

EKONOMIKA INFORMATIKA

vedecký časopis FHI EU v Bratislave a SSHI

2

2015

ročník XIII.



- hospodárska informatika
- účtovníctvo a audítorstvo
- ekonometria a operačný výskum
- aplikovaná štatistika
- aktuárstvo

Vydavateľ

Fakulta hospodárskej informatiky Ekonomickej univerzity v Bratislave a Slovenská spoločnosť pre hospodársku informatiku

IČO vydavateľa 00 399 957

Redakčná rada

Ivan Brezina - predseda
Ekonomická univerzita v Bratislave

Wolfgang Brüggemann
Universität Hamburg

Tatiana Čorejová
Žilinská univerzita v Žiline

Ferdinand Daňo
Ekonomická univerzita v Bratislave

Christopher D. Daykin
Government Actuary's Department, London, Great Britain

Dana Dluhošová
Vysoká škola báňská - Technická univerzita Ostrava

Ralf Michael Ebeling
Martin-Luther-Universität Halle Wittenberg

Richard Farkaš
KPMG Slovensko, spol. s r.o.

Richard Hindls
Vysoká škola ekonomická v Praze

Josef Jablonský
Vysoká škola ekonomická v Praze

Václav Janeček
Univerzita Hradec Králové

Luboš Marek
Vysoká škola ekonomická v Praze

Karol Matiaško
Žilinská univerzita v Žiline

Ladislav Mejzlík
Vysoká škola ekonomická v Praze

Helmut L. Pernsteiner
Johannes Kepler University Linz

József Pociecha
Cracow University of Economics

Zlata Sojková
Slovenská poľnohospodárska univerzita v Nitre

Vincent Šoltés
Technická univerzita v Košiciach

Gejza Wimmer
Univerzita Mateja Bela v Banskej Bystrici

Marcela Žárová
Vysoká škola ekonomická v Praze

Výkonná rada

Erik Šoltés - manažér
Ekonomická univerzita v Bratislave

Ondrej Buchan
Vydavateľstvo Ekonóm

Jozef Fecenko
Ekonomická univerzita v Bratislave

Michal Fendek
Ekonomická univerzita v Bratislave

Gabriela Kristová
Ekonomická univerzita v Bratislave

Igor Košťál
Ekonomická univerzita v Bratislave

Juraj Pekár
Ekonomická univerzita v Bratislave

František Peller
Ekonomická univerzita v Bratislave

Eva Sodomová
Ekonomická univerzita v Bratislave

Anna Šlosárová
Ekonomická univerzita v Bratislave

Miloš Tumpach
Ekonomická univerzita v Bratislave

Redaktorka: Ľubica Hurbánková

Adresa redakcie: Fakulta hospodárskej informatiky, Ekonomická univerzita v Bratislave
Dolnozemska cesta 1, 852 35 Bratislava
tel.: 02/6729 5728, e-mail: lubica.hurbankova@euba.sk

Dátum vydania periodickej tlače december 2015

ISSN 1339-987X (online)
ISSN 1336-3514 (online vydanie)

ISSN

OBSAH 2/2015

VEDECKÉ STATE A DISKUSIE

Anna Baštincová DAŇOVÉ DÔSLEDKY TRANSFEROVÉHO OCEŇOVANIA ZAHRANIČNÝCH ZÁVISLÝCH OSÔB	1
Martin Blahušiak NÁVRH POUŽIVATELSKÉHO ROZHRAŇIA NÁSTROJA DATABASE ARCHITECT (PRVÁ ČASŤ)	14
Soňa Coss MODEL S BINÁRNOU ZÁVISLE PREMENNOU	25
Ľubica Hurbánková ANALÝZA MIEZD VYBRANÉHO PODNIKU	35
Michaela Chocholatá REGIONAL GDP GROWTH IN CZECH AND SLOVAK NUTS3 REGIONS: SPATIAL ANALYSIS	49
Martina Janková – František Peller – Jiří Dvořák POSSIBILITIES OF MATHEMATICAL MODELLING IN THE DYNAMIC TRENDS OF THE ECONOMIC INFORMATICS	65
Ladislav Kareš – Renáta Stanley SARBANES - OXLEYHO ZÁKON AKO INŠPIRÁCIA PRE VZNIK NOVÝCH, MODERNÝCH A ÚČINNÝCH NORIEŇ V OBLASTI AUDITU	76
Eva Kotlebová BAYESOVSKÝ BODOVÝ ODHAD PARAMETRA POISSONOVHO ROZDELENIA	88
Viera Labudová NEROVNOSŤ V ROZDELENÍ SPOTREBNÝCH VÝDAVKOV SLOVENSKÝCH DOMÁCNOSTÍ	100

Katarína Máziková – Norbert Seneši KATEGORIZÁCIA ÚČTOVNÝCH JEDNOTIEK PO NOVELIZÁCII ZÁKONA O ÚČTOVNÍCTVE A JEJ DÔSLEDKY	110
Jitka Meluchová – Martina Mateášová NOVÉ PRAVIDLÁ PRE NASTAVENIE FINANČNEJ STABILITY BÁNK A POISŤOVNÍ	122
Jana Mihalechová – Mária Bilíková VPLYV ÚROKOVEJ MIERY NA VÝŠKU DÔCHODKOV Z II. PILIERA	135
Lucia Ondrušová TRANSFEROVÉ OCEŇOVANIE A TRANSFEROVÁ DOKUMENTÁCIA V SLOVENSKEJ REPUBLIKE	148
Roman Pavelka MODELOVÁNÍ VLIVU SOCIOEKONOMICKÉHO POZADÍ ŽÁKŮ A STUDENTŮ ŠKOL SR NA VÝKONNOST V MATEMATICE VYUŽITÍM HIERARCHICKÝCH LINEÁRNÍCH MODELŮ	161
Katarína Sakálová – Alena Kotlárová VPLYV ÚROKOVEJ MIERY NA ZISKOVOSŤ PRODUKTOV ŽIVOTNÉHO POISTENIA	180
Mária Szivósová DIGITAL MARKETING CAMPAIGN	193
Ľubomír Turňa MOŽNOSTI VZNIKU VLNOVEJ ODOZVY SOCIÁLNO- EKONOMICKÉHO PROSTREDIA AKO DÔSLEDOK PODNETU V NELINEÁRNOM MODELI KONTINUA	203
RECENZIE	
Jaromír Novák PASÍAR, L.: DIDAKTIKA APLIKOVANEJ INFORMATIKY	221

Anna Baštincová

DAŇOVÉ DÔSLEDKY TRANSFEROVÉHO OCEŇOVANIA ZAHRA NIČNÝCH ZÁVISLÝCH OSÔB

Úvod

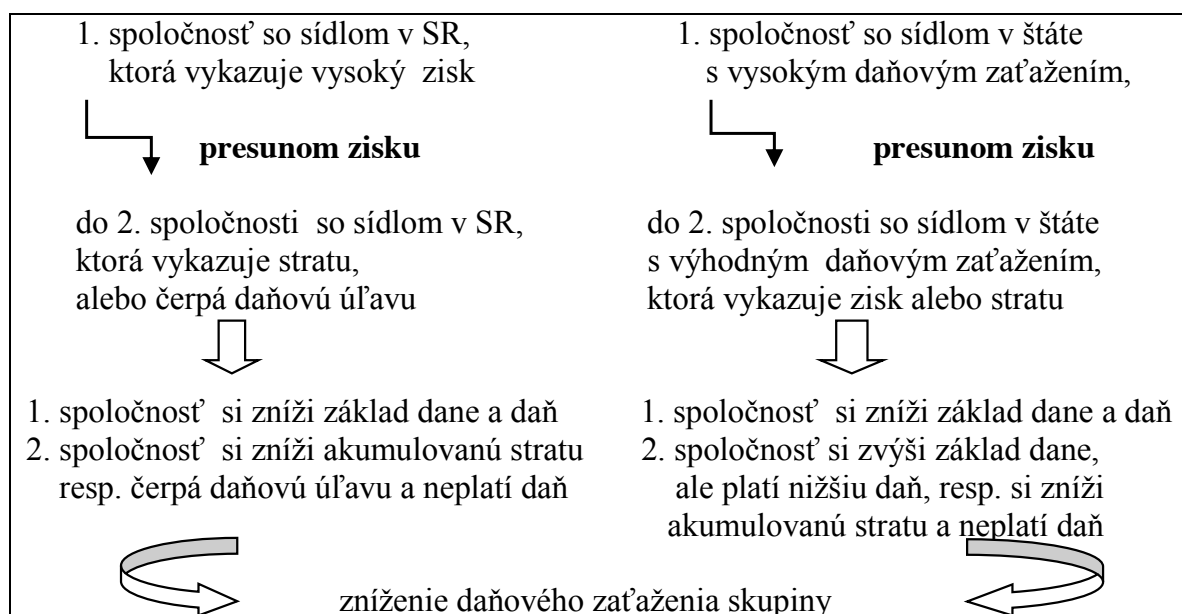
Globalizácia znamená predovšetkým rozvíjanie siete medzinárodných ekonomických vzťahov a rast počtu nadnárodných spoločností. Nadnárodné spoločnosti ako hlavní účastníci globálneho trhu majú tendenciu zdaníť zisk v štáte s najnižším daňovým zaťažením. Túto výhodu dosahujú umelým presunom zisku medzi členmi nadnárodnej skupiny, ktorí majú sídlo v rôznych štátoch, účelovým oceňovaním vzájomných obchodných a finančných transakcií. Úlohou transferového oceňovania je určiť správnosť stanovenia transferových cien, vykázanie objektívneho výsledku hospodárenia v závislosti od reálnych ekonomických prínosov a zabezpečenie spravodlivého rozdelenia ziskov medzi jednotlivých členov skupiny do príslušnej daňovej jurisdikcie.

1 ZÁKLADNÉ PRINCÍPY TRANSFEROVÉHO OCEŇOVANIA

Cieľom každého podnikateľského subjektu je dosiahnuť z jednotlivých obchodných transakcií čo najvyšší zisk. Vytvorený zisk v každom štáte podlieha zdaneniu. Podnikatelia majú záujem zdaníť zisk v štáte s výhodným daňovým zaťažením, pretože úspora na daniach znamená aj možnosť investovania a ďalšieho rozvoja podnikania. Daňovú výhodu možno dosiahnuť aj presunom zisku medzi prepojenými osobami v rámci jurisdikcie jedného štátu alebo presunom zisku medzi prepojenými osobami cez hranice, t. j. z jedného štátu do iného štátu. V prvom prípade napr. tuzemská spoločnosť, ktorá vykazuje vysoký zisk, presunie časť zisku do inej tuzemskej spoločnosti, ktorá vykazuje stratu resp. čerpá daňovú úľavu. V druhom prípade prepojené spoločnosti, ktoré majú sídlo v rôznych štátoch, sa budú snažiť vykázať zisk v tom štáte, kde sa platí nižšia daň. Presun (transfer) zisku sa spravidla realizuje cez cielené oceňovanie výrobkov, tovarov, služieb a iných plnení, napr. úrokov. Odtiaľ vznikol názov "transferové oceňovanie". Uvedené vzťahy ilustruje nasledujúca schéma.

Schéma 1: Dosiahnutie daňovej výhodnosti pri uskutočňovaní obchodných a finančných transakcií závislých osôb





Zdroj: vlastné spracovanie

Hlavným účelom transferového oceňovania je zabezpečiť spravodlivé ocenenie kontrolovaných transakcií, ktoré by odrážalo skutočné ekonomické prínosy účastníkov danej transakcie. To je možné dosiahnuť uplatňovaním princípu nezávislého vzťahu.

Na ekonomické účely možno transferové oceňovanie definovať ako sumu účtovanú jedným segmentom organizácie za dodaný produkt alebo poskytnutú službu inému segmentu tej istej organizácie¹. Transferové oceňovanie je metodika, ktorá slúži na stanovenie, zdokumentovanie a preverenie cien v kontrolovaných transakciách tak, aby zodpovedali princípu nezávislého vzťahu. Princíp nezávislého vzťahu (Arm's length principle) je medzinárodne uznávanou normou, dohodnutou členskými štátmi OECD, ktorá je teoretickým základom transferového oceňovania. Dáva štátom právo zvýšiť základ dane o rozdiel, ktorý vznikne, ak sa ceny resp. zisky použité v kontrolovaných transakciách ich daňových subjektov líšia od cien a ziskov, ktoré by dosiahli v porovnateľných nekontrolovaných transakciách za porovnateľných okolností². Transakciou je akýkoľvek obchodný alebo finančný vzťah medzi zmluvnými stranami. Môže ísť o nákup alebo predaj výrobkov, tovarov, služieb, poskytovanie úverov a pôžičiek, poskytovanie práva na používanie hmotného a nehmotného majetku v prospech inej osoby. Špecifiká rôznych druhov transakcií majú významný vplyv na postupy používané v transferovom oceňovaní.

Kontrolovanou transakciou je transakcia uskutočnená medzi ekonomicky, personálne alebo inak prepojenými osobami. Uvedená prepojenosť medzi zmluvnými stranami umožňuje v kontrolovanej transakcii ovplyvňovať výšku transferovej ceny. Na

¹ HORNGREN, C. T. – STRATTON, W. O. – SUNDEN, G.L. 1996. *Introduction to Management Accounting*. Prentice Hall Inc., 1996.

² KURTIŠOVÁ LUKNÁROVÁ, D. 2009. *Transferové oceňovanie I*. Bratislava : Verlag Dashofer, 2009.

daňové účely by sa mala kontrolovaná transakcia uskutočniť za cenu, ktorá zodpovedá princípom nezávislého vzťahu, kedy zmluvné strany (napr. kupujúci a predávajúci) konajú vo svoj vlastný prospech a vo svojom konaní nie sú podriadené inštrukciám alebo rozhodnutiam inej osoby.

Transferová cena je cena transakcií dohodnutá medzi závislými osobami. Typickým príkladom sú transferové ceny transakcií uskutočnené medzi členmi nadnárodných spoločností (nadnárodnej skupiny). Ide o skupinu minimálne dvoch kapitálovo prepojených, ale právne samostatných podnikov, z ktorých každý má sídlo v inom štáte.

Nezávislé osoby pod vplyvom trhových komerčných podmienok konajú tak, že obhajujú svoje záujmy, teda predávajúci má záujem maximalizovať svoju predajnú cenu (výnosy) a kupujúci má záujem minimalizovať svoju kúpnu cenu (náklady). V prípade závislých osôb však tento prirodzený trhový regulátor nefunguje, pretože kupujúci aj predávajúci sledujú konkrétny spoločný záujem (napr. maximalizáciu zisku, minimalizáciu daňového zaťaženia). Dosiahnutiu maximálne možného zisku, ktorý sleduje skupina závislých osôb ako celok, preto niekedy obetuje ziskovosť jednotlivých členov skupiny.

Transferové ceny bezprostredne vplývajú na výšku zisku vytvoreného členom nadnárodnej skupiny v štáte, v ktorom pôsobí. Ak členovia nadnárodnej skupiny obchodujú za ceny, ktoré nie sú v súlade s princípom nezávislého vzťahu (nie sú v súlade s trhovými cenami), potom príjem resp. výnos vykázaný členom nadnárodnej skupiny v konkrétnom štáte nezodpovedá jeho skutočným ekonomickým prínosom. To vedie k deformácii ziskov - v jednom štáte je vytvorený neprimerane vysoký zisk a v inom štáte neprimerane nízky zisk. Na odstránenie uvedených deformácií slúži Modelová zmluva OECD o zamedzení dvojitého zdanenia. Tvorí východiskovú bázu pre bilaterálne zmluvy o zamedzení dvojitého zdanenia uzatvárané nielen medzi členskými štátmi OECD navzájom, ale aj medzi členskými a nečlenskými štátmi. Princíp nezávislého vzťahu je súčasťou aj Modelovej zmluvy OSN o zamedzení dvojitého zdanenia. Jednotlivé štáty tento princíp implementujú vo svojich vnútroštátnych daňových predpisoch, ide teda o celosvetovo akceptovaný princíp.

Postup pri uplatňovaní princípu nezávislého vzťahu je podrobne spracovaný v Smernici OECD o transferovom oceňovaní pre nadnárodné spoločnosti a daňové správy³. Smernica pozostáva z troch častí. Prvá časť obsahuje definíciu nezávislého vzťahu ako medzinárodne akceptovaného konsenzu, návod, ako aplikovať princíp nezávislého vzťahu, akým spôsobom vykonať analýzu porovnateľnosti a popis jednotlivých metód na určenie, či sú podmienky stanovené v obchodných vzťahoch medzi závislými osobami v súlade s princípom nezávislého vzťahu. Obsahuje aj niektoré používané prístupy na elimináciu a riešenie sporov v oblasti transferového oceňovania a základné požiadavky na dokumentáciu predkladanú na posúdenie, či sú realizované transakcie v súlade

³ angl. OECD Transfer Pricing Guidelines for Multinational Enterprises and Tax administrations bola po odsúhlasení Radou OECD publikovaná 13.7.1995. Od roku 1995 bola niekoľkokrát novelizovaná. Tieto zmeny zohľadňujú meniace sa ekonomické podmienky a praktické poznatky z uplatňovania princípu nezávislého vzťahu.

s princípom nezávislého vzťahu. Druhá časť smernice obsahuje osobitné podmienky pri transfere nehmotného majetku a pri poskytovaní služieb v rámci skupiny nadnárodných spoločností ako aj postup pri uplatňovaní princípu nezávislého vzťahu pri tzv. dohodách o príspevkoch na náklady uzatváraných v rámci skupiny nadnárodných spoločností. Tretia časť smernice obsahuje postup pre vypracovanie opatrení predchádzajúcich oceneniu podľa procedúry vzájomných dohôd.

I keď uvedená smernica nie je v SR právne záväzná, obsahuje návod a odporúčania, akým spôsobom preveriť, či podmienky transakcie realizovanej medzi závislými osobami sú v súlade s princípom nezávislého vzťahu. Používa sa ako "príručka" pri uplatňovaní vnútroštátnych daňových predpisov v oblasti transferového oceňovania.

2 PRÁVNA ÚPRAVA TRANSFEROVÉHO OCEŇOVANIA V SR

Právny rámec transferového oceňovania v SR tvorí :

- zákon o dani z príjmov⁴,
- medzinárodné zmluvy o zamedzení dvojitého zdanenia v odbore dane z príjmov a z majetku, ktorými je SR viazaná,
- smernica OECD o transferovom oceňovaní pre nadnárodné spoločnosti a daňové správy.

Zákon o dani z príjmov vo vzťahu k transferovému oceňovaniu obsahuje tieto základné oblasti regulácie:

- a) identifikáciu závislých osôb,
- b) princíp nezávislého vzťahu,
- c) metódy transferového oceňovania,
- d) povinnosť viesť dokumentáciu o transferovom oceňovaní a jej rozsah.

2.1 Identifikácia závislých osôb

Transferové oceňovanie sa uplatňuje v transakciách uskutočňovaných medzi závislými osobami. Modelová zmluva o zamedzení dvojitého zdanenia ponecháva definíciu závislých osôb v plnom rozsahu na vnútroštátne predpisy zmluvných štátov. Preto sú medzi jednotlivými štátmi výrazné rozdiely v definovaní závislých osôb. Podľa zákona o dani z príjmov závislými osobami sú:

- blízke osoby alebo
- ekonomicky a personálne prepojené osoby alebo
- inak prepojené osoby.

Blízkymi osobami v zmysle Občianskeho zákonníka sú predovšetkým príbuzní v priamom rade (t. j. dieťa, rodič, prarodič), súrodenec a manžel resp. manželka.

Ekonomickým alebo personálnym prepojením je účasť osoby na majetku, kontrole alebo vedení inej osoby, alebo vzájomný vzťah medzi osobami, ktoré sú pod kontrolou alebo vedením tej istej osoby, alebo v ktorých má táto osoba priamy alebo nepriamy majetkový podiel. Účasťou na majetku alebo kontrole sa rozumie viac ako 25% priamy alebo nepriamy podiel resp. nepriamy odvodený podiel na základnom imaní alebo

⁴ zákon č. 595/2003 Z. z. o dani z príjmov v znení neskorších predpisov

na hlasovacích právach. Účasťou na vedení sa rozumie vzťah členov štatutárnych orgánov a členov dozorných orgánov obchodnej spoločnosti alebo družstva k tejto obchodnej spoločnosti alebo družstvu.

Iným prepojením osôb sa rozumie obchodný vzťah vytvorený predovšetkým za účelom zníženia základu dane alebo zvýšenia daňovej straty. Týka sa napr. tuzemskej fyzickej osoby alebo právnickej osoby, ktorá uskutočňuje transakcie s osobou sídliacou v daňovom raji alebo v niektorej z krajín so zvýhodneným daňovým režimom, ktoré nezodpovedajú štandardným podmienkam princípu nezávislého vzťahu.

Zahraničnou závislou osobou je vzájomne prepojená tuzemská fyzická alebo právnická osoba so zahraničnou fyzickou alebo právnickou osobou ekonomicky, personálne alebo inak, resp. ide o blízke osoby. Za vzťah zahraničných závislých osôb sa považuje aj vzťah medzi daňovníkom s neobmedzenou daňovou povinnosťou a jeho stálymi prevádzkarňami v zahraničí, ako aj vzťah medzi daňovníkom s obmedzenou daňovou povinnosťou a jeho stálou prevádzkarnou na území SR. Identifikáciu zahraničnej závislej osoby naznačuje nasledovná schéma.

Schéma 2: Identifikácia zahraničnej závislej osoby



Zdroj: vlastné spracovanie na základe zákona o dani z príjmov SR

Stálu prevádzkareň podľa zákona o dani z príjmov tvorí:

- miesto, prostredníctvom ktorého je činnosť daňovníka na území SR organizovaná a riadená, napr. pobočka, kancelária, dielňa, pracovisko, miesto predaja. Miesto alebo zariadenie na výkon činnosti je považované za trvalé, ak sa k výkonu činnosti využíva sústavne alebo pravidelne, ak doba výkonu presiahne 6 mesiacov,
- miesto vykonávania stavebných projektov a montážnych projektov, t. j. stavenisko, ak trvá dlhšie ako 6 mesiacov,

- c) osoba, ktorá koná v mene daňovníka s obmedzenou daňovou povinnosťou a sústavne alebo opakovane prerokováva alebo uzatvára v jeho mene zmluvy na základe jeho pokynov.

Problematika transferového oceňovania sa podľa zákona o dani z príjmov od 1.1.2015 vzťahuje nielen na zahraničné, ale aj na tuzemské závislé osoby, čím sa súčasne rieši otázka nediskriminácie postavenia tuzemských a zahraničných osôb.

2.2 Princíp nezávislého vzťahu

Princíp nezávislého vzťahu, vymedzený v zákone o dani z príjmov, je založený na porovnávaní podmienok dohodnutých v obchodných alebo finančných vzťahoch medzi zahraničnými závislými osobami s podmienkami, ktoré by si medzi sebou dohodli nezávislé osoby v porovnateľných vzťahoch a za porovnateľných okolností. Pri porovnávaní sa zohľadňujú najmä činnosti vykonávané porovnávanými osobami, a to výroba, montážne práce, výskum a vývoj, nákup a predaj, rozsah podnikateľských rizík, vlastnosti predávaného majetku alebo služby, dohodnuté zmluvné podmienky, ekonomické prostredie trhu, obchodná stratégia. Podmienky sú vzájomne porovnateľné, ak medzi nimi nie je významný rozdiel, alebo ak možno vplyv týchto rozdielov odstrániť.

Cena predávaného tovaru alebo poskytovanej služby medzi nezávislými spoločnosťami zvyčajne závisí od takých objektívnych faktorov, akými sú kvalita, poskytovaná záruka, dodacie podmienky, konkurenčné prostredie a stupeň nasýtenosti trhu týmto tovarom alebo službou, existencia substitučného tovaru alebo služby a pod. Iná situácia môže nastať, ak medzi sebou obchodujú závislé spoločnosti, ktoré sú členmi tej istej nadnárodnej skupiny. Vo väčšine prípadov je snahou maximalizácia zisku resp. minimalizácia daňovej povinnosti nadnárodnej skupiny ako celku a to umelým presunom ziskov do štátu s nižším daňovým zaťažením. V tomto prípade nie je možné zohľadňovať izolovane len vnútroštátnu daňovú legislatívu, ale je potrebné túto problematiku posudzovať v medzinárodnom kontexte.

Porovnávanie si vyžaduje podrobne preskúmať podstatu kontrolovaných aj nekontrolovaných transakcií, predovšetkým preverenie transferovej ceny použitej v kontrolovanej transakcii, pretože nezávislé trhové ceny závisia od mnohých činiteľov a ovplyvňujú ich rôzne faktory. Všeobecne platí, že cena tovaru kalkulovaná spolu s dopravou a montážou je vyššia ako cena tovaru bez týchto služieb, tovar vysokej kvality má omnoho vyššiu cenu, ako tovar priemernej resp. nízkej kvality, tovar, ktorý sa predáva pod známou a hodnotnou obchodnou značkou sa zvyčajne predáva za vyššiu cenu v porovnaní s výrobkom, ktorý je identický, ale sa predáva pod neznámou obchodnou značkou atď.

Po preverení výšky transferovej ceny použitej v kontrolovanej transakcii, je potrebné uskutočniť analýzu porovnateľnosti danej transakcie, identifikovať jej podstatu, ohodnotiť jednotlivé a kombinované transakcie s použitím údajov za viac rokov, osobitne posudzovať stratové kontrolované transakcie, príp. zistiť vplyv štátnej politiky na tvorbu ceny a pod.

Analýza porovnateľnosti vychádza zo známych faktorov, akými sú charakter majetku alebo služieb, vykonávané funkcie, znášané riziká, zmluvné podmienky, obchodná stratégia a i. Uskutočnenie analýzy porovnateľnosti by malo viesť k získaniu

relevantných údajov a k výberu najvhodnejšej transferovej metódy v závislosti od danej transakcie. Na získanie informácií potrebných na hodnotenie porovnateľných transakcií majú vplyv nielen interné, ale hlavne externé porovnateľné transakcie, získané z externých zdrojov napr. z externých databáz. K externým databázam, ktoré možno využívať pri hľadaní porovnateľných transakcií patrí európska databáza AMADEUS, ktorá je všeobecne uznávaným a používaným nástrojom pre komparáciu. Obsahuje informácie finančného i nefinančného charakteru o európskych spoločnostiach, ktoré spĺňajú určité veľkostné kritériá. Medzi finančné údaje patria predovšetkým vybrané položky účtovnej závierky a medzi nefinančné informácie patria údaje o identifikácii spoločnosti, o vlastníckej štruktúre, počte zamestnancov, o odvetví podnikania a pod. Ďalším zdrojom informácií o porovnateľných transakciách môžu byť lokálne databázy, napr. DIANE vo Francúzsku, MARKUS v Nemecku, FAME vo Veľkej Británii, JADE v Japonsku.

Súčasťou analýzy porovnateľnosti je aj analýza funkcií vykonávaných testovaným subjektom a analýza predpokladaných rizík. Tvorí východisko pre určenie charakterového profilu kontrolovanej spoločnosti a na základe ich výsledkov je zvolená vhodná metodika tvorby transferových cien.

Cieľom **funkčnej analýzy** je snaha identifikovať a porovnať ekonomicky významné činnosti a zodpovednosť, ktorú preberá alebo by mala preberať nezávislá alebo prepojená spoločnosť. Cena transakcie medzi dvoma nezávislými spoločnosťami spravidla berie do úvahy funkcie, ktoré dané spoločnosti vykonávajú. Pritom je rozhodujúce, aký majetok v týchto činnostiach používajú a riziká, ktoré znášajú. Na voľnom trhu sa predpokladá, že vyššie riziko a väčšie množstvo vykonávaných funkcií sa prejaví vyšším ziskom. Pre zahraničné závislé osoby však tieto axiómy nemusia vždy platiť pri uskutočňovaní vnútrogrupinových transakcií.

Funkčná analýza spočíva v zbere, spracovaní a vyhodnocovaní informácií potrebných na overenie ceny kontrolovaných transakcií a selekcii tých nekontrolovaných transakcií, ktoré nie sú pre danú kontrolovanú transakciu relevantné. Jej úlohou je identifikovať všetky činnosti, ktoré sa spájajú s príslušnou transakciou. Hodnotí, kde a ktorá zmluvná strana vytvára vyššiu hodnotu v procese nákupu, predaja alebo výroby. Medzi typické funkcie, v ktorých je potrebné vykonávať funkčnú analýzu patria výskum a vývoj, nákup, výroba a distribúcia, služby, úvery a financovanie, marketing a reklama.

Ďalším faktorom je analýza rizík. Pri nezávislej obchodnej transakcii platí zásada, že zmluvná strana, ktorá berie na seba väčšie riziko, očakáva aj vyšší výnos. Ak jeden člen skupiny znáša v transakcii riziko a z celkového zisku má úžitok iný člen, nie je to v súlade s princípom nezávislého vzťahu. Riziká, ktoré je potrebné porovnávať v každej vzniknutej transakcii, musia byť reálne a merateľné. Typické riziká, ktoré je potrebné pri analýze brať do úvahy sú:

- trhové riziko, ktoré zahŕňa kolísanie vstupných nákladov a výstupnej ceny, kolísanie ponuky a dopytu,
- investičné riziko a v rámci neho aj riziko straty investície, riziko investovania do výskumu a vývoja, marketingu,
- riziko vyplývajúce z používaného majetku (nehnuteľností, zariadení, zásob),
- finančné riziko vyvolané kolísavosťou výmenného kurzu meny a úverové riziko kolísavosťou úrokovej sadzby,

- politické riziko a i.

Adekvátne analýzy rizík si vyžaduje porovnať a vyhodnotiť údaje za dlhšie časové obdobie, za obdobie niekoľkých rokov. Pri porovnávaní dvoch subjektov je potrebné sa uistiť, či sú riziká porovnateľné, alebo či ich možno upraviť tak, aby boli porovnateľné. Z uvedených súvislostí rezultuje záver, že viac funkcií a vyššia miera rizika dáva spoločnosti právo na vyšší ziskový potenciál a naopak, spoločnosť s obmedzenými funkciami a rizikami má nárok na nižší zisk. Funkčná analýza a analýza rizík sú základom pre určenie porovnateľných transakcií, podľa ktorých sa určí rozpätie výnosov pri týchto transakciách medzi závislými osobami a zabezpečenie primeraného zisku príslušnej jurisdikcii.

2.3 Metódy transferového oceňovania

Na základe uskutočnených analýz funkcií a rizika sa vykoná funkčný profil preverovanej spoločnosti, ktorý tvorí východisko pre výber adekvátnej metódy transferového oceňovania. Existuje niekoľko uznávaných metód transferového oceňovania a množstvo rôznych kritérií, ktoré umožňujú určiť, či cena kontrolovanej transakcie je stanovená v súlade s princípom nezávislého vzťahu. Podľa zákona o dani z príjmov sa pri zisťovaní opodstatnenosti rozdielu v cenách použije niektorá z metód vychádzajúcich z porovnávania ceny alebo zisku alebo ich vzájomná kombinácia, resp. iné metódy.

Metódy, ktoré vychádzajú z porovnávania ceny sú:

- a) metóda nezávislej trhovej ceny - CUP,
- b) metóda následného predaja - RPM,
- c) metóda zvýšených nákladov - C+.

Metóda nezávislej trhovej ceny (Comparable uncontrolled price method) je založená na porovnávaní ceny prevodu majetku alebo služby dohodnutej medzi zahraničnými závislými osobami s porovnateľnou nezávislou trhovou cenou dohodnutou medzi nezávislými osobami. Ak je medzi týmito cenami rozdiel, cena dohodnutá medzi zahraničnými závislými osobami sa nahradí nezávislou trhovou cenou, ktorú by použili nezávislé osoby v porovnateľných obchodných alebo finančných vzťahoch za porovnateľných podmienok. Táto metóda je typická tým, že si vyžaduje vysoký stupeň porovnateľnosti transferovaného tovaru alebo služby, zmluvných, ekonomických a trhových podmienok. Môže byť použitá pre široký rozsah transakcií týkajúcich sa transferu hmotného majetku, služieb, licenčných poplatkov za používanie nehmotného majetku, úrokových mier na poskytnuté alebo vypožičané finančné prostriedky. Najvhodnejšie je aplikovateľná pri transfere výrobkov s nízkym stupňom spracovania.

Pri **metóde následného predaja** (Resale price method) sa cena prevodu majetku nakúpeného zahraničnou závislou osobou prepočíta na nezávislú trhovú cenu z ceny, za ktorú táto zahraničná závislá osoba majetok opätovne predáva nezávislej osobe, zníženej o obvyklú výšku obchodného rozpätia u porovnateľných nezávislých predajcov v porovnateľných transakciách. Obvyklým obchodným rozpätím (maržou) je suma, z ktorej by si nezávislý predajca pokryl svoje náklady na predaj tovaru vrátane iných prevádzkových nákladov a pritom dosiahol primeraný zisk. Metóda následného predaja sa používa v prípadoch, keď zahraničná závislá osoba tovar nakúpený od niektorého člena nadnárodnej skupiny predáva nezávislej osobe.

Prepočty obchodného rozpätia vychádzajú z hrubého zisku. Vhodne zvolené obchodné rozpätie by sa malo meniť (rástť) v závislosti od rastu objemu hmotného a nehmotného majetku vkladaneho do transakcie, vykonávanými funkciami (skladovanie výrobku, distribúcia) a znášaným rizikom (obchodné riziko, marketing, záruky a pod.).

Pri aplikácii **metódy zvýšených nákladov** (Cost plus method) sa nezávislá trhovú cena vypočíta zo skutočných priamych a nepriamych nákladov majetku alebo služby prevádzaných medzi zahraničnými závislými osobami zvýšených o sumu cenovej prirážky uplatňovanej tým istým dodávateľom vo vzťahu k nezávislým osobám alebo o sumu cenovej prirážky, ktorú by uplatňovala nezávislá osoba v porovnateľnom obchode za porovnateľných podmienok. Cenová prirážka je suma, o ktorú sa zvyšujú náklady. K priamym a nepriamym nákladom sa pripočíta taká cenová prirážka, aby sa dosiahol primeraný zisk. Metóda zvýšených nákladov sa používa v prípadoch, keď zahraničná závislá osoba (dodávateľ tovaru, služieb) prevádza tento majetok alebo poskytuje služby niektorému členovi nadnárodnej skupiny.

Pri metóde zvýšených nákladov je potrebné rozlíšiť náklady vynaložené na výrobu výrobku alebo poskytnutie služby na priame a nepriame. Keďže sa jednotlivé súčasti nákladov môžu počas dlhšieho obdobia výrazne meniť, je vhodné tieto údaje na účely prepočtu za jednotlivé obdobia spriemerovať. V praxi sa niekedy používa pri výpočtoch aj agregácia priamych a nepriamych nákladov (na báze historických údajov). Táto metóda sa používa najmä v prípadoch, ak je predmetom transakcie predaj polotovarov alebo hotových výrobkov, ktoré neobsahujú vysoký podiel nehmotného majetku. Výška cenovej prirážky sa úmerne mení v závislosti od funkcií vykonávaných výrobcom, znášaných rizík a podielu pridanej hodnoty.

Metódy, ktoré vychádzajú z porovnávania zisku sú:

- metóda delenia zisku - PSM,
- metóda čistého obchodného rozpätia - TNMM.

Tieto metódy sa podľa Smernice o transferovom oceňovaní považovali za tzv. metódy poslednej možnosti, pretože ich aplikácia sa odporúčala až vtedy, keď nebolo možné použiť tradičné metódy vychádzajúce z porovnávania ceny. Vzhľadom na značné problémy pri použití metód transferového oceňovania založených na cene, členské štáty OECD postupne prehodnotili tento prístup a po revízii sa obidve skupiny metód považujú za rovnocenné.

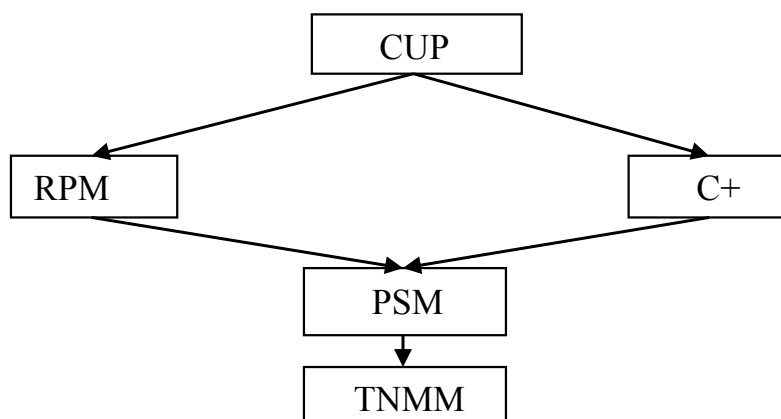
Metóda delenia zisku (Profit split method) vychádza z takého delenia predpokladaného zisku dosiahnutého závislými osobami, aké by očakávali nezávislé osoby pri spoločnom podnikaní pri dodržaní princípu nezávislého vzťahu. Ziskom, ktorý sa delí medzi zmluvné strany - účastníkov transakcie, môže byť buď celkový zisk dosiahnutý z transakcie alebo reziduálny zisk, t. j. zisk, ktorý nemožno v prvej fáze výpočtov jednoznačne prisúdiť žiadnej zo zmluvných strán ako aj zisk vznikajúci použitím jedinečného nehmotného majetku v rámci konkrétnej transakcie. Pri delení zisku je potrebné určiť, či sa delenie zisku týka jedného výrobku alebo agregovaných výrobkov, vyčíslieť zisk, ktorý má byť rozdelený medzi zmluvné strany, zabezpečiť, aby účtovníctvo zmluvných strán bolo založené na rovnakej báze z hľadiska použitej meny a účtovných štandardov.

Metóda čistého obchodného rozpätia (Transactional net margin method) zisťuje výšku ziskovej prirážky v kontrolovanej transakcii vo vzťahu k nákladom, tržbám alebo inej základni, ktorú porovnáva so ziskovou prirážkou používanou v nezávislej transakcii. Je to metóda založená na porovnaní na úrovni čistého zisku. Porovnania na úrovni čistého zisku môžu byť založené na skúmaní jednej transakcie alebo na agregácii transakcií.

Existuje značné množstvo prepočtov vo forme ukazovateľov ziskovosti, ktoré možno použiť pri aplikovaní metódy čistého obchodného rozpätia. Použitelnosť týchto ukazovateľov závisí od podmienok daného prípadu a od hodnovernosti údajov o porovnatelnom subjekte. Pri meraní ziskovosti je často potrebné použiť viac ako jeden ukazovateľ. Údaje možno čerpať z komerčných databáz.

Pri výbere metód transferového oceňovania je potrebné vziať do úvahy niekoľko faktorov, predovšetkým: podstatu kontrolovaných transakcií, dostupnosť a hodnovernosť údajov, stupeň porovnateľnosti kontrolovanej a nekontrolovanej transakcie, akékoľvek ďalšie známe relevantné okolnosti. Vo všeobecnosti platí zásada postupu od najjednoduchšej metódy, ktorou je metóda nezávislej trhovej ceny k najzložitejšej, ktorou je metóda čistého obchodného rozpätia. Uvedený postup vyplýva aj z hierarchie metód uvedených v zákone o dani z príjmov - je ilustrovaný na nasledujúcej schéme.

Schéma 3: Postup pri výbere metódy stanovenia transferovej ceny



Zdroj: DVOŘÁČEK, J. - TYLL, L. 2010. Outsourcing a offshoring podnikatelských činností. Praha : C. H. Beck, 2010.

Na záver tejto časti možno konštatovať, že žiadna z metód transferového oceňovania nie je použiteľná v každej situácii. Pri výbere vhodnej metódy je potrebné preferovať tú metódu, ktorá najvernejšie vystihuje špecifiká konkrétnej transakcie a daňovník dokáže adekvátne preukázať a zdokumentovať jej aplikáciu.

2. 4. Dokumentácia transferového oceňovania

Účelom dokumentácie je zachytiť a preukázať proces ocenenia vzájomných obchodných vzťahov závislých osôb vrátane cien za poskytnuté služby, pôžičky a úvery

t. j. kontrolované transakcie a iné skutočnosti, ktoré majú vplyv na oceňovanie týchto transakcií. Dokumentácia predstavuje

- súbor informácií a relevantných údajov, ktoré preukazujú a zároveň vysvetľujú spôsob tvorby cien závislých osôb v kontrolovaných transakciách,
- dostatok dôkazov o tom, že ceny použité v kontrolovaných transakciách boli stanovené v súlade s princípom nezávislého vzťahu; každý subjekt, ktorý vykonáva kontrolované transakcie by mal byť schopný tieto skutočnosti správcovi dane preukázať.

Podľa zákona o dani z príjmov o použitej metóde transferového oceňovania je daňovník povinný viesť dokumentáciu, ktorej obsah určilo Ministerstvo financií SR formou usmernenia. Usmernenie o určení obsahu dokumentácie o metóde ocenenia používanej daňovníkom s účinnosťou od 1.1.2015 určuje tri druhy dokumentácie, jej obsah a daňovníkov, ktorí sú povinní viesť príslušnú dokumentáciu, ak uskutočňujú kontrolované transakcie. Ide o tieto druhy dokumentácie, ich obsah a daňovníkov:

druh dokumentácie	povinnosť viesť dokumentáciu
úplná dokumentácia - všeobecná - špecifická	daňovníci, ktorí - zostavujú účtovnú závierku podľa IFRS, - uskutočňujú transakcie so závislými osobami z nezmluvných štátov, - žiadajú o odsúhlasenie použitia metódy ocenenia daňový úrad, - žiadajú o úpravu základu dane
skrátená dokumentácia	fyzické osoby, mikro účtovné jednotky
základná dokumentácia - všeobecná - špecifická	ostatní daňovníci

Všeobecná dokumentácia obsahuje súbor informácií poskytujúcich celkový prehľad o skupine závislých osôb; **špecifická dokumentácia** - bezprostredne nadväzuje na všeobecnú dokumentáciu, obsahuje osobitné informácie týkajúce sa daňovníka.

Obsah dokumentácie závisí od okolností a podmienok jednotlivých kontrolovaných transakcií daňovníka, od použitej metódy ocenenia; obsahuje informácie samostatne za každú kontrolovanú transakciu alebo spoločne za skupinu kontrolovaných transakcií (t. j. viacero transakcií s tým istým členom skupiny, ktoré sú rovnakého druhu, uzatvorené za porovnateľných podmienok, vzájomne úzko prepojené, porovnateľné z hľadiska využívaného majetku, funkcií, rizík), obsahuje informácie o transakciách významného charakteru, vedie sa za príslušné zdaňovacie obdobie.

Záver

Hlavným účelom transferového oceňovania je zabezpečiť spravodlivé ocenenie kontrolovaných transakcií uplatňovaním princípu nezávislého vzťahu a to porovnávaním

kontrolovanej transakcie s nekontrolovanou transakciou pri zohľadnení všetkých relevantných faktorov vplývajúcich na cenu. Výsledkom takéhoto porovnávania je zistenie, či cena v kontrolovanej transakcii je stanovená správne, či nie je potrebné vykonať úpravu (zvýšenie) základu dane v súlade so zákonom o dani z príjmov a príslušnou zmluvou o zamedzení dvojitého zdanenia.

Kľúčové slová

transferové oceňovanie, závislé osoby, kontrolovaná transakcia, nekontrolovaná transakcia, princíp nezávislého vzťahu

Klasifikácia JEL

M 41

LITERATÚRA

- [1] DVOŘAČEK, J. – TYLL, L. 2010. *Outsourcing a offshoring podnikateľských činností*. Praha : C. H. Beck, 2010. ISBN 978-80-7400-010-2.
- [2] HAMAEEKERS, H. 1992. The Arm's Length Principle and the Role of Comparables. In *Bulletin for International Fiscal Documentation*, 1992.
- [3] HARUMOVÁ, A. 2013. Aplikácia metód transferového oceňovania. Kunovice: EPI, s.r.o. In *Sborník IX. mezinárodní konference "Vysoká škola jako facilitátor rozvoje společnosti a regionu"*, 2013.
- [4] HORNGREN, C. T. – STRATTON, W.O. – SUNDEN, G. L. 1996. *Introduction to Management Accounting*. Prentice Hall Inc., 1996.
- [5] KURTIŠOVÁ LUKNÁROVÁ, D. 2009. *Transferové oceňovanie I*. Bratislava : Verlag Dashofer, 2009. ISSN 1335-843X.
- [6] LÉNARTOVÁ, G. 2014. *Medzinárodné zdanenie*. Bratislava : Ekonóm, 2014. ISBN 978-80-225-3772-8.
- [7] Zákon č. 595/2003 Z. z. o dani z príjmov v znení neskorších predpisov
- [8] Smernica OECD o transferovom oceňovaní pre nadnárodné spoločnosti a daňové správy (FS 14/1997, FS 20/1999, FS 3/2002).
- [9] Usmernenie MF SR č. MF/8120/2014-721 o určení obsahu dokumentácie o metóde ocenenia používanej daňovníkom podľa zákona č. 595/2003 Z. z. o dani z príjmov v znení neskorších predpisov.
- [10] <http://eur-lex.europa.eu/legal-content/SK/TXT/HTML/?uri=OJ:C2005:160:FULL>.

