

EKONOMICKÁ UNIVERZITA V BRATISLAVE
FAKULTA HOSPODÁRSKEJ INFORMATIKY

Evidenčné číslo: 103004/B/2015/36069194047431172

**MULTIKRITERIÁLNA ANALÝZA – METÓDY
STANOVENIA VÁH KRITÉRIÍ ZALOŽENÉ
NA ZNALOSTIACH DÔSLEDKOV VARIANTOV**

Bakalárska práca

2015

Tomáš Lazar

EKONOMICKÁ UNIVERZITA V BRATISLAVE
FAKULTA HOSPODÁRSKEJ INFORMATIKY

**MULTIKRITERIÁLNA ANALÝZA – METÓDY
STANOVENIA VÁH KRITÉRIÍ ZALOŽENÉ
NA ZNALOSTIACH DÔSLEDKOV VARIANTOV**

Bakalárska práca

Študijný program: Hospodárska informatika

Študijný odbor: 6292 Hospodárska informatika

Školiace pracovisko: Katedra aplikovanej informatiky

Vedúci záverečnej práce: doc. Ing. Peter Bednár, CSc.

Bratislava 2015

Tomáš Lazar

Čestné vyhlásenie

Čestne vyhlasujem, že záverečnú prácu som vypracoval samostatne a že som uviedol všetku použitú literatúru.

Dátum: 11. mája 2015

.....

(podpis študenta)

Pod'akovanie

Touto cestoval sa chcem pod'akovať vedúcemu práce doc. Ing. Petrovi Bednárovi, CSc. za užitočné rady, odbornú pomoc, pripomienky, návrhy a množstvo času, ktoré mi venoval pri písaní bakalárskej práce.

Abstrakt

LAZAR, Tomáš: *Multikriteriálna analýza - metódy stanovenia váh kritérií založené na znalostiach dôsledkov variantov* – Ekonomická univerzita v Bratislave. Fakulta hospodárskej informatiky; katedra aplikovanej informatiky. Vedúci záverečnej práce: doc. Ing. Peter Bednár, CSc. – Bratislava: FHI EU, 2015, počet strán: 57.

Cieľom tejto práce je komplexne opísať kompenzačnú metódu ako metódu stanovenia váh kritérií na základe znalostí dôsledkov variantov. Priblížili sme si tri postupy, na ktorých je metóda postavená. Aplikovaním týchto princípov na konkrétnom rozhodovacom probléme sme si jednotlivé postupy porovnali a rozanalyzovali. Práca je rozdelená do 5 kapitol, obsahuje 2 obrázky, 12 grafov a 16 tabuliek. V prvej kapitole sú charakterizované základné pojmy viackriteriálnej analýzy, klasifikácia metód stanovujúcich váhy kritérií, funkcia úžitku a kompenzačná metóda. V druhej časti sú zadané ciele tejto práce. Tretia kapitola obsahuje metodiku práce a metódy skúmania. V štvrtej kapitole sa nachádzajú tri metódy využívané pri stanovení váh kritérií. Výsledné váhy stanovené jednotlivými metódami kompenzačného princípu sa nachádzajú v piatej kapitole. V závere sú zosumarizované a porovnané výsledky riešenia. Výsledkom riešenia danej problematiky je opodstatnenie využitia troch metód kompenzačného princípu v praxi.

Kľúčové slová:

multikriteriálne rozhodovanie, váhy, kritéria, varianty, dôsledky, lineárna a nelineárna funkcia úžitku, kompenzačná metóda

Abstract

LAZAR, Tomáš: *Multi-criteria Decision Analysis - Methods for determining the weights of criteria based on the evaluation of particular alternatives* - University of Economics in Bratislava. Faculty of Economic Informatics; Department of Applied Informatics. Thesis supervisor: doc. Ing. Peter Bednár, CSc. – Bratislava: FHI EU, 2015, 57 pages.

The main goal of this thesis is complex description of compensation method as method for determining the weights of criteria based on the evaluation of particular alternatives. We elucidated three approaches of compensation method. By applying these principles at specific problem of decision each procedure was compared and analyzed. Thesis is divided into 5 chapters, it contains 2 pictures, 12 graphs and 16 tables. At the first chapter basic concepts of multi-criteria decision analysis, classification of methods for determining the weights of criteria, utility function and compensation method are characterized. At the second part are defined goals of the thesis. The third chapter contains methods and procedures. At fourth chapter are situated three methods used at determining the weights of criteria. Final weights that were set by each methods of compensation principle are situated at fifth chapter. At conclusion, results of solution are summarized and compared. The result of solution of this thesis is substantiation of using three methods of compensation principle in praxis.

Key words:

multi-criteria decision, weights, criteria, variants, consequences, linear and nonlinear utility function, compensation method

Obsah

Abstrakt	- 5 -
Abstract	- 6 -
Zoznam obrázkov	- 9 -
Zoznam grafov	- 9 -
Zoznam tabuliek	- 10 -
Úvod	- 11 -
1. Súčasný stav riešenej problematiky doma a v zahraničí	- 12 -
<i>1.1 Charakteristika základných pojmov</i>	<i>- 12 -</i>
1.1.1 Rozhodovací proces	- 12 -
1.1.2 Cieľ rozhodovania	- 12 -
1.1.3 Subjekt rozhodovania	- 12 -
1.1.4 Objekt rozhodovania.....	- 12 -
1.1.5 Kritéria rozhodovania	- 13 -
1.1.6 Varianty rozhodovania.....	- 13 -
1.1.7 Dôsledky variantov	- 14 -
1.1.8 Rozhodovacia matica.....	- 14 -
<i>1.2 Preferencia kritéria</i>	<i>- 15 -</i>
<i>1.3 Váhy kritérií</i>	<i>- 15 -</i>
<i>1.4 Klasifikácia metód na výpočet váh kritérií</i>	<i>- 16 -</i>
1.4.1 Metódy nevyžadujúce znalosť dôsledkov variantov.....	- 16 -
1.4.2 Metódy vyžadujúce znalosť dôsledkov variantov	- 16 -
<i>1.5 Funkcia úžitku</i>	<i>- 18 -</i>
<i>1.6 Preferenčná nezávislosť kritérií</i>	<i>- 20 -</i>
<i>1.7 Kompenzačná metóda</i>	<i>- 21 -</i>
2. Cieľ práce	- 22 -

3. Metodika práce a metódy skúmania	- 23 -
4. Výsledky práce	- 25 -
4.1 Prvá metóda kompenzačného princípu	- 25 -
4.2 Druhá metóda kompenzačného princípu	- 27 -
4.3 Tretia metóda kompenzačného princípu	- 29 -
5. Prípadová štúdia a diskusia	- 31 -
5.1 Predstavenie rozhodovacieho problému	- 31 -
5.2 Overenie preferenčnej nezávislosti medzi kritériami	- 33 -
5.3 Stanovenie váh kritérií na základe prvej metódy kompenzačného princípu	- 33 -
5.4 Stanovenie váh kritérií na základe druhej metódy kompenzačného princípu	- 39 -
5.4.1 Lineárna funkcia úžitku	- 39 -
5.4.2 Nelineárna funkcia úžitku	- 42 -
5.5 Stanovenie váh kritérií na základe tretej metódy kompenzačného princípu	- 46 -
5.5.1 Lineárna funkcia úžitku	- 46 -
5.5.2 Nelineárna funkcia úžitku	- 48 -
Záver	- 52 -
Použitá literatúra	- 56 -

Zoznam obrázkov

- Obr. č. 1: Klasifikácia metód na výpočet váh kritérií
- Obr. č. 2: Grafy parciálnych funkcií úžitku podľa typu kritérií

Zoznam grafov

- Graf č. 1: Graf parciálnej funkcie úžitku i-tého kritéria
- Graf č. 2: Lineárny priebeh funkcie váženého súčtu
- Graf č. 3: Graf s výslednými váhami stanovenými prvou metódou kompenzačného princípu využívajúci lineárnu funkciu váženého súčtu
- Graf č. 4: Lineárny priebeh funkcie základného variantu
- Graf č. 5: Graf s výslednými váhami stanovenými druhou metódou kompenzačného princípu využívajúci lineárnu funkciu základného variantu
- Graf č. 6: Nelineárny priebeh funkcie úžitku kritéria „Fotoaparát“
- Graf č. 7: Graf s výslednými váhami stanovenými druhou metódou kompenzačného princípu využívajúci nelineárnu funkciu úžitku
- Graf č. 8: Lineárny priebeh funkcie úžitku
- Graf č. 9: Graf s výslednými váhami stanovenými treťou metódou kompenzačného princípu využívajúci lineárnu funkciu úžitku
- Graf č. 10: Grafy parciálnych nelineárnych funkcií úžitkov kritérií
- Graf č. 11: Graf s výslednými váhami stanovenými treťou metódou kompenzačného princípu využívajúci nelineárne funkcie úžitkov
- Graf č. 12: Komparácia výsledných váh kritérií

Zoznam tabuliek

- Tab. č. 1: Kritéria rozhodovacieho problému
- Tab. č. 2: Model rozhodovacej situácie
- Tab. č. 3: Rozhodovacia matica s dôsledkami variantov podľa maximilizačných kritérií
- Tab. č. 4: Znormované hodnoty dôsledkov variantov pomocou lineárnej funkcie úžitku
- Tab. č. 5: Fiktívne varianty s dôsledkami podľa jednotlivých kritérií
- Tab. č. 6: Výsledné váhy získané prvou metódou kompenzačného princípu
- Tab. č. 7: Znormované hodnoty dôsledkov variantov pomocou lineárnej funkcie úžitku
- Tab. č. 8: Výsledné váhy získané druhou metódou kompenzačného princípu pri využití lineárnej funkcie úžitku
- Tab. č. 9: Znormované hodnoty dôsledkov variantov pomocou nelineárnej funkcie úžitku
- Tab. č. 10: Výsledné váhy získané druhou metódou kompenzačného princípu pri využití nelineárnej funkcie úžitku
- Tab. č. 11: Znormované hodnoty dôsledkov variantov pomocou lineárnej funkcie úžitku
- Tab. č. 12: Výsledné váhy vypočítané treťou metódou kompenzačného princípu pri lineárnej funkcii úžitku.
- Tab. č. 13: Znormované hodnoty dôsledkov variantov pomocou parciálnych nelineárnych funkcií úžitkov
- Tab. č. 14: Výsledné váhy vypočítane treťou metódou kompenzačného princípu pri parciálnych nelineárnych funkciách úžitkov
- Tab. č. 15: Komparácia metód určujúcich váhy kritérií
- Tab. č. 16: Komparácia výsledkov riešenia rozhodovacieho problému

Úvod

Každodenne je každý z nás vystavovaný rozličným rozhodovacím problémom, ktoré musíme vhodne zvoleným spôsobom vyriešiť. S takýmito problémami sa stretávajú ľudia či už v osobnom, pracovnom, ale aj v školskom prostredí. Manažéri na vrcholových miestach veľkých korporácií rozhodujú o správnom investovaní, aby zabezpečili rentabilitu spoločnosti, podnikatelia a obchodníci sa taktiež snažia viesť svoje firmy takým spôsobom, aby prilákali zákazníkov a predstavovali zdravú konkurenciu ostatným podnikateľským jednotkám. V politike sa prijímajú rozhodnutia, ktoré majú pomôcť v rozvoji samotnej krajiny alebo regiónov. Bežní ľudia môžu plánovať kúpu nového mobilného telefónu. Ak všetky tieto spomenuté subjekty chcú prijať z viacerých variantov riešenia to správne rozhodnutie, potrebujú určitý algoritmus, pomocou ktorého sa im to podarí.

Oblasť viackriteriálnej (multikriteriálnej) analýzy popisuje špecifické metódy pri riešení rozhodovacích problémov za predpokladu, že poznáme varianty riešenia problému a kritéria, podľa ktorých sa jednotlivé varianty hodnotia a navzájom porovnávajú. Predmetom tejto bakalárskej práce budú práve kritéria rozhodovania a konkrétne ich váhy. Nie každé kritérium, na základe ktorého sa rozhodujeme, má rovnakú dôležitosť. Môžu existovať také kritéria, ktoré absolútne zaväzujú pri riešení rozhodovacieho problému, ale aj také, ktoré v konečnom dôsledku sú bezvýznamné. Naším problémom je určiť dôležitosť jednotlivých kritérií. Na ich určenie sa využívajú váhy, ktoré môžeme vypočítať viacerými metódami. My sa zameriame na skupinu metód založenú na znalostiach dôsledkov variantov, konkrétne na kompenzačnú metódu a jej tri možné alternatívy.

1. Súčasný stav riešenej problematiky doma a v zahraničí

V prvej kapitole tejto bakalárskej práce charakterizujeme základné pojmy z viackriteriálnej analýzy. Klasifikujeme metódy na výpočet váh kritérií. Taktiež sa oboznámime s funkciou úžitku, ktorú budeme používať pri vybraných metódach na výpočet váh kritérií pracujúcich na základe znalostí dôsledkov variantov.

1.1 Charakteristika základných pojmov

1.1.1 *Rozhodovací proces*

„Rozhodovacími procesmi sa najčastejšie rozumejú procesy riešenia problémov s viac ako jedným variantom riešenia.“¹

Rozhodovanie patrí k najvýznamnejším aktivitám, ktoré vykonávajú manažéri podnikov. Preto sa často považuje za jadro manažmentu. Pre správne rozhodnutie je potrebný výber z rozmanitých možností riešenia, ktorými sa môže vyriešiť problém, o ktorom sa rozhoduje. Správny výber, t.j. výber optimálneho variantu je možný len vtedy, ak sa vyhodnotia rôzne možnosti vzhľadom na vytýčený cieľ.

1.1.2 *Cieľ rozhodovania*

„Cieľom rozhodovania rozumieme budúci stav okolia rozhodovateľa, vyplývajúci z nutnosti uspokojiť určité potreby.“² Riešením rozhodovacieho problému je nadobudnutie tohto stavu.

1.1.3 *Subjekt rozhodovania*

Subjekt rozhodovania (rozhodovateľ) sa označuje osoba alebo skupina osôb, ktorá rozhoduje, t.j. volí variant určený k realizácii.

1.1.4 *Objekt rozhodovania*

Určitým protipólom subjektu rozhodovania je objekt rozhodovania. Tento objekt predstavuje systém, v rámci ktorého bol formulovaný rozhodovací problém, stanovený cieľ riešenia, kritéria a varianty rozhodovania.

¹ FOTR, J. – PÍŠEK, M. 1986. *Exaktní metody ekonomického rozhodování..* Praha: Academia, 1986, s.9. ISBN 21-013-86

² FOTR, J. – PÍŠEK, M. 1986. *Exaktní metody ekonomického rozhodování..* Praha: Academia, 1986, s.10. ISBN 21-013-86

1.1.5 Kritéria rozhodovania

„Kritéria rozhodovania predstavujú hľadiská zvolené rozhodovateľom, podľa ktorých sa posudzuje vhodnosť jednotlivých variantov.“³

Určiť kritéria hodnotenia, znamená stanoviť doplňujúce informácie, na základe ktorých budú varianty posudzované. Množinu m kritérií označujeme ako $K = \{K_1, K_2, \dots, K_n\}$, pričom K_1, K_2, \dots, K_n vyjadrujú jednotlivé kritéria. Pri návrhu kritérií treba dávať pozor na to, aby kritérium malo pre výber zmysel a prínos. Musíme vedieť čo požadujeme a musíme to vedieť naformulovať tak, aby sme boli schopní previesť jednoznačný výber.

Pri procese akéhokoľvek rozhodovania sa môžu uplatniť štyri typy kritérií:

- a) Maximalizačné kritérium – je také kritérium, podľa ktorého najlepšie varianty majú najvyššie hodnoty. Príkladom pre také kritérium môže byť životnosť výrobku.
- b) Minimalizačné kritérium – je opakom maximalizačného. Podľa takého kritéria najlepšie varianty majú najnižšie hodnoty. Príkladom môže byť cena.
- c) Kvantitatívne kritérium – musí byť jednoznačne merateľné. Vieme mu prisúdiť číselnú hodnotu. Príkladom je napr. životnosť ale aj cena.
- d) Kvalitatívne kritérium – nie je priamo merateľné, vyjadruje len kvalitu vlastností, ktoré sú ohodnotené slovne. Pri tomto type kritéria je nevyhnutné stanoviť spôsob merateľného ohodnotenia. Ako vhodné spôsoby predpokladáme bodovanie alebo známkovanie.

