plnenie iba od vzniku poistnej udalosti, nie od výšky škody. Z toho vyplýva, že intenzitu poistnej ochrany neurčujeme. Výška poistného plnenia je rovná dojednanej poistnej sume.

Náhodná premenná popisujúca výšku škody nadobúda hodnoty, ktoré môžeme všeobecne vyjadriť vzt'ahom

$${}^P f_{PS} = S$$

Potom netto poistné pri tomto type poistenia môžeme vyjadriť

$$P_{S^{kol}} = E(S^{kol}) = E(N) \cdot E({}^P X_{PS}) = E(N) \cdot S$$

Tento typ poistenia sa najmä v životnom poistení a to konkrétne napr. pri úrazovom poistení alebo invalidnom poistení.

1.4.2 Škodové poistenie

Charakteristickou črtou škodového poistenia je, že výška poistného plnenia je závislá od výšky škody, pričom nikdy túto nemôže presiahnuť. Rozlišujeme štyri typy škodového poistenia:

1. rýdzo záujmové poistenie (poistenie bez poistnej sumy)

Pri tomto type poistenia sa poistné plnenie vypláca vo výške škody. Z toho vyplýva, že intenzita poistnej ochrany je jedna. Hodnoty náhodnej premennej, ktorou popisujeme výšku škody, môžeme vyjadriť

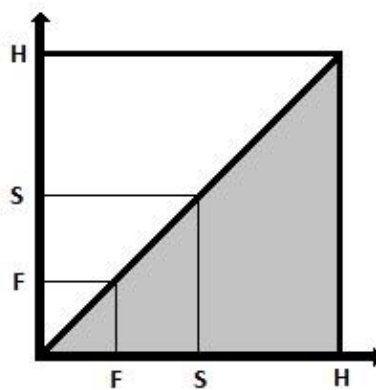
$${}^P f_{RZP}(x) = x, \text{ pre } x \in \langle 0, H \rangle$$

Ak počet škôd v portfóliu opisuje náhodná premenná N , pričom $N = {}^K N_{RZP} = {}^P N_{RZP}$, netto poistné vyjadríme vzťahom

$$P_{S^{kol}} = E({}^P S_{RZP}^{kol}) = E(N) \cdot E({}^P X_{RZP})$$

Tento typ poistenia sa využíva pri poistení majetku, v prípadoch, kedy vieme určiť poistnú hodnotu, napr. pri havarijnom poistení motorových vozidiel a často ju kombinujeme so spoluúčasťou. Grafické znázornenie rýdzozáujmového poistenia je zobrazené na grafe 1.1.

Graf 1.1: rýdzo záujmové poistenie



2. poistenie na plnú hodnotu

Tento typ poistenia vyjadruje, že poistné plnenie sa vypláca vo výške, ktorá závisí od vzniknutej škody v pomere poistnej sumy S a poistnej hodnoty H . Náhodná premenná popisujúca výšku škody nadobúda hodnoty, ktoré môžeme vyjadriť vzťahom

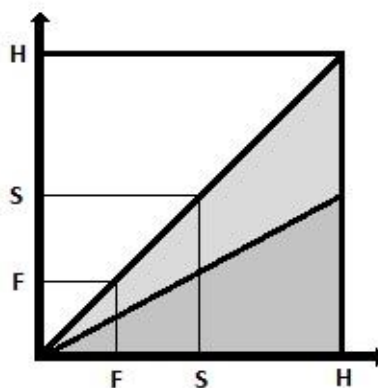
$${}^P f_{PH}(x) = \frac{S}{H} \cdot x, \text{ pre } x \in \langle 0, H \rangle \text{ a platí } S \leq H$$

Netto poistné potom vyjadríme vzťahom

$$P_{S^{kol}} = E({}^P S_{PH}^{kol}) = E(N) \cdot E({}^P X_{PH})$$

kde náhodná premenná N predstavuje počet škôd v danom portfóliu a $N = {}^K N_{PH} = {}^P N_{PH}$. Pre intenzitu poistnej ochrany platí $I = \frac{S}{H}$, pričom z tohto vzťahu je zrejmé, že pre $S = H$ je poistná ochrana rovná jednej, a teda ide o rýdzo záujmové poistenie. Poistenie na plnú hodnotu sa využíva predovšetkým v poistení majetku. Na grafe 1.2 vidíme grafické znázornenie poistenia na plnú hodnotu.

Graf 1.2: Poistenie na plnú hodnotu



3. poistenie na prvé riziko

Poistenie na prvé riziko možno chápať ako rýdzo záujmové poistenie, ktoré je zhora ohraničené poistnou sumou S . Z toho vyplýva, že hodnoty náhodnej premennej opisujúcej poistné plnenie možno vyjadriť vzťahom

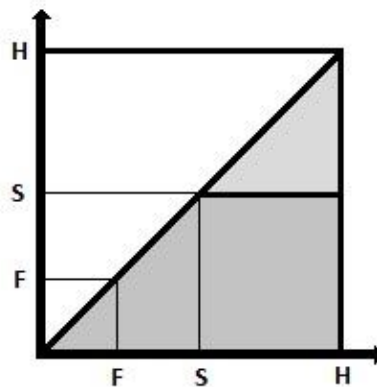
$${}^p f_{PR}(x) = \begin{cases} x & \text{pre } x \leq S \\ S & \text{pre } S < x \leq H \end{cases}$$

Pre náhodnú premennú popisujúcu počet škôd v portfóliu platí $N = {}^K N_{PR} = {}^P N_{PR}$ a preto možno netto poistné pre poistenie na prvé riziko vyjadriť v tvare

$$P_{S^{kol}} = E({}^P S_{PR}^{kol}) = E(N) \cdot E({}^P X_{PR})$$

Tento typ poistenia využívame pri poistení malých škôd, pričom nastatie veľkej škody má malú pravdepodobnosť, čo je typické napr. pre poistenie domácnosti. Tiež sa používa v prípadoch, že zámerné poistíme iba časť poistnej hodnoty H . Poistenie na prvé riziko je znázornené graficky na grafe 1.3.

Graf 1.3: Poistenie na prvé riziko



4. kvótové poistenie

Pod kvótoým poistením rozumieme poistenie na prvé riziko s poistnou sumou S v kombinácii s poistením na plnú hodnotu s poistnou sumou U , pričom platí $S < U$. Potom náhodná premenná, ktorá vyjadruje výšku vzniknutej škody nadobúda hodnoty

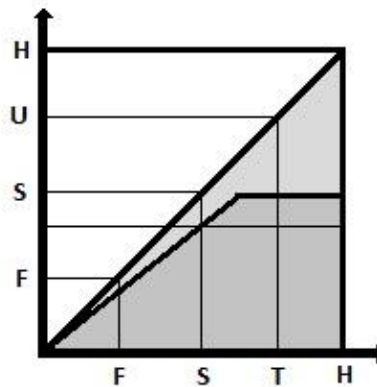
$${}^p f_{KP}(x) = \begin{cases} \frac{U}{H} \cdot x & \text{pre } x \leq \frac{S \cdot H}{U} \\ S & \text{pre } \frac{S \cdot H}{U} < x \leq H \end{cases}$$

Podobne ako v predchádzajúcich prípadoch pre náhodnú premennú N popisujúcu počet škôd v portfóliu platí $N = {}^K N_{KP} = {}^P N_{KP}$, a preto netto poistné pre kvótové poistenie možno vyjadriť vzťahom

$$P_{S^{kol}} = E({}^P S_{KP}^{kol}) = E(N) \cdot E({}^P X_{KP})$$

Kvótové poistenie sa využíva pri poistení majetku, môže nahrádzať poistenie na prvé riziko s podielovou spoluúčasťou.⁴ Na grafe 1.4 je uvedené grafické znázornenie kvótového poistenia.

Graf 1.4: Kvótové poistenie



5. spoluúčasť

Pod pojmom spoluúčasť môžeme rozumieť doplnkový typ poistenia, kedy sa poistenec podiela na krytí škody. Poznáme tri typy spoluúčasti:

a) podielová

Klient sa na krytí každej škody podiela q percentami, pričom q je vopred dohodnuté v poistnej zmluve.

⁴ Definícii podielovej spoluúčasti sa venujem v nasledujúcom texte.

b) *excedentná*

Klient hradí škodu do výšky F , pričom premenná F sa nazýva franšíza. V prípade, že škoda je menšia ako franšíza, klient ju kryje v plnej miere a poisťovateľ sa nepodiela na krytí škody. Ak škoda prekročí franšízu, klient hradí hodnotu F a poisťovateľ rozdiel medzi škodou a franšízou. Náhodné premenné, ktoré popisujú výšku spoluúčasti klienta a výšku poistného plnenia poisťovne, je možné vyjadriť vzťahmi

$${}^K f_{ES}(x) = \begin{cases} x & \text{pre } x \leq F \\ F & \text{pre } F < x \leq H \end{cases}$$

$${}^P f_{ES}(x) = \begin{cases} 0 & \text{pre } x \leq F \\ x - F & \text{pre } F < x \leq H \end{cases}$$

Označme p_F pravdepodobnosť, že výška škody je väčšia ako franšíza, a teda $p_F = P(X > F)$. Potom pre náhodné premenné, ktoré popisujú počet škôd krytých poisťovateľom, resp. počet škôd krytých klientom vzhľadom na spoluúčasť, platia vzťahy

$${}^K N_{ES} = N, \quad {}^P N_{ES} = p_F \cdot N$$

Z toho potom určíme základné charakteristiky náhodných premenných popisujúcich počty škôd prislúchajúcich klientovi, resp. poisťovateľovi

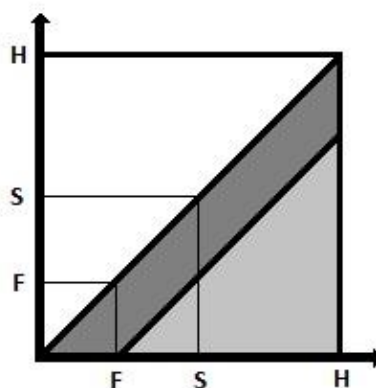
$$E({}^K N_{ES}) = E(N), \quad D({}^K N_{ES}) = D(N)$$

$$E({}^P N_{ES}) = p_F \cdot E(N)$$

$$D({}^P N_{ES}) = p_F \cdot (1 - p_F) \cdot E(N) + p_F^2 \cdot D(N)$$

Grafické znázornenie excedentnej spoluúčasti je uvedené na grafe 1.5.

Graf 1.5: Excedentná spoluúčasť



c) *integrálna*

Klient kryje škody menšie ako franšíza. Škody, ktoré presahujú franšízu hradí v plnej miere poisťovateľ a klient sa na nich nepodiela. Tento fakt možno zapísať prostredníctvom náhodných premenných popisujúcich výšku spoluúčasti klienta a výšku poistného plnenia poisťovne, a to

$${}^K f_{IS}(x) = \begin{cases} x & \text{pre } x \leq F \\ 0 & \text{pre } F < x \leq H \end{cases}$$

$${}^P f_{ES}(x) = \begin{cases} 0 & \text{pre } x \leq F \\ x & \text{pre } F < x \leq H \end{cases}$$

Ak pravdepodobnosť, že franšíza presiahne výšku škody označíme p_F , obdobne ako pri excedentnej spoluúčasti dostaneme

$${}^K N_{IS} = (1 - p_F) \cdot N, \quad {}^P N_{IS} = p_F \cdot N$$

Pričom je zrejmé, že základné charakteristiky náhodných premenných popisujúcich počty škôd prislúchajúcich klientovi, resp. poisťovateľovi majú tvar

$$E({}^K N_{IS}) = (1 - p_F) \cdot E(N)$$

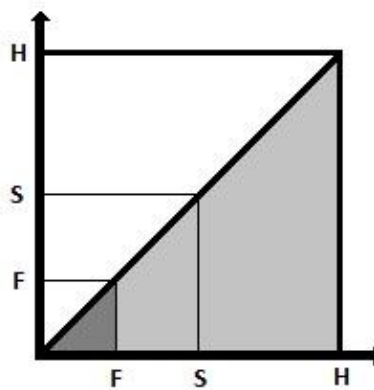
$$D({}^K N_{IS}) = (1 - p_F) \cdot p_F \cdot E(N) + (1 - p_F)^2 \cdot D(N)$$

$$E({}^P N_{ES}) = p_F \cdot E(N)$$

$$D({}^P N_{ES}) = p_F \cdot (1 - p_F) \cdot E(N) + p_F^2 \cdot D(N)$$

Na grafe 1.6 vidíme grafické znázornenie integrálnej spoluúčasti

Graf 1.6: Integrálna spoluúčasť



Aplikácia excedentnej spoluúčasti na jednotlivé poistenia

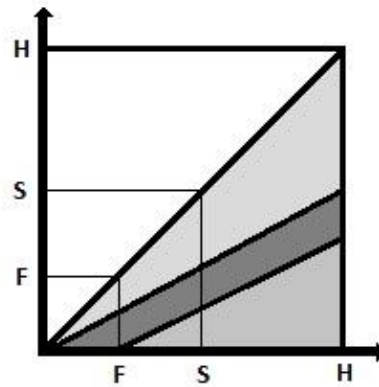
1. poistenie na plnú hodnotu

Ak aplikujeme excedentnú spoluúčasť na poistenie na plnú hodnotu, hodnoty náhodnej premennej, ktoré opisujú poistné plnenie poisťovateľa, je možné vyjadriť vzťahom

$${}^P f_{PH+ES} = \begin{cases} 0 & \text{pre } x \in (0, F) \\ \frac{S}{H}(x - F) & \text{pre } x \in (F, H) \end{cases}$$

kde F je franšíza. Grafické znázornenie poistenia na plnú hodnotu s aplikáciou excedentnej spoluúčasti je uvedené na grafe 1.7.

Graf 1.7: poistenie na plnú hodnotu s excedentnou spoluúčasťou



Netto poistné v tomto prípade určujeme na základe vzťahu

$$P_{Skol} = E({}^P S_{PH+ES}^{kol}) = E({}^P N_{PH+ES}) \cdot E({}^P \bar{X}_{PH+ES})$$

kde ${}^P N_{ES} = {}^P N_{PH+ES}$ a pre náhodnú premennú popisujúcu výšku individuálnej škody platí ${}^P \bar{X}_{PH+ES} = {}^P X_{PH+ES} / {}^P X_{PH+ES} > 0$.

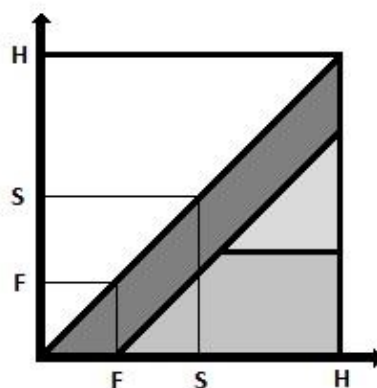
2. poistenie na prvé riziko

V prípade, že excedentnú spoluúčasť aplikujeme na poistenie na prvé riziko, hodnoty náhodnej premennej, ktorá opisuje poistné plnenie, možno vyjadriť vzťahom

$${}^P f_{PR+ES}(x) = \begin{cases} 0 & \text{pre } x \in (0, F) \\ x - F & \text{pre } x \in (F, S) \\ S - F & \text{pre } x \in (S, H) \end{cases}$$

kde F je franšíza. Aplikácia excedentnej spoluúčasti na poistenie na prvé riziko je graficky znázornená na grafe 1.8.

Graf 1.8: Poistenie na prvé riziko s excedentnou spouúčasťou



Netto poistné určíme použitím vzťahu

$$P_{S^{kol}} = E({}^P S_{PR+ES}^{kol}) = E({}^P N_{PR+ES}) \cdot E({}^P \bar{X}_{PR+ES})$$

alebo ekvivalentne

$$P_{S^{kol}} = E(N) \cdot E({}^P X_{PR+ES})$$

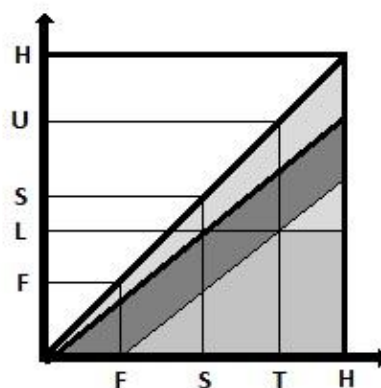
3. kvótové poistenie

Hodnoty náhodnej premennej opisujúcej poistné plnenie v prípade aplikácie excedentnej spoluúčasti na kvótové poistenie vyjadríme vzťahom

$${}^P f_{KP+ES}(x) = \begin{cases} 0 & \text{pre } x \in (0, F) \\ \frac{U}{H}(x - F) & \text{pre } x \in (F, \frac{S \cdot H}{U}) \\ S - \frac{U}{H}F & \text{pre } x \in (\frac{S \cdot H}{U}, H) \end{cases}$$

Grafické znázornenie kvótového poistenia s excedentnou spouúčasťou je zobrazené na grafe 1.9.

Graf 1.9: Kvótové poistenie s excedentnou spouúčasťou



Netto poistné v tomto prípade určíme na základe vzťahu

$$P_{S^{kol}} = E(P_{S_{KP+ES}^{kol}}) = E(P_{N_{KP+ES}}) \cdot E(P_{\bar{X}_{KP+ES}})$$

pričom $P_{N_{ES}} = P_{N_{KP+ES}}$.

