

Znižovanie emisií v okružných úlohách Reducing Emissions in Vehicle Routing Problems

Ivan Brezina, Beáta Šofranková

Abstract: The presented approach monitors the development and expansion of classical routing models and their contemporary modifications aimed to reduce CO₂ emissions while minimizing fuel consumption. The presented modifications of CVRP are not complete and comprehensive summary. The paper should only serve as an inspiration for various formulations of routing problems, taking into account the latest environmental challenges. Presented model EVRP - VC can be understood as a concept which indicates that optimization of fuel consumption and minimizing distances vary considerably in case if they are used for distribution of different sizes of vehicles. The aim of the traditional function of CVRP is deploying operating vehicle, seeking to minimize the total distance.

Total fuel consumption is determined by the vehicle moving between particular centres (moving net weight of the vehicle plus cargo weight). Kopfer et al. (2013) proposed a new class of task distribution (EVRP - VC). The task of model EVRP - VC is to minimize of fuel consumption needed to the purpose of serving customers in different cities. Compared with the traditional role of VRP we replace the objective function of minimizing a linear function of the distance of the vehicle fuel consumption. The use of a heterogeneous fleet with various payload and fuel consumption opens up the use of unexploited potential CO₂ emissions savings. Solution of EVRP - VC enables a reduction of fuel consumption and emission savings.

Kľúčové slová: Kapacitná okružná úloha (CVRP), Zelená okružná úloha (GVRP), znižovanie emisií CO₂

Keywords: Capacited Vehicle Routing Problem (CVRP), Green Vehicle Routing Problem GVRP, reducing emissions CO₂

JEL classification: C00, C6

1. Úvod

Jednu z najznámejších optimalizačných úloh na obsluhu uzlov v dopravnej sieti predstavuje kapacitná okružná úloha (*Capacited Vehicle Routing Problem* – CVRP) s jej mnohými modifikáciami¹, ktorej podstatou je nájsť také minimálne rozvozné trasy vozidla, ktoré sa

¹ Okružné problémy s viacerými strediskami (Multi Depot Vehicle Routing Problem – MDVRP), okružný problém s heterogénnym dopravným parkom (Fleet Size and Mix Vehicle Routing Problem – FSMVRP), otvorený problém rozvozu (Open Vehicle Routing Problem – OVRP), periodický okružný problém (Period Vehicle Routing Problem – PVRP), periodický okružný problém pre rozvoz a zvoz (Period Vehicle Routing Problem with Simultaneous Delivery and Pickup – PVRPSDP), rozvozná úloha s delenou dodávkou (Split Delivery Vehicle Routing Problem – SDVRP), zásobovací okružný problém (Inventory Vehicle Routing Problem – IVRP), stochastický okružný problém (Stochastic Vehicle Routing Problem – SVRP), okružný problém so stochastickými odberateľmi (Vehicle Routing Problem with Stochastic Customers – VRPSC), okružný problém so stochastickými požiadavkami (Vehicle Routing Problem with Stochastic Demand – VRPSD), okružný problém so stochastickými časmi obsluhy a prepravy (Vehicle Routing Problem with Stochastic Service and Travel Times – VRPSSTT), okružný problém s viacerými jazdami (Multi-trip Vehicle Routing Problem – MtVRP), konzistentné okružné problémy (Consistent Vehicle Routing Problem – ConVRP), okružné problémy s časovými oknami (Vehicle Routing Problem with Time Windows – VRPTW) atď.

začínajú a končia vo východiskovom (aj koncovom) uzle za podmienok, že každý uzol okrem východiskového uzla bude navštívený práve raz, pričom sa pri preprave neprekročí kapacita vozidla a budú uspokojené požiadavky všetkých uzlov (zákazníkov).

Jej ďalšie rozšírenie (ako aj všetkých jej uvedených modifikácií) môže predstavovať tzv. zelený okružný problém – *Green Vehicle Routing Problem* – GVRP (napr. Bektas a Laporte (2011), Erdogan a Miller – Hooks (2012)), ktorý nesleduje len nájdenie najkratšej vzdialenosti medzi uzlami v sieti (resp. doby jazdy), ale tiež produkciu výfukových plynov v spojitosti so spotrebou paliva. Ďalším možným rozšírením uvedených úloh môže byť aj optimalizácia vozového parku, ktorý využíva bio palivá, pretože používanie vozidiel jazdiacich na bio palivá môže byť v budúcnosti jednou z alternatív, ktoré majú prekonať ťažkosti spojené s používaním automobilov jazdiacich na báze fosílnych palív (neustále zvyšovanie emisií výfukových plynov NO_x , SO_2 i CO_2).

Optimalizáciu okružných rozvozných trás s cieľom minimalizácie emisií CO_2 založenú na pôvodnom modeli CVRP rieši emisná úloha okružných jazd rôznorodého vozového parku (*Emissions Vehicle Routing Problem – Vehicle Category*, EVRP – VC). Táto modifikácia je založená na minimalizácii emisií, resp. na minimalizácii celkovej spotreby paliva vozového parku s rôznymi druhmi nákladných vozidiel (pri predpoklade závislosti spotreby paliva na hmotnosti vozidla v priebehu jeho cesty). Pri optimalizácii je pritom rešpektovaná rôznorodosť vozového parku s rôznou celkovou nosnosťou, maximálnou nosnosťou a palivovou účinnosťou.

2. Emisné okružné úlohy

V súčasnosti sú v teoretickej aj praktickej rovine zaujímavé ekologicky orientované rozšírenia klasických okružných úloh, ktoré sa zameriavajú na minimalizáciu spotreby paliva alebo množstva vyprodukovaných emisií CO_2 , pričom sa predpokladá priama úmera medzi týmito hodnotami. Pri formulácii tejto triedy problémov sa zvyčajne predpokladá odhad množstva spotrebovaného paliva pre príslušný úsek rozvoznej trasy v závislosti od jeho hmotnosti. Vo všeobecnosti existuje celý rad metód pre odhad spotreby paliva a vyprodukovaných emisií v cestnej preprave, ktoré sú závislé na celom rade parametrov. Väčšina odhadových metód je založená na analytických modeloch emisií, ktoré sa líšia v zásadách, na ktorých sú modely založené a parametroch, ktoré sa berú do úvahy.