1.1.6 Varianty rozhodovania

„Variant rozhodovania predstavuje možný spôsob jednania rozhodovateľa, ktorý má viesť k riešeniu rozhodovacieho problému.“⁴

Variantmi rozumieme rôzne entity, ktoré môžeme navzájom porovnávať alebo môžeme uvažovať pre výber v určitom konkrétnom rozhodovaní. Súbor n variantov sa označuje ako $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$, pričom x_1, x_2, \dots, x_n predstavujú jednotlivé konkrétne varianty. Platí, že čím je súbor variantov väčší, tým viac sa dá očakávať, že nájdený optimálny variant skutočne zodpovedá stanovenému cieľu rozhodovania.

³ FOTR, J. – PÍŠEK, M. 1986. *Exaktní metody ekonomického rozhodování*. Praha: Academia, 1986, s.10. ISBN 21-013-86

⁴ FOTR, J. – ŠVECOVÁ, L. - KOL. 2010. *Manažérske rozhodování: postupy, metody a nástroje*. 2. vyd. Praha 4: Ekopress, 2010, s.28. ISBN 978-80-86929-59-0

Rozoznávame viacero typov variantov:

- a) Ideálny variant – dosahuje vo všetkých kritériách súčasne najlepšie hodnoty, ak takýto variant nájdeme, tak proces rozhodovania končí.
- b) Bazálny variant – dosahuje vo všetkých kritériách súčasne najhoršie hodnoty, ak takýto variant nájdeme, tak ho vypustíme z variantov, čím dochádza k ich redukcii.
- c) Dominujúci a dominovaný variant – dominujúci variant je lepšie hodnotený aspoň podľa jedného kritéria, pričom ostatné nie sú horšie. Variant od ktorého je dominujúci variant lepší sa nazýva dominovaný variant, ak ho nájdeme, tak ho vypustíme z variantov.
- d) Paretovský variant – nie je dominovaný žiadnym iným variantom.
- e) Kompromisný variant – len zriedka sa podarí nájsť v úlohe viackriteriálneho rozhodovania ideálny variant, vtedy kompromisný variant považujeme za najlepší, optimálny pre riešenie rozhodovacieho problému.

1.1.7 Dôsledky variantov

S variantmi rozhodovania sú spojené dôsledky. Pod týmto pojmom si môžeme predstaviť hodnoty posudzovaných variantov.

„Dôsledky variantov sa vyjadrujú vždy vzhľadom k jednotlivým kritériám hodnotenia.“⁵

Pri kvantitatívnych kritériách majú podobu čísel, pri kvalitatívnych podobu slovných popisov.

1.1.8 Rozhodovacia matica

Model rozhodovacej situácie vieme zapísať vo forme *rozhodovacej matice* ak poznáme konečnú množinu variantov hodnotenú podľa jednotlivých kritérií. Prvky rozhodovacej matice, resp. dôsledky variantov vzhľadom k jednotlivým kritériám označíme x_{ij} , pričom $i=\{1,2,\dots,n\}$ a $j=\{1,2,\dots,m\}$, potom vieme rozhodovaciu maticu zapísať v tvare:

⁵ FOTR, J. – ŠVECOVÁ, L. - KOL. 2010. *Manažérske rozhodování: postupy, metody a nástroje*. 2. vyd. Praha 4: Ekopress, 2010, s.29. ISBN 978-80-86929-59-0

$$\begin{matrix} & K_1 & K_2 & \cdots & K_m \\ X_1 & \left(x_{11} & x_{12} & \cdots & x_{1m} \right) \\ X_2 & \left(x_{21} & x_{22} & \cdots & x_{2m} \right) \\ \vdots & \left(\vdots & \vdots & \vdots & \vdots \right) \\ X_n & \left(x_{n1} & x_{n2} & \cdots & x_{nm} \right) \end{matrix} \quad (1.1)$$

1.2 Preferencia kritéria

Preferencia kritéria slúži na určenie jeho dôležitosti. Kritéria, ktoré sú dôležitejšie, majú väčšiu preferenciu, a teda aj väčší vplyv na samotné riešenie rozhodovacieho problému. Kritéria, ktoré sú menej dôležité, majú opačne menšiu preferenciu, zásadne neovplyvňujú konečné riešenie rozhodovacieho problému.

Na vyjadrenie preferencie kritéria existujú tri prístupy:

- Aspiračná úroveň – pri aspiračnej úrovni sú od používateľa vyžadované minimálne hodnoty pre jednotlivé kritéria, ktoré by mal variant dosiahnuť.
„Varianty, ktoré dosiahnu aspoň požadovanú aspiračnú úroveň sa nazývajú akceptovateľné varianty, ostatné varianty sú neakceptovateľné.“⁶
- Ordinálna informácia – táto metóda usporiada kritéria podľa dôležitosti. Kritériu, ktoré je najdôležitejšie prislúcha hodnota n , pričom n je počet kritérií. Následne ďalšiemu bude pridelená hodnota $n-1$. Analogicky určujeme hodnoty pre každé kritérium, kým najmenej dôležitému priradíme 1.
- Kardinálna informácia – metóda využíva pri hodnotení jednotlivých kritérií stupnicu. Najdôležitejšiemu kritériu prislúcha najväčšie číslo z intervalu a postupne bodovo hodnotí aj ostatné. Často sú využívané intervaly $\langle 0;10 \rangle$ resp. $\langle 0;100 \rangle$. Táto metóda na rozdiel od predošlých dokáže aj určiť o koľko je jedno kritérium dôležitejšie ako to druhé.

1.3 Váhy kritérií

Vyjadrujú informáciu o relatívnej dôležitosti jednotlivých kritérií. Čím je kritérium dôležitejšie, tým mu je priradená väčšia váha. Váhy kritérií označujeme ako w_1, w_2, \dots, w_m . V prípade, ak súčet váh nie je rovný 1, hovoríme o nenormovaných váhach. Pre efektívnejšiu prácu a možnosť porovnávania váh navzájom je ich potrebné znormovať. Pre normovanie váh využívame vzorec:

⁶ JABLONSKÝ, J. – FIALA, P. – MAŇAS, M. 1994. Viackriteriální rozhodování. 1. vyd. Praha: Vysoká škola ekonomická v Praze, 1994, s. 33. ISBN 80-7079-748-7

$$v_j = \frac{w_j}{\sum_{k=1}^m w_k}, \quad (1.2)$$

pričom $v_j \geq 0$, pre $\{j=1, 2, \dots, m\}$ predstavuje znormované váhy, ktoré nadobúdajú hodnoty z intervalu $\langle 0; 1 \rangle$ a pre ich súčet musí platiť nasledovný vzťah:

$$\sum_{j=1}^m v_j = 1, \quad (1.3)$$

1.4 Klasifikácia metód na výpočet váh kritérií

*„V súčasnej dobe existuje väčší počet metód, pomocou ktorých sa dajú stanoviť váhy jednotlivých kritérií rozhodovania. Tieto metódy sa navzájom odlišujú svojou zložitou, ale aj náročnosťou na informačné zabezpečenie.“*⁷

Z hľadiska informačného zabezpečenia vieme metódy stanovujúce váhy rozdeliť do dvoch skupín:

- a) Metódy, ktoré nevyžadujú znalosť dôsledkov variantov vzhľadom k jednotlivým kritériám rozhodovania
- b) Metódy predpokladajúce znalosť týchto dôsledkov

1.4.1 Metódy nevyžadujúce znalosť dôsledkov variantov

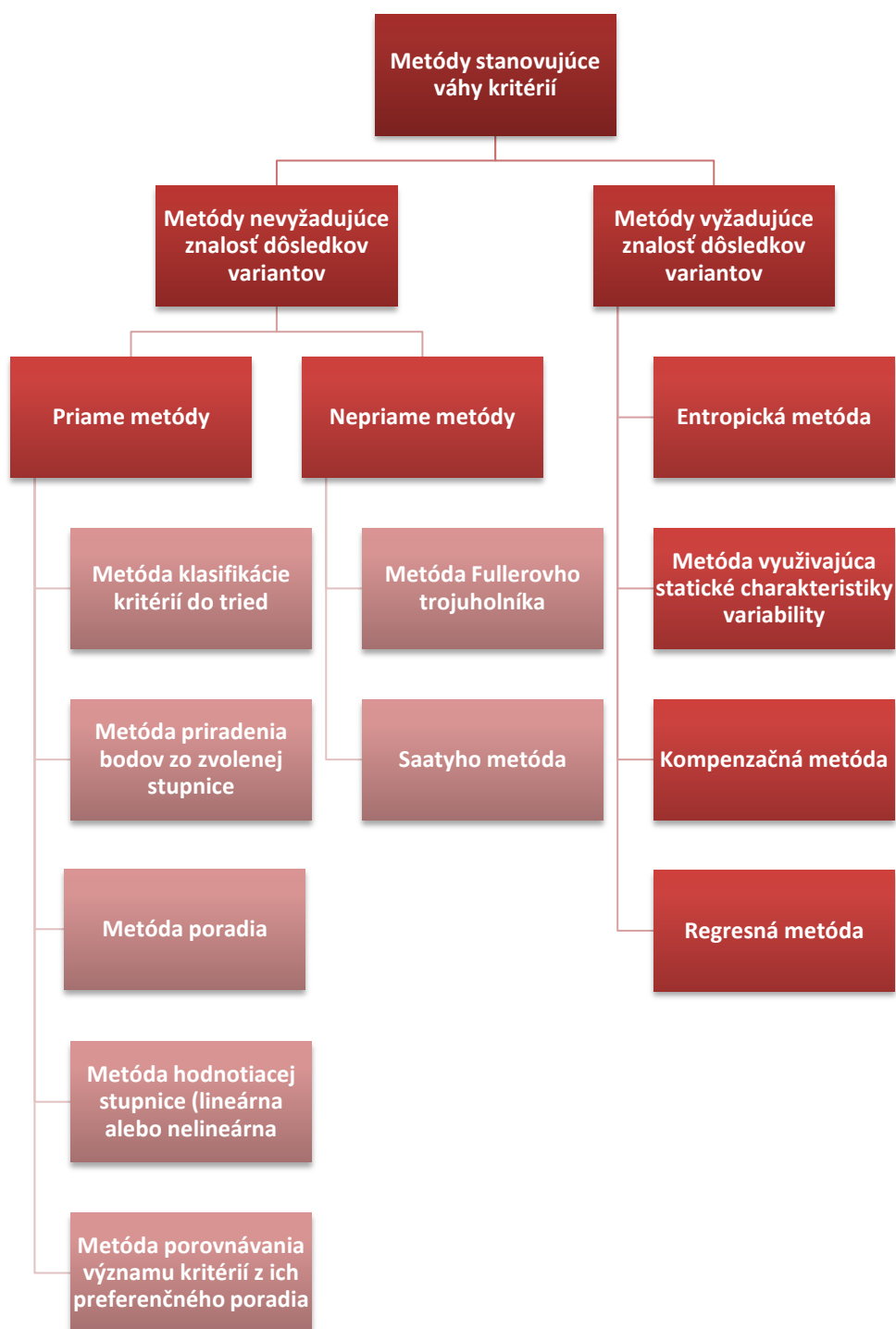
Túto skupinu metód môžeme rozdeliť na dve menšie podskupiny, a to na metódy priame a metódy nepriame. Obe podskupiny považujeme za výlučne subjektívne, keďže proces určovania váh kritérií spočíva na tíme expertov, ktorí dôverne poznajú problematiku a explicitne určujú váhy kritérií. Priame metódy sú jednoduchšie a nevyžadujú od hodnotiteľa väčšie nároky. Nepriame metódy sú zložitejšie, pri stanovení váh kritérií sa využívajú preferencie dvojíc kritérií.

1.4.2 Metódy vyžadujúce znalosť dôsledkov variantov

Proces výpočtu váh pomocou tejto skupiny metód je zložitejší a kladie väčšie nároky na hodnotiteľa. Výpočet váh využíva rozhodovaciu maticu a znalosť dôsledkov variantov.

⁷ FOTR, J. – PÍŠEK, M. 1986. *Exaktní metody ekonomického rozhodování*. Praha: Academia, 1986, s.22. ISBN 21-013-86

Obr. č. 1: Klasifikácia metód na výpočet váh kritérií⁸ (prevzaté, modifikované a doplnené)



⁸ FOTR, J. – ŠVECOVÁ, L. - KOL. 2010. *Manažérske rozhodovanie: postupy, metódy a nástroje*. 2. vyd. Praha 4: Ekopress, 2010, s.164. ISBN 978-80-86929-59-0

1.5 Funkcia úžitku

Predtým ako si popíšeme určovanie váh pomocou kompenzačnej metódy, je potrebné sa oboznámiť s funkciou úžitku, ktorá je úzko spojená práve s kompenzačnou metódou.

Funkcia úžitku v rámci viackriteriálneho rozhodovania sa podieľa na výbere kompromisného variantu, keďže je súčasťou metódy MAU (Multiattribute Utility Model). Táto metóda spočíva vo vyčísľovaní užitočnosti, s akou variant spĺňa kritéria. Rozhodovateľ individuálne určí pre jednotlivé kritéria vlastné parciálne funkcie úžitku. Následkom využitia týchto funkcií úžitkov sú normované hodnoty variantov podľa jednotlivých kritérií v intervale $\langle 0;1 \rangle$. Potom tvar:⁹

$$u(X) = \sum_{i=1}^n v_i * u_i(x_i), \quad (1.4)$$

vyjadruje zosumarizované a vážené funkcie úžitkov pre jednotlivé varianty pričom:

- X je variant rozhodovania,
- $u_i(x_i)$ je parciálna funkcia úžitku i -tého kritéria,
- x_i je dôsledok variantu vzhľadom k i -tému kritériu,
- v_i je váha i -tého kritéria,
- n je počet kritérií hodnotenia.

Úžitok jednotlivých variantov je vyjadrený reálnym číslom a má tú vlastnosť, že variant x_i je preferovaný pred variantom x_j práve vtedy, ak úžitok variantu x_i je väčší ako úžitok variantu x_j , teda platí:

$$x_i \succ x_j \Leftrightarrow u(x_i) > u(x_j). \quad (1.5)$$

Riešením rozhodovacieho problému je taký variant, pre ktorý platí, že jeho zosumarizovaná a vážená hodnota funkcie úžitku bude najväčšia.

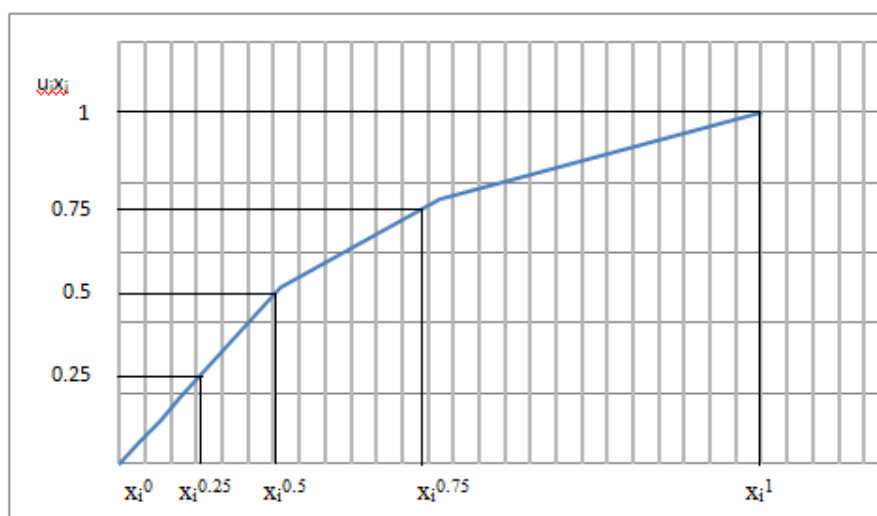
Stanovenie kompromisného variantu podľa tejto metódy je vysoko individuálny proces, pretože každý rozhodovateľ pracuje s inou funkciou úžitku.

„Ručná“ technika konštrukcie funkcií úžitku spočíva v stanovení najlepšieho a najhoršieho dôsledku vzhľadom na i -té kritérium. Pričom najlepšiemu dôsledku je priradená užitočnosť 1 a najhoršiemu 0. Potom sa stanoví dôsledok $x_i^{0,5}$, pre ktorý platí, že

⁹ FOTR, J. – ŠVECOVÁ, L. - KOL. 2010. *Manažérske rozhodování: postupy, metody a nástroje*. 2. vyd. Praha 4: Ekopress, 2010, s.179. ISBN 978-80-86929-59-0

jeho funkcia úžitku dosahuje hodnotu 0,5. Prírastok úžitku z dôsledku $x_i^{0,5}$ k najlepšiemu dôsledku je rovnaký ako prírastok od najhoršieho práve po dôsledok $x_i^{0,5}$. Rovnakým spôsobom sa stanovujú aj dôsledky pre $x_i^{0,75}$ a $x_i^{0,25}$, pričom hodnota funkcie úžitku pri prvom dôsledku je 0,75 a pri druhom je 0,25. Ak máme týchto 5 bodov stanovujúcich dôsledky parciálnej funkcie úžitku, tak potom môžeme zostrojiť túto funkciu graficky ich pospájaním.