Aplikácia integrálnej spoluúčasti na jednotlivé poistenia

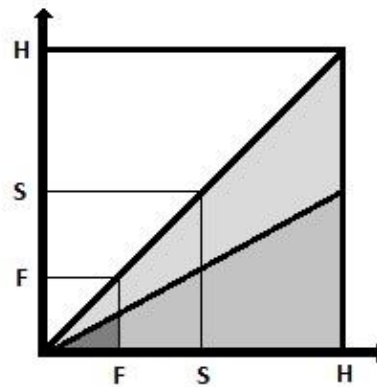
1. poistenie na plnú hodnotu

Pri aplikácii integrálnej spoluúčasti na poistenie na plnú hodnotu, hodnoty náhodnej premennej, ktoré opisujú poistné plnenie poist'ovateľa, je možné vyjadriť vzťahom

$$P_{f_{PH+ES}} = \begin{cases} 0 & \text{pre } x \in (0, F) \\ \frac{S}{H}x & \text{pre } x \in (F, H) \end{cases}$$

kde F je franšíza. Grafické znázornenie poistenia na plnú hodnotu s aplikáciou excedentnej spoluúčasti je uvedené na grafe 1.10.

Graf 1.10: Poistenie na plnú hodnotu s integrálnou spoluúčasťou



Netto poistné v prípade poistenia na plnú hodnotu s integrálnou spoluúčasťou určujeme na základe vzťahu

$$P_{S^{kol}} = E({}^P S_{PH+IS}^{kol}) = E({}^P N_{PH+IS}) \cdot E({}^P \bar{X}_{PH+IS})$$

pričom ${}^P N_{IS} = {}^P N_{PH+IS}$.

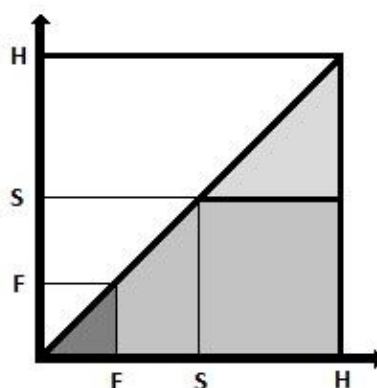
2. poistenie na prvé riziko

V prípade, že aplikujeme integrálnu spoluúčasť aplikujeme na poistenie na prvé riziko, hodnoty náhodnej premennej opisujúcej poistné plnenie, možno vyjadriť vzťahom

$${}^P f_{PR+ES}(x) = \begin{cases} 0 & \text{pre } x \in (0, F) \\ x & \text{pre } x \in (F, S) \\ S & \text{pre } x \in (S, H) \end{cases}$$

kde F je franšíza. Na grafe 1.11 je graficky znázornená aplikácia integrálnej spoluúčasti na poistenie na prvé riziko.

Graf 1.11: Poistenie na prvé riziko s excedentnou spouúčasťou



Netto poistné v tomto prípade určíme na základe vzťahu

$$P_{S^{kol}} = E(P_{PR+IS}^{kol}) = E(P_{PR+IS}) \cdot E(P_{\bar{X}_{PR+IS}})$$

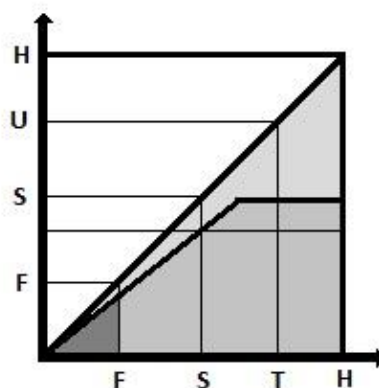
3. kvótové poistenie

Ak aplikujeme integrálnu spoluúčasť na kvótové poistenie, hodnoty náhodnej premennej opisujúcej poistné plnenie vyjadríme vzťahom

$$P_{f_{KP+ES}}(x) = \begin{cases} 0 & \text{pre } x \in (0, F) \\ \frac{U}{H}x & \text{pre } x \in (F, \frac{S \cdot H}{U}) \\ S & \text{pre } x \in (\frac{S \cdot H}{U}, H) \end{cases}$$

Grafické znázornenie kvótového poistenia s integrálnou spouúčasťou je zobrazené na grafe 1.12.

Graf 1.12: Kvótové poistenie s integrálnou spouúčasťou



Netto poistné v tomto prípade určíme na základe vzťahu

$$P_{S^{kol}} = E({}^P S_{KP+IS}^{kol}) = E({}^P N_{KP+IS}) \cdot E({}^P \bar{X}_{KP+IS})$$

pričom ${}^P N_{IS} = {}^P N_{KP+IS}$.

1.5 Rizikové poistné

Pod pojmom rizikové poistné rozumieme nettopoistné, ktoré sme rozšírili o rizikovú prirážku. Tá je dôležitá na pokrytie nepriaznivých škodových odchýlok. Rizikové poistné je možné stanoviť na základe viacerých princípov, ktoré závisia od typu poistenia. My uvedieme najvýznamnejšie tri:

1. princíp strednej hodnoty

Vzhľadom na princíp strednej hodnoty možno rizikové poistné vyjadriť vzťahom

$${}_{\theta} RP_{S^{kol}} = E(S^{kol}) \cdot (1 + \theta)$$

kde $\theta \geq 0$ predstavuje rizikovú prirážku a $E(S^{kol}) \cdot \theta$ je bezpečnostné plnenie. Zo vzťahu vidno, že rizikové poistné je rastúcou funkciou rizikovej prirážky a v prípade, že $\theta = 0$, ide o nettopoistné. Predpokladajme, že rezervy poisťovne sú

nulové a neuvažujeme náklady ani zisk poisťovne. Ak chceme vyjadriť pravdepodobnosť p , že poisťovateľ bude schopný splniť záväzky vyplývajúce z poistných zmlúv, vychádzame zo skutočnosti, že prijaté poistné musí byť minimálne rovné celkovej škode, a teda

$${}_{\theta}RP_{S^{kol}} \geq S^{kol}$$

Potom pravdepodobnosť p , pričom vyžadujeme, aby bola čo možno najväčšia, vychádzame zo vzťahu

$$P(S^{kol} \leq {}_{\theta}RP_{S^{kol}}) = p$$

Tento vzťah vzhľadom na princíp strednej hodnoty možno upraviť do tvaru

$$P(S^{kol} \leq E(S^{kol}) \cdot (1 + \theta)) = p$$

V prípade, že poznáme predpis distribučnej funkcie rozdelenia celkovej škody, pravdepodobnosť p predstavuje jej funkčnú hodnotu, a teda

$$F_{S^{kol}}(E(S^{kol}) \cdot (1 + \theta)) = p$$

V prípade, že náhodná premenná S^{kol} , predstavujúca celkovú výšku škody, je súčtom dostatočného počtu náhodných premenných X_i , ktoré vyjadrujú individuálnu výšku škody, platí vzťah

$$P(S^{kol} \leq E(S^{kol}) \cdot (1 + \theta)) = P\left(\frac{S^{kol} - E(S^{kol})}{\sigma(S^{kol})} \leq \frac{\theta \cdot E(S^{kol})}{\sigma(S^{kol})}\right) = p$$

Z toho vidíme, že platí

$$\Phi\left(\frac{\theta \cdot E(S^{kol})}{\sigma(S^{kol})}\right) \approx p$$

Potom riziková prirážka možno vyjadriť v tvare

$$\theta \approx \frac{u_p \cdot \sigma(S^{kol})}{E(S^{kol})}$$

pričom ide o odhad rizikovej prirážky a u_p predstavuje kvantil normovaného normálneho rozdelenia.

2. princíp disperzie

Rizikové poistné vzhľadom na princíp disperzie je vyjadrené vzťahom

$${}_{\theta}RP_{S^{kol}} = E(S^{kol}) + \alpha \cdot D(S^{kol})$$

kde $\alpha \geq 0$ je riziková prirážka. Aj v tomto prípade, ak je riziková prirážka α rovná nule, rizikové poistné je rovné nettopoistnému. Na základe rovnakej úvahy, ako pri princípe strednej hodnoty určíme odhad rizikovej prirážky. Ak poznáme predpis distribučnej funkcie rozdelenia celkovej škody, pre pravdepodobnosť p , s ktorou bude poisťovateľ schopný plniť svoje budúce záväzky, platí vzťah

$$F_{S^{kol}}(E(S^{kol}) + \alpha \cdot D(S^{kol})) = p$$

a v prípade aproximatívneho vyjadrenia

$$P(S^{kol} \leq E(S^{kol}) + \alpha \cdot D(S^{kol})) = P\left(\frac{S^{kol} - E(S^{kol})}{\sigma(S^{kol})} \leq \frac{\alpha \cdot D(S^{kol})}{\sigma(S^{kol})}\right) = p$$

Odtiaľ potom dostaneme vzťah

$$\Phi(\alpha \cdot \sigma(S^{kol})) \approx p$$

a teda riziková prirážka α môžeme vyjadriť v tvare

$$\alpha \approx \frac{u_p}{\sigma(S^{kol})}$$

kde u_p je kvantil normovaného normálneho rozdelenia.

3. princíp smerodajnej odchýlky

Rizikové poistné vzhľadom na princíp smerodajnej odchýlky sa určuje najmä pri rizikách, ktoré sú rôznorodé a nie je vhodné ich priemerovať. V tomto prípade rizikové poistné určujeme na základe vzťahu

$${}_{\theta}RP_{S^{kol}} = E(S^{kol}) + \beta \cdot \sigma(S^{kol})$$

kde $\beta \geq 0$. Opäť, ak riziková prirážka je rovná nule, ide o nettopoistné. Analogicky ako pre predchádzajúce dva princípy určíme odhad rizikovej prirážky. Platí

$$F_{S^{kol}}(E(S^{kol}) + \beta \cdot \sigma(S^{kol})) = p$$

a v prípade aproximatívneho vyjadrenia

$$P(S^{kol} \leq E(S^{kol}) + \beta \cdot \sigma(S^{kol})) = P\left(\frac{S^{kol} - E(S^{kol})}{\sigma(S^{kol})} \leq \frac{\beta \cdot \sigma(S^{kol})}{\sigma(S^{kol})}\right) = p$$

odtiaľ vidíme, že platí

$$\Phi(\beta) \approx p$$

a teda odhad rizikovej prirážky možno vyjadriť v tvare

$$\beta \approx u_p$$

kde u_p je kvantil normovaného normálneho rozdelenia.

1.6 Solvency II

V poslednom čase sa v slovenskom poisťovníctve čoraz častejšie skloňuje pojem Solvency II. Cieľom tohto projektu je zabezpečiť väčšiu ochranu pre poistených a zároveň zvýšiť stabilitu finančného trhu, pričom toto sa snaží dosiahnuť efektívnejším umiestnením kapitálu a zvýšením kvality oceňovania rizík. Taktiež sa usiluje o zvýšenie medzinárodnej konkurencieschopnosti poisťovateľov a zlepšenie dohľadu nad poisťným trhom.

Štruktúra Solvency II je rozčlenená do troch pilierov:

1. *pilier*

Jeho úlohou je stanoviť kapitálové požiadavky pre poisťovne a zaistovne, pričom berie ohľad na riziká, ktorým sú vystavované (poistné, trhové, kreditné, finančné). Sústreď sa najmä na oceňovanie aktív a záväzkov, technické rezervy, vlastné zdroje a investície.

2. *pilier*

Zaoberá sa stanovením požiadaviek na manažment poisťovne alebo zaistovne a určením metód dohľadu.

3. *pilier*

Zaoberá sa definíciou požiadaviek na vykazovanie a zverejňovanie informácií. Upravuje predkladanie informácií za účelom dohľadu, pričom poisťovne sú povinné zverejniť správu o finančnom stave a solventnoti, v ktorej je uvedený popis výkonnosti a obchodnej činnosti poisťovne, jednotlivých rizík, metód oceňovania aktív a záväzkov, riadenia kapitálu a pod.

Medzi hlavné prínosy Solvency II patrí predovšetkým zosúladenie s realistickým oceňovaním podľa aktuálneho trhového oceňovania aktív a pasív, zvýšenie transparentnosti poistného odvetvia, zabezpečenie väčšej flexibility, pričom pod tým rozumieme, že je možná rýchlejšia reakcia na zmeny v súvislosti v príchodom nových trendov.

Solvency II má však aj možné sprievodné negatívne javy, medzi ktoré patrí napríklad zníženie záujmu poisťovní prebrať na seba niektoré riziká, zvýšenie ceny niektorých poisťných produktov, zánik niektorých malých poisťovní či náklady na implementáciu.

2 Cieľ práce

Cieľom tejto práce je vytvorenie aplikácie na výpočet poistného pre rôzne formy poistenia v rámci teórie rizika v neživotnom poistení pomocou programovacieho jazyka VBA, ktorý je súčasťou softwaru Microsoft Excel. Táto aplikácia má byť primárne riešiteľským nástrojom, ktorý pomôže pri vypočítavaní úloh pre aparát foriem poistenia v rámci predmetu Teória rizika v poistení 1.

Táto aplikácia má urýchliť počítanie modelových príkladov daného aparátu, zároveň má používateľa odbremeniť od často zdĺhavých, nezábavných mechanických výpočtov, ktoré so sebou táto problematika prináša. Časová náročnosť je každému hneď jasná, akonáhle príde do kontaktu s teoretickým základom aparátu foriem poistenia. Prepočítavanie desiatok hodnôt, navyše pri veľmi špecifických vlastnostiach každej formy poistenia, poprípade type spoluúčasti. Neraz sa stáva, že človek dostane príklad, pozrie si vzorce, mechanicky počíta čísla, po pár minútach sústredenia stratí záujem a pozornosť, čo môže ústiť aj do chýb vo výpočtoch, poprípade v najhoršom prípade aj toho, že takejto osobe sa logika daných operácií po dokončení výpočtu vymaže z pamäti. Pre každého je teda jednoduchšie, keď dokáže zadané hodnoty vložiť ako dáta do programu, ktorý v niekoľkých logických krokoch prinesú žiadaný výsledok. Takto ušetrnú energiu vie teda presunúť na chápanie daného aparátu, všimaniu si podstaty a všetkých dôležitých súvislostí.

Táto skutočnosť súvisí so sekundárnym zameraním vytvorenej aplikácie, teda tým, že daná aplikácia má užívateľovi poskytnúť logické súvislosti, ktoré by pri mechanickom počítaní príkladov často nepostrehol. Cieľom je teda vytvoriť aplikáciu, ktorá nielenže je správna a poskytuje správne a presné výsledky, na ktorých používateľ môže prevádzať analýzy, ale zároveň by táto aplikácia mala poskytnúť vysvetlenie ako a prečo sa správajú tak ako sa správajú jednotlivé zložky aparátu a zároveň ozrejmiť logické súvislosti medzi jednotlivými prvkami, ktoré poskytnú vysvetlenie prečo a ako uskutočňovať dané analýzy.

Táto aplikácia vo forme riešiteľského nástroja, alebo pomôcky ktorá sa snaží jednoduchou cestou prezentovať skutočnosti z oblasti problematiky typov (foriem) poistenia v rámci teórie rizika nemá slúžiť na praktické využitie v poisťovni alebo inej finančnej inštitúcii. Jej možnosti sú schválne obmedzené na úroveň pomôcky pre riešenie modelových príkladov a štúdií.

3 Metodika práce

Ako sme spomenuli v úvode, programovací jazyk VBA je výkonným a relatívne jednoduchým programovacím jazykom, ktorý sa vyznačuje hlavne veľkou dostupnosťou. Je používaný najmä kvôli jeho implementácii v rámci kancelárskeho balíka Microsoft Office, ktorý je súčasťou snád' každého počítača vo všetkých firmách. Spoločnosť Microsoft ho vydáva dokonca vo verzii pre systémy Mac od firmy Apple, čo je jednoznačný dôkaz o sile tohoto produktu.

Pomocou tohoto programovacieho jazyka je možné previazať napríklad databázový procesor Microsoft Access spolu s nami používaným programom Microsoft Excel, ktorý sa často považuje iba za výkonnejšiu kalkulačku, no pri expertnom zvládnutí sa z neho stáva výkonný univerzálny firemný nástroj s všestranným využitím. Má oproti bežným programovacím jazykom aj niekoľko nevýhod, ktoré sú spôsobené tým, že je nutnosť, aby tento jazyk bežal pod spustenou aplikáciou Excelu, no tie sú veľmi vysoko vyvážené jeho kladmi.

VBA väčšina používateľov pozná iba ako jazyk, v ktorom sa zapisujú nahrané makrá, no pri zvládnutí niekoľkých krokov sa už behom chvíle práce v tomto jazyku dokáže Excel zmeniť na nepoznanie. Toto sme využili aj pri tvorbe našej aplikácie. Hlavným atribútom, ktorý sme si zaumienili bolo, aby každý užívateľ, ktorý pracuje s aplikáciou nemal prístup k bežnému užívateľskému rozhraniu programu Excel. Prvoradé bolo teda zablokovať prístup k dôverne známym pracovným hárkom tak, aby mal používateľ možnosť práce s aplikáciou iba pomocou formulárov zaplnených ovládacími a zobrazovacími prvkami.

Grafický dizajn aplikácie má byť kompaktný, príjemný na pohľad a účelný. V jednotlivých krokoch práce s aplikáciou bolo na prvom mieste, aby používateľ hľadal ovládacie prvky tam, kde mu je prirodzené, aby sa rovnaký ovládací prvok nepresúval z jedného miesta na druhý, aby intuitívne pochopil princíp, akým s naším programom pracovať. Ústrednou farbou aplikácie je zelená, ktorá je príjemná na pohľad, zároveň sa dopĺňa so šedou a modrou farbou, ktorú náš program vo veľkej miere tiež využíva.