RESUMÉ

Príspevok je zameraný na aktuálne otázky a problémy oceňovania cezhraničných obchodných a finančných transakcií závislých osôb v rámci nadnárodnej a národnej daňovej legislatívy SR. Obsahuje analýzu princípov transferového oceňovania ako sú princíp nezávislého vzťahu, obvyklej trhovej ceny a princíp porovnateľnosti pomocou funkčnej analýzy a analýzy rizík. Zaoberá sa metódami transferového oceňovania, ktoré

sú potrebné k objektívnemu stanoveniu nezávislej ceny a dokumentáciou transferového oceňovania.

Úlohou transferového oceňovania je stanovenie a preverenie cien v obchodných a finančných transakciách medzi závislými (personálne, kapitálovo a inak prepojenými) osobami na základe princípu nezávislého vzťahu. Transferové ceny nie sú stanovené na voľnom trhu, preto sa môžu líšiť od cien dohodnutých medzi nezávislými osobami v porovnateľných transakciách a za porovnateľných podmienok. Pravidlá transferového oceňovania obsahujú základné metódy oceňovania, ktoré by mali dodržiavať členovia nadnárodných spoločností pri uskutočňovaní vnútrogrupinových transferov. Medzi najčastejšie metódy transferového oceňovania patria tradičné transakčné metódy oceňovania, ktoré sú založené na porovnávaní cien a transakčné ziskové metódy oceňovania na základe porovnania zisku. Hlavným problémom uplatňovania uvedených metód je porovnateľnosť cien. Základnými faktormi porovnateľnosti sú charakter majetku alebo služby, funkcie, znášané riziká a ekonomické prostredie, v ktorom sa transakcia uskutočnila.

SUMMARY

The contribution is focused on current issues and valuation problems of cross-border trade and financial transactions of foreign dependants within international and national taxlegislation Slovak republic. It contains an analysis of the transfer pricing principles such as the independent relation principle, principle of the usual price and the principle of comparability using the tools of functional analysis and risk analysis. It deals with the methods of transfer pricing needed for setting an independent price and gives details on transfer pricing documentation.

The role of transfer valuation is establishment and verification of prices between dependants (personel, capital and otherwise related) entities on the basic of arm's-length principle. Transfer prices do not arise on the free market, therefore, may vary from the prices agreed between the independent entities. Transfer valuation rules contain the basic methods of transfer valuation, which taxpayers who are doing buseness by transnational corporations should follow. Between the most commonly used transfer valuation methods are traditional transfer valuation methods which are based od comparison of prices and transational profit methods of transfer valuation based on a comparison of profits. The main problem of the application of these methods becomes comparability of prices of comparison subjects. The essential factors are nature of the property or services, functions, risk and economic environment in which the transaction took place.

Kontakt

prof. Ing. Anna Baštincová, CSc., Katedra účtovníctva a audítorstva, Fakulta hospodárskej informatiky, Ekonomická univerzita v Bratislave, Dolnozemska cesta 1, 852 35 Bratislava, tel.: +421 2/672 95 758, email: anna.bastincova@euba.sk

Martin Blahušiak

NÁVRH POUŽIVATEĽSKÉHO ROZHRAINIA NÁSTROJA DATABASE ARCHITECT (DRUHÝ ZO SÉRIE ČLÁNKOV)

Úvod

Článok predstavuje druhý zo série článkov o návrhu nástroja Database Architect, ktorý pokrýva komplexný vývoj dátového modelu a odstraňuje z analýzy, porovnania a zhodnotenia vybraných Enterprise architecture nástrojov [1] vyplývajúci nedostatok, že žiaden z nich nie je natoľko komplexný, aby nebolo nutné pri vývoji presunúť do iného vývojového nástroja typu EA alebo CASE. Väčšinou ide pri presune o CASE nástroj so širokým spektrom funkcií. Naším cieľom je navrhnúť nový nástroj, ktorý rieši jednu z problémových oblastí automatizácie projektovania a programovania, a to v oblasti vývojových nástrojov, ktorou je oblasť komplexného vývoja dátového modelu.

Prvý článok je uverejnený v čísle 1/2012 vedeckého časopisu Ekonomika a informatika a obsahuje špecifikáciu požiadaviek na nový nástroj ako aj samotný návrh funkcionalít v podobe objektového diagramu služieb a textových popisov. Súčasťou návrhu sú všeobecné notácie dátových modelov a transformačné pravidlá.

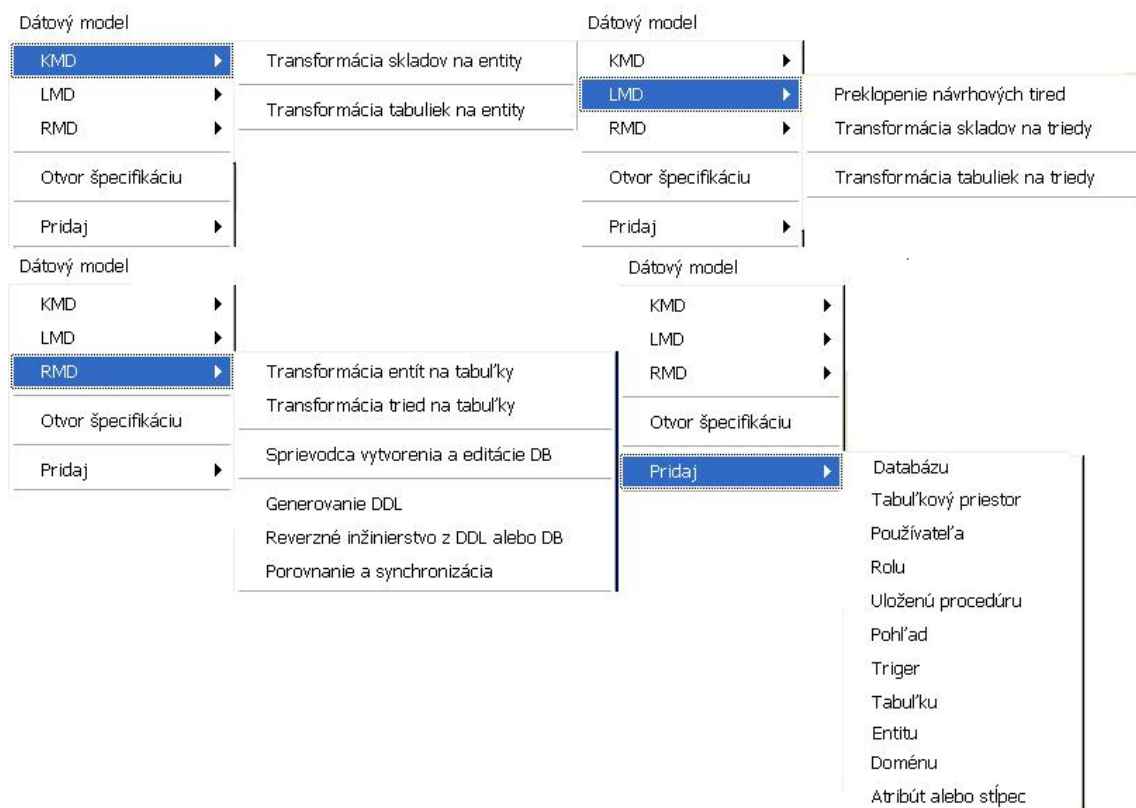
V tomto článku sa venujeme ďalšej dôležitej oblasti návrhu softvéru a to návrhu používateľského rozhrania, ktoré pokrýva jednotlivé funkcionality nového nástroja. Celkový návrh používateľského rozhrania je rozdelený do dvoch skupín. Prvú tvoria používateľské rozhrania pre základné a modelovacie funkcionality, ktoré sú obsahom tohto článku a druhú tvoria používateľské rozhrania pre sprievodcov a funkcionality transformácie, ktoré budú obsahom niektorého z ďalších čísel časopisu.

1 NÁVRH PRE ZÁKLADNÉ A MODELOVACIE PRVKY

Do základných prvkov používateľského rozhrania patrí hlavné menu a do modelovacích prvkov patria okno nástrojov a formuláre, ktoré sa zobrazia po vložení objektu do diagramu alebo po zvolení vytvorenia niektorého z DB objektov.

Návrh základných položiek hlavného a kontextového menu s názvom Dátový model je zobrazený na

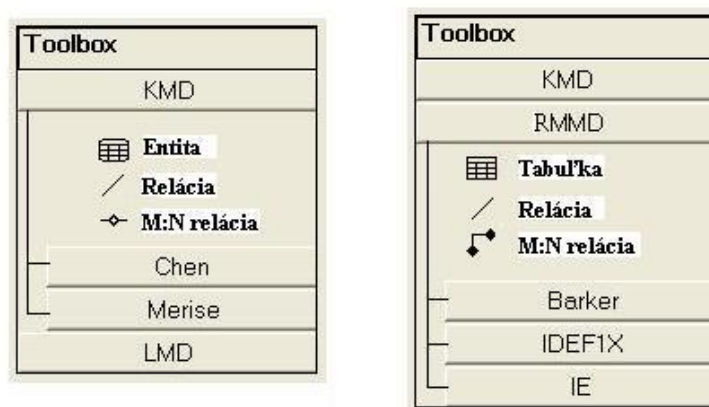
Obr. 1. Pre modul sme navrhli v menu päť základných položiek KMD (konceptuálny model dát), LMD (logický model dát), RMD (relačný model dát), Otvor špecifikáciu a Pridaj. Pod položkami KMD, LMD a RMD sa nachádzajú transformátory a sprievodcovia, položka Otvor špecifikáciu otvorí obrazovku špecifikácie označeného objektu a položka Pridaj umožní pridať označenému objektu príslušné podobiekty.

Obr. 1: Hlavné a kontextové menu

Navrhujeme, aby modul Database Architect pridal k základným záložkám okna nástrojov ďalšie tri: KMD, LMD a RMD. Na zostrojenie LMD je používaný UML diagram tried, ktorý sa v objektovom prístupe používa aj na zobrazenie dátového modelu. Návrhy záložiek v okne nástrojov sú zobrazené na

Obr. 2.

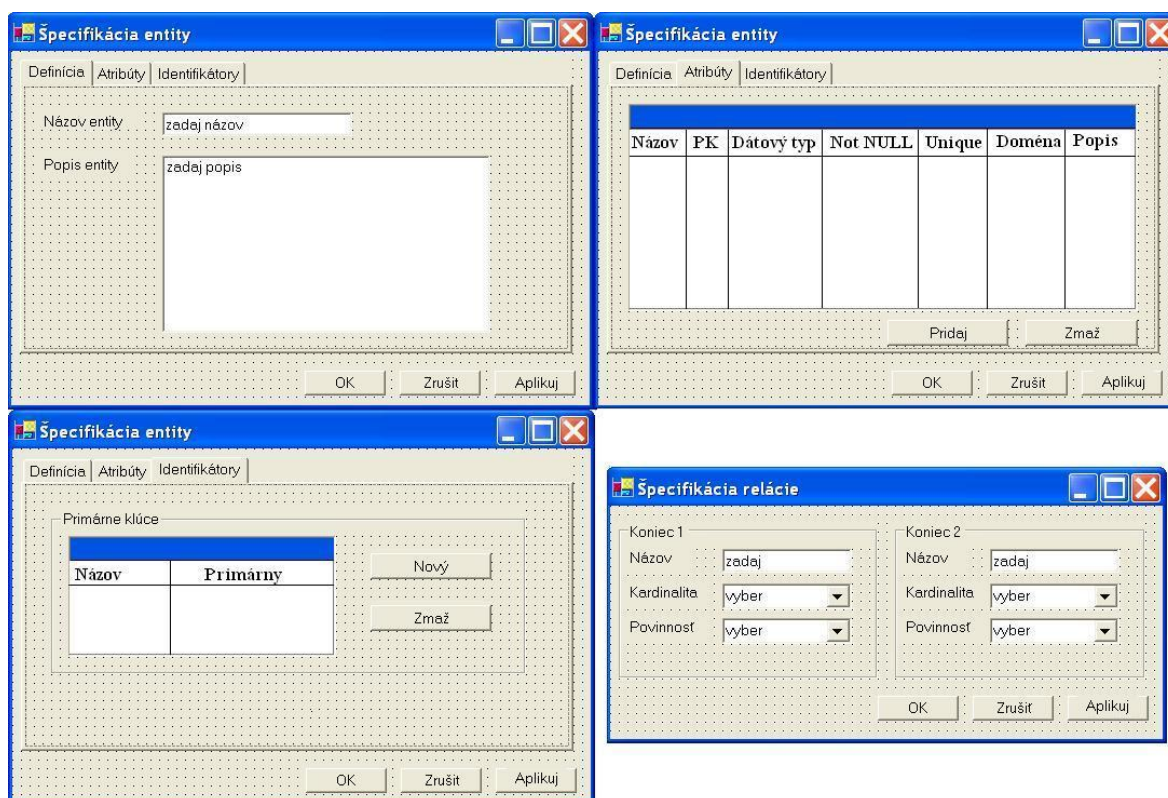
Záložka KMD obsahuje navrhnutú všeobecnú notáciu a notácie metód Chena a Merise. Záložka RMD obsahuje podobne navrhnutú všeobecnú notáciu a notácie metód Barker, IDEF1X a IE.

Obr. 2: Okno nástrojov pre všeobecné notácie KMD a RMMD (RMD)

Pre služby Špecifikácia entít a Špecifikácia relácií je nami vytvorený návrh obrazoviek znázornený na Obr. 3.

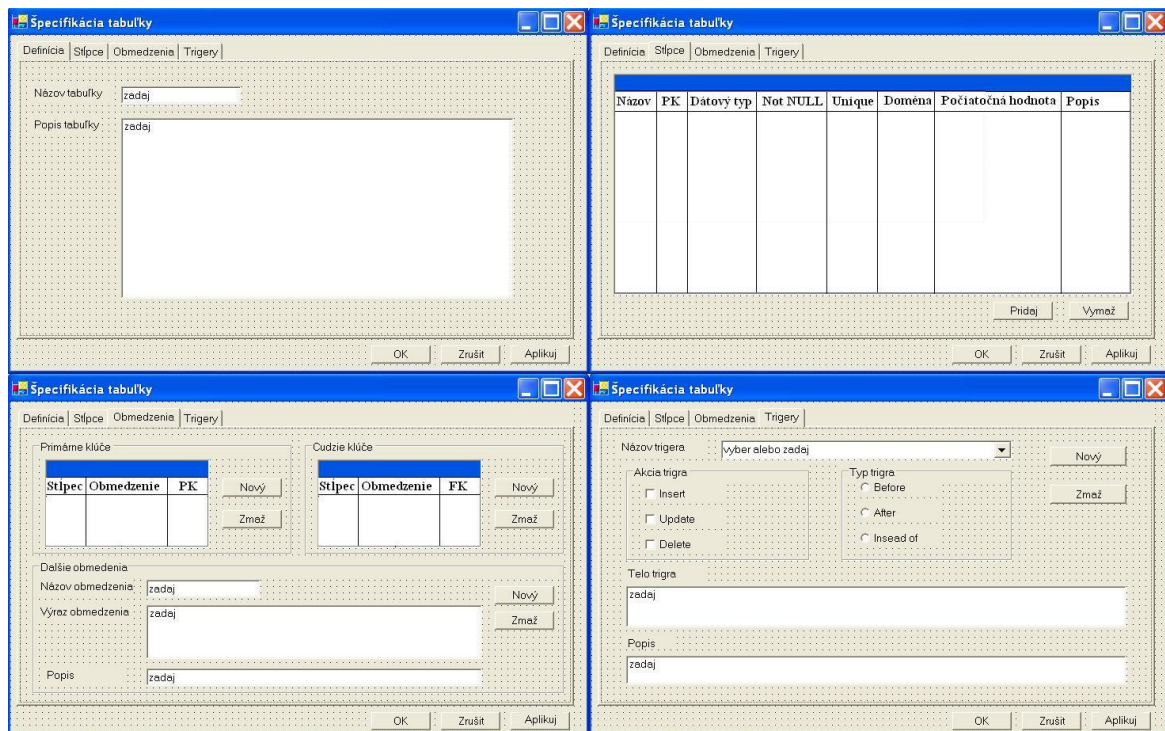
Prvé tri formuláre predstavujú tri záložky Špecifikácie entity. V prvej sa definuje názov entity a jej popis, v druhej sa do tabuľky vpisujú atribúty a ich základné vlastnosti a tretia slúži na prezeranie, vytváranie a mazanie primárnych kľúčov. Posledný formulár je návrh pre špecifikáciu relácie, kde má každá relácia dva konce. Pre každý koniec sa definuje názov, vyberie kardinalita a povinnosť väzby. Tieto aj ďalšie vlastnosti možno definovať aj v okne vlastností po označení príslušného prvku.

Obr. 3: Obrazovka pre služby Špecifikácia entít a Špecifikácia relácie



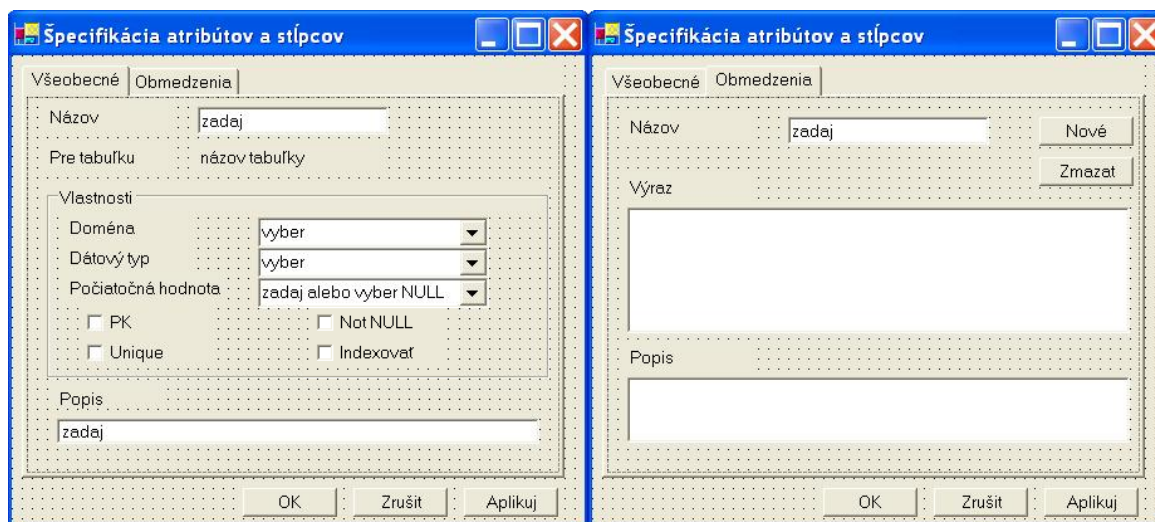
Podobné služby obsahuje aj služba Tvorba RMMD. Návrh obrazoviek pre službu špecifikácia tabuľky je zobrazený na Obr. 4. Pre obrazovku sme navrhli štyri záložky: Definícia, Stĺpce, Obmedzenia a Trigery. V prvej záložke sa definuje názov tabuľky a jej popis, v druhej kompletný zoznam atribútov a ich vlastností, v tretej kľúčové a ďalšie obmedzenia a vo štvrtej trigery. Medzi kľúčové obmedzenia patrí primárny a cudzí kľúč a medzi ďalšie obmedzenia ľubovoľné obmedzenie na daný atribút. Služba Špecifikácia relácie zdieľa návrh obrazovky s návrhom špecifikácie relácie pri KMD.

Obr. 4: Obrazovka pre službu Špecifikácia tabuľky



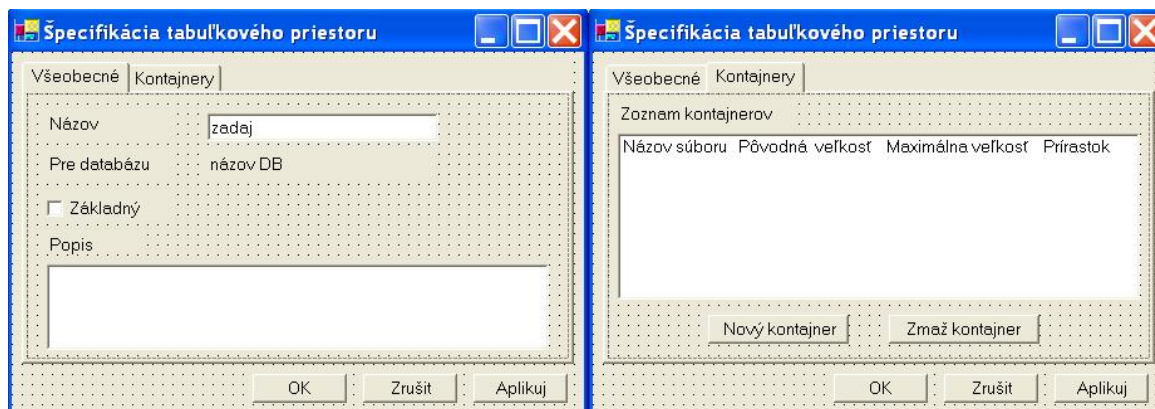
V entitách sa špecifikujú atribúty a v tabuľkách stĺpce, ale keďže majú rovnaké vlastnosti, navrhli sme jednu spoločnú obrazovku Špecifikácia atribútov a stĺpcov, ktorá je zobrazená na

Obr. 5. Obrazovka špecifikácie sa používa aj pri pridávaní atribútov a stĺpcov v obrazovkách Špecifikácia entít a Špecifikácia tabuľky.

Obr. 5: Obrázok Špecifikácia atribútov a stĺpcov

Ďalšími databázovými objektmi, ktoré sa dajú tvoriť sú tabuľkové priestory, pohľady, používateľia, role, domény a uložené procedúry.

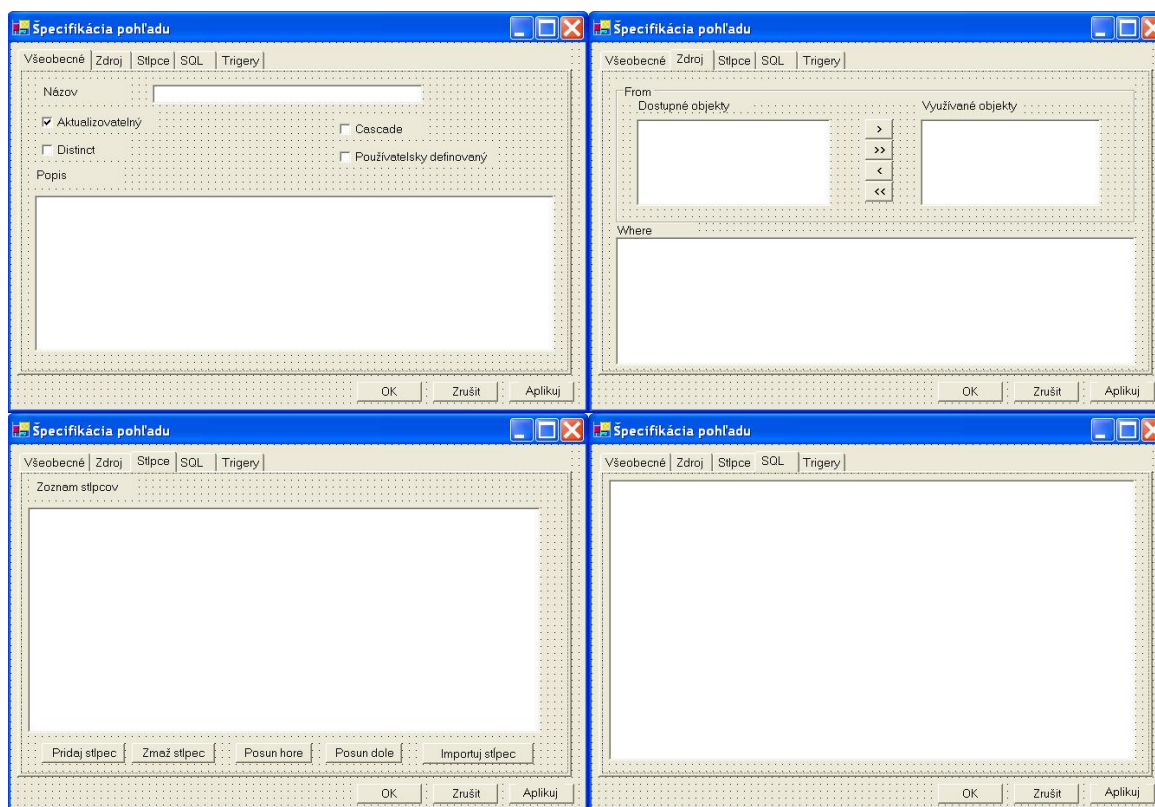
Pre obrazovku Špecifikácia tabuľkového priestoru (Obr. 6) sme navrhli dve záložky: Všeobecné a Kontajnery. V prvej záložke sa pre tabuľkový priestor definuje názov, zaškrtnáva vlastnosť Základný a určuje popis a v druhej definujú základné vlastnosti súboru databázy, tzv. kontajnera.

Obr. 6: Obrázok Špecifikácia tabuľkového priestoru

Pre obrazovku Špecifikácia pohľadu (

Obr. 7) sme navrhli päť záložiek: Všeobecné, Zdroj, Stĺpce, SQL a Trigery.

Obr. 7: Obrazovka Špecifikácia pohľadu

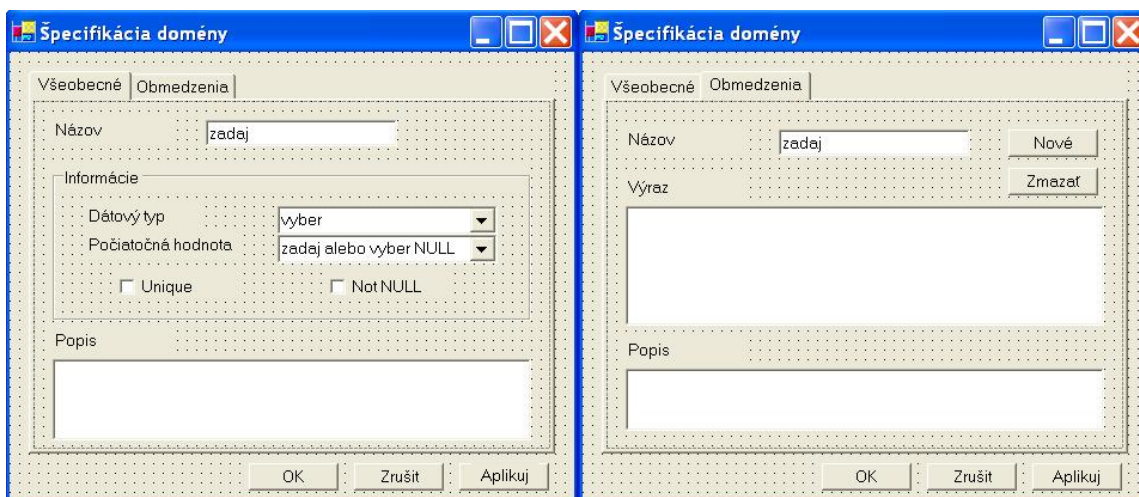


V prvej záložke sa pre pohľad definuje názov, zaškrtaávajú vlastnosti Aktualizovateľný, Distinct, Cascade a Používateľsky definovaný a určuje popis. V druhej záložke sa v časti From z oblasti Dostupné objekty presúvajú potrebné objekty do oblasti využívané objekty. Do časti Where sa vpisuje obmedzujúca podmienka pre pohľad. V tretej záložke sa zobrazuje zoznam stĺpcov pohľadu, ktoré možno zmazať, možno aj pridať stĺpec, zmeniť poradie stĺpcov a importovať stĺpec z ďalších objektov. Vo štvrtej záložke sa zobrazuje celý SQL kód príslušného pohľadu a v piatej sa definujú trigery. Piata záložka je dizajnovo aj funkčne úplne rovnaká ako štvrtá záložka Špecifikácie tabuľky.

Pre obrazovku Špecifikácia domény (

Obr. 8) sme navrhli dve záložky: Všeobecné a Obmedzenia. V prvej záložke sa pre doménu určuje názov, základné informácie ako dátový typ, počiatočná hodnota, unique a Not NULL a popis. V druhej záložke sa vytvárajú alebo mažu obmedzenia. Tlačidlom Nový sa vytvorí nové obmedzenie, zadá sa jeho názov, do oblasti Výraz sa vpiše telo obmedzenia a do oblasti Popis možno vpísať popis.

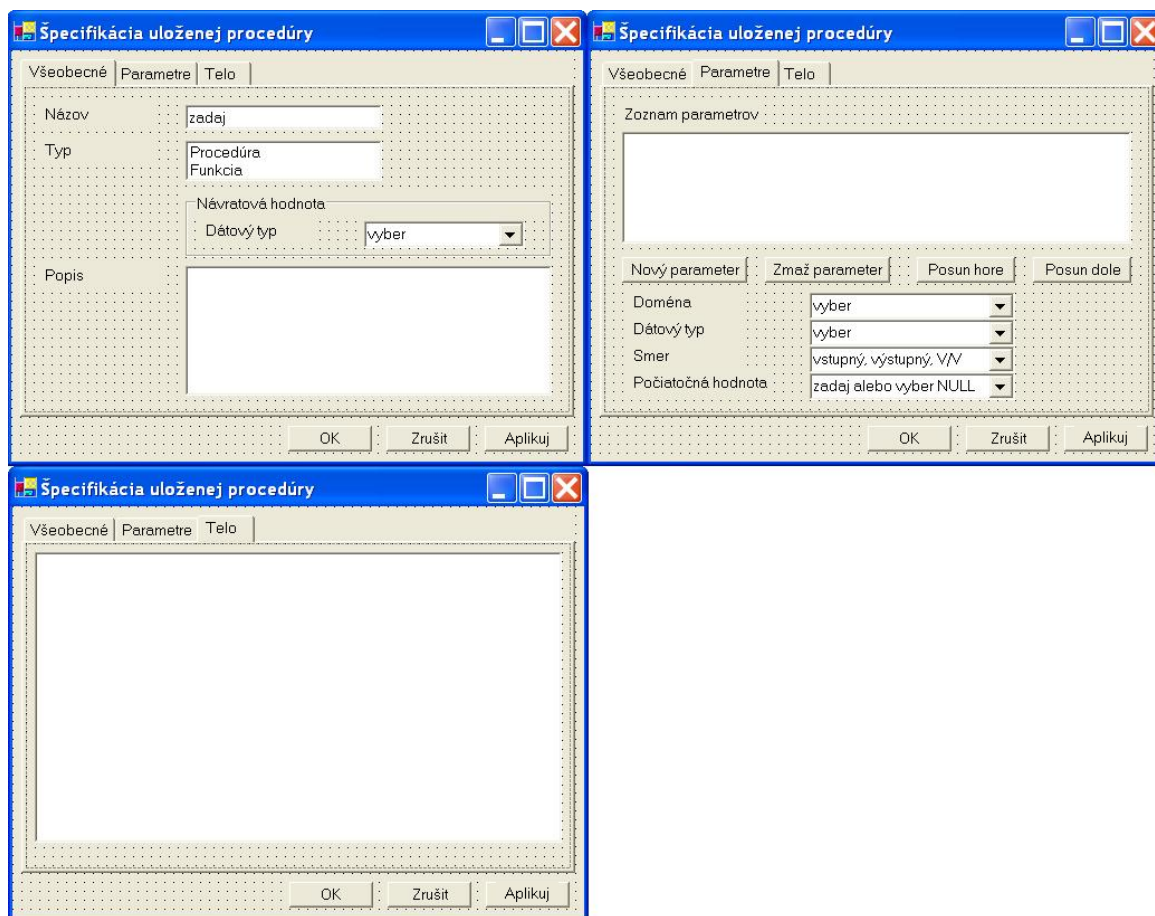
Obr. 8: Obrazovka Špecifikácia domény



Pre obrazovku Špecifikácia uloženej procedúry (

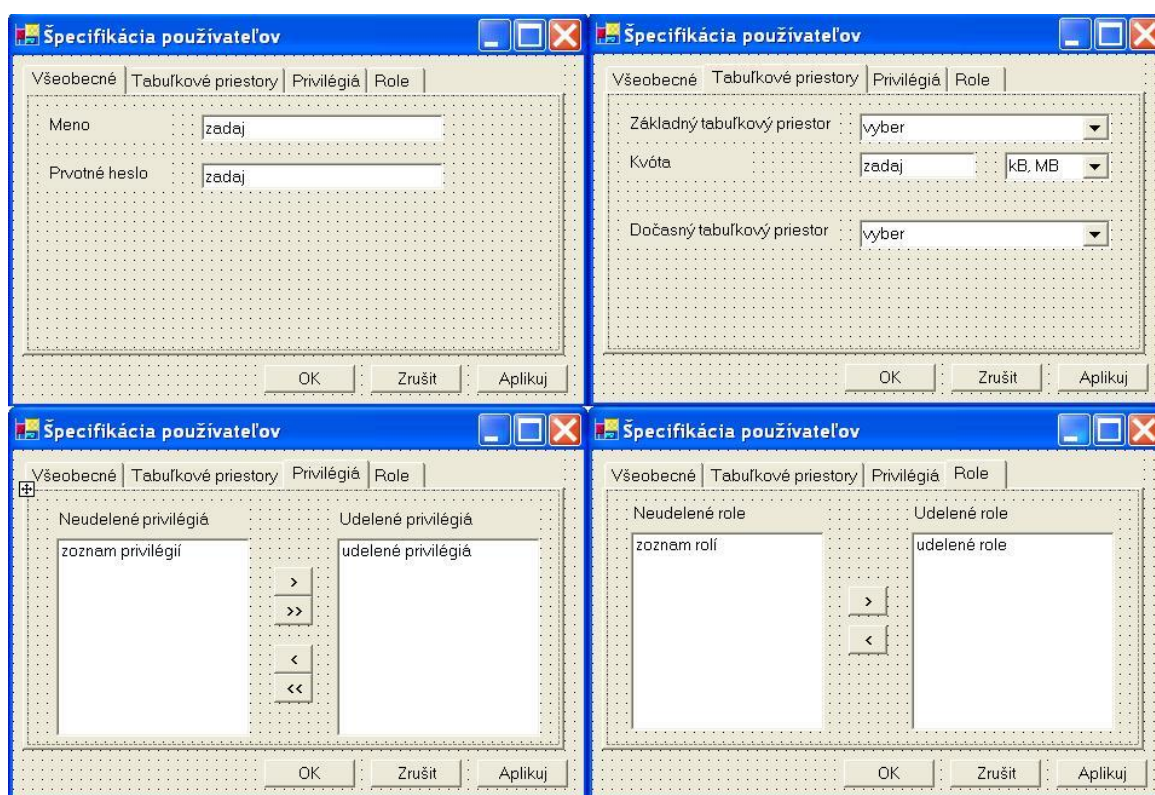
Obr. 9) sme navrhli tri záložky: Všeobecné, Parametre a Telo. V prvej záložke sa definuje názov procedúry, typ (procedúra, funkcia) a popis. Ak sa zvolí typ Funkcia, tak je sprístupnená oblasť Návratová hodnota, kde sa vyberá dátový typ návratovej hodnoty. V druhej záložke sa zobrazuje zoznam parametrov, parametre možno pridať, zmazať a preorganizovať. Pre parameter možno vybrať alebo zadať doménu, dátový typ, smerovanie a počiatočnú hodnotu. V tretej záložke sa tvorí a zobrazuje telo uloženej procedúry.

Obr. 9: Obrazovka Špecifikácia uloženej procedúry



Pre obrazovku Špecifikácia používateľov (

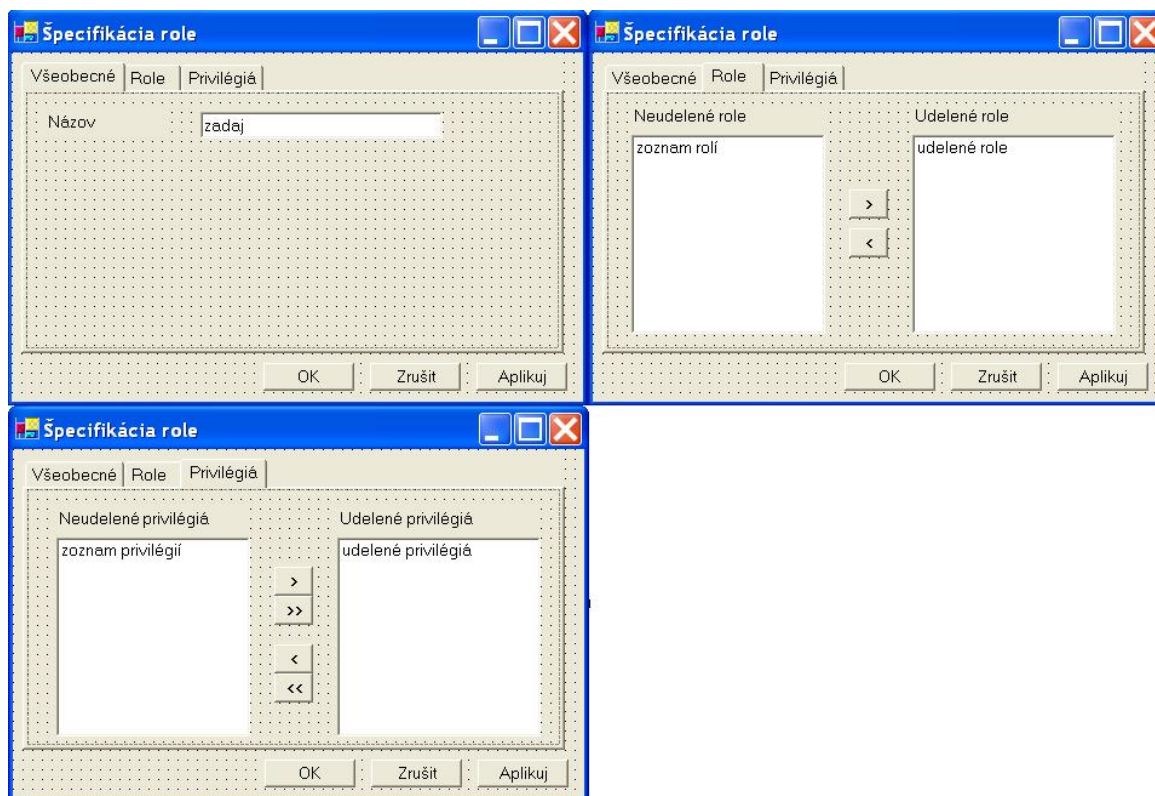
Obr. 10) sme navrhli štyri záložky: Všeobecné, Tabuľkové priestory, Privilégiá a Role. V prvej záložke sa pre používateľa definuje meno a heslo, v druhej sa vyberá základný a dočasný tabuľkový priestor a definuje veľkosť základného tabuľkového priestoru. V tretej záložke sa privilégiá načítané do oblasti Neudelené privilégiá presúvajú tlačidlami so šípkami do oblasti Udelené privilégiá a vo štvrtnej role načítané do oblasti Neudelené role presúvajú do oblasti Udelené role.

Obr. 10: Obrazovka Špecifikácia používateľov

Pre obrazovku Špecifikácia role (

Obr. 11) sme navrhli tri záložky: Všeobecné, Role a Privilégiá. V prvej záložke sa definuje len názov role, v druhej a tretej záložke je to rovnaké ako vo štvrtej a tretej záložke obrazovky Špecifikácie používateľov.

Obr. 11: Obrazovka Špecifikácia role



Záver

Špecifikácia požiadaviek, návrh rolí a služieb nástroja Database Architect predstavené v prvom zo skupiny článkov bola len prvá ale veľmi podstatná časť z celkového návrhu systému. V tomto článku navrhnuté používateľské rozhrania sú používateľské rozhrania pre hlavné menu, okno nástrojov a formuláre, ktoré sa zobrazia po vložení objektu do diagramu alebo po zvolení vytvorenia niektorého z DB objektov. V nasledujúcich častiach návrhu, ktoré budú predstavené v ďalších článkoch, navrhujeme používateľské rozhranie pre transformátory a sprievodcov, podrobný priebeh aktivít v jednotlivých službách, statickú štruktúru nástroja, a dátovú základňu, tak aby bol návrh kompletný.

Kľúčové slová

používateľské rozhranie, nástroj Database Architect

Klasifikácia JEL

O039

LITERATÚRA

- [1] BLAHUŠIAK, M. 2010. *Problémové oblasti automatizácie projektovania a programovania – dizertačná práca*. Bratislava. 213 s.
- [2] ESSENTIAL STRATEGIES, INC.: *Metóda Barker a IDEF1X*. <http://www.essentialstrategies.com/publications/modeling/idef1x.htm>, február 2012.
- [3] HALPIN, T. – MORGAN, T. – MORGAN, A. J.: *Information modeling and relational databases*. http://books.google.com/books?id=puO_VlbR_x4C&pg=PP1&dq=information+modeling+and+relational+databases&hl=sk, február 2012.
- [4] SITP: *The Transposition of Barker-Merise-UML*. http://www.sitp.its.setec.fr/Transmodel_V5_en/REFEXT/NT_Transpo_barker_merise_UML_en.pdf, február 2012.

RESUMÉ

Článok sa zaoberá druhou časťou návrhu nového nástroja nazvaného Database Architect. Keďže prvá časť návrhu sa venovala roliam a službám nástroja, tak druhá časť obsahuje návrh používateľského prostredia, resp. prvej skupiny používateľských rozhraní, ktoré pokrývajú základné funkcionality nového nástroja. Do tejto prvej skupiny patria používateľské rozhrania pre hlavné menu, okno nástrojov a formuláre, ktoré sa zobrazia po vložení objektu do diagramu alebo po zvolení vytvorenia niektorého z databázových objektov. Druhú skupinu tvoria používateľské rozhrania pre funkcionality transformácie a sprievodcov, ktoré podobne ako návrh statickej štruktúry a dátovej základne budú súčasťou nasledujúcich článkov.

SUMMARY

The article discusses the second part of design of a new tool named Database architect. The first part designed roles and use cases, and this second part covers design of user interfaces, or more precisely first group of user interfaces which cover base features of the new tool. This first group contains user interfaces for menu, toolbox and forms which are displayed after insert of an object into diagram or when user choses t create any database object. The second group includes user interfaces for transformation features and wizards, which will be along with design of static structure and data structure part of following articles.

Kontakt

Ing. Martin Blahušiak, PhD. Katedra aplikovanej informatiky, Fakulta hospodárskej informatiky, Ekonomická univerzita v Bratislave, Dolnozemska cesta 1, 852 35 Bratislava, tel.: +421 2/672 95 861, e-mail: ingmato23@yahoo.com

Soňa Coss

MODELY S BINÁRNOU ZÁVISLE PREMENNOU¹

Úvod

Základnou štatistickou metódou pri skúmaní vplyvu vysvetľujúcich premenných na vysvetľovanú premennú je lineárna regresná analýza. Predpokladom jej použitia je, aby závisle premenná bola spojitá. V mnohých analýzach však táto podmienka nie je splnená a závisle premenná nadobúda diskrétne hodnoty vo forme kategóriálnej premennej. Riešením je využitie skupiny modelov s diskretnou kategóriálnou premennou, akými sú napr. binárne, ordinálne, multinomické modely. Základnými modelmi sú logitový a probitový model.

Modely s binárnou závisle premennou využívame v prípade, že kategóriálna závisle premenná nadobúda iba dve možné hodnoty, teda ide o binárnu premennú. Nezávislé premenné v modeli môžu byť spojité aj kategóriálne.