V poslednom období zelená logistika získava na význame a zameriava sa na minimalizáciu škodlivých účinkov predovšetkým v preprave tovarov. Pozornosť sa zameriava najmä na zníženie hladiny CO_2 prostredníctvom lepšieho plánovania prepravných trás na prevádzkovej úrovni. V literatúre bol prezentovaný celý rad analytických emisných modelov, ktoré sa líšia v spôsoboch, akým odhadujú spotrebu paliva, emisie alebo v parametroch, ktoré sa berú do úvahy v odhadoch. V tejto súvislosti Ardekani a kol. (1996) rozdelili modely na modely pre mestské cesty (rýchlosť vozidla je nižšia ako 55 km/h) a diaľnice (rýchlosť vozidla je aspoň 55 km/h) a modely spotreby paliva. Esteves – Booth a kol. (2002) charakterizujú tri typy emisných modelov, ktorými sú model emisných faktorov, model priemernej rýchlosti a model režimu jazdy.

Bowyer a kol. (1985) prezentovali rozšírenie modelu výkonu, ktorého autorom je Kent a kol. (1982). Nimi navrhnutý model okamžitej spotreby paliva využíva ukazovatele vozidla ako sú jeho hmotnosť, energia, parametre účinnosti, ťažná sila, spotreba paliva, prvky spojené s aerodynamickým odporom a valivým odporom a spotreba paliva za sekundu.

Všeobecný modálny emisný model pre ťažké nákladné vozidlá navrhli Barth a kol. (2000, 2005), Barth a Boriboonsomsin (2008). Model emisií pre ťažké nákladné vozidlá, ktorý

bol prezentovaný Rossom (1994) sa skladá z troch modulov a to výkonu motora, otáčok motora a spotreby paliva.

Hickman a kol. (1999) analyzovali emisné faktory cestnej prepravy (INFRAS, 1995) a na ich základe opisujú metodiku s názvom MEET, ktorá sa používa na výpočet dopravných emisií a spotreby energie pre ťažké nákladné vozidlá. Táto metodika v sebe zahŕňa rôzne funkcie odhadu závislé predovšetkým od rýchlosti a počtu pevných a vopred definovaných parametrov pre vozidlá s hmotnosťou v rozsahu od 3,5 tony až do 32 ton. Metodika MEET je založená na meraní parametrov extrahovaných z experimentov v reálnom živote. Hlavným nedostatkom modelu je jeho použitie pevných nastavení parametrov pre konkrétny typ vozidla a pre všetky vozidlá v danej váhovej kategórii.

Počítačový program pre výpočet modelu emisií z cestnej dopravy COPERT bol vyvinutý autormi Ntziachristos a Samaras (2000) na odhady emisií všetkých hlavných látok znečisťujúcich ovzdušie, ako aj emisií skleníkových plynov podľa rôznych kategórií vozidiel (osobné automobily, ľahké úžitkové vozidlá, ťažké nákladné vozidlá, mopedy a motocykle). Používa pritom celý rad funkcií na odhad spotreby paliva, ktoré sú špecifické pre vozidlá rôznych hmotností.

Kara a kol. (2007) prezentovali model minimalizácie hmotnosti prevážaného nákladu vo vozidle. Tento prístup má viesť k minimalizácii energie vozidiel pri jednotlivých rozvozných jazdách v okružných úlohách. Ich prístup však neodráža skutočnú spotrebovanú energiu vozidla, pretože zanedbáva niektoré veľmi dôležité faktory ako napríklad hmotnosť prázdneho vozidla.

Beltran, Carrese, Cipriani a Petrelli (2009) skúmali možnosti použitia zelených autobusov v mestskej sieti. Vyvinuli model pre pridelovanie zelených autobusov pomocou algoritmov za predpokladu rovnováhy v mestskej sieti. Do úvahy brali citlivé oblasti miest ako obytné oblasti, parky a pod. a pripravili zelené trasy v blízkosti spomenutých obytných zón, ktoré mali veľký vplyv na zníženie znečistenia prostredia.

Novšie modely sú založené na metódach odhadu paliva a znečistenia v závislosti na celkovej hmotnosti vozidla vrátane celkovej nosnosti vozidla (Peng a Wang 2009).

Niektoré súčasné modely berú do úvahy súčasne niekoľko faktorov, ako napr. priemernú rýchlosť Figliozzi (2010), preťaženie vozidla ovplyvňované priemernou rýchlosťou v kombinácii s rýchlosťou zrýchlenia Figliozzi (2010), topológiou (Scott a kol. 2010, Ubeda a kol. 2010) alebo užitočným zaťažením (Peng a Wang 2009, Jaramillo 2010, Scot a kol. 2010). Aspekty časovo závislých problémov prepravy nebezpečného materiálu a dynamickú optimalizáciu modelov v reálnom čase prezentujú Sbihi a Egles (2010), čím tiež prispievajú k riešeniu otázok vyplývajúcich zo spájania zelenej logistiky so smerovaním vozidiel a plánovaním.

Ubeda a kol. (2010) analyzujú účinky rôznych stupňov využitia vozidla na množstve vyprodukovaných emisií oxidu uhličitého (CO₂). Scott a kol. (2010) skúmajú vplyv sklonu vozovky a používajú korekčné faktory užitočného zaťaženia v rámci emisných modelov. Autori preverujú mieru vplyvu doručenia tovaru na riešenie úlohy najkratšej cesty a úlohy obchodného cestujúceho. Pre odhad spotreby paliva vo svojej štúdii využívajú model COPERT prezentovaný v práci Ntziachristos a Samaras (2000).

Xiao, Zhao, Kaku, a Xu (2011) venovali osobitnú pozornosť miere spotreby paliva v závislosti na zaťažení vozidla. Výsledky ukazujú, že daným modelom možno znížiť spotrebu paliva v priemere o 5 % v porovnaní so štandardnými modelmi CVRP. Erdogan & Miller – Hooks (2012) modifikovali algoritmus Clarka-Wrighta pomocou heuristických postupov pre optimalizáciu používania vozidiel, ktoré jazdia na bio palivá.

Jabali a kol. (2012) skúmajú kompromis medzi minimalizáciou emisií CO₂ v porovnaní s minimalizáciou celkovej jazdnej doby. Vychádzajú zo skutočnosti, že emisie CO₂ sú v

priamom vzťahu k rýchlosti vozidla a závisia od doby jazdy. Tieto faktory, ktoré ovplyvňujú spotrebu paliva, sú zahrnuté v prezentovaných optimalizačných modeloch, pričom jeden model predstavuje model pre minimalizáciu celkovej doby jazdy, druhý model je zameraný na minimalizáciu emisií CO₂ v závislosti na dobe jazdy a rýchlosti a tretí model je založený na optimalizácii nákladov na báze váženého priemeru doby jazdy, nákladov na emisie a na nákladov na palivo za predpokladu, že dopravné spoločnosti môžu obmedziť rýchlosť svojich vozidiel.