Aplikácia teoretických poznatkov do programu musí byť presná a bez chýb, aby bolo možné daný program naozaj využiť ako riešiteľský nástroj, teda musí spĺňať všetky základné atribúty riešiteľského nástroja. Tými sú najmä jednoduchosť, prehľadnosť, rýchlosť, spoľahlivosť a stabilitnosť. Stabilitnosť programu spočíva najmä v ošetrovaní všetkých možných kombinácií ovládania, ktorými môže užívateľ narábať s programom.

Dizajnér takéhoto nástroja musí predikovať všetky možné aj nemožné veci, čo napadnú používateľa pri zadávaní dát a celkovom ovládaní celej aplikácie a musí zamedziť, aby aj pri nečakanom zaobchádzaní s aplikáciou prišlo k zamrznutiu, alebo pádu systému. Pri tomto všetkom sa má dizajnér snažiť aj o to, aby mohol používateľ zadávať do programu len korektné hodnoty.

Naša aplikácia sa snaží všetky tieto aspekty dodržiavať. Rýchlosť a stabilitu výpočtov sme zabezpečili aj rozhodnutím, že prepočítavané údaje sa nebudú zapisovať iba do premenných v rámci programátorského kódu, ale priebežne sa zapisovať na neviditeľné háčky, čo urýchli výpočet zložitých procedúr a odľahčí výpočetnú záťaž na procesor a RAM počítača. Týmto sme zabezpečili v prvom rade to, že túto aplikáciu si môže užívateľ pustiť aj na slabšom počítači, napríklad net-booku a nemôže sa stať, že ostane zamrznutý visieť v polovici výpočtu.

Takisto sme chceli zabezpečiť čo najmenšiu záťaž na množstvo kódu, ktoré aplikácia obsahuje. Pre to sme sa rozhodli o deklaráciu celých procedúr, ktoré sa vyskytujú na viacerých miestach. Takéto procedúry sú potom volané do iných procedúr, čo zároveň sprehľadňuje kód aplikácie, a zároveň uľahčuje úpravy kódu a celého programu v prípade nutnej prerábky alebo opravy, či pridávaní nových funkcií aplikácie založených na už existujúcich procedúrach. Takto majú deklarované procedúry aj jednotlivé poistné typy (formy).

V programe sme sa snažili využívať iba čo najlogickejšie a najjasnejšie použiteľné ovládacie prvky, ktoré zároveň umožňujú čo najrýchlejšiu prácu s programom. Pre to čísla zadávame priamo do textboxov, a radšej kód dovoľuje vkladať v daných momentoch iba prirodzené čísla a na nesprávne číslo alebo znak upozorní používateľa zvukovým signálom oproti možnosti, že by sa užívateľ mal trápiť s preklikávaním spinbuttonu, ktorý sa dá na podobnú funkciu naprogramovať taktiež s oveľa menšou programátorskou náročnosťou.

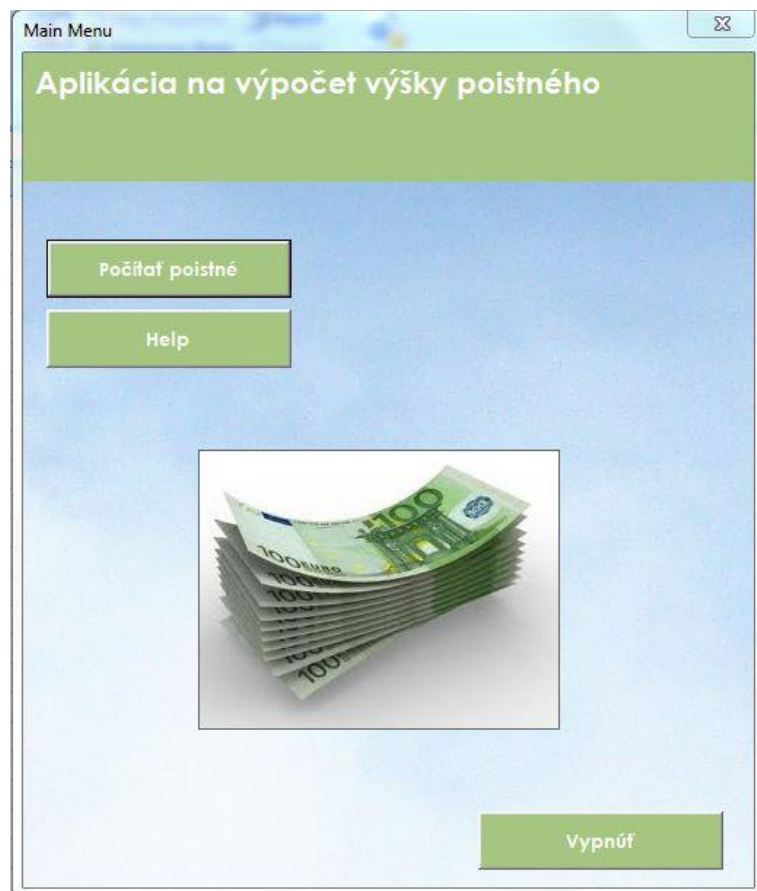
Na tomto mieste treba upozorniť aj na fakt, že počet vstupných údajov je obmedzený nielen pre rýchlosť práce s naším programom, ale hlavne treba upozorniť, že daný program nie je určený na využitie v praxi ale jeho účelom je byť riešiteľským nástrojom, pomôckou pre používateľa, kde na demonštráciu niektorých faktov, na ktorú má program taktiež slúžiť nepotrebuje používateľ pracovať s väčším množstvom dát.

4 Výsledky práce

4.1 Aplikácia na výpočet poistného

Výsledkom práce podľa zadaného cieľa je vytvorená aplikácia na výpočet poistného pomocou programovacieho jazyka VBA. Samotné VBA, tak ako sme už spomenuli, je súčasťou užívateľského prostredia programu Microsoft Excel, pre to sa po spustení programu rozbehne dôverne známe okno. Naša aplikácia však program Excel potláča do úzadia, lebo k dispozícii má používateľ iba hlavné menu – Main menu (obr. č. 4.1), ktoré obsahuje niekoľko ovládacích tlačidiel. Krížik na vypnutie formulára je v tomto prípade neaktívny, lebo zabraňujeme používateľovi k priamemu vstupu do programu Excel, aby nemal prístup k meneniu dát a sústredil sa iba na užívateľské prostredie našej aplikácie.

Obrázok 4.1: Hlavné menu

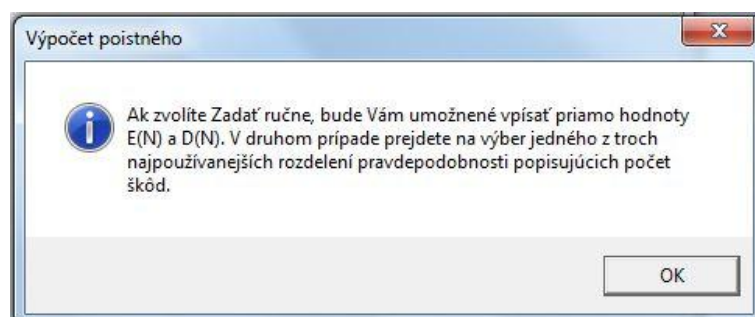


Hlavné menu obsahuje iba tri základné tlačidlá: „Počítať poistné“ , „Help“ a „Vypnúť“. Ovládací prvok „Vypnúť“ je jediný spôsob , ako danú aplikáciu ukončiť. Ukončenie aplikácie je rýchle a pohodlné, lebo k tlačidlu vypnúť sa užívateľ dostane z hociktorého miesta programu iba prostredníctvom dvoch kliknutí myšou. Neobťažujú nás po kliknutí žiadne dialógové okná o ukladaní dát. Aplikácia totiž nepodporuje ukladanie dát do pamäti, lebo počítame s tým, že používateľ, program využije na urýchlenie výpočtov ako riešiteľský software a samotná aplikácia nie je určená na dlhodobéjšie analýzy , poprípadе uchovávanie dát. Prednosť pri navrhovaní rozhrania mala rýchlosť práce s vytvorenou aplikáciou a užívateľská prívetivosť. K tomu sa isto dostaneme ešte pri opisovaní niekoľkých ďalších prvkov.

Tlačidlo „Help“ poskytne základné informácie o aplikácii, jej ovládaní a zámere, pre čo bola vytvorená. Užívateľ dostane aj malú nápovedu, že pri každom stlačení tohoto ovládacieho prvku sa mu dostane informácia, ktorá mu pomôže pri práci s programom, poprípadе dá tip ako určovať, čo a ako má v aplikácii vyplniť. Príklad na takúto nápovedu nájdete v obrázku 4.2 .

Jadro aplikácie tvorí samotná časť počítania poistného prístupná z hlavného menu v tlačidle „Počítať poistné“. Po stlačení sa užívateľ dostáva do interaktívneho procesu, kde modeluje fiktívne portfólio poistných zmlúv, na ktoré aplikuje v niekoľkých jednoduchých krokoch typy poistenia, spoluúčasti, porovnáva ich výhodnosť na základe 2 hlavných porovnávacích kritérií – výška rizikového poistného a VaR – Value at Risk. V nasledujúcich kapitolách si všetky tieto kroky prejdeme a ukážeme si na nich modelový príklad, ktorý zdokumentuje fungovanie celej aplikácie.

Obrázok 4.2: Príklad nápovedy po stlačení tlačidla „Help“

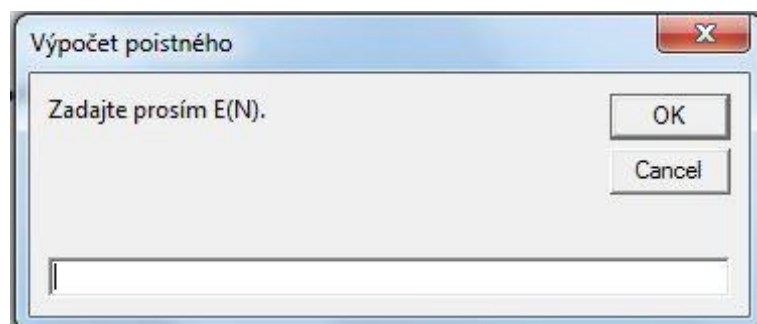


4.2 Zadanie charakteristík popisujúcich počet škôd

V prvom kroku samotného programu sa venujeme charakteristikám náhodnej premennej N , ktorá popisuje počet škôd v našom fiktívnom portfóliu, ktoré si práve vytvárame. V poisťovni by aktuár z empirických dát testami dobrej zhody odhadoval, aké rozdelenie pravdepodobnosti čo najlepšie opisuje ním vytriedené dáta, robil by hlbšie analýzy, aby charakteristiky, ktoré popisujú tieto dáta boli čo najpresnejšie. V poisťovni však aktuár pracuje s veľkým množstvom údajov, ktoré si triedi podľa vlastnej potreby. Na takýchto zložitých dátach ktoré treba triediť do homogénnych skupín a reálnych portfólií by princíp nami rozoberaného aparátu bolo veľmi zložité popísať. U nás je teda dôležité povedať, že naše portfólio sa skladá z n zmlúv, ktoré majú rovnaký typ poistenia, rovnakú poistnú hodnotu, poistnú sumu a aj všetky ostatné náležitosti, teda aj rozdelenie pravdepodobností výšky a počtu škôd, ktoré v tomto portfóliu, teda pri každej poistnej zmluve nastávajú. Náhodná premenná N , ako sme ju zadefinovali aj pri kolektívnom modeli rizika v predošlých kapitolách, sa riadi diskretným rozdelením pravdepodobnosti, lebo popisuje počet škôd. Jej základnými charakteristikami sú samozrejme, tak ako pri každej náhodnej premennej stredná hodnota ($E(N)$) a disperzia ($D(N)$). Popísanie portfólia náhodnou premennou N v našom programe prebieha dvoma spôsobmi.

Prvý spôsob je vpísanie charakteristík priamo, teda zadať do inputboxov hodnoty $E(N)$ a $D(N)$ (obr. č. 4.3). Táto možnosť je výhodná, pokiaľ chceme počítať modelový príklad s predom pripravenými hodnotami. Tieto hodnoty musia byť číselné a väčšie ako 0, čo vyplýva z definícií týchto charakteristík v prípadoch, ktoré nastávajú v poisťovníctve.

Obrázok 4.3: Inputbox pre priame vkladanie charakteristík náhodnej premennej N



Druhý spôsob je pre užívateľa pri rozhodovaní sa trochu jednoduchší. Ide o odhad charakteristík metódou momentov, kedy si určíme, akým rozdelením pravdepodobnosti sa

riadi náhodná premenná N a program nám po vpísaní parametrov jej rozdelenia spomínanou metódou odhadne jak strednú hodnotu, tak disperziu.

Odhadom charakteristík a všeobecne metóde momentov sa venuje mnohá odborná literatúra, no my si v našom programe vystačíme s tromi základnými diskretnými rozdeleniami, ktoré sú najpoužívanejšie jak v poisťnej praxi, tak na výučbu príkladových situácií na Teórii rizika. Budeme sa ďalej teda zaoberať iba našimi rozdeleniami, teda rozdelením binomickým, negatívne binomickým a Poissonovým. Zaoberáme sa nimi práve pre to, lebo majú úplne rozdielne charakteristiky a tak ich výber vplýva na celkový výsledok v nasledujúcich krokoch programu. Na formulári pre výber rozdelenia (obr. č. 4.4) je možné si zvoliť jedno z týchto rozdelení a zároveň tam každý vidí poznámku, podľa ktorej sa rozhodnúť pre výber toho-ktorého diskretného rozdelenia. Tie hlavné rozdiely spočívajú vo vzájomných vzťahoch strednej hodnoty a disperzie, kedy binomické rozdelenie má strednú hodnotu väčšiu ako disperziu, no negatívne binomické rozdelenie pravdepodobnosti má presne opačný vzťah medzi týmito dvoma charakteristikami.

Obrázok 4.4: Výber rozdelenia pravdepodobnosti náhodnej premennej N pre výpočet jej parametrov

Aplikácia na výpočet poisťného

Výber rozdelenia pravdepodobnosti pre odhad parametrov pomocou metódy momentov

Zvoľte si prosím rozdelenie pravdepodobnosti počtu škôd pre portfólio.

Poznámka:
Pri voľbe je vhodné brať do úvahy základné vlastnosti charakteristík daných rozdelení, kde:

$E(N) > D(N)$ - Binomické rozdelenie
 $E(N) < D(N)$ - Negatívne binomické rozdelenie
 $E(N) = D(N)$ - Poissonovo rozdelenie

Binomické rozdelenie
 Negatívne binomické rozdelenie
 Poissonovo rozdelenie

Zvoliť Help
Naspäť do menu Krok naspäť

Poissonovo rozdelenie pravdepodobnosti má očakávanú hodnotu rovnú rozptylu. Ozdelenie je limitným prípadom binomického rozdelenia, kedy $m \rightarrow \infty$ a $q \rightarrow 0$.

Po rozhodnutí sa, aké rozdelenie si zvolí používateľ aplikácia presunie užívateľa na obrazovku, ktorá dané rozdelenie detailnejšie popisuje, čo je vidno aj na obrázku 4.5, ktorý primárne použijeme ako odrazový mostík pre náš modelový príklad. Je tu vidno popis rozdelenia, jeho pravdepodobnostnú funkciu, a vzorce na výpočet charakteristík z parametrov odvodené pomocou metódy momentov z momentovo vytvárajúcich funkcií daných rozdelení.

Na tomto mieste by sme mohli začať s naším modelovým príkladom. Pre jednoduchosť a jasnosť opisu parametrov sme si vybrali binomické rozdelenie pravdepodobnosti. Ako parameter m – počet zmlúv v portfóliu, sme si zvolili číslo 500. Vieme, že parameter m je iba z množiny prirodzených čísel. Keby $m = 1$, dostaneme

Obrázok 4.5: Vkladanie parametrov pre binomické rozdelenie pravdepodobnosti

Aplikácia na výpočet poistného

Binomické rozdelenie pravdepodobnosti počtu škôd

Náhodná premenná N má binomické rozdelenie pravdepodobnosti s parametrami n a p práve vtedy, ak pravdepodobnosť, že pri n nezávislých pokusoch nastane pozorovaný jav práve k -krát s pravdepodobnosťou p . $N \sim \text{Bi}(n,p)$

Pravdepodobnostná funkcia rozdelenia:

$$P[X = x] = \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x}$$

Stredná hodnota: $E(N) = n \cdot p$
 Disperzia: $D(N) = n \cdot p \cdot (1-p)$

Poznámka: V oblasti teórie rizika je zaužívané označenie parametrov m a q , teda $N \sim \text{Bi}(m,q)$

m

q

Vypočítaj $E(N)$, $D(N)$ Help

Naspäť do menu Krok naspäť

alternatívne rozdelenie pravdepodobnosti s parametrom q ($A(q)$). Program používateľovi nedovolí zadať inú hodnotu ako prirodzené číslo. Excel by síce charakteristiky dokázal spočítať, no neboli by v korešpondencii s definíciami a interpretáciami. Parameter q je pravdepodobnosť nastatia škody. Pravdepodobnosť je číslo z intervalu $\langle 0,1 \rangle$, keď v prípade poisťovníckej praxe ani teórie sa neoplatí hovoriť o krajných hodnotách. Keď vieme, že daný jav je jav istý, poisťovní sa ho neoplatí poisťovať, ak je to jav nemožný, poisťenec by nebol ochotný platiť poisťné. Naše q sme si teda zvolili 0,15 (obr. č. 4.5). Ovládacie tlačidlo „Naspäť do menu“, ktoré sa nachádza v každej časti programu dokáže používateľa premiestniť do hlavného menu, odkiaľ môže druhým kliknutím aplikáciu opustiť. Je to jediný spôsob ako túto aplikáciu opustiť.