1 ZOVŠEOBECNENÝ LINEÁRNY MODEL

Zovšeobecnené lineárne modely (Generalized Linear Models - GLZ) predstavujú širokú skupinu modelov. Môžeme ich využiť pri analýze spojitých aj kategóriálnych nezávislých premenných a na posúdenie ich vplyvu na spojitú alebo diskrétne závisle premennú. Patria sem modely lineárnej regresie a analýzy rozptylu pre spojitú závisle premennú, ako aj modely pre kategóriálnu závisle premennú. Modely s binárnou premennou sú teda špeciálnymi prípadmi zovšeobecneného lineárneho modelu.

V každom zovšeobecnenom lineárnom modeli uvažujeme s tromi základnými zložkami modelu. Sú to náhodná zložka, deterministická (systematická) zložka a link (spojnica modelu, linková funkcia) [1].

Náhodná zložka identifikuje závisle premennú Y a robí úsudky o jej pravdepodobnostnom rozdelení. Deterministická zložka zahŕňa vysvetľujúce, nezávisle premenné $X_1, X_2 \dots X_k$ a popisuje vzťah medzi nimi. Lineárnu kombináciu vysvetľujúcich premenných v zovšeobecnenom lineárnom modeli nazývame lineárny prediktor. Ak označíme očakávanú hodnotu Y , t.j. strednú hodnotu jej rozdelenia pravdepodobnosti

$$\mu = E(Y) \tag{1.1}$$

¹ VEGA: 1/0092/15 Moderné prístupy k navrhovaniu komplexných štatistických prieskumov, ktorého vedúcim je prof. Ing. Milan Terek, PhD.

vieme, že hodnota μ sa mení v závislosti od úrovne vysvetľujúcich premenných. Deterministická zložka teda špecifikuje vysvetľujúce premenné, ktoré vystupujú ako lineárny prediktor na pravej strane modelovej rovnice v tvare:

$$\beta_0 + \beta_1 X_1 + \dots + \beta_k X_k \quad (1.2)$$

Link popisuje funkčný vzťah medzi náhodnou a deterministickou zložkou. Špecifikuje vzťah medzi očakávanou hodnotou $\mu = E(Y)$ a vysvetľujúcimi premennými v lineárnom prediktore. Na popis tohto vzťahu používame monotónnu funkciu $g(\mu)$, ktorú nazývame link alebo linková funkcia.

$$g(\mu) = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \dots + \beta_k X_k \quad (1.3)$$

Linková funkcia $g(\cdot)$ teda zovšeobecňuje vzťah medzi závisle premennou a nezávislými premennými v modeli. Tento vzťah môže mať podobu buď lineárneho alebo nelineárneho efektu na závisle premennú. Najjednoduchšia forma linkovej funkcie je tzv. identity link (identický, zhodný link), ktorý má tvar:

$$g(\mu) = \mu \quad (1.4)$$

Pomocou tejto funkcie modelujeme priamo strednú hodnotu vysvetľovanej premennej a využívame ju pri lineárnej regresii spojitých premenných.

$$\mu = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \dots + \beta_k X_k \quad (1.5)$$

Nie vždy však lineárna regresia postačuje na adekvátne popísanie vzťahu medzi pozorovanými premennými. Najčastejšie to býva z dvoch hlavných príčin. Jednou z nich je rozdelenie pravdepodobnosti závisle premennej a druhou je nelineárny vzťah medzi prediktorom a závisle premennou [2].

Rozdelenie pravdepodobnosti skúmanej závisle premennej nemusí byť normálne. Ak pracujeme s kategoriálnou závisle premennou, rozdelenie pravdepodobnosti nie je dokonca ani spojité. V tomto prípade môže ísť o diskkrétne binomické, multinomické, prípadne Poissonovo rozdelenie.

Druhým obmedzením je, že vzťah medzi prediktorom a závisle premennou nemusí mať nutne lineárnu podobu. Skôr sa stretneme s tým, že prediktory sú vzhľadom na závisle premennú v nelineárnom vzťahu. Použitie identity linku potom stráca svoje opodstatnenie a riešením je voľba inej vhodnej linkovej funkcie.

Zovšeobecnený lineárny model je vhodný na použitie v oboch spomenutých prípadoch. Ak ide o závisle premennú s diskrétnym rozdelením pravdepodobnosti, a aj v prípade, že závisle premenná nie je v lineárnom vzťahu k prediktorom. Zovšeobecnenie

umožňuje, aby mala náhodná zložka aj iné pravdepodobnostné rozdelenie ako normálne a umožňuje aj modelovanie nejakej funkcie strednej hodnoty závisle premennej. Avšak je potrebné model vhodne transformovať pomocou linkovej funkcie.

2 MODEL S BINÁRNOU ZÁVISLE PREMENNOU

Pri modelovaní kategoriálnej závislej premennej sa snažíme odhadnúť model, pomocou ktorého by sme špecifikovali vzťah závisle premennej od jednej alebo množiny vysvetľujúcich premenných. Chceme zistiť efekt vysvetľujúcich premenných na kategoriálnu závisle premennú, ktorá nadobúda diskkrétne obmeny znaku. Vysvetľujúce premenné v modeli môžu byť spojité alebo kategoriálne.

Inými slovami, hľadáme vzťah medzi skupinou vysvetľujúcich premenných a pravdepodobnosťou nastania sledovaného javu. Zároveň predpokladáme, že táto pravdepodobnosť je lineárnou funkciou vlastností štatistickej jednotky, ktoré charakterizujú jednotlivé vysvetľujúce premenné v modeli.

Mnoho kategoriálnych závisle premenných nadobúda iba dve možné obmeny znaku. Ide napr. o rozhodnutie kúpiť, či nekúpiť daný produkt, status nezamestnaného alebo zamestnaného, volebné preferencie k danému, resp. inému kandidátovi, diagnostikovanie alebo neprítomnosť danej choroby a pod. Takéto premenné nazývame binárne (dichotomické, alternatívne) premenné.

Kategoriálne závisle premenné však môžu nadobúdať aj viac ako dve diskkrétne obmeny, napr. výber zo sortimentu rôznych produktov, sociálny status rodiny, počet plánovaných detí v rodine a pod. Vtedy ide o tzv. viackategoriálne, množné, teda multinomické znaky.

V ďalšom texte sa už obmedzíme na popis modelov pre binárnu závisle premennú. Ide o skupinu modelov, ktoré na modelovanie závisle premennej využívajú práve dichotomické znaky.

Označme binárnu závisle premennú Y a jej dve možné obmeny znaku 1 a 0. Hodnotu 1 za predpokladu, že daný jav nastal a hodnotu 0, ak daný jav nenastal. Táto binárna závisle premenná má alternatívne rozdelenie pravdepodobnosti a zvykne sa nazývať aj Bernoulliho premennou.

Jej rozdelenie je dané pravdepodobnosťou výskytu želanej udalosti, ak daný jav nastal:²

² Ak modelujeme pravdepodobnosť nastatia javu $P(Y=1)$, ide samozrejme o podmienenú pravdepodobnosť $P(Y=1|x)$ nastatia javu Y za podmienky výskytu premennej X , teda že jav nastane pri danej úrovni x . V ďalšom texte sa obmedzíme len na výraz $P(Y=1)$ a budeme predpokladať, že ide o podmienenú pravdepodobnosť.

$$P(Y = 1) = \pi \quad (1.6)$$

a pravdepodobnosťou, ak daný jav nenastal:

$$P(Y = 0) = 1 - \pi. \quad (1.7)$$

Toto rozdelenie pravdepodobnosti má strednú hodnotu:

$$E(Y) = 1 \cdot P(Y = 1) + 0 \cdot P(Y = 0) = 1 \cdot \pi + 0 \cdot (1 - \pi) = \pi \quad (1.8)$$

a rozptyl:

$$D(Y) = \pi(1 - \pi) \quad (1.9)$$

Pri n nezávislých pozorovaniach na binárnej závisle premennej s parametrom π , počet prípadov nastatia javu má binomické rozdelenie s parametrami n a π . Teda predpokladáme, že náhodná zložka v modeli má binomické rozdelenie.

Keďže hodnota pravdepodobnosti π sa môže meniť v závislosti od zmeny hodnoty x premennej X , preto použijeme na označenie tejto pravdepodobnosti symbol $\pi(x)$.

3 LINEÁRNY PRAVDEPODOBNOSTNÝ MODEL

Najjednoduchší spôsob modelovania vplyvu premenných $X_1, X_2 \dots X_k$ na očakávanú hodnotu premennej Y využíva formu lineárnej regresie v tvare rovnice³:

$$E(Y) = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \dots + \beta_k X_k \quad (1.10)$$

Ak chceme modelovať pravdepodobnosť nastatia javu, môžeme zapísať⁴:

$$\pi(\mathbf{x}) = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \dots + \beta_k X_k \quad (1.11)$$

Tento zovšeobecnený lineárny model s binomickou náhodnou zložkou a identickým linkom nazývame lineárny pravdepodobnostný model.

Predpokladáme v ňom, že pravdepodobnosť nastatia javu sa mení lineárne od úrovne vysvetľujúcich premenných X . Keďže v lineárnom pravdepodobnostnom modeli predikujeme pravdepodobnosť nastatia javu, interpretácia parametrov β sa v tomto prípade

³ Ide o podmienenú strednú hodnotu závisle premennej $E(Y|\mathbf{x})$ za podmienky výskytu pri danej úrovni hodnôt premenných $X_1, X_2 \dots X_k$.

⁴ Kde $\mathbf{x}$ je vektor hodnôt nezávisle premenných $X_1, X_2 \dots X_k$.

oproti lineárnemu regresnému modelu zmení. Parameter β_1 predstavuje zmenu pravdepodobnosti pri jednotkovej zmene X_1 , za predpokladu, že ostatné premenné zostanú nezmenené. Vyjadruje parciálny efekt pôsobenia premennej X_1 na pravdepodobnosť výskytu javu, pod kontrolou ostatných premenných v zmysle *ceteris paribus*.

Ak chceme využiť metódu regresnej analýzy, musíme transformovať binárnu závisle premennú na premennú so spojitými hodnotami, ktorá bude funkciou pravdepodobnosti výskytu udalosti.

Narazíme však na tri vážne obmedzenia [6].

1. Keďže lineárny pravdepodobnostný model predpokladá interpretáciu predikovaných hodnôt Y ako pravdepodobností, nastáva problém, ak predikované hodnoty ležia mimo interval $(0,1)$. Očakávaná hodnota závisle premennej totiž nie je ohraničená na tento interval, ale nadobúda hodnoty na celom obore reálnych čísiel. Model teda môže predikovať aj pravdepodobnosti $\pi(\mathbf{x}) < 0$ alebo $\pi(\mathbf{x}) > 1$.
2. Rozptyl náhodnej zložky nie je konštantný. Keďže stredná hodnota náhodnej zložky je $E(\varepsilon) = 0$ a jej rozptyl je $D(\varepsilon) = \pi(\mathbf{x})[1 - \pi(\mathbf{x})]$. Znamená to, že rozptyl náhodnej zložky závisí od $\mathbf{x}$. Náhodná zložka je teda heteroskedastická.
3. Rozdelenie náhodnej zložky nie je normálne, keďže analyzujeme binárnu závisle premennú.

Všetky uvedené obmedzenia lineárneho pravdepodobnostného modelu vedú k tomu, aby sme na modelovanie binárnej závisle premennej využili iné alternatívne modely.

4 NELINEÁRNY PRAVDEPODOBNOSTNÝ MODEL

Riešením je transformovať pôvodný model pomocou vhodnej linkovej funkcie. Snažíme sa pritom dodržať dva základné predpoklady. Po prvé, aby sa hodnoty vysvetľujúcich premenných, ktoré môžu nadobúdať hodnoty cez celý obor reálnych čísiel, transformovali na pravdepodobnosti v intervale $(0,1)$. Po druhé, aby transformácia bola monotónna, teda zachovala vlastnosť, že nárast X je sprevádzaný nárastom (resp. poklesom) závislej premennej pre všetky hodnoty X .

Pravdepodobnosť závisle premennej teda transformujeme do podoby lineárnej funkcie nezávislých premenných pomocou linkovej funkcie. Pravdepodobnosť je potom vyjadrená ako nelineárny pravdepodobnostný model.

Riešenie sa ponúka vo voľbe funkcie $g(\cdot)$, ktorá transformuje nelineárny vzťah medzi prediktorom a pravdepodobnosťou nastatia javu. Pri tejto funkcii predpokladáme, že je rýdzo monotónna a existuje k nej inverzná funkcia $g^{-1}(\cdot)$.

Aldrich a Nelson [2] popisujú množstvo funkcií, ktoré vhodne transformujú pravdepodobnosti do nelineárnych pravdepodobnostných modelov. Najčastejšie sa však na tento účel využívajú distribučné funkcie logistického a normovaného normálneho rozdelenia. Distribučná funkcia logistického rozdelenia je základom pre logistickú regresiu. Pri probitovej regresii zase využívame distribučnú funkciu normovaného normálneho rozdelenia. Logitový a probitový model sú najznámejšie nelineárne pravdepodobnostné modely.

5 LOGISTICKÝ MODEL

Logistický regresný model je jedným z modelov, ktoré sa využívajú pri analýze binárnej závisle premennej. Modelovaná pravdepodobnosť nastatia javu je v nelineárnom vzťahu vzhľadom na sadu vysvetľujúcich premenných. Ako sme už spomenuli vyššie, cieľom nelineárnych pravdepodobnostných modelov je transformovať pravdepodobnosti výskytu javu pomocou linkovej funkcie tak, aby ich vzťah s vysvetľujúcimi premennými nadobudol lineárny charakter.

Funkcia, ktorú používame pri logitovej transformácii sa nazýva logit.

$$g(\pi(\mathbf{x})) = \text{logit}(\pi(\mathbf{x})) \quad (1.12)$$

Transformovať pravdepodobnosti nastatia javu do logitov znamená, vyjadriť ich vo forme logaritmu šancí:

$$\text{logit}(\pi(\mathbf{x})) = \ln\left(\frac{\pi(\mathbf{x})}{1 - \pi(\mathbf{x})}\right) \quad (1.13)$$

Logitová funkcia zabezpečí transformáciu závisle premennej na spojitú premennú. Transformácia cez logaritmus šancí premení pravdepodobnosti výskytu javu, ktoré sa pohybujú iba v rozpätí intervalu $(0,1)$, na logity, ktoré sa pohybujú na celom intervale $(-\infty, \infty)$.

Následne môžeme logistický regresný model vyjadriť:

$$\ln\left(\frac{\pi(\mathbf{x})}{1 - \pi(\mathbf{x})}\right) = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \dots + \beta_k X_k \quad (1.14)$$

$$\text{logit}(\pi(\mathbf{x})) = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \dots + \beta_k X_k \quad (1.15)$$

V tomto regresnom modeli je logit podmienenej strednej hodnoty vyjadrený ako lineárna kombinácia vysvetľujúcich premenných. A teda rovnako ako v lineárnej regresii odhadujeme regresné koeficienty tohto modelu.

Lineárna kombinácia vysvetľujúcich premenných sa však nerovná priamo pravdepodobnosti, ale prirodzenému logaritmu šanci. Teda pravdepodobnosť výskytu javu je na základe takto definovaného modelu v nelineárnom vzťahu k vysvetľujúcim premenným. Aby sme mohli predikovať pravdepodobnosti nastatia javu pri zvolenej kombinácii premenných X , na vyjadrenie pravdepodobnosti použijeme spätnú transformáciu:

$$\pi(\mathbf{x}) = \frac{e^{\beta_0 + \beta_1 X_1 + \dots + \beta_k X_k}}{1 + e^{\beta_0 + \beta_1 X_1 + \dots + \beta_k X_k}} \quad (1.16)$$

6 PROBITOVÝ MODEL

Pri transformácii nelineárnych pravdepodobnostných modelov však môžeme využiť aj inú linkovú funkciu. Ak predpokladáme, že náhodná zložka v modeli má binomické rozdelenie, ďalšou takouto funkciou je probit.⁵

$$g(\pi(\mathbf{x})) = \text{probit}(\pi(\mathbf{x})) \quad (1.17)$$

Probitová linková funkcia je vtedy definovaná ako:

$$\text{probit}(\pi(\mathbf{x})) = \Phi^{-1}(\pi(\mathbf{x})) \quad (1.18)$$

Funkcia Φ^{-1} je inverzná funkcia k distribučnej funkcii normovaného normálneho rozdelenia, v podstate 100π% kvantil normovaného normálneho rozdelenia.

Probitový regresný model získame, ak pravdepodobnosti nastatia javu podrobíme probitovej transformácii. Kým pôvodné pravdepodobnosti môžu nadobúdať hodnoty v intervale (0,1), hodnoty probitov sú už v rozpätí $(-\infty, \infty)$.

Takto transformované probity sú už spojitou premennou a môžu byť použité ako závisle premenná v lineárnom modeli.

Dostaneme tak vyjadrenie probitovej regresnej funkcie:

$$\Phi^{-1}(\pi(\mathbf{x})) = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \dots + \beta_k X_k \quad (1.19)$$

$$\text{probit}(\pi(\mathbf{x})) = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \dots + \beta_k X_k \quad (1.20)$$

Ľavá strana rovnice predstavuje probit, čo je skratka pre probability unit, teda probitovo transformovanú hodnotu pravdepodobnosti. Vzťah medzi vysvetľujúcimi premennými a probitom má už lineárny charakter.

⁵ V niektorých zdrojoch sa zvykne probitová linková funkcia nazývať aj normit.

Probitový regresný model teda umožňuje zistiť, ako sa mení probit v závislosti od hodnôt vysvetľujúcich premenných. Odhadom regresných koeficientov modelu môžeme posúdiť aký je vplyv jednotlivých vysvetľujúcich premenných na pravdepodobnosť nastatia javu.

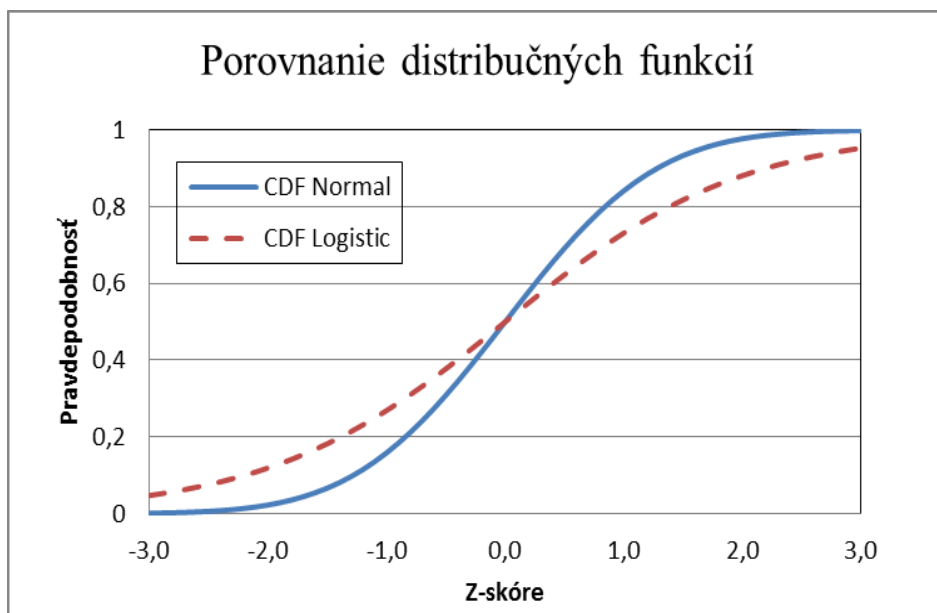
Druhou dôležitou vlastnosťou tohto modelu je, že aj v tomto prípade môžeme predikovať pravdepodobnosť nastatia udalosti pre zvolenú kombináciu hodnôt vysvetľujúcich premenných. Na tento účel si späť transformujeme pravdepodobnosti podľa vzťahu:

$$\pi(\mathbf{x}) = \Phi(\beta_0 + \beta_1 X_1 + \dots + \beta_k X_k) \quad (1.21)$$

kde Φ je distribučná funkcia normovaného normálneho rozdelenia.

7 DISTRIBUČNÉ FUNKCIE LOGISTICKÉHO A NORMOVANÉHO NORMÁLNEHO ROZDELENIA

Pri logistickej regresii predpokladáme, že sigmoidná krivka distribučnej funkcie logistického rozdelenia korešponduje s nelineárnym vzťahom medzi pravdepodobnosťou a vysvetľujúcimi premennými v modeli. Keďže krivka distribučnej funkcie normovaného normálneho rozdelenia, je tiež sigmoidnou krivkou s veľmi podobným priebehom hodnôt, usúdilo sa, že aj táto krivka je rovnako vhodná na transformáciu nelineárneho pravdepodobnostného modelu.



Z grafu veľmi dobre vidieť, že krivky distribučných funkcií logistického a normovaného normálneho rozdelenia sa veľmi podobajú. Distribučná funkcia

normovaného normálneho rozdelenia je jemne strmšia a teda klesá rýchlejšie. Logistická krivka má tzv. ťažšie konce, avšak rozdiely medzi krivkami sú veľmi malé.

Krivky majú však niekoľko spoločných vlastností. Obidve patria medzi S-krivky, sú monotónne rastúce a existujú k nim inverzné funkcie. Obe tieto krivky sú tiež symetrické okolo hodnoty pravdepodobnosti $\pi(\mathbf{x}) = 0,5$. Využitie týchto dvoch funkcií súvisí aj s tým, že nadobúdajú hodnoty na intervale $(0,1)$, rovnako ako pravdepodobnosti $\pi(\mathbf{x})$ v modeli.

Keďže distribučná funkcia logistického aj normovaného normálneho rozdelenia sa veľmi podobajú, odhady parametrov z oboch modelov sa už líšia výraznejšie. Na odhad regresných koeficientov v oboch modeloch používame metódu maximálnej vierohodnosti. Rovnako, ako aj pri testovaní významnosti modelu ako celku.

Odhady parametrov získaných jednotlivými metódami nie je možné navzájom porovnávať. Logaritmické rozdelenie má rozptyl rovný $\pi^2 / 3$ a pri normovanom normálnom rozdelení je rozptyl rovný 1. To znamená, že odhady z logitového modelu musia byť pri porovnávaní s odhadmi probitového modelu následne pre násobené $3^{1/2} / \pi$.

Záver

Probitový a logitový model sú alternatívnymi modelmi pri modelovaní s binárnou závisle premennou. Hoci cieľ skúmania vo forme predikcie pravdepodobnosti aj predpoklady pri vstupných premenných sú zhodné u oboch modelov, každá z metód využíva vlastný prístup pri transformácii premenných a odlišuje sa aj interpretáciou dosiahnutých výsledkov.

Kľúčové slová

binárna závisle premenná, logit model, probit model

Klasifikácia JEL

C35

LITERATÚRA

- [1] AGRESTI, A. 1996. *An Introduction to Categorical Data Analysis*. New York : Wiley, 1996. 290 s. ISBN 0-471-11338-7.
- [2] ALDRICH, J. H. – NELSON F. D. 1984. *Linear Probability, Logit, and Probit models*. Iowa : Sage publications, 1984. 97 s. ISBN 0-8039-2133-0.
- [3] BOROOAH, V.K. 2002. *Logit and Probit. Ordered and Multinomial Models*. Iowa : Sage publications, 2002. 104 s. ISBN 0-7619-2242-3.

- [4] LIAO, T. F. 1994. *Interpreting Probability Models. Logit, Probit, and Other Generalized Linear Models*. Iowa : Sage publications, 1994. 88 s. ISBN 0-8039-4999-5.
- [5] PAMPEL, F. C. 2000. *Logistic Regression – a primer*. Iowa : Sage publications, 2000. 96 s. ISBN 0-7619-2010-2.
- [6] PINDYCK, R. S. – RUBINFELD D. L. 1981. *Econometric Models and Econometric Forecasts*. International student edition, 1981. ISBN 0-0791-3292-8.
- [7] SCOTT LONG, J. – FREEZE J. 2006. *Regression Models for Categorical Dependent Variables*. Iowa : Sage publications. ISBN 1-5971-8011-4.
- [8] Generalized linear model. <http://www.statsoft.com/textbook/>.
- [9] Analýza kategorizovaných dat v sociálnych vedách. <http://is.muni.cz/el/1423/jaro2006/SOC419/um>.

RESUMÉ

Probitový a logitový model patria medzi najčastejšie používané zovšeobecnené lineárne modely, ktoré využívame v prípade binárnej závisle premennej. Hlavný rozdiel medzi logistickým a probitovým modelom predstavuje predpoklad o rozdelení náhodnej zložky. Obe linkové funkcie patria medzi krivky sigmoidného tvaru, tzv. S-krivky s hodnotami v intervale 0 až 1. V probitovom modeli, využívame ako linkovú funkciu, inverznú funkciu normovaného normálneho rozdelenia, ktorá transformuje lineárny prediktor na očakávané početnosti. V prípade logitového modelu modelujeme logaritmus šancí nastatia javu ako lineárnu kombináciu prediktora. Logit je v tomto prípade kvantilovou funkciou logistického rozdelenia.

SUMMARY

Probit and logit models are among the most used models of generalized linear models in the case of binary or dichotomous dependent variables. The difference between Logistic and Probit models lies in the assumption about the distribution of the errors. The logit and probit are both sigmoid functions with a domain between 0 and 1. In the probit model, the inverse standard normal distribution of the probability is modeled as a linear combination of the predictors. In the logit model the log odds of the outcome is modeled as a linear combination of the predictor variables and the logit is the quantile function of the logistic distribution.

Kontakt

Ing. Soňa Coss, PhD., Katedra štatistiky, Fakulta hospodárskej informatiky, Ekonomická univerzita v Bratislave, Dolnozemska cesta 1b, 852 35 Bratislava, e-mail: sona.coss@gmail.com

Lubica Hurbánková

ANALÝZA MIEZD VYBRANÉHO PODNIKU

Úvod

Mzda je peňažné plnenie, resp. plnenie peňažnej hodnoty (vtedy hovoríme o naturálnej mzde), ktoré je poskytované zamestnancovi zamestnávateľom za vykonanú prácu v pracovnom pomere. Je to cena práce, ktorú zamestnanec dostáva za prácu, ktorú vykonáva v danej firme pre zamestnávateľa.¹

Mzda je cenou práce, ktorá je výsledkom fungovania trhu, vzťahom medzi dopytom po práci a ponukou práce.²

V minulosti boli rozdiely v úrovni miezd len nepatrné, išlo o mzdovú nivelizáciu, ktorá brzdila snahu o zvyšovanie kvalifikácie, produktivity práce a bola objektívnou brzdou hospodárskeho pokroku. Preto sa v súčasnosti venuje zvýšená pozornosť sledovaniu mzdovej diferenciácie a denivelizačných tendencií.

Cieľom príspevku je analyzovať mzdy vo vybranom podniku pôsobiacom v oblasti stavebníctva na Slovensku. Na splnenie tohto cieľa bude potrebné posúdenie miezd pomocou mier úrovne, variability, šikmosti, špicatosti, diferenciácie a koncentrácie.

1 MIERY ÚROVNE

Medzi miery polohy patria stredné hodnoty a kvantily.

Stredné hodnoty sú jednoduché číselné charakteristiky, pomocou ktorých určujeme priemernú alebo typickú úroveň hodnôt analyzovaného znaku.

Medzi stredné hodnoty patria:

- priemery,
- stredné hodnoty polohy.

Priemer pri meraní úrovne zohľadňuje všetky zistené hodnoty analyzovaného znaku. Okrem toho umožňuje porovnanie úrovne dvoch alebo viacerých súborov. Čím je štatistický súbor rovnomernejší, tým viac sa jednotlivé hodnoty sústreďujú okolo priemernej hodnoty. Na výpočet priemernej mzdy sa používa jednoduchý aritmetický priemer, ktorý v prípade netriedeného súboru má nasledovný tvar:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (1)$$

kde $\bar{x}$ je aritmetický priemer,

¹ Zákon 311/2001 Z.z. – Elektronická zbierka zákonov.

Dostupné na internete: <<http://www.zbierka.sk/sk/predpisy/311-2001-z.z.p-5855.pdf>>

² NOVOTNÝ, R. 1999. Ekonomía ako veda. In *Základy ekonómie a ekonomiky*.

Dostupné na internete: <<http://www.srobarka.host.sk/ekonomia/ekonomia.html>>

x_i sú zistené hodnoty znaku ($i=1,2,\dots,n$),
 n je počet zistených hodnôt znaku v danom súbore.

Medzi stredné hodnoty polohy zaraďujeme:

- modus,
- medián,
- kvantily.

Modus je taká hodnota znaku, ktorá sa v danom súbore vyskytuje najčastejšie.

Medián je hodnota, ktorá rozdelí súbor zistených hodnôt, usporiadaných vzostupne, na dve rovnako početné časti. Polovica zistených hodnôt je menších alebo sa rovná mediánu, polovica je väčších alebo sa rovná mediánu. Medián je prostredná hodnota usporiadaného radu zistených početností.

Kvantily sú také číselné hodnoty, ktoré rozdeľujú vzostupne usporiadaný štatistický súbor hodnôt na α rovnako početných častí.

Medzi najpoužívanejšie kvantily patria kvartily, ktoré rozdeľujú štatistický súbor na štyri rovnako početné časti, pričom každá obsahuje štvrtinu jednotiek z celkového rozsahu štatistického súboru, t.j. 25 % štatistických jednotiek.

Poznáme dolný a horný kvartil. Dolný kvartil oddeľuje štvrtinu jednotiek s najnižšími hodnotami znaku od troch štvrtín štatistických jednotiek s hodnotami vyššími alebo rovnajúcimi sa hodnote dolného kvartilu. Horný kvartil oddeľuje tri štvrtiny hodnôt nižších alebo rovnajúcich sa k jednu štvrtinu hodnôt vyšších alebo rovnajúcich sa jeho hodnote.³

2 MIERY VARIABILITY

Miery variability delíme na absolútne a relatívne. Medzi **absolútne miery variability** zaraďujeme:

- variačné rozpätie,
- kvartilové rozpätie,
- kvartilová odchýlka,
- rozptyl,
- štandardná odchýlka,
- priemerná absolútna odchýlka.

Variačné rozpätie, ktorým vyjadrujeme rozdiel medzi najväčšou a najmenšou hodnotou súboru vypočítame:

$$R = x_{\max} - x_{\min} \quad (2)$$

kde $x_{\max}$ je najvyššia zistená mzda dosiahnutá v analyzovanom podniku,
 $x_{\min}$ je najnižšia zistená mzda dosiahnutá v analyzovanom podniku.

³ SODOMOVÁ, E a kol. 2013. *Štatistika pre bakalárov*. Bratislava : Vydavateľstvo Ekonóm, 2013, s. 28 - 37

Variačným rozpätím určíme maximálny rozsah menlivosti miezd analyzovaného podniku.

Kvartilové rozpätie je rozdiel medzi horným a dolným kvartilom. Vypočítame ho podľa vzťahu:

$$R_Q^4 = Q_3^4 - Q_1^4 \quad (3)$$

kde Q_3^4 je horný kvartil miezd,

Q_1^4 je dolný kvartil miezd.

Kvartilovým rozpätím vyjadrujeme maximálny rozdiel polovice hodnôt.

Kvartilová odchýlka je polovica rozdielu medzi horným a dolným kvartilom, čiže polovica kvartilového rozpätia. Na výpočet použijeme vzťah:

$$Q = \frac{Q_3^4 - Q_1^4}{2} = \frac{R_Q^4}{2} \quad (4)$$

Rozptyl je aritmetický priemer štvorcov odchýlok zistených hodnôt jednotlivých miezd od priemernej mzdy. Vypočítame ho nasledovne:

$$s^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \quad (5)$$

Rozptyl nie je možné logicky interpretovať a preto interpretujeme štandardnú odchýlku.

Štandardná odchýlka je odmocnina z rozptylu. Vypočítame ju:

$$s = \sqrt{s^2} \quad (6)$$

Čím väčšia je variabilita jednotlivých hodnôt miezd, tým väčšie budú odchýlky $x_i - \bar{x}$ a tým väčšia bude hodnota s^2 .

Priemerná absolútna odchýlka sa vypočíta na základe nasledovného vzťahu:

$$\bar{d} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |x_i - \bar{x}| \quad (7)$$

Medzi **relatívne miery variability** zaraďujeme:

- variačný koeficient,
- pomernú priemernú odchýlku.

Variačný koeficient vypočítame ako podiel štandardnej odchýlky a aritmetického priemeru:

$$V_x = \frac{s}{\bar{x}} * 100 \quad (8)$$

Čím je hodnota variačného koeficienta väčšia, tým väčšia je variabilita zistených miezd.

Pomerná priemerná odchýlka sa určí ako podiel absolútnej priemernej odchýlky a aritmetického priemeru:

$$\bar{d}_p = \frac{\bar{d}}{\bar{x}} \quad (9)$$

Vyššie hodnoty hovoria o vyššom stupni nerovnorodosti analyzovaného štatistického súboru.⁴

3 MIERY ŠIKMOSTI

Jednou z mier šikmosti je **kvartilová miera šikmosti**, ktorá používa pri výpočte jednotlivé kvantily:

$$S_{Q^4} = \frac{(Q_3^4 - Q_2^4) - (Q_2^4 - Q_1^4)}{(Q_3^4 - Q_2^4) + (Q_2^4 - Q_1^4)} \quad (10)$$

Kvartilová miera šikmosti nadobúda hodnoty z intervalu $<-1, 1>$, pri ľavostrannej asymetrii je šikmosť záporná a pri pravostrannej asymetrii kladná.⁵

4 MIERY ŠPICATOSTI

Medzi miery špicatosti zaradujeme:

- špicatosť,
- koeficient špicatosti,

Špicatosť je určená vzťahom:

$$K = \frac{\mu_4}{s^4} \quad (11)$$

kde μ_4 je štvrtý centrálny moment.⁶

⁴ PACÁKOVÁ, V. a kol. 2003. *Štatistika pre ekonómov*. Bratislava: Edícia Ekonómia, 2003, s. 62 - 71

⁵ PACÁKOVÁ, V. a kol. 2009. *Štatistické metódy pre ekonómov*. Bratislava : IURA EDITION, 2009, s. 55

Koeficient špicatosti pri výpočte sa vychádza zo vzťahu pre špicatosť:

$$\gamma_2 = \frac{\mu_4}{s_4} - 3 \quad (12)$$

Ak koeficient nadobúda záporné hodnoty, ide o plochšie rozdelenie v porovnaní s normálnym rozdelením, ak naopak koeficient nadobúda kladné hodnoty, ide o špicatejšie rozdelenie.

5 MIERY DIFERENCIÁCIE

K ďalším používaným mieram mzdovej diferenciácie patria:

- kvantilová miera špicatosti,
- podiel mediánu a aritmetického priemeru,
- kvartilový koeficient diferenciácie.

Kvantilová miera špicatosti, ktorú vypočítame ako podiel variačného a kvartilového rozpätia nasledovne:

$$C = \frac{x_{\max} - x_{\min}}{Q_3^4 - Q_1^4} \quad (13)$$

Podiel mediánu a aritmetického priemeru je definovaný vzťahom:

$$r = \frac{\tilde{x}}{\bar{x}} \quad (14)$$

kde $\tilde{x}$ je medián.

Ak $r < 1$, mzdová diferenciácia sa zvyšuje (ak klesá podiel mediánovej mzdy na priemernej mzde). Vyplýva z toho, že viac zamestnancov poberá mzdy, ktoré sú pod priemerom a menej zamestnancov sa delí o nadpriemerné mzdy. Ak $r > 1$, zvyšuje sa podiel zamestnancov, ktorí poberajú nadpriemerné mzdy, čiže mzdová diferenciácia sa znižuje.

Kvartilový koeficient diferenciácie sa vypočíta ako podiel horného a dolného kvartilu:

$$K_D = \frac{Q_3^4}{Q_1^4} \quad (15)$$

Koeficient diferenciácie nám udáva, koľkonásobne sa zvýšila mzda v rozpätí 50 % zamestnancov.

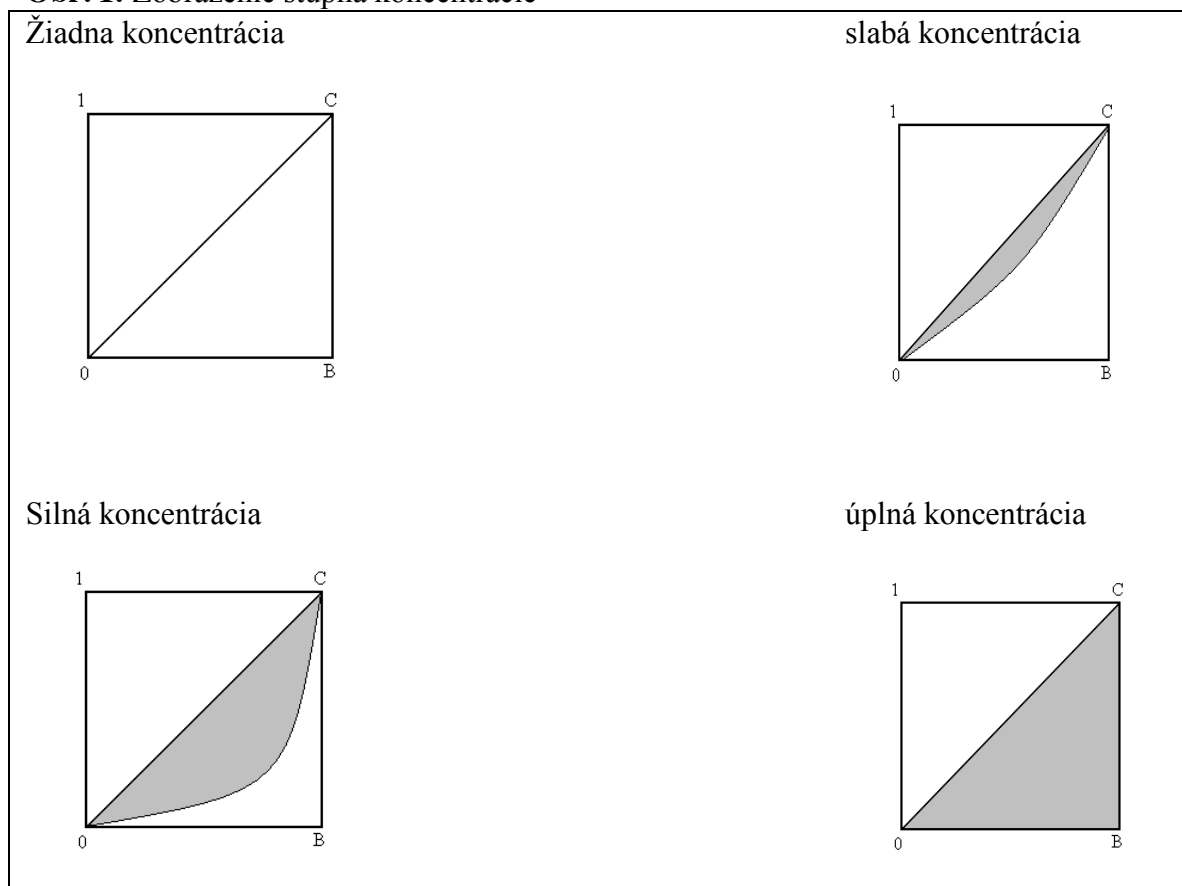
⁶ SODOMOVÁ, E. a kol. 2010. *Štatistika pre bakalárov*. Bratislava : Vydavateľstvo EKONÓM, 2009, s. 44 - 45

6 MIERY KONCENTRÁCIE

Koncentráciou v štatistike rozumieme nerovnomernosť rozdelenia celkovej sumy hodnoty znaku $\sum_{i=1}^n x_i$ medzi jednotlivé štatistické jednotky štatistického súboru. Pri posudzovaní sily koncentrácie slúži na grafické zobrazenie hodnôt znaku v pravouhlom súradnicovom systéme, tzv. **Lorenzova krivka**. Postup pri jej konštrukcii je nasledovný:

Na os x naniesieme kumulované početnosti príjemcov mzdy (zamestnancov) a na os y kumulované podiely z úhrnu miezd. Dĺžka grafických osí je 1. V prípade úplne rovnomerného rozdelenia miezd, zakreslením bodov do grafu, vznikne diagonála. Krivka, ktorú dostaneme zakreslením skutočných hodnôt, sa však viac alebo menej odchyľuje od diagonály. Čím je odchylenie väčšie, tým je väčšia aj koncentrácia hodnôt znaku, rozdelenie je nerovnomernejšie. V prípade úplnej koncentrácie by jedna štatistická jednotka bola nositeľkou celého úhrnu hodnôt znaku, teda graficky by body vytvárali plochu OBC.⁷ (Obr. 1)

Obr. 1: Zobrazenie stupňa koncentrácie



Zdroj: PACÁKOVÁ, V. a kol. 2003. *Štatistika pre ekonómov*. 1. vyd. Bratislava : IURA EDITION, 2003, s. 78

⁷ PACÁKOVÁ, V. a kol. 2003. *Štatistika pre ekonómov*. 1. vyd. Bratislava : IURA EDITION, 2003, s. 78

Koncentráciu miezd možno zmerať pomocou **koeficienta koncentrácie**. Vychádzame z obrázka č. 2. Ak P je plocha ohraničená diagonálou a Lorenzovou krivkou, T je plocha trojuholníka OBC , S plocha pod Lorenzovou krivkou a plocha štvorca so stranami s dĺžkou jedna sa rovná jednej, potom plocha trojuholníka $T = 0,5$.⁸Koeficient koncentrácie (KK) vypočítame podľa vzťahu:

$$KK = \frac{P}{T} = \frac{T-S}{T} = \frac{0,5-S}{0,5} = 1-2S \quad (16)$$

Zostáva vypočítať plochu S . Po úprave dostávame vzťah pre výpočet koeficienta koncentrácie:

$$KK = 1 - \sum_{i=1}^n f_i^z (F_{i-1}^m + F_i^m) \quad (17)$$

kde f_i^z sú relatívne početnosti zamestnancov,

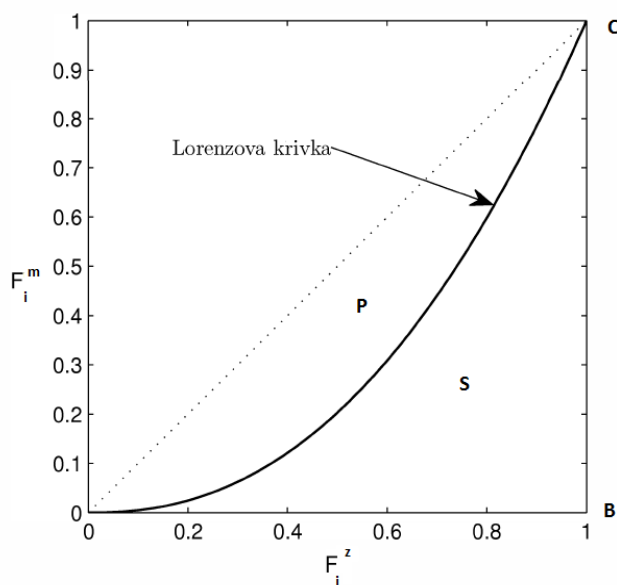
F_i^m - kumulatívne podiely z úhrnu miezd, pričom:

$$f_i^m = \frac{x_i f_i^z}{\sum_{i=1}^n x_i f_i^z} \quad (18)$$

Koeficient koncentrácie môže nadobúdať hodnoty od 0 do 1. Koncentrácia je vyššia, t.j. mzdy sú rozdelené nerovnomernejšie vtedy, ak sa hodnoty blížia k jednej. Ak sa hodnoty koeficienta koncentrácie blížia k hodnote 0, ide o nízky stupeň koncentrácie, teda ide o rovnomerné rozdelenie miezd. Koeficient koncentrácie môžeme využiť aj pri meraní koncentrácie majetku a príjmov (nositeľmi sú osoby, resp. domácnosti), koncentrácie obyvateľstva (nositeľmi koncentrácie sú obce).⁹

⁸ PACÁKOVÁ, V. a kol. 2003. *Štatistika pre ekonómov*. 1. vyd. Bratislava : IURA EDITION, 2003. s. 79

⁹ PACÁKOVÁ, V. a kol. 2003. *Štatistika pre ekonómov*. Bratislava: Edícia Ekonómia, 2003, s. 77 - 79

Obr. 2: Lorenzova krivka

Zdroj: vlastné spracovanie

7 VÝSLEDKY

V príspevku budeme analyzovať čisté mesačné mzdy zamestnancov v podniku pôsobiacom v oblasti stavebníctva za mesiac marec 2015 na Slovensku. Podnik patrí medzi malé podniky, keďže má iba 20 zamestnancov. Mzdy posúdime podľa mier uvedených v predchádzajúcej časti príspevku.