Graf č. 1: Graf parciálnej funkcie úžitku i-tého kritéria¹⁰ (prevzaté, modifikované)



Výhodou funkcie úžitku je, že dokáže pracovať aj s maximalizačnými (kritéria výnosového typu) ale aj s minimalizačnými kritériami (kritéria nákladového typu), avšak treba mať na zreteli, že pri tvorbe grafu parciálnych funkcií úžitkov, ak pracujeme s maximalizačnými kritériami, tak funkcia úžitku nadobúda rastúci charakter, pri minimalizačných kritériách je to naopak.

Pri výnosovom type kritéria môže byť funkcia úžitku:

- lineárna – predpokladá proporcionálny nárast hodnoty úžitku pri zlepšení dôsledku variantu podľa určitého kritéria
- konkávna – vyjadruje neproporcionálny vzťah medzi hodnotami dôsledkov variantov podľa kritérií a ich úžitkami. Z počiatku zvýšenie dôsledku variantu podľa istého kritéria o jednu jednotku vyvolá relatívne veľký nárast hodnoty parciálnej funkcie úžitku daného kritéria, ale tempo rastu hodnoty úžitku pri zvyšovaní hodnôt dôsledkov variantov neustále klesá. Príkladom môže byť výhra

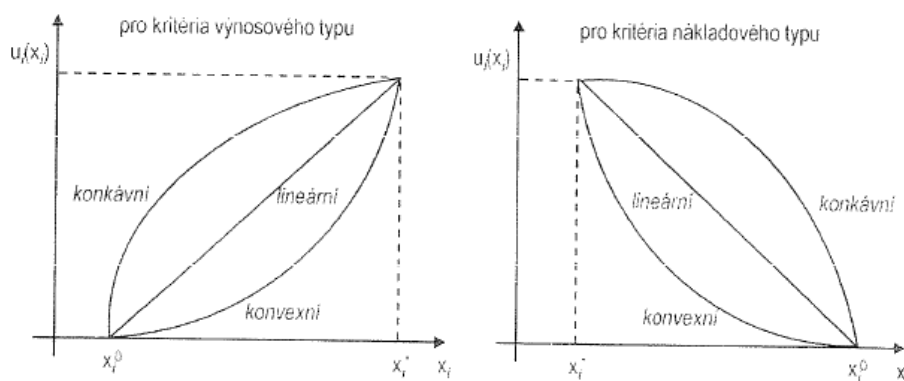
¹⁰ FOTR, J. – PÍŠEK, M. 1986. *Exaktní metody ekonomického rozhodování*. Praha: Academia, 1986, s.74. ISBN 21-013-86

100 000€ v lotérii. Človek disponujúci s majetkom približne 20 000€, bude mať podstatne väčší úžitok z prírastku jeho majetku pri tejto výhre ako človek s majetkom 1 000 000€.

- konvexná – taktiež vyjadruje neproporcionálny vzťah medzi dôsledkami variantov podľa jednotlivých kritérií a ich úžitkami. Ale na rozdiel od konkávneho typu na začiatku zvýšenie hodnoty kritéria o jednu jednotku, vyvolá nepatrný prírastok hodnoty parciálnej funkcie úžitku daného kritéria, pričom tempo rastu neustále rastie.

Pri nákladovom type kritéria je to obdobné ako pri výnosovom. Nasledujúci obrázok poukazuje na všetky možné tvary grafov funkcie úžitku.

Obr. č. 2: Grafy parciálnych funkcií úžitku podľa typu kritérií¹¹ (prevzaté)



1.6 Preferenčná nezávislosť kritérií

Pri písaní tejto podkapitoly sme vychádzali z literatúry (2). Tvar funkcie úžitku (1.4) nazývame aditívnym tvarom funkcie úžitku. „Obmedzujúcou podmienkou použitia aditívneho tvaru funkcie úžitku je vzájomná preferenčná nezávislosť kritérií.“¹²

„Dvojica kritérií rozhodovania (K_i , K_j) je preferenčne nezávislá na ostatných kritériách vtedy, ak preferenčné poradie variantov rozhodovania pri meniacich sa hodnotách kritérií K_i , K_j a pevných hodnotách ostatných kritérií nezávisí na pevne zvolených hodnotách ostatných kritérií.“¹³

¹¹ FOTR, J. – ŠVECŮVÁ, L. - KOL. 2010. *Manažérske rozhodovanie: postupy, metódy a nástroje*. 2. vyd. Praha 4: Ekopress, 2010, s.180. ISBN 978-80-86929-59-0

¹² JABLONSKÝ, J. – FIALA, P. – MAŇAS, M. 1994. *Viackritériální rozhodování*. 1. vyd. Praha: Vysoká škola ekonomická v Praze, 1994, s. 47. ISBN 80-7079-748-7

¹³ FOTR, J. – PÍŠEK, M. 1986. *Exaktní metody ekonomického rozhodování*. Praha: Academia, 1986, s 119. ISBN 21-013-86

Postup overovania preferenčnej nezávislosti dvojice kritérií od ostatných kritérií môžeme rozdeliť do dvoch krokov:

- V prvom kroku predpokladáme dvojicu indiferentných variantov. Variant A dosahuje najlepšie hodnoty podľa kritéria K_i a najhoršie podľa ostatných kritérií a variant B, ktorý dosahuje najlepšie hodnoty podľa K_j a najhoršie podľa ostatných. Indiferentné varianty ležia na rovnakej indiferenčnej krivke, čo znamená, že poskytujú subjektu rozhodovania rovnakú mieru užitočnosti, preto predpokladané varianty A a B sú pre subjekt rozhodovania rovnako dôležité.
- V druhom kroku overujeme, či indiferencia týchto dvoch variantov je platná aj v prípade, ak variant A dosahuje najlepšie hodnoty podľa všetkých kritérií okrem kritéria K_j a variant B taktiež najlepšie podľa všetkých kritérií okrem kritéria K_i .

Po dokázaní platnosti indiferencie týchto dvoch variantov, môžeme tvrdiť, že dvojica kritérií K_i a K_j je preferenčne nezávislá na ostatných kritériách. Takýto postup testovania preferenčnej nezávislosti opakujeme pre každú dvojicu kritérií.

1.7 Kompenzačná metóda

Kompenzačná metóda patrí do skupiny metód vyčísľujúcich váhy jednotlivých kritérií na základe znalostí dôsledkov variantov.

„Podstata tejto metódy spočíva v zisťovaní zmien hodnôt dôsledkov variantov vzhľadom k dvojici kritérií rozhodovania (t.j. v stanovení dvojíc indiferentných bodov).“¹⁴

Skúmaním problematiky určovania váh pomocou kompenzácií sme dospeli k záveru, že existujú tri rozdielne postupy výpočtu váh kritérií na základe kompenzačnej metódy. Jednotlivé spôsoby stanovení váh si opíšeme vo štvrtej kapitole tejto bakalárskej práce, a následne v prípadovej štúdií ich použijeme v konkrétnom rozhodovacom probléme. Pri každej metóde budeme využívať či už lineárnu, alebo aj nelineárnu funkciu úžitku, ktorú sme si teoreticky priblížili v predchádzajúcich podkapitolách. Myslíme si však, že kompenzačná metóda môže pracovať aj s inými funkciami a metódami, ale rozsah práce nám nedovoľuje sa hlbšie venovať tejto ďalšej problematike.

¹⁴ FOTR, J. – PÍŠEK, M. 1986. *Exaktní metody ekonomického rozhodování*. Praha: Academia, 1986, s.31. ISBN 21-013-86

2. Cieľ práce

Vo všeobecnosti platí, že pri riešení rozhodovacích problémov v rámci viackriteriálnej analýzy je potrebné vypočítať váhy kritérií. Obyčajne pri vyčísl'ovaní váh kritérií sa využíva skupina metód, ktorá nevyžaduje znalosť dôsledkov variantov. Napriek tomu si myslíme, že rovnako atraktívne môžu byť aj metódy vyžadujúce znalosť dôsledkov variantov, konkrétne skupina metód, založených na kompenzačnom princípe, aj keď náročnosť výpočtu váh je o niečo vyššia, v porovnaní s metódami, ktoré nepracujú s dôsledkami variantov.

Konkrétnym cieľom bakalárskej práce je analýza vybraných realizácií kompenzačnej metódy. Prvý a tretí algoritmus realizácie kompenzačnej metódy je vybraný z dostupnej literatúry. Druhý algoritmus realizácie kompenzačnej metódy je navrhnutý autorom bakalárskej práce a následne je uvedený dôkaz správnosti navrhovaného algoritmu.

Prezentácia a porovnanie uvedených prístupov realizácie kompenzačnej metódy sú v závere práce uvedené v rámci prípadovej štúdie výberu mobilného telefónu.

Zosumarizovanie cieľov tejto bakalárskej práce:

- popísanie troch rozličných prístupov k realizácii kompenzačnej metódy,
- aplikovanie postupov výpočtu váh na konkrétny rozhodovací problém s využitím lineárnych a nelineárnych funkcií úžitkov kritérií,
- komparácia vypočítaných váh kritérií,
- vyriešenie prípadovej štúdie, tvorba preferenčného poradia, resp. výber kompromisného variantu,
- zhrnutie dosiahnutých výsledkov.

3. Metodika práce a metody skúmania

Cieľom tejto bakalárskej práce je priblížiť, opísať a rozanalyzovať proces stanovenia váh kritérií pomocou metód založených na znalostiach dôsledkov variantov, pričom hlavná pozornosť by mala byť zameraná na kompenzačný princíp. Postupným získavaním informácií a študovaním tejto problematiky sa zistilo, že existuje málo dostupnej literatúry, ktorá sa zaoberá touto vybranou skupinou metód. Často sa v literatúrach nachádzajú len jednoduché predstavenia a načrtnutia ako môže kompenzačný princíp fungovať, pričom nikdy nebol predstretý jeho podrobnejší popis.

Nakoniec po získaní prístupu k literatúre (1) sa podarilo nájsť prvý ucelený postup kompenzačného princípu. V práci je tento postup uvedený ako tretia metóda. Spôsob stanovenia váh kritérií však úplne nekorešponduje s definíciou kompenzačného princípu, ktorá hovorí, že váhy sú stanovené na základe kompenzácií prírastkov a úbytkov úžitku jednotlivých variantov podľa kritérií. Tretia metóda je však postavená na určovaní dôležitosti rozdielov medzi ideálnym a bazálnym variantom pre každé kritérium. Taktiež nepracuje s funkciou úžitku, dôležitosť rozdielov je určovaná subjektívne rozhodovateľom. Práve preto bola táto metóda pozmenená o funkciu úžitku, ktorá spôsobuje možnosť kvantitatívneho výpočtu dôležitosti rozdielov medzi ideálnym a bazálnym variantom každého kritéria.

Pri pokuse zostavovania ďalšej metódy, boli využívané marginálne úžitky. Marginálny úžitok predstavuje nárast hodnoty úžitku pri zvýšení dôsledku variantu podľa určitého kritéria o jednu jednotku. Pri lineárnych funkciách úžitkov sa tieto marginálne úžitky vyčíslovali práve zvýšením dôsledkov variantov o jednotku, pri nelineárnych funkciách sa využívali ich prvé derivácie. Po vyčíslení marginálnych úžitkov sa jednoduchým spôsobom vypočítali jednotlivé váhy kritérií. Metóda využívajúca marginálne úžitky bola použitá v práci SVOČ, avšak po hlbšej analýze sa dospelo k záveru, že takýto spôsob určovania váh nie je najsprávnejší. Pri lineárnej funkcii bolo nemožné dosiahnuť v každom bode lineárny prírastok úžitkov a pri nelineárnych funkciách váhy kritérií boli vyčíslované len na základe smerníc sklonu funkcií. Nepodarilo sa túto metódu pozmeniť tak, aby váhy kritérií boli korektne vypočítané, čo v konečnom dôsledku viedlo k úplnému vypusteniu možnosti práce s deriváciami funkcií a marginálnymi úžitkami.

Pri vychádzaní zo základného vzťahu kompenzačného princípu, bolo dôležité si uvedomiť potrebu pomocného algoritmu, ktorý by vyčíslil prírastok úžitku jedného porovnávaného kritéria, ak hodnota toho druhého by bola znížená. Analyzovaním viacerých možností a simulovaním určitých výpočtov s konkrétnymi číslami sa empiricky zistilo, že nepriama úmernosť je vhodný pomocný aparát. Tieto úvahy o nepriamej úmernosti však neboli ničím podložené, preto bolo potrebné funkčnosť navrhovaného algoritmu dokázať.

Matematicky dôkaz, ktorý potvrdzuje správnosť využitia nepriamej úmernosti, sa podaril až po získaní prístupu k literatúre (2), v ktorej sa nachádza obdoba kompenzačnej metódy. Táto metóda je v bakalárskej práci uvedená ako prvá metóda. Pri vychádzaní z rovnakých predpokladov, pri pokuse stanovenia váh kritérií pomocou tejto metódy sa vypočítal úplne rovnaký vektor váh kritérií ako v prípade kompenzačnej metódy využívajúcej aparát nepriamej úmery. Pri zmene východiska výsledky boli rovnaké, čo znamenalo istú podobnosť medzi oboma postupmi. Táto podobnosť viedla k zostaveniu dôkazu, že výsledný vzťah pre výpočet neznámej váhy je rovnaký v oboch prípadoch. Tento záver, po zdĺhavej analýze problematiky, navrhovaní algoritmov riešenia a uskutočňovania výpočtov váh kritérií pomocou týchto algoritmov, môžeme považovať ako vlastný prínos pri tvorbe bakalárskej práce, v ktorej sa zameriavame na tri metódy kompenzačného princípu.

4. Výsledky práce

4.1 Prvá metóda kompenzačného princípu

Pri písaní tejto metódy sme vychádzali z literatúry (2). Prvá metóda kompenzačného princípu uvažuje dva fiktívne varianty A a B z konečnej množiny variantov $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$, pričom je stanovená konečná množina kritérií $K = \{K_1, K_2, \dots, K_m\}$. Taktiež disponujeme z aditívnym tvarom funkcie úžitku (1.4), pričom ak $u_i(x_i) = 0$, tak x_i je najhoršie ohodnotený variant podľa kritéria K_i , naopak ak $u_i(x_i) = 1$, tak x_i je najlepšie ohodnotený variant podľa kritéria K_i .

Keďže pracujeme s aditívnym tvarom funkcie úžitku, tak prvým predpokladom použitia tejto kompenzačnej metódy na určenie váh kritérií sú navzájom preferenčne nezávislé kritéria.

Ďalej predpokladajme, že fiktívny variant A dosahuje najlepšie hodnoty podľa kritéria K_i a najhoršie hodnoty podľa ostatných kritérií. Pričom rozhodovateľ považuje kritérium K_i za najvýznamnejšie. Fiktívny variant B dosahuje najlepšie hodnoty podľa kritéria $K_j, j = \{1, \dots, m\}$, a najhoršie podľa ostatných kritérií. Z tohto predpokladu vyplýva, že pre ľubovoľné $j = \{1, \dots, m\}, j \neq i$ platí:

$$u(A) \geq u(B). \quad (4.1)$$

Fiktívny variant I predstavuje taký variant, ktorý dosahuje najhoršie hodnoty podľa všetkých kritérií okrem najdôležitejšieho kritéria K_i , pričom hodnota podľa najdôležitejšieho kritéria K_i je znížená tak, aby varianty I a B boli indiferentné, tzn. platí rovnosť:

$$u(I) = u(B). \quad (4.2)$$

Pomocou aditívneho tvaru funkcie úžitku vieme vyjadriť čomu sa rovná celkový úžitok variantu I a variantu B:

$$u(I) = \sum_{k=1}^n v_k u_k(I) = v_i u_i(I), \quad (4.3)$$

keďže $u_k(I) = 0$ pre každé $k \neq i$,

$$u(B) = \sum_{k=1}^n v_k u_k(B) = v_j u_j(B), \quad (4.4)$$

keďže $u_k(B) = 0$ pre každé $k \neq j$.