Parametre sme si zvolili a stlačili tlačidlo „ Vypočítať $E(N)$, $D(N)$ “. Táto operácia vypočíta charakteristiky rozdelenia, uloží ich do pamäte pre ďalšiu manipuláciu s nimi, no užívateľa aplikácia automaticky posunie do ďalšieho kroku. Dôvod, pre čo neexistuje ďalší medzikrok je prostý. Časová náročnosť. Nemáme žiadny dôvod, pre čo by používateľ chcel počítať hodnoty $E(N)$ alebo $D(N)$ bez ďalšieho postupu ďalej. Zobrazovanie takto elementárnych výsledkov by spomaľovalo prácu s aplikáciou a výsledky by sa zbytočne opakovali čiastkovo aj súhrnne, čo jednoznačne nie je cieľom tohoto programu.

4.3 Zadanie charakteristík určujúcich výšku škody

Druhý krok práce s programom sa týka taktiež vkladania hodnôt. Náhodnú premennú N , ktorá sa týkala počtu škôd sme si opísali v kroku jedna. Teraz nás čaká vkladanie údajov pre náhodnú premennú X , ktorá sa týka výšky individuálnej škody. V prípade hodnôt výšky

škody, aj keď v praxi býva odhadovaná pomocou spojitých pravostranne zošikmených rozdelení pravdepodobnosti, sme sa pre lepšiu názornosť rozhodli použiť diskkrétne zadávanie výšok škody. Na obrázku 5.6 vidíme vpísané hodnoty do tabuľky, ktorá umožní zadať naraz až 25 hodnôt premennej X . Užívateľ má k dispozícii po stlačení tlačidla „Viac hodnôt“ vpísať ďalších 25 hodnôt pre rozdelenie výšky škody. Toto obmedzenie je dané pre jednoduchšiu manipuláciu s programom, lebo, ako sme už niekoľkokrát spomenuli, aplikácia je určená primárne ako riešiteľský software využiteľný pri riešení úloh teórie rizika, nie ako aktuársky software využiteľný v praxi. Je však možné, že pri danej

interaktivite a jednoduchosti, keby si aktuár správne roztriedi údaje v portfóliu, dokázal by možno základné odhady spraviť aj pomocou nášho programu. Ak užívateľ zadá menej ako

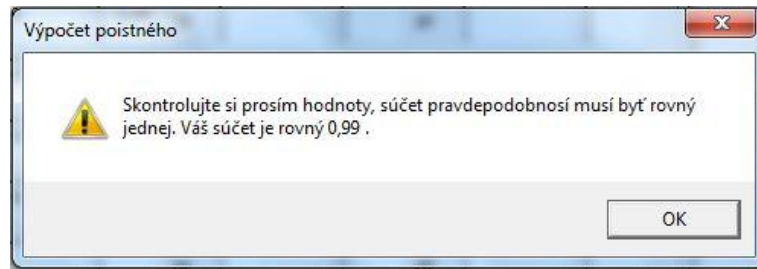
Obrázok 4.6: Tabuľka pre zadávanie hodnôt náhodnej premennej X

	x	p(x)		x	p(x)		x	p(x)
1	100	0,5	9			18		
2	200	0,2	10			19		
3	300	0,1	11			20		
4	400	0,08	12			21		
5	500	0,06	13			22		
6	600	0,04	14			23		
7	700	0,02	15			24		
8			16			25		
			17					

25 hodnôt v prvom kroku importu dát premennej X a stlačí tlačidlo pre vkladanie viac hodnôt, bude upozornený, že nevyplnil ešte všetky polia a program ho ďalej nepustí.

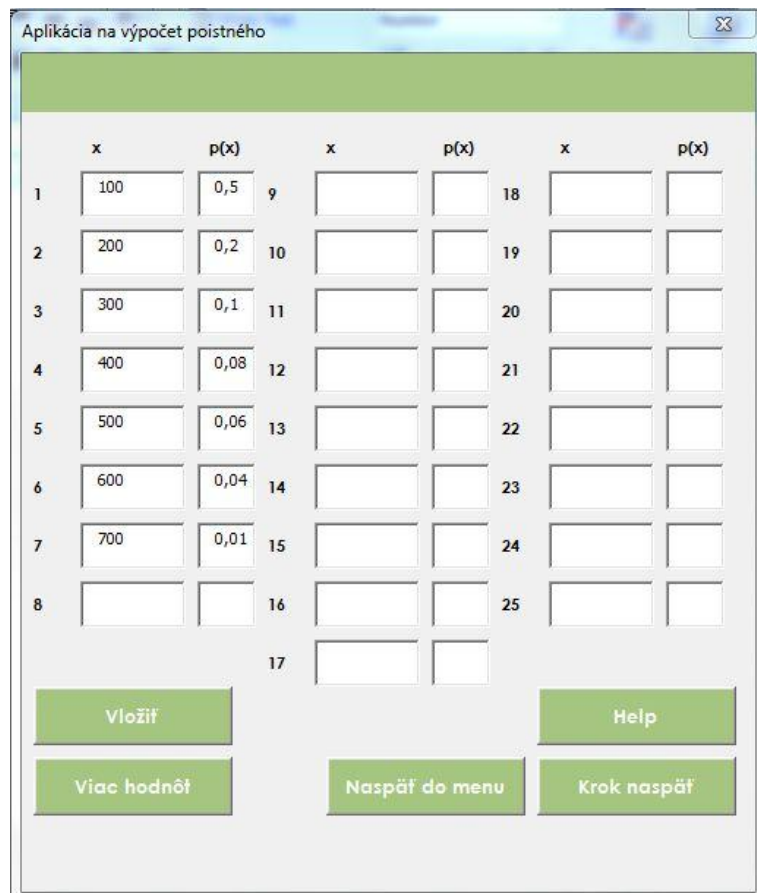
Používateľ vkladá do prvého stĺpca okien vprvomrade hodnoty výšky individuálnej škody X . Tieto hodnoty predstavujú reálne kladné číslo. Je mu dovolené vkladať ľubovoľné hodnoty, aj tie s desatinou čiarkou. Keďže náhodná premenná X sa riadi kolektívnym modelom rizika, berieme do úvahy iba tie prípady, kedy škoda nastala, teda $X > 0$. Pravdepodobnosti nastatia zadaných výšok škôd sa vpisujú do stĺpcov označených $p(X)$. Súčet týchto pravdepodobností musí byť rovný jednej. Ak náhodou ten, ktorý narába s programom neodhadne správne to, aký je tento súčet, program ho na to upozorní a nepustí ďalej. Príklad takto zle vpísaných pravdepodobností vidíte na obrázku 4.8 a chybovú hlášku, ktorá upozorňuje aj na to, aký je aktuálny súčet pravdepodobností na obrázku 4.7.

Obrázok 4.7: Chybová hláška upozorňujúca na zle zadané pravdepodobnosti $p(X)$



Správne vyplnená tabuľka, ktorú použijeme ako pokračovanie v našom modelovom príklade je ukázaná na obrázku 4.6 . Sedem rôznych hodnôt náhodnej premennej X nám na demonštráciu funkčnosti, interaktivity a využiteľnosti riešiteľského softwaru postačí. Hodnoty X sú zoradené vzostupne. Je to logické, lebo najprehľadnejšie ako zobraziť výšky škody je to, že individuálna škoda rastie. Pravdepodobnosti, ktoré sme zadali teoreticky

Obrázok 4.8: Nesprávne vpísané hodnoty náhodnej premennej X

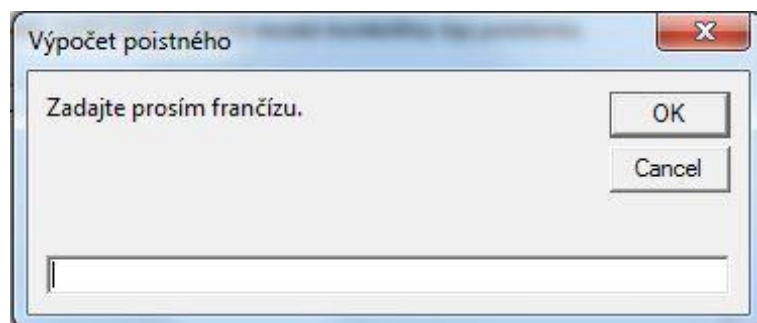


popisujú pravostranne zošikmené rozdelenie pravdepodobností, takže by sme mohli povedať, že naše fiktívne portfólio predstavuje portfólio poistných zmlúv neživotného poistenia.

Je však úplne jedno ako si človek navolí model, program dokáže počítať s ľubovoľnými hodnotami, a tým pádom ošetrí aj tie najextrémnejšie situácie, aké môžu nastať, dokonca aj také, ktoré sú úplne nepravdepodobné v reálnom svete, no my by sme chceli si vyskúšať, ako sa takéto hodnoty správajú.

Ak sme už úspešne vyplnili hodnoty náhodnej premennej X , ktorá popisuje výšku škôd, dostávame sa k prvému medzivýsledku. Ešte pred tým, ako ho kompletne zobrazí a prepočíta, je nutné zadať franšízu (obr. č. 4.10). Aj keď na našom modeli nemáme aplikované ešte žiadne konkrétne poistenie, zadali sme všetky potrebné charakteristiky, aby sme videli, ako sa správa samotná celková škoda. Toto správanie sa škody je odrazovým

Obrázok 4.9: Priestor pre vkladanie franšízy



mostíkom pre aplikáciu konkrétneho typu poistenia. Na tomto medzivýsledku je aj krásne vidieť ako a pre čo sa celková škoda riadi kolektívnym modelom rizika.

4.4 Popis vlastností vytvoreného portfólia pred aplikáciou konkrétnej formy poistenia

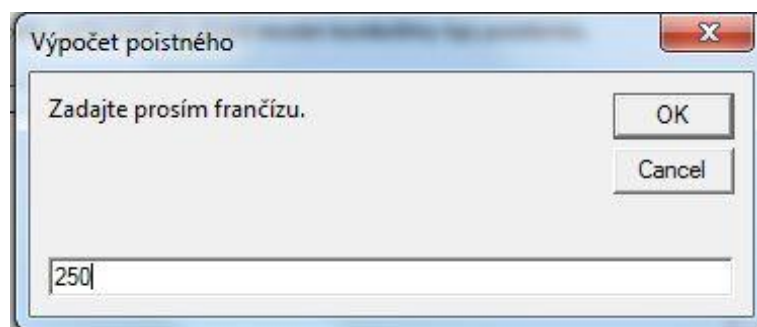
Aby sme nemuseli listovať naspäť, pripomeňme si, čo sme zatiaľ v našom modelovom príklade zadali. Ako prvý krok bolo popísanie náhodnej premennej N , ktorá popisovala počet škôd. Vybrali sme si Binomické rozdelenie, s parametrami $Bi(500;0,15)$. Podľa vzťahov pre výpočet strednej hodnoty a disperzie nám vyšlo: $E(N) = 75$, $D(N) = 63,75$. V druhom kroku sme do tabuľky vypísali hodnoty náhodnej premennej X . Ak sme všetko zadali správne, program nás pustil ďalej bez vyskočenej varovnej hlášky a prepol nás na medzivýsledkovú tabuľku, kde ešte pred dopočítaním všetkých hodnôt musíme

zadat' franšizu, ktorá opisuje, ako sa delí škoda medzi klienta a poisťovňu v prípade spoluúčasti. Toto prezentovanie delenia škody program ukazuje na základe excedentnej spoluúčasti (tá je na pochopenie aparátu spoluúčasti a delenia škody medzi klienta a poisťovňu vhodnejšia ako integrálna) pri škode, na ktorú sme neaplikovali žiadne konkrétne poistenie (tento prípad má rovnaké vlastnosti ako rýdzozáujmové poistenie s excedentnou spoluúčasťou – je to poistenie, kedy je poisťná suma S rovná hodnote H , nedochádza k podpoisteniu a klient participuje na škode vždy, keď škoda nastane – je to poistenie, ktoré sa v praxi využíva najmä pri havárijnom poistení motorových vozidiel).

Teraz si popíšeme dve varianty zadania franšizy, kde na rozdielnych výsledkoch uvidíme správanie sa celého modelu. Prvá franšiza, ktorú si zvolíme je rovná 250 (obr. č. 4.10).

Pred tým, než si prejdeme výsledkovú tabuľku, zadefinujeme si, čo znamenajú jednotlivé skratky použité v našom programe na medzivýsledkovom formulári.

Obrázok 4.10: Prvá zadaná franšiza, $F= 250$



Tabuľka 4.1: Vysvetlenie skratiek medzivýsledkového formuláru

X	Výška škody	$P(X_p)$	Pravdepodobnosť nastatia škody po aplikácii franšizy
$p(X)$	Pravdepodobnosť nastatia škody X	X'	Škoda pripadajúca poisťovni vyhovujúca kolektívnemu modelu rizika ($X > 0$)
X_p	Výška škody pripadajúca poisťovni po aplikácii spoluúčasti	$p(X')$	Pravdepodobnosť nastatia škody X'
X_k	Výška škody pripadajúca klientovi po aplikácii spoluúčasti	pF	Pravdepodobnosť, že výška škody je väčšia ako franšiza $P(X > F)$

Okrem týchto označení sa vo formulári nachádzajú aj charakteristiky premenných celkovej škody S , výšky individuálnej škody X a počtu škôd N . Hodnoty bez apostrofu značia hodnoty, ktoré boli prepočítané z primárne vložených dát, teda tie pred aplikáciou spoluúčasti s franšízou F . Hodnoty s apostroфом pri označení náhodnej premennej sú hodnoty prepočítané po aplikácii spoluúčasti pre náhodné premenné, ktoré vyhovujú kolektívnemu modelu rizika (teda $X > 0$). Hodnoty s apostroфом sa týkajú škody, ktorá pripadá poisťovni, nie klientovi. Treba však upozorniť, že daná tabuľka obsahuje iba explicitnú spoluúčasť určenú franšízou F a neobsahuje implicitnú spoluúčasť spôsobenú podpoistením, ktoré vzniká až pri aplikácii konkrétnej formy poistenia.

Prvú franšízu sme zvolili 250. V prvých dvoch stĺpcoch tabuľky (obr.č. 4.11) vidíme pôvodnú výšku škody s jej pravdepodobnosťou, ktorú sme zadali pri vkladaní hodnôt premennej X . Ako je z tabuľky vysvetliviek jasné, ďalšie dva stĺpce pojednávajú o rozdelení škody medzi klienta a poisťovňu. Najvýznamnejšou vlastnosťou excedentnej spoluúčasti je to, že sa klient podieľa na každej škode, najviac však vo výške franšízy F .

Obrázok 4.11: Medzivýsledok pri aplikácii spoluúčasti s franšízou $F = 250$

Aplikácia na výpočet poistného

Úspešne ste zadali hodnoty pre výpočet charakteristík opisujúcich výšku a počet škôd, a tu vidíte, ako sa líši celková škoda pri aplikácii excedentnej spoluúčasti oproti hodnotám bez nej. Je vidno prechod hodnôt na kolektívny model rizika. Stlačte prosím pokračovať, ak chcete aplikovať na daný model konkrétny typ poistenia.

X	$p(X)$	X_p	X_k	$p(X_p)$	X'	$p(X')$
100,00	0,50	0,00	100,00	0,50	50,00	0,33
200,00	0,20	0,00	200,00	0,20	150,00	0,27
300,00	0,10	50,00	250,00	0,10	250,00	0,20
400,00	0,08	150,00	250,00	0,08	350,00	0,13
500,00	0,06	250,00	250,00	0,06	450,00	0,07
600,00	0,04	350,00	250,00	0,04		
700,00	0,02	450,00	250,00	0,02		

$E(X)$ 220 $D(X)$ 25600 $E(X')$ 183,333333 $D(X')$ 15555,5555
 $E(N)$ 75 $D(N)$ 63,75 $E(N')$ 22,5 $D(N')$ 21,4875
 $E(S)$ 16500 $D(S)$ 5005500 $E(S')$ 4125 $D(S')$ 1072218,75

pf 0,3

Pokračovať Help
 Naspäť do menu Krok naspäť

Pri integrálnej spoluúčasti sa klient podieľa na škode len ak škoda nepresiahne spoluúčasť. Ak presiahne, celú škodu má na starosti poisťovňa. Pri aplikovaní daného aparátu teda dostávame, že ak je škoda 100, alebo 200, tak túto škodu hradí celú klient (prvý a druhý riadok listboxu). Ak je škoda rovná 300, klient hradí časť vo výške F , teda 250 a poisťovňa na seba preberá zvyšok škody ($X - F$), teda 50. Takýmto spôsobom sme dostali všetky hodnoty, ako si poisťovňa a klient rozdelí škodu medzi seba. Pravdepodobnosť nastatia týchto škôd a prípadov, ako si tieto škody medzi seba klient s poisťovňou delí je rovnaká, ako pravdepodobnosť, že tieto škody vôbec nastanú. Tieto hodnoty z pohľadu poisťovne však nevyhovujú kolektívnemu modelu rizika, lebo obsahujú hodnoty, kedy škoda pripadajúca poisťovni je rovná 0. V takejto situácii musíme tieto hodnoty upraviť tak, aby vyhovovali kolektívnemu modelu rizika.