V tabuľke 1 sú uvedené čisté mesačné mzdy zamestnancov pracujúcich v podniku pôsobiacom v oblasti stavebníctva na Slovensku. Na základe týchto údajov budeme posudzovať mzdy.

Tabuľka 1: Čisté mesačné mzdy zamestnancov stavebného podniku za mesiac marec 2015 na Slovensku

Zamestnanec	Mzda v €	Zamestnanec	Mzda v €
1	329,28	11	562,70
2	396,12	12	574,97
3	430,61	13	589,25
4	461,93	14	591,95
5	471,35	15	606,98
6	473,93	16	627,87
7	495,64	17	697,81
8	520,41	18	707,03
9	527,86	19	733,38
10	545,78	20	1 089,80

Zdroj: mzdové oddelenie podniku

Tabuľka 2: Opisné charakteristiky čistých miezd zamestnancov stavebného podniku pomocou mier polohy

Priemer	571,73
Modus	nie je
Medián	554,24
Dolný kvartil	472,64
Horný kvartil	617,43

Zdroj: vlastné výpočty

V marci 2015 bola priemerná mzda zamestnancov 571,73 €. Modus nemožno zistiť, pretože každá hodnota sa v analyzovanom súbore vyskytuje iba raz. Polovica zamestnancov mala mzdu 554,24 € alebo menej a polovica zamestnancov 554,24 € alebo viac. Štvrtina zamestnancov mala mzdu 472,64 € a menej a štvrtina zamestnancov mala mzdu 617,43 € a viac.

Tabuľka 3: Analýza čistých miezd zamestnancov stavebného podniku pomocou absolútnych mier variability

Variačné rozpätie	760,52
Kvartilové rozpätie	144,79
Kvartilová odchýlka	72,39
Rozptyl	24 309,29
Štandardná odchýlka	155,91
Priemerná absolútna odchýlka	107,34

Zdroj: vlastné výpočty

Rozdiel medzi najvyššou a najnižšou mzdou v podniku v marci 2015 bol 760,52 €. Rozdiel polovice miezd je 144,79 €, ak neberieme do úvahy štvrtinu najnižších a štvrtinu najvyšších miezd. Polovica kvartilového rozpätia je 72,39 €. Hodnota rozptylu je 24 309,29. Jednotlivé mzdy zamestnancov sa odchyľujú od priemernej mzdy o 155,91 €. Zistené mzdy sa v priemere odchyľujú od ich priemeru o 107,34 €.

Tabuľka 4: Analýza čistých miezd zamestnancov stavebného podniku pomocou relatívnych mier variability

Variačný koeficient	27,27
Pomerná priemerná odchýlka	18,78

Zdroj: vlastné výpočty

Štandardná odchýlka mzdy predstavuje 27,27 % z priemernej mzdy. Priemerná absolútna odchýlka predstavuje 18,78 % z priemernej mzdy. Ide o pomerne nízku variabilitu miezd.

Tabuľka 5: Analýza čistých miezd zamestnancov stavebného podniku pomocou mier šikmosti a špicatosti

Kvartilová miera šikmosti	-0,13
Špicatosť	6,99
Miera špicatosti	3,99
Kvantilová miera špicatosti	5,25

Zdroj: vlastné výpočty

Na základe kvartilovej miery šikmosti sme zistili, že rozdelenie miezd je ľavostranne zošikmené, pretože hodnota tejto miery je menšia ako 0.

Pomocou mier špicatosti sme zistili, že rozdelenie miezd je špicatejšie ako normálne rozdelenie, keďže všetky miery nadobúdajú hodnoty väčšie ako 0.

Tabuľka 6: Analýza čistých miezd zamestnancov stavebného podniku pomocou charakteristík mzdovej diferenciácie

Podiel mediánu a aritmetického priemeru	0,97
Kvartilový koeficient diferenciácie	1,31

Zdroj: vlastné výpočty

Podiel mediánu a aritmetického priemeru je 0,97. Keďže je jeho hodnota menšia ako 1, možno urobiť záver, že mzdová diferenciácia sa zvyšuje. Znamená to, že viac zamestnancov poberá mzdy, ktoré sú pod priemerom a menej zamestnancov sa delí o nadpriemerné mzdy. Na základe kvartilového koeficienta diferenciácie sme zistili, že mzdy v rozpätí 50 % zamestnancov sa zvýšili 1,31 násobne.

Tabuľka 7: Analýza čistých miezd zamestnancov stavebného podniku pomocou koeficienta koncentrácie

Zamestnanec	Mzda	n_i	f_i^z	$x_i \cdot f_i^z$	f_i^m	F_i^m	$F_{i-1}^m + F_i^m$	$f_i^z \cdot (F_{i-1}^m + F_i^m)$
1	329,28	1	0,05	16,464	0,03	0,03	0,03	0,0014
2	396,12	1	0,05	19,806	0,03	0,06	0,09	0,0046
3	430,61	1	0,05	21,5305	0,04	0,10	0,16	0,0082
4	461,93	1	0,05	23,0965	0,04	0,14	0,24	0,0121
5	471,35	1	0,05	23,5675	0,04	0,18	0,32	0,0162
6	473,93	1	0,05	23,6965	0,04	0,22	0,41	0,0203
7	495,64	1	0,05	24,782	0,04	0,27	0,49	0,0246
8	520,41	1	0,05	26,0205	0,05	0,31	0,58	0,0290
9	527,86	1	0,05	26,393	0,05	0,36	0,67	0,0336
10	545,78	1	0,05	27,289	0,05	0,41	0,77	0,0383
11	562,70	1	0,05	28,135	0,05	0,46	0,86	0,0432
12	574,97	1	0,05	28,7485	0,05	0,51	0,96	0,0481
13	589,25	1	0,05	29,4625	0,05	0,56	1,06	0,0532
14	591,95	1	0,05	29,5975	0,05	0,61	1,17	0,0584
15	606,98	1	0,05	30,349	0,05	0,66	1,27	0,0636
16	627,87	1	0,05	31,3935	0,05	0,72	1,38	0,0690
17	697,81	1	0,05	34,8905	0,06	0,78	1,50	0,0748
18	707,03	1	0,05	35,3515	0,06	0,84	1,62	0,0810
19	733,38	1	0,05	36,669	0,06	0,90	1,75	0,0873
20	1 089,80	1	0,05	54,49	0,10	1,00	1,90	0,0952
Spolu	11 434,65	20	1	571,7325	1,00	x	x	0,8623

Zdroj: vlastné výpočty

$$KK = 1 - 0,8623 = 0,1377$$

Koeficient koncentrácie 0,1377 svedčí o pomerne nízkej koncentrácii miezd zamestnancov stavebného podniku.

Záver

V marci 2015 bola priemerná čistá mzda zamestnancov stavebného podniku 571,73 €. Rozdiel medzi najvyššou a najnižšou mzdou v podniku bol 760,52 €. Na základe variačného koeficienta a pomernej priemernej odchýlky sme usúdili, že variabilita miezd je pomerne nízka. Pomocou kvartilovej miery šikmosti sme zistili, že rozdelenie miezd je ľavostranne zošikmené. Rozdelenie čistých miezd je špicatejšie ako normálne rozdelenie, čo potvrdili miery špicatosti. Na základe podielu mediánu a aritmetického priemeru sme zistili, že mzdová diferenciácia sa zvyšuje. Znamená to, že viac zamestnancov poberá mzdy, ktoré sú pod priemerom a menej zamestnancov sa delí o nadpriemerné mzdy. Kvartilový koeficient diferenciácie poukázal na fakt, že mzdy v rozpätí 50 % zamestnancov sa zvýšili 1,31 násobne. Hodnota koeficienta koncentrácie potvrdila pomerne nízku koncentráciu miezd zamestnancov stavebného podniku.

Kľúčové slová

mzda, miery polohy, miery variability, miery šikmosti, miery špicatosti, miery diferenciácie, miery koncentrácie

Klasifikácia JEL

C13, D31

LITERATÚRA

- [1] NOVOTNÝ, R. 1999. Ekonómia ako veda. In *Základy ekonómie a ekonomiky*. Dostupné na internete: <http://www.srobarka.host.sk/ekonomia/ekonomia.html>.
- [2] PACÁKOVÁ, V. a kol. 2003. *Štatistika pre ekonómov*. Bratislava: Edícia Ekonómia, 2003, 268 s. ISBN 80-8078-033-1.
- [3] PACÁKOVÁ, V. a kol. 2009. *Štatistické metódy pre ekonómov*. Bratislava : IURA EDITION, 2009, 405 s. ISBN 978-80-8078-284-9.
- [4] SODOMOVÁ, E. a kol. 2010. *Štatistika pre bakalárov*. Bratislava : Vydavateľstvo EKONÓM, 2010, 256 s. ISBN 978-80-225-2923-5.
- [5] SODOMOVÁ, E. a kol. 2013. *Štatistika pre bakalárov*. Bratislava : Vydavateľstvo Ekonóm, 2013, 258 s. ISBN 978-80-225-3614-1.
- [6] Štatistická ročenka SR 2011. Bratislava : Štatistický úrad SR, 2012.
- [7] www.statistics.sk.
- [8] 311/2001 Z.z. – Elektronická zbierka zákonov. Dostupné na internete: <http://www.zbierka.sk/sk/predpisy/311-2001-z.z.p-5855.pdf>.

RESUMÉ

V príspevku sa zaoberáme analýzou miezd vo vybranom podniku na Slovensku pôsobiacom v odvetví stavebníctva. Príspevok je rozdelený na teoretickú a aplikačnú časť. V teoretickej časti sú uvedené metodické nástroje použité na analýzu miezd a to charakteristiky opisnej štatistiky - miery polohy, variability, šikmosti a špicatosti a pokročilé štatistické miery - miery diferenciácie a koncentrácie miezd. V druhej časti sú aplikované

uvedené metodické nástroje pri analýze údajov o mzdách zamestnancov daného podniku. Cieľom príspevku je zistiť, ako sú rozdelené mzdy v analyzovanom podniku.

SUMMARY

This paper deals with the analysis of wages in selected enterprise operating in the construction sector. The paper is divided into theoretical and application part. In the theoretical part are methodical tools which are used for wages analysis and these are characteristics of descriptive statistics-rates of position, variability, skewness and kurtosis and advanced statistical rates – rates of differentiation and concentration of wages. In the second part are applied these statistical tools to the data analyses of wages of employees in selected enterprise. The aim of this paper is to find out how are wages distributed in the analysed enterprise.

Kontakt

Ing. Ľubica Hurbánková, PhD., Katedra štatistiky, Fakulta hospodárskej informatiky, Ekonomická univerzita v Bratislave, Dolnozemska cesta 1/b, 852 35 Bratislava, tel.: +421 2/672 95 728, e-mail: lubica.hurbankova@euba.sk

Michaela Chocholatá

REGIONAL GDP GROWTH IN CZECH AND SLOVAK NUTS3 REGIONS: SPATIAL ANALYSIS*

Introduction

To analyse the regional GDP growth is nowadays a very attractive issue especially for governments in order to capture the regional disparities and thereafter to perform adequate steps to reduce or to remove them. Both the Czech Republic and the Slovak Republic have its own National Regional Development Strategies in order to promote the regional development at the national level. The concentration in national strategies is on individual regions at different NUTS (Nomenclature of Units for Territorial Statistics) levels, especially interesting are the tasks for regions at NUTS3 levels. One of the main tasks is to specify the potential of the region and its competitiveness not only inside the country but also in the broader context based on e.g. the global growth trends, analysis of components of GDP growth, assessment of impacts of main determinants of regional development and growth and creation of adequate development opportunities for all regions (see [18] and [21]).

The National Regional Development Strategy of the Slovak Republic [18] in context of regional growth analysis clearly stresses the spatial aspects. Since the traditional regional policy is mostly concentrated on the support of construction of technical infrastructure and formal education, it turns out that innovation and the other determinants of growth are closely related to a spatial dimension which points to growth in some regions based on these determinants of growth.

The treatment of space in the growth analysis can be considered based on the distinction between the absolute and relative location. As mentioned by Abreu, De Groot and Florax in [1], absolute location expresses the impact of being located at a particular point in space and relative location reflects the impact of being located closer or further away from another region, i.e. important is the position of a region relative to another region(s). In the further text of this paper the concentration will be on the relative location. In this context we can speak about spatial dependence which occurs when the growth rate at one region depends on the growth rates of other regions. There have been published many studies dealing with the growth analysis based on spatial dimension. The problem of possibly biased results and hence misleading conclusions with using of aspatial empirical analyses that have ignored the influence of spatial location on the process of growth is pointed out in the study of Fingleton and López-Bazo [6]. Furková [8] dealt with spatial

* This work was supported by the Grant Agency of Slovak Republic – VEGA grant No. 1/0285/14 “Regional modelling of the economic growth of EU countries with concentration on spatial econometric methods“.

models and spatial dimension in econometric modelling, Furková and Surmanová [9] provided the stochastic frontier analysis of regional competitiveness for NUTS2 regions of V4 countries. Lundberg [16] analysed regional growth pattern for Swedish regions, Curran [5] in his spatial analysis of British regional economic development and sectoral trends focuses on NUTS3 regions. Pede, Sparks and McKinley [20] did the spatial analysis of regional income inequality and economic growth for provinces in the Philippines. The main aim of this paper is to provide the spatial analysis of GDP growth rates in 22 NUTS3 Czech and Slovak regions in order to find out if the geographical neighbours tend to share similar GDP growth rate levels. The paper is organised as follows: section 1 introduces the descriptive spatial statistics to reveal whether the spatial autocorrelation in the data is present or not, section 2 deals with data and definition of neighbours, section 3 presents empirical results and finally the last section concludes.

1 SPATIAL AUTOCORRELATION – DEFINITION AND VARIOUS MEASURES

The concept of spatial autocorrelation has become very attractive in recent years. Spatial autocorrelation reflects a lack of independence between regions and it is therefore important to analyse if the spatial autocorrelation is present or not. In case that “yes”, it is necessary to take this fact into account. There exist many definitions of spatial autocorrelation. Commonly known in this context is the Tobler’s first law of geography: “Everything is related to everything else, but near things are more related than distant things” (see [23], p. 234). In the literature, also the terms like “spatial dependence”, “spatial association”, “spatial interaction”, “spatial interdependence” had been used to describe the spatial autocorrelation (see e.g. [11]). The term “spatial autocorrelation” was first developed in a statistical framework by Cliff and Ord [4]. The spatial autocorrelation can be in general characterized as the correlation of a variable with itself through space, i.e. the data from one region may influence the data from some other region through spatial spillover effects.

There are several tests of spatial autocorrelation which can be differentiated by the scope of analysis into global and local categories. Global statistics provide us a measurement of the global spatial autocorrelation - a single value which applies to the entire data set, but they fail to capture the local spatial pattern. Local statistics usually assess the spatial autocorrelation for one particular spatial unit.

1.1 Global statistics

From the global statistics e.g. Moran’s I , Geary’s C , and the Getis-Ord G statistic can be mentioned. The most well known is the Moran’s I statistic [17] which is structured as the Pearson product moment correlation coefficient. The substantial difference is that space is included as a spatial weight matrix $\mathbf{W}$ and instead of finding the correlation between two variables, the goal is to find the correlation of one variable with itself through a matrix $\mathbf{W}$ (see e.g. [11]). This statistic is given by [11], [24]:

$$I = \frac{N}{\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N w_{ij}} \frac{\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N w_{ij} (x_i - \bar{x})(x_j - \bar{x})}{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2} \quad i \neq j \quad (1)$$

where x_i represents the underlying variable for region i , $\bar{x}$ denotes the sample mean, N is the number of regions in the data set and w_{ij} are the elements of spatial weight matrix $\mathbf{W}$ of dimension $N \times N$ corresponding to the observation pair i, j . The theoretical mean of the Moran's I is $-1/(N-1)$, which approaches to zero when N increases and indicates a random pattern. In case that $I > -1/(N-1)$, this indicates a positive spatial autocorrelation, i.e. regions with similar values of observed variable tend to cluster in space (high-high, low-low). On the other hand, if $I < -1/(N-1)$, there is a negative autocorrelation, which implies that regions with high and low values are mixed together (high-low, low-high). The values of Moran's I (similar as in case of correlation coefficient) range from -1 (strong negative spatial autocorrelation) to 1 (strong positive spatial autocorrelation).

Geary's c statistic [10] is similar to Moran's I . The difference between these two statistics is that in case of Geary's c statistic the interaction is not the cross-product of the deviations from the mean, but the deviations in intensities of each observation location with one another (see e.g. [15]). The null hypothesis is that there is no difference between related spatial units. The theoretical value of Geary's c is 1. Values less than 1 indicate positive spatial autocorrelation and values greater than 1 imply negative spatial autocorrelation. It is therefore clear, that Geary's c is inversely related to Moran's I [11], [15].

Geary's c statistic can be calculated as follows (all the symbols have already been defined above):

$$c = \frac{(N-1) \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N w_{ij} (x_i - x_j)^2}{2 \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N w_{ij} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2} \quad i \neq j \quad (2)$$

Getis-Ord G statistic [12], [19] also measures the global spatial autocorrelation in order to identify a set of neighbours for each region, i.e. regions that fall within a specified distance, d , from the region we are interested in. In comparison to Moran's I and Geary's c it is able to identify only positive spatial autocorrelation, but it can distinguish between positive spatial autocorrelation of type high-high (regions with high values are near to other regions with high values as well) and positive spatial autocorrelation of type low-low (regions with low values are near to other regions with also low values). Mathematically it can be formulated as follows [12]:

$$G(d) = \frac{\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N w_{ij}(d) x_i x_j}{\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N x_i x_j} \quad i \neq j \quad (3)$$

where $w_{ij}(d)$ is a distance weight by which the cross-product of the analysed value at region i and at another region j are weighted and all the other variables were defined above. In context with Getis-Ord G statistic it can be pointed out that there are in fact two G statistics. As mentioned by Levine [15], the first one, G^* , includes the interaction of a region with itself, i.e. region i and region j can be the same region. The second one, G , does not include interaction of a region with itself.

In calculation of all the above mentioned spatial statistics plays the specification of the spatial weight matrix $\mathbf{W}$ a crucial role. The simplest and most commonly used is the contiguity matrix $\mathbf{W}$. Besides this specification we can meet with the distance-based weights, combination of contiguity and distance, ranked distances, n nearest neighbours, etc. (for some other schemes see e.g. [11]). The contiguity matrix $\mathbf{W}$ is usually a binary one made up of ones for contiguous neighbours and zero for all others. Very often are the contiguous neighbours defined analogously as in the game of chess – e.g. the rook's case (regions share edges), the bishop's case (regions share corners) and the queen's case (regions share edges or corners) – see Fig. 1.

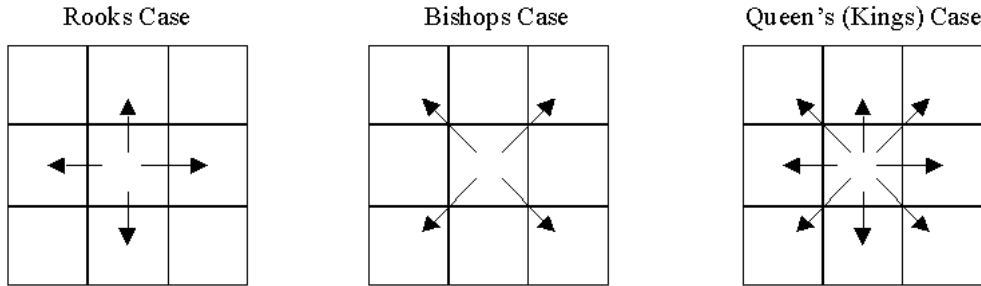


Fig. 1: Different definitions of contiguity
Source: [25]

Since in case of Moran's I and Geary's C statistics the spatial weight matrix can be specified as contiguity matrix, the Getis-Ord G statistic usually uses a distance-based weights which are defined by a one in case that two regions are closer than or equal to a threshold distance d , or zero otherwise. However concerning Ord and Getis (see [19], p. 288) distance can be interpreted "as travel time, conceptual distance, or any other measure that enables the n points to be located in a space of one or more dimensions".

1.2 Local statistics

To assess the spatial autocorrelation for individual spatial units (regions), local versions of Moran's I , Geary's C and the Getis-Ord G statistic can be used. The LISA (Local Indicators of Spatial Association) were published by Anselin [3] and are especially useful for identifying of spatial clusters. For more information on local measures of spatial autocorrelation and spatial clustering see e.g. [7]. In further text we will characterize local Moran's I and local Getis-Ord G statistics which will be used in the analysis.

The local Moran's I statistic for individual regions can be calculated as follows [3]:

$$I_i = \frac{(x_i - \bar{x}) \sum_{j=1}^N w_{ij} (x_j - \bar{x})}{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2} \quad i \neq j \quad (4)$$

where I_i denotes a decomposition of the global Moran's I and all other variables are defined in the same way as mentioned above. The Moran's scatterplot which contains the value of the variable (x_i) on the horizontal axis and the spatially lagged values for the same variable on the vertical axis ($\text{lag } x_i$) gives an insight into the extent to which an individual region influences the value of the global Moran's I statistics. The global Moran's I statistics is given by the slope of the straight line of regression of $\text{lag } x_i$ on x_i . The spatially lagged values of x_i can be calculated as follows [2]:

$$\text{lag } x_i = \frac{\sum_{j=1}^N w_{ij} x_j}{\sum_{j=1}^N w_{ij}} \quad (5)$$

Moran's scatterplot can be divided into four quadrants which correspond to four possible spatial associations: high-high (HH), low-high (LH), low-low (LL) and high-low (HL). The associations HH and LL indicate the positive spatial autocorrelation, while the associations LH and HL the negative autocorrelation.

The local Getis-Ord G_i statistics is constructed for each region i as follows [12]:

$$G_i(d) = \frac{\sum_{j=1}^N w_{ij}(d) x_j}{\sum_{j=1}^N x_j} \quad i \neq j \quad (6)$$

where all the symbols have already been defined above.

Concerning the advantages and limitations of above mentioned local statistics, it can be concluded that while the local Getis-Ord G_i statistic is very good at identifying of HH and LL type of association, local Moran's I statistic can only identify the type of spatial autocorrelation as positive or negative, i.e. whether the regions are similar or dissimilar. On the other hand, the biggest limitation of the local Getis-Ord G_i statistic is that it cannot detect the negative spatial autocorrelation. As mentioned by Levine [15], both local Moran's I statistic and local Getis-Ord G_i statistic should be used to provide a full interpretation of the results. Furthermore he also recommends to be careful in interpreting results for regions with significant above mentioned local statistics and to concentrate only on regions with the highest or the lowest values of corresponding local statistic.

2 DATA AND DEFINITION OF NEIGHBOURS

The main aim of this paper is to perform the spatial analysis of regional GDP growth in 22 NUTS3 Czech and Slovak regions and to find out if location affects the above mentioned growth levels, i.e. if the neighbouring regions have a tendency to share similar GDP growth rate levels. The NUTS3 regions together with their codes are graphically depicted on Fig. 2.

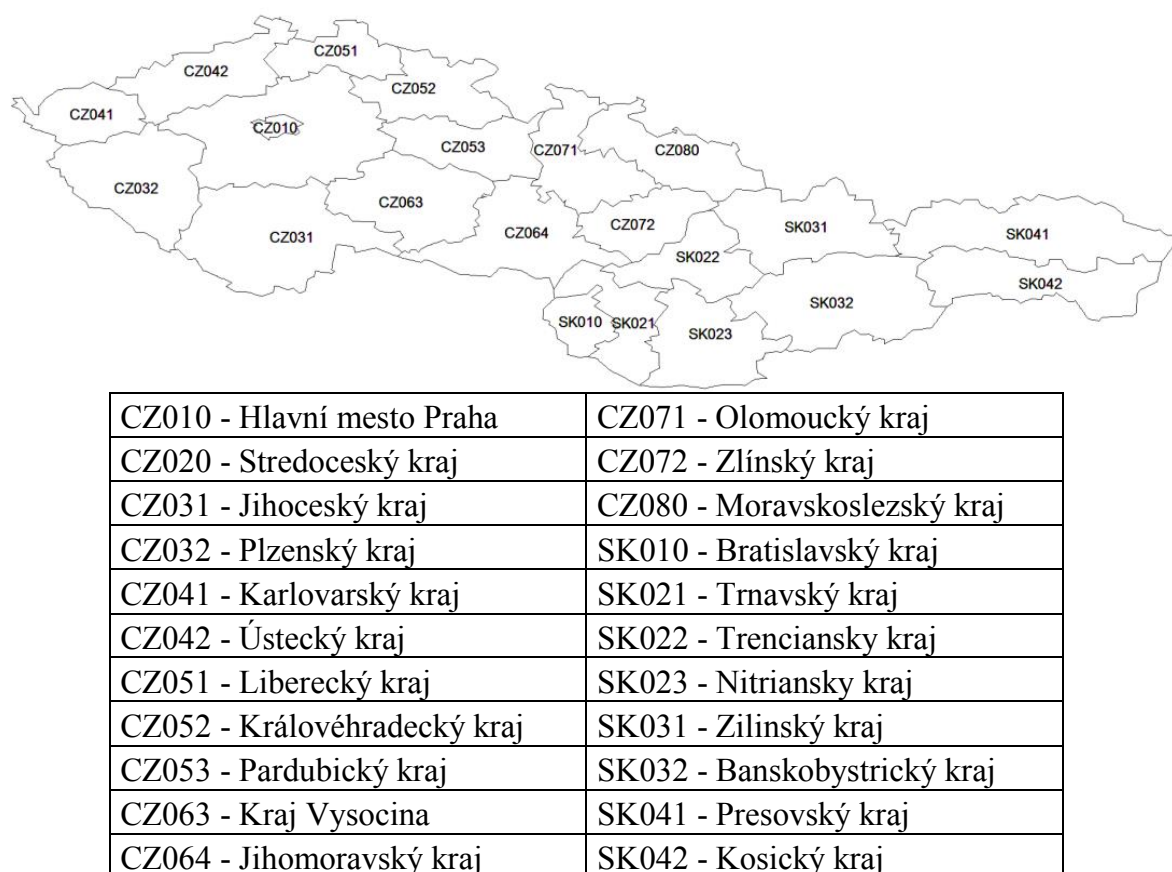


Fig. 2: Czech and Slovak NUTS3 Regions

Source: own figure

The data of regional GDP defined at current market prices in mil. Euro were retrieved from the web page of Eurostat [26]. Thereafter the corresponding growth rates in %, i.e. $gGDP$, were calculated using the following formula:

$$gGDP_t = [(GDP_t / GDP_{t-1}) - 1] \cdot 100\% \quad (7)$$

We analysed growth rates for the pre-crisis, crisis and post-crisis period, i.e. for the following periods: 2007/2006, 2008/2007, 2009/2008 and 2010/2009. The GDP growth rates for these periods were for analysed individual NUTS3 regions as depicted on Fig. 3. It is obvious that the GDP growth rates (7) were during analysed pre-crisis periods (2007/2006, 2008/2007) high, there was a negative GDP growth during the crisis period (2009/2008) in almost all analysed regions (the only exception was SK010 - Bratislavský kraj) followed by moderate GDP growth in post-crisis period (2010/2009). Since it is impossible just from the values depicted on Fig. 3 to say whether the similar GDP growth rates of individual regions are more clustered than could be expected from pure chance, we did the spatial analysis which enables us also to find out how strong is the spatial association between neighbouring regions. The whole analysis was carried out in the software GeoDa (Geographic Data Analysis) which can be downloaded for free from the web page [27]. The corresponding shapefile (.shp) for Europe was downloaded from the web page of Eurostat [28], thereafter only the Czech and Slovak NUTS3 regions were selected in GeoDa and a new shapefile was created.

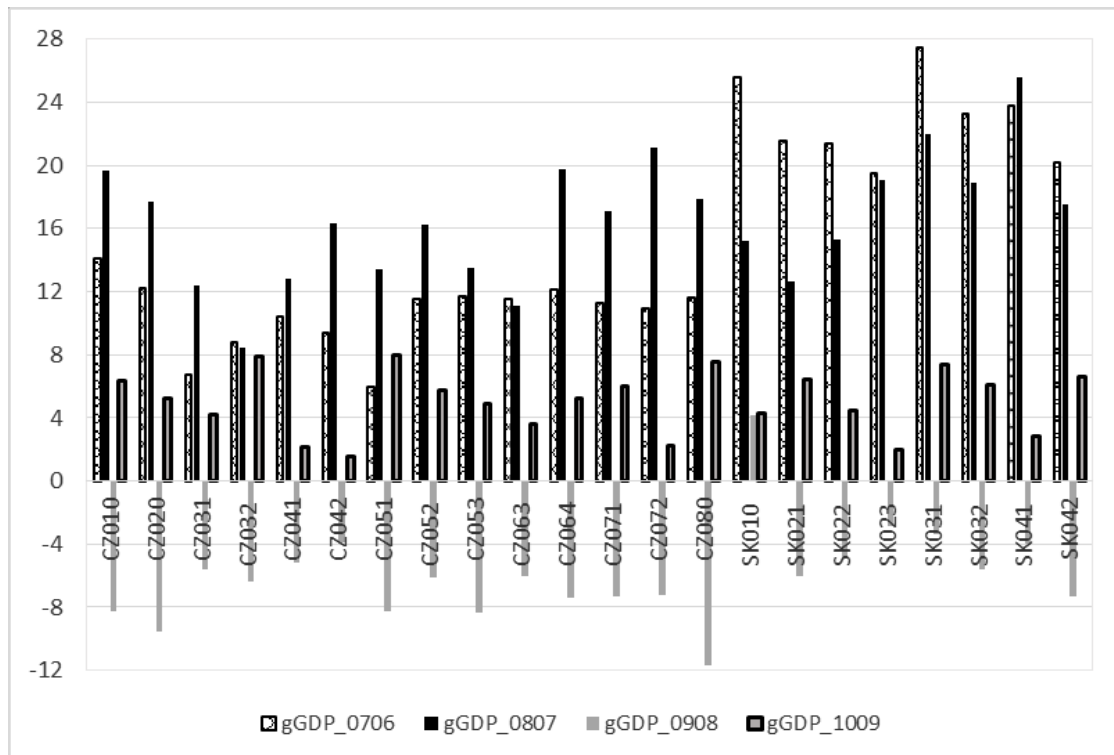


Fig. 3: GDP growth rates (in %) for Czech and Slovak NUTS3 regions

Source: own figure based on Eurostat data [26]

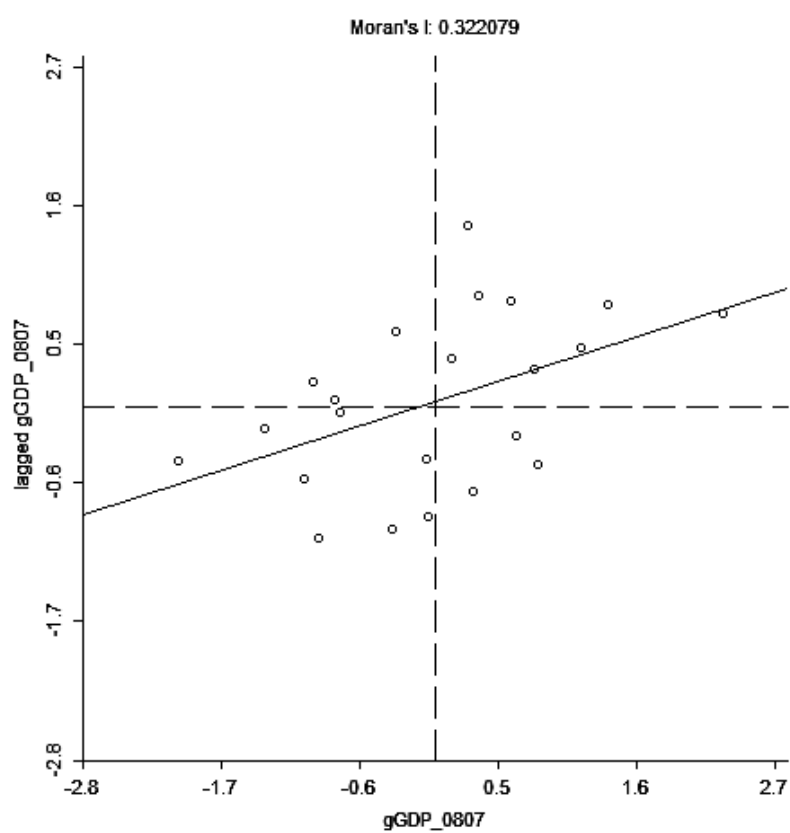
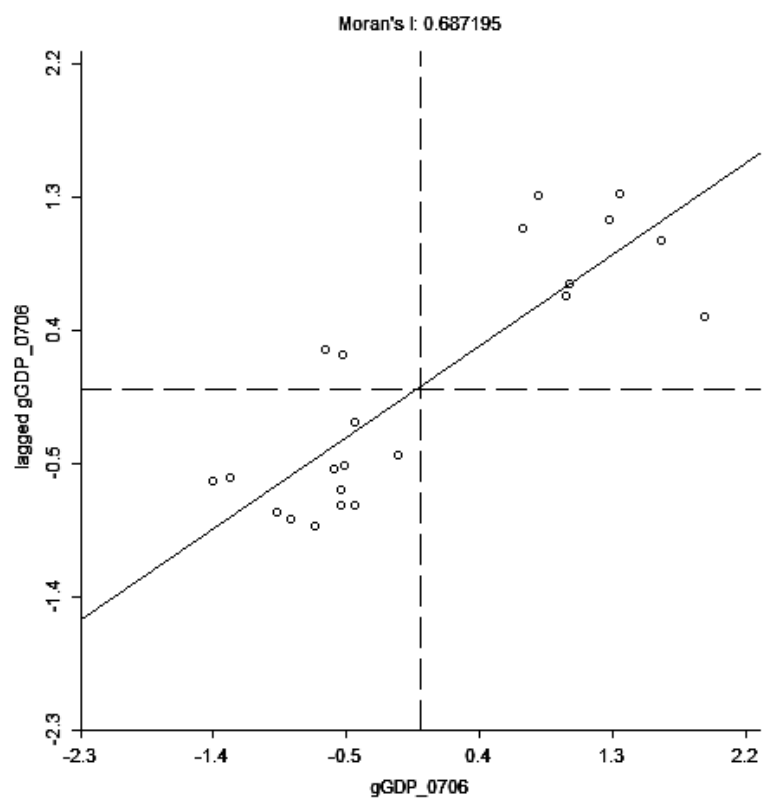
3 EMPIRICAL RESULTS

In order to test for spatial autocorrelation based on the above mentioned measures, it is necessary to define spatial neighbourhoods and spatial weights. As a spatial weight matrix **W** the queen first order contiguity matrix was used (see e.g. [13]). No region is isolated, two regions (CZ010 - Hlavní mesto Praha and SK010 - Bratislavský kraj) have only 1 neighbour, majority of regions has 3 to 5 neighbours.

In the second step it follows the global spatial autocorrelation analysis based on global Moran's *I* statistic (1) which enables to find out how strong the spatial association is between neighbouring places, since it is not always clear whether a GDP growth level variable is unevenly distributed over space just by looking at a map [22]. The third step is the local spatial autocorrelation analysis in order to test for the presence of differences across regions. The local Moran's *I* statistic (4) and local Getis-Ord *G* statistic (6) were used for analysis. The global statistic as well as both local statistics were calculated based on the queen first order contiguity matrix. The calculated global Moran's *I* statistics for individual periods together with Moran's scatterplots are depicted on Fig. 4. The theoretical mean of the Moran's *I* is $-1/(N-1) = -1/(22-1) = -0.0476$. The calculated values of global Moran's *I* statistics for the pre-crisis periods 0.6872 and 0.3221, respectively indicate the positive spatial autocorrelation, in the crisis period its value is still positive, but very low, i.e. 0.0896. In the last analysed period (post-crisis period) there was based on global Moran's *I* statistic -0.2580 a negative spatial autocorrelation.

In order to visualise the spatial clustering, LISA cluster maps based on significant local Moran's *I* statistics for *p* values up to 0.05 significance level are graphically depicted in the left part of the Fig. 5 a) – d). The local spatial analysis was also done based on local Getis-Ord *G_i* statistics – corresponding cluster maps also for *p* values up to 0.05 significance level are graphically depicted in the right part of the Fig. 5 a) – d).

In the first analysed period 2007/2006 two types of relationships were identified to be significant based on local Moran's *I*: HH (7 out of 8 Slovak regions, the only exception was SK010 - Bratislavský kraj) and LL (4 Czech regions - CZ020 - Stredocesý kraj, CZ032 - Plzenský kraj, CZ041 - Karlovarský kraj and CZ042 - Ústecký kraj). Taking into account the local Getis-Ord *G_i* statistics we received similar results: positive spatial autocorrelation of type HH was confirmed for 4 Slovak regions (SK031 - Zilinský kraj, SK032 - Banskobystrický kraj, SK041 - Presovský kraj and SK042 - Kosický kraj) and positive autocorrelation of type LL for 3 Czech regions (CZ020 - Stredocesý kraj, CZ041 - Karlovarský kraj and CZ042 - Ústecký kraj).



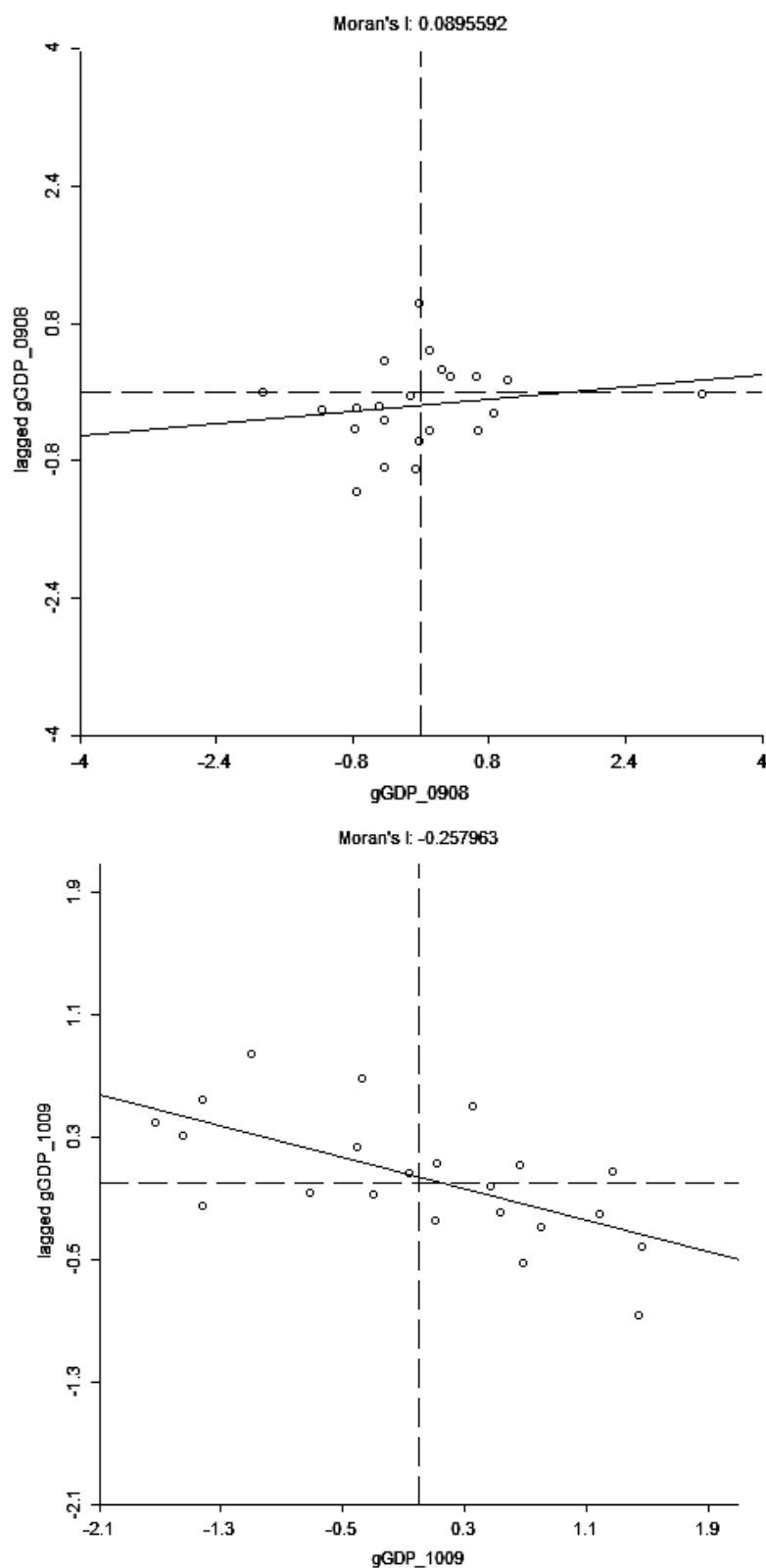


Fig. 4: Moran's I scatterplots for individual periods

Source: own charts from software GeoDa

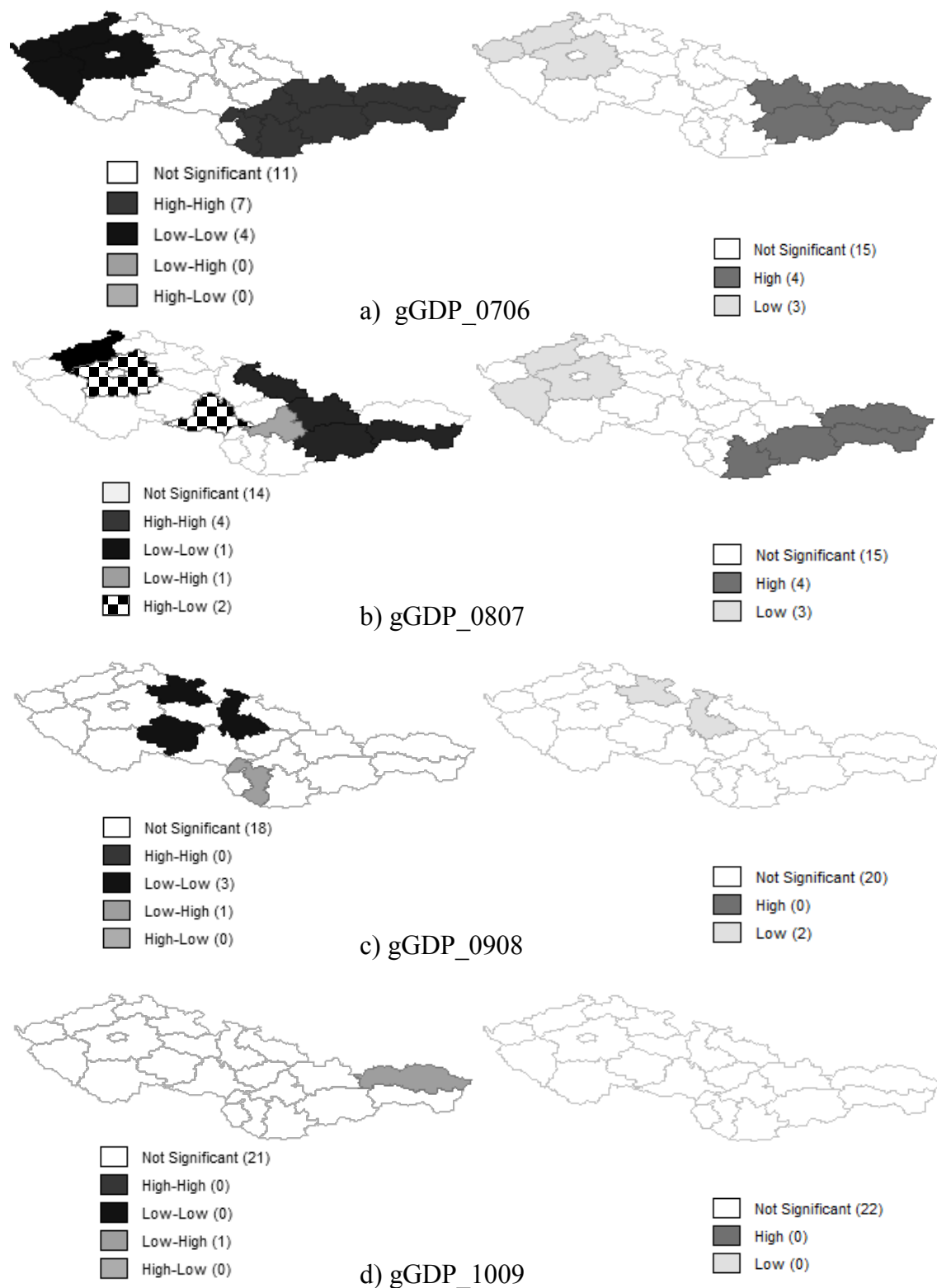


Fig. 5: Cluster Maps based on local Moran's I and local Getis-Ord G_i^*
Source: own maps from software GeoDa

Although the global Moran's I indicated in the next analysed pre-crisis period 2008/2007 the presence of positive spatial autocorrelation, based on local version of this statistic, besides regions with significant positive autocorrelation HH (CZ080 - Moravskoslezský kraj, SK031 - Zilinský kraj, SK032 - Banskobystrický kraj, SK042 - Kosický kraj) and LL (CZ042 - Ústecký kraj) also the regions with negative autocorrelation LH (SK022 - Trenčiansky kraj) and HL (CZ020 - Stredocesý kraj and CZ064 - Jihomoravský kraj) were identified. Based on local Getis-Ord G_i statistics significant positive spatial autocorrelation of type HH was detected for 4 Slovak regions (SK023 - Nitriansky kraj, SK032 - Banskobystrický kraj, SK041 - Presovský kraj and SK042 - Kosický kraj). The type LL was detected for 3 Czech regions (CZ020 - Stredocesý kraj, CZ032 - Plzenský kraj and CZ042 - Ústecký kraj).