Po dosadení do vzťahu (4.2) dostávame rovnosť dvoch funkcií úžitkov:

$$v_i u_i(I) = v_j u_j(B), \quad (4.5)$$

kde:

- $u_i(I)$ je hodnota parciálnej funkcie úžitku variantu I podľa najdôležitejšieho kritéria K_i ,
- $u_j(B)$ je hodnota parciálnej funkcie úžitku variantu B podľa kritéria K_j ,

úpravou získavame následný vzťah:

$$v_i u_i'(A) = v_j u_j(B), \quad (4.6)$$

pričom platí, že:

- v_i je nenormovaná váha najdôležitejšieho kritéria, rozhodovateľ jej prideluje hodnotu $v_i = 1$,
- $u_i'(A)$ je znížená hodnota úžitku variantu A podľa najdôležitejšieho kritéria K_i pričom platí vzťah:

$$u_i'(A) = u_i(A) - \Delta u_i(A), \quad (4.7)$$

($\Delta u_i(A)$ je pokles hodnoty parciálneho úžitku variantu A vzhľadom k i -tému kritériu),

- v_j je nenormovaná váha j -tého kritéria

Keďže jedinou neznámou vo vzťahu (4.6) je nenormovaná váha j -tého kritéria, tak po jej vyjadrení dostávame vzťah:

$$v_j = \frac{v_i * [u_i(A) - \Delta u_i(A)]}{u_j(B)}. \quad (4.8)$$

Hodnota parciálnych úžitkov $u_i(A)$ a $u_j(B)$ je taktiež ako nenormovaná váha v_i rovná 1, úpravou potom dostávame výsledný vzťah pre výpočet nenormovanej váhy v_j :

$$v_j = 1 - \Delta u_i(A). \quad (4.9)$$

Z výsledného vzťahu usudzujeme, že ak $\Delta u_i(A)$ predstavuje pokles hodnoty parciálneho úžitku z hodnoty úžitku variantu A na hodnotu úžitku variantu I, pričom varianty I a B sú indiferentné, tak potom práve hodnota úžitku variantu I ($u(I) = u_i'(A)$) je rovná nenormovanej váhe j-tého kritéria.

4.2 Druhá metóda kompenzačného princípu

Uvažujme dvojicu kritérií K_i a K_j , z nich každé kritérium je maximalizačného typu.

„Ak pokles hodnoty i-tého kritéria o Δx_i (z pôvodnej hodnoty x_i) je práve vykompenzované prírastkom hodnoty druhého kritéria o Δx_j (z pôvodnej hodnoty x_j), nedôjde k zmene celkového úžitku a musí platiť:“¹⁵

$$v_i \Delta u_i(x_i) + v_j \Delta u_j(x_j) = 0, \quad (4.10)$$

pričom:

- v_i je nenormovaná váha najdôležitejšieho kritéria, rozhodovateľ jej prideluje hodnotu $v_i = 1$,
- v_j je nenormovaná váha j-tého kritéria,
- $\Delta u_i(x_i)$ je pokles parciálneho úžitku o Δx_i vzhľadom k i-tému kritériu,
- $\Delta u_j(x_j)$ je nárast parciálneho úžitku o Δx_j vzhľadom k j-tému kritériu.

Následnou úpravou rovnice dostávame vzťah pre výpočet váh kritérií:

$$\frac{v_i}{v_j} = -\frac{\Delta u_j(x_j)}{\Delta u_i(x_i)}. \quad (4.11)$$

Keďže opäť pracujeme s aditívnymi tvarmi funkcií úžitkov, taktiež ako pri prvej metóde aj teraz musíme overiť platnosť preferenčnej nezávislosti kritérií. Rovnako to bude aj pri tretej metóde kompenzačného princípu.

Taktiež predpokladajme dva varianty A a B, kde variant A dosahuje najlepšie hodnoty podľa kritéria K_i . Pričom rozhodovateľ považuje kritérium K_i za najvýznamnejšie. Variant B dosahuje najlepšie hodnoty podľa kritéria K_j , $\{j=1, \dots, m\}$. Parciálny úžitok $u_i(A)$ variantu A dosahujúci najlepšie hodnoty podľa najdôležitejšieho kritéria K_i je rovný 1,

¹⁵ FOTR, J. – PÍŠEK, M. 1986. *Exaktní metody ekonomického rozhodování*. Praha: Academia, 1986, s.32. ISBN 21-013-86

rovnako ako parciálny úžitok $u_j(B)$ variantu B dosahujúci najlepšie hodnoty podľa kritéria K_j . Hodnoty iných parciálnych úžitkov variantu A aj B podľa ostatných kritérií brať do úvahy nemusíme, čo znamená, že pri zostavovaní parciálnych funkcií úžitkov, môžeme použiť, či už lineárne alebo nelineárne funkcie, kde jedinou podmienkou pri ich zostavovaní je, že maximálna hodnota úžitkov variantov podľa kritérií musí byť rovná 1.

Zo vzťahu (4.11) vyplýva, že disponujeme s dvomi neznámymi premennými a s dvomi premennými, ktoré vieme určiť. Váha najdôležitejšieho kritéria ako sme už písali je rovná jednej a pokles parciálneho úžitku $\Delta u_i(A)$ variantu A podľa najdôležitejšieho i -tého kritéria je určený rozhodovateľom vzhľadom k druhému porovnávanému kritériu. Keďže cieľom kompenzačnej metódy je vyčíslieť váhy jednotlivých kritérií, tak aby sme to mohli korektne vypočítať, potrebujeme vhodným algoritmom získať druhú neznámu premennú $\Delta u_j(B)$.

Navrhovaný algoritmus pre výpočet prírastku hodnoty úžitku variantu B:

Ak poznáme ako poklesne parciálny úžitok $\Delta u_i(A)$ variantu A podľa i -tého kritéria, je potrebné vypočítať ako narastie parciálny úžitok $\Delta u_j(B)$ variantu B podľa j -tého kritéria.

Podľa východzieho predpokladu platí, že $u_i(A)=1$, rovnako ako $u_j(B)=1$, t.j. platí:

$$u_i(A) * u_j(B) = 1. \quad (4.12)$$

Pokles parciálneho úžitku variantu A podmieňuje nárast parciálneho úžitku variantu B, t.j. po dosadení do (3.12):

$$[u_i(A) - \Delta u_i(A)] * [u_j(B) + \Delta u_j(B)] = 1. \quad (4.13)$$

Z tohto vzťahu vieme jednoduchým matematickým úkonom vyjadriť neznámu $\Delta u_j(B)$:

$$\Delta u_j(B) = \frac{1}{[u_i(A) - \Delta u_i(A)]} - u_j(B). \quad (4.14)$$

Vychádzajúc z predpokladov, ktoré sme si vyššie zadefinovali, pozmenené vyjadrenie neznámej $\Delta u_j(B)$ vyzerá nasledovne:

$$\Delta u_j(B) = \frac{1}{[1 - \Delta u_i(A)]} - 1. \quad (4.15)$$

Jeho úpravou získavame výsledný vzťah na výpočet nárastu parciálneho úžitku $\Delta u_j(B)$ variantu B podľa j-tého kritéria:

$$\Delta u_j(B) = \frac{1 - [1 - \Delta u_i(A)]}{[1 - \Delta u_i(A)]} = \frac{\Delta u_i(A)}{1 - \Delta u_i(A)}. \quad (4.16)$$

Jednoduchým dosadením do vzťahu (4.10) dostávame rovnicu pre výpočet nenormovanej váhy v_j :

$$v_i * \Delta u_i(A) + v_j * \frac{\Delta u_i(A)}{1 - \Delta u_i(A)} = 0. \quad (4.17)$$

Po osamostatnení neznámej, platí rovnosť:

$$v_j = v_i * \Delta u_i(A) * \frac{[1 - \Delta u_i(A)]}{\Delta u_i(A)}. \quad (4.18)$$

Ak vykrátíme poklesy parciálneho úžitku variantu A, ktoré sa nachádzajú aj v čitateli, aj v menovateli, a dosadením za nenormovanú váhu v_i hodnotu 1, tak výsledný vzťah pre výpočet nenormovanej váhy v_j je nasledovný:

$$v_j = 1 - \Delta u_i(A). \quad (4.19)$$

Porovnaním tohto vzťahu s výsledným vzťahom (4.9) z prvej metódy kompenzačného princípu zistujeme, že sa rovnajú, čo len potvrdzuje správnosť navrhovaného algoritmu, ktorý využíva nepriamu úmernosť na výpočet nárastu parciálneho úžitku variantu B podľa kritéria K_j .

4.3 Tretia metóda kompenzačného princípu

V literatúre (1) sa stretávame s pozmeneným popisom kompenzačnej metódy ako metódy na výpočet váh kritérií na základe dôsledkov variantov. Pomocou tejto metódy rozhodovateľ považuje kritérium, pri ktorom medzi dôsledkami jednotlivých variantov sú približne rovnaké tzn. minimálne rozdiely za bezvýznamné. Takéto kritérium by nemalo hrať významnú úlohu pri riešení rozhodovacieho problému.

Postup samotnej metódy je nasledovný:

- Určia sa parciálne funkcie úžitkov pre jednotlivé kritéria (Aplikovaním týchto parciálnych funkcií na model rozhodovacej situácie, rozhodovateľ získa normované hodnoty variantov vzhľadom ku kritériám pohybujúce sa v intervale $(0;1)$).
- Subjekt rozhodovania stanoví dva hypotetické varianty,
 - jeden variant bude obsahovať najlepšie dôsledky na základe každého kritéria, tzn. jedná sa o ideálny variant,
 - druhým variantom bude bazálny variant, variant s najhoršími dôsledkami vzhľadom na každé kritérium.
- Následne kvantifikuje rozdiely pre každé kritérium medzi ideálnym a bazálnym variantom.
- Určí kritérium, pri ktorom zmena z najmenej preferovanej hodnoty na najviac preferovanú hodnotu je preňho najdôležitejšia a priradí takému kritériu nenormovanú váhu 1. Za najdôležitejšiu zmenu považujeme zmenu najväčšiu.
- Analogicky určí poradie podľa dôležitosti zmien aj pre ostatné kritéria. Dosadením do vzťahu sa pomocou priamej úmernosti:

$$v_j = \frac{v_i * \Delta u_j(x_j)}{\Delta u_i(x_i)}, \quad (4.20)$$

vypočítajú nenormované váhy ostávajúcich kritérií, pričom:

- $\Delta u_i(x_i)$ je zmena hodnoty úžitku medzi ideálnym a bazálnym variantom podľa najdôležitejšieho kritéria K_i ,
 - $\Delta u_j(x_j)$ je zmena hodnoty úžitku medzi ideálnym a bazálnym variantom podľa kritéria K_j , $j = \{1, \dots, m\}$, $j \neq i$.
- Výsledné váhy sa znormujú pomocou vzťahu (1.2).

5. Prípadová štúdia a diskusia

5.1 Predstavenie rozhodovacieho problému

Ako bolo vyššie spomínané, cieľom tejto bakalárskej práce má byť stanovenie váh kritérií pomocou kompenzačnej metódy troma rozličnými postupmi. V tejto časti sa pokúsime vytvoriť prípadovú štúdiu, v ktorej použijeme tri rôzne metódy na konkrétny rozhodovací problém výberu mobilného telefónu.

Ak vychádzame z dnešnej reality, tak je nám známe, že na trhu je niekoľko výrobcov mobilných telefónov, ktorí sa snažia neustále svojim vývojom byť lepším ako konkurencia a zákazníkom prinášať stále krajšie, výkonnejšie a samozrejme lepšie produkty. Tento vývoj je zväčša zameraný na vlajkové lode týchto spoločností, preto aj v tejto práci by sme sa radi zamerali na popredné produkty jednotlivých spoločností, ktoré sú aktuálne na trhu.

Rozhodovacím problémom potom je voľba optimálneho mobilného telefónu zo šiestich možných variantov. Tieto varianty sú tvorené telefónmi: Samsung Galaxy S6, LG G3, Nokia Lumia 930, Sony Xperia Z3, HTC One M9 a Iphone 6.

Kritéria podľa, ktorých budeme porovnávať jednotlivé varianty, tvoríme na základe požadovaného cieľa. Naším cieľom je zvoliť ideálny produkt, ktorý by mal byť cenovo dostupný širšej spoločnosti, jeho výkon by mal byť dostatočný na to, aby sa na zariadení dala vykonávať základná funkcionálna rôznorodých aplikácií od telefonovania, využívania mobilných dát, online bankovníctva až po hranie náročnejších hier na procesor. Výdrž batérie by mala byť dostatočná aj na takto frekventované využívanie mobilného zariadenia. Samozrejmosťou by mal byť vhodne veľký displej, na ktorom je možné si prezerať napríklad fotografie vyfotografované kvalitným fotoaparátom. Váha mobilného telefónu by nemala prekážať pri každodennej manipulácii. Po dôkladnom zvážení požadovaného cieľa, budeme varianty v nasledujúcej časti porovnávať podľa šiestich kritérií, a to konkrétne podľa veľkosti displeja meranej v palcoch, výkonnosti procesora v gigahertzoch, kvalite rozlíšenia fotoaparátu v megapixeloch, kapacity batérie v mili-Ampér hodinách, celkovej hmotnosti zariadenia v gramoch a ceny v eurách.

Tab. č. 1: Kritéria rozhodovacieho problému

Druh kritéria	Špecifikácia kritéria
Veľkosť displeja	kvantitatívne a maximalizačné
Procesor	kvantitatívne a maximalizačné
Fotoaparát	kvantitatívne a maximalizačné
Kapacita batérie	kvantitatívne a maximalizačné
Váha	kvantitatívne a minimalizačné
Cena	kvantitatívne a minimalizačné

Pri bližšej špecifikácii jednotlivých kritérií vidíme, že všetky z nich sú kvantitatívne, keďže sú merateľné v určitých jednotkách, avšak kritéria „*Veľkosť displeja*“, „*Procesor*“, „*Fotoaparát*“ a „*Kapacita batérie*“ sú maximalizačného typu, na rozdiel od kritérií „*Váha*“ a „*Cena*“, ktoré sú minimalizačné. Pri nasledujúcich výpočtoch budeme využívať len hodnoty s rastúcou preferenciou, tzn. že minimalizačné kritéria prevedieme na maximalizačné pomocou vzťahu:

$$x'_{ij} = x_{\max j} - x_{ij}, \quad (5.1)$$

pričom:

- x'_{ij} je hodnota i-tého variantu podľa j-tého maximalizačného kritéria,
- $x_{\max j}$ je maximálna hodnota variantu podľa j-tého minimalizačného kritéria,
- x_{ij} je hodnota i-tého variantu podľa j-tého minimalizačného kritéria.

Ak poznáme varianty aj kritéria rozhodovacieho problému môžeme zostaviť model rozhodovacej situácie aj s hodnotami dôsledkov. Pri tvorbe tohto modelu sme vychádzali z literatúry (7) – (18).

Tab. č. 2: Model rozhodovacej situácie

Mobilné telefóny	Veľkosť dis.	Procesor	Fotoaparát	Kapacita b.	Váha	Cena
Samsung Galaxy S6	5.1"	2.1 GHz (4 jadrá)	16 Mpix	2550 mAh	138 g	699 €
LG G3	5.5"	2.5 GHz (4 jadrá)	13 Mpix	3000 mAh	149 g	465 €
Nokia Lumia 930	5.0"	2.2 GHz (4 jadrá)	20 Mpix	2420 mAh	167 g	420 €
Sony Xperia Z3	5.2"	2.5 GHz (4 jadrá)	20.7 Mpix	3100 mAh	152 g	560 €
HTC One M9	5.0"	2.0 GHz (4 jadrá)	20.7 Mpix	2840 mAh	157 g	724 €
Iphone 6	4.7"	1.4 GHz (2 jadrá)	8 Mpix	1810 mAh	129 g	698 €

5.2 Overenie preferenčnej nezávislosti medzi kritériami

Pred tým, ako stanovíme váhy pomocou kompenzačnej metódy, je potrebné overiť preferenčnú nezávislosť medzi všetkými kritériami. Preferenčná nezávislosť kritérií je prvým predpokladom použitia všetkých metód kompenzačného princípu.