Pre to využijeme vzťahy o spoluúčasti z kapitoly 1, ktoré pojednávajú o hodnote pF , čo je pravdepodobnosť, že škoda je väčšia ako franšíza ($pF = P(X > F)$). Pri nami zvolenej franšíze je táto pravdepodobnosť 0,3 (teda prvé X , ktoré je väčšie ako 250 je X rovné 300, teda spočítame pravdepodobnosti $p(300) + p(400) + \dots + p(700) = 0,1 + 0,08 + 0,06 + 0,04 + 0,02 = 0,3$). Podľa prislúchajúcich vzťahov pravdepodobnosti pre $X > F$ potom vydelíme pravdepodobnosťou pF , čím dostaneme nové prepočítané pravdepodobnosti pre X' , teda $p(X')$. Tento medzivýsledok nám ukazuje, koľko času a mechanických výpočtov aplikácia ušetrí používateľovi pre prepočítanie jednotlivých charakteristík. Zároveň nepreskakuje jednotlivé medzikroky a nevyhodí užívateľovi po nahratí vstupných hodnôt iba finálny výsledok, ale interaktívne ukazuje jednotlivé aspekty správania sa aparátu, akým sa tvorí a počíta poisťné. Formulár medzivýsledku zároveň okrem správania sa škody, porovnáva aj charakteristiky pred a po aplikácii spoluúčasti.

Najmarkantnejší rozdiel je vidieť pri strednej hodnote celkovej škody $E(S)$. Pred aplikáciou spoluúčasti je stredná hodnota celkovej škody vo výške 16500, no po prepočítaní, kedy najnižšie škody, no vysoko pravdepodobné, necháme hradieť klientom, tak stredná hodnota celkovej škody s uvažovanou spoluúčasťou $E(S')$ nám klesne približne na štvrtinu, teda 4125. Takto aktuár v poisťovni môže navrhovať nové produkty, kedy zisťuje, ako veľmi sa spoluúčasť premietne do charakteristík celkovej škody a hľadá testovaním a analýzami čo najoptimálnejšie riešenie. Pri použití našej aplikácie sa užívateľ môže doslova hrať s rôznymi výškami spoluúčasti a experimentovať aj s nereálnymi modelmi, kde sa dané zmeny premietajú ešte významnejšie.

Obrázok 4.12: Medzivýsledok pri aplikácii spoluúčasti s franšízou $F = 380$

Aplikácia na výpočet poistného

Úspešne ste zadali hodnoty pre výpočet charakteristík opisujúcich výšku a počet škôd, a tu vidíte, ako sa líši celková škoda pri aplikácii excedentnej spoluúčasti oproti hodnotám bez nej. Je vidno prechod hodnôt na kolektívny modelu rizika. Stlačte prosím pokračovať, ak chcete aplikovať na daný model konkrétny typ poistenia.

X	p(X)	X _p	X _k	p(X _p)	X'	p(X')
100,00	0,50	0,00	100,00	0,50	20,00	0,40
200,00	0,20	0,00	200,00	0,20	120,00	0,30
300,00	0,10	0,00	300,00	0,10	220,00	0,20
400,00	0,08	20,00	380,00	0,08	320,00	0,10
500,00	0,06	120,00	380,00	0,06		
600,00	0,04	220,00	380,00	0,04		
700,00	0,02	320,00	380,00	0,02		

E(X) 220 **D(X)** 25600 **E(X')** 120 **D(X')** 10000
E(N) 75 **D(N)** 63.75 **E(N')** 15 **D(N')** 14.55
E(S) 16500 **D(S)** 5005500 **E(S')** 1800 **D(S')** 359520

Pokračovať pf 0.2 Help
 Naspäť do menu Krok naspäť

Pre druhý modelový prípad sme si zvolili franšízu vo výške 380. Z tabuľky na obrázku 4.12 je vidno, že pri zmene franšízy sa v prvomrade zväčší množstvo škôd, na ktorých sa poisťovňa nepodieľa vôbec, teda znížila sa pravdepodobnosť pF . Z pôvodných 0,3 pri franšíze 250 klesla na 0,2 pri franšíze 380. Náš program toto prepočítanie urobí pomocou 3 klikov myšou a zadania novej franšízy (najrýchlejší spôsob ako na to, je kliknúť na tlačidlo „Krok naspäť“ a potom „Vložiť“, kedy nás program vyzve na zadanie novej franšízy, po ktorej odklepnutí behom sekundy vidíme nové hodnoty). Prepočítanie celej tabuľky ručne na papier by zabralo niekoľko minút, pri väčšom počte hodnôt ako príkladových 7, by sa čas ešte viac predĺžil. Zabralo by to taktiež veľa času a námahy. Interaktivita šetrí v tomto prípade skúsenejším užívateľom hlavne čas. Tým menej skúsenejším nielen čas. Výhodou takéhoto interaktívneho narábania s dátami je aj to, že sa používateľ zároveň môže plne sústrediť na pochopenie celej problematiky a nie je zaťažovaný mechanickými prepočtami, ktoré ho odpútavajú od podstaty celého aparátu.

V tomto kroku už nemá veľký význam poukazovať na porovnanie zmeny prípadu s aplikáciou franšízy a bez franšízy, no vysvetlíme si, čo urobí s modelom zmena – v tomto

prípade zvýšenie franšízy. Najväčšou devízou tohoto porovnávania zmeny franšízy je rýchle porovnanie zmien charakteristík prepočítaných rozdelení.

Porovnanie zmeny pF sme už spravili, no najzaujímavejšie je porovnať ostatné charakteristiky. V prvom prípade sme poukázali na fakt, že pri franšíze 250 nám stredná hodnota celkovej škody klesla oproti pôvodnej na štvrtinu. Franšíza 380 však znížila očakávanú hodnotu celkovej škody pre poisťovňu takmer na desatinu. So strednou hodnotou celkovej škody je spojené aj rizikové poistné, o ktorom sme si teoretické základy povedali v prvej kapitole, no v našom modelovom príklade o ňom budeme uvažovať až neskôr. Nezaškodí si však už teraz dať do súvislosti, že aj malá zmena franšízy dokáže znížiť strednú hodnotu celkovej škody o podstatnú časť. Mení sa nám nielen očakávaná škoda ale zároveň aj disperzia celkovej škody. To hovorí o tom, že sa nám hodnoty celkovej škody koncentrujú bližšie pri očakávanej hodnote. Stabilizuje to výkyvy a lepšie pomôže odhadnúť maximálne možné škody a straty. Tieto dve charakteristiky ovplyvňujú všetky ostatné ukazovatele a samozrejme aj cenu poistenia. V poisťovni aktuár spolu za asistencie marketingového oddelenia teda uvažuje spôsobom, že optimálne riešenie je také, aby mal klient pri čo najnižšej spoluúčasti čo najnižšie poistné a zároveň, aby poisťovňa s čo najvyššou pravdepodobnosťou dokázala pokryť všetky škody a dosiahla zisk. Nátlak na cenu poistenia robí najmä už spomínané marketingové oddelenie, o krytie škôd sa zase zaujímajú aktuári. S príchodom Solvency II je situácia ešte zložitejšia a poisťovne sa v rámci svojich interných modelov musia zaujímať o čo najpresnejšie analýzy. Poisťovne sa však v niektorých momentoch držia skôr zaužívaných postupov. Napríklad pri havarijnom poistení je spoluúčasť u väčšiny poisťovní 5% až 10% zo škody, no minimálne však 165 €. Poisťovne sa držia tohoto prístupu už roky, lebo si naň klienti zvykli. Tým pádom neupravujú tieto parametre až tak rapídne ako by si situácia vyžadovala.

Naša aplikácia však neumožňuje používateľovi zachádzať až do takýchto podrobností ako vyhodnocovanie optimálneho riešenia. Narozdiel od profesionálnych aktuárskych softwarov sa správa ako interaktívny a rýchly riešiteľský nástroj, poskytujúci hlavne podklady na riešenie ukázkových príkladov a ich následnú analýzu.

Obrázok 4.13: Formulár zadania parametrov poistenia

Aplikácia na výpočet poistného

Krok č.3 : Zadanie parametrov poistenia

Hodnota je finančné vyjadrenie poistenej veci - je totožná s maximálnou možnou škodou, ktorá môže nastať (príklad: Auto stojí 15000 eur, čo vyjadruje jeho hodnotu, najvyššia škoda na ňom teda zákonite môže nastať v rovnakej výške)

Poistná suma je finančné vyjadrenie toho, akú časť hodnoty dávame do poistenia (príklad: Auto má hodnotu 15000 eur, no my z dôvodu nižšieho poistného ho podpoistíme na výšku 10000 eur, čo je poistná suma).

Franšíza je finančné vyjadrenie výšky explicitnej spoluúčasti, teda akú sumu v prípade nastatia škody hradí poistený.

Hodnota H

Poistná suma PS

Franšíza F (v prípade spoluúčasti)

4.5 Zadávanie parametrov poistenia

Užívateľ nášho softwaru sa doposiaľ mohol vyhrať s tvorením modelu portfólia poistných zmlúv, ktoré spĺňalo parametre kolektívneho modelu rizika. Bolo možné pozorovať vplyv zmien vstupných údajov predstavujúcich výšku a počet škôd, vplyv zmien franšízy v prípade spoluúčasti. Program demonštroval rozdelenie škody medzi klienta a poisťovňu, ukazoval, ako sa správa fiktívne portfólio v rôznych situáciách a aj to, ako z daných dát vytvoríme model, ktorý plne vyhovuje podmienkam kolektívneho modelu rizika. Program sa však vprvomrade venuje kalkulácii poistného a tak jeho jadro tvorí aplikácia konkrétneho typu poistenia na užívateľom vytvorené fiktívne portfólio. Pred samotnou aplikáciou typu poistenia však užívateľ musí zadať parametre takéhoto poistenia.

Po tom, ako užívateľ zoznámí s vytvoreným modelom v predošlom kroku sa v programe dostane na ďalší krok, ktorým je zadanie parametrov poistenia⁵ (obr. č. 4.13).

⁵ Presná definícia pojmov sa nachádza v slovníku na strane 8

Obrázok 4.14 : Formulár zadania parametrov poistenia s vyplnenou poistnou sumou

Aplikácia na výpočet poistného

Krok č.3 : Zadanie parametrov poistenia

Hodnota je finančné vyjadrenie poistenej veci - je totožná s maximálnou možnou škodou, ktorá môže nastať (príklad: Auto stojí 15000 eur, čo vyjadruje jeho hodnotu, najvyššia škoda na ňom teda zákonite môže nastať v rovnakej výške)

Poistná suma je finančné vyjadrenie toho, akú časť hodnoty dávame do poistenia (príklad: Auto má hodnotu 15000 eur, no my z dôvodu nižšieho poistného ho podpoistíme na výšku 10000 eur, čo je poistná suma)

Franšiza je finančné vyjadrenie výšky explicitnej spoluúčasti, teda akú sumu v prípade nastatia škody hradí poistený.

Hodnota H: 700

Poistná suma PS: 500

Franšiza F (v prípade spoluúčasti): 250

Pokračovať Help

Naspäť do menu Krok naspäť

Formulár zadávania týchto parametrov je zčasti vyplnený, lebo hodnota H je rovná maximálnej možnej škode, ktorú si program vyberie z importovaných hodnôt a franšezu F užívateľ zadá v predošlom kroku, ktorý popisuje formovanie nášho portfólia. Jediné, čo ostáva doplniť je poistná suma S .

Poistná suma, akeď je to jediná hodnota, ktorú je používateľ povinný pre pokračovanie práce s programom doplniť, je schválne umiestnená medzi vyplnené polia hodnoty H a franšizy F , lebo ako vyplýva z definície, je aj výškou medzi týmito dvoma hodnotami. Program nedovoľuje vyplniť políčko nesprávnou hodnotou, a používateľa upozorní, aby si skontroloval hodnotu vyplnenej poistnej sumy. Aplikácia naďalej počíta s hodnotou I , ktorá popisuje intenzitu poistnej ochrany a vyjadruje pomer poistnej sumy k hodnote. Čím je rozdiel týchto dvoch hodnôt väčší, tým sa zintenzívňuje jav podpoistenia, ktorý ústi do implicitnej spoluúčasti (numericky popíšeme implicitnú spoluúčasť o pár krokov ďalej). Keď sa hodnota S rovná hodnote H , $I = 1$, tak hovoríme o rýdzo záujmovom poistení. Používateľ v tomto kroku teda zváži akú vysokú poistnú

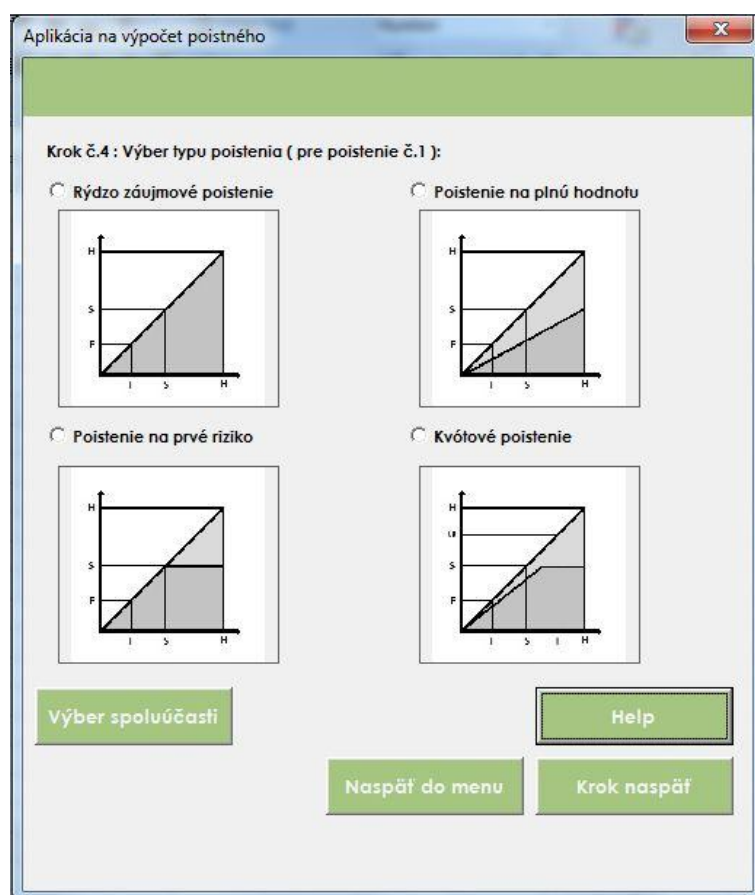
sumu vloží do programu a tlačidlom „Pokračovať“ sa dostáva na samotný výber typu poistenia.

4.6 Výber formy poistenia

Formy poistenia sme si detailne aj s ich vlastnosťami a využitím v praxi rozobrali v prvej kapitole. Manuálne prepočítavania modelu po ich aplikácii sú podobne ako všetky numerické výpočty doteraz zdĺhavé a odpútavajú čas od jadra problematiky, kde je cieľ tohoto programu preskočiť všetky zdĺhavé a nezáživné operácie a nechať ich na výpočtovej technike.

Táto časť programu je veľmi jednoduchá a intuitívna pre používateľa, lebo má možnosť zakliknúť iba jednu možnosť poistného typu pomocou ovládacieho prvku

Obrázok 4.15 : Výber typu poistenia



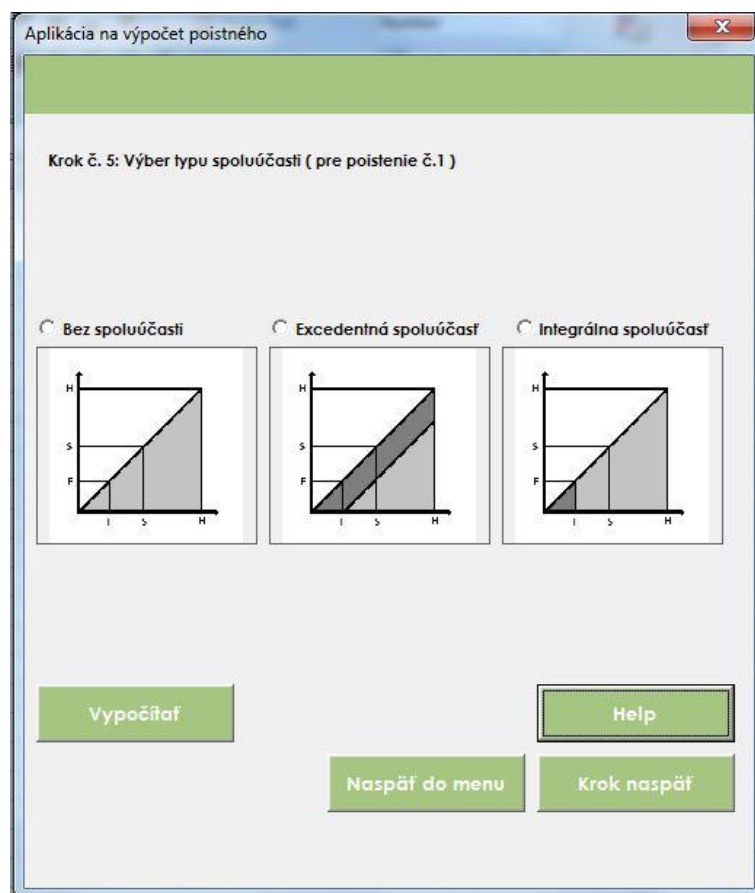
option button. Pri každej forme poistenia je jeho základný graf, ktorý neukazuje aplikáciu spoluúčasti, s ktorou v tomto kroku ešte neuvažujeme. Poistenie, ktorého sa tento výber

parametrov typu a ďalej aj spoluúčasti týka nazývame v programe „Poistenie č.1“. Po označení typu poistenia stačí stlačiť tlačidlo „Výber spoluúčasti“ pre pokračovanie ďalej. Program upozorňuje používateľa, že si nezvolil ani jednu z možností. Ak sa tak stane, program vyhodí varovné okno a nepustí ho ďalej. Program berie do úvahy aj možnosť počítať rýdzo záujmové poistenie, ktoré uplatňuje intenzitu poistnej ochrany rovnú jednej, kde je poistná hodnota rovná poistnej sume a nevzniká žiadna implicitná spoluúčasť.