3. Úloha okružných jázd s minimalizáciou emisií

Modifikácia klasického CVRP s cieľom minimalizácie emisií CO₂ sa líši vo formulácii cieľového kritéria, teda v nahradení celkového súčtu prejdenej vzdialenosti vozidlom (resp. doby rozvozných jázd) novým cieľovým kritériom minimalizácie emisií, resp. toto kritérium je odvodené od minimalizácie celkovej spotreby paliva (*Emissions Vehicle Routing Problem – Vehicle Category*, EVRP – VC). Vychádza z predpokladu, že spotreba paliva je závislá od celkovej hmotnosti vozidla v priebehu jeho jazdy, pričom treba rešpektovať rôznorodosť vozového parku s rôznou celkovou nosnosťou, maximálnou nosnosťou a palivovou účinnosťou (podľa príručky spotreby paliva amerického ministerstva energetiky (2008) hmotnosť užitočného zaťaženia ovplyvňuje spotrebu osobného vozidla tak, že o každých ďalších 100 libier = 45,36 kg záťaže nesenej vozidlom sa zvýši spotreba paliva až o 2% a tento predpoklad platí v zásade aj pre nákladné automobily prepravujúce náklad).

Podľa britského ministerstva dopravy (2007) pre nákladné vozidlá vplyv užitočného zaťaženia vozidla na MPG (Miles Per Gallon of gas – míľa na galón plynu) možno charakterizovať pomocou lineárnej funkcie spotreby paliva (Kopfer a kol., 2013):

$$mpg' = \alpha + \beta L \quad (1)$$

kde

mpg' – spotreba paliva na kilometer,

α – spotreba paliva prázdneho vozidla na kilometer,

β – súčiniteľ úmernosti pre zvýšenie spotreby paliva na kilometer spôsobený užitočným zaťažením,

L – užitočné zaťaženie.

Funkcia mpg' teda predstavuje spotrebu paliva na kilometer v závislosti užitočného zaťaženia L , pričom α je spotreba paliva na kilometer prázdneho vozidla, zatiaľ čo β predstavuje súčiniteľ úmernosti pre zvýšenie spotreby paliva na kilometer spôsobený užitočným zaťažením.

Pre kvantifikáciu očakávanej spotreby paliva nákladného vozidla k ($k = 1, 2, \dots, m$) s hmotnosťou užitočného zaťaženia q_{ij} z uzla i ($i = 0, 1, 2, \dots, n$) do uzla j ($j = 0, 1, 2, \dots, n$) základe vzdialeností d_{ij} (reálne vzdialenosti, resp. doby jazdy medzi uzlami i a j), možno formulovať funkciu očakávanej spotreby paliva k -teho nákladného vozidla F_k :

$$F_k = a_k d_{ij} + b_k q_{ij} d_{ij} \quad (2)$$

kde

F_k – očakávaná spotreba paliva k -teho nákladného vozidla (funkcia pre odhad množstva spotreby paliva), $k = 1, 2, \dots, m$,

a_k – spotreba paliva k -teho vozidla na km, $k = 1, 2, \dots, m$,

- d_{ij} – vzdialenosť medzi uzlami i a j , $i, j = 0, 1, 2, \dots, n$,
 b_k – špecifická spotreba paliva k -teho vozidla na tonu užitočného zaťaženia na km, $k = 1, 2, \dots, m$,
 q_{ij} – hmotnosť užitočného zaťaženia z uzla i do uzla j , $i, j = 0, 1, 2, \dots, n$,
 i, j – uzly (miesta, vrcholy, body).

Všeobecne možno predpokladať, že množstvo vypustených emisií CO₂ z vozidla je priamo úmerné spotrebe paliva tak, že minimalizácia spotreby paliva je ekvivalentná minimalizácii emisií CO₂. Je pritom dôležité zdôrazniť význam skúmania vplyvu faktorov zaťaženia a vzdialenosti na spotrebu paliva daného nákladného vozidla k ($k = 1, 2, \dots, m$). Všetky ostatné faktory, ktoré potenciálne ovplyvňujú spotrebu paliva, nebývajú zvyčajne uvažované, pretože sa predpokladá, že zostanú nezmenené. Medzi neuvažované faktory možno zaradiť napr. plynulosť prepravy, rýchlosť mapovania prevádzkovej oblasti a pod. Množstvo spotrebovaných pohonných hmôt pre každú jazdu sa vypočíta vynásobením prejdenej vzdialenosti jazdy emisným faktorom, ktorého hodnota závisí od stavu naloženia vozidla v príslušnej jazde.

V súlade s predpismi EÚ možno definovať štyri rôzne kategórie nákladných vozidiel (uvažované hodnoty sú 3,5 tony, 7,5 ton, 12 ton a 40 ton). Z pohľadu našich úvah je pritom najdôležitejšia skutočnosť, že navrhované kategórie vozidiel sa líšia v špecifickej spotrebe paliva a teda aj vo vyprodukovanom množstve emisií CO₂. Vo všetkých navrhovaných kategóriách vozidiel (Tabuľka 1) sú uvedené údaje pre celkovú hmotnosť k -teho ($k = 1, 2, 3, 4$) vozidla W_k , jeho nosnosť Q_k a parametre a_k a b_k pre spotrebu paliva. Koeficient medzi nosnosťou a celkovou hmotnosťou vozidla (hodnoty 3,5 tony, 7,5 ton, 12 ton a 40 ton) je podobný vozidlám z kategórie VC₁₂, VC_{7,5}, VC_{3,5} (v tomto poradí 0,46, 0,43 a 0,43), zatiaľ čo tento podiel je oveľa priaznivejší pre vozidlá z kategórie VC₄₀ (0,63). Hodnoty parametrov a_k a b_k ($k = 1, 2, 3, 4$) sú priemerné hodnoty, ktoré boli stanovené empiricky na základe informácií dopravcov, ktoré sú dostupné na internete, napr. v Spritmonitor (2013), resp. Eurotransport (2013). Hodnoty a_k a b_k (Tabuľka 1) sú považované za hodnoty predstavujúce ekologický štýl jazdy. Hodnota q v poslednom stĺpci Tabuľky 1 označuje hmotnosť vozidlom prepravovaného nákladu. Uvedené hodnoty v Tabuľke 1 určujú účinnosť vozidiel odlišných kategórií z hľadiska ich mernej spotreby paliva v závislosti na ich stupni využiteľnosti kapacity.