During the crisis period 2009/2008 only very low positive spatial autocorrelation was detected. Association LL based on local Moran's I identified 3 statistically significant regions (CZ052 - Královéhradecký kraj, CZ063 - Kraj Vysocina and CZ071 - Olomoucký kraj), two of them (CZ052 - Královéhradecký kraj and CZ071 - Olomoucký kraj) detected also the local Getis-Ord G_i statistics. In case of one region (SK021 - Trnavský kraj) significant association of type LH was confirmed based on local Moran's I .

In the post-crisis period 2010/2009 local Moran's I identified one region (SK041 - Presovský kraj) with significant negative association LH. Getis-Ord G_i statistic identified no region with significant positive spatial autocorrelation.

Regions with HH and LL relationships indicate the similar level of GDP growth rates as their neighbours, while regions with the LH and HL relationship indicate different (dissimilar) level of GDP growth rates from their neighbours.

Conclusion

In general, as it has been already mentioned in section 1, the use of individual global and local statistics has its advantages and disadvantages. The use of specific type of statistic and spatial weight matrix depends inter alia also upon the possibilities of the used type of geostatistical software, but in order to achieve more complex interpretation of the results it seems to be suitable to use more than one statistic.

The primary purpose of this paper was to perform the spatial analysis of regional GDP growth rates for 22 NUTS3 Czech and Slovak regions in order to test the hypothesis that regions with high GDP growth rates are more spatially clustered than could be expected from pure chance. In order to accomplish this task, we used the following commonly known test statistics for spatial autocorrelation, the global and local Moran's I statistics and the local Getis-Ord G_i statistic. The spatial weight matrix was defined as a queen's case matrix of the first order. It should be mentioned that the definition of neighbours, i.e. the specification of the spatial weight matrix is an important issue in spatial analysis, since the results can differ for different definitions of this matrix. The analysis was done for the pre-crisis, crisis and post-crisis periods, i.e. for periods 2007/2006, 2008/2007, 2009/2008 and 2010/2009. Based on the global Moran's I , its positive value in the first three periods indicate the existence of positive spatial autocorrelation, i.e. it can be concluded that regions with similar GDP growth rates are

more spatially clustered than could be caused by pure chance. Concerning the values of the local Moran's I , positive spatial autocorrelation was during the first three periods detected for 11 (HH – 7, LL – 4), 5 (HH – 4, LL – 1) and 3 (HH – 0, LL – 3) regions, respectively. Taking into account the local Getis-Ord G_i statistic significant positive autocorrelation was detected for a slightly different number of regions, i.e. 7 (HH – 4, LL – 3), 7 (HH – 4, LL – 3) and 2 (HH – 0, LL – 2) regions, respectively. During the pre-crisis period 2007/2006 and 2008/2007 the significant HH spatial relationships were identified with one exception for Slovak regions indicating high GDP growth rates similar as in neighbouring regions, while the LL spatial relationships were significant for Czech regions indicating low GDP growth rates similar as in neighbouring regions. For a quite large number of regions the spatial randomness was detected. The crisis period 2009/2008 was characterized only by 3 and 2 statistically significant Czech regions, respectively, with LL type of relationship, i.e. with low GDP growth rates similar as in neighbouring regions.

In the last analysed period (post-crisis period 2010/2009) the global Moran's I proved negative spatial autocorrelation, but its local version identified only one Slovak region with significantly negative spatial autocorrelation. The complementary Getis-Ord G_i statistic identified no region with statistically significant spatial association.

To analyse the regional GDP growth by taking into account the spatial aspect is nowadays an important issue in order to detect the regional disparities and to develop adequate arrangements to remove them. Concerning the results of this type of analysis, governments have information how to distribute the limited resources in order to improve the economic development in individual regions. Since the higher GDP growth rates in individual regions can in case of positive spatial autocorrelation positively influence the GDP growth rates in neighbouring regions.

Key words

regional GDP growth, spatial analysis, spatial autocorrelation, NUTS3 regions

JEL Classification

R11, R12, C21

REFERENCES

- [1] ABREU, M. – DE GROOT, H.L.F. – FLORAX, R.J.G.M. 2005. Space and Growth: A Survey of empirical Evidence and Methods. *Région et Développement*, 21, 2005, pp. 14-44.
- [2] ALDSTADT, J. 2010. *Spatial Clustering*. In: FISCHER, M.M. – GETIS, A. 2010. Handbook of Applied Spatial Analysis. Software Tools, Methods and Applications. Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag.
- [3] ANSELIN, L. 1995. *Local Indicators of Spatial Association – LISA*. *Geographical Analysis* 27, No. 2, pp. 93-115.

-
- [4] CLIFF, A. D. – ORD, J. K. 1969. The problem of Spatial autocorrelation. In London Papers in Regional Science 1, Studies in Regional Science, pp. 25–55, edited by A. J. Scott, London: Pion.
- [5] CURRAN, D. 2009. British Regional Growth and Sectoral Trends: Global and Local Spatial Econometric Approaches. National Institute for Regional and Spatial Analysis. Working Paper 49. Retrieved from http://www.maynoothuniversity.ie/nirsa/wp-content/uploads/2013/05/WP_declan_curran.pdf [cit. 2015-03-26]
- [6] FINGLETON, B. – LÓPEZ-BAZO, E. 2006. Empirical growth models with spatial effects. Papers in Regional Science, 85, 2006, pp. 177–198.
- [7] FISCHER, M.M. – GETIS, A. 2010. *Handbook of Applied Spatial Analysis. Software Tools, Methods and Applications*. Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag.
- [8] FURKOVÁ, A. 2013. *Spatial dependence econometrics models*. Ekonomika a informatika, 11, No. 2, Bratislava: Fakulta hospodárskej informatiky: Slovenská spoločnosť pre hospodársku informatiku, 2013, pp. 41-52.
- [9] FURKOVÁ, A. – SURMANOVÁ, K. 2011. *Stochastic Frontier Analysis of regional competitiveness*. In: Metody ilościowe w badaniach ekonomicznych. Warsaw: Warsaw University of Life Sciences Press, 2011. ISSN 2082-792X. Vol. XII, No. 1, 2011, pp. 67-76.
- [10] GEARY, R. C. 1954. *The contiguity ratio and statistical mapping*. The Incorporated Statistician 5, No. 3, pp. 115-145.
- [11] GETIS, A. 2010. *Spatial autocorrelation*. In: FISCHER, M.M. - GETIS, A. 2010. *Handbook of Applied Spatial Analysis. Software Tools, Methods and Applications*. Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag.
- [12] GETIS, A. – ORD, J.K. 1992. *The analysis of spatial association by use of distance statistics*. Geographical Analysis, 24, No. 3, pp. 189-206.
- [13] HELSEL, J. – KIM, H. – LEE, J. 2006. *An Evolutional Model of U.S. Manufacturing and Services Industries*. In: GATRELL, J.D. – REID, N. 2006. *Enterprising Worlds: A Geographic Perspective on Economics, Environments & Ethics*. Dordrecht: Springer, pp. 83-98.
- [14] LEE, J. – WONG, D. W. S. 2005. *Statistical Analysis with ArcView GIS and ArcGIS*. J. Wiley & Sons, Inc.: New York.
- [15] LEVINE, N. 2013. *CrimeStat IV: A Spatial Statistics Program for the Analysis of Crime Incident Locations, Version 4.0*. Retrieved from: <https://www.ncjrs.gov/pdffiles1/nij/grants/242960-242995.pdf> [cit. 2015-03-26]
- [16] LUNDBERG, J. 2003. *The Regional Growth Pattern in Sweden – A Search for Hot Spots*. Centre for Regional Science, Umea University. Working Paper 68. Retrieved from: <http://www.diva-portal.org/smash/get/diva2:227098/FULLTEXT01.pdf> [cit. 2015-03-26]
- [17] MORAN P. A. P. 1950. *Notes on continuous stochastic phenomena*. Biometrika, 37, (1/2), pp. 17-23.
- [18] *National Regional Development Strategy of the Slovak Republic*. Retrieved from: http://www.google.sk/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=1&ved=0CCcQFjAA&url=http%3A%2F%2Fwww.telecom.gov.sk%2Findex%2Fopen_file.php%2F
-

- 3Ffile%3Dregrozvoj%2Fstrategia%2FNational_Regional_Development_Strategy.pdf&ei=ZEsmVYqCEsq5sQHC54CoBw&usg=AFQjCNF6Vrx-KC_roCPtsHb1ukbpTwgSsw [cit. 2015-02-20]
- [19] ORD, J. K. – GETIS, A. 1995. *Local spatial autocorrelation statistics. Distributional issues and an application*. Geographical Analysis, 27, No. 4, pp. 287-306.
- [20] PEDE, V. O. – SPARKS, A. H. – MCKINLEY, J. D. 2012. *Regional Income Inequality and Economic Growth: A Spatial Econometrics Analysis for Provinces in the Philippines*, In: Australian Agricultural and Resource Economics Society 2012 Conference (56th), February 7-10, 2012, Freemantle, Australia.
- [21] *Regionální politika v České republice a Evropské unii 7*. Retrieved from: http://www.google.sk/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=3&ved=0CDYQFjAC&url=http%3A%2F%2Fkreg.vse.cz%2Fwp-content%2Fuploads%2F2011%2F04%2FREG902_8.ppt&ei=5EwmVd7KH8yVsAHy3oHAAG&usg=AFQjCNFAIzaEkavFCvqlIDMbkaIXgKWjVA [cit. 2015-02-20]
- [22] RODRÍGUEZ-POSE, A. – TSELIOS, V. 2007 *Analysis of Educational Distribution in Europe: Educational Attainment and Inequality Within Regions*. Papers DYNREG08, Economic and Social Research Institute (ESRI), No. 8/2007, 52 p.
- [23] TOBLER, W.R. 1970. *A computer movie simulating urban growth in the Detroit region*. Economic Geography, 46, No. 2, pp. 234-240.
- [24] VITON, P. A. 2010. *Notes on Spatial Econometric Models*. Retrieved from: <http://facweb.knowlton.ohio-state.edu/pviton/courses2/crp8703/spatial.pdf> [cit. 15-03-26]
- [25] <http://www.lpc.uottawa.ca/publications/moransi/moran.htm> [cit. 15-03-26]
- [26] <http://ec.europa.eu/eurostat/> [cit. 2015-02-20]
- [27] <https://geodacenter.asu.edu/software/downloads> [cit. 2015-02-20]
- [28] <http://ec.europa.eu/eurostat/web/gisco/geodata/reference-data/administrative-units-statistical-units> [cit. 2015-02-20]

RESUMÉ

Predmetom príspevku je problematika regionálneho rastu HDP s dôrazom na nástroje priestorovej analýzy. Analýzy týkajúce sa regionálneho rastu HDP sú v poslednom období veľmi populárne s cieľom identifikovať regionálne rozdiely a prijať vhodné opatrenia na ich odstránenie. Dôležitým aspektom takejto analýzy je uvažovanie priestorovej dimenzie a špecifikácia susediacich regiónov na základe vhodnej definície matice váh. Testovanie priestorovej autokorelácie je možné pomocou rôznych štatistík, v príspevku sú aplikované globálna a lokálna Moranova I štatistika a lokálna Getisova-Ordova G_i štatistika.

Analyzovaných bolo 22 NUTS3 českých a slovenských regiónov v predkrízovom, krízovom a pokrízovom období. Kým v obdobiach pred krízou, t.j. v obdobiach 2007/2006 a 2008/2007 bola potvrdená štatisticky významná pozitívna priestorová autokorelácia, v krízovom období 2009/2008 veľmi slabá pozitívna priestorová autokorelácia, v pokrízovom období 2010/2009 išlo o negatívnu priestorovú autokoreláciu. Na základe

lokálnych štatistík bolo možné určiť konkrétne regióny so štatisticky významnou priestorovou autokoreláciou vrátane typu tejto autokorelácie. Kým pozitívna autokorelácia indikuje zhľukovanie regiónov s podobnými hodnotami rastu HDP, negatívna autokorelácia naopak indikovala, v ktorých regiónoch je rast HDP nižší, resp. vyšší ako v regiónoch, ktoré ho obklopujú.

SUMMARY

This paper concentrates on the issues of regional GDP growth with orientation on instruments of spatial analysis. Analyses dealing with the regional economic growth have become very popular during the recent years in order to identify the regional disparities and to adopt appropriate steps to remove them. The important issue of this analysis is consideration of spatial dimension and specification of neighbouring regions based on appropriate definition of spatial weight matrix. Testing of spatial autocorrelation is possible through different statistics, in this paper we applied the global and local Moran's I statistics and local Getis-Ord G_i^* statistic.

The analysis dealt with 22 NUTS3 Czech and Slovak regions in pre-crisis, crisis and post-crisis period. Since in periods before crisis, i.e. in 2007/2006 and 2008/2007 the statistically significant positive spatial autocorrelation was confirmed, in the crisis period 2009/2008 was the spatial autocorrelation slightly positive, in post-crisis period 2010/2009 there was a negative spatial autocorrelation. Based on local statistics it was possible to detect concrete regions with statistically significant spatial autocorrelation including the type of autocorrelation. Since the positive autocorrelation indicates clustering of regions with similar values of GDP growth rates, on the other hand the negative autocorrelation indicated, in which regions is the GDP growth lower or higher in comparison to neighbouring regions.

Contact

doc. Ing. Michaela Chocholatá, PhD., Department of Operations Research and Econometrics, Faculty of Economic Informatics, University of Economics in Bratislava, Dolnozemska cesta 1/b, 852 35 Bratislava, tel. +421 2/672 95 832, e-mail: michaela.chocholata@euba.sk

Martina Janková
František Peller
Jiří Dvořák

POSSIBILITIES OF MATHEMATICAL MODELLING IN THE DYNAMIC TRENDS OF THE ECONOMIC INFORMATICS

Introduction

Very fast progress of all scientific disciplines and introduction of research results [1], [5] in practice is interpreted as the society dynamics or the civilization values dynamics both in the positive and the negative meaning of the word. Systemic engineering as a philosophic understanding of physical processes determination and cognition of this reality in the field of the “*General System Theory*” (Bertalanffy, 1923), new interpretation of systems as “*environment for management and sharing information between living and non-living organisms (social and technical systems)*” (according to the founder of cybernetics – Norbert Wiener, 1946) is inseparable part of the dynamics.

Definition of the new area of “*Models and modelling theory*” (by numerous authors especially in the second half of the past century) and new views of the active interpretation of mathematical language as a communication tool between systems and expressed in the area of “*Mathematical modelling*” contributed to the rational interpretation of real systems from the point of view of very fast interpretation of the real time in these systems and especially in cybernetic systems supported by modern “*Mathematical theories*” the application environment of the mathematics new concept of “*Artificial intelligence*” and “*Operational research*” are based on and which are gradually introduced in the modern cybernetics development. This modern cybernetics presents important space-time hierarchy of modern management and suitable re-arrangement of the cybernetic status space for optimal processes in the given cyberspace and safe management of processes from the point of view of cybernetics (cyber security) in the real time of the existing physical processes and processes of adaptability, training and learning in the new aggressive means of cybernetic wars, cybernetic aggression, bullying, etc. in the area of “*Theoretical cybernetics*.”

For the sake of the new interpretation of informatics (as the applied cybernetic environment) the paper opts to use the expression used world-wide “*cybernetic space – cyberspace*” as an environment of living and also non-living organisms, where transformations and information communication are used with the purpose of systemic definition of e.g. economic cybernetics and then definition of briefly expressible

recognition (system identification, recognition of scenes and environment of the given system), the created model of definition of the modelling process (with the aim of extremal regulation, optimal management, etc.) and definition of new possibilities to simulate real systems, i.e. especially cybernetic systems with the aim to create modern information society and knowledge society of the future for the application part of the life of the society – new conception of modern economic informatics.

The aim of the paper is to introduce partial results of the project “*Systemic integrated environment for intelligent models designing, modelling and simulations of modern cyberspace of enterprises*” to the professional public as well as the introduction of the topics and suggestions from the Brno University of Technology, EU in Bratislava, and in the enterprises which were analysed.

Based on the analysis [2], [4] of the tasks of the project FP-S-13-2148 (2013-14) the title of the paper “*Possibilities of mathematical modelling in the dynamic trends of the economic informatics*” as a brief expression of the current possibilities of modelling with non-linear dynamics of the defined trends in mathematics (applied – technical cybernetics) in the area if possible economic environment trends with the cybernetic environment (sub-system cyberspace of the so called economic cybernetics) is used.

In the defined cyberspace the fundamental approach is represented by the theoretical background of the systems and the possibilities of systemic integration application with the possibility to create models in the system defined environment of the economics, modelling and simulation of information systems using modern digital computers and especially the use of the new concept of mathematical modelling in the area of economic informatics and the currently estimated fast development of intelligent robotic systems on the background of the new knowledge economy gradually emerging on the civilization scene in dynamics background. The given selected methods of mathematical modelling provide us in the defined cyberspace with a complex view of a possible integration of the exact mathematical modelling and a new view of the future economic cybernetics in the developing of scientific research tasks in this system integrated area and deepening of further development of specialists and their knowledge and explainable practice processes in the necessary trends of economic informatics.

1 MATHEMATICAL MODELLING CYBERSPACE

Source material [1], [3] the research is based on is represented by information sources accessible on the Internet from the database systems of selected university libraries and universities, selected virtual libraries and publishing houses, overviews of journals and collections of important conferences and also obtained data in the analysed enterprises.

Information sources profile has gradually been quoted in dozens of articles and conferences contributions as well as in lectures for students and post-gradual students in the applied “Management and economy of enterprise” and “*Economic informatics*”. Important information materials are presented and their evaluation in terms of the level of contribution to scientific disciplines is presented in papers and contributions and they are also part of some doctoral dissertations and theses of habilitation.

Brief description of the project is introduced in Fig. 1, where cyberspace is presented on the background of the model and the possibilities of mathematical modelling in the economic informatics trends dynamics, which is based on the systemic defined level of the selected economic level and important rules of economic trends which are necessary to express the dynamics of possible trends in the whole complex of the structure and behaviour of the systems affecting especially areas of electronic business and commerce, government and public administration of electronic banking and also systems: crisis, attacks, information wars, etc.

Important part of the task is to define precisely the spatially arranged (n-dimensional matrices) for controlling and controlled subsystems of cybernetic systems without which the existence of “*living and non-living organisms*” is impossible, feedbacks, sets of impulses (inputs and strategies), sets of outputs (reactions, target behaviour) and further important and significant cybernetic systems which are hierarchically organized and working in the dynamics of the real time of the newly emerging economic cybernetics. Including the systemic concept and systemic integrable environments necessary for future intelligent models creation, simulation of learning economic cybernetics models and in the future forming the base of the status space of gradual obtaining of experience arising from modelling and simulations so that the environments will be formed – as well as in other areas of the society – by unmanned environments eliminating administrative or unqualified (unjustifiable) economic decisions.

Preparation of specialists on every level of economic literacy will be focused to achieve this goal; especially related to the knowledge area of university graduates with respect to literacy related to informatics (or applied informatics interpreted in the context of social and technical environment). In this environment, important role will be played by reduction of boundaries between the social and technical environment (new cybernetic system – the contemporary computer and its peripherals, and a HUMAN BEING – user in the sense of the human-machine relation) while in the simulation process both parties will learn and obtain knowledge so that a suitable “*learning environment*” is formed. To achieve this, it is necessary to create conditions for the new concept and interpretation of “*possibilities of mathematical modelling in the dynamic trends of economic informatics*” now.

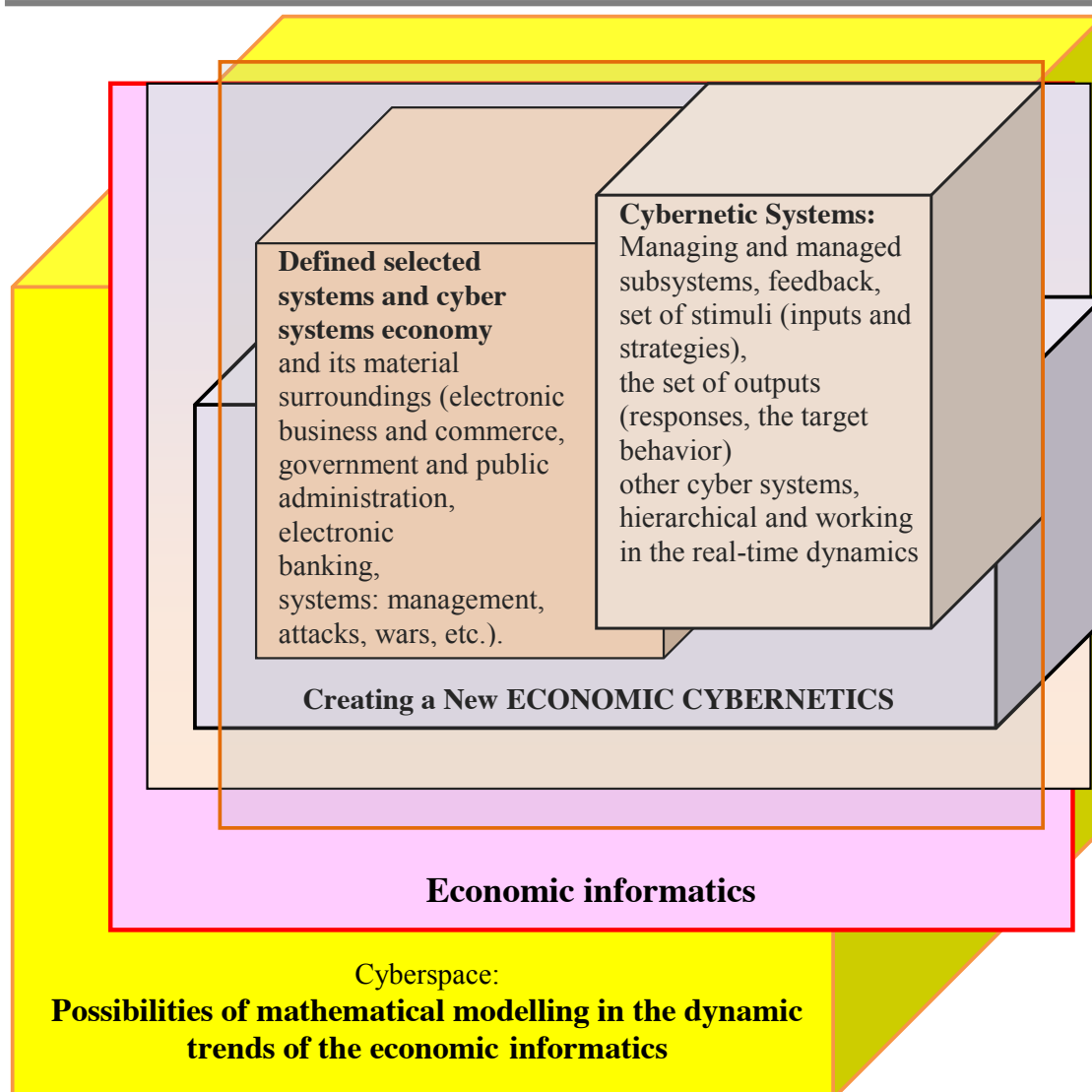


Figure 1: Systemic expression of the cyberspace of the possible background of the economic informatics dynamic trends models

Source: the authors

2 ECONOMIC INFORMATICS IN THE NEW ECONOMY CYBERSPACE DYNAMICS

Schematic expression of the suitably incorporated “*Economic informatics*” is illustrated in Figure 1 and it is in the context of system understanding of the multi-dimensional concept of cybernetic systems considering other dimensions of inner and outer “*lifetime*” of cybernetic sub-systems and feedback connections, which are designed from the perspective of modern understanding of newly introduced cybernetic space for the purpose of expressing the economic informatics of the civilized world’s new economy.

In the context of this research, mathematical modelling is interpreted as environment for the acquisition of values (“states”) of the mentioned environment to assess the existing quantifiable quantities and measurable indicators for modelling (e.g. optimizing management processes, or information data mining, or knowledge acquisition from the initial information set for knowledge bases) and later for acquisition of intelligent adaptable environment in the economic cybernetics.

An important moment in the research was the assessment of these initial new mathematical modelling conditions regarding the complex concept of “*Economic informatics*”, “*Managerial informatics*” and application branch of recognition process in the area of “*Management and Economy of company*” briefly shown in Figure 2.

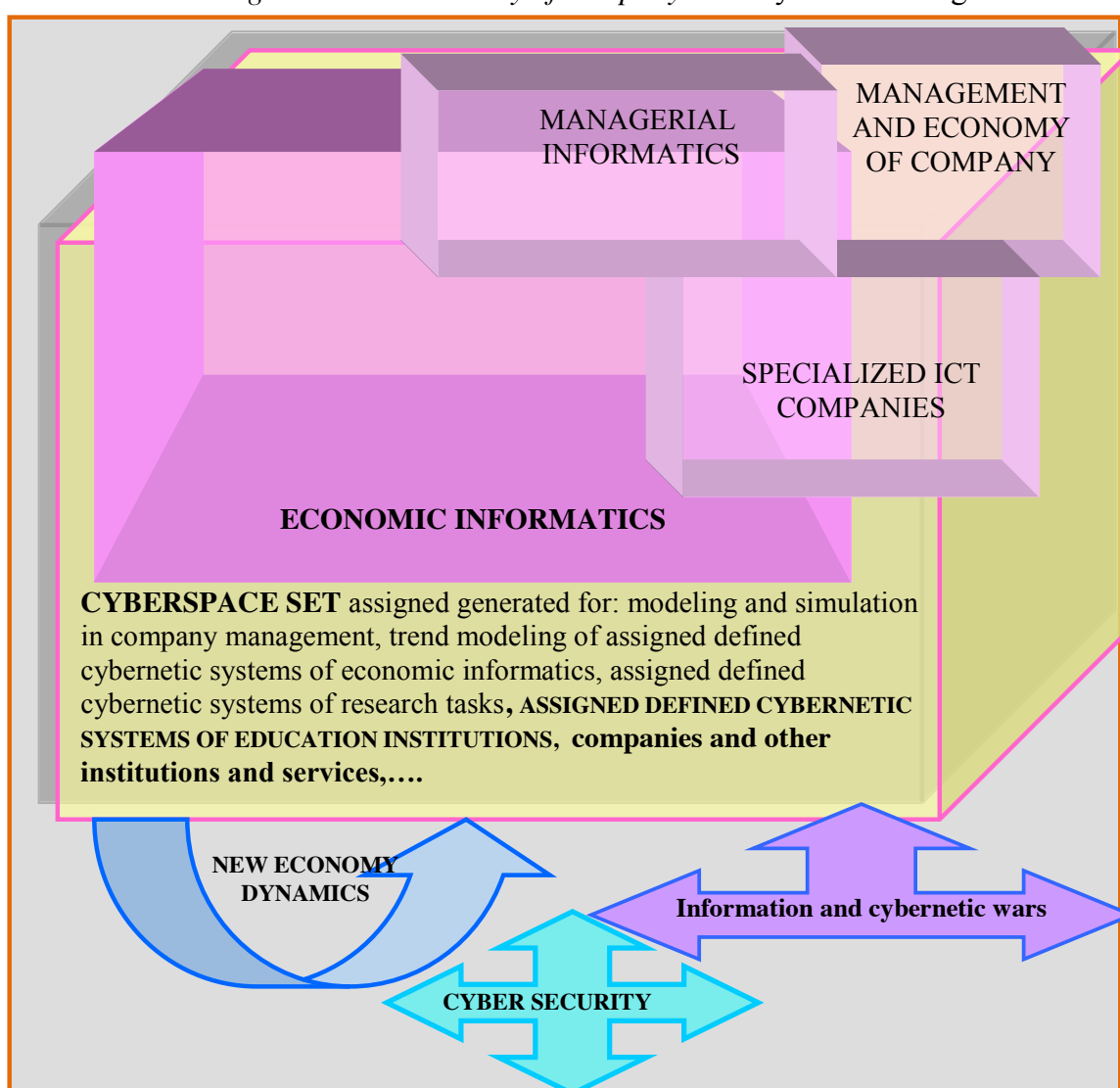


Figure 2: Systemic expression of intellectual environment in the cyberspace of possible dynamic trend model background of economic informatics.

Source: the authors

2.1 ICT Dynamics in the new economic informatics cyberspace

Figure 2 provides us with the evidence that the economic managerial informatics will be more involved in the research activity as a subject as well as object in the changes process based on the development dynamics of mathematical models and modelling and also it is evident from the quickly developing new material environments and physical principles for purely fundamental changes in the existing ICT.

Technology and material changes for the ICS will be as follows: from solid to crystalline and gaseous form, from molecular to micro-particles, from silicon to carbon materials to cellular environments. From complex communication environments to new neuron forms of highly specified adaptable environment of digital and other environments – to new cybernetic secure and self-organizing environments on bionic level. Furthermore, from complex mathematical models to creating new modular oriented transformations to various environments, e.g. to optic and opto-electric modules and their coordinated systems and their new transformations of images and sounds to user forms of bionics.

2.2 Specially defined options of mathematical modelling in the cybernetic education system

In Figures 2 and 3 options of defined cyberspaces are defined in brief as well as their system interconnection and also options for their integration into new environment, e.g. knowledge economics.

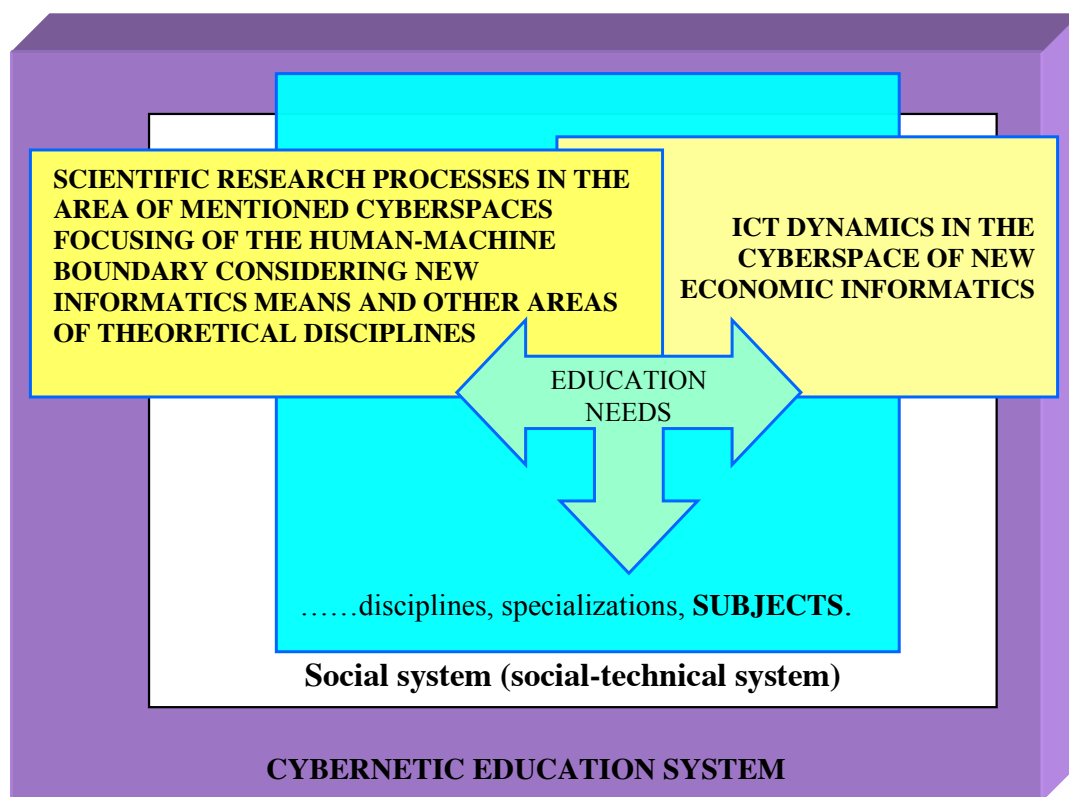


Figure 3: Cybernetic education system definition in the ICT dynamics, economic informatics, social system and composition of university subjects for professionals of possible focus in the applied informatics.

Source: the authors

Current analysis, executed within the solution of specific research tasks for selected research and education environments, clearly illustrates the future of applied informatics and specially created subspace of economic informatics. The given profiles imply that:

- Research processes will be based on areas of **rules interpretation and regularity of theoretical disciplines** at all levels of cybernetic education of professionals (creators of all forms of information society), users, providers, etc.
- Further important sub-system will compose from the above mentioned **area of modern dynamics of developing ICTs in the process:**
 - of constructively developing and **system interpreted ICT tools** for the application in various disciplines and the focus will be on education based on understanding of realized rules and regularities in the practical applications,

- of parallel use of ICT tools for the cybernetic system of education and development of **lifelong learning** of all mentioned profiles of social system,
- **use of mathematical model generation and modelling including simulations** to support the mentioned education:
 - with the goal of the **optimal use** of realized cybernetic systems introduced into practice,
 - with the goal of active participation in the training and learning of the entire social-technical environment with further goal of **adaptive intelligent cybernetic system generation** for the knowledge economics,
 - with the goal of active **support of quality electronic business** and commerce,
 - with the goal of active activity of secured cybernetic system by the **cyber-security** means (with the knowledge of theoretical disciplines of cybernetic education) and suppressed **cybernetic wars environments** (cyber-attacks under the knowledge of theoretical background of these information weapons origins and the information generated critical situations in the world).

3 DISCUSSION

Partial conclusions of the research provide us with food for thought and confirming directions of the realized work at universities and also specialising study programs materials. The existing proportions of theoretical disciplines in the economy economics are important and especially very good systemic information background means understanding in the company management. The constructions of applied informatics for user needs are very interesting.

From the mentioned themes expressed from the point of view of cybernetics in this article, it is evident that the development of applied informatics (economic and other) will result in the strengthening of mentioned theoretical disciplines (systems, cybernetics), mathematical modelling (modern mathematical modelling of cyberspace management structures in technical and economic environment) and perfect understanding of physical principles and theoretical foundations for the modern communication environment based on the information theory.

Acknowledgment

The paper is a partial outcome of the specific research project „*ICT and Mathematical Methods Application For the Enterprise Management*” and the thematic part of the project: „*Systemic Integrated Environment For Designing Intelligent Models, Modelling and Simulations of the Enterprise Modern Cyberspace*” Internal Grant Agency of the Brno Technical University, registration no. FP-S-13-2148 (2013-14).

Conclusion

Cybernetic view of the mentioned problem has its foundation briefly illustrated in this article and it will have its foundation in the rational solution of mentioned intelligent environments based on new technologies so that the existing digital environment of cyberspace enables the new understanding of theoretical physical environments as well as the applications in the knowledge economy.

The above mentioned approaches of the possible mathematical modelling provide in the existing cyberspace a complex view of the possible integration of exact mathematical modelling and the new view of economic cybernetics in the development of scientific research tasks in this system integrated area and in the perfecting of further development of the knowledge education of professionals and explainable processes of practice in the necessary directions of the economic informatics.

Key words

information and communication technologies (ICT), economic informatics, economic cybernetics, cyberspace, mathematical modelling

JEL Classification

C02

LITERATURE

- [1] JANKOVÁ, M. 2012. Systémový přístup k řízení ICT rizik v podnicích. In *Mezinárodní workshop doktorandských prací 2012*. Faculty of Business and Management Brno: Faculty of Business and Management, 2012. s. 96-101. ISBN 978-80-214-4632- 8.
- [2] KŘUPKA, J. – ŠPIRKO, Š. 2008. *Základy technické kybernetiky*. 1st ed. Liptovský Mikuláš: Armed Forces Academy of the SR, 2008. s. 286. ISBN 978-80-8040-357-7.
- [3] HRUBÝ, M. 2011. *Question objects-their description and usage*. Distance Learning, Simulation and Communication 2011. ISBN 978-80-7231-695-3.

-
- [4] JANKOVÁ, M. 2014. Possibilities of system integration in applied cybernetics. In *Vision 2020: Sustainable Growth, Economic Development, and Global Competitiveness*. 20. Valencia: IBIMA, 2014. pg. 1469-1476. ISBN: 978-0-9860419.
- [5] JANKOVÁ, M. – DVOŘÁK, J. 2013. *Options of electronic commerce modelling in a cyberspace of new economy*. EBES Conference. Istanbul: Teknik Basım Matbaacılık Keyap, 2013. pg. 93-93. ISBN: 978-605-64002-2- 3.

RESUMÉ

V článku ve stručnosti uvádíme některé současné a zásadní vývojové tendence, které vidíme především v poslání nových informačních a komunikačních technologií s ohledem na dynamický rozvoj nové ekonomiky a uplatňování moderního kybernetického pohledu na „řízení a sdělování v živých a neživých organismech“ ve zcela novém pojetí kybernetického prostoru a v oblasti moderní aplikované kybernetiky. V tomto kyberprostoru bude zásadním přístupem teoretické pozadí systémů a uplatnění systémové integrace s možností tvorby modelů v systémově vymezeném prostředí ekonomiky, modelování a simulace informačních systémů na moderních číslicových počítačích, a to především s využitím nově pojatého matematického modelování v oblasti ekonomické informatiky a současného rychlého rozvoje inteligentních robotických systémů v dynamice znalostní ekonomiky. Uvedené vybrané metody matematického modelování dávají v zavedeném kyberprostoru komplexní pohled na možnou integraci exaktního matematického modelování a nového pohledu ekonomické kybernetiky v rozvíjení vědeckovýzkumných úkolů v této systémově integrované oblasti a v prohloubení dalšího rozvoje vzdělávání odborníků ve znalostech a zdůvodnitelných procesech praxe v potřebných směrech ekonomické informatiky. K možnému modelování dávají vybrané matematické metody v zavedeném kyberprostoru komplexní pohled na možnou integraci exaktního matematického modelování a nového pohledu ekonomické kybernetiky. Z uvedených námětů vyjádřených kybernetickým pohledem v tomto článku vyplývá, že rozvoj aplikované informatiky bude znamenat posílení především v teoretických disciplínách, matematickém modelování a dokonalém chápání fyzikálních principů a teoretických východisek pro moderní komunikační prostředí na základě teorie informace. Tento příspěvek je dílčím výstupem řešeného projektu specifického výzkumu.

SUMMARY

In this article there are briefly mentioned some current and fundamental development tendencies mainly in the role of the new information and communication technologies considering the dynamic development of new economy and the application of modern cybernetic view of the “management and communication in the living and inanimate organisms” in the entirely new concept of cybernetic space and the area of modern applied cybernetics. In this cyberspace there will be fundamental approach the theoretical background of systems and the possibilities of application of system integration

with the possibility of model generation in the system defined environment of economics, modelling and simulation of information systems using modern digital computers mainly using newly incorporated mathematical modelling in the area of economic informatics and current fast development of intelligent robotic systems in the knowledge economy dynamics. Mentioned selected methods of mathematical modelling in the introduced cyberspace provide a complex view of the possible integration of exact mathematical modelling and the new view of economic cybernetics in development of scientific research tasks in this system integrated area and perfecting the further development of education of professionals in knowledge and the explainable practical processes in necessary directions of economic informatics. Beside the possible mathematical modelling there is in the incorporated cyberspace provided the complex view of the possible integration of exact mathematical modelling and the new view of economic cybernetics. From the themes expressed by the cybernetic view in this article it is evident that the development of applied informatics will mean the strengthening of theoretical disciplines, mathematical modelling and perfect understanding of physical principles and theoretical foundations for the modern communication environment based on the theory of information. This contribution represents a partial outcome of the specific research project solution.

Contact

Ing. Martina Janková, BA (Hons), Department of Informatics, Faculty of Business and Management, Brno University of Technology, Kolejní 2906/4, 612 00 Brno, e-mail: martina.jankova@email.cz

prof. RNDr. Ing. František Peller, PhD, Department of Mathematics and Actuarial Science, Faculty of Economic Informatics, University of Economics in Bratislava, Dolnozemska cesta 1, 852 35 Bratislava, e-mail: peller@euba.sk

prof. Ing. Jiří Dvořák, DrSc., Department of Informatics, Faculty of Business and Management, Brno University of Technology, Kolejní 2906/4, 612 00 Brno, e-mail: dvorakji@centrum.cz

Ladislav Kareš
Renáta Stanley

SARBANES - OXLEYHO ZÁKON AKO INŠPIRÁCIA PRE VZNIK NOVÝCH, MODERNÝCH A ÚČINNÝCH NORIEM V OBLASTI AUDITU

Úvod

V dnešnej dobe sme svedkami neustále sa meniacich skutočností v rôznych oblastiach spoločenského, politického a ekonomického života. Permanentne sa meniace okolie nášho záujmu postihlo aj oblasť auditu. V poslednom období došlo k významným zmenám v právnej úprave auditu, na čo sme sa pokúsili reagovať aj v uvedenom príspevku. Našou prioritou je upozorniť čitateľa na posledné úpravy v audite - prijatie *harmonizovanej Smernice Európskeho Parlamentu a Rady 2006/43/ES o štatutárnom audite ročných účtovných závierok a konsolidovaných účtovných závierok*, ako aj na prijatie *zákona č. 540/2007 Z. z. o audítoroch, audite a dohľade nad výkonom auditu*, v neposlednom rade aj na revíziu a novelu niekoľkých *ISA – Medzinárodných audítorských štandardov*. Impulzom pre prijatie týchto nových noriem v oblasti auditu bolo okrem iného aj prijatie *Sarbanes-Oxleyho zákona* v roku 2002 v USA.

Slovo **audit** je latinského pôvodu. Pochádza z latinského slova „audire“ (počúvanie). V súčasnosti sa pojem audit používa vo význame nezávislého overovania. Takéto úzke chápanie slova audit však nezahŕňa všetky jeho aspekty, ale sústreďuje sa iba na časť nazývanú audit finančných výkazov (účtovnej závierky). „Audit v širšom slova zmysle však predstavuje systematický proces objektívneho získavania a vyhodnocovania dôkazov, týkajúcich sa informácií o rôznych (nielen ekonomických) činnostiach a udalostiach, s cieľom zistiť mieru súladu medzi týmito informáciami a stanovenými kritériami a oznámiť výsledky zainteresovaným stranám.“¹

Účelom auditu finančných výkazov (účtovnej závierky) je umožniť audítorovi vyjadriť stanovisko, či sú finančné výkazy (je účtovná závierka) zostavené(á) vo všetkých významných súvislostiach v súlade so stanoveným rámcom finančného vykazovania. Rozsah auditu predstavuje uplatnenie audítorských postupov nevyhnutných na dosiahnutie **cieľa auditu**.

Na základe uvedenej definície môžeme konštatovať, že **základným cieľom auditu** je zvýšenie vierohodnosti účtovných informácií tých spoločností, ktoré povinne zverejňujú finančné výkazy (účtovné závierky) a výročné správy a ktoré majú povinnosť overenia finančných výkazov (účtovnej závierky) audítorom. **Druhotným** (odvodeným) **cieľom auditu** je jeho morálne a preventívne pôsobenie proti vzniku chýb a podvodov. Ciele a

¹ KAREŠ, L. 2010. *Audítorstvo*. IURA Edition. Bratislava 2010, str.30

funkcie auditu je však treba chápať i v kontexte širších súvislostí s účtovným, ekonomickým ale aj sociálnym okolím.