Zoberme do úvahy kritérium „*Veľkosť displeja*“ označme ho K_1 a „*Cena*“ K_6 . Po vytvorení dvoch fiktívnych variantov A a B, keď variant A dosahuje najlepšiu hodnotu podľa kritéria K_1 a najhoršiu hodnotu podľa kritéria K_6 . Variant B práve naopak dosahuje najlepšiu hodnotu podľa kritéria K_6 a najhoršiu hodnotu podľa kritéria K_1 . Oba varianty v prípade ostatných kritérií dosahujú najhoršie hodnoty. V takýchto podmienkach si vieme predstaviť variant A ako mobilný telefón s najväčším displejom ale s najhoršími ostatnými parametrami a variant B ako najlacnejší telefón taktiež s ostatnými najhoršími parametrami. Variant B si ceníme viac za takýchto predpokladov ako variant A, preto platí $u(A) < u(B)$ z čoho vyplýva, že $K_1 \prec K_6$. Hodnotu variantu B podľa kritéria „*Cena*“ zhoršíme tak, aby platilo $u(A) = u(I)$, pričom I je znížený variant B podľa kritéria „*Cena*“.

Ak rovnosť $u(A) = u(I)$ je platná aj za predpokladu, keď variant A dosahuje najhoršiu hodnotu podľa kritéria K_6 a najlepšiu hodnotu aj podľa kritéria K_1 , aj zvyšných kritérií a variant B dosahuje najhoršiu hodnotu podľa kritéria K_1 a najlepšie hodnoty podľa K_6 a aj zvyšných kritérií, pričom variant I je znížený variant B o rovnakú čiastku ako v prvom prípade, tak kritéria „*Veľkosť displeja*“ a „*Cena*“ sú navzájom preferenčne nezávislé kritéria. V našom prípade rovnosť platí v oboch prípadoch, čiže podmienka preferenčnej nezávislosti je splnená.

Rovnaký postup aplikujeme na každú dvojicu kritérií. Zisťujeme, že podmienka je platná pri všetkých dvojiciach, čo znamená, že naše kritéria sú preferenčne nezávislé, a tak môžeme prejsť k samotnému stanovaniu váh pomocou kompenzačnej metódy.

5.3 Stanovenie váh kritérií na základe prvej metódy kompenzačného princípu

Pri každej metóde kompenzačného princípu budeme vychádzať z rovnakej rozhodovacej matice, ktorá bude obsahovať dôsledky hodnôt variantov iba podľa maximalizačných kritérií.

Tab. č. 3: Rozhodovacia matica s dôsledkami variantov podľa maximilizačných kritérií

Mobilné telefóny	Veľkosť dis.	Procesor	Fotoaparát	Kapacita b.	Váha	Cena
Samsung Galaxy S6	5,1	2,1	16,0	2550	29	25
LG G3	5,5	2,5	13,0	3000	18	259
Nokia Lumia 930	5,0	2,2	20,0	2420	0	304
Sony Xperia Z3	5,1	2,5	20,7	3100	15	164
HTC One M9	5,0	2,0	20,7	2840	10	0
Iphone 6	4,7	1,4	8,0	1810	38	26

Ako sme v predchádzajúcich častiach písali, pri prvej metóde okrem preferenčnej nezávislosti musí byť splnený aj druhý predpoklad, a to taký, že najlepší dôsledok podľa jednotlivých kritérií musí byť ohodnotený jednotkou, a naopak najhorší nulou. V prípade, že by tento predpoklad nebol splnený, tak rovnosť vyplývajúca zo vzťahu (4.6) by nebola pravdivá, čo by znamenalo, že váhy kritérií by sme nemohli stanoviť pomocou tejto metódy. Preto musíme zvoliť takú funkciu úžitku pre všetky kritéria, aby predpoklad prisudzujúci jednotku najlepšiemu dôsledku a nulu najhoršiemu dôsledku podľa každého kritéria bol splnený.

Ako vhodná funkcia úžitku sa javí funkcia váženého súčtu, ktorá sa vyznačuje tým, že minimálnemu dôsledku variantu podľa určitého kritéria prislúcha normovaná hodnota 0. Maximálnemu dôsledku variantu podľa určitého kritéria naopak prislúcha 1. Funkcia váženého súčtu má lineárny priebeh, jej funkčný predpis je nasledovný:

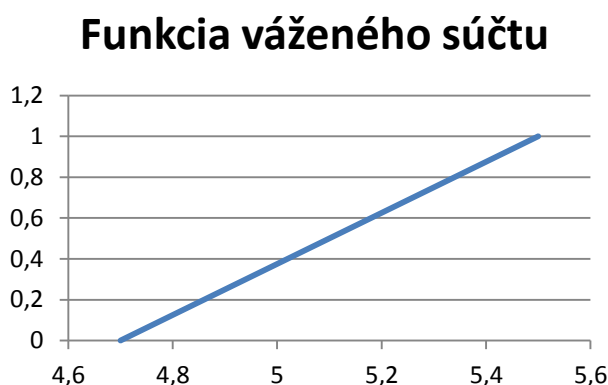
$$u(x_{ij}) = \frac{x_{ij} - \min x_{kj}}{\max x_{kj} - \min x_{kj}}, \quad (5.2)$$

pričom:

- $u(x_{ij})$ je parciálny úžitok i-tého variantu podľa j-tého kritéria,
- x_{ij} je dôsledok i-tého variantu podľa j-tého kritéria,
- $\min x_{kj}$ je minimálny dôsledok v rámci j-tého kritéria prislúchajúci k-tému variantu,
- $\max x_{kj}$ je maximálny dôsledok v rámci j-tého kritéria prislúchajúci k-tému variantu.

Na grafe č. 2 je vidieť priebeh funkcie váženého súčtu pre kritérium „Veľkosť displeja“.

Graf č. 2: Lineárny priebeh funkcie váženého súčtu



Po normovaní touto funkciou úžitku dôsledky všetkých hodnôt jednotlivých kritérií dostávame nasledujúcu rozhodovaciu maticu.

Tab. č. 4: Znормované hodnoty dôsledkov variantov pomocou lineárnej funkcie úžitku

Mobilné telefóny	Veľkosť dis.	Procesor	Fotoaparát	Kapacita b.	Váha	Cena
Samsung Galaxy S6	0,5	0,636364	0,6299213	0,573643411	0,763158	0,082237
LG G3	1	1	0,3937008	0,92248062	0,473684	0,851974
Nokia Lumia 930	0,375	0,727273	0,9448819	0,472868217	0	1
Sony Xperia Z3	0,5	1	1	1	0,394737	0,539474
HTC One M9	0,375	0,545455	1	0,798449612	0,263158	0
Iphone 6	0	0	0	0	1	0,085526

Predtým ako prejdeme k samotnému výpočtu váh kritérií je potrebné určiť preferenčné poradie jednotlivých kritérií. Opodstatnenie preferenčného poradia je zrejmé zo 4. kapitoly tejto práce, v ktorej sme písali, že pri prvej metóde kompenzačného princípu stále porovnáваме dvojicu fiktívnych variantov. Jeden variant z tejto porovnáwanej dvojice je stále taký fiktívny variant, ktorý dosahuje najlepšie hodnoty podľa najdôležitejšieho kritéria a najhoršie hodnoty podľa ostatných. Označujeme ho symbolom A. V každom nasledujúcom kroku variant A porovnáваме s iným variantom, ktorý je najlepšie ohodnotený podľa j-tého kritéria a najhoršie podľa ostatných. Aby ostala zachovaná rovnosť popísaná vo vzťahu (4.6), parciálna hodnota úžitku variantu A podľa najdôležitejšieho kritéria musí byť znížená o určitú čiastku. Keďže je samozrejme, že kritéria v modeli rozhodovacej situácie majú inú dôležitosť, tak subjekt rozhodovania sa musí pri každej porovnáwanej fiktívnej variante rozhodnúť o akú kvantifikovanú časť poklesne parciálny úžitok variantu A. Napríklad, porovnajme variant A najprv s variantom B a následne s variantom C. V prvom prípade, aby platil vzťah (4.6) sme znížili parciálny úžitok variantu A o hodnotu 0,2. V druhom prípade to však bolo až o hodnotu 0,4. Ak by

sme porovnávali varianty B a C, z predchádzajúcich porovnávaní usudzujeme, že variant C nemôže byť dôležitejší ako variant B, a teda kritérium podľa, ktorého variant B dosahuje najlepšie hodnoty si ceníme viac ako kritérium ovplyvňujúce variant C.

Z predchádzajúcich konštatovaní si preto určíme preferenčné poradie kritérií. Za najdôležitejšie kritérium pokladáme kritérium „Cena“. Predovšetkým pri kúpe nových vecí, mnohí z nás sa riadime najmä podľa tohto parametra. V našej prípadovej štúdií porovnáваме najlepšie produkty popredných spoločností, funkcionality týchto zariadení je porovnateľná, avšak ak sa pozrieme na cenu, práve v nej môžeme pozorovať najväčšie rozdiely. Ľudia v takomto prípade preferujú cenovo prijateľnejšie riešenie.

Taktiež veľmi dôležitým kritériom je kritérium „Váha“. V dnešnej dobe je trendom vlastniť taký mobilný telefón, ktorý neprekáža pri bežnej činnosti. Vychádzajúc z tabuľky č. 2 vidíme, že medzi jednotlivými variantmi sú očividné rozdiely, preto kritérium zaradíme na druhé miesto.

Veľmi často využívanou funkciou mobilných zariadení je fotoaparát. Postupom času mobily nahrádzali digitálne fotoaparáty, keďže pomocou nich vieme v súčasnosti nafotiť podobne kvalitné fotografie. Kritériu „Fotoaparát“ prisudzujeme stredne vysokú dôležitosť a prislúcha mu tretie miesto. Podobne ako fotoaparátu aj kritériu „Procesor“ prisudzujeme stredne vysokú dôležitosť, keďže podľa nášho názoru vybrané varianty disponujú s porovnateľnými výkonmi procesorov. Výrobcovia si nemôžu dovoliť priniesť na trh vlajkovú loď s nevykonným procesorom. Toto kritérium zaradíme na štvrté miesto dôležitosti.

Ako menej dôležité kritéria považujeme kritéria „Veľkosť displeja“ a „Kapacita batérie“, ktorým prislúcha piata a šiesta pozícia. Pri veľkosti displeja je podobný problém ako pri procesore. Vidíme, že hodnoty kumulujú približne pri piatich palcoch, myslíme si že nie je veľký rozdiel ak siahame po telefóne, ktorý má o tri desatiny palca väčšiu obrazovku ako po telefóne s tromi desatinami menším displejom. „Kapacita batérie“ je osobitná kategória. Pri aktívnom využívaní telefónov nemôžeme očakávať, že batéria vydrží nabitá viac ako jeden deň. S takýmto problémom sa stretávame pri všetkých značkách mobilných telefónov. Predchádzať pred úplným vybitím zariadenia môžeme pomocou prenosných batérií, ktoré pomocou micro-usb kábla pripojíme k telefónu a tým predĺžime jeho životnosť.

Ak máme pripravené preferenčné poradie kritérií, samozrejme iný subjekt rozhodovania nemusí zvoliť rovnaké poradie, tak môžeme určiť fiktívne varianty, ktoré budú dosahovať najlepšie hodnoty podľa jednotlivých kritérií v takom poradí ako sme si to určili. Tieto varianty označíme postupne symbolmi od A až po F a ich parciálne hodnoty úžitkov sú zrejme na základe tabuľky č. 5.

Tab. č. 5: Fiktívne varianty s dôsledkami podľa jednotlivých kritérií

Mobilné telefóny	Veľkosť dis.	Procesor	Fotoaparát	Kapacita bat.	Váha	Cena
Variant A	0	0	0	0	0	1
Variant B	0	0	0	0	1	0
Variant C	0	0	1	0	0	0
Variant D	0	1	0	0	0	0
Variant E	1	0	0	0	0	0
Variant F	0	0	0	1	0	0

Podľa tabuľky vieme určiť, že napríklad, variant B dosahuje najlepšiu hodnotu podľa kritéria „Váha“ a najhoršie podľa ostatných alebo variant D podľa kritéria „Procesor“ a tiež najhoršie podľa ostatných.

Nenormované váhy jednotlivých kritérií stanovíme podľa vzťahu (4.9). Nesmieme zabúdať, že kritérium „Cena“ je priradená nenormovaná váha s hodnotou 1.

Stanovenie nenormovaných váh kritérií:

Kritérium „Váha“:

– porovnávanie variantov A a B

$$v_5 = 1 - \Delta u_6(A) = 1 - 0.1 = 0.9$$

Kritérium „Procesor“:

– porovnávanie variantov A a D

$$v_2 = 1 - \Delta u_6(A) = 1 - 0.7 = 0.3$$

Kritérium „Kapacita batérie“:

– porovnávanie variantov A a F

$$v_4 = 1 - \Delta u_6(A) = 1 - 0.85 = 0.15$$

Kritérium „Fotoaparát“:

– porovnávanie variantov A a C

$$v_3 = 1 - \Delta u_6(A) = 1 - 0.6 = 0.4$$

Kritérium „Veľkosť displeja“:

– porovnávanie variantov A a E

$$v_1 = 1 - \Delta u_6(A) = 1 - 0.8 = 0.2$$

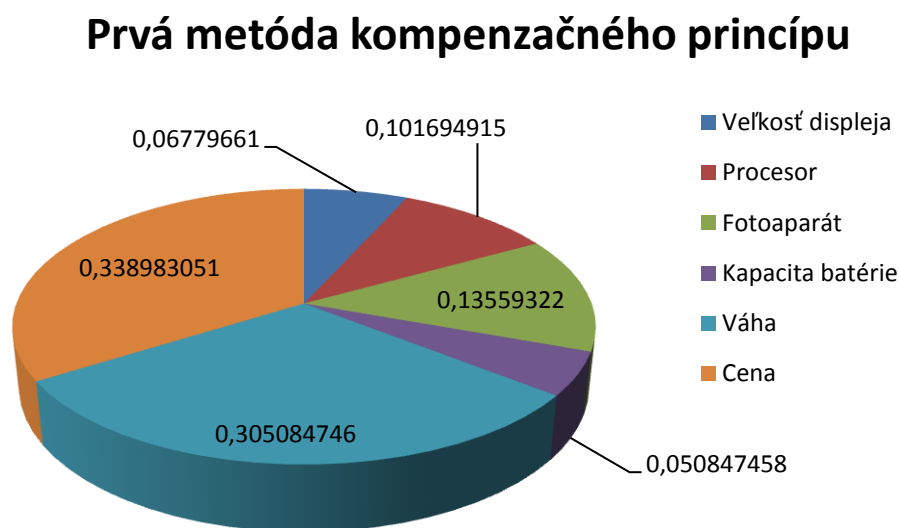
Pri porovnávaní variantov A a B, vidíme, že parciálny úžitok variantu A podľa kritéria „Cena“ poklesol o hodnotu 0,1. Z toho vyplýva, že kritérium „Váha“ dosahuje 90% dôležitosť kritéria „Cena“, preto kritériu „Váha“ prisudzujeme nenormovanú váhu 0,9.

Podobne len s inými hodnotami to je aj pri ostatných kritériách. Z nenormovaných váh podľa vzťahu (1.2) vieme jednoduchým spôsobom vypočítať normované váhy, ktorých súčet je rovný 1. Nenormované a normované váhy jednotlivých kritérií uvádzame v nasledujúcej tabuľke.

Tab. č. 6: Výsledné váhy získané prvou metódou kompenzačného princípu

Kritéria	Nenormované váhy	Normované váhy
Veľkosť displeja	0,20	0,06779661
Procesor	0,30	0,101694915
Fotoaparát	0,40	0,13559322
Kapacita batérie	0,15	0,050847458
Váha	0,90	0,305084746
Cena	1,00	0,338983051

Graf č. 3: Graf s výslednými váhami stanovenými prvou metódou kompenzačného princípu využívajúci lineárnu funkciu váženého súčtu



Stanovenie váh kritérií pomocou prvej metódy kompenzačného princípu sme si ukázali len za predpokladu lineárnej funkcií úžitku. Nelineárnu funkciu úžitku sme si neuviedli z dôvodu náročnosti vytvorenia takej funkcie, ktorá by prisudzovala najlepším dôsledkom jednotky a najhorším nuly. V nasledujúcich metódach však už budeme disponovať aj s lineárnymi a nelineárnymi funkciami úžitkov.

5.4 Stanovenie váh kritérií na základe druhej metódy kompenzačného princípu

Prvým predpokladom druhej metódy kompenzačného princípu podobne ako pri predchádzajúcej metóde je preferenčná nezávislosť, ktorú sme si overili v podkapitole 5.2. Druhým predpokladom je, že maximálne hodnoty podľa jednotlivých kritérií majú dosahovať normovanú hodnotu 1. Minimálne dôsledky variantov podľa kritérií brať do úvahy nemusíme, tzn. že predpoklad prisudzovania 0 najhorším dôsledkom môže byť splnený ale nie je to povinnosťou.