Tab. 1: Klasifikácia kategórií vozidiel

Kategória vozidla		Celková hmotnosť vozidla W_k		Nosnosť Q_k	a_k	b_k	Spotreba paliva (l na 100 km)
$k = 1$	VC ₄₀		40	25	26	0,36	$\frac{26 + 0,36}{q} q$
$k = 2$	VC ₁₂		12	5,5	20	0,76	$\frac{20 + 0,76}{q} q$
$k = 3$	VC _{7,5}		7,5	3,25	15	1,54	$\frac{15 + 1,54}{q} q$

$$k = 4 \quad VC_{3,5} \quad \text{car icon} \quad 3,5 \quad 1,5 \quad 8 \quad 3,31 \quad \frac{8 + 3,31}{q} q$$

Zdroj: spracované podľa Kopfer, Schönberger, Kopfer (2013)

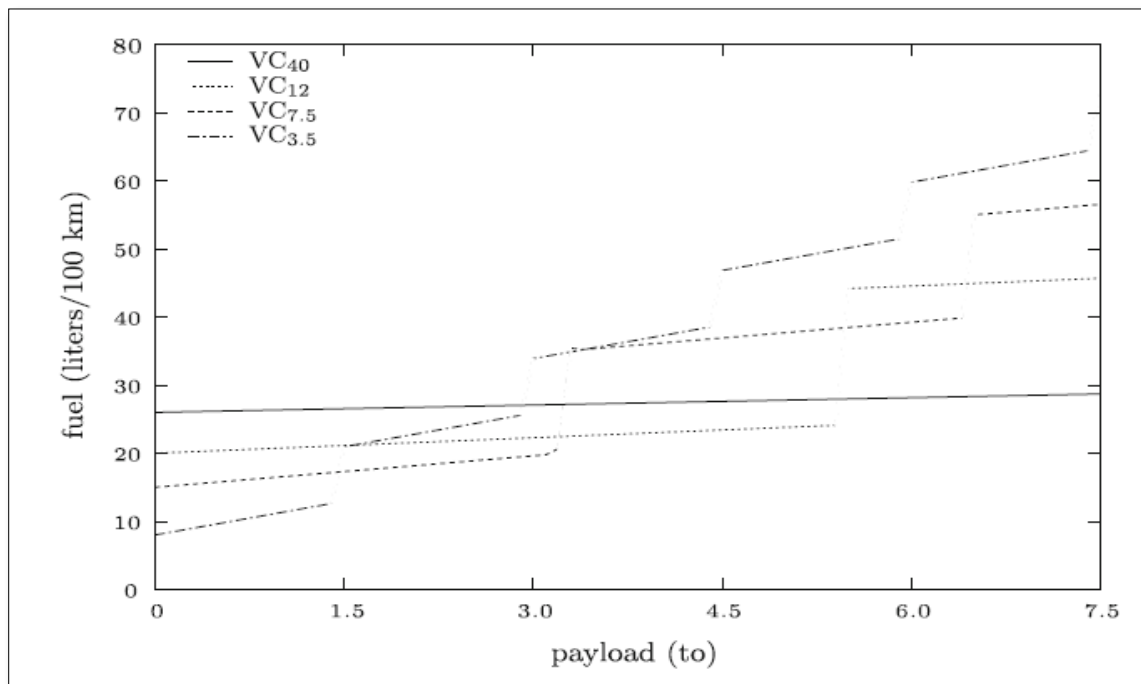
10 %-né využitie nosnosti vozidla kategórie VC₄₀ predstavuje hmotnosť nákladu 2,5 tony, čo zodpovedá 77 % využitiu vozidla z kategórie VC_{7,5}. Množstvo spotrebovaného paliva na prepravu jednej tony na vzdialenosť 100 km sa označuje ako čistá spotreba paliva. Na prepravu 0,5 tony nákladu pomocou vozidla kategórie VC₄₀ je potrebné 52,36 litra na 100 km. Túto hodnotu označíme ako čistú spotrebu paliva, ktorú vypočítame ako $((26 + 0,5 \cdot 0,36) / 0,5) = 52,36$ litra na 100 km a každá tona prepravovaného tovaru predstavuje špecifickú hodnotu 19,31 litra spotrebovaného paliva pre kategóriu VC_{3,5}. V prípade, ak automobil preváža 25 ton nákladu, špecifická čistá spotreba paliva pre kategóriu VC₄₀ je len na úrovni 1,4 litra na 100 km za tonu.

Tab. 2: Spotreba paliva na základe hmotnosti tovaru

Celková vozidla	hmotnosť	Nosnosť Q_k	a_k	b_k	Spotreba paliva (l na 100 km)			
					$q = 0,5$	$q = 1$	$q = 3$	$q = 7$
VC ₄₀ 40		25	26	0,36	52,36	26,36	9,03	4,07
VC ₁₂ 12		5,5	20	0,76	40,76	20,76	7,43	3,62
VC _{7,5} 7,5		3,25	15	1,54	31,54	16,54	6,54	3,68
VC _{3,5} 3,5		1,5	8	3,31	19,31	11,31	5,98	4,45

Zdroj: vlastné výpočty

Obr. 1: Funkcia mernej spotreby paliva v závislosti užitočného zaťaženia



Zdroj: Kopfer, Schönberger, Kopfer (2013)

Obrázok 1 znázorňuje špecifické zvýšenie spotreby paliva vozidla, keby sa prepravovaný náklad medzi dvoma uzlami stále zvyšoval až na 7 ton. Je z neho zrejmé, že malé vozidlá z nižšej kategórie sú výhodné pri nízkom zaťažení. Pri vysokom zaťažení sú výhodné veľké vozidlá z vyššej kategórie, pretože v tomto prípade je na prepravu potrebné niekoľko vozidiel z nižšej kategórie. EVRP-VC predstavuje rozhodovaciu úlohu zostavenia rozvozných trás pre rôzne veľkosti vozidiel tak, aby bola spotreba paliva podľa nasadených vozidiel minimálna. Každý zákaznícky uzol musí byť navštívený práve raz, pričom nie je dovolené preťaženie vozidla.