Základom pre audit je **predmet** auditorského skúmania. Vo všeobecnosti ide o priestor ekonomickej a spoločenskej realizácie vlastníctva, ktorá prebieha oddelene od subjektu vlastníctva. Tento priestor je vyplnený súborom funkcií (úloh), ktoré vlastníci zverujú spolu so svojím majetkom do viac alebo menej autonómneho správania sa podnikateľských jednotiek. Tieto funkcie dostali príznačný názov dispozičné (alebo tiež delegované) funkcie a sú nimi: plánovanie kombinácie faktorov a priebehu podnikania, realizácia zvolenej kombinácie faktorov v konkrétnych aktivitách, finančné zabezpečenie, kontrolné sledovanie (interná kontrola), informačné zobrazovanie.

Rozsah auditu potom predstavuje uplatnenie auditorských postupov nevyhnutných na dosiahnutie cieľa auditu.

Je všeobecne známe, že audit vznikol z objektívnej potreby odstránenia, alebo zníženia informačnej asymetrie vyvolanej oddelením výkonu vlastníckych práv a výkonu bežného riadenia spoločnosti. Jeho **primárnou** funkciou je teda zvyšovanie vierohodnosti ekonomických a predovšetkým účtovných informácií, ktoré sú prezentované vlastníkom spoločnosti. Výročné správy, individuálne a konsolidované účtovné závierky (finančné výkazy) sú zrejme hlavnými príkladmi informačných tokov, ktoré predkladá spoločnosť nielen vlastníkom, ale aj ostatným používateľom týchto informácií. Zníženie ich entropie dodaním požadovaných informácií v podobe správy audítora je teda základnou funkciou auditu.

Cieľom **Sarbanes-Oxleyho zákona** je v intenciách uvedených skutočností zabezpečiť práve tieto potreby a požiadavky, ktoré sú spojené s oblasťou auditu a potrebami používateľov informácií, ktoré audit poskytuje. V nasledujúcej časti príspevku sa pokúsime vyhodnotiť, či sa tejto úlohy prijatím „SOX“ podarilo regulátorom v oblasti auditu dosiahnuť.

1 VZNIK SOX ZÁKONA

Dôveryhodnosť informácií z účtovných závierok verejných spoločností (angl. public companies), ktoré majú akcie/dlhové nástroje registrované na americkej burze cenných papierov, sa výrazne naštrbila sériou škandalózných správ a podvodov, ktoré spôsobili aj pád niekoľkých významných spoločností na sklonku roka 2001 ako boli Enron, WorldCom, Tyco International a pod. Tieto výsledky otriasli finančnými trhmi a vážne poškodili dôveru investorov v informácie, ktoré uvádzajú spoločnosti s verejne obchodovanými akciami.

Tieto historické udalosti mali za následok viacero návrhov na zlepšenie procesu finančného vykazovania a obnovenia dôvery investorov v americký finančný trh. Kongres odpovedal prijatím Sarbanes-Oxleyho zákona v roku 2002 (ďalej len „SOX zákon“). Pri podpise SOX zákona ho prezident George W. Bush charakterizoval ako „najdôslednejšiu reformu v americkej obchodnej praxi od čias Franklina Delano Roosevelta.“ SOX zákon zreteľne predstavuje najviditeľnejšiu zmenu v účtovnom vykazovaní pre americké verejne obchodované spoločnosti od doby „Securities Acts“ (tzv. zákonov o cenných papieroch)

z rokov 1933 a 1934. Okrem toho, má tento zákon bezprecedentný dosah nielen v Spojených štátoch, ale medzinárodne aj pre zahraničné spoločnosti registrované na burze cenných papierov.

V súvislosti s opatreniami na zvýšenie kvality práce audítorov v USA existuje viacero subjektov ovplyvňujúcich audítorskú profesiu. Jedným z nich je aj Rada pre dohľad nad účtovníctvom kótovaných spoločností (angl. Public Company Accounting and Oversight Board - PCAOB), ktorá predstavuje nový subjekt mimo audítorskej profesie. Rada pre dohľad nad účtovníctvom kótovaných spoločností vydáva vlastné audítorské štandardy (napr. PCAOB Auditing Standard No.3 -Audit Documentation).

Rada pre dohľad nad účtovníctvom kótovaných spoločností:

- vznikla vďaka SOX zákonu,
- podlieha Americkej burzovej komisii (angl. U.S. Securities and Exchange Commission - SEC), ktorá schvaľuje jej štandardy a nariadenia,
- priamo ovplyvňuje verejné spoločnosti, ktoré majú akcie/dlhové nástroje registrované na americkej burze cenných papierov, ovplyvňuje audítorov týchto spoločností a môže ich priamo kontrolovať.

Kongres požadoval, aby vedenie verejných spoločností vydávalo správy o interných kontrolách finančného vykazovania a aby audítori spoločností potvrdili správnosť týchto informácií. Táto požiadavka nadobudla účinnosť 31. decembra 2004.

Vývoj SOX zákona je uvedený v nasledujúcej schéme:

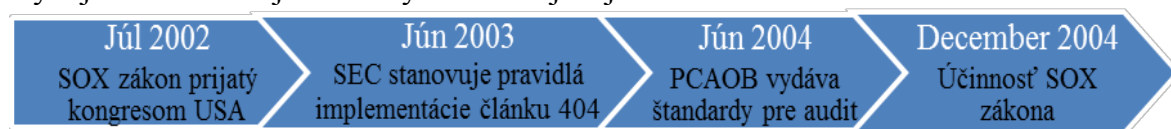


Schéma č. 1: Vývoj SOX zákona

2 PÔSOBNOSŤ SOX ZÁKONA

Sarbanes-Oxley je americký zákon schválený v roku 2002 slúžiaci na posilnenie spoločenskej kontroly a obnovenie dôvery investorov. Tento zákon bol iniciovaný americkým senátorom Paulom Sarbanesom a americkým poslancom Michaelom Oxley.

Táto legislatíva je široko rozsiahla a zavádza nové alebo zlepšené štandardy pre všetky verejné výbory amerických spoločností, manažment a verejné účtovné spoločnosti.

Účel prijatia Sarbanes-Oxley zákona je zvýšiť reguláciu audítorskej a účtovníckej profesie prostredníctvom ustanovení PCAOB, vydania nových pravidiel ohľadne nezávislosti audítora, zavedenia trestnej zodpovednosti a pokút za zničenie záznamov a neinformovanie o podvode.

Zámerom SOX zákona je obnoviť dôveru investorov a chrániť verejné záujmy, ako aj zlepšiť dôveryhodnosť finančných správ – základu, na ktorom americký kapitálový trh stojí a vďaka ktorému prosperuje. Rieši okrem iného:

- Nezávislosť audítora
- Zodpovednosti výboru pre audit
- Vnútorné kontroly (články 302, 404)

NEZÁVISLOSŤ AUDÍTORA A ZODPOVEDNOSTI VÝBORU PRE AUDIT

Nezávislosť audítora a zodpovednosti výboru pre audit predstavujú súbor ustanovení týkajúcich sa:

- zamestnania bývalého audítora (12 mesačný „Cooling off“),
- rotácie hlavného audítora (hlavný audítor môže pôsobiť maximálne 5 rokov, následne musí mať 5 rokov prestávku, ostatní audítori maximálne 7 rokov a 2 roky prestávku),
- vytvorenia výboru pre audit v každej spoločnosti spadajúcej pod SOX zákon,
- schvaľovania výborom pre audit (musí schváliť všetky služby dopredu vrátane auditu)
- komunikácie audítora s výborom pre audit (vyžaduje sa komunikácia pred odoslaním audítorskej správy na SEC),
- zverejnenia odmeny za poskytnuté služby (vo výročnej správe za 2 roky, rozdelené na odmenu za audit, obdobné služby, daňové služby a ostatné),
- odmeňovania audítorov (nesmú byť odmeňovaní na základe predaja ďalších služieb),
- poskytovania ďalších služieb audítorom, pod ktorými rozumieme:
 - iné služby ako vykonanie auditu sú povolené pokiaľ nepatria k deviatim zakázaným službám a sú schválené dopredu,
 - dodržiavanie základných princípov, ktoré audítor nesmie (auditovať vlastnú prácu, zastávať manažérske funkcie, vystupovať ako advokát (zástanca klienta),
 - daňové služby sú povolené.

VNÚTORNÉ KONTROLY

Vnútorná kontrola je postup vytvorený na poskytovanie odôvodneného ubezpečenia pri dosahovaní zámerov spoločnosťou v oblastiach dôveryhodnosti finančného vykazovania, prevádzkovej efektívnosti a efektivity a súlad s príslušnými zákonmi a predpismi.

Vnútorná kontrola finančného vykazovania je o dôveryhodnosti spoločnosti ako aj o jej postupoch pri príprave a prezentácii účtovnej uzávierky. Vnútorná kontrola finančného vykazovania zahŕňa konanie a postupy, ktoré sa vzťahujú na správu účtovných záznamov, autorizáciu tržieb a výdavkov, a zabezpečenie aktív.

Prijatie SOX zákona predstavuje podstatnú zmenu ako pre zodpovednosť manažmentu za vykazovanie, tak aj čo sa týka rozsahu a druhu zodpovednosti nezávislého audítora. Od manažmentu sa teraz vyžaduje ohodnotiť a podať správu o efektívnosti internej kontroly ohľadom finančného vykazovania (Čl. 302 i Čl. 404) a audítor musí preverovať a podať správu o efektívnosti internej kontroly v súvislosti s finančným vykazovaním, vrátane hodnotiaceho postupu manažmentu (Čl. 404). Výsledkom je, že audítori budú hodnotiť a testovať internú kontrolu spoločnosti rôznym spôsobom a do väčšej hĺbky.

Všeobecným zámerom týchto požiadaviek je posilniť internú kontrolu finančného vykazovania, poskytovať investorom spoľahlivejšie informácie a obnoviť dôveru investorov v americký kapitálový trh.

Článok 302 vyžaduje od vedenia spoločnosti štvrťročné a ročné prehlásenia o:

- tom, že navrhli postupy pre kontrolu zverejňovania údajov, a že tieto postupy fungujú
- tom, že navrhli kontroly v procese účtovného výkazníctva.

Článok 404 vyžaduje od vedenia, aby ročne vyhodnocovalo efektívnosť kontrol v procese finančného vykazovania. Toto vyhodnotenie musí byť zdokumentované. Od audítora vyžaduje auditovať toto vyhodnotenie (z hľadiska dvoch kritérií, že kontroly boli navrhnuté a že fungujú).

Zodpovednosti manažmentu

Výsledkom prijatia SOX zákona je výrazný nárast záväzkov verejných spoločností k zodpovednosti. Manažment má zodpovednosť vykazovať spoľahlivé informácie verejným investorom a musí diskutovať o plnení svojich povinností vychádzajúcich zo SOX zákona so svojimi právnikmi a inými poradcami.

Aby audítor mohol uspokojivo vyplniť audit o internej kontrole finančného vykazovania, musí manažment splniť niekoľko dôležitých záväzkov, vrátane:

- prijať zodpovednosť za efektívnosť internej kontroly spoločnosti týkajúcej sa finančného vykazovania,
- vyhodnotiť efektívnosť internej kontroly spoločnosti nad finančným vykazovaním použitím vhodných kontrolných kritérií (napr. COSO – Committee of Sponsoring Organizations of the Treadway Commission),
- podporiť toto hodnotenie dostatkom dôkazom, vrátane dokumentácie,
- prezentovať písomne hodnotenie efektívnosti internej kontroly spoločnosti týkajúcej sa finančného vykazovania za posledný fiškálny rok spoločnosti.

Ak audítor príde k záveru, že manažment nesplnil tieto svoje záväzky, mal by písomne oznámiť manažmentu a audítorskému výboru, že audit internej kontroly týkajúci sa finančného vykazovania nie je možné uspokojivo uzavrieť a musí odmietnuť posudok.

Hodnotiaci postup manažmentu

Proces akým manažment pri hodnotení postupuje by mal zahŕňať vymedzenia, ktoré kontroly by mali byť testované, ohodnotenie pravdepodobnosti, že zlyhanie kontroly môže mať za následok nesprávne prehlásenie, a určenie sídla alebo obchodných jednotiek, ktoré budú do hodnotenia zahrnuté, v prípade, že spoločnosť má viacero sídel, alebo obchodných jednotiek.

Manažment by mal tiež ohodnotiť koncepčnú a operačnú efektivitu internej kontroly finančného vykazovania a zdokumentovať výsledky hodnotenia. Tento postup by sa mal považovať za nekompletný, pokiaľ nezameria svoju kontrolu aj na všetky podstatné tvrdenia (napríklad, existencia a hodnotenie pohľadávok), ktoré sa týkajú všetkých dôležitých účtov a výkazov.

Ako súčasť hodnotenia, manažment určí, či zistené nedostatky v koncepcnej alebo operačnej efektívite – osobitne alebo spolu – spôsobili významné nedostatky alebo vecné slabosti. Manažment oboznámi so svojimi zisteniami audítora a prípadne iné orgány a vyhodnotí, či sú zistenia odôvodnené a podporí svoje hodnotenie.

Tak ako spoločnosti rozvíjajú postupy v napomáhaní manažmentu pri hodnotení výročnej internej kontroly v rámci článku 404 SOX zákona a pri ročnej a štvrtročnej certifikácii podľa článku 302, postup mal by mať za následok súvislé upevňovanie interných kontrol.

Efektívna vnútorná kontrola finančného vykazovania je pre spoločnosť podstatná, aby mohla efektívne riadiť svoje záležitosti a plniť záväzky voči svojim investorom. Manažment spoločnosti a jej vlastníci (napr. aj verejní investori a ostatní ľudia) musia plne dôverovať finančným informáciám vykazovanými spoločnosťami, aby mohli prijímať svoje rozhodnutia.

Dokumentácia podporujúca hodnotenie manažmentu

Dokumentácia poskytujúca odôvodnenú podporu hodnotenia manažmentom ohľadom efektívnosti internej kontroly finančného vykazovania zahŕňa (ale nie je obmedzená na) koncepciu kontrol týkajúcich sa podstatných výrokov vzťahujúcich sa na všetky významné účty a výkazy v účtovných uzávierkach:

- informácie o tom, ako sú významné transakcie spustené, autorizované, zaznamenané, spracované a vykázané,
- dostatok informácií o toku transakcií, aby bolo možné identifikovať, kde mohli vzniknúť buď chybou alebo podvodom nesprávne uvedené údaje,
- kontroly určené ako prevencia pred podvodom, alebo slúžiace k odhaleniu podvodu, vrátane informácií, kto vykonal kontroly a rozdelenie povinností (napr. kontroly ohľadom postupu pri účtovnom vykazovaní za dané obdobie, kontroly zabezpečenia aktív, výsledky testovania a hodnotenia manažmentom).

Uchovávanie audítorskej dokumentácie musí dodržiavať určité kroky. Dôležité je archivovať všetky dokumenty písomné (e-maily) aj ústne (konverzáciu) aj všetku korešpondenciu súvisiacu s auditom a definovať významné dokumentačné záležitosti. Prax ukázala, že najvhodnejšia lehota na uchovávanie je 7 rokov od dátumu vydania správy (dlhšie v prípade sporu).

Priamy dôkaz

Aby si mohol audítor vytvoriť názor na efektivitu vnútornej kontroly finančného vykazovania spoločnosti, musí mať priame dôkazy týkajúce sa efektivity vnútornej kontroly finančného vykazovania. To znamená, že audítor si nemôže vytvoriť názor na efektivitu len posúdením postupu manažmentu a tak vytvoriť záver o efektivite kontroly.

Okrem toho, pri vytváraní záveru o prevádzkovej efektivite, musí audítor vykonať osobne dostatok testov, takže jeho práca poskytuje hlavné dôkazy pre jeho názor. PCAOB zdôvodňuje, že bez priameho dôkazu kontroly efektivity, by audítor nemal „dostatočne vysokú úroveň ubezpečenia, že závery manažmentu sú správne.“ Navyše, audítor tiež musí ohodnotiť adekvátnosť dokumentácie manažmentu o koncepcii vnútorných kontrol a jeho hodnotenia efektivity vnútornej kontroly. Štandard poskytuje audítorovi kritéria, ktoré má použiť pri hodnotení adekvátnosti dokumentácie manažmentu. Neadekvátna dokumentácia sa považuje za nedostatok vnútornej kontroly.

Dosah a vplyv americkej legislatívy na SR

Priamy vplyv:

- ak slovenský audítor audituje spoločnosť kótovanú na americkej burze CP (NYSE) alebo jej dcérsku spoločnosť, musí ovládať americkú legislatívu a auditovať podľa vyššie uvedených pravidiel.
- PCAOB má právo kontroly audítorskej dokumentácie slovenského audítora.

Nepriamy vplyv:

Americká legislatíva ovplyvňuje aj medzinárodnú federáciu účtovníkov (angl. International Federation of Accounting - IFAC) a členské štáty EÚ. Vplyv sa uplatňuje cez medzinárodné auditorské štandardy (angl. International Standard on Auditing - ISA) a smernice vydávané EÚ, napr. 8. Direktíva, ktorá vyžaduje ustanoviť v každom členskom štáte podobnú inštitúciu ako PCAOB, striktnějšíe pravidlá pre audit firiem kótovaných na burzách.

V súčasnosti prebiehajú diskusie v IFACu o tom, či ISA majú byť viac prikazujúce a zakazujúce, tak ako je SOX zákon (tzv. Rules based approach), alebo stále v rovine princípov tak ako doteraz (Principles based approach).

V nadväznosti na posilnenie kontroly audítorov na nadnárodnej a národnej úrovni bol aj v Slovenskej republike v roku 2008 zriadený Úrad pre dohľad nad výkonom auditu,

ktorého hlavnou úlohou je dohliadať na dodržiavanie medzinárodných audítorských štandardov audítormi, dodržiavanie etického kódexu správania, previerky systému zabezpečenia kvality auditu a disciplinárnych konaní vedených komorou audítorov.

Implementácia Smernice o štatutárnom audite, ktorá predstavuje ucelený a kompaktný predpis, do zákona o audítoroch, audite a dohľade nad výkonom auditu, bola nevyhnutným krokom na ceste ku kvalite auditu. Na druhej strane – kauzy ako Enron, Parmalat, WorldCom a tiež pokračujúca finančná a svetová hospodárska kríza si vynútili potrebu určitej regulácie a dohľadu nad audítorskou profesiou. Výsledkom týchto tendencií je implementácia problematiky spojenej s dohľadom a regulačnými opatreniami štátu do Smernice o štatutárnom audite. Do smernice sa dostáva nový fenomén v audite - Verejný dohľad a regulačné opatrenia štátu – čo predstavuje určitým spôsobom odkaz hlavnej myšlienky, SOX zákona.

V roku 2013 bola prijatá Smernica európskeho parlamentu a rady 2013/34/EÚ z 26. júna 2013 o ročných účtovných závierkach, konsolidovaných účtovných závierkach a súvisiacich správach určitých druhov podnikov, ktorou sa mení smernica Európskeho parlamentu a Rady 2006/43/ES a zrušujú smernice Rady 78/660/EHS a 83/349/EHS. V tejto smernici v **kapitole 7** a predovšetkým v **kapitole 8** – Audit je deklarovaná požiadavka aby členské štáty EU zabezpečili, aby audit účtovných závierok subjektov verejného záujmu, stredne veľkých a veľkých podnikov vykonal jeden alebo viac štatutárnych audítorov alebo audítorských spoločností schválených členskými štátmi na vykonávanie štatutárnych auditov na základe smernice 2006/43/ES.

Štatutárni audítori alebo audítorské spoločnosti taktiež:

- a) vyjadria svoj názor na to:
 - či je správa o hospodárení v súlade s účtovnou závierkou za rovnaký účtovný rok; a
 - či sa správa o hospodárení vypracovala v súlade s uplatniteľnými právnymi požiadavkami;
- b) uvedú, či na základe poznania a porozumenia podniku a jeho prostredia získaných počas auditu, audítor alebo audítorská spoločnosť zistili významné nesprávnosti v správe o hospodárení, pričom uvedú charakter každej takejto nesprávnosti.

Zmena smernice 2006/43/ES, pokiaľ ide o správu audítora je nasledovná:

1. Správa audítora obsahuje:
 - a) úvod, ktorý obsahuje aspoň označenie účtovnej závierky, ktorá je predmetom štatutárneho auditu, spolu s popisom rámca finančného výkazníctva použitého pri zostavovaní účtovnej závierky;
 - b) vymedzenie rozsahu štatutárneho auditu, v ktorom sa aspoň identifikujú audítorské štandardy, podľa ktorých sa štatutárny audit vykonal;
 - c) názor audítora, ktorý je buď nepodmienený, podmienený alebo záporný a v ktorom sa jasne uvádza názor štatutárneho audítora na to:

- či ročná účtovná závierka poskytuje pravdivý a verný obraz v súlade s príslušným rámcom finančného výkazníctva, a
 - ak je to vhodné, či je ročná účtovná závierka v súlade so štatutárnymi požiadavkami. Ak nie je možné, aby štatutárny audítor vyjadril názor, správa musí obsahovať odmietnutie vyjadrenia názoru;
- d) odkaz na akékoľvek záležitosti, ktoré štatutárny audítor zdôraznil, bez toho, aby vyjadril podmienený názor;

V roku 2014 bola prijatá Smernica európskeho parlamentu a rady 2014/56/EÚ zo 16. apríla 2014, ktorou sa mení smernica 2006/43/ES o štatutárnom audite ročných účtovných závierok a konsolidovaných účtovných závierok. Dôvodom prijatia tejto novely bolo, že Smernicou Európskeho parlamentu a Rady 2006/43/ES sa ustanovujú podmienky schvaľovania a registrácie osôb vykonávajúcich štatutárny audit, pravidlá o nezávislosti, objektívnosti a profesijnej etike, ktoré sa uplatňujú na uvedené osoby, ako aj rámec pre verejný dohľad nad nimi. Je však potrebné ďalej harmonizovať uvedené pravidlá na úrovni Únie, aby sa umožnila väčšia transparentnosť a predvídateľnosť požiadaviek, ktoré na také osoby uplatňujú, a aby sa zlepšila ich nezávislosť a nestrannosť vo vykonávaní ich úloh. Rovnako je dôležité zvýšiť minimálnu úroveň zblíženia, pokiaľ ide o auditorské štandardy, na základe ktorých sa vykonávajú štatutárne audity. Okrem toho, v snahe posilniť ochranu investora je dôležité posilniť verejný dohľad nad štatutárnymi audítormi a auditorskými spoločnosťami tým, že sa posilní nezávislosť orgánov verejného dohľadu Únie a delegujú sa na ne primerané právomoci vrátane prešetrovacích právomocí a právomoci ukladať sankcie s cieľom odhaľovať porušenia platných predpisov, odrádzať od nich, ako aj predchádzať takýmto porušeniam v súvislosti s poskytovaním auditorských služieb štatutárnymi audítormi a auditorskými spoločnosťami.

Vzhľadom na podstatný verejný význam subjektov verejného záujmu, ktorý vyplýva z rozsahu a zložitosti ich činnosti alebo z povahy ich činnosti, je potrebné posilniť dôveryhodnosť auditovaných účtovných závierok subjektov verejného záujmu. Z toho dôvodu sú osobitné ustanovenia o štatutárnom audite subjektov verejného záujmu uvedené v smernici 2006/43/ES ďalej rozvinuté v nariadení Európskeho parlamentu a Rady (EÚ) č. 537/2014. Ustanovenia o štatutárnych auditoch subjektov verejného záujmu stanovené v tejto smernici by sa mali vzťahovať na štatutárnych audítorov a auditorské spoločnosti, len pokiaľ vykonávajú štatutárne audity takýchto subjektov.

Obzvlášť dôležité je posilniť nezávislosť ako základný prvok pri vykonávaní štatutárnych auditov. S cieľom posilniť nezávislosť štatutárnych audítorov a auditorských spoločností od auditovaného subjektu pri výkone štatutárneho auditu by štatutárny audítor alebo auditorská spoločnosť a každá fyzická osoba, ktorá môže priamo alebo nepriamo ovplyvniť výsledok štatutárneho auditu, mali byť nezávislí od auditovaného subjektu a nemali by byť zapojení do procesu rozhodovania v auditovanom subjekte.

Výsledkom štatutárneho auditu je vyjadrenie názoru, že účtovné závierky poskytujú pravdivý a verný obraz o auditovaných subjektoch v súlade s príslušným rámcom

finančného výkazníctva. Zainteresované strany si však nemusia byť vedomé obmedzení auditu, pokiaľ ide napríklad o významnosť, postupy výberu vzoriek, úlohu audítora v zisťovaní podvodu a zodpovednosť manažérov, ktoré môžu viesť k rozdielu medzi očakávaniami a výsledkom. S cieľom zmenšiť uvedený rozdiel je dôležité jasnejšie vymedziť rozsah štatutárneho auditu.

Je dôležité zabezpečiť vysokú kvalitu štatutárnych auditov v rámci Únie. Všetky štatutárne audity by sa preto mali vykonávať na základe medzinárodných audítorských štandardov, ktoré prijala Komisia. Keďže medzinárodné audítorské štandardy sú navrhnuté tak, aby boli využiteľné pre subjekty všetkých veľkostí, všetkých typov a vo všetkých jurisdikciách, príslušné orgány členských štátov by mali pri posudzovaní rozsahu uplatňovania medzinárodných audítorských štandardov brať do úvahy rozsah a zložitosť podnikania malých podnikov. Akékoľvek ustanovenie alebo opatrenie prijaté v tejto súvislosti členským štátom by nemalo mať za následok, že štatutárni audítori alebo audítorské spoločnosti nebudú schopní vykonávať štatutárny audit v súlade s medzinárodnými audítorskými štandardmi.

Hlavné zásady a priority prijaté v tejto novele smernice 2006/43/ES by mali členské štáty implementovať do svojej legislatívy do roku 2016.

Záver

PCAOB uznáva, že SOX zákon musí vhodne vyvážiť náklady na implementáciu jej smerníc so ziskom plynúcim z dosiahnutia týchto dôležitých cieľov. Výsledkom toho je, že všetky rozhodnutia PCAOB boli vedené aj dodatočným zámerom vytvoriť rozumný pomer medzi nákladmi a ziskom. Investori ďalej uznali, že tento druh záruky dosiahne svoj cieľ a vyjadrili svoju vieru, že náklady pri predpokladanom zisku sú odôvodnené.

Kľúčové slová

Sarbanes – Oxleyho zákon, finančné vykazovanie, verejné spoločnosti, audit, nezávislosť audítora, výbor pre audit

Klasifikácia JEL

M41

LITERATÚRA

- [1] ŠALAMÚN, D. 2005. *Sarbanes-Oxleyho zákon*. In: Zborník z medzinárodnej konferencie „Súčasný stav a problémy aplikácie medzinárodných štandardov v oblasti účtovníctva a audítorstva v podmienkach SR“, Tatranská Lomnica, 2005. s. 53. ISBN 80-8075-094-7.
- [2] KAREŠ, L. 2010. *Audítorstvo*. IURA Edition. Bratislava, 2010. s. 30. ISBN 978-80-8078-334-1.
- [3] PAKŠIOVÁ, R.. 2014. *Majetková podstata podniku*. Vydavateľstvo EKONÓM, 2014. 142 s. ISBN 978-80-225-3962-3.

- [4] ONDRUŠOVÁ, L. – PARAJKA, B. 2014. *The Revaluation of assets and liabilities at fair value in merger. In Managing and Modelling of Financial Risks: 7th International Scientific Conference: 8th-9th September 2014 Ostrava, Czech Republic : proceedings / Edited: Miroslav Čulík ; Reviewed: Dluhošová Dana, Zdeněk Zmeškal. 2. - Ostrava : VŠB - Technical University of Ostrava, 2014. s. 577-581. ISBN 978-80-248-3631-7.*
- [5] http://www.kpmg.com/SK/sk/IssuesAndInsights/ArticlesPublications/Documents/screen_ExeJournal_SVK_Final.pdf
- [6] <http://hn.hnonline.sk/europa-730/implementacie-clanku-404-zakona-sarbanes-oxley-153042>
- [7] www.pcaobus.org

RESUMÉ

V príspevku autori spracovali problematiku Sarbanes-Oxley zákona do ucelenej a kompaktnej štúdie zaoberajúcej sa významom a úlohou, ktorú si vytýčil SOX zákon pri svojom vzniku (pri prijatí Kongresom USA - *pri podpise SOX zákona ho prezident George W. Bush charakterizoval ako „najdôslednejšiu reformu v americkej obchodnej praxi od čias Franklina Delano Roosevelta.“*) – ako norma v oblasti auditu, ktorej úlohou je zlepšenie procesu finančného vykazovania a obnovenie dôvery investorov v americký finančný trh. Autori v príspevku poukázali na špecifické aspekty, ktoré si vyžiadali prijatie takejto normy (na základe kauzy Enronu, Parmalatu, WorldComu, Tyco International) ako nevyhnutné riešenie pre nadnárodné a národné legislatívne normy absorbujúce požiadavku a dôraz na zvýšenie kvality, zrozumiteľnosti, transparentnosti auditu a informácií, ktoré poskytuje používateľom. Cieľom **Sarbanes-Oxleyho zákona** je v intenciách uvedených skutočností zabezpečiť práve tieto potreby a požiadavky prostredníctvom ustanovení PCAOB, vydaním nových pravidiel ohľadne nezávislosti audítora a zavedením trestnej zodpovednosti a pokút za zničenie záznamov a neinformovanie o podvode. Zámerom SOX zákona je obnoviť dôveru investorov a chrániť verejné záujmy, ako aj zlepšiť dôveryhodnosť finančných správ – základu, na ktorom americký kapitálový trh stojí a vďaka ktorému prosperuje.

SUMMARY

The authors processed the issue of the Sarbanes - Oxley Act in a comprehensive and compact study concern of the meaning and the task it has set itself the SOX Act at its inception (when adopting the U.S. Congress - at the signing SOX law by President George W. Bush characterized as “the most consequential reform American business practices since the time of Franklin Delano Roosevelt”) - as standard in audit, whose mission is to improve the financial reporting process and restore investor confidence in the U.S. financial market. The authors highlighted in this contribution specific aspects, which necessitated the adoption of such standards (based on the causes of Enron, WorldCom, Tyco International) as a necessary solution for multinational and national legal standards absorbing demand and increasing emphasis on quality, clarity, transparency and audit

information provided by the user. The aim of the Sarbanes - Oxley Act is within the purview of the above, just to ensure the needs and requirements through the provision PCAOB, issuing new rules regarding auditor independence and the introduction of criminal liability and penalties for destroying records and failure to notify fraud. The intention of SOX Act is to restore investor confidence and protect public interests, as well as enhance the credibility of financial reporting - the basis on which the U.S. capital market is flourishing and makes.

Kontakt

doc. Ing. Ladislav Kareš, PhD., Katedra účtovníctva a audítorstva, Fakulta hospodárskej informatiky, Ekonomická univerzita v Bratislave, Dolnozemska cesta 1/b, 852 35 Bratislava, e-mail: kares@euba.sk

Ing. Renáta Stanley, PhD., Katedra účtovníctva a audítorstva, Fakulta hospodárskej informatiky, Ekonomická univerzita v Bratislave, Dolnozemska cesta 1/b, 852 35 Bratislava, e-mail: renka.stanley@gmail.com

Eva Kotlebová

BAYESOVSKÝ BODOVÝ ODHAD PARAMETRA POISSONOVHO ROZDELENIA

Úvod

Poissonovo rozdelenie je v štatistike pomerne často využívaným rozdelením, pretože sa ním dá modelovať široká škála premenných. Okrem toho má niektoré výhodné vlastnosti: má jednoduchú pravdepodobnostnú funkciu, možno ním aproximovať binomické rozdelenie a jeho jediný parameter je súčasne jeho strednou hodnotou aj disperziou. Jeho pozitívne zošikmenie sa so zväčšovaním hodnoty parametra znižuje.

V poisťovníctve sa toto rozdelenie štandardne využíva na modelovanie počtu poistných udalostí, čo je jednou z tých veličín, ktorých dôkladné poznanie je pre poisťovňu veľmi dôležité. Kľúčovou informáciou je predpokladaný priemerný počet poistných udalostí, ktorý sa odhaduje práve pomocou strednej hodnoty Poissonovho rozdelenia. V klasickej induktívnej štatistike je bodovým odhadom tohto parametra výberový priemer, ktorý z matematického hľadiska spĺňa všetky potrebné podmienky kladené na bodový odhad.

Pri krátkodobých poistných zmluvách v neživotnom poistení považujeme za náhodný výber údaje z posledného obdobia. Vzhľadom na to, že poisťovňa často disponuje aj údajmi z predchádzajúcich období, prípadne inými relevantnými zdrojmi, je nanajvýš žiadúce zahrnúť ich do analýzy za účelom spresnenia odhadu. Tu sa ponúka priestor na využitie bayesovských metód.

Bayesovská štatistika využíva na riešenie induktívnych úloh dva druhy informácie: popri údajoch pochádzajúcich z výberového zisťovania berie do úvahy aj tzv. apriórnu informáciu, ktorá má podobu pravdepodobnostného rozdelenia odhadovaného parametra. Definovanie takéhoto rozdelenia je však často veľmi problematické; najmä stanovenie hodnôt jeho parametrov vyžaduje nielen poznanie daného problému, ale aj istú mieru abstrakcie. Ich deficit niekedy vedie k upusteniu od použitia bayesovských metód, takže núkajúce sa zdroje informácie ostanú nepovšimnuté, čo iste nemožno považovať za pozitívne.

Príspevok si kladie za cieľ ukázať spôsob, akým možno definovať apriórne rozdelenie na základe jednoduchej predstavy, pričom bodový odhad, ktorý je výsledkom navrhovaného algoritmu, má veľmi dobré matematické vlastnosti v porovnaní nielen s klasickým bodovým odhadom, ale aj so štandardne používaným bayesovským odhadom.

1 BODOVÝ ODHAD PARAMETROV V BAYESOVskej ŠTATISTIKE

Na rozdiel od klasickej štatistickej indukcie, v ktorej je odhadovaný parameter Θ neznámou konštantou, v bayesovskej štatistike je považovaný za náhodnú premennú. Jej rozdelenie je ovplyvnené jednak apriórnou predstavou, na základe ktorej sa formuje apriórne rozdelenie, ale aj výberovými údajmi, vplyvom ktorých sa apriórne rozdelenie

aktualizuje – vytvára sa tzv. aposteriórne rozdelenie, ktoré je podkladom pre induktívne závery. Vzťah medzi apriórnym, aposteriórnym a výberovým rozdelením je definovaný pomocou Bayesovej vety o podmienenej pravdepodobnosti, ktorej spojitá verzia má tvar [Pacáková, 2004]

$$f_{\Theta}(\theta | \mathbf{x}) = \frac{f(\mathbf{x} | \theta) \cdot f_{\Theta}(\theta)}{\int_{\Theta} f(\mathbf{x} | \theta) \cdot f_{\Theta}(\theta) d\theta}, \quad (1)$$

pričom

$f_{\Theta}(\theta)$ označuje apriórnu hustotu odhadovaného parametra Θ

$f_{\Theta}(\theta | \mathbf{x})$ označuje aposteriórnu hustotu parametra Θ

$f(\mathbf{x} | \theta)$ je funkcia vierohodnosti.

V menovateli zlomku je tzv. marginálna hustota $f(\mathbf{x})$ (integruje sa cez množinu možných hodnôt premennej Θ), ktorá nezávisí od konkrétnej hodnoty parametra Θ , preto sa zvykne zanedbávať a vzťah rovnosti sa nahradí vzťahom proporcionality

$$f_{\Theta}(\theta | \mathbf{x}) \propto f(\mathbf{x} | \theta) \cdot f_{\Theta}(\theta) \quad (2)$$

V prípade, že aposteriórne rozdelenie je rovnakého typu ako apriórne, nazývame ho konjugovaným rozdelením k rozdeleniu, z ktorého pochádza náhodný výber, pričom trojica rozdelení (apriórne, výberové a aposteriórne) tvorí tzv. konjugovaný systém (conjugate family). Pre niektoré konjugované systémy boli odvodené vzorce na výpočet hodnôt parametrov aposteriórneho rozdelenia, ktoré podstatne zjednodušujú potrebné výpočty aj celý algoritmus nájdenia odhadu. Je veľmi výhodné, ak apriórne (aj aposteriórne) rozdelenie patrí k dobre známym pravdepodobnostným rozdeleniam, ktoré sú bežnou súčasťou štatistických softvérov.

V poisťnej praxi (ale aj v rôznych iných oblastiach) sa najčastejšie využívajú konjugované systémy binomické/beta (na odhad parametra π binomického rozdelenia), Poissonovo/gama (na odhad parametra λ Poissonovho rozdelenia) a normálne/normálne (na odhad strednej hodnoty μ normálneho rozdelenia).

Bayesovským bodovým odhadom parametra Θ je niektorá charakteristika aposteriórneho rozdelenia; najčastejšie používa jeho stredná hodnota $E(\theta | \mathbf{x})$.

Pre odhad parametra λ Poissonovho rozdelenia je výhodné za apriórne rozdelenie zvoliť rozdelenie Gama ($G(\alpha; \beta)$), pretože je dostatočne flexibilné a vhodnou voľbou číselných hodnôt parametrov umožňuje modelovanie širokého spektra apriórnych predstáv o parametri. Na základe vzťahu (2) bolo dokázané ([3], [7]), že pre parametre α', β' aposteriórneho gama-rozdelenia (premennú označujeme ako $\lambda / \mathbf{x}$, kde $(x_1, x_2, \dots, x_n) = \mathbf{x}$ je vektor zistených hodnôt) platí:

$$\alpha' = \alpha + \sum_{i=1}^n x_i \quad (3)$$

$$\beta' = \beta + n \quad (4)$$

Bayesovským bodovým odhadom parametra λ je stredná hodnota tohto rozdelenia:

$$E(\lambda / \mathbf{x}) = \frac{\alpha'}{\beta'} = \frac{\alpha + \sum_{i=1}^n x_i}{\beta + n} \quad (5)$$

2 STREDNÁ KVADRATICKÁ CHYBA AKO KRITÉRIUM KVALITY BODOVÉHO ODHADU

Všeobecne platí, že bodovým odhadom parametra Θ rozdelenia náhodnej premennej je výberová charakteristika U_n (zapisujeme $est\Theta = U_n$), ktorá spĺňa isté kritériá. Najdôležitejšie z nich sú:

- neskreslenosť (nevychýlenosť) – stredná hodnota charakteristiky U_n sa rovná odhadovanému parametru ($E(U_n) = \Theta$),
- konzistentnosť - so zväčšujúcim sa rozsahom výberového súboru by sa jej hodnota mala blížiť k odhadovanému parametru ($\lim_{n \rightarrow \infty} P(|U_n - \Theta| < \varepsilon) = 1$),
- výdatnosť – jej rozptyl je najmenší spomedzi rozptylov všetkých neskreslených odhadov.

Prvá z uvedených vlastností má pritom najvýznamnejšie postavenie, pretože podľa definície odhad nemôže byť výdatný, ak je čo len nepatrne skreslený. To znamená, že ak by sme dôsledne trvali na splnení všetkých troch podmienok, mohlo by sa stať, že by sme uprednostnili (síce) neskreslený odhad s vysokou variabilitou pred minimálne skresleným odhadom s nepatrnou variabilitou.

Rozumným prístupom je zohľadniť naraz obidve uvedené vlastnosti – najlepším odhadom by mala byť charakteristika s minimálnym rozptylom a súčasne s minimálnym skreslením. Z tohto hľadiska sa javí vhodnou mierou stredná kvadratická chyba odhadu

$$MSE(U_n) = E[(\Theta - U_n)^2] = D(U_n) + \Delta_n^2 \quad (6)$$

v ktorej $D(U_n)$ označuje rozptyl charakteristiky U_n a $\Delta_n = E(U_n) - \Theta$ je skreslenie odhadu.

Najlepším odhadom z tohto hľadiska je ten, ktorého stredná kvadratická chyba je najmenšia. Snažili sme sa nájsť bayesovský bodový odhad parametra λ , ktorý by bol v tomto zmysle lepší ako klasický bodový odhad, pričom sa nám podarilo nájsť aj algoritmus na optimálnu voľbu parametrov apriórneho rozdelenia na základe jednoduchej apriórnej predstavy.

Použili sme pri tom úvahy z [8] a [9], kde je problém vyriešený pre konjugovaný systém binomické/beta. Bolo ukázané, že na základe jednoduchej apriórnej predstavy o odhadovanom parametri π (príslušnosť ku konkrétnemu intervalu) možno stanoviť parametre apriórneho rozdelenia tak, že bayesovský bodový odhad má nižšiu kvadratickú chybu ako klasický odhad práve na stanovenom intervale.

Cieľom tohto príspevku je nájsť podobný algoritmus pre určenie bodového odhadu parametra λ Poissonovho rozdelenia.

3 POROVNANIE STREDNÝCH KVADRATICKÝCH CHÝB BAYESOVSKÉHO A KLASICKÉHO BODOVÉHO ODHADU PARAMETRA POISSONOVHO ROZDELENIA

Ako je všeobecne známe, klasickým bodovým odhadom parametra Poissonovho rozdelenia je výberový priemer: $est\lambda = \bar{x}$. Je to odhad neskreslený, preto je jeho stredná kvadratická chyba rovná rozptylu

$$MSE(\bar{X}) = D(\bar{X}) + 0^2 = \frac{\lambda}{n}. \quad (7)$$

Bayesovským bodovým odhadom parametra λ (označujeme $\hat{\lambda}_B$) je stredná hodnota aposteriórneho rozdelenia $G(\alpha + \sum_{i=1}^n x_i; \beta + n)$

$$\hat{\lambda}_B = E(\lambda / \mathbf{x}) = \frac{\alpha + n\bar{x}}{\beta + n}. \quad (8)$$

Aby sme mohli vyjadriť strednú kvadratickú chybu tohto odhadu, určíme jeho (prípadné) skreslenie ($E(\hat{\lambda}_B) - \lambda$) a rozptyl $D(\hat{\lambda}_B)$. Stredná hodnota bayesovského odhadu má tvar

$$E(\hat{\lambda}_B) = \frac{1}{\beta + n} [E(\alpha) + nE(\bar{X})] = \frac{\alpha + n\lambda}{\beta + n} \neq \lambda, \quad (9)$$

z ktorého je zrejmé, že ide o skreslený odhad. Veľkosť skreslenia je rozdiel

$$\frac{\alpha + n\lambda}{\beta + n} - \lambda = \frac{\alpha - \beta\lambda}{\beta + n}. \quad (10)$$

Rozptyl bayesovského odhadu môžeme vyjadriť nasledovne:

$$D(\hat{\lambda}_B) = \frac{1}{(\beta + n)^2} [D(\alpha) + n^2 D(\bar{X})] = \frac{1}{(\beta + n)^2} [0 + n\lambda] = \frac{n\lambda}{(\beta + n)^2}. \quad (11)$$

Po dosadení (10) a (11) do (6) dostaneme strednú kvadratickú chybu bayesovského odhadu v tvare

$$MSE(\hat{\lambda}_B) = \frac{1}{(\beta + n)^2} [(\alpha - \beta\lambda)^2 + n\lambda] = \frac{1}{(\beta + n)^2} [\beta^2\lambda^2 + \lambda(n - 2\alpha\beta) + \alpha^2]. \quad (12)$$

Obidve vyjadrené stredné kvadratické chyby (klasického (7) a bayesovského bodového odhadu(8)) obsahujú vo svojom vyjadrení rôzne premenné. My sme k nim pristupovali ako k funkcii premennej λ . Z tohoto hľadiska je stredná kvadratická chyba klasického odhadu (7) lineárnou funkciou a stredná kvadratická chyba bayesovského odhadu (12) konvexnou kvadratickou funkciou. Naším cieľom bolo nájsť taký interval, na ktorom je stredná kvadratická chyba bayesovského bodového odhadu menšia ako stredná kvadratická chyba klasického bodového odhadu, t. j. na ktorom platí

$$MSE(\hat{\lambda}_B) < MSE(\bar{X}). \quad (13)$$

Ak by sa nám podarilo nájsť nejakú hodnotu λ , pre ktorú by táto podmienka platila, musel by existovať aj interval hodnôt s touto vlastnosťou. (Časť paraboly by ležala pod priamkou.)