4.7 Výber typu spoluúčasti

Spoluúčasť vyjadruje podieľanie sa klienta na hradení škôd. Poistovne sa vyhýbajú tomu, aby museli vyplácať malé poistné plnenia, lebo s nimi majú veľkú administratívnu náročnosť, ktorá im neúmerne zvyšuje náklady. Ako sme si v druhej časti druhého kroku vysvetlili, franšíza, ktorá číselne určuje do akej výšky sa podieľa klient na škodách, vo veľkej miere ovplyvňuje charakteristiky rozdelenia celkovej škody a tým pádom celé

Obrázok 4.16 : Výber typu spoluúčasti



správanie sa nášho fiktívneho portfólia, tak ako sme si ukázali na našom modelovom príklade. Tom príklade, na ktorom od začiatku tejto kapitoly demonštrujeme možnosti našej aplikácie.

V našom príklade si ukážeme niekoľko možných výsledkov a porovnanie ich hodnôt v danom modeli iba pri zmene typu poistenia alebo spoluúčasti. V tomto kroku už vieme zvoliť aj typ spoluúčasti, nielen jej aplikovateľnosť, teda dokážeme sa dostať k výsledkom bez aplikácie spoluúčasti, po aplikácii excedentnej, ale aj integrálnej spoluúčasti. Spolu so štyrmi typmi poistenia dostávame dvanásť rôznych možností výsledkov⁶.

4.8 Interpretácia výsledkov aplikácie poistných foriem a spoluúčastí

Formulár, na ktorom zobrazuje výsledok je nadizajnovaný čo najprehľadnejšie a poskytuje čo najjasnejšie a najpotrebnejšie informácie pre analýzu hodnôt po aplikácii poistného typu s vybranou spoluúčasťou. Na ľavej strane používateľ vidí pôvodné charakteristiky portfólia bez uvažovanej franšízy a poistenia, zvyšné hodnoty sú už prepočítané hodnoty charakteristík po aplikácii parametrov aj typu poistenia. V listboxe je prehľadne zobrazená pravdepodobnostná tabuľka nového rozdelenia premennej X' vyjadrujúcej výšku škody, ktorá sa riadi kolektívnym modelom rizika a zároveň je na ňu aplikovaný poistný typ, spoluúčasť a aj ostatné parametre.

Síce sme to už raz spomínali, ale rýdzo záujmové poistenie bez spoluúčasti je totožné s modelom, pri ktorom neuvažujeme aplikáciu typu poistenia ani spoluúčasti, teda našim fiktívnym portfóliom (obr. č. 4.17). Na zvyšných výsledkoch si poukážeme na správanie sa implicitnej a explicitnej spoluúčasti, a na to, ako daný typ poistenia ovplyvňuje základné parametre. Treba dodať, že v tomto prípade je stredná hodnota celkovej škody – $E(S')$ netto poistné pre celé portfólio.

Na obrázku 4.18 vidíme porovnanie poistenia na plnú hodnotu a situácie, keď neaplikujeme poistenie. Ako je teda vidno, aj napriek zvolenej franšíze 250, má poisťovňa nižšie poistné plnenia ako by vyplývalo zo vzťahu $X-F$. Je to spôsobené tým, že pri poistení na plnú hodnotu, keď berieme do úvahy poistnú sumu nastáva podpoistenie. Na tomto modelovom príklade vieme povedať, že keď najvyššia možná škoda poisťovne je 321,43 a franšiza vyjadrujúca explicitnú spoluúčasť poistenca je 250, do najvyššej možnej

⁶ Výsledky modelového príkladu so všetkými typmi poistenia a spoluúčastí sú uvedené v prílohe

škody nášho portfólia nám ostáva $700 - (321,43 + 250) = 128,57$, čo vyjadruje výšku implicitnej spoluúčasti klienta. Túto škodu klient kryje zo svojich zdrojov.

Obrázok 4.17 : Porovnanie výsledku rýdzo zájmového poistenia bez spoluúčasti

Porovnanie charakteristik portfólia- hodnoty pred aplikáciou poistenia a hodnoty po aplikácii konkrétneho poistenia:

Bez aplikácie poistenia		Rýdzo zájmové poistenie bez spoluúčasti	
E(N)	75	E(N')	75
D(N)	63.75	D(N')	63.75
E(X)	220	E(X')	220
D(X)	25600	D(X')	25600
E(S)	16500	E(S')	16500
D(S)	5005500	D(S')	5005500

xP	pX ^P (x)
100,00	0,50
200,00	0,20
300,00	0,10
400,00	0,08
500,00	0,06
600,00	0,04
700,00	0,02

Obrázok 4.18: Porovnanie poistenia na plnú hodnotu s excedentnou spoluúčasťou

Porovnanie charakteristik portfólia- hodnoty pred aplikáciou poistenia a hodnoty po aplikácii konkrétneho poistenia:

Bez aplikácie poistenia		Poistenie na plnú hodnotu s excedentnou spoluúčasťou	
E(N)	75	E(N')	22.5
D(N)	63.75	D(N')	21.4875
E(X)	220	E(X')	130.9523809523
D(X)	25600	D(X')	7936.507936507
E(S)	16500	E(S')	2946.428571428
D(S)	5005500	D(S')	448666.4517857

xP	pX ^P (x)
35,71	0,33
107,14	0,27
178,57	0,20
250,00	0,13
321,43	0,07

4.9 Výpočet rizikového poistného

Používateľ, ktorý sa rozhodne pre konkrétny typ poistenia a spoluúčasti a je spokojný s výsledkami svojho výberu sa v kroku číslo šesť dostáva na výpočet samotného rizikového poistného. Netto poistné je oistné, ktoré je totožné so strednou hodnotou celkovej škody. Neberie do úvahy náklady poisťovne a ani zisk. Slúži iba na pokrytie očakávanej škody. V prípadoch vyššej škody by sa poisťovňa zákonite dostala do straty. Z tohoto dôvodu si poisťovňa odhaduje rizikovú prirážku, tak aby dokázala vyplácať poistné plnenie aj v prípade škôd vyšších ako očakávaných. Rizikové poistné nie je zatiaľ brutto poistné, lebo stále neuvažuje v sebe zisk ani náklady.

Naša aplikácia umožňuje rizikové poistné (ďalej len *RP*) vypočítať až dvoma spôsobmi. Jeden spôsob je pomocou priameho zadávania rizikovej prirážky, kde sa jedným

Obrázok 4.19 : Výpočet rizikového poistného

Aplikácia na výpočet poistného

Krok č.6: Výber spôsobu akým sa počíta RP

Rizikové poistné je také poistné, ktoré dokáže za istej pravdepodobnosti kryť aj neočakávané škody. Netto poistné je $E(S)$, teda stredná hodnota náhodnej premennej popisujúcej celkovú škodu. Ak by však v istom období boli škody vyššie ako očakávané (stredná hodnota = očakávaná hodnota), takéto poistné by nedokázalo kryť tieto škody. Poisťovne si pre to dávajú rizikovú prirážku, ktorá sa mení podľa spôsobu výpočtu. Najčastejšie používaná je θ (theta) - je to riziková prirážka počítaná pomocou strednej hodnoty, teda je to percento o ktoré navýšime netto poistné. V našom programe používame 3 typy výpočtu rizikového poistného a to pomocou :

- strednej hodnoty a rizikovej prirážky θ , ktorú sme už spomínali
- disperzie a rizikovej prirážky α , ktorá počíta s percentom rozptylu pridaného k $E(S)$
- štandardnej odchýlky a rizikovej prirážky β , teda percento $\sqrt{D(S)}$

Ak označíte priame zadávanie rizikovej prirážky, zadávate priamo percento, o ktoré sa netto poistné navýši jedným z troch spôsobov výpočtu, ak nie, riziková prirážka bude odhadnutá. Označte jednu z troch možností a rozhodnite sa, či si prajete odhad.

Odhad rizikovej prirážky pomocou strednej hodnoty

Odhad rizikovej prirážky pomocou disperzie

Odhad rizikovej prirážky pomocou štandardnej odchýlky

Priame zadanie rizikovej prirážky

Vypočítať Help

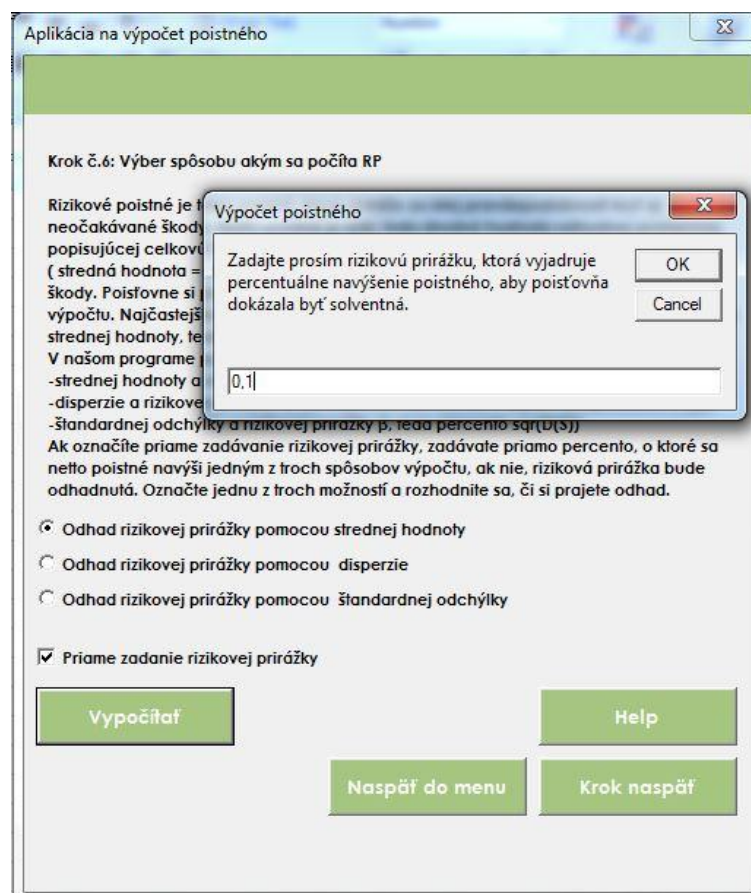
Naspäť do menu Krok naspäť

z troch princípov navýši $E(S')$. Druhý spôsob je odhadnutie rizikovej prirážky, tak aby poisťovňa bez uvažovania dokázala byť solventná s používateľom zadanou pravdepodobnosťou.

Metódy odhadu a výpočtu parametrov rizikových prirážok θ , α , a β rozoberáme v prvej kapitole práce, pre to si ich implementáciu veľmi na tomto mieste predstavovať nebudeme. Metodicky program využíva k odhadu funkciu výpočtu distribučnej funkcie normovaného normálneho rozdelenia, ktorú si kód VBA pomocou funkcie `application.worksheetfunction` „vyťahuje“ z Excelu. Užívateľ má však na vstupe a výstupe z programu veľmi jednoduchú a intuitívnu prácu.

Ako je na obrázku 4.19 vidno, používateľ našej aplikácie má na výber jeden z troch

Obrázok 4.20 : Vkladanie rizikovej prirážky θ



najpoužívanejších spôsobov pre výpočet rizikového poistného. Ak zaškrtnie možnosť „Priame zadanie rizikovej prirážky“ bude dotázaný pre vloženie rizikovej prirážky ako čísla. Pre ilustráciu, ak by zadal rizikovú prirážku rovnú 1, pri výpočte RP pomocou strednej hodnoty, by bola stredná hodnota celkovej škody $E(S')$ navýšená o 100%. Pre náš

modelový príklad sme si zadali rizikovú prirážku vo výške 10% , teda zadali sme hodnotu 0,1 (obr. č. 4.20).

Pri voľbe spôsobu odhadu rizikovej prirážky pomocou už spomínaného normovaného normálneho rozdelenia a zadanej pravdepodobnosti, s akou má byť pri danom *RP* poisťovňa solventná dostane používateľ dotaz o zadanie tejto pravdepodobnosti. Čím nastaví vyššiu pravdepodobnosť, tým bude odhadnuté rizikové poistné vyššie, no zároveň pokryje väčšiu časť škôd. Aby mohol používateľ využiť túto možnosť výpočtu *RP*, nesmie označiť možnosť zadania rizikovej prirážky priamo.

Obrázok 4.21 : Výsledok rizikového poistného v našom modelovom príklade



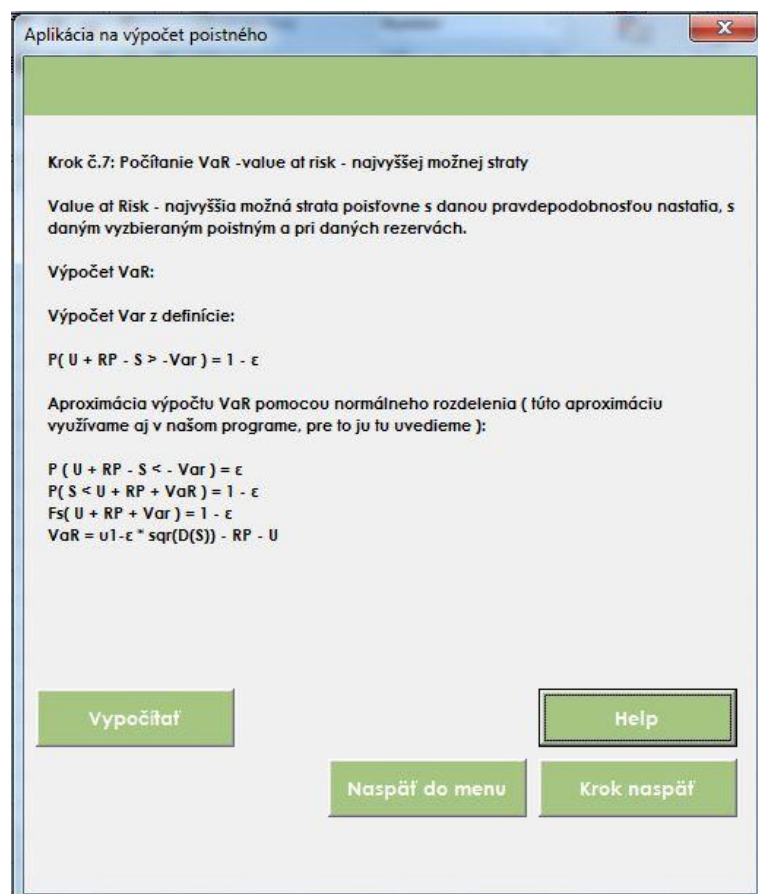
Ak používateľ zadá pravdepodobnosť zle, poprípade zle vyplní okno s rizikovou prirážkou program ho nepustí na ďalšie kroky. Počas všetkých výpočtov rovnako aplikácia overuje, či zadávame výlučne číselné hodnoty, a či tieto hodnoty dodržiavajú ich definičné obory. V opačnom prípade by nastávali pády programu, poprípade by vyhadzoval nesprávne výsledky, čo si ako riešiteľský nástroj, na ktorá sa používateľ stopercentne spolieha nemôže dovoliť.

Obrázok 4.21 ukazuje nami vypočítané rizikové poistné pomocou rizikovej prirážky θ s hodnotou 0,1. Takto vypočítané poistné je jednoduché pre aplikáciu v nasledujúcom kroku, kedy má používateľ možnosť počítat najvýznamnejší ukazovateľ miery rizika – Value at Risk.

4.10 Výpočet Value at Risk

V našej aplikácii na výpočet poistného dostala priestor aj najpoužívanejší ukazovateľ miery rizika – Value at Risk (ďalej len *VaR*). Cieľom programu bolo síce vytvoriť riešiteľský nástroj pre výpočet poistného, no *VaR* je najvýznamnejší ukazovateľ miery rizika a keďže sa nachádzame v problematike teórie rizika a počítania poistného s ktorými je *VaR* úzko spätý, považovali sme za dôležité ukázať jeho prepojenie s doposiaľ

Obrázok 4.22 : Výpočet *VaR*



aplikovanými skutočnosťami. Aktuár v poisťovni podľa projektu Solvency II má vytvárať interné modely, pre efektívnejšie riadenie rizika.

Value at Risk však ostáva v globálnom merítke najpoužívanejší spôsob v celom finančnom sektore, nielen poisťovníctve ako čo najefektívnejšie popísať mieru rizika a zjednodušene povedané vyjadruje najvyššiu možnú stratu z finančných, alebo v našom prípade poisťovacích operácií s predom danou pravdepodobnosťou.

Na úvodnej strane siedmeho kroku aplikácie používateľ vidí základný princíp, na akom výpočet VaR pracuje. Nie je priestor venovať sa jeho definíciám a princípu jeho odhadu detailne. Cieľom programu, a dôvodom, pre čo bol tento ukazovateľ implementovaný do našej aplikácie je ukázať, ako vplýva výber typu poistenia a spoluúčasti na množstvo rizika vyplývajúce z daného portfólia a finančnej straty v poisťovni. Je to jedna zo základných charakteristík, ktorú aktuár zohľadní pri výbere typu poistenia, výšky a type spoluúčasti a sumarizuje dohromady všetky aspekty, s ktorými sme sa doteraz zaoberali.