4. Matematický model úlohy EVRP - VC

Matematická formulácia úlohy EVRP - VC je založená na rozšírení tradičnej formulácie úlohy CVRP navrhutej Dantzigom a Ramseyom (1959). Pre zohľadnenie špecifických požiadaviek EVRP-VC sú nutné pre $i, j = 0, 1, 2, \dots, n$ a $k = 1, 2, \dots, m$ dve hlavné rozšírenia:

1. Hmotnosť q_{ijk} užitočného zaťaženia prepravovaného vozidlom k po trase (i, j) , musí byť stanovená u všetkých trojíc (i, j, k) . Táto hmotnosť je za účelom zistenia celkovej hmotnosti pridaná do prázdneho zaťaženia vozidla, ktoré sa pohybuje po trase (i, j) . Z tejto hmotnosti môžeme vypočítať predpísané, resp. reálne spotrebované palivo.
2. Cieľ funkcie musí byť pozmenený podľa funkcie F_k uvedenej vo vzťahu (2).

Ďalej budeme používať nasledujúce označenie:

- n – počet uvažovaných uzlov vrátane centra (štartovací uzol),
- m – počet vozidiel,
- index $i \in I = \{0, 1, 2, \dots, n\}$ predstavuje uzly výjazdu z centra alebo z uzla (hodnota 0 predstavuje štartovací uzol),
- index $j \in J = \{1, 2, \dots, n\}$ predstavuje uzly príjazdu vozidla,
- vozidlo je označené indexom $k \in K = \{1, 2, \dots, m\}$,

- vzdialenosti medzi jednotlivými uzlami i a j sú označované d_{ij} , ktoré predstavujú dĺžku trás medzi uzlami i a j , kde $i \in I$ a $j \in J$,
- požadovaný dopyt zákazníka v uzle j , $j \in J$, označíme π_j ,
- požadovaný nulový dopyt v centre alebo v začiatočnom uzle 0 označíme π_0 .

Každé vozidlo pre uvažovaný vozový park je popísané charakteristikami: a_k – spotreba k -teho vozidla na km, $k \in K$, b_k – spotreba paliva k -teho na tonu užitočného zaťaženia, $k \in K$, Q_k – nosnosť k -teho vozidla, $k \in K$. Binárne rozhodovacie premenné $y_{jk} \in \{0, 1\}$ $\{j \in J, k \in K\}$, môžu nadobúdať hodnoty 0 a 1, sa používajú na reprezentáciu rozhodnutia, či uzol i je zásobovaný vozidlom k . Binárne rozhodovacie premenné $x_{ijk} \in \{0, 1\}$ $\{i \in I, j \in J, k \in K\}$ sa používajú na smerovanie vozidla. Užitočná hmotnosť prepravovaná medzi uzlami (i, j) vozidlom k je reprezentovaná spojitými rozhodovacími premennými q_{ijk} $\{i \in I, j \in J, k \in K\}$. Spojité rozhodovacie premenné u_i $\{i \in I\}$ slúžia k nastaveniu obmedzenia, ktoré zabráňuje vzniku cyklov, ktoré neobsahujú centrum, resp. východiskový uzol. Binárna rozhodovacia premenná x_{0jk} , ktorá nadobúda hodnoty 0 a 1 sa používa na rozhodnutie smerovania z uzla 0 do uzla j vozidlom k . Hodnoty q_j predstavujú dopyt v j -tom uzle, hodnoty Q_k koeficient maximálnej nosnosti vozidla k (nosnosť vozidla). Premenná q_{ijk} je spojitá rozhodovacia premenná užitočného zaťaženia prepravovaného vozidlom k po trase (i, j) a q_{jik} je spojitá rozhodovacia premenná užitočného zaťaženia prepravovaného vozidlom k po trase (j, i) .

Použitím premenných q_{ijk} a x_{ijk} možno vypočítať celkový súčet spotrebovaného paliva:

$$\min \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} \sum_{k \in K} (d_{ij} (a_k x_{ijk} + b_k q_{ijk})) \quad (3)$$

Dodržané musia byť pritom podmienky:

$$\sum_{i \in I} x_{ijk} = \sum_{i \in I} x_{jik} \quad k \in K, j \in J \quad (4)$$

$$\sum_{i \in I} x_{ijk} = y_{jk} \quad k \in K, j \in J \quad (5)$$

$$\sum_{k \in K} y_{jk} = 1 \quad j \in J \quad (6)$$

$$\sum_{j \in J} x_{0jk} = y_{jk} \quad k \in K \quad (7)$$

$$u_i - u_j + n \sum_{k \in K} x_{ijk} \leq n - 1 \quad i \in I, j \in J \quad (8)$$

$$\sum_{i \in I} \pi_j y_{jk} = Q_k \quad k \in K \quad (9)$$

$$\sum_{i \in I} q_{ijk} - \sum_{i \in I} q_{jik} = \pi_j y_{jk} \quad k \in K, j \in J \quad (10)$$

$$q_{ijk} \leq Q_k x_{ijk} \quad i \in I, k \in K, j \in J \quad (11)$$

$$q_{ijk} \geq 0 \quad i \in I, k \in K, j \in J \quad (12)$$

$$u_i \geq 0 \quad i \in I \quad (13)$$

$$x_{ijk} \in \{0, 1\} \quad i \in I, k \in K, j \in J \quad (14)$$

$$y_{jk} \in \{0, 1\} \quad j \in J, k \in K \quad (15)$$

Vzťahy (4) – (15) sú nastavené tak, aby pri ich dodržaní bolo možné realizovať súbor rozvozných trás pre EVRP - VC. Do trás sú zahrnuté klasické obmedzenia CVRP, ktoré sú dané vzťahmi (4) – (8) vrátane Millerovej – Tuckerovej - Zemlinovej formulácie (8) na odstránenie

cyklov, ktoré neobsahujú východiskový uzol (napr. Toth a Vigo, 2002). Vzhľadom na vzťah (10) by mohol byť vynechaný vzťah (8), ale z výkonnostných dôvodov je vzťah (8) zaradený do modelu. Vzťah (9) označuje celkovú kapacitu z formulácie CVRP, ktorá je rozšírená o vzťahy (10), (11) a (12) pre stanovenie hmotnosti pohybujúcej sa po rozvozných trasách vozidla. Vzťah (10) zodpovedá toku prichádzajúceho a odchádzajúceho tovaru k zákazníckemu uzlu. Tieto vzťahy umožňujú určenie výšky toku užitočného zaťaženia na každej rozvozníj trase. Akákoľvek doprava na nevyužitých trasách je určená vzťahom (11). Inak by bolo možné, že žiadané prepravované množstvo by sa líšilo od nosnosti jednotlivých vozidiel. A konečná preprava negatívneho užitočného zaťaženia je vylúčená na základe (12).