Okrem toho sa druhá metóda od prvej líši v tom, že pokles parciálneho úžitku jedného kritéria je kompenzovaný prírastkom parciálneho úžitku druhého kritéria. Pri prvom princípe sme o prírastkoch nehovorili vôbec. V ňom sme len znižovali hodnotu parciálneho úžitku variantu A, tak aby platila rovnosť vo vzťahu (4.6).

Aj napriek tomu, že jednotlivé metódy sú vo svojich postupoch rozdielne, výsledný vzťah na výpočet váh kritérií je rovnaký, čo bolo preukázané vo štvrtej kapitole tejto práce. Preto môžeme očakávať rovnaké výsledné váhy jednotlivých kritérií pri použití lineárnej ale aj nelineárnej funkcie úžitku ako pri prvej metóde. Preferenčne poradie kritérií ostáva rovnaké.

Aj pri lineárnej aj nelineárnej funkcii úžitku si ukážeme výpočet váhy jedného kritéria na celom postupe tejto metódy. Keďže vo 4. kapitole sme si odvodili výsledný vzťah na stanovenie nenormovaných váh kritérií, tak ostatné váhy vypočítame len dosadením do vzťahu (4.19).

5.4.1 Lineárna funkcia úžitku

Splnenie druhého predpokladu zabezpečíme použitím lineárnej funkcie bázičného variantu. Funkčný predpis tejto funkcie je nasledovný:

$$u(x_{ij}) = \frac{x_{ij}}{\max x_{kj}}, \quad (5.3)$$

pričom význam premenných je rovnaký ako pri funkcii úžitku použitej v prvej metóde kompenzačného princípu.

Na grafe č. 4 možno pozorovať odlišenie funkcie bázičného variantu oproti funkcii váženého súčtu. V prvom prípade funkčný predpis minimálnych hodnôt bol 0, na rozdiel

od druhého prípadu, keď môžeme vidieť, že minimálna hodnota pri kritériu „*Processor*“ je 1,4, čo s určitosťou nebude dosahovať normovanú hodnotu 0.

Graf č. 4: Lineárny priebeh funkcie bázického variantu



Po normovaní touto funkciou úžitku dôsledky všetkých hodnôt jednotlivých kritérií dostávame nasledujúcu rozhodovaciu maticu.

Tab. č. 7: Znормované hodnoty dôsledkov variantov pomocou lineárnej funkcie úžitku

Mobilné telefóny	Veľkosť dis.	Procesor	Fotoaparát	Kapacita b.	Váha	Cena
Samsung Galaxy S6	0,927272727	0,84	0,7729469	0,822580645	0,763158	0,082237
LG G3	1	1	0,6280193	0,967741935	0,473684	0,851974
Nokia Lumia 930	0,909090909	0,88	0,9661836	0,780645161	0	1
Sony Xperia Z3	0,927272727	1	1	1	0,394737	0,539474
HTC One M9	0,909090909	0,8	1	0,916129032	0,263158	0
Iphone 6	0,854545455	0,56	0,3864734	0,583870968	1	0,085526

Podobne ako pri prvej metóde aj teraz budeme porovnávať jednotlivé kritéria s najdôležitejším, čo v našom prípade je kritérium „*Cena*“. Netreba zabúdať, že pri porovnávaní dvojice kritérií pracujeme s variantmi dosahujúcimi najlepšie hodnoty podľa tejto dvojice. Na príklade kritéria „*Váha*“ si ukážeme celý postup odvodzovania výslednej váhy tohto kritéria.

Najprv do vzťahu nepriamej úmernosti (4.12) si dosadíme parciálne predpisy funkcií úžitkov piateho a šiesteho kritéria. Ako subjekt rozhodovania sme sa rozhodli znížiť maximálny dôsledok podľa kritéria „*Cena*“ o 10% z pôvodnej hodnoty 304 na hodnotu 273,6. Vyjadríme si neznámu x_5 a za premennú x_6 dosadíme znížený dôsledok a vyčíslime novú hodnotu maximálneho dôsledku podľa kritéria „*Váha*“.

$$\frac{x_6}{304} * \frac{x_5}{38} = 1 \Rightarrow x_5 = \frac{11552}{x_6} = \frac{11552}{273.6} = \frac{380}{9}$$

Nový dôsledok podľa kritéria „Váha“ je rovný 380/9, čo predstavuje približne hodnotu 42,22. Pre správnosť riešenia však musíme rátať s presnou hodnotou. Dosadíme do predpisu parciálnej funkcie úžitku pre kritérium „Váha“ túto novú hodnotu a následne odpočítajme 1, čo predstavuje maximálny normovaný úžitok tohto kritéria. Výsledná hodnota potom predstavuje prírastok parciálneho úžitku podľa kritéria „Váha“.

$$u(x_5') = \frac{380}{9} = \frac{10}{9} \Rightarrow \Delta u(x_5') = \frac{10}{9} - 1 = \frac{1}{9} \cong 0.11111$$

Podľa výpočtov vidíme, že ak znížime parciálnu hodnotu úžitku podľa kritéria „Cena“ o hodnotu 0,10, tak parciálna hodnota úžitku podľa kritéria „Váha“ narastie približne o hodnotu 0,11111. Tieto hodnoty vieme dosadiť do vzťahu (4.10) a následne vypočítať nenormovanú váhu kritéria „Váha“. Samozrejme za nenormovanú váhu kritéria „Cena“ dosadzujeme hodnotu 1.

$$1 * (-0.10) + v_5 * \left(\frac{1}{9}\right) = 0 \Rightarrow v_5 = 0.10 * 9 = 0.9$$

Overme správnosť riešenia stanovením nenormovanej váhy dosadením do výsledného vzťahu (4.19).

$$v_5 = 1 - \Delta u(x_6) = 1 - 0.10 = 0.9$$

Rovnosť platí, na konkrétnom príklade sme si ukázali odvodenie nenormovanej váhy jedného z kritérií podľa druhej metódy kompenzačného princípu, ktorá je založená na kompenzácií poklesu parciálneho úžitku podľa jedného kritéria prírastkom podľa druhého. Dosadením do vzťahu (4.19) si vyčíslime aj ostatné váhy kritérií.

Stanovenie nenormovaných váh kritérií:

Kritérium „Fotoaparát“:

$$v_3 = 1 - \Delta u(x_6) = 1 - 0.6 = 0.4$$

Kritérium „Veľkosť displeja“:

$$v_1 = 1 - \Delta u(x_6) = 1 - 0.8 = 0.2$$

Kritérium „Procesor“:

$$v_2 = 1 - \Delta u(x_6) = 1 - 0.7 = 0.3$$

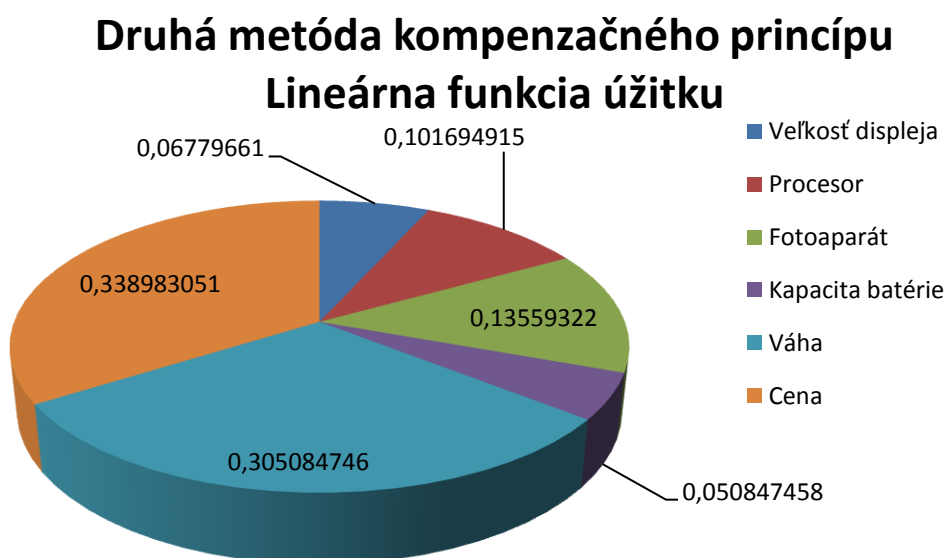
Kritérium „Kapacita batérie“:

$$v_4 = 1 - \Delta u(x_6) = 1 - 0.85 = 0.15$$

Tab. č. 8: Výsledné váhy získané druhou metódou kompenzačného princípu pri využití lineárnej funkcie úžitku

Kritéria	Nenormované váhy	Normované váhy
Veľkosť displeja	0,20	0,06779661
Procesor	0,30	0,101694915
Fotoaparát	0,40	0,13559322
Kapacita batérie	0,15	0,050847458
Váha	0,90	0,305084746
Cena	1,00	0,338983051

Graf č. 5: Graf s výslednými váhami stanovenými druhou metódou kompenzačného princípu využívajúci lineárnu funkciu bázického variantu



5.4.2 Nelineárna funkcia úžitku

Keďže pracujeme s kritériami maximalizačného typu, vieme, že funkcia úžitku má rastúci charakter. Ak sa pozrieme na každé kritérium zistíme, že sú niečím špecifické. Pre každé z nich platí, že úžitok zmeny z nižšej hodnoty o jednu jednotku je pre rozhodovateľa významnejší ako úžitok zmeny z vyššej hodnoty práve o jednu jednotku. Napríklad, ak zoberieme do úvahy kritérium „*Veľkosť displeja*“, tak pre rozhodovateľa je nárast z 3 palcov na 4 významnejší ako povedzme z 5 palcov na 6. Pri kritériu „*Fotoaparát*“ platí rovnaké tvrdenie, ak vlastným telefón, ktorý má fotoaparát s rozlíšením 4 megapixely a vymení ho za telefón s 8 megapixelami, úžitok tejto zmeny je väčší ako úžitok zmeny z 16 megapixelov na 20. Predpokladáme, že pri všetkých kritériách má úžitok

zmien klesajúcu tendenciu, a preto tvar grafu funkcie úžitku nadobúda konkávny charakter. Zo znalosti matematiky vieme, že tvar kriviek logaritmických funkcií je konkávny. Túto vlastnosť radi využijeme a za nelineárnu funkciu úžitku zvolíme funkciu prirodzeného logaritmu.

Otázkou však je, aký funkčný predpis pre jednotlivé kritéria je potrebné zvoliť, aby bol splnený druhý predpoklad tejto kompenzačnej metódy? Z vlastností logaritmických funkcií je zrejme:

$$\ln(x) = 1 \Rightarrow x = e^1. \quad (5.4)$$

Aby pre jednotlivé maximálne hodnoty dôsledkov variantov podľa kritérií sa funkčný predpis rovnal 1, tak za x je potrebné dosadiť výraz:

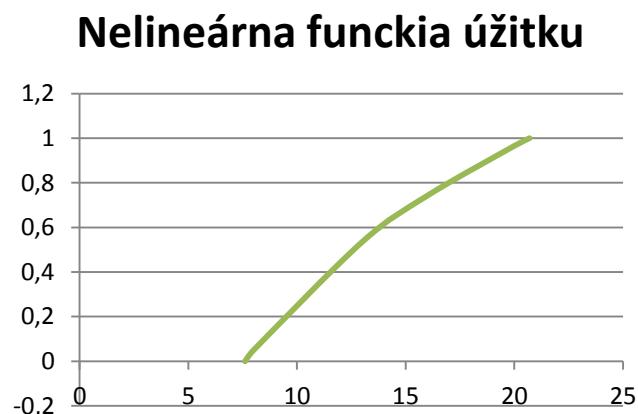
$$x = \frac{x_{ij}}{\max x_{kj} / e^1}. \quad (5.5)$$

Po dosadení maximálnej hodnoty dôsledku variantu podľa j -tého kritéria do výrazu, vidíme že x_{ij} sa kráti s $\max x_{kj}$, pričom v čitateli ostáva hodnota e^1 . Funkčná hodnota parametra e^1 vo funkcii prirodzeného logaritmu je rovná naozaj 1. Preto ako funkciu úžitku si volíme takúto funkciu prirodzeného logaritmu:

$$u(x_{ij}) = \ln\left(\frac{x_{ij}}{\max x_{kj} / e^1}\right) \quad (5.6)$$

Krivka grafu pre parciálne funkcie úžitku jednotlivých kritérií je približne rovnaká. Na grafe č. 6 je vidieť tvar krivky pre kritérium „Fotoaparát“, kde môžeme pozorovať konkávny charakter funkcie.

Graf č. 6: Nelineárny priebeh funkcie úžitku kritéria „Fotoaparát“



Po normovaní touto funkciou úžitku dôsledky všetkých hodnôt jednotlivých kritérií dostávame nasledujúcu rozhodovaciu maticu.

Tab. č. 9: Znормované hodnoty dôsledkov variantov pomocou nelineárnej funkcie úžitku

Mobilné telefóny	Veľkosť dis.	Procesor	Fotoaparát	Kapacita b.	Váha	Cena
Samsung Galaxy S6	0,9244924	0,8256466	0,742455	0,8046912	0,72971	0
LG G3	1	1	0,5348157	0,9672102	0,2527856	0,8398
Nokia Lumia 930	0,90469	0,8721666	0,9655986	0,7523654	0	1
Sony Xperia Z3	0,9244924	1	1	1	0,070464	0,382839
HTC One M9	0,90469	0,7768564	1	0,9124019	0	0
Iphone 6	0,8428144	0,4201815	0,0493078	0,4619247	1	0

Postup odvodenia hodnoty váhy kritéria „Fotoaparát“:

Postupujeme rovnako ako v prípade lineárnej funkcie úžitku. Do vzťahu (4.12) dosadíme predpisy parciálnych funkcií úžitkov kritéria „Cena“ a „Fotoaparát“. Rozhodovateľ usúdil, že maximálny dôsledok podľa kritéria „Cena“ zníži z hodnoty 304 o 60% na približne hodnotu 166,84. Následne si vyjadríme neznámu x_3 a vypočítame jej novú hodnotu.

$$\ln\left(\frac{x_6}{304/e^1}\right) * \ln\left(\frac{x_3}{20.7/e^1}\right) = 1 \Rightarrow x_3 = 20.7/e^1 * e^{\left(\frac{1}{\ln\frac{x_6}{304/e^1}}\right)} = 20.7/e^1 * e^{\left(\frac{1}{\ln\frac{166.84}{304/e^1}}\right)} \cong 92.77$$

Nový dôsledok podľa kritéria „Fotoaparát“ je rovný približne hodnote 92,77, po jej dosadení do parciálneho predpisu funkcie úžitku, dostávame funkčnú hodnotu. Po odpočítaní 1, vyčíslime nárast parciálnej hodnoty úžitku kritéria „Fotoaparát“ v prípade, ak pokles porovnávaného kritéria „Cena“ bol 0,6.

$$u(x'_3) = \ln\left(\frac{92.77}{20.7/e^1}\right) = \frac{5}{2} \Rightarrow \Delta(x'_3) = \frac{5}{2} - 1 = 1.5$$

Nárast parciálneho úžitku kritéria „Fotoaparát“ je 1,5. Ak túto hodnotu dosadíme spoločne s poklesom úžitku kritéria „Cena“ do vzťahu (4.10), vieme vypočítať nenormovanú váhu kritéria „Fotoaparát“.

$$1 * (-0.6) + v_3 * 1.5 = 0 \Rightarrow v_3 = 0.6/1.5 = 0.4$$

Na príklade sme si odvodili nenormovaná váhu kritéria „Fotoaparát“. Správnosť riešenia môžeme overiť stanovením nenormovanej váhy dosadením do výsledného vzťahu (4.19).

$$v_3 = 1 - \Delta u(x_6) = 1 - 0.6 = 0.4$$

Dosadením do vzťahu (4.19) vyčíslime aj ostatné váhy kritérií.