U – počiatočné rezervy na začiatku obdobia

$RP(t)$ – rizikové poistné v danom období

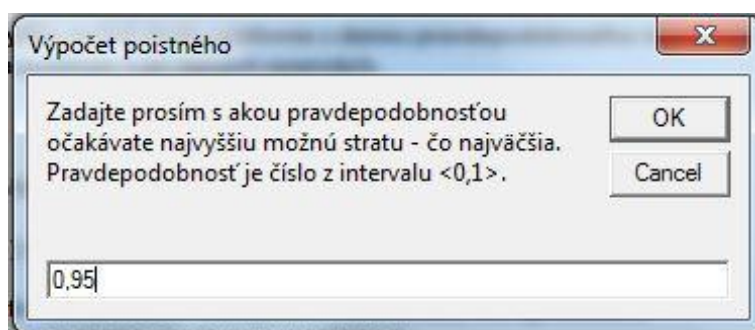
$S(t)$ – celková škoda v danom období

$$P(U + RP(t) - S(t) < -VaR^{abs}) = \bar{\epsilon}$$

Z daného vzorca vyplýva, že pravdepodobnosť, že suma počiatočných rezerv a vyzbieraného rizikového poistného, od ktorých odpočítame škody v danom období má byť s veľmi malou pravdepodobnosťou rovnou $\bar{\epsilon}$ menšia ako $-VaR^{abs}$. Ak tento vzťah upravíme dostaneme tvar, z ktorého vieme vyčítať, že VaR^{abs} je najvyššia možná strata pri pravdepodobnosti $p = 1 - \bar{\epsilon}$, vyzbieranom rizikovom poistnom v danom období a počiatočných rezervách z predošlých období. Hodnota sa dá aproximovať pomocou využitia kvantilu u_p distribučnej funkcie normálneho rozdelenia $N(E(S), D(S))$.

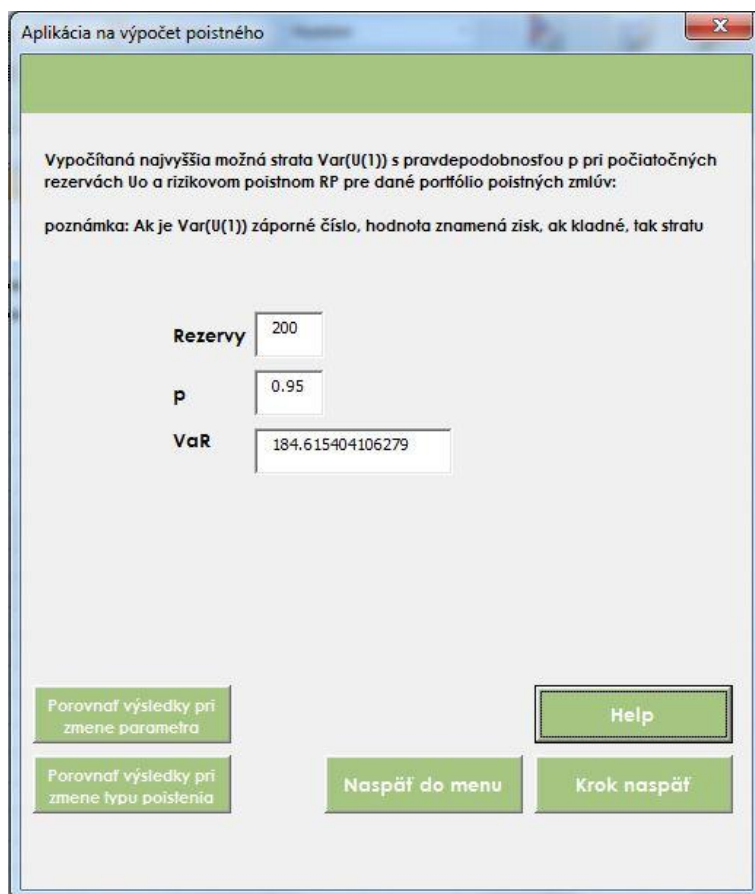
$$\text{Aproximácia : } VaR^{abs} \approx u_p - RP - U$$

Obrázok 4.23 : Zadaná pravdepodobnosť $p = 1 - \bar{\epsilon}$



Naša aplikácia má už uložené vypočítané rizikové poistné. Aby sme vypočítali hodnotu VaR , program nás vyzve na zadanie dvoch dôležitých skutočností. V prvom rade je to pravdepodobnosť p (obr. č. 4.23), a potom počiatkové rezervy. Software nie je obmedzený pri vkladaní počiatkových rezerv a tak môže používateľ experimentovať s ich výškou. Pri zjednodušenom zápise aproximácie výpočtu VaR , ktorá bola použitá na implementáciu do našej aplikácie pochopí používateľ, ako sa charakteristika VaR správa

Obrázok 4.24 : Hodnota VaR pri počiatkových rezervách 200 p.j.



Obrázok 4.25 : Hodnota VaR pri počiatkových rezervách 1000 p.j.

Aplikácia na výpočet poistného

Vypočítaná najvyššia možná strata $Var(U(1))$ s pravdepodobnosťou p pri počiatkových rezervách U_0 a rizikovom poistnom RP pre dané portfólio poistných zmlúv:

poznámka: Ak je $Var(U(1))$ záporné číslo, hodnota znamená zisk, ak kladné, tak stratu

Rezervy

p

VaR

Porovnať výsledky pri zmene parametra

Porovnať výsledky pri zmene typu poistenia

Naspäť do menu

Krok naspäť

Help

a akú na ňu majú jej premenné vplyv. Musíme navyše podotknúť, že VaR s kladným znamienkom znamená stratu, ale VaR ako záporná hodnota znamená zisk poisťovne pri daných parametroch.

Rizikové poistné a počiatkové rezervy ovplyvňujú hodnotu VaR nepriamo úmerne a zvyšujú alebo znižujú jeho hodnotu v absolútnych číslach. Ak vyberieme o 200 p.j. poistného v danom období viac, hodnota VaR nám klesne o 200 p.j. . Takisto sa správajú aj počiatkové rezervy, kedy na pokračovaní nášeho modelového príkladu ukazujeme rozdiel vo výške VaR pri zmene rezerv z pôvodných 200 p.j. na 1000 p.j (obr. č. 4.24 a 4.25)

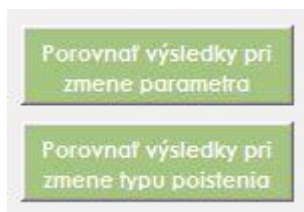
4.11 Ďalšie možnosti aplikácie – porovnávanie hodnôt

Po vypočítaní hodnoty VaR má používateľ presnú predstavu o tom, ako sa správa jeho fiktívne portfólio, ktoré si v predošlých siedmich krokoch vytvoril. Pozná jeho charakteristiky, pozná optimálne rizikové poistné aby udržal solventnosť, poprípade

zist'uje aký veľký zisk, poprípade akú stratu dosiahne s určitou pravdepodobnosťou, ak netto poisťné navýši o 10% (tak ako sme skúšali v našom modelovom príklade).

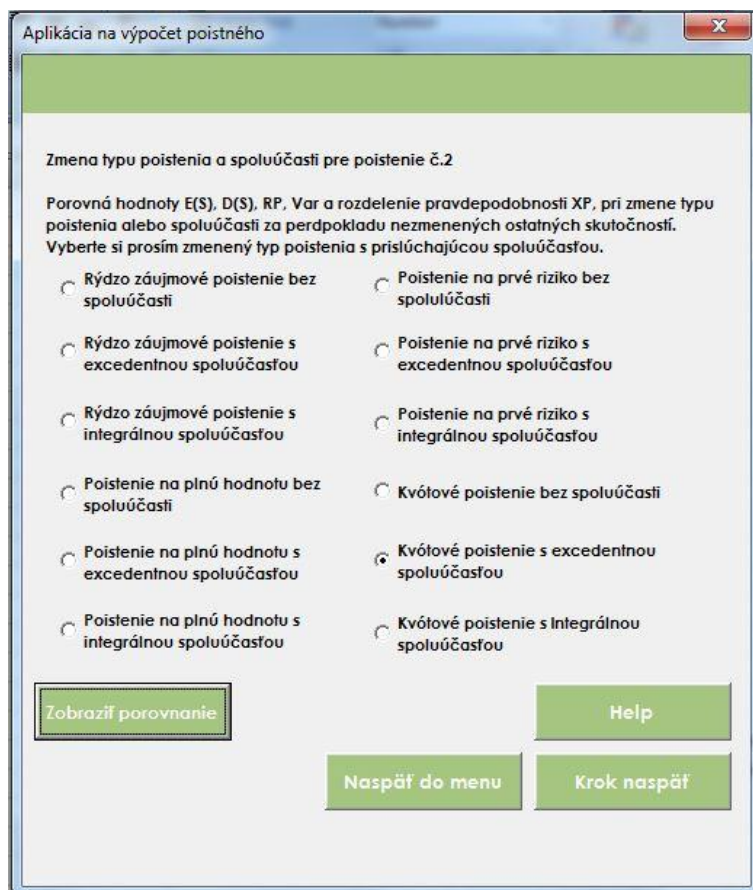
Na výstupnom formulári s výsledkom VaR sú v ľavom dolnom rohu tlačidlá, ktoré slúžia na porovnávanie výsledkov (obr. č. 4.26).

Obrázok 4.26 : Tlačidlá porovnávania hodnôt



Program umožňuje pre rýchle porovnanie údajov porovnávať dvoma spôsobmi 2 rôzne portfóliá. Tieto portfóliá obsahujú tie isté vstupné charakteristiky X a N , ako poistenie č.1 (to poistenie, ktoré sme vytvárali a analyzovali jeho dopady na poisťovňu v predošlých krokoch). Toto poistenie vieme pomocou našej aplikácie porovnať s druhým poistením, pri ktorom vieme zmeniť jeho typ a spoluúčasť, alebo parametre – franšízu F

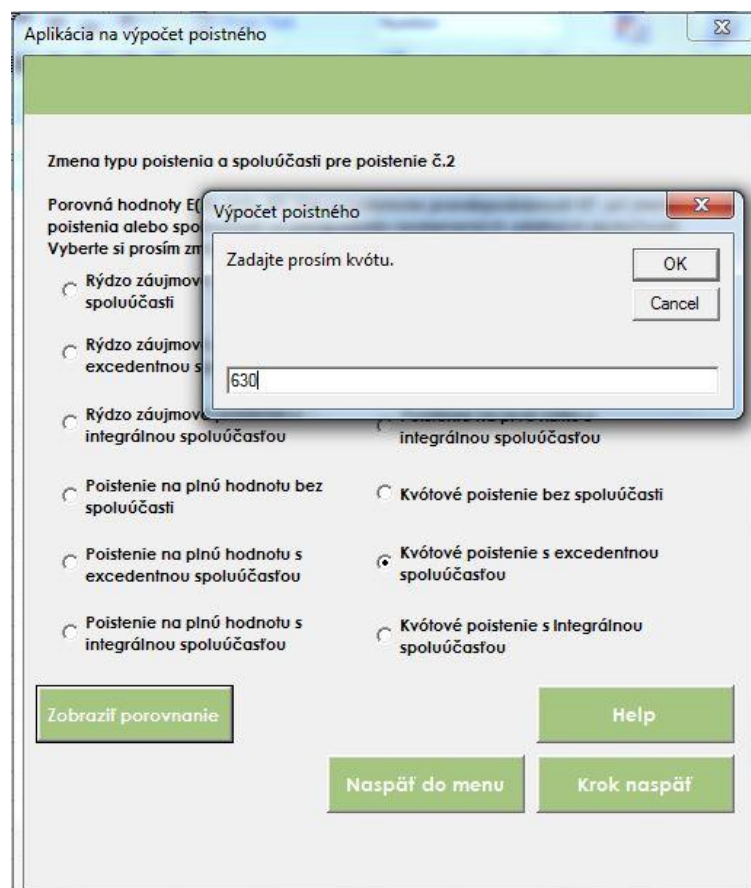
Obrázok 4.27 : Zmena typu poistenia alebo spoluúčasti



a poistnú sumu S . Aplikácia počíta s tým, že pre používateľa je na pochopenie a prezentovanie zmien jasnejšie prezentovať zmenu jedného parametra ako viacerých naraz, pre to tieto dve možnosti schválne nekombinuje.

Na obrázku 4.27 vidíme možnosti, ako zvoliť nový typ poistenia alebo spoluúčast'. Užívateľ je už v tomto kroku oboznámený s tým, ako jednotlivé typy poistení vyzerajú a správajú sa, jeho cieľom je len porovnať dopad týchto poistení. Pri stlačení tlačidla „Zobraziť porovnanie“ si od neho program vyžiada zadanie novej kvóty – v prípade kvótového poistenia. Ak náhodou porovnáva iba zmenu typu spoluúčasti pri kvótovom poistení, je potrebné aby zadal takú istú kvótu ako pri poistení č.1. Program meniť kvótu schválne nezamedzuje z dôvodu, že aj ona je jedným z parametrov, ktorých vplyv na dané poistenie chceme skúmať. Dotazovacie okno pre novú kvótu aj so zadanou kvótou vo výške 630 vidíme na obrázku 4.28.

Obrázok 4.28 : Zvolené kvótové poistenie s excedentnou spoluúčast'ou a kvótou 630



Po zadaní kvóty sa program prepne do zobrazenia porovnávania 2 výsledkov. Naľavo – poistenie č.1 je výsledok z pôvodne zadaného a počítaného poistenia. Poistenie 2

– napravo, je výsledok poistenia s novo zadaným typom poistenia alebo franšízy (obr. č. 4.29).

Aplikácia na výsledkovom formulári zobrazuje výsledky prepočítanej tabuľky pravdepodobnostnej funkcie premennej $X^?$ – individuálnej výšky škody, vypisuje hodnoty strednej hodnoty a disperzie pre premennú $S^?$ celkovú škodu a najpodstatnejšie, vypisuje výšku rizikového poistného (pri pravdepodobnosti zachovania solventnosti, poprípade rizikovej prirážke ako má poistenie č.1) a VaR s rovnakými charakteristikami ako pri poistení č.1. Podľa týchto charakteristík si užívateľ rozhodne, ktorý typ poistenia mu prinesie pri daných charakteristikách najmenšiu mieru rizika a tým pádom najvyšší zisk z daného portfólia.

Tak ako sme mohli zmeniť typ poistenia alebo spoluúčasti meníme aj ostatné charakteristiky a pomocou tlačidla „Krok späť“ môžeme interaktívne porovnávať nekonečne veľa hodnôt, až si myslíme, že sme našli optimálne zloženie charakteristík a typu poistenia a spoluúčasti pre naše portfólio. Užívateľ má teda množstvo možností ako sa v našej práci realizovať.

Obrázok 4.29 : Výsledok porovnania poistení pri zmene typu poistenia

Porovnané výsledky pri zmene typu poistenia alebo spoluúčasti:

Poistenie č.1		Poistenie č.2	
xP	pXP(x)	xP	pXP(x)
35,71	0,33	45,00	0,33
107,14	0,27	135,00	0,27
178,57	0,20	275,00	0,20
250,00	0,13	275,00	0,13
321,43	0,07	275,00	0,07

E(S) 2946.42857142 **E(S)** 3622.5
D(S) 170535.714285 **D(S)** 211952.7
RP 3241.07142857 **RP** 3984.75
VaR 184.615404106 **VaR** 195.012992666

Rezervy 200 **p** 0.95

Buttons: Help, Naspäť do menu, Krok naspäť

Záver

Vytvorená aplikácia sa snažila nielen zastávať úlohu riešiteľského nástroja, kam skúsený užívateľ zadá dáta, ktoré mu behom chvíľky vyústia do vypísaných výsledkov, no snaží sa držať logiky následnosti krokov aparátu formy poistení v teórii rizika, čím túto problematiku zatraktívni a priblíži aj ostatným užívateľom.

Náš program umožňuje nielen vypočítať poistné pre ľubovollnú kombináciu formy poistenia a spoluúčasti, ale zároveň interaktívne meniť a porovnávať získané výsledky, ktoré môžu slúžiť pre následné analýzy. Napriek tomu, že sa nám nepodarilo vytvoriť komplexný produkt, ktorý by umožňoval všetky možnosti, ktoré by náročný používateľ očakával, pre bežného používateľa, ktorý má šancu dostať sa k našej aplikácii a využiť ju ako riešiteľskú pomôcku pri modelových úlohách v teórii rizika, teda pre používateľa pre akého je určená, je vítaným pomocníkom, ktorý mu nielen ušetrí čas, ale zbaví ho nepríjemnej povinnosti mechanického počítania veľkého množstva hodôt, s ktorým je táto problematika spojená. Využitie programu Microsoft Excel a jeho integrovaného programovacieho jazyka na tvorbu procedúr VBA sa ukázalo naozaj ako efektívnym nástrojom.

V prvej kapitole sme sa snažili o oboznámenie čitateľa s problematikou poistenia, jeho foriem, opísali sme si ich princípy, využitie jednotlivých foriem v praxi, aplikáciu spoluúčasti na tieto typy a výpočet netto poistného a rizikového poistného. Taktiež sme spomenuli projekt Solvency II, ktorý v súčasnosti jedna z hlavných otázok, ktoré poisťovne vo svete riešia.