5. Prípadová štúdia

Uvažujme o 4 nákladných vozidlách ($m = 4$) rozdielnej veľkosti a hmotnosti (k_1, k_2, k_3, k_4). Každé nákladné vozidlo má rozdielnu celkovú hmotnosť (W_k), nosnosť (Q_k), spotrebu paliva na 100 km (a_k) a spotrebu paliva na tonu užitočného zaťaženia (b_k), $k = 1, 2, 3, 4$. Tieto vozidlá majú obslúžiť celkovo dvanásť zákazníckych uzlov – okresné mestá Prešovského kraja ($n = 12$) s rozdielnou výškou dopytu (π_j).

Vstupné údaje:

1 - požiadavky zákazníckych uzlov π_j ($j = 0, 1, 2, \dots, 12$) - Tabuľka 3.

Tab. 3: Požiadavky miest π_j

Uzol (mesto)	Dopyt uzla π_j	Uzol (mesto)	Dopyt uzla π_j
Prešov	0	Sabinov	2,5
Bardejov	3	Snina	0,5
Humenné	3,5	Stará Ľubovňa	3
Kežmarok	3,25	Stropkov	3,5
Levoča	1,5	Svidník	0,75
Medzilaborce	1,5	Vranov nad Topľou	2,5
Poprad	5,5		

Zdroj: vlastné spracovanie

2 - maximálna nosnosť vozidla Q_k , celková hmotnosť vozidla W_k , spotreba vozidla na 100 km a_k a spotreba paliva na tonu užitočného zaťaženia b_k ($k = 1, 2, 3, 4$) - Tabuľka 4.

Tab. 4: Celková hmotnosť vozidla W_k , nosnosť Q_k , spotreba vozidla na 100 km a_k a spotreba paliva na tonu užitočného zaťaženia b_k

Druh vozidla	Celková hmotnosť vozidla W_k	Nosnosť Q_k	Spotreba vozidla na 100 km (l) a_k	Spotreba paliva na tonu užitočného zaťaženia (l) b_k
--------------	--------------------------------	---------------	--------------------------------------	--

dodávka 3,5 t	3,5	1,5	8	3,31
malé nákladné vozidlo 7,5 t	7,5	3,25	15	1,54
malé nákladné vozidlo 12 t	12	5,5	20	0,76
kamión 40 t	40	25	26	0,36

Zdroj: vlastné spracovanie

3 - vzdialenosti medzi centrom a uzlami (mestami) d_{ij} ($i, j = 0, 1, 2, \dots, 12$) - Tabuľka 5.

Tab.: 5 Vzdialenosti medzi jednotlivými uzlami d_{ij}

Uzly (mestá)	PO	BJ	HE	KK	LE	ML	PP	SB	SV	SL	SP	SK	VT
Prešov	0	43	74	86	58	85	83	17	96	64	53	58	48
Bardejov	43	0	97	89	101	80	104	47	119	58	48	35	71
Humenné	74	97	0	159	131	44	156	91	22	138	51	64	26
Kežmarok	86	89	159	0	28	169	15	79	181	32	137	124	133
Levoča	58	101	131	28	0	142	25	52	153	60	110	115	105
Medzilaborce	85	80	44	169	142	0	167	102	46	137	32	45	70
Poprad	83	104	156	15	25	167	0	77	178	47	135	139	130
Sabinov	17	47	91	79	52	102	77	0	113	47	70	75	65
Snina	96	119	22	181	153	46	178	113	0	160	73	86	48
Stará Ľubovňa	64	58	138	32	60	137	47	47	160	0	105	92	112
Stropkov	53	48	51	137	110	32	135	70	73	105	0	13	47
Svidník	58	35	64	124	115	45	139	75	86	92	13	0	63
Vranov / Topľou	48	71	26	133	105	70	130	65	48	112	47	63	0

Zdroj: vlastné spracovanie z údajov <http://www.vzdialenosti.sk/>

Výpočet rozvozu (riešenie úlohy matematického programovania) na základe vstupných parametrov bol realizovaný prostredníctvom programového balíka GAMS², Cplex 12.2.0.0.

Vypočítaný rozvoz pre jednotlivé uzly s rôznymi vozidlami je na obrázku 2 a jednotlivé trasy pre vozidlá sú uvedené v Tabuľke 6. Z nej je zrejmé, že malé vozidlo 3,5 t dodávka nerealizuje žiaden rozvoz, malé nákladné vozidlo do 7,5 t zabezpečuje rozvoz z centra (Prešov) do uzla 7 (Sabinov) s návratom do centra, malé nákladné vozidlo do 12 t zabezpečuje rozvoz z centra do uzlov 5, 8 a 2, teda do Medzilaboriec, Sniny a Humenného s návratom do centra (Prešov). Prostredníctvom kamiónu (40 t) sú postupne zásobované uzly 4, 6, 3, 9, 1, 11, 10, 12 (Levoča, Poprad, Kežmarok, Stará Ľubovňa, Bardejov, Svidník, Stropkov, Vranov nad Topľou) so začiatkom a koncom jazdy v centre – Prešove.