Stanovenie nenormovaných váh kritérií:

Kritérium „Váha“:

$$v_5 = 1 - \Delta u(x_6) = 1 - 0.1 = 0.9$$

Kritérium „Procesor“:

$$v_2 = 1 - \Delta u(x_6) = 1 - 0.7 = 0.3$$

Kritérium „Veľkosť displeja“:

$$v_1 = 1 - \Delta u(x_6) = 1 - 0.8 = 0.2$$

Kritérium „Kapacita batérie“:

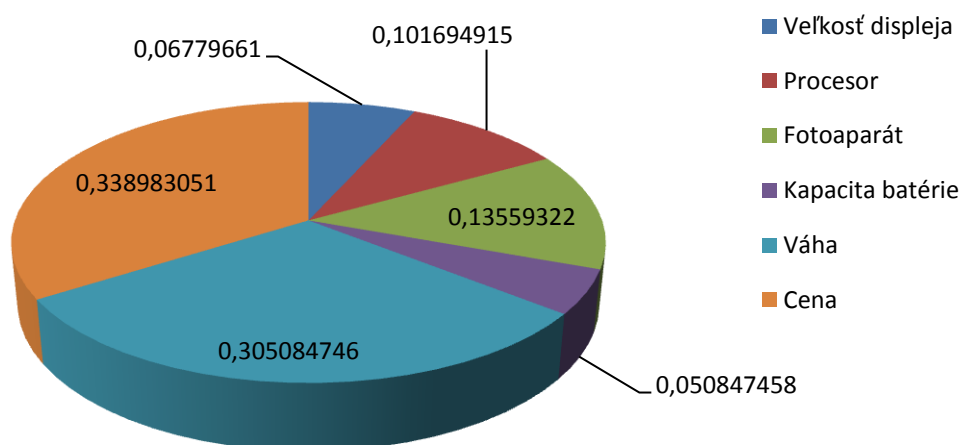
$$v_4 = 1 - \Delta u(x_6) = 1 - 0.85 = 0.15$$

Tab. č. 10: Výsledné váhy získané druhou metódou kompenzačného princípu pri využití nelineárnej funkcie úžitku

Kritéria	Nenormovaná váha	Normovaná váha
Veľkosť displeja	0,20	0,06779661
Procesor	0,30	0,101694915
Fotoaparát	0,40	0,13559322
Kapacita batérie	0,15	0,050847458
Váha	0,90	0,305084746
Cena	1,00	0,338983051

Graf č. 7: Graf s výslednými váhami stanovenými druhým princípom kompenzačnej metódy využívajúci nelineárnu funkciu úžitku

Druhá metóda kompenzačného princípu Nelineárna funkcia úžitku



5.5 Stanovenie váh kritérií na základe tretej metódy kompenzačného princípu

Výpočet váh kritérií pomocou tretej metódy je realizovaný postupne po krokoch opísaných vo 4. kapitole tejto práce. Pri výpočte využijeme lineárnu ale aj nelineárnu funkciu úžitku.

5.5.1 Lineárne funkcia úžitku

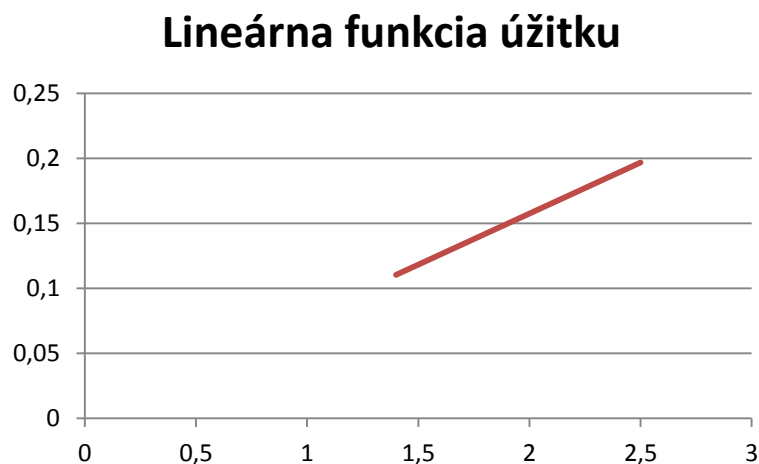
Tvar lineárnej funkcie úžitku využívanej v tretej metóde je nasledovný:

$$u(x_{ij}) = \frac{x_{ij}}{\sum_{i=1}^n x_{ij}}. \quad (5.7)$$

Pri tejto kompenzačnej metóde porovnávame veľkostí rozdielov medzi ideálnym a bazálnym variantom podľa kritérií. Pre korektné kvantifikovanie rozdielov musíme pracovať s takými údajmi, ktoré sa budú nachádzať v intervale $(0,1)$. Prisúdenie normovanej hodnoty 1 dôsledkom variantov s najlepšimi hodnotami podľa kritérií nie je najsprávnejšie riešenie, keďže následné rozdiely pri niektorých kritériách by mohli byť rovné 1, čo by znamenalo, že im prisudzujeme rovnakú dôležitosť. Aby sme predišli takýmto výsledkom, za funkciu úžitku sme zvolili práve predpis (5.7), ktorý zaručuje, že žiadna hodnota nebude nadobúdať normovanú hodnotu 1. Nenormovanú hodnotu 0 najhoršie dôsledky variantov podľa jednotlivých kritérií môžu dosahovať, povinnosťou to ale nie je.

Na základe grafu č. 8 je zrejмый lineárny priebeh funkcie úžitku, pričom najlepšia hodnota podľa kritéria nedosahuje normovanú hodnotu 1. Príklad je uvedený pre kritérium „Procesor“.

Graf. č. 8: Lineárny priebeh funkcie úžitku



Po normovaní touto funkciou úžitku dôsledky všetkých hodnôt jednotlivých kritérií dostávame nasledujúcu rozhodovaciu maticu.

Tab. č. 11: Znормované hodnoty dôsledkov variantov pomocou lineárnej funkcie úžitku

Mobilné telefóny	Veľkosť dis.	Procesor	Fotoaparát	Kapacita b.	Váha	Cena
Samsung Galaxy S6	0,16776316	0,16535433	0,16260163	0,1622137	0,26363636	0,032134
LG G3	0,18092105	0,19685039	0,13211382	0,1908397	0,16363636	0,3329049
Nokia Lumia 930	0,16447368	0,17322835	0,20325203	0,153944	0	0,3907455
Sony Xperia Z3	0,16776316	0,19685039	0,21036585	0,19720102	0,13636364	0,2107969
HTC One M9	0,16447368	0,15748032	0,21036585	0,18066158	0,09090909	0
Iphone 6	0,15460526	0,1102362	0,08130081	0,11513995	0,34545455	0,033419

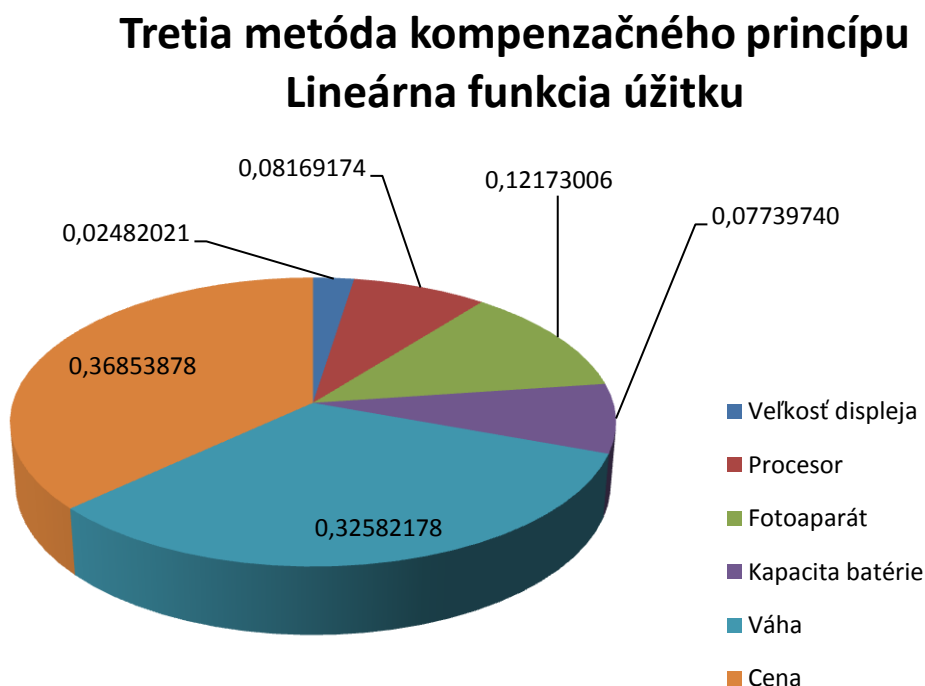
Ak máme rozhodovaciu maticu s normovanými hodnotami, tak vytvoríme ideálny a bazálny variant, následne urobíme ich rozdiel. Keďže pracujeme s rovnorodými údajmi za najdôležitejšie kritérium zvolíme to, pri ktorom je rozdiel ideálnej a bazálnej varianty najvyšší. Podmieňuje to fakt, že rozhodovateľ pokladá za dôležitejšie kritérium to, ktoré má väčšiu diverzifikáciu medzi hodnotami, ako kritérium s hodnotami blízko seba. Zvolenému najdôležitejšiemu kritériu prislúcha nenormovaná váha 1. Podľa vzťahu (4.20) vypočítame zvyšné váhy kritérií.

Po vypočítaní nenormovaných váh jednoduchým spôsobom podľa vzťahu (1.2) ich znormujeme, čím dostaneme výsledné váhy, ktoré uvádzame v tabuľke č. 12.

Tab. č. 12: Výsledné váhy vypočítané treťou metódou kompenzačného princípu pri lineárnej funkcii úžitku.

Kritéria	Veľkosť dis.	Procesor	Fotoaparát	Kapacita b.	Váha	Cena
Ideálny variant	0,18092105	0,19685039	0,21036585	0,19720102	0,34545455	0,3907455
Bazálny variant	0,15460526	0,1102362	0,08130081	0,11513995	0	0
Rozdiel	0,02631579	0,08661417	0,12906504	0,08206107	0,34545455	0,3907455
Poradie	6	4	3	5	2	1
Nenormované v.	0,06734765	0,2216639	0,33030461	0,21001155	0,8840909	1
Normované váhy	0,02482021	0,08169174	0,1217301	0,0773974	0,32582178	0,36853878

Graf č. 9: Graf s výslednými váhami stanovenými treťou metódou kompenzačného princípu využívajúci lineárnu funkciu úžitku



5.5.2 Nelineárna funkcia úžitku

V tomto prípade si stanovíme šesť parciálnych funkcií úžitkov jednotlivých kritérií. Spoločným znakom týchto funkcií je, že predstavujú funkcie prirodzených logaritmov, čo nám zabezpečí konkávny charakter kriviek funkcií. Parciálne funkcie sa navzájom odlišujú v sklone, v parametroch a v jednom prípade máme zaznamenaný aj posun grafu funkcie. Ako pri lineárnej funkcii aj pri týchto parciálnych funkciách je zabezpečený predpoklad práce s hodnotami z intervalu $(0,1)$.

Predpisy parciálnych nelineárnych funkcií úžitkov kritérií:

$$\text{Veľkosť displeja: } u(x_{ij}) = \frac{1}{2} * \ln(x_{ij}), \quad (5.8)$$

$$\text{Procesor: } u(x_{ij}) = \frac{1}{2} * \ln(x_{ij}), \quad (5.9)$$

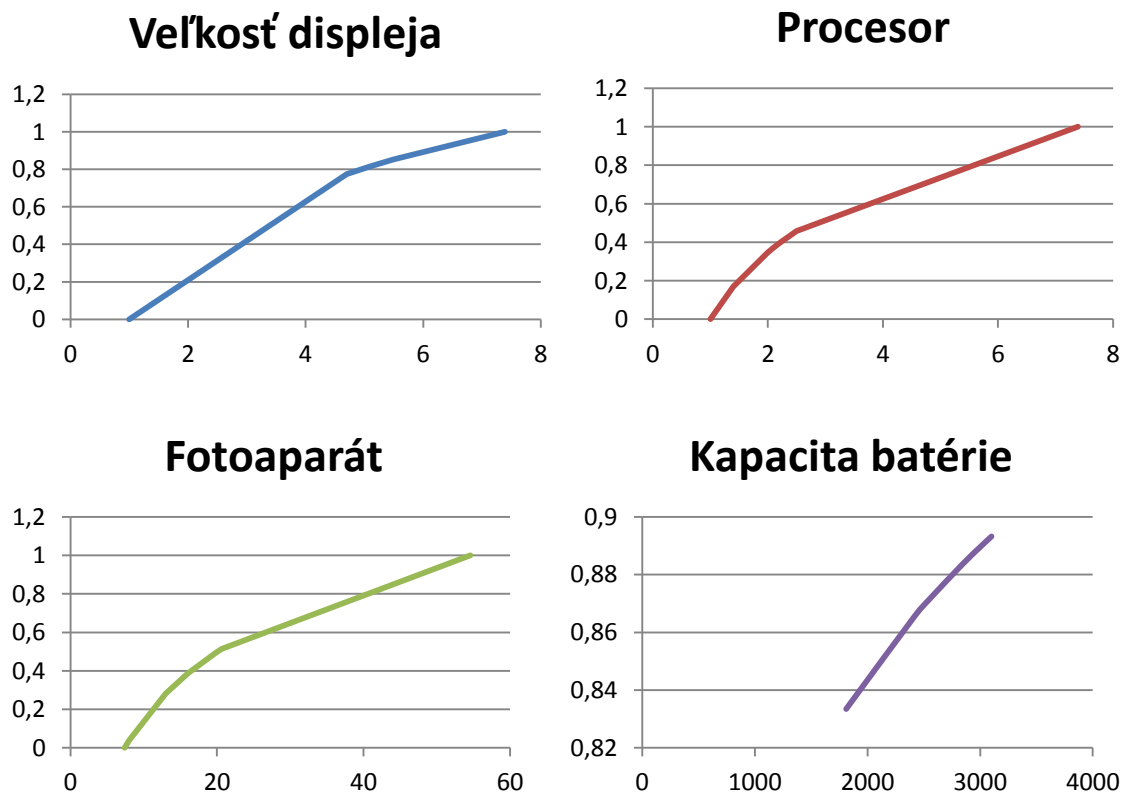
$$\text{Fotoaparát: } u(x_{ij}) = \frac{1}{2} * \ln(x_{ij}) - 1, \quad (5.10)$$

$$\text{Kapacita batérie: } u(x_{ij}) = \frac{1}{9} * \ln(x_{ij}), \quad (5.11)$$

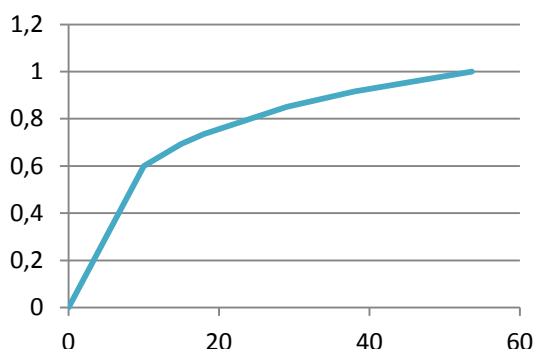
$$\text{Váha zariadenia: } u(x_{ij}) = \frac{1}{4} * \ln(x_{ij} + 1), \quad (5.12)$$

$$\text{Cena: } u(x_{ij}) = \frac{1}{6} * \ln(x_{ij} + 1). \quad (5.13)$$

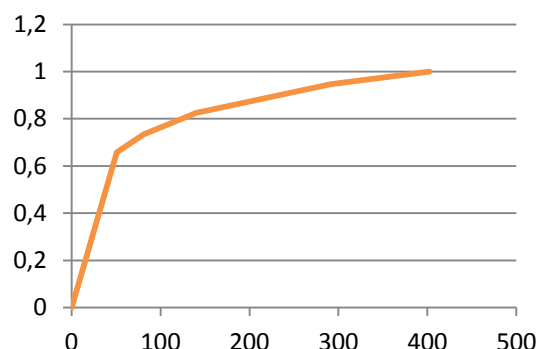
Graf č.10: Grafy parciálnych nelineárnych funkcií úžitkov kritérií



Váha zariadenia



Cena



Dosadením do predpisov parciálnych nelineárnych funkcií pôvodné údaje, získame normované hodnoty rozhodovacej matice, ktoré sú zrejme z tabuľky č. 13.