Druhá a tretia kapitola sa venovali cieľu tejto práce a metodike využitia programovacieho jazyka VBA pre náš cieľ. VBA je dôležitý nástroj v poisťovníckej praxi, kedy je nutnosťou každého aktuára jeho vysoká znalosť, lebo je to najdostupnejší programovací jazyk s ktorým sa stretáva. My sme z neho použili tie časti, ktoré nám pomohli vytvoriť rýchlu, stabilnú a užívateľsky prívetivú aplikáciu.

Záverečná kapitola sa venovala vytvorenej aplikácii, ktorú krok po kroku popísala, vysvetlila jej ovládacie prvky, zákonitosti, vyzdvihla prednosti a poukázala na nedostatky spojené s účelom tejto aplikácie. Teda že nami vytvorený program má byť v prvom rade riešiteľský program, ktorý pomôže užívateľovi skrátiť čas pri výpočte modelových príkladov v rámci daného aparátu teórie rizika a sústrediť sa na jeho lepšie pochopenie a schopnosti interpretovať a analyzovať dosiahnuté výsledky.

Zoznam tabuliek, grafov a obrázkov

Graf 1.1: rýdzo záujmové poistenie

Graf 1.2: Poistenie na plnú hodnotu

Graf 1.3: Poistenie na prvé riziko

Graf 1.4: Kvótové poistenie

Graf 1.5: Excedentná spoluúčasť

Graf 1.6: Integrálna spoluúčasť

Graf 1.7: poistenie na plnú hodnotu s excedentnou spoluúčasťou

Graf 1.8: Poistenie na prvé riziko s excedentnou spoluúčasťou

Graf 1.9: Kvótové poistenie s excedentnou spoluúčasťou

Graf 1.10: Poistenie na plnú hodnotu s integrálnou spoluúčasťou

Graf 1.11: Poistenie na prvé riziko s excedentnou spoluúčasťou

Graf 1.12: Kvótové poistenie s integrálnou spoluúčasťou

Obrázok 4.1: Hlavné menu

Obrázok 4.2: Príklad nápovedy po stlačení tlačidla „Help“

Obrázok 4.3: Inputbox pre priame vkladanie charakteristík náhodnej premennej N

Obrázok 4.4: Výber rozdelenia pravdepodobnosti náhodnej premennej N pre výpočet jej parametrov

Obrázok 4.5: Vkladanie parametrov pre binomické rozdelenie pravdepodobnosti

Obrázok 4.6: Tabuľka pre zadávanie hodnôt náhodnej premennej X

Obrázok 4.7: Chybová hláška upozorňujúca na zle zadané pravdepodobnosti $p(X)$

Obrázok 4.8: Nesprávne vpísané hodnoty náhodnej premennej X

Obrázok 4.9: Priestor pre vkladanie franšízy

Obrázok 4.10: Prvá zadaná franšíza, $F= 250$

Obrázok 4.11: Medzivýsledok pri aplikácii spoluúčasti s franšízou $F = 250$

Obrázok 4.12: Medzivýsledok pri aplikácii spoluúčasti s franšízou $F = 380$

Obrázok 4.13: Formulár zadania parametrov poistenia

Obrázok 4.14 : Formulár zadania parametrov poistenia s vyplnenou poistnou sumou

Obrázok 4.15 : Výber typu poistenia

Obrázok 4.16 : Výber typu spoluúčasti

Obrázok 4.17 : Porovnanie výsledku rýdzo zájmového poistenia bez spoluúčasti

Obrázok 4.18: Porovnanie poistenia na plnú hodnotu s excedentnou spoluúčasťou

Obrázok 4.20 : Vkládanie rizikovej prirážky θ

Obrázok 4.21 : Výsledok rizikového poistného v našom modelovom príklade

Obrázok 4.28 : Zvolené kvótové poistenie s excedentnou spoluúčasťou a kvótou 630

Obrázok 4.27 : Zmena typu poistenia alebo spoluúčasti

Obrázok 4.26 : Tlačidlá porovnávania hodnôt

Obrázok 4.25 : Hodnota VaR pri počiatočných rezervách 1000 p.j.

Obrázok 4.24 : Hodnota VaR pri počiatočných rezervách 200 p.j.

Obrázok 4.23 : Zadaná pravdepodobnosť $p = 1 - \bar{\epsilon}$

Obrázok 4.22 : Výpočet VaR

Obrázok 4.29 : Výsledok porovnania poistení pri zmene typu poistenia

Tabuľka 4.1: Vysvetlenie skratiek medzivýsledkového formuláru

Zoznam použitej literatúry

Knihy:

1. HORÁKOVÁ G., MUCHA V. *Teória rizika v poistení I. časť*. Bratislava: Vydavateľstvo EKONÓM, 2006, 174 s. ISBN 80-225-2141-8.
2. HORÁKOVÁ G., MUCHA V. *Teória rizika v poistení II. časť*. Bratislava: Vydavateľstvo EKONÓM, 2008, 164 s. ISBN 978-80-225-2549-7.
3. FECENKO J. *Neživotné poistenie*. Bratislava: Vydavateľstvo EKONÓM, 2008, 164 s. ISBN 978-80-225-2549-7.
4. CIPRA T. *Pojistná matematika teorie a praxe*. Bratislava: Vydavateľstvo EKONÓM, 2008, 164 s. ISBN 978-80-225-2549-7.
5. HORÁKOVÁ G., HUŤKA V. *Teória pravdepodobnosti I*. Bratislava: Vydavateľstvo EKONÓM, 2004, 206 s. ISBN 80-225-1800-X
6. HUŤKA V. *Teória pravdepodobnosti II*. Bratislava: Vydavateľstvo EKONÓM, 2005, 204 s. ISBN 80-225-2040-3
7. KAAS R., GOOVAERTS M., DHAENE J., DENUIT M., *Modern Actuarial Risk Theory*. New York, Boston, Dordrecht, London, Moscow: Vydavateľstvo Kluwer Academic Publishers, 2001, 318 s. ISBN 0-7923-7636-6
8. WALKENBACH J. *Excel 2010 power proframing with VBA*. Indianapolis: Vydavateľstvo Wiley Publishing, Inc., 2010, 1038 s. ISBN 978-0-470-47535-5
9. WALKENBACH J. *Excel 2007 VBA programing for dummies*. Indianapolis: Vydavateľstvo Wiley Publishing, Inc., 2010, 401 s. ISBN 978-0-470-04674-6

Internetové zdroje:

1. NÁRODNÁ BANKA SLOVENSKA, *Solventnosť II*, Bratislava, 2012, dostupné na internete:

<http://www.nbs.sk/sk/dohlad-nad-financnym-trhom/dohlad-nad-poistovnictvom/solventnost-ii>

2. autor neznámy, *Poist'ovacia sústava*, dostupné na internete:

<http://www.spspart.edu.sk/oa/predmety/poe/307-poistovnictvo.doc>

Príloha

Výsledky modelového príkladu pri aplikácii všetkých foriem poistenia a spoluúčastí.

$N \sim Bi(500;0,15)$

X	100	200	300	400	500	600	700
p(X)	0,5	0,2	0,1	0,08	0,06	0,04	0,02

$$F = 250$$

$$S = 500$$

$$H = S_{\max} = 700$$

$$U = 600 \text{ (kvóta pre kvótové poistné)}$$

1) Rýdzo záujmové poistenie bez spoluúčasti:

Aplikácia na výpočet poistného

Porovnanie charakteristik portfólia- hodnoty pred aplikáciou poistenia a hodnoty po aplikácii konkrétneho poistenia:

Bez aplikácie poistenia		Rýdzo záujmové poistenie bez spoluúčasti	
E(N)	75	E(N')	75
D(N)	63.75	D(N')	63.75
E(X)	220	E(X')	220
D(X)	25600	D(X')	25600
E(S)	16500	E(S')	16500
D(S)	5005500	D(S')	5005500

xP	pX*P(x)
100,00	0,50
200,00	0,20
300,00	0,10
400,00	0,08
500,00	0,06
600,00	0,04
700,00	0,02

Počítať rizikové poistné

Help

Naspät do menu

Krok naspät

2) Rýdzo záujmové poistenie s excedentnou spoluúčasťou

Aplikácia na výpočet poistného

Porovnanie charakteristík portfólia- hodnoty pred aplikáciou poistenia a hodnoty po aplikácii konkrétneho poistenia:

Bez aplikácie poistenia		Rýdzo záujmové poistenie s excedentnou spoluúčasťou	
$E(N)$	75	$E(N')$	22.5
$D(N)$	63.75	$D(N')$	21.4875
$E(X)$	220	$E(X')$	183.3333333333
$D(X)$	25600	$D(X')$	15555.55555555
$E(S)$	16500	$E(S')$	4125
$D(S)$	5005500	$D(S')$	879380.7375

xP	pX'P(x)
50,00	0,33
150,00	0,27
250,00	0,20
350,00	0,13
450,00	0,07

Počítať rizikové poistné

Help

Naspäť do menu

Krok naspäť

3) Rýdzo záujmové poistenie s integrálnou spoluúčasťou

Aplikácia na výpočet poistného

Porovnanie charakteristík portfólia- hodnoty pred aplikáciou poistenia a hodnoty po aplikácii konkrétneho poistenia:

Bez aplikácie poistenia		Rýdzo záujmové poistenie s integrálnou spoluúčasťou	
$E(N)$	75	$E(N')$	22.5
$D(N)$	63.75	$D(N')$	21.4875
$E(X)$	220	$E(X')$	433.3333333333
$D(X)$	25600	$D(X')$	15555.55555555
$E(S)$	16500	$E(S')$	9750
$D(S)$	5005500	$D(S')$	3307505.7375

xP	pX'P(x)
300,00	0,33
400,00	0,27
500,00	0,20
600,00	0,13
700,00	0,07

Počítať rizikové poistné

Help

Naspäť do menu

Krok naspäť

4) Poistenie na plnú hodnotu bez spoluúčasti

Aplikácia na výpočet poistného

Porovnanie charakteristík portfólia- hodnoty pred aplikáciou poistenia a hodnoty po aplikácii konkrétneho poistenia:

Bez aplikácie poistenia		Poistenie na plnú hodnotu bez spoluúčasti	
E(N)	75	E(N')	75
D(N)	63.75	D(N')	63.75
E(X)	220	E(X')	157.1428571428
D(X)	25600	D(X')	13061.22448979
E(S)	16500	E(S')	11785.71428571
D(S)	5005500	D(S')	2553826.530612

xP	pX'P(x)
71,43	0,50
142,86	0,20
214,29	0,10
285,71	0,08
357,14	0,06
428,57	0,04
500,00	0,02

Počítať rizikové poistné

Help

Naspäť do menu

Krok naspäť

5) Poistenie na plnú hodnotu s excedentnou spoluúčast'ou

Aplikácia na výpočet poistného

Porovnanie charakteristík portfólia- hodnoty pred aplikáciou poistenia a hodnoty po aplikácii konkrétneho poistenia:

Bez aplikácie poistenia		Poistenie na plnú hodnotu s excedentnou spoluúčast'ou	
E(N)	75	E(N')	22.5
D(N)	63.75	D(N')	21.4875
E(X)	220	E(X')	130.9523809523
D(X)	25600	D(X')	7936.507936507
E(S)	16500	E(S')	2946.428571428
D(S)	5005500	D(S')	448666.4517857

xP	pX'P(x)
35,71	0,33
107,14	0,27
178,57	0,20
250,00	0,13
321,43	0,07

Počítať rizikové poistné

Help

Naspäť do menu

Krok naspäť

6) Poistenie na plnú hodnotu s integrálnou spoluúčasťou

Aplikácia na výpočet poistného

Porovnanie charakteristík portfólia- hodnoty pred aplikáciou poistenia a hodnoty po aplikácii konkrétneho poistenia:

Bez aplikácie poistenia		Poistenie na plnú hodnotu s integrálnou spoluúčasťou	
$E(N)$	75	$E(N')$	22.5
$D(N)$	63.75	$D(N')$	21.4875
$E(X)$	220	$E(X')$	309.5238095238
$D(X)$	25600	$D(X')$	7936.507936508
$E(S)$	16500	$E(S')$	6964.285714285
$D(S)$	5005500	$D(S')$	1687505.7375

xP	pX'P(x)
214,29	0,33
285,71	0,27
357,14	0,20
428,57	0,13
500,00	0,07

Počítať rizikové poistné

Help

Naspäť do menu

Krok naspäť

7) Poistenie na prvé riziko bez spoluúčasti

Aplikácia na výpočet poistného

Porovnanie charakteristík portfólia- hodnoty pred aplikáciou poistenia a hodnoty po aplikácii konkrétneho poistenia:

Bez aplikácie poistenia		Poistenie na prvé riziko bez spoluúčasti	
$E(N)$	75	$E(N')$	75
$D(N)$	63.75	$D(N')$	63.75
$E(X)$	220	$E(X')$	212
$D(X)$	25600	$D(X')$	19856
$E(S)$	16500	$E(S')$	15900
$D(S)$	5005500	$D(S')$	4354380

xP	pX'P(x)
100,00	0,50
200,00	0,20
300,00	0,10
400,00	0,08
500,00	0,06
500,00	0,04
500,00	0,02

Počítať rizikové poistné

Help

Naspäť do menu

Krok naspäť

8) Poistenie na prvé riziko s excedentnou spoluúčasťou

Aplikácia na výpočet poistného

Porovnanie charakteristík portfólia- hodnoty pred aplikáciou poistenia a hodnoty po aplikácii konkrétneho poistenia:

Bez aplikácie poistenia		Poistenie na prvé riziko s excedentnou spoluúčasťou	
$E(N)$	75	$E(N')$	22.5
$D(N)$	63.75	$D(N')$	21.4875
$E(X)$	220	$E(X')$	156.666666666
$D(X)$	25600	$D(X')$	7288.888888888
$E(S)$	16500	$E(S')$	3525
$D(S)$	5005500	$D(S')$	550580.7375

xP	pX'P(x)
50,00	0,33
150,00	0,27
250,00	0,20
250,00	0,13
250,00	0,07

Počítať rizikové poistné

Help

Naspäť do menu

Krok naspäť

9) Poistenie na prvé riziko s integrálnou spoluúčasťou

Aplikácia na výpočet poistného

Porovnanie charakteristík portfólia- hodnoty pred aplikáciou poistenia a hodnoty po aplikácii konkrétneho poistenia:

Bez aplikácie poistenia		Poistenie na prvé riziko s integrálnou spoluúčasťou	
$E(N)$	75	$E(N')$	22.5
$D(N)$	63.75	$D(N')$	21.4875
$E(X)$	220	$E(X')$	406.666666666
$D(X)$	25600	$D(X')$	7288.888888888
$E(S)$	16500	$E(S')$	9150
$D(S)$	5005500	$D(S')$	2768705.7375

xP	pX'P(x)
300,00	0,33
400,00	0,27
500,00	0,20
500,00	0,13
500,00	0,07

Počítať rizikové poistné

Help

Naspäť do menu

Krok naspäť

10) Kvótové poistenie bez spoluúčasti

Aplikácia na výpočet poistného

Porovnanie charakteristík portfólia- hodnoty pred aplikáciou poistenia a hodnoty po aplikácii konkrétneho poistenia:

Bez aplikácie poistenia		Kvótové poistenie bez spoluúčasti	
$E(N)$	75	$E(N')$	75
$D(N)$	63.75	$D(N')$	63.75
$E(X)$	220	$E(X')$	186
$D(X)$	25600	$D(X')$	16991.75510204
$E(S)$	16500	$E(S')$	13950
$D(S)$	5005500	$D(S')$	3479876.632653

xP	pX'P(x)
85,71	0,50
171,43	0,20
257,14	0,10
342,86	0,08
428,57	0,06
500,00	0,04
500,00	0,02

Počítať rizikové poistné

Help

Naspäť do menu

Krok naspäť

11) Kvótové poistenie s excedentnou spoluúčasťou

Aplikácia na výpočet poistného

Porovnanie charakteristík portfólia- hodnoty pred aplikáciou poistenia a hodnoty po aplikácii konkrétneho poistenia:

Bez aplikácie poistenia		Kvótové poistenie s excedentnou spoluúčasťou	
$E(N)$	75	$E(N')$	22.5
$D(N)$	63.75	$D(N')$	21.4875
$E(X)$	220	$E(X')$	162.8571428571
$D(X)$	25600	$D(X')$	11151.02040816
$E(S)$	16500	$E(S')$	3664.285714285
$D(S)$	5005500	$D(S')$	668632.2681122

xP	pX'P(x)
42,86	0,33
128,57	0,27
285,71	0,20
285,71	0,13
285,71	0,07

Počítať rizikové poistné

Help

Naspäť do menu

Krok naspäť

12) Kvótové poistenie s integrálnou spoluúčasťou

Aplikácia na výpočet poistného

Porovnanie charakteristík portfólia - hodnoty pred aplikáciou poistenia a hodnoty po aplikácii konkrétneho poistenia:

Bez aplikácie poistenia		Kvótové poistenie s integrálnou spoluúčasťou	
$E(N)$	75	$E(N')$	22.5
$D(N)$	63.75	$D(N')$	21.4875
$E(X)$	220	$E(X')$	377.1428571428
$D(X)$	25600	$D(X')$	11151.02040816
$E(S)$	16500	$E(S')$	8485.714285714
$D(S)$	5005500	$D(S')$	2491132.268112

xP	$pX^P(x)$
257,14	0,33
342,86	0,27
500,00	0,20
500,00	0,13
500,00	0,07

Počítať rizikové poistné

Help

Naspäť do menu

Krok naspäť