Ukázalo sa, že ak by stredná hodnota apriórneho rozdelenia bola rovná hodnote λ ($\lambda = \frac{\alpha}{\beta}$), tak by požadovaná nerovnosť platila:

$$\begin{aligned} MSE(\hat{\lambda}_B) &= \frac{1}{(\beta + n)^2} \left[\left(\alpha - \beta \cdot \frac{\alpha}{\beta} \right)^2 + n \frac{\alpha}{\beta} \right] = \frac{n\alpha}{\beta(\beta + n)^2} = \\ &= \frac{\alpha}{\beta n} \cdot \frac{n^2}{(\beta + n)^2} < \frac{\alpha}{\beta n} (= MSE(\bar{X}) \text{ pre } \lambda = \frac{\alpha}{\beta}) \end{aligned}$$

Je teda zrejmé, že existuje interval $(\lambda_1; \lambda_2)$ obsahujúci bod $\frac{\alpha}{\beta}$, na ktorom nerovnosť (13) platí. Výhodou by bolo, ak by to bol interval zodpovedajúci apriórnej predstave o odhadovanom parametri λ .

Hranicami intervalu sú priesečníky grafov funkcií stredných kvadratických chýb porovnávaných druhov odhadov. Pre hodnoty $\lambda_1; \lambda_2$ teda platia vzťahy (14) a (15).

$$\frac{1}{(\beta + n)^2} [(\alpha - \beta\lambda_1)^2 + n\lambda_1] = \frac{\lambda_1}{n}, \quad (14)$$

$$\frac{1}{(\beta + n)^2} [(\alpha - \beta\lambda_2)^2 + n\lambda_2] = \frac{\lambda_2}{n} \quad (15)$$

Využijeme ich na určenie parametrov takého apriórneho rozdelenia, ktoré vedie k bayesovskému bodovému odhadu s požadovanými vlastnosťami. Postup riešenia nie je náročný, ale je dosť zdĺhavý, preto uvedieme len niektoré kroky. Najskôr po úprave rovníc vyjadríme premennú α

$$\alpha = \frac{1}{2n} [\beta n(\lambda_1 + \lambda_2) - \beta - 2n] \quad (16)$$

a dosadíme ju do rovnice (14). Dostaneme kvadratickú rovnicu s neznámou β

$$\begin{aligned} n \left\{ \frac{1}{2n} [\beta n(\lambda_1 + \lambda_2) - \beta - 2n] \right\}^2 - 2n \frac{1}{2n} [\beta n(\lambda_1 + \lambda_2) - \beta - 2n] \beta \lambda_1 + n \beta^2 \lambda_1^2 = \\ = \beta^2 \lambda_1 + 2n \beta \lambda_1, \end{aligned} \quad (17)$$

ktorú upravíme na tvar

$$\beta^2 [n^2 (\lambda_1 - \lambda_2)^2 - 2n(\lambda_1 + \lambda_2) + 1] + \beta [-4n^2 (\lambda_1 + \lambda_2) + 4n] + 4n^2 = 0 \quad (18)$$

Diskriminant D je kladný

$$D = 64n^4 \lambda_1 \lambda_2 > 0, \quad (19)$$

preto dostaneme dve riešenia:

$$\beta_{12} = \frac{4n[n(\lambda_1 + \lambda_2) - 1] \pm 8n^2 \sqrt{\lambda_1 \lambda_2}}{2[n^2 (\lambda_2 - \lambda_1)^2 - 2n(\lambda_1 + \lambda_2) + 1]} = \frac{2n[n(\lambda_1 + \lambda_2) - 1] \pm 4n^2 \sqrt{\lambda_1 \lambda_2}}{[n^2 (\lambda_2 - \lambda_1)^2 - 2n(\lambda_1 + \lambda_2) + 1]} \quad (20)$$

(ku každému z nich dopočítame α podľa (16)).

V prípade, že vo vyjadrení β podľa (20) zvolíme možnosť „-“, premenná α bude mať záporné znamienko. Naše (v praxi využiteľné) riešenie teda vyzerá nasledovne:

$$\beta = \frac{2n[n(\lambda_1 + \lambda_2) - 1] + 4n^2 \sqrt{\lambda_1 \lambda_2}}{[n^2(\lambda_2 - \lambda_1)^2 - 2n(\lambda_1 + \lambda_2) + 1]}, \quad (21)$$

$$\alpha = \frac{1}{2n} [\beta n(\lambda_1 + \lambda_2) - \beta - 2n]. \quad (22)$$

Prínos uvedených vzťahov spočíva v možnosti veľmi jednoduchého stanovenia parametrov apriórneho rozdelenia, pretože v praxi sa práve táto etapa javí ako dosť veľký problém. Ak by sme vedeli spoľahlivo určiť strednú hodnotu a rozptyl apriórneho rozdelenia, jeho parametre by sa určili riešením sústavy

$$E(\lambda) = \frac{\alpha}{\beta}, \quad (23)$$

$$D(\lambda) = \frac{\alpha}{\beta^2} \quad (24)$$

Kým stredná hodnota sa zvyčajne dá určiť pomerne presne, predstavy o variabilite sú o niečo hmlistejšie. Preto aj výsledok riešenia sústavy rovníc (23) a (24) treba brať s určitou rezervou, pričom tieto pochybnosti sa prenášajú aj do zodpovedajúceho aposteriórneho rozdelenia a z neho vyplývajúceho odhadu.

Preto sa javí oveľa jednoduchšie vyjadriť apriórnu predstavu v tvare nejakého intervalu $(\lambda_1; \lambda_2)$, v ktorom by sa odhadovaný parameter λ mal nachádzať. Ak by sme takú predstavu mali a popri tom by sme poznali aj rozsah výberového súboru n , mohli by sme z rovníc (21) a (22) vyjadriť parametre apriórneho rozdelenia a následne stanoviť bayesovský odhad.

Treba však zdôrazniť, že rovnice (14) a (15), ktorých riešením sú vzťahy (21) a (22), boli vytvorené tak, aby bolo zaručené, že na intervale $(\lambda_1; \lambda_2)$ dostaneme taký bayesovský bodový odhad, ktorého stredná kvadratická chyba je v porovnaní s klasickým bodovým odhadom menšia (teda je to kvalitnejší odhad).

Prínos uvedených vzťahov je teda dvojaký:

- zaručujú jednoduché určenie apriórneho rozdelenia,
- výsledný bayesovský bodový odhad parametra λ má lepšie vlastnosti (menšiu kvadratickú chybu) ako klasický bodový odhad.

Na ilustráciu odvodených vzťahov a s nimi súvisiacich vlastností sme zvolili hodnoty vstupných premenných: $\lambda_1 = 8$, $\lambda_2 = 13$, $n = 25$.

Najskôr sme pomocou vzťahov (21) a (22) vypočítali hodnoty parametrov apriórneho rozdelenia: $\beta = 3,546590$, $\alpha = 36,168264$. Vypočítané hodnoty sme využili na vyjadrenie stredných kvadratických chýb porovnávaných odhadov.

Pre klasický bodový odhad platí

$$MSE(\lambda) = \frac{\lambda}{n} = \frac{\lambda}{25}. \quad (25)$$

Pre vyjadrenie strednej kvadratickej chyby bayesovského bodového odhadu sme dosadili do (12):

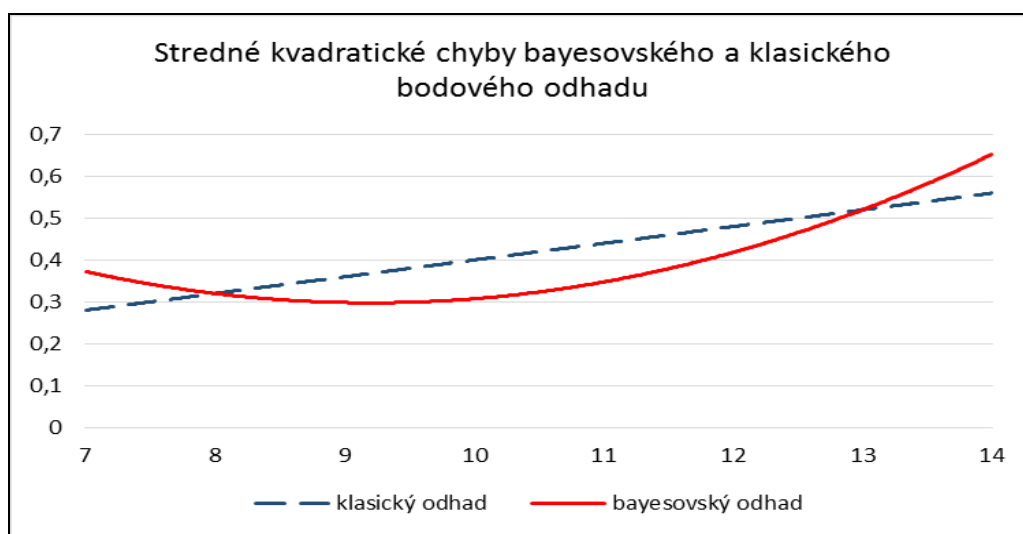
$$MSE(\hat{\lambda}_B) = \frac{1}{(3,546590 + 25)^2} \cdot [3,546590^2 \lambda^2 + \lambda \cdot (25 - 2 \cdot 36,168264 \cdot 3,546590) + 36,168264^2].$$

Po zjednodušení sme dostali kvadratickú funkciu

$$MSE(\hat{\lambda}_B) = 0,015435\lambda^2 - 0,284140\lambda + 1,605265$$

Obidve funkcie ((25) a (26)) sme znázornili do jedného grafu – zamerali sme sa na interval $\langle 7;14 \rangle$, ktorý pokrýva apriórne predpokladaný interval $\langle 8;13 \rangle$. Grafy sú na obrázku 1.

Obr.1: Porovnanie stredných kvadratických chýb klasického a bayesovského bodového odhadu parametra Poissonovho rozdelenia



Ako vidíme, grafy funkcií sa pretínajú v bodoch, ktorých x-ové súradnice zodpovedajú apriórne predpokladaným hraniciam, pričom vnútri intervalu $\langle 8;13 \rangle$ nadobúda stredná kvadratická chyba bayesovského bodového odhadu menšie hodnoty ako stredná kvadratická chyba klasického bodového odhadu. Z matematického hľadiska tak ide o kvalitnejší bodový odhad. Mimo intervalu je situácia opačná – stredná kvadratická chyba je väčšia, pričom rozdiel oproti strednej kvadratickej chybe klasického odhadu sa so zväčšujúcou vzdialenosťou od hraníc intervalu významne zvyšuje. Preto je nutné, aby

hranice intervalu $(\lambda_1; \lambda_2)$ boli stanovené čo najpresnejšie, v prípade pochybností treba zvoliť radšej širší interval.

Hodnota bayesovského bodového odhadu (a jeho poloha v súvislosti s hranicami intervalu) závisí aj od výberových údajov, konkrétne od charakteristiky $\sum_{i=1}^n x_i$.

Teoreticky môže dôjsť aj k situácii, že bayesovský odhad leží mimo apriórne predpokladaného intervalu $(\lambda_1; \lambda_2)$, čo jeho kvalitu významne znižuje. Ide o prípad, keď výberový priemer leží mimo intervalu $(\lambda_1; \lambda_2)$, čo však svedčí o dosť pochybnej a od praxe vzdialenej apriórnej predstave.

Prezentované vzťahy a súvislosti medzi nimi nám umožnili navrhnúť algoritmus na určenie bodového odhadu parametra λ Poissonovho rozdelenia na základe jednoduchšej apriórnej predstavy:

1. stanovenie hraníc intervalu $(\lambda_1; \lambda_2)$, zodpovedajúcich apriórnej predstave o parametri λ
2. vyčíslenie hodnôt parametrov α, β apriórneho rozdelenia gama podľa vzťahov

$$\beta = \frac{2n[n(\lambda_1 + \lambda_2) - 1] + 4n^2\sqrt{\lambda_1\lambda_2}}{[n^2(\lambda_2 - \lambda_1)^2 - 2n(\lambda_1 + \lambda_2) + 1]}$$

$$\alpha = \frac{1}{2n}[\beta n(\lambda_1 + \lambda_2) - \beta - 2n]$$

3. určenie hodnoty bayesovského bodového odhadu parametra λ pomocou vzťahu

$$\hat{\lambda}_B = E(\lambda / \mathbf{x}) = \frac{\alpha + n\bar{x}}{\beta + n}$$

Uvedený algoritmus umožňuje stanovenie kvalitného bayesovského bodového odhadu parametra λ Poissonovho rozdelenia, pričom nie je nutné, aby ten, kto ho používa, ovládal teoretické princípy bayesovskej štatistiky.

4 MOŽNOSTI APLIKÁCIE ALGORITMU

Ako už bolo uvedené, algoritmus bol vyvinutý na základe potreby čo najpresnejšie odhadnúť priemerný počet poistných udalostí v nasledujúcom období v krátkodobých poistných zmluvách. Doterajší spôsob využitia bayesovských metód bol postavený na definícii apriórneho gama rozdelenia s konkrétnymi hodnotami parametrov, čo predpokladalo určitú mieru abstrakcie. Navrhovaný spôsob určenia apriórneho rozdelenia je skutočne jednoduchý, odhadnúť hranice intervalu, v ktorom sa odhadovaný parameter

má nachádzať, dokáže aj laik, ktorý z dostupných údajov (podkladov pre apriórne rozdelenie) zvolí najmenšiu hodnotu ako dolnú hranicu λ_1 a najväčšiu hodnotu ako λ_2 .

Okrem poisťovníctva je možné opísaný postup aplikovať všade tam, kde potrebujeme odhadnúť priemernú hodnotu premennej, ktorá sa dá modelovať Poissonovým rozdelením. Vhodnou oblasťou je napríklad demografia podnikov, kde základné ukazovatele - vznik a zánik podnikov, prípadne zlučovanie alebo delenie je možné modelovať týmto rozdelením a odhadovať priemerný počet udalostí v nasledujúcich rokoch. Odhady, ktoré takýmto spôsobom vzniknú, môžu byť cenným podkladom pre inštitúcie tvoriace hospodársku politiku.

Záver

Vo všeobecnosti sa bayesovský prístup pri riešení indukčných úloh nevyužíva tak často, ako by bolo žiadúce, napriek tomu, že umožňuje pri analýze využiť viaceré zdroje informácie. Príčinou je jednak náročnejší matematický aparát, ktorý tento prístup vyžaduje, ale aj problematické stanovenie apriórneho rozdelenia. Apriórne informácie pochádzajúce z rôznych zdrojov sa niekedy dosť významne líšia, pričom niekedy majú subjektívny charakter, čo môže spochybniť závery, ktoré sú na základe takéhoto vstupu vyvedené.

Ukázali sme, že pri podrobnej analýze vzťahov medzi premennými zastúpenými v konjugovanom systéme Poissonovo/gama je možné dať ich do súvislostí, ktoré prinesú pozitívny a v praxi využiteľný efekt, pričom odhad, ktorý na základe prezentovaného algoritmu vznikne, má dobré matematické vlastnosti. Využitie strednej kvadratickej chyby ako kritéria kvality bodového odhadu ponúka komplexnejší pohľad na problematiku a z neho vyplývajúce možnosti aplikácie.

Kľúčová slová

Bayesovská štatistika, bodový odhad, Poissonovo rozdelenie, apriórne rozdelenie, aposteriórne rozdelenie, stredná kvadratická chyba, počet poistných udalostí, konjugované rozdelenie

Klasifikácia JEL

C11

LITERATÚRA

- [1] BAKYTOVÁ, H. – HÁTLE, J. – NOVÁK, I. – UGRON, M. 1986. *Statistická indukce pro ekonomy*. Praha : SNTL, ALFA, 1986.
- [2] BERNARDO, JOSÉ M. – SMITH, ADRIAN F. M. 1995. *Bayesian theory*. Chichester : John Wiley & Sons Ltd., 1995.
- [3] BOLSTAD, W.M. 2004. *Introduction to Bayesian statistics*. New Jersey, USA : John Wiley&sons, Inc. 2004.

- [4] FREUND, J. E. 1992. *Mathematical statistics*. New Jersey : Prentice-Hall, International, 1992.
- [5] GARTHWAITE, P. H. – JOLLIFFE, I. – JONES, B. 1995. *Statistical Inference*. Prentice-Hall International, Inc., 1995.
- [6] HORÁKOVÁ, G. – HUŤKA, V.: *Teória pravdepodobnosti 1*. Bratislava : Vyd. EKONÓM, 2002.
- [7] KOTLEBOVÁ, E. 2009. *Bayesovská štatistická indukcia v ekonomických aplikáciách*. Bratislava : Vyd. EKONÓM, 2009.
- [8] KOTLEBOVÁ, E. – LÁSKA, I. 2014. *Bayesovský prístup k bodovému odhadu pravdepodobnosti poistnej udalosti*. Bratislava : Ekonomika a informatika, 1/2014, s. 101 – 112, ISSN 1336-3514.
- [9] KOTLEBOVÁ, E.- LÁSKA I. 2014. *Využitie bayesovského prístupu pri odhade podielu a možnosti jeho aplikácie v ekonomickej praxi*. Bratislava : Slovenská štatistika a demografia 2/2014, s. 3 – 17.
- [10] LEE, PETER M. 1989. *Bayesian statistics*. New York : Oxford University Press, 1989.
- [11] PACÁKOVÁ, V. 2004. *Aplikovaná poistná štatistika*. Bratislava : IURA EDITION, 2004.
- [12] PACÁKOVÁ, V. a kol. 2012. *Štatistická indukcia pre ekonómov*. Bratislava : IURA EDITION, 2004.
- [13] PFAFFENBERGER, R. C. – PATTERSON, J. H. 1987. *Statistical Methods (For business and Economics)*. Illinois : IRWIN, 1987.
- [14] ŠOLTÉS, E. 2009. *Modely kredibility na výpočet poistného*, Bratislava: Vyd. EKONÓM, 2009.
- [15] TEREK, M. 2003. *Úvod do analýzy rozhodovania a bayesovskej indukcie*. Bratislava : Vyd. EKONÓM, 2003.

RESUMÉ

Príspevok sa zaoberá bayesovským bodovým odhadom parametra Poissonovho rozdelenia, na ktoré sa v bayesovskej štatistike bežne využíva konjugovaný systém Poissonovo/gama. Prezentovaný prístup je tiež postavený na tomto konjugovanom systéme, ale odlišuje sa v tom, že ako kritérium kvality bodového odhadu sa používa stredná kvadratická chyba.

Podrobná analýza súvislostí medzi zastúpenými premennými viedla jednoduchému algoritmu na stanovenie bayesovského bodového odhadu, pričom ako prínos sa javí fakt, že algoritmus umožňuje veľmi jednoduchý spôsob stanovenia parametrov apriórneho gama rozdelenia. Výsledkom je taký bayesovský bodový odhad, ktorého stredná kvadratická chyba je menšia v porovnaní s klasickým odhadom na vopred stanovenom intervale, ktorý zodpovedá apriórnej predstave.

SUMMARY

The contribution deals with the bayesian point estimation of the Poissons' parameter, for which the conjugate family Poisson/gamma is usually used in bayesian statistics. Presented approach is based on this conjugate family, too, but differs in the criterion of point estimations' quality - in the contribution the mean square error is used.

Detailed analysis of relations among the variables occurred in model allowed to develop the algorithm for determination the bayesian point estimation. As a great benefit the possibility of simple definition of prior gamma distributions' parameters appears. The consequence is such bayesian point estimation, the mean square error of which is smaller than that of the classical point estimation within the pre-determined interval, which corresponds with the prior conception of estimated parameter.

Kontakt

RNDr. Eva Kotlebová, PhD., Katedra štatistiky, Fakulta hospodárskej informatiky, Ekonomická univerzita v Bratislave, Dolnozemska cesta 1, 852 35 Bratislava, tel.: +421 2/672 95 718, e-mail: eva.kotlebova@gmail.com

Viera Labudová

NEROVNOSŤ V ROZDELENÍ SPOTREBNÝCH VÝDAVKOV SLOVENSKÝCH DOMÁCNOSTÍ

Úvod

Meranie nerovností v rozdeľovaní príjmov alebo výdavkov je dôležitou súčasťou sociálno-ekonomických analýz. Väčšina autorov na Slovensku (Filipová – Valná – Myslíková, 1998; Gerbery, 2010; Labudová, 2010, 2012, 2013a, 2013b; Ľapinová 2011; Michálek, 2007, 2010, Michálek – Veselovská, 2012; Pastorek – Venit, 2012; Sipková, 2004; Sipková – Sipko, 2012; Želinský, 2010) sa vo svojich prácach sústreďuje na analýzu nerovnosti v rozdeľovaní príjmov. Na okraji záujmu je skúmanie nerovnosti v spotrebe. Na dôležitosť skúmania spotreby vo vzťahu ku kvalite života poukazujú vo svojich prácach napríklad Laluha – Holková, 2008, Laluha – Ošková – Stanek, 2005, Labudová – Pacáková, 2011.

Podľa Mareša (1999) nerovnosť v príjmoch a vo vlastníctve ide ruka v ruku s nerovnosťou v spotrebe. Nerovnosť v spotrebe autor vidí v ťažšom prístupe chudobných k rozličným statkom a službám, pričom pre niektoré vrstvy spoločnosti sú tieto statky a služby dokonca nedostupné. Ako hlavný faktor, ktorý ovplyvňuje úroveň a štruktúru spotreby vystupuje síce príjem, ale môžu ho ovplyvniť aj profesia, vzdelanie, miesto bydliska, etnická príslušnosť jednotlivca, veľkosť rodiny, vek jej jednotlivých členov, ich vkus a hodnotový systém prejavujúci sa v osobných a skupinových štandardoch. Určitú úlohu môže v spotrebiteľskom správaní zohrať aj snaha manifestovať určitý status a spoločenské aspirácie jednotlivca.

Mareš (1999) súčasne uvádza tri aspekty nerovnosti v spotrebe:

- nerovnosť v absolútnych čiastkach vydaných na nákup rôznych kategórií spotrebných položiek,
- nerovnosť v rozdielnej štruktúre spotreby alebo v rozdielnych proporciách príjmu, ktorý je vynaložený na nákup rozličných položiek spotreby,
- nerovnosť v rozličnej povahe, kvalite, značkách a ďalších aspektoch konzumovaných položiek.

V práci sa venujeme nerovnosti v absolútnych čiastkach vydaných na nákup spotrebných položiek, konkrétne nerovnosti v rozdelení čistých spotrebných výdavkov slovenských domácností v roku 2012.

1 MERANIE NEROVNOSTI

Spôsob meranie príjmovej alebo výdavkovej nerovnosti závisí od použitého konceptu nerovnosti. Podľa Sena (1997) možno rozdeliť miery nerovnosti na objektívne miery a normatívne miery. Hlavným znakom objektívnych mier nerovnosti je to, že využívajú štatistické a matematické nástroje. Sen medzi ne zaradil Lorenzovu krivku,

Giniho index, miery generalizovanej entropie, pomer kvantilov, rozptyl príjmov, rozptyl logaritmu príjmov a variačný koeficient. Normatívne miery sa zvyčajne zaoberajú nerovnosťou z hľadiska jej vplyvu na spoločenský blahobyť. Najznámejšou mierou, ktorá je založená na spoločenskej funkcii blahobyťu je Atkinsonov index (Charles-Coll, 2011). Vzhľadom na náš záujem nerovnosť nielen merať ale aj kvantifikovať vplyv vybraných charakteristík domácnosti na veľkosť tejto nerovnosti, využívame v príspevku miery zo skupiny generalizovanej entropie.

Miery zo skupiny generalizovanej entropie majú všeobecný tvar

$$GE(\alpha) = \frac{1}{n(\alpha^2 - \alpha)} \sum_{i=1}^n \left[\left(\frac{y_i}{\bar{y}} \right)^\alpha - 1 \right] \quad (1)$$

kde y_i je hodnota premennej pre i -tý objekt, ($i = 1, 2, \dots, n$), $\bar{y}$ je jej priemerná hodnota. Špecifický tvar mier, ktoré patria do tejto skupiny je určený veľkosťou konštanty α , od ktorej závisí to, akým spôsobom bude miera reagovať na zmeny v jednotlivých spektrách príjmového rozdelenia.

Parameter α môže teoreticky nadobudnúť akúkoľvek hodnotu z intervalu $(-\infty; +\infty)$, v praktických realizáciách sa uvažujú len jeho nezáporné hodnoty $\alpha \geq 0$. Pre vyššie nezáporné hodnoty α index $GE(\alpha)$ reaguje citlivo na zmeny, ku ktorým dôjde v hornej časti príjmového rozdelenia. Ak je $\alpha \geq 0$ a nadobúda nízke hodnoty, miera $GE(\alpha)$ je senzitívnejšia v dolnej časti príjmového rozdelenia. V praxi sa najčastejšie využívajú tri tvary indexov z tejto skupiny a to pre $\alpha = 0$, $\alpha = 1$ a $\alpha = 2$.

Pre hodnotou $\alpha = 0$ dostávame Theilov L index (*mean logarithmic deviation*)

$$Theil L = GE(0) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \log \frac{\bar{y}}{y_i} = -\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \log \frac{y_i}{\bar{y}} \quad (2)$$

Pre hodnotu $\alpha = 1$ dostávame Theilov T index

$$Theil T = GE(1) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{y_i}{\bar{y}} \log \frac{y_i}{\bar{y}} \quad (3)$$

Pre hodnotu $\alpha = 2$ má miera $GE(\alpha)$ tvar

$$CV = GE(2) = \frac{1}{\bar{y}} \left[\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (4)$$

$GE(\alpha)$ nadobúda minimálnu hodnotu 0 v prípade príjmovej rovnosti, s rastom jej hodnôt sa zvyšuje príjmová nerovnosť. Maximálna hodnota miery závisí od konštanty α .

2 ZDROJE ÚDAJOV

V analýze sme použili databázu mikroúdajov, ktoré pochádzajú z výberového zisťovania štatistiky rodinných účtov z roku 2012.

Štatistika rodinných účtov je pravidelné výberové zisťovanie o príjmoch a výdavkoch súkromných domácností. Predmetom zisťovania v rodinných účtoch v roku 2012 boli peňažné a nepeňažné výdavky súkromných domácností. Okrem toho boli zisťované peňažné a naturálne príjmy domácností, charakteristiky domácností a ich členov a údaje o vybavenosti bytu a domácnosti.

Za rok 2012 boli získané údaje od 4 704 náhodne vybraných domácností z celej Slovenskej republiky, ktoré boli ochotné dobrovoľne poskytnúť informácie o svojom rozpočte (*Príjmy, výdavky a spotreba súkromných domácností v SR, 2013*).

V štatistike rodinných účtov sa zisťujú údaje za spotrebné výdavky (suma peňažných prostriedkov použitých na nákup statkov a služieb a platieb spojených s použitím tovarov a služieb) a nespotrebné – ostatné výdavky (priame dane a povinné sociálne a zdravotné poistenie, peňažné dary, splátky pôžičiek, výdavky za obstaranie majetku a obnovu nehnuteľností a pod.). Pri vyhodnocovaní spotrebných výdavkov sa využíva tzv. výdavkový koncept, pri ktorom sa výdavky uvádzajú v peňažnej forme. Okrem peňažných výdavkov (spotrebných a ostatných) sú zbierané aj údaje o naturálnej osobnej spotrebe, t.j. o hodnote spotrebovaných potravín, ktoré domácnosť sama vyprodukovala a v období zberu údajov spotrebovala. (*Metodické vysvetlivky: Domácnosti – rodinné účty; Štatistika rodinných účtov 2012: Správa o kvalite*).

V príspevku sme analyzovali nerovnosť v rozdelení celkových spotrebných výdavkov domácností na Slovensku (prepočítaných na člena a mesiac) v roku 2012.

Rozklad celkových spotrebných výdavkov (prepočítaných na člena a mesiac) sme uskutočnili podľa populačných podskupín, ktoré boli vytvorené na základe obmien (kategórií) premenných, ktoré uvádzame aj s kódovaním príslušných kategórií. Na rozklad boli použité premenné opisujúce vlastnosti domácností: *kraj* (1 – Bratislavský, 2 – Trnavský, 3 – Trenčiansky, 4 – Nitriansky, 5 – Žilinský, 6 – Banskobystrický, 7 – Prešovský, 8 – Košický), *typ obce* (1 – krajské mesto, 2 – ostatné mestá, 3 – obec), *typ domácnosti* (5 – jednočlenná domácnosť, 6 – domácnosť 2 dospelých bez závislých detí, 8 – ostatné domácnosti bez závislých detí, 9 – domácnosť s 1 dospelým a s 1 alebo viac závislými deťmi, 10 – domácnosť 2 dospelých s 1 závislým dieťaťom, 11 – domácnosť 2 dospelých s 2 závislými deťmi, 12 – domácnosť 2 dospelých s 3 alebo viac závislými deťmi, 13 – ostatné domácnosti so závislými deťmi) a premenné, ktoré charakterizujú osoby stojace na čele domácnosti: *pohlavie* (1 – muž, 2 – žena), *najvyššie dokončené vzdelanie* (1 – bez vzdelania, 2 – základné (1. stupeň), 3 – základné (2. stupeň), 4 – učňovské bez maturity kratšie ako dvojročné, 5 – učňovské bez maturity dvojročné a dlhšie, 6 – stredné bez maturity kratšie ako 2 roky, 7 – stredné bez maturity 2-ročné a viac, 8 – učňovské s maturitou, 9 – úplné stredné všeobecné, 10 – úplné stredné odborné, 11 – vyššie odborné (pomaturitné), 12 – vyššie odborné neuniverzitné štúdium, 13 – vysokoškolské – 1. stupeň, 14 – vysokoškolské – 2. stupeň, 15 – vysokoškolské – 3. stupeň), *súčasná ekonomická aktivita* (1 – pracujúci (na plný aj čiastočný úväzok), 2 – zamestnaný, ale dočasne mimo prácu, 3 – nezamestnaný, 4 – nepracujúci starobný

dôchodca, 5 – študent, učeň, vojak, 6 – ekonomicky neaktívny, žena v domácnosti, 7 – neschopný práce, 8 – neaplikovateľné (nezaopatrené dieťa, nezaraďené do kódu 5)).

3 ROZKLAD NEROVNOSTI

Výsledky rozkladu celkových spotrebných výdavkov (CSV) domácností na vnútro skupinovú a medziskupinovú zložku nerovnosti sú uvedené v tabuľke 1, kde sú jednotlivé premenné zoradené podľa veľkosti vplyvu na veľkosť nerovnosti (podľa veľkosti medziskupinovej zložky nerovnosti).

Tab. 1: Rozklad Theilovho T indexu CSV podľa sociálno-ekonomických charakteristík domácnosti

Premenná	Theilov T index		
	zložky	relatívne vyjadrenie	absolútne vyjadrenie
pohlavie	T _B	1,79%	0,00201
	T _W	98,21%	0,11025
typ obce	T _B	3,86%	0,00434
	T _W	96,14%	0,10793
súčasná ekonomická aktivita	T _B	3,87%	0,00435
	T _W	96,13%	0,10792
kraj	T _B	4,85%	0,00544
	T _W	95,15%	0,10682
najvyššie dokončené vzdelanie	T _B	5,36%	0,00601
	T _W	94,64%	0,10625
typ domácnosti	T _B	22,18%	0,02490
	T _W	77,82%	0,08736

Zdroj údajov: Štatistika rodinných účtov 2012, vlastné výpočty

Najväčší vplyv na veľkosť nerovnosti v rozdelení celkových spotrebných výdavkov mal v roku 2012 *typ domácnosti* (tab. 2). Medziskupinová zložka nerovnosti predstavovala až 22,18 % celkovej nerovnosti. Najväčšou nerovnosťou v rozdelení spotrebných výdavkov sa vyznačovala skupina jednočlenných domácností a domácností dvoch dospelých s jedným závislým dieťaťom. Naopak, najmenšia nerovnosť bola zistená v skupine domácností dvoch dospelých s dvoma závislými deťmi.

Tab. 2: Rozklad Theilovho T indexu CSV podľa typu domácnosti

Názov premennej	Kategória	Hodnoty	Theilovo T
Typ domácnosti	Jednočlenná domácnosť	5	0,1016
	Domácnosť 2 dospelých bez závislých detí	6	0,0768
	Ostatné domácnosti bez závislých detí	8	0,0900
	Domácnosť s 1 rodičom a s 1 alebo viac závislými deťmi	9	0,0798
	Domácnosť 2 dospelých s 1 závislým dieťaťom	10	0,0962
	Domácnosť 2 dospelých s 2 závislými deťmi	11	0,0617
	Domácnosť 2 dospelých s 3 alebo viac závislými deťmi	12	0,0663
	Ostatné domácnosti so závislými deťmi	13	0,0796
Rozklad indexu			
Názov zložky	Hodnoty zložiek		Percentuálne vyjadrenie
Medziskupinová zložka T_B	0,0249		22,18%
Vnútroskupinová zložka T_w	0,08736		77,82%

Zdroj údajov: Štatistika rodinných účtov 2012, vlastné výpočty

Pri meraní veľkosti medziskupinovej zložky nerovnosti na základe hodnôt Theilovho indexu pre premennú *najvyššie dokončené vzdelanie* bolo vytvorených 14 populačných podskupín (tab. 3). Najväčšou nerovnosťou v rozdelení celkových spotrebných výdavkov sa vyznačovala skupina domácností, na čele ktorých stála osoba s dokončeným vysokoškolským vzdelaním 1. stupňa. Medziskupinová zložka nerovnosti predstavovala pri tomto rozklade 5,36% celkovej nerovnosti.

Pri rozklade na základe stupňov dokončeného vzdelania definovaných podľa ISCED 2011 bolo vytvorených 8 populačných podskupín. Medziskupinová zložka nerovnosti pri tomto rozklade klesla na 3,78 % celkovej nerovnosti.

V skupinách, ktoré boli vytvorené podľa súčasnej ekonomickej aktivity osoby stojacej na čele domácnosti, bola najvyššia nerovnosť zistená v skupine domácností, na čele ktorých stojí ekonomicky neaktívny, žena v domácnosti alebo pracujúci. Zlúčením niektorých kategórií v zmysle metodiky, ktorá sa používa pri zisťovaní EU SILC, boli vytvorené štyri populačné podskupiny. Znížili sa tým rozdiely medzi jednotlivými populačnými podskupinami, došlo k poklesu medziskupinovej zložky nerovnosti z 3,87% na 2,76% celkovej výdavkovej nerovnosti.

Tab. 3: Rozklad Theilovho T indexu CSV podľa najvyššieho dosiahnutého vzdelania

Najvyššie dokončené vzdelanie	Hodnoty	Theilovo T	Najvyššie dokončené vzdelanie ISCED 2011	Hodnoty	Theilovo T
Bez vzdelania	1	0,073102	Vzdelávanie v ranom detstve	0	0,073102
Základné - 1. stupeň	2	0,080903	Primárne	1	0,080904
Základné - 2. stupeň	3	0,064445	Nižšie sekundárne	2	0,064444
Učňovské bez maturity kratšie ako dvojročné	4	0,091774	Vyššie sekundárne	3	0,105417
Učňovské bez maturity dvojročné a dlhšie	5	0,11042			
Stredné bez maturity kratšie ako 2 roky	6	0,082233			
Stredné bez maturity 2-ročné a viac	7	0,114473			
Učňovské s maturitou	8	0,079265			
Úplné stredné všeobecné	9	0,112841			
Úplné stredné odborné	10	0,117233			
Vyššie odborné (pomaturitné)	11	0,060715	Postsekundárne neterciárne	4	0,060715
Vyššie odborné neuniverzitné štúdium	12	0,100831	Krátke terciárne	5	0,10083
Vysokoškolské - 1. stupeň	13	0,137525	Bakalárske alebo ekvivalentné	6	0,137526
Vysokoškolské - 2. stupeň	14	0,081975	Magisterské alebo ekvivalentné	7	0,081975
Rozklad indexu					
Zložka indexu	Hodnoty zložiek	Percentuálne vyjadrenie	Zložka indexu	Hodnoty zložiek	Percentuálne vyjadrenie
Medziskupinová T_B	0,00601	5,36%	Medziskupinová T_B	0,004242	3,78%
Vnútroskupinová T_w	0,10625	94,64%	Vnútroskupinová T_w	0,108016	96,22%

Zdroj údajov: Štatistika rodinných účtov 2012, vlastné výpočty

Tab. 4: Rozklad Theilovho T indexu CSV podľa súčasnej ekonomickej aktivity

Súčasná ekonomická aktívita	Hodnoty	Theilovo T	Status základnej ekonomickej aktivity	Hodnoty	Theilovo T	
pracujúci (na plný aj čiastočný úväzok)	1	0,122359	pracujúci	1	0,121647	
pracujúci starobný dôchodca	8	0,07951				
nezamestnaný pre ekonomicky neaktívnych:	3	0,113522	nezamestnaný	2	0,113523	
nepracujúci starobný dôchodca	4	0,085326	dôchodca	3	0,085325	
zamestnaný, ale dočasne mimo prácu	2	0,053382	iná neaktívna osoba	4	0,095138	
študent, učeň, vojak	5	0,079136				
ekonomicky neaktívny, žena v domácnosti	6	0,180958				
neschopný práce	7	0,084594				
Rozklad indexu						
Zložka indexu	Hodnoty zložiek	Percentuálne vyjadrenie		Zložka indexu	Hodnoty zložiek	Percentuálne vyjadrenie
Medziskupinová T _B	0,004347	3,87%		Medziskupinová T _B	0,0031	2,76%
Vnútroskupinová T _w	0,107916	96,13%		Vnútroskupinová T _w	0,109159	97,24%

Zdroj údajov: Štatistika rodinných účtov 2012, vlastné výpočty

Záver

V článku sa zaoberáme meraním nerovnosti v rozdelení celkových spotrebných výdavkov na Slovensku a identifikáciou tých faktorov, ktoré túto nerovnosť najviac ovplyvňujú. Využili sme pritom Theilov T index, ktorý patrí medzi miery tzv. generalizovanej entropie. Výber tejto miery súvisela s možnosťou jej rozkladu na vnútroskupinovú a medziskupinovú zložku. Pri analýze sme využili údaje zo zisťovania štatistiky rodinných účtov na Slovensku z roku 2012. Veľkosť nerovnosti v rozdelení celkových spotrebných výdavkov bola najviac ovplyvnená typom domácnosti a stupňom najvyššieho dosiahnutého vzdelania u osoby, ktorá stála na čele domácnosti a ďalej najvyšším dokončeným vzdelaním osoby, ktorá stojí na čele domácnosti.

Kľúčové slová:

miery generalizovanej entropie, entropia, Theilov index, nerovnosť, rodinné účty, spotrebné výdavky, rozklad

Klasifikácia JEL

I32, I33, D63

Tento článok vznikol s podporou grantovej agentúry VEGA v rámci projektu č. 1/0092/15: MODERNÉ PRÍSTUPY K NAVRHOVANIU KOMPLEXNÝCH ŠTATISTICKÝCH PRIESKUMOV a v rámci projektu č. 1/0761/12 ALTERNATÍVNE PRÍSTUPY K MERANIU SOCIÁLNO-EKONOMICKÉHO ROZVOJA (v kontexte Stratégie 2020 a ponaučení z globálnej finančnej krízy).

LITERATÚRA

- [1] BOURGUIGNON, F. 1979. Decomposable Income Inequality Measures. In: *Econometrica*. 1979, Vol. 47, No. 4, pp. 901-920.
- [2] COWELL, F. A. 1980. On the Structure of Additive Inequality Measures. In: *Review of Economic Studies*. 1980, Vol. 47, No 3. pp. 521-531.
- [3] COWELL, F. A. 2011. *Measuring Inequality*. Oxford: Oxford University Press, 2011.
- [4] FILIPOVÁ, J. – VALNÁ, S. – MYSLÍKOVÁ, I. 1998. *Analýza príjmovej situácie domácností Slovenskej republiky v r. 1992 a v r. 1996 (na základe výsledkov Mikrocenzov)*. Bratislava: VÚPSVR, 1998.
- [5] GERBERY, D. 2010. *Príjmová nerovnosť v SR*. Bratislava: Inštitút pre výskum práce a rodiny, 2010.
- [6] CHARLES-COLL, J. A. 2011. Understanding Income Inequality: Concept, Causes and Measurement. In *Management Journals. International Journal of Economics and Management Sciences* [online]. 2011, vol. 1, no. 3, p. 17-28 [02.10. 2012]. Dostupné na internete: < <http://www.managementjournals.org/ijems/3/IJEMS-11-1303.pdf>>. ISSN 2162-6359.
- [7] LABUDOVÁ, V. 2010. Miery príjmovej nerovnosti. In: *Forum statisticum Slovaca*. 2010, roč. 6, č. 5, s. 127-131.
- [8] LABUDOVÁ, V. 2012. Miery príjmovej nerovnosti. In: Pauhofová, I, Želinský, T. (eds.): *Nerovnosť a chudoba v Európskej únii a na Slovensku*. Košice: TU Košice, 2012, s. 107-112.
- [9] LABUDOVÁ, V. 2013a. Income inequality in Slovakia. In: *Ekonomika a informatika*. Bratislava: FHI: SSHI, 2013, roč. 11, č. 1, s. 94-104.
- [10] LABUDOVÁ, V. 2013b. *Meranie príjmovej nerovnosti*. Bratislava: EKONÓM, 2013.
- [11] LABUDOVÁ, V. - PACÁKOVÁ, V. 2011. Regionálna analýza výdavkov domácností Slovenskej republiky v rokoch 2004-2008. In *Analýza a modelování finančního potenciálu českých (slovenských) domácností*. Praha: Nakladatelství Oeconomica, 2011, s. 61-72. ISBN 978-80-245-1753-7.
- [12] LALUHA, I. – HOLKOVÁ, V. 2008. Quality of life from the point of view of changes in Slovak household consumption under new economic conditions. In: *Ekonomické rozhlady*. Bratislava: EU, 2008, roč. 37, č. 1, s. 7-21.

-
- [13] LALUHA, I. – OŠKOVÁ, S. – STANEK, V. 2005. Kvalita života, sociálne nerovnosti a diferenciácia obyvateľstva. In: *Sociológia*, 2005, Vol. 37, No. 2, pp. 119-142.
- [14] ĽAPINOVÁ, E. 2011. Príjmová nerovnosť podľa údajov EU SILC: Význam poznania a analyzovania príjmového rozdelenia a miery jeho nerovnosti. In: *Zborník príspevkov z vedeckej konferencie Štatistického úradu SR Kvalita života v podmienkach globalizácie*, 26. – 27. 10. 2011. Bratislava: ŠÚ SR, 2011, s. 304-324.
- [15] MAREŠ, P. 1999. *Sociologie nerovnosti a chudoby*. Praha: Sociologické nakladatelství, 1999.
- [16] MICHÁLEK, A. – VESELOVSKÁ, Z. 2012. Vývoj a komparácia vybraných charakteristík nerovností a chudoby v krajinách EÚ. In: Pauhofová, I., Želinský, T. (eds.): *Nerovnosť a chudoba v Európskej únii a na Slovensku*. Košice: TU Košice, 2012, s. 11-22.
- [17] MICHÁLEK, A. 2007. Regionálne mzdové nerovnosti na Slovensku. In: *Geografický časopis*, 2007, roč. 59, č. 2, s. 181-209.
- [18] MICHÁLEK, A. 2010. Sociálne nerovnosti a chudoba na Slovensku: Regionálna analýza príjmov, miezd a chudoby. In: Pauhofová, I., Hudec, O., Želinský, T. (eds.): *Sociálny kapitál, ľudský kapitál a chudoba v regiónoch Slovenska*. Košice: TU Košice, 2010, s. 13-21.
- [19] PASTOREK, L. – VENIT, T. 2012. SST index a jeho zložky ako indikátory monetárnej chudoby a nerovnosti v Českej a Slovenskej republike v rokoch 2004 až 2008. In: Pauhofová, I., Želinský, T. (eds.): *Nerovnosť a chudoba v Európskej únii a na Slovensku*. Košice: TU Košice, 2012, s. 67-74.
- [20] *Príjmy, výdavky a spotreba súkromných domácností v SR, 2013*. Bratislava: ŠÚ SR, 2014.
- [21] SEN, A. K. 1997. *On Economic Inequality*. Oxford: Oxford University Press, 1997, 260 p. ISBN 0-19828193-5.
- [22] SIPKOVÁ, Ľ. – SIPKO, J. 2012. Regionálne porovnanie nerovnosti miezd zamestnancov SR aplikáciou kappa kvantilových modelov. In: Pauhofová, I., Želinský, T. (eds.): *Nerovnosť a chudoba v Európskej únii a na Slovensku*. Košice: TU Košice, 2012, s. 87-98.
- [23] SIPKOVÁ, Ľ. 2004. Prehľad teoretických východísk merania príjmovej nerovnosti. In: *Slovenská štatistika a demografia*. 2004, roč. 14, č. 3, s. 36-49.
- [24] ŽELINSKÝ, T. 2010. Nerovnosť rozdeľovania príjmov v krajoch Slovenskej republiky. In: *Slovenská štatistika a demografia*. 2010, roč. 20, č. 1, s. 49-60.