Tab. č. 13: Znormované hodnoty dôsledkov variantov pomocou parciálnych nelineárnych funkcií úžitkov

Mobilné telefóny	Veľkosť d.	Procesor	Fotoaparát	Kapacita b.	Váha	Cena
Samsung Galaxy S6	0,814620	0,3709687	0,3862944	0,8715387	0,8502994	0,543016
LG G3	0,8523741	0,4581454	0,2824747	0,889596	0,7361098	0,9267803
Nokia Lumia 930	0,804719	0,394229	0,4978661	0,8657248	0	0,9533853
Sony Xperia Z3	0,81462	0,4581454	0,515067	0,89324	0,6931471	0,8509909
HTC One M9	0,804719	0,346574	0,515067	0,8835066	0,5994738	0
Iphone 6	0,7737813	0,1682361	0,0397208	0,8334536	0,9158904	0,5493061

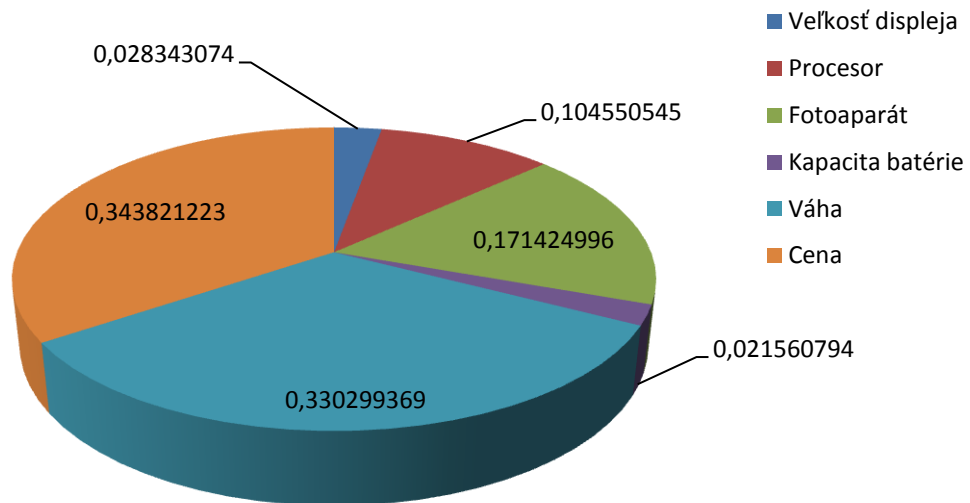
Rovnakým spôsobom ako pri lineárnej funkcií úžitku vieme pomocou rozdielov hodnôt ideálneho a bazálneho variantu pre všetky kritéria a následnou priamou úmerou vyčíslit' výsledné váhy kritérií.

Tab. č. 14: Výsledné váhy vypočítané treťou metódou kompenzačného princípu pri parciálnych nelineárnych funkciách úžitkov

Mobilné telefóny	Veľkosť d.	Procesor	Fotoaparát	Kapacita b.	Váha	Cena
Ideálny variant	0,85237405	0,45814537	0,5150669	0,8932397	0,91589041	0,953385
Bazálny variant	0,77378125	0,16823612	0,03972077	0,83345357	0	0
Rozdiel	0,0785928	0,28990925	0,47534608	0,05978614	0,91589041	0,953385
Poradie	5	4	3	6	2	1
Nenormovaná v.	0,0824355	0,30408404	0,49858759	0,06270932	0,96067185	1
Normovaná váha	0,02834307	0,10455055	0,171425	0,02156079	0,33029937	0,3438212

Graf č. 11: Graf s výslednými váhami stanovenými treťou metódou kompenzačného princípu využívajúci nelineárne funkcie úžitkov

Tretia metóda kompenzačného princípu Nelineárne parciálne funkcie úžitkov



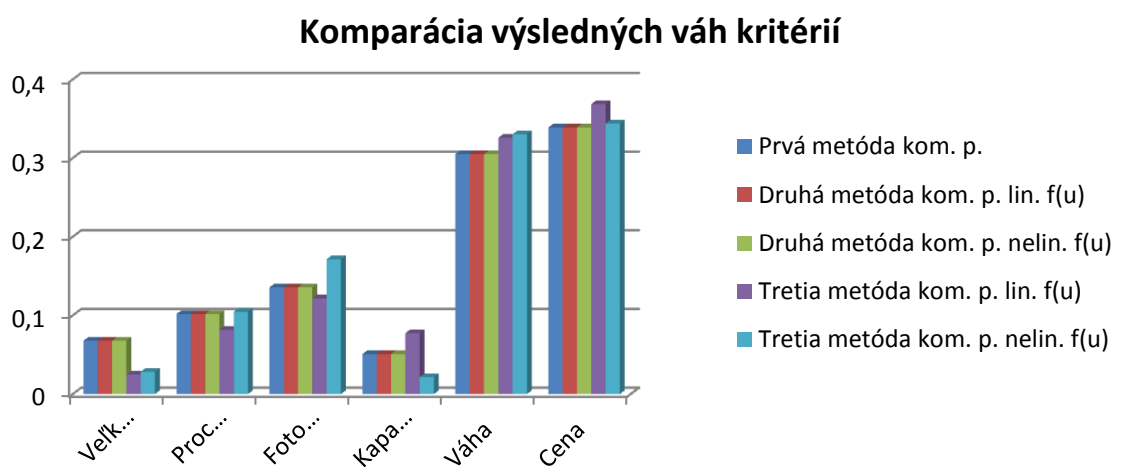
Záver

V tejto bakalárskej práci sme sa zamerali na výpočet váh kritérií pomocou kompenzačnej metódy, ktorá patrí do skupiny metód určujúce váhy na základe dôsledkov variantov. Samotný výpočet váh sme realizovali na konkrétnom rozhodovacom probléme výberu mobilného telefónu troma rôznymi postupmi kompenzačnej metódy, pričom pri druhom a treťom sme využívali okrem lineárnej funkcie úžitku aj nelineárne funkcie. V prvom prípade to bolo len lineárna funkcia úžitku. Celkovo sme dostali päť vektorov váh, ktoré sú zhrnuté v nasledujúcej tabuľke, podľa ktorej je zrejmé aj poradie kritérií.

Tab. č. 15: Komparácia metód určujúcich váhy kritérií

Kritérium	Veľkosť dis.	Processor	Fotoaparát	Kapacita b.	Váha	Cena
1.metóda	0,0677966	0,1017	0,135593	0,050848	0,30509	0,33898
Poradie kritérií	5	4	3	6	2	1
2.metóda lin. f(u)	0,0677966	0,1017	0,135593	0,050848	0,30509	0,33898
Poradie kritérií	5	4	3	6	2	1
2.metóda nelin. f(u)	0,0677966	0,1017	0,135593	0,050848	0,30509	0,33898
Poradie kritérií	5	4	3	6	2	1
3.metóda lin. f(u)	0,02482022	0,08169	0,12173	0,077397	0,32582	0,36854
Poradie kritérií	6	4	3	5	2	1
3.metóda nelin. f(u)	0,02834307	0,10455	0,17143	0,021561	0,3303	0,34382
Poradie kritérií	5	4	3	6	2	1

Graf č. 12: Komparácia výsledných váh kritérií



Na základe grafu a tabuľky môžeme vidieť, že vektory váh kritérií vypočítané jednotlivými metódami sú si navzájom podobné, dokonca v troch prípadoch rovnaké. Ich rovnosť vyplýva z identického výsledného vzťahu na výpočet váh kritérií, ktoré obe metódy využívajú. Keďže pri stanovení váh kritérií sme vychádzali z rovnakého modelu rozhodovacej situácie a predpokladov, tak zhoda bola očakávaná.

Jedine odlišenie v poradí dôležitosti kritérií je pri tretej metóde, ktorá využíva lineárnu funkciu úžitku. Vidíme, že kritérium „*Veľkosť displeja*“ je menej dôležité ako kritérium „*Kapacita batérie*“. Avšak práve tieto dve kritéria by sme mohli z našej prípadovej štúdie úplne vylúčiť, keďže zásadne neovplyvňujú výber kompromisného variantu. Naopak kritéria „*Cena*“ a „*Váha*“ v každom princípe dominujú ostatným kritériám, tzn. že budú mať najväčší vplyv na náš rozhodovací problém.

Vo viackriteriálnom rozhodovaní platí fakt, že každá metóda stanovenia váh kritérií je vhodná pre akúkoľvek rozhodovaciu situáciu a je len na subjektu rozhodovania, pre ktorú sa rozhodne. Často krát je lepšie si zvoliť viacero metód a až potom urobiť záverečné rozhodnutie. V našom prípade máme 5 vektorov váh kritérií, ktoré po dosadení do vzťahu (1.4), ktorý predstavuje aditívny tvar funkcie úžitku jednotlivých variantov, získame 5 rôznych výsledkov riešenia nášho rozhodovacieho problému.

Tab. č. 16: Komparácia výsledkov riešenia rozhodovacieho problému

Celkový úžitok\Varianty	Samsung Galaxy S6	LG G3	Nokia Lumia 930	Sony Xperia Z3	HTC One M9	Iphone 6
1.princíp	0,47	0,70	0,59	0,63	0,34	0,33
Poradie variantov	4	1	3	2	5	6
2.princíp lin. f(u)	0,56	0,74	0,66	0,65	0,41	0,53
Poradie variantov	4	1	2	3	6	5
2.princíp nelin. f(u)	0,51	0,65	0,66	0,50	0,32	0,44
Poradie variantov	3	2	1	4	6	5
3.princíp lin. f(u)	0,15	0,23	0,20	0,18	0,09	0,16
Poradie variantov	5	1	2	3	6	4
3.princíp nelin. f(u)	0,61	0,70	0,50	0,70	0,36	0,56
Poradie variantov	3	1	5	2	6	4

Na základe tabuľky vidíme, že v poradí jednotlivých variantov sa vyskytujú určité odchýlky. Táto situácia nastáva aj napriek tomu, že váhy jednotlivých kritérií vypočítané pomocou každej metódy sú približne rovnaké. Ak porovnáme poradie troch identických vektorov váh pri prvej a druhej metóde, tak je zřejmé, že ani v tomto prípade poradie mobilných telefónov rovnaké nie je. Tieto odchýlky v poradí prisudzujeme rozličným

funkciám úžitkov, ktoré jednotlivé metódy využívali. Z toho vyplýva, že funkcie úžitkov majú zásadný vplyv na výpočet váh kritérií pomocou kompenzačnej metódy, a hlavne aj na konečné riešenie rozhodovacieho problému.

V prípade výberu kompromisného variantu nastáva zhoda pri štyroch metódach, z čoho plynie záver, že riešením rozhodovacieho problému výberu mobilného telefónu by mala byť kúpa zariadenia *LG G3*. Prvé miesto toto zariadenie nedosiahlo len pri druhej metóde, ktorá využívala nelineárnu funkciu úžitku, ale rozdiel medzi prvým variantom je len v stotine celkového úžitku. Podobne aj pri najhoršom variante nastáva zhoda pri štyroch metódach. K tomu aby aj v prvom princípe *HTC One M9* zaujal šieste miesto, potreboval o stotinu úžitku menšiu hodnotu.

Z vyššie uvedeného vyplýva, že jednotlivé metódy poskytujú rovnaké, nanajvýš podobné výsledky, či už váh kritérií alebo konečného riešenia rozhodovacieho problému. Podobnosť nastáva aj napriek úplne rozličným postupom, ktoré sú využívané pre stanovenie váh kritérií. V konečnom dôsledku každá z týchto metód je vhodná na výpočet váh kritérií akéhokoľvek rozhodovacieho problému. No napriek tomu ako najvhodnejšiu považujeme tú druhú, hoci výpočtová náročnosť je asi najťažšia. Táto metóda využíva spoľahlivý algoritmus na výpočet parciálneho prírastku úžitku kritéria ak poznáme pokles hodnoty parciálneho úžitku druhého porovnávaného kritéria. Taktiež je nám poskytnutá možnosť práce akýmikoľvek lineárnymi alebo nelineárnymi funkciami úžitkov. Jedinou podmienkou je rovnosť jednej pri najlepšom dôsledku podľa kritérií. Pri prvej metóde je využívanie akýchkoľvek funkcií úžitkov odopreté. Je náročné vytvoriť takú funkciu, ktorá by spĺňala predpoklad využitia tejto metódy. Ako jedinou možnou sa javí iba funkcia váženého súčtu, ktorá je lineárna. Tretí princíp predstavuje dobrú alternatívu oproti ostatným.

Jediným negatívom týchto metód je väčšia výpočtová náročnosť ako v prípade skupiny metód využívajúcich tím expertov. Avšak výsledné váhy pomocou kompenzačnej metódy sú oveľa presnejšie. Samozrejme, čo sa týka rozhodovacích problémov podobných tomu nášmu, tak sa nepredpokladá, že ľudia pri kúpe napríklad, nového auta alebo televízora siahnu po týchto metódach a matematicky si budú vyčíslovať dôležitosť kritérií. No vo veľkých spoločnostiach, kde sa riešia komplexnejšie rozhodovacie problémy, metódy postavené na základoch kompenzačného princípu môžu mať svoje opodstatnenie.

Zaujímavé by bolo aplikovať tieto metódy na iný rozhodovací problém a preferenčné poradie určiť viacerými metódami ako len nami použitou metódou MAU. Taktiež stanoviť váhy pomocou Saatyho metódy, ktorá patrí do skupiny metód bez znalosti dôsledkov variantov, ale pracuje na podobnom princípe ako metóda kompenzačná. Výsledky takto zmenených predpokladov následne porovnať s našimi a vyvodiť určitý záver. Takéto úvahy však prevyšujú obsah tejto bakalárskej práce, nevyklučuje sa však možnosť tohto skúmania v mojej diplomovej práci.

Použitá literatúra

1. FOTR J., ŠVECOVÁ L. A KOL. *Manažérske rozhodovani postupy, metody a nástroje*. Praha 4 : Ekopress, 2010. str. 21. ISBN 978-80-86929-59-0.
2. FOTR, J. – PÍŠEK, M. *Exaktní metody ekonomického rozhodování*. Praha : Academia, 1986. s. 168. ISBN 21-013-86.
3. ČERNÝ, M - GLUCKAUFOVÁ, D. 1982. *Vicekriteriální vyhodnocování v praxi*. 1.vyd. Praha : SNTL, 1982. s. 133.
4. FIALA, F - Jablonsky, J - MAŇAS M. 1994. *Vicekriteriální rozhodování*. 1.vyd. Praha : Vysoká škola ekonomická v Praze, 1994. s. 316. ISBN 80 - 7079 - 748 - 7.
5. OCELIKOVÁ, E. 2001. *Viackriteriálne rozhodovanie*. Košice : Technická univerzita v Košiciach - Fakulta elektrotechniky a informatiky, 2011. s. 119. ISBN 978-80-553-0653-7.
6. PÚCHOVSKÝ, B. 2005. Vybrané problémy aplikácie viackriteriálneho rozhodovania v stavebníctve. *Soudní inženýrství*. Dvojmes. 1, 2005, 1, s. 261 - 266.
7. Samsung galaxy S6. www.gsmarena.com. [Online, 7. marca 2015.] Dostupné na internete: <http://www.gsmarena.com/samsung_galaxy_s6-6849.php>.
8. LG G3. www.gsmarena.com. [Online, 7. marca 2015.] Dostupné na internete: <http://www.gsmarena.com/lg_g3-6294.php>.
9. Nokia Lumia 930. www.gsmarena.com. [Online, 7. marca 2015.] Dostupné na internete: <http://www.gsmarena.com/nokia_lumia_930-6227.php>.
10. Sony xperia Z3. www.gsmarena.com. [Online, 7. marca 2015.] Dostupné na internete: <http://www.gsmarena.com/sony_xperia_z3-6539.php>.
11. HTC One M9. www.gsmarena.com. [Online, 7. marca 2015.] Dostupné na internete: <http://www.gsmarena.com/htc_one_m9-6891.php>.
12. Iphone 6. www.gsmarena.com. [Online, 7. marca 2015.] Dostupné na internete: <http://www.gsmarena.com/apple_iphone_6-6378.php>.
13. Samsung galaxy S6. www.alza.sk. [Online, 26. apríla 2015.] Dostupné na internete: <<https://www.alza.sk/samsung-galaxy-s6-sm-g920f-32gb-black-sapphire-d2362190.htm>>.

14. LG G3. *www.alza.sk*. [Online, 26. apríla 2015.] Dostupné na internete: <<https://www.alza.sk/lg-g3-d855-metallic-black-32gb-d1586879.htm>>.
15. Nokia Lumia 930. *www.alza.sk*. [Online, 26. apríla 2015.] Dostupné na internete: <<https://www.alza.sk/nokia-lumia-930-black-d1940125.htm>>.
16. Sony xperia Z3. *www.alza.sk*. [Online, 26. apríla 2015.] Dostupné na internete: <<https://www.alza.sk/sony-xperia-z3-d6603-white-d2169888.htm>>.
17. HTC One M9. *www.alza.sk*. [Online, 26. apríla 2015.] Dostupné na internete: <<https://www.alza.sk/htc-one-m9-silver-d2367103.htm>>.
18. Iphone 6. *www.alza.sk*. [Online, 26. apríla 2015.] Dostupné na internete: <<https://www.alza.sk/iphone-6-16gb-silver-d2216207.htm>>.