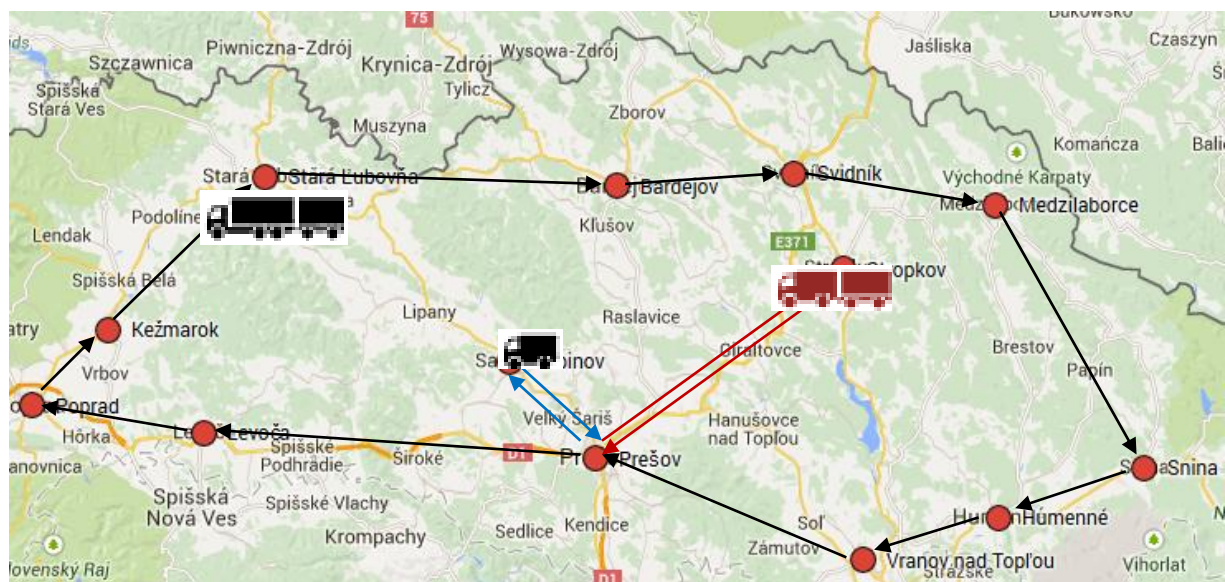
² GAMS (General Algebraic Modeling System - všeobecný algebrický modelovací systém) je programovací jazyk vyššej úrovne využívaný najmä v oblasti optimalizácie. Umožňuje riešiť všetky optimalizačné úlohy vo forme ich prirodzenej matematickej formulácie. Jeho prostredie spája poznatky z oblasti matematického programovania a relačných databáz, čo umožňuje vytvárať a riešiť mnohé praktické úlohy. GAMS umožňuje zadávanie modelu v algebrickej forme, čím je zachovaná prehľadnosť modelu súčasne spolu s možnosťou jednoduchšej modifikácie údajovej základne modelov. Model a dáta sú nielen logicky, ale aj fyzicky separované, dáta môžeme aktualizovať bez akejkoľvek potreby korekcie formulovaného matematického modelu. Na výpočet zadaného príkladu bol využitý riešiteľ CPLEX, ktorý sa nachádza ako riešiteľ v programe GAMS. CPLEX je riešiteľ v programe GAMS, ktorý umožňuje používateľom kombinovať možnosti modelovania na vysokej úrovni so schopnosťou optimalizácie tak, aby rýchlo a s minimálnymi zásahmi používateľa riešil veľké a zložité problémy. Prostredníctvom jazyka GAMS je dostupných približne tridsať programových systémov na riešenie optimalizačných úloh a tým aj väčšina algoritmov v súčasnosti používaných na tieto účely. GAMS má využitie v rôznych oblastiach ľudského pôsobenia.

Tab. 6: Trasovanie vozidiel

Vozidlo	Druh vozidla	Trasa	Trasa
1	dodávka 3,5 t	-	-
2	malé nákladné vozidlo do 7,5 t	0-7-0	Prešov-Sabinov-Prešov
3	malé nákladné vozidlo do 12 t	0-5-8-2-0	Prešov-Medzilaborce-Snina-Humenné-Prešov
4	kamión 40 ton	0-4-6-3-9-1-11-10-12-0	Prešov-Levoča-Poprad-Kežmarok-Stará Ľubovňa-Bardejov-Svidník-Stropkov-Vranov nad Topľou-Prešov

Zdroj: vlastné spracovanie

Obr. 2: Trasy vozidiel na báze modelu EVRP-VC



Zdroj: vlastné spracovanie

Pre porovnanie, pôvodný rozvoz realizovaný len kamiónom s dostatočnou nosnosťou 40 t vypočítaný na báze klasického modelu CVRP, je uvedený na obrázku 3.

Obr. 3: Trasa vozidla na báze modelu CVRP



Zdroj: vlastné spracovanie

6. Záver

Prezentovaný prístup monitoruje vývoj a rozšírenia klasických okružných modelov a ich súčasné modifikácie s cieľom znižovania CO₂ emisií pri minimalizácii spotrebovaných palív. Prezentované modifikácie CVRP nie sú úplným a vyčerpávajúcim prehľadom. Príspevok má len slúžiť ako inšpirácia pre rôzne formulácie okružných úloh pri zohľadnení najnovších ekologických výziev. Uvedený model EVRP - VC môžeme chápať ako koncepciu, ktorá preukazuje, že optimalizácia spotreby paliva a minimalizácia vzdialenosti sa značne líšia v prípade, že sa na rozvoz používajú rôzne veľkosti vozidiel. Cieľom tradičnej úlohy VRP je nasadenie prevádzkujúceho vozidla usilujúceho o minimalizáciu celkovej prejdenej vzdialenosti.

Celková spotreba paliva je určená tým, že sa vozidlo pohybuje medzi jednotlivými strediskami (pohybujúca sa čistá hmotnosť vozidla plus váha nákladu). Kopfer a kol. (2013) navrhli novú triedu úloh rozvozu (EVRP-VC). Úlohou modelu EVRP - VC je minimalizácia spotreby paliva potrebného pre obsluhu zákazníkov v rôznych mestách. V porovnaní s tradičnou úlohou VRP nahradíme účelovú funkciu minimalizácie vzdialenosti lineárnou funkciou spotreby paliva vozidla. Použitie heterogénneho vozového parku s rôznou nosnosťou a spotrebou paliva otvára využitie doteraz nevyužitému potenciálu úspory emisií CO₂. Riešenie EVRP - VC umožňuje zníženie spotreby paliva a úsporu emisií.

Literatúra

ARDEKANI, S. - HAUER, E. - JAMEI, B., 1996. Traffic impact models. In: Traffic Flow Theory. US Federal Highway Administration, Washington, DC, p. 1–7. [online]. 1996. Dostupné: <<http://www.fhwa.dot.gov/publications/research/operations/tft/chap7.pdf>>

- BARTH, M. a kol. 2006. Comprehensive Modal Emission Model (CMEM), Version 3.01 Users Guide. In Technical Report, University of California. [online]. 2006. Dostupné: <http://www.cert.ucr.edu/cmем/docs/CMEM_User_Guide_v3.01d.pdf>.
- BARTH, M. - BORIBOONSOMSIN, K. 2008. Real-world CO2 impacts of traffic congestion. In Transportation Research Record 2058, pp. 63–71. [online]. 2008. Dostupné: <<http://uctc.net/research/papers/846.pdf>>.
- BEKTAS, T. - LAPORTE, G. 2011. The pollution routing problem. In Transportation Research Part B, vol. 45, pp. 1232–1250 [online]. 2011. Dostupné: <https://www.researchgate.net/publication/227427091_The_PollutionRouting_Problem>.
- BELTRAN, B. a kol. 2009. Transit network design with allocation of green vehicles: A genetic algorithm approach. In Transportation Research Part C, vol. 17, pp. 475–483. [online]. 2009. Dostupné: <https://www.researchgate.net/publication/223761917_Transit_network_design_with_allocation_of_green_vehicles_A_genetic_algorithm_approach>.
- BOWYER, D.P. - BIGGS, D.C. - AKÇELIK, R. 1985. Guide to fuel consumption analysis for urban traffic management. In Australian Road Research Board Transport Research 32 [online]. 1985. Dostupné: http://www.sidrasolutions.com/Documents/BowyerAkcelikBiggs_SR32_Fuel.pdf>.
- Brezina, I. 2015. Minimalizácia emisií CO2 v rozvozných úlohách. In AIESA – budovanie spoločnosti založenej na vedomostiach [elektronický zdroj]: zborník : 16. medzinárodná vedecká konferencia : Bratislava, 5. - 6. november 2015. Bratislava: Vydavateľstvo EKONÓM, 2015. - ISBN 978-80-225-4151-0. - S. 554-558 CD-ROM.
- ĆIROVIĆ, G. - PAMUČAR, D. - BOŽANIĆ, D. 2014. Green logistic vehicle routing problem: Routing light delivery vehicles in urban areas using a neuro-fuzzy model. In Expert Systems with Applications; journal elsevier [online]. 2014. Dostupné: <http://www.researchgate.net/publication/260029239_Green_logistic_vehicle_routing_problem_Routing_light_delivery_vehicles_in_urban_areas_using_a_neuro-fuzzy_model>.
- ERDOGAN, S. - MILLER-HOOKS, E. 2012. A green vehicle routing problem. In Transportation Research Part E, vol. 48, pp. 100–114. [online]. 2012. Dostupné: <https://www.researchgate.net/publication/257550982_A_Green_Vehicle_Routing_Problem>
- CHARMAZA P. a kol. 1993. Modelovací systém GAMS. Fakulta matematiky, fyziky a informatiky, Univerzita Komenského, Bratislava, 1993
- JABALI, O. - VAN WOENSEL, T. - DE KOK, A. 2012. Analysis of travel times and CO2 emissions in time-dependent vehicle routing. In Production and Operations Management [online]. 2012, vol. 21, pp. 1060–1074. Dostupné: <<http://onlinelibrary.wiley.com/journal/10.1111/%28ISSN%291937-5956>>. ISSN: 1937-5956>.
- NTZIACHRISTOS, L. - SAMARAS, Z. 2000. COPERT III Computer Programme to Calculate Emissions from Road Transport: Methodology and Emission Factors (Version 2.1). In Technical Report. European Environment Agency, Copenhagen, Denmark. [online]. 2000. Dostupné: <<http://lat.eng.auth.gr/copert/files/tech50.pdf>>.
- KARA, I. - KARA, B. - YETIS, M. 2007. Energy minimizing vehicle routing problem. In Combinatorial optimization and application (pp. 62–71). [online]. 2007, vol. 4616. Dostupné: <http://link.springer.com/chapter/10.1007%2F978-3-540-73556-4_9>.
- KOPFER, W. - SCHÖNBERGER, J. - KOPFER, H. 2013. Reducing greenhouse gas emissions of a heterogeneous vehicle fleet. In Flexible Services and Manufacturing Journal [online]. 2013. Dostupné: <<http://link.springer.com/article/10.1007%2Fs10696-013-9180-9>>.ISSN1936-6582.

- KUO, Y. – WANG, CC. 2011. Optimizing the vrp by minimizing fuel consumption. In *Manag Environ Qual Int* J22(4) p.440–450.
- PENG, Y. - WANG, X. 2009. Research on a vehicle routing schedule to reduce fuel consumption. In *Proceedings of 2009 international conference on measuring technology and mechatronics automation* pp. 825–827. [online]. 2009. Dostupné: <https://www.researchgate.net/publication/232637049_Research_on_a_Vehicle_Routing_Schedule_to_Reduce_Fuel_Consumption>. ISBN 978-0-7695-35838.
- ŠOFRANKO, M. – BREZINA, I. 2015. Ekologický aspekt v okružných úlohách. In *Využitie kvantitatívnych metód vo vedecko-výskumnej činnosti a v praxi XI* [elektronický zdroj]: zborník príspevkov: 27. – 29. máj 2015, Makov. Bratislava : Vydavateľstvo EKONÓM, 2015. - ISBN 978-80-225-4084-1. - S. [1-8] CD-ROM.
- ŠOFRANKO, M. – BREZINA, I. 2015. Modifikácie úlohy okružných jász s minimalizáciou emisií. In *Plánovanie prepravy s cieľom znižovania emisií* [elektronický zdroj] : zborník príspevkov 18. jún 2015, Bratislava. Bratislava. Vydavateľstvo EKONÓM, 2015. - ISBN 978-80-225-4105-3. - S. [1-7] CD-ROM.
- UBEDA, S. - ARCELUS, F. - FAULIN, J. 2010. Green logistics at Eroski. In *International Journal of Production Economics* [online]. vol. 131 no.1, pp. 1–8. 2010. Dostupné: <<https://www.researchgate.net/publicLiterature.PublicLiterature.search.html?type=keyword&search-keyword=Green+logistics+at+Eroski>>.
- US Department of Energy (2008) Fuel economy guide. <http://www.fueleconomy.gov>.
- XIAO, Y. a kol. 2011. Development of a fuel consumption optimization model for the capacitated vehicle routing problem. In *Computers and Operations Research*, vol. 39, pp. 1419–1431, [online]. 2011. Dostupné: <https://www.researchgate.net/publication/220471588_Development_of_a_fuel_consumption_optimization_model_for_the_capacitated_vehicle_routing_problem>.

Adresa autorov:

prof. Ing. Ivan Brezina, CSc.
Ekonomická univerzita v Bratislave
Fakulta hospodárskej informatiky, Katedra operačného výskumu a ekonometrie
Dolnozemska 1/b, 852 35 Bratislava

Ing. Beáta Šofranková, PhD.
Prešovská univerzita v Prešove
Fakulta manažmentu, Katedra financií
Konštantínova 16, 080 01 Prešov
beata.sofrankova@unipo.sk

This paper is supported by the Grant Agency of Slovak Republic – VEGA, grant no. 1/0245/15 „Transportation planning focused on greenhouse gases emission reduction“.