SUMMARY

This paper aims to investigate the expenditure inequality in Slovakia. Total expenditure inequality is decomposed into the within-groups and between-groups components using Theil's decomposition techniques. Theil's index is part of a special class of inequality measures known as Generalised Entropy measures. An important property of Theil's index is the additive decomposability characteristic, which implies that the aggregate inequality measure can be decomposed into inequality within and between any arbitrarily defined population subgroups. Decompositions are carried out according to

the residence area, educational level, gender, economical activity of the household head, type of household and number of dependent children. The data used to perform the decomposition of Theil's inequality measures, are derived from the Household Budget Surveys.

RESUMÉ

V článku sa zaoberáme nerovnosťou v rozdelení spotrebných výdavkov na Slovensku. Celkovú nerovnosť v rozdelení spotrebných výdavkov rozkladáme na medziskupinovú a vnútroskupinovú zložku pomocou theilovej dekompozičnej metódy. Theilov index patrí do skupiny mier generalizovanej entropie. Dôležitou vlastnosťou tohto indexu je aditívnosť rozkladu, ktorá umožňuje rozložiť nerovnosť meranú na celej populácii na nerovnosti merané na jej podmnožinách. Rozklad sme uskutočnili na základe kategórií premenných kraj, najvyššie dosiahnuté vzdelanie, pohlavie, ekonomická aktivita osoby stojacej na čele domácnosti a podľa typu domácnosti. Meranie vplyvu týchto premenných na veľkosť výdavkovej nerovnosti použitím rozkladu Theilovho indexu sme uskutočnili na údajoch pochádzajúcich zo zisťovania Štatistiky rodinných účtov.

Kontakt

doc. RNDr. Viera Labudová, PhD., Katedra štatistiky, Fakulta hospodárskej informatiky, Ekonomická univerzita v Bratislave, Dolnozemska cesta 1, 852 35 Bratislava, tel.: +421 2/672 95 733, e-mail: viera.labudova@euba.sk

*Katarína Máziková
Norbert Seneši*

KATEGORIZÁCIA ÚČTOVNÝCH JEDNOTIEK PO NOVELIZÁCII ZÁKONA O ÚČTOVNÍCTVE A JEJ DÔSLEDKY

Úvod

Novela zákona č. 431/2002 Z. z. o účtovníctve v znení neskorších predpisov (ďalej len „zákon o účtovníctve“), ktorá nadobudla účinnosť od roku 2015, prináša pre účtovné jednotky, okrem iných legislatívnych zmien, aj ich povinnú kategorizáciu do troch veľkostných skupín na základe troch veľkostných kritérií. Na novelu zákona o účtovníctve pritom úzko nadväzujú aj nové opatrenia Ministerstva financií Slovenskej republiky, ktoré ustanovujú podrobnosti o usporiadaní, označovaní a obsahovom vymedzení položiek individuálnej účtovnej závierky a rozsah údajov určených z individuálnej účtovnej závierky na zverejnenie. Opatrenia sú určené osobitne pre každú kategóriu účtovných jednotiek.

1 KATEGÓRIE ÚČTOVNÝCH JEDNOTIEK NA ZÁKLADE TROCH VEĽKOSTNÝCH KRITÉRIÍ

Cieľom harmonizácie oblasti účtovníctva v rámci Európskej únie je **zabezpečiť komparabilitu a transparentnosť informácií prezentovaných v účtovných závierkach** zostavovaných v rámci jednotlivých členských štátov pre posilnenie vytvorenia integrovaného kapitálového trhu, ktorý bude fungovať účinne, hladko a efektívne. V roku 2013 bola prijatá nová Smernica Európskeho parlamentu a Rady 2013/34/EÚ z 26. júna 2013 o ročných účtovných závierkach, konsolidovaných účtovných závierkach a súvisiacich správach určitých podnikov, ktorou sa mení smernica Európskeho parlamentu a Rady 2006/43/ES a zrušujú smernice Rady 78/660/EHS a 83/349/EHS¹ (ďalej len „Smernica Európskej únie o účtovných závierkach“), ktorá prináša aj triedenie účtovných jednotiek do niekoľkých veľkostných skupín.

Cieľom uvedenej kategorizácie účtovných jednotiek je **zabrániť neprimeranému administratívne mu zaťaženiu malých podnikov** a v súlade s tým umožniť členským

¹ Nová smernica, ako už vyplýva z jej samotného názvu, zrušuje doterajšiu Štvrtú smernicu Rady č. 78/660/EHS z 25. júla 1978 o ročnej účtovnej závierke niektorých typov spoločností upravujúcu individuálnu účtovnú závierku a Siedmu smernicu Rady č. 83/349/EHS z 13. júna 1983 o konsolidovaných účtovných závierkach upravujúcu konsolidovanú účtovnú závierku. Nová smernica teda bude upravovať obe tieto oblasti – aj individuálnu účtovnú závierku aj konsolidovanú účtovnú závierku.

štátom, aby vo svojich národných predpisoch pre tieto účtovné jednotky stanovili nižšie požiadavky na povinnosti v oblasti účtovníctva. Novelou zákona o účtovníctve dochádza k transpozícii Smernice Európskej únie o účtovných závierkach do národnej legislatívy Slovenskej republiky vrátane kategorizácie účtovných jednotiek do veľkostných skupín.

Obchodné spoločnosti, družstvá, fyzické osoby podľa § 1 ods. 1 písm. a) tretieho bodu zákona o účtovníctve² účtujúce v sústave podvojného účtovníctva, fyzické osoby podľa § 27 ods. 2 písm. c) zákona č. 513/1991 Zb. Obchodný zákonník v znení neskorších predpisov³ a pozemkové spoločenstvá sa budú triediť do troch nasledujúcich veľkostných skupín: mikro účtovná jednotka, malá účtovná jednotka a veľká účtovná jednotka.

		Kategória účtovnej jednotky		
		Mikro účtovná jednotka	Malá účtovná jednotka	Veľká účtovná jednotka
Veľkostné kritérium	Celková suma majetku	nepresiahla 350 000 eur	presiahla 350 000 eur, ale nepresiahla 4 000 000 eur	presiahla 4 000 000 eur
	Čistý obrat	nepresiahol 700 000 eur	presiahol 700 000 eur, ale nepresiahol 8 000 000 eur	presiahol 8 000 000 eur
	Priemerný prepočítaný počet zamestnancov počas účtovného obdobia	nepresiahol 10	presiahol 10 a nepresiahol 50	presiahol 50

² Fyzické osoby, ktoré podnikajú alebo vykonávajú inú samostatnú zárobkovú činnosť, ak preukazujú svoje výdavky vynaložené na dosiahnutie, zabezpečenie a udržanie príjmov na účely zistenia základu dane z príjmov podľa zákona č. 595/2003 Z. z. o dani z príjmov v znení neskorších predpisov s výnimkou fyzických osôb, ktoré vedú daňovú evidenciu.

³ Fyzické osoby s trvalým pobytom na území Slovenskej republiky, ktoré sú podnikateľmi podľa zákona č. 513/1991 Zb. Obchodný zákonník v znení neskorších predpisov a ktoré sa do obchodného registra zapisujú na vlastnú žiadosť, alebo ak tak ustanoví osobitný predpis.

1.1 Špecifikácia veľkostných kritérií pre potreby kategorizácie účtovných jednotiek

V ustanoveniach § 2 novelizovaného zákona o účtovníctve sa vymedzujú pojmy dôležité na účely posúdenia veľkostných kritérií a teda i zaradenie účtovných jednotiek do veľkostných skupín. **Celkovou sumou majetku** sa na účely kategorizácie účtovných jednotiek rozumie suma majetku zistená zo súvahy v ocenení upravenom o opravné položky a oprávky, tzn. netto hodnota majetku (stĺpec netto v súvahe).

Do zákona o účtovníctve sa dostáva nová definícia čistého obratu, ktorá sa bude jednotne uplatňovať na účely celého zákona⁴. Do **čistého obratu** sa zahŕňajú výnosy dosiahnuté z predaja výrobkov, tovarov a služieb po odpočítaní zliav vrátane iných výnosov po odpočítaní zliav tej účtovnej jednotky, ktorej predmetom činnosti je dosahovanie iných výnosov ako sú výnosy z predaja výrobkov, tovarov a služieb.

Problematickým môže byť určenie tretieho kritéria, ktorým je **priemerný prepočítaný počet zamestnancov počas účtovného obdobia**. Zákon o účtovníctve a ani Smernica Európskej únie o účtovných závierkach však bližšie spôsob výpočtu tohto ukazovateľa nedefinujú ani neodkazujú v tejto súvislosti na iný predpis. Riešením pri výpočte tohto ukazovateľa je podľa nášho názoru použitie ukazovateľa priemerný evidenčný počet zamestnancov prepočítaný na plne zamestnaných, ktorý sa používa v **štatistickom výkaze Práca 2-04**⁵. V uvedenom štatistickom výkaze je v metodických vysvetlivkách k obsahu tohto výkazu uvedený presný postup výpočtu tohto ukazovateľa. Štatistický výkaz Práca 2-04 je pritom štvrťročným výkazom a pre potrebu zistenia priemerného prepočítaného počtu zamestnancov počas celého účtovného obdobia by sa mal tento ukazovateľ vypočítať ako priemer koncových stavov ukazovateľa priemerný evidenčný počet zamestnancov prepočítaný na plne zamestnaných z jednotlivých štvrťrokov účtovného obdobia, prípadne mesiacov.

1.2 Postup zatriedenia účtovnej jednotky do kategórie účtovných jednotiek

Okrem základných pojmov viažucich sa k veľkostným kritériám je veľmi dôležitý aj postup zatriedovania účtovných jednotiek do jednotlivých veľkostných skupín. Účtovné jednotky sa **zatriedia do veľkostnej skupiny na základe splnenia aspoň dvoch z troch veľkostných kritérií** pre konkrétnu kategóriu ku dňu, ku ktorému sa zostavuje účtovná

⁴ Predtým sa definícia čistého obratu v zákone o účtovníctve nachádzala až tri krát a bola vždy rovnaká - v § 17a ods. 2 písm. b) (povinnosť zostavenia individuálnej účtovnej závierky podľa IFRS v znení prijatom Európskou úniou), § 19 ods. 1 písm. a) druhom bode (povinnosť overenia riadnej individuálnej účtovnej závierky a mimoriadnej individuálnej účtovnej závierky audítorom) a v § 22 ods. 10 písm. b) (oslobodenie materskej účtovnej jednotky od povinnosti zostavovať konsolidovanú účtovnú závierku).

⁵ Štatistický formulár Práca 2-04 je súčasťou Programu štátnych štatistických zisťovaní na roky 2015 až 2017, ktorý bol ustanovený vyhláškou Štatistického úradu Slovenskej republiky č. 291/2014 Z. z., ktorou sa vydáva Program štátnych štatistických zisťovaní na roky 2015 až 2017.

závierka za príslušné účtovné obdobie. Účtovné jednotky budú povinné **sledovať splnenie/nesplnenie podmienok aj za bezprostredne predchádzajúce účtovné obdobie**, pretože ak účtovná jednotka po dve bezprostredne po sebe idúce účtovné obdobia presiahne dve alebo prestane spĺňať určité dve kritéria pre pôvodnú kategóriu, je povinná od nasledujúceho účtovného obdobia zmeniť svoje zatriedenie do inej veľkostnej skupiny.

V tejto súvislosti existujú pre niektoré účtovné jednotky aj výnimky, ktoré sa vzťahujú na novovzniknuté účtovné jednotky a účtovné jednotky spĺňajúce veľkostné kritériá pre mikro účtovnú jednotku. Pokiaľ ide o **novovzniknutú účtovnú jednotku, táto sa zatriedi do ktorejkoľvek kategórie účtovných jednotiek na základe vlastného rozhodnutia**. Podmienkou je, že v prvotne zvolenej kategórii účtovných jednotiek musí zotrvať aj v bezprostredne nasledujúcom účtovnom období. Účtovná jednotka, ktorá spĺňa veľkostné kritériá pre mikro účtovnú jednotku, môže sa kedykoľvek rozhodnúť postupovať ako malá účtovná jednotka aj napriek tomu, že nespĺňa veľkostné kritériá pre túto vyššiu kategóriu. Tento postup však nesmie uplatniť novovzniknutá účtovná jednotka počas prvých dvoch po sebe nasledujúcich účtovných období od svojho vzniku.

Podľa prechodných ustanovení novelizovaného zákona o účtovníctve sa účtovné jednotky, ktoré majú účtovné obdobie kalendárny rok, zatriedia do veľkostných skupín od 1. januára 2015 a na tento účel **budú posudzovať splnenie veľkostných kritérií k 31. decembru 2014**. Účtovné jednotky, ktoré majú účtovné obdobie hospodársky rok, sa zatriedia do príslušnej kategórie účtovných jednotiek prvýkrát v hospodárskom roku, ktorý začína v priebehu roku 2015, pričom splnenie veľkostných kritérií na účely kategorizácie do skupín účtovných jednotiek posudzujú ku dňu, ku ktorému sa zostavuje účtovná závierka v priebehu roku 2015. Mikro účtovná jednotka podľa zákona o účtovníctve účinného do 31. decembra 2014 sa naďalej bude považovať za mikro účtovnú jednotku aj podľa zákona o účtovníctve účinnom od roku 2015. Ostatné účtovné jednotky, ktoré sa rozhodli, že od 1. januára 2014 nebudú mikro účtovnou jednotkou aj keď príslušné kritériá spĺňali, sa od 1. januára 2015 zatriedia do kategórie malá účtovná jednotka.⁶

1.3 Osobitná kategória účtovných jednotiek - subjekty verejného záujmu

V novelizovanom zákone o účtovníctve sa definujú aj **subjekty verejného záujmu, ktoré predstavujú akúsi ďalšiu, „štvrtú kategóriu“ účtovných jednotiek**. Osobitné postavenie subjektov verejného záujmu deklaruje aj samotný zákon o účtovníctve v § 2 ods. 13, kde sa hovorí, že príslušné ustanovenia týkajúce sa triedenia účtovných jednotiek na mikro účtovnú jednotku, malú účtovnú jednotku a veľkú účtovnú jednotku sa nebudú vzťahovať na účtovné jednotky, ktoré sú subjektom verejného záujmu alebo sú uvedené v § 17a a 17b zákona o účtovníctve.

Na účely zákona o účtovníctve bude subjektom verejného záujmu *„účtovná jednotka, ktorá emitovala cenné papiere a tie boli prijaté na obchodovanie na*

⁶ Zákon o účtovníctve v znení účinnom do 31. decembra 2014 v pôvodnom § 2 ods. 6 umožňoval účtovným jednotkám, ktoré spĺňali veľkostné kritériá pre mikro účtovnú jednotku, dobrovoľne sa rozhodnúť, či sa stanú alebo nestanú mikro účtovnou jednotkou.

regulovanom trhu ktoréhokoľvek členského štátu Európskej únie (ďalej len „členský štát“), banka, pobočka zahraničnej banky, Exportno-importná banka Slovenskej republiky, poisťovňa, pobočka zahraničnej poisťovne, zaistovňa, pobočka zahraničnej zaistovne, zdravotná poisťovňa, správcovská spoločnosť, pobočka zahraničnej správcovskej spoločnosti, dôchodková správcovská spoločnosť, doplnková dôchodková spoločnosť, Burza cenných papierov, Centrálny depozitár cenných papierov, obchodník s cennými papiermi, platobná inštitúcia, inštitúcia elektronických peňazí, subjekt kolektívneho investovania, dôchodkový fond, pobočka zahraničnej finančnej inštitúcie^{29db}) a účtovná jednotka uvedená v § 17a ods. 2.“⁷(§ 2 ods. 14 zákona o účtovníctve).

Vymedzenie subjektov verejného záujmu tak zahŕňa takmer všetky účtovné jednotky uvedené v § 17a ods. 1 až 3 zákona o účtovníctve⁸. Subjektom verejného záujmu sú väčšinou účtovné jednotky, ktoré povinne zostavujú individuálnu účtovnú závierku podľa IFRS v znení prijatom Európskou úniou, ktoré takto postupujú na základe prekročenia veľkostných kritérií a ktoré takto môžu postupovať na základe dobrovoľného rozhodnutia.

2 OSOBITNÉ OPATRENIA O ÚČTOVNEJ ZÁVIERKE PRE JEDNOTLIVÉ KATEGÓRIE ÚČTOVNÝCH JEDNOTIEK

Transpozícia Smernice Európskej únie o účtovných závierkach sa v národnej legislatíve prejaví najviditeľnejšie v kategorizácii účtovných jednotiek a v nadväznosti na to predovšetkým v účtovných závierkach týchto veľkostných skupín účtovných jednotiek. Účtovné jednotky **budú zostavovať účtovnú závierku podľa rozsahu a vzoru určenom Ministerstvom financií Slovenskej republiky pre konkrétnu kategóriu účtovnej jednotky**. Pre zostavovanie účtovných závierok budú v závislosti od kategórie účtovnej jednotky relevantné nasledujúce predpisy:

1. opatrenie Ministerstva financií Slovenskej republiky z 11. decembra 2013 č. MF/15464/2013-74, ktorým sa ustanovujú podrobnosti o usporiadaní, označovaní a obsahovom vymedzení položiek individuálnej účtovnej závierky a rozsahu údajov určených z individuálnej účtovnej závierky na zverejnenie pre mikro účtovné jednotky (ďalej len „opatrenie o účtovnej závierke pre mikro účtovné jednotky“),
2. opatrenie Ministerstva financií Slovenskej republiky z 3. decembra 2014 č. MF/23378/2014-74, ktorým sa ustanovujú podrobnosti o individuálnej účtovnej závierke a rozsahu údajov určených z individuálnej účtovnej závierky na zverejnenie pre malé účtovné jednotky (ďalej len „opatrenie o účtovnej závierke pre malé účtovné jednotky“),

⁷ § 2 ods. 14 zákona o účtovníctve

⁸ Niektoré z účtovných jednotiek uvedených v ustanoveniach § 17a ods. 1 až 3 zákona o účtovníctve sa za subjekt verejného záujmu nepovažujú a naopak, niektoré účtovné jednotky subjektom verejného záujmu sú, aj keď nie sú v § 17a ods. 1 až 3 zákona o účtovníctve uvedené.

3. opatrenie Ministerstva financií Slovenskej republiky z 3. decembra 2014 č. MF/23377/2014-74, ktorým sa ustanovujú podrobnosti o individuálnej účtovnej závierke a rozsahu údajov určených z individuálnej účtovnej závierky na zverejnenie pre veľké účtovné jednotky a subjekty verejného záujmu (ďalej len „opatrenie o účtovnej závierke pre veľké účtovné jednotky a subjekty verejného záujmu“)⁹.

Okrem vyššie uvedených predpisov **bude mať ešte v roku 2015 dôležitú úlohu aj pôvodné opatrenie** Ministerstva financií Slovenskej republiky z 31. marca 2003 č. 4455/2003-92, ktorým sa ustanovujú podrobnosti o usporiadaní, označovaní a obsahovom vymedzení položiek individuálnej účtovnej závierky a rozsahu údajov určených z individuálnej účtovnej závierky na zverejnenie pre podnikateľov účtujúcich v sústave podvojného účtovníctva v znení neskorších predpisov (ďalej len „pôvodné opatrenie o účtovnej závierke“). Napriek tomu, že toto opatrenie bolo opatrením o účtovnej závierke pre veľké účtovné jednotky a subjekty verejného záujmu zrušené, budú podľa neho v určitých prípadoch účtovné jednotky ešte v roku 2015 povinné postupovať. Podľa pôvodného opatrenia o účtovnej závierke budú postupovať malé účtovné jednotky, veľké účtovné jednotky a subjekty verejného záujmu pri zostavovaní riadnej individuálnej účtovnej závierky za účtovné obdobie, ktoré končí 31. decembra 2014, ak má účtovná jednotka účtovné obdobie kalendárny rok, ďalej za účtovné obdobie, ktoré končí v priebehu roka 2015, ak má účtovná jednotka účtovné obdobie hospodársky rok a pri zostavovaní priebežnej individuálnej účtovnej závierky ku dňu v priebehu roka 2015.

Podľa prechodných ustanovení nových opatrení o účtovných závierkach sa opatrenie o účtovnej závierke pre malé účtovné jednotky a opatrenie o účtovnej závierke pre veľké účtovné jednotky a subjekty verejného záujmu **prvýkrát použijú až pri zostavovaní riadnej individuálnej účtovnej závierky za účtovné obdobie, ktoré začína od 1. januára 2015**, ak má účtovná jednotka účtovné obdobie kalendárny rok a za účtovné obdobie, ktoré začína v priebehu roka 2015, ak má účtovná jednotka účtovné obdobie hospodársky rok. Spomínané nové opatrenia o účtovných závierkach sa tiež prvýkrát použijú pri zostavovaní mimoriadnej individuálnej účtovnej závierky za účtovné obdobie, ktoré končí v priebehu roka 2015 a pri zostavovaní priebežnej individuálnej účtovnej závierky ku dňu v priebehu roka 2016.

Prehľad použitia opatrení o účtovných závierkach pre konkrétne kategórie účtovných jednotiek, ktoré sa budú používať pri zostavovaní účtovných závierok v závislosti od ich druhu a dňu, ku ktorému sa budú zostavovať

⁹Opatrenie o účtovnej závierke pre veľké účtovné jednotky a subjekty verejného záujmu sa nepoužije pri zostavovaní individuálnej účtovnej závierky v prípade taxatívne vymenovaných subjektov verejného záujmu uvedených v § 1 ods. 1 tohto opatrenia. Ide predovšetkým o účtovné jednotky, ktoré sú povinné zostavovať individuálnu účtovnú závierku podľa IFRS v znení prijatom Európskou úniou alebo pre ktoré Ministerstvo financií Slovenskej republiky ustanovuje osobitné opatrenia o účtovnej závierke.

Druh účtovnej závierky	Mikro účtovná jednotka	Malá účtovná jednotka	Veľká účtovná jednotka a subjekt verejného záujmu
Riadna IÚZ za ÚO, ktoré končí 31.12.2014 alebo končí v priebehu roka 2015	opatrenie o účtovnej závierke pre mikro účtovné jednotky (MF/15464/2013-74)	pôvodné opatrenie o účtovnej závierke (4455/2003-92)	pôvodné opatrenie o účtovnej závierke (4455/2003-92)
Riadna IÚZ za ÚO, ktoré začína 1.1.2015 a neskôr alebo začína v priebehu roka 2015 alebo neskôr	opatrenie o účtovnej závierke pre mikro účtovné jednotky (MF/15464/2013-74)	opatrenie o účtovnej závierke pre malé účtovné jednotky (MF/23378/2014-74)	opatrenie o účtovnej závierke pre veľké účtovné jednotky a subjekty verejného záujmu (MF/23377/2014-74)
Mimoriadna IÚZ za ÚO, ktoré končí v priebehu roka 2015	opatrenie o účtovnej závierke pre mikro účtovné jednotky (MF/15464/2013-74)	pôvodné opatrenie o účtovnej závierke (4455/2003-92)	pôvodné opatrenie o účtovnej závierke (4455/2003-92)
Mimoriadna IÚZ za ÚO, ktoré končí v priebehu roka 2016 a neskôr	opatrenie o účtovnej závierke pre mikro účtovné jednotky (MF/15464/2013-74)	opatrenie o účtovnej závierke pre malé účtovné jednotky (MF/23378/2014-74)	opatrenie o účtovnej závierke pre veľké účtovné jednotky a subjekty verejného záujmu (MF/23377/2014-74)
Priebežná IÚZ ku dňu v priebehu roka 2015	opatrenie o účtovnej závierke pre mikro účtovné jednotky (MF/15464/2013-74)	pôvodné opatrenie o účtovnej závierke (4455/2003-92)	pôvodné opatrenie o účtovnej závierke (4455/2003-92)
Priebežná IÚZ ku dňu v priebehu roka 2016 a neskôr	opatrenie o účtovnej závierke pre mikro účtovné jednotky (MF/15464/2013-74)	opatrenie o účtovnej závierke pre malé účtovné jednotky (MF/23378/2014-74)	opatrenie o účtovnej závierke pre veľké účtovné jednotky a subjekty verejného záujmu (MF/23377/2014-74)

Zdroje: pôvodné opatrenie o účtovnej závierke, opatrenie o účtovnej závierke pre mikro účtovné jednotky, opatrenie o účtovnej závierke pre malé účtovné jednotky, opatrenie o účtovnej závierke pre veľké účtovné jednotky a subjekty verejného záujmu.

Vysvetlivky k tabuľke: IÚZ – individuálna účtovná závierka; ÚO – účtovné obdobie; na konci názvu príslušného opatrenia je v zátvorke uvedené číslo opatrenia.

3 KONCEPCIA „NAJSKÔR MYSLEŤ NA MALÝCH“ A JEJ DÔSLEDKY V ÚČTOVNEJ ZÁVIERKE

Cieľom Európskej únie je tvorba a prijímanie právnych predpisov najvyššej kvality so súčasným zabezpečením toho, aby bolo administratívne zaťaženie úmerné prínosom, ktoré prinesie. Európska únia si uvedomuje dôležitú úlohu malých a stredných podnikov v hospodárstve európskeho priestoru. V súlade s filozofiou Smernice Európskej únie o účtovných závierkach „najskôr myslieť na malých“ **bude mať najjednoduchšiu podobu účtovná závierka mikro účtovnej jednotky**. Pri malých účtovných jednotkách sa požiadavky na informácie prezentované v účtovnej závierke razantne zvyšujú a veľké účtovné jednotky vrátane subjektov verejného záujmu už budú vo svojich účtovných závierkach prezentovať rozsiahle množstvo veľmi podrobných informácií.

Mikro účtovné jednotky zostavujú účtovnú závierku podľa svojho opatrenia o účtovnej závierke pre mikro účtovné jednotky účinného od roku 2014. Jednotlivé výkazy účtovnej závierky mikro účtovnej jednotky **majú veľmi skrátenú podobu a obsahová náplň poznámok je tiež veľmi stručná**. Oveľa rozsiahlejšie zmeny nastanú v účtovných závierkach malých účtovných jednotiek, veľkých účtovných jednotiek a účtovných jednotiek, ktoré sú subjektom verejného záujmu, pre ktoré boli ustanovené nové opatrenia o účtovných závierkach.

Malé účtovné jednotky a veľké účtovné jednotky vrátane subjektov verejného záujmu budú pri zostavovaní súvahy a výkazu ziskov a strát používať rovnaký vzor výkazu označovaný ako „Účtovná závierka podnikateľov v podvojnóm účtovníctve“. **Veľké rozdiely medzi uvedenými kategóriami účtovných jednotiek nastanú až v poznámkach účtovnej závierky**. Potvrdzuje to aj príloha, ktorou sa ustanovuje obsahová náplň poznámok pre jednotlivé kategórie účtovných jednotiek, ktorá má v prípade veľkých účtovných jednotiek a subjektov verejného záujmu viac ako dvojnásobný rozsah v porovnaní s malou účtovnou jednotkou.

Najväčšia diferenciacia v poznámkach medzi veľkými účtovnými jednotkami a malými účtovnými jednotkami sa prejaví pri veľmi podrobnom uvádzaní doplňujúcich a vysvetľujúcich informácií k súvahe (o majetku, záväzkoch a vlastnom imaní) a k výkazu ziskov a strát (o nákladoch a výnosoch) v prípade veľkých účtovných jednotiek a subjektov verejného záujmu. Malé účtovné jednotky budú doplňujúce a vysvetľujúce informácie k súvahe a k výkazu ziskov a strát uvádzať len pri malom počte taxatívne vymedzených položiek. Neprehliadnuteľným rozdielom je aj to, že **prehľad o pohybe**

vlastného imania a prehľad peňažných tokov bude súčasťou poznámok len veľkých účtovných jednotiek a subjektov verejného záujmu¹⁰.

Záver

Implementácia Smernice Európskej únie o účtovných závierkach do národnej legislatívy Slovenskej republiky triedi účtovné jednotky podľa veľkostných kritérií do troch kategórií – mikro účtovná jednotka, malá účtovná jednotka a veľká účtovná jednotka. Na účely zatriedenia účtovných jednotiek do veľkostnej skupiny sa posudzuje prekročenie alebo neprekročenie aspoň dvoch z troch veľkostných kritérií počas dvoch po sebe nasledujúcich účtovných období. Podľa nášho názoru by mohlo byť **sledovanie veľkostných kritérií založené až na troch po sebe nasledujúcich účtovných obdobiach**. Veľkostné kritériá sa môžu v krátkom čase rýchlo meniť v závislosti od situácii v národnom hospodárstve a prechod na inú podobu účtovnej závierky z hľadiska jej obsahu si tiež vyžaduje určité prispôsobenie. Spomínanými veľkostnými kritériami sú netto hodnota majetku, čistý obrat a priemerný prepočítaný počet zamestnancov. Zatiaľ čo netto hodnota majetku a čistý obrat sú zákonom o účtovníctve presne definované, špecifikácia priemerného prepočítaného počtu zamestnancov absentuje a v zákone nie je uvedený ani odkaz na iný právny predpis, podľa ktorého by sa mal tento ukazovateľ vyčísľovať. Odporúčame, **aby sa v zákone o účtovníctve uviedol odkaz na štatistický výkaz Práca 2-04**, v ktorom je vysvetlený postup výpočtu ukazovateľa priemerný evidenčný počet zamestnancov prepočítaný na plne zamestnaných.

Najmarkantnejšie rozdiely vyplývajúce z kategorizácie účtovných jednotiek sa prejavajú pri zostavovaní účtovných závierok (najviac v poznámkach účtovnej závierky), kde je pre každú veľkostnú skupinu ustanovené osobitné opatrenie o účtovnej závierke. Spomínaná diferenciácia účtovných závierok podľa veľkostnej skupiny účtovnej jednotky skutočne podstatným spôsobom zníži administratívnu záťaž nižších kategórií účtovných jednotiek. Na druhej strane je však otázne, či účtovné závierky mikro účtovnej jednotky a malej účtovnej jednotky budú schopné v plnej miere naplňovať cieľ účtovnej závierky, a teda či budú poskytovať dostatočné množstvo informácií o finančnej situácii, výnosnosti a peňažných tokoch, ktoré budú užitočné pre široký okruh používateľov účtovnej závierky na prijímanie relevantných rozhodnutí.

Kľúčové slová

veľkostné kritérium, kategória účtovnej jednotky

Klasifikácia JEL

M40, M48

¹⁰ Podľa pôvodného opatrenia o účtovnej závierke bol prehľad zmien vlastného imania súčasťou poznámok všetkých účtovných jednotiek a prehľad peňažných tokov len tých účtovných jednotiek, ktoré mali povinnosť overenia účtovnej závierky audítorom.

LITERATÚRA

- [1] Opatrenie Ministerstva financií Slovenskej republiky z 3. decembra 2014 č. MF/23377/2014-74, ktorým sa ustanovujú podrobnosti o individuálnej účtovnej závierke a rozsahu údajov určených z individuálnej účtovnej závierky na zverejnenie pre veľké účtovné jednotky a subjekty verejného záujmu.
- [2] Opatrenie Ministerstva financií Slovenskej republiky z 3. decembra 2014 č. MF/23378/2014-74, ktorým sa ustanovujú podrobnosti o individuálnej účtovnej závierke a rozsahu údajov určených z individuálnej účtovnej závierky na zverejnenie pre malé účtovné jednotky.
- [3] Opatrenie Ministerstva financií Slovenskej republiky z 11. decembra 2013 č. MF/15464/2013-74, ktorým sa ustanovujú podrobnosti o usporiadaní, označovaní a obsahovom vymedzení položiek individuálnej účtovnej závierky a rozsahu údajov určených z individuálnej účtovnej závierky na zverejnenie pre mikro účtovné jednotky v znení neskorších predpisov.
- [4] Opatrenie Ministerstva financií Slovenskej republiky z 31. marca 2003 č. 4455/2003-92, ktorým sa ustanovujú podrobnosti o usporiadaní, označovaní a obsahovom vymedzení položiek individuálnej účtovnej závierky a rozsahu údajov určených z individuálnej účtovnej závierky na zverejnenie pre podnikateľov účtujúcich v sústave podvojného účtovníctva v znení neskorších predpisov.
- [5] Smernica Európskeho parlamentu a Rady 2013/34/EÚ z 26. júna 2013 o ročných účtovných závierkach, konsolidovaných účtovných závierkach a súvisiacich správach určitých podnikov, ktorou sa mení smernica Európskeho parlamentu a Rady 2006/43/ES a zrušujú smernice Rady 78/660/EHS a 83/349/EHS.
- [6] Štatistický úrad Slovenskej republiky, Štatistický výkaz o práci, Práca 2-04.
- [7] Zákon č. 333/2014 Z. z. z 30. októbra 2014, ktorým sa mení a dopĺňa zákon č. 595/2003 Z. z. o dani z príjmov v znení neskorších predpisov a ktorým sa menia a dopĺňajú niektoré zákony.
- [8] Zákon č. 431/2002 Z. z. o účtovníctve v znení neskorších predpisov.
- [9] Zákon č. 595/2003 Z. z. o dani z príjmov v znení neskorších predpisov.

RESUMÉ

Transpozíciou smernice Európskej únie o účtovných závierkach sa do národnej legislatívy Slovenskej republiky v podobe zákona o účtovníctve dostávajú ustanovenia, na základe ktorých sa budú od roku 2015 účtovné jednotky triediť do troch kategórií. Účtovná jednotka sa od 1. januára 2015 zatriedi do jednej z nasledujúcich kategórií: mikro účtovná jednotka, malá účtovná jednotka, veľká účtovná jednotka. Na účely kategorizácie účtovných jednotiek sa budú posudzovať tri veľkostné kritériá: celková suma majetku, čistý obrat a priemerný prepočítaný počet zamestnancov. Účtovné jednotky sa budú zatriedovať do veľkostných skupín na základe splnenia aspoň dvoch veľkostných kritérií počas dvoch po sebe nasledujúcich účtovných období. Posudzovanie splnenia alebo

nesplnenia veľkostných kritérií sa bude uskutočňovať vždy ku dňu, ku ktorému sa zostavuje účtovná závierka.

Kategorizácia účtovných jednotiek je v súlade koncepciou Európskej únie „najskôr myslieť na malých“ a jej význam spočíva v nižších požiadavkách na povinnosti v oblasti účtovníctva, čo pre účtovné jednotky nižších kategórií prinesie zníženie administratívnej záťaže. Zjednodušenia pre účtovné jednotky sa prejavujú v požiadavkách na informácie prezentované v účtovnej závierke. V nadväznosti na to boli ustanovené osobitné opatrenia o účtovnej závierke pre každú kategóriu účtovnej jednotky. Podľa nich sú najnižšie požiadavky na rozsah informácií uvádzaných v účtovnej závierke kladené na mikro účtovné jednotky, pre malé účtovné jednotky sa tieto požiadavky už zvyšujú a veľké účtovné jednotky budú vo svojich účtovných závierkach uvádzať veľké množstvo podrobných údajov.

SUMMARY

Transposition of the European Union directive on financial statements are receiving into the national legislation of the Slovak Republic in the form of the Law on Accounting provisions, under which they will be from 2015 accounting entities classified into three categories. An accounting entity shall be from the 1 January 2015 classified into one of the following categories: micro accounting entity, small accounting entity, large accounting entity. For the purposes of categorization of accounting entities will be considered three size criteria: total assets, net turnover and average recalculated number of employees. Accounting entities shall be classified into size groups based on the fulfillment at least two size criteria for the two successive accounting periods. Assessment of compliance or non-compliance with the size criteria will be executed each date of financial statements.

The categorization of accounting entities in the European Union is under the concept "think small first" and its importance lies in the lower requirements of accounting obligations, which for accounting entities of lower categories will reduce the administrative burden. Simplification for accounting entities are reflected in the requirements for the information presented in the financial statements. Further to this was laid down specific regulation of financial statements for each category of the accounting entity. According to them, the lowest requirement of the information presented in the financial statements are placed on the micro accounting entities, for small accounting entities are those requirements increasing and large accounting entities will present in their financial statements a large amount of detailed data.

Kontakt

doc. Ing. Katarína Máziková, PhD., Katedra účtovníctva a audítorstva, Fakulta hospodárskej informatiky, Ekonomická univerzita v Bratislave, Dolnozemská cesta 1/b, 852 35 Bratislava, e-mail: mazikova@euba.sk

Ing. Norbert Seneši, Katedra účtovníctva a audítorstva, Fakulta hospodárskej informatiky
Ekonomická univerzita v Bratislave, Dolnozemska cesta 1/b, 852 35 Bratislava,
e-mail: norbert.senesi@euba.sk.

Jitka Meluchová
Martina Mateášová

NOVÉ PRAVIDLÁ PRE NASTAVENIE FINANČNEJ STABILITY BÁNK A POISŤOVNÍ

Úvod

Banky a poisťovne, ako subjekty finančného trhu Európskej únie, vykonávajú svoju činnosť na základe udelenia jednej licencie, ktorá im umožňuje vykonávať svoju činnosť v ktoromkoľvek členskom štáte EÚ. Liberalizácia finančných služieb bola zavedená smernicami EÚ a mala za cieľ vytvoriť spoločný trh finančných služieb na celom území EÚ¹. Tento trend má však za následok, že veľké finančné inštitúcie vykonávajúce globálne svoju činnosť prenášajú priaznivé i nepriaznivé efekty svojich aktivít do celosvetovej ekonomiky. Lokálna regulácia bánk a poisťovní sa ukázala ako nedostatočná. Vznikla preto potreba vytvoriť nové orgány globálnej regulácie finančných trhov, ktoré včas zachytia a vyhodnotia riziká a vykonajú účinné opatrenia na zmiernenie dopadu rizík na všetky subjekty finančného trhu. Realizované opatrenia znamenali reformu systému regulácie a dohľadu nad jednotlivými sektormi finančného trhu v EÚ, vykonávaného prostredníctvom *Európskeho systému finančného dohľadu (ESFS)*². Ďalšie opatrenia regulácie sú vo fáze implementácie alebo príprav na spustenie (napr. projekt *Basel III* pre banky, či *Solvency II* pre poisťovne).

1 ANALÝZA SITUÁCIE NA FINANČNOM TRHU EURÓPSKEJ ÚNIE

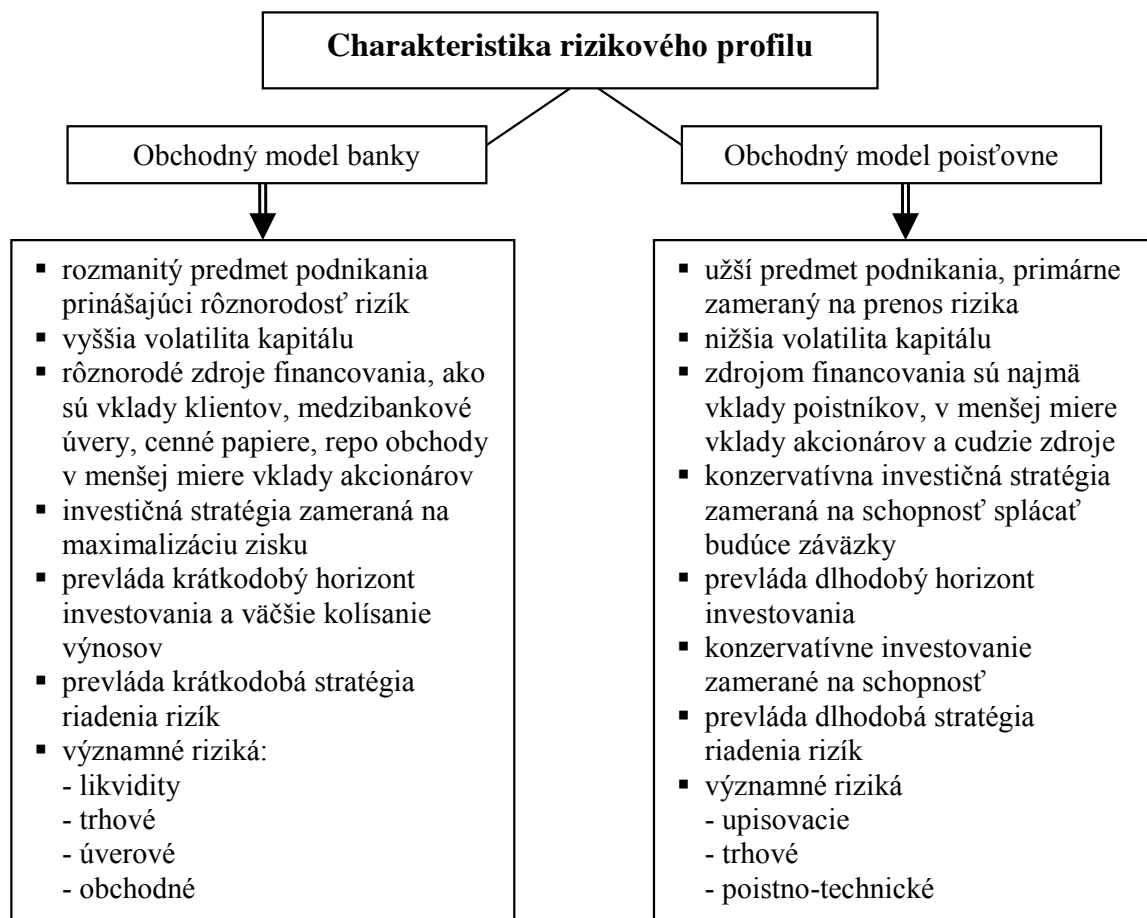
Banky a poisťovne zohrávali počas finančnej krízy odlišné úlohy, pretože fungujú na rozdielnych obchodných princípoch (CEA, 2010). Banky a poisťovne majú aj odlišné rizikové profily na mikroúrovni (stabilita finančnej inštitúcie) ako aj na makroúrovni (stabilita finančného systému ako celku a jeho vplyv na ekonomiku). Základom obchodného modelu poisťovní je rozloženie rizika v portfóliu a v čase pre budúce finančné plnenia, kým v prípade bánk je to zhromažďovanie vkladov a poskytovanie úverov. Na mikroúrovni sú poisťovne pravidelne a dlhodobo financované, majú jednoduchšiu štruktúru súvahy a sú v menšej miere vystavené riziku likvidity. Aktíva a pasíva sú v poisťovni prepojené (aktíva sú viazané na rezervy tvorené na úhradu budúcich záväzkov voči poistencom). Naopak banky sa často musia vyrovnávať so štrukturálnymi nerovnováhami medzi aktívami a pasívami, čo významne zvyšuje riziko špekulácií a riziko likvidity je tu výraznejšie. Vzájomná prepojenosť medzi jednotlivými bankami je ďalšou výraznou črtou bankového obchodného modelu (najmä pre medzibankové úvery), zatiaľ čo v poisťovníctve je prepojenosť malá. Investičná stratégia

¹ Už v roku 1964 bola vydaná smernica 64/225/EEC, táto bola nahradená smernicou 2009/138/EC Solvency II.

² ESFS - European System of Financial Supervisors

bánk je skôr krátkodobá, zameraná primárne na finančný výnos. Investičná stratégia poisťovní je spravidla dlhodobá, nastavená systémom *Asset Liability Management (ALM)* t.j. metódou riadenia rizík, ktorá má zabezpečiť návratnosť investícií potrebných na úhradu očakávaných zmluvných záväzkov z poistenia. Rizikové profile bánk a poisťovní sa odlišujú a to si vyžaduje, aby systém dohľadu zohľadňoval špecifiká ich činností a neaplikovali sa rovnaké opatrenia do bankovníctva ako aj poisťovníctva.

Schéma 1: Charakteristika rizikového profilu obchodného modelu



Zdroj: Vlastné spracovanie autoriek podľa analýzy CEA.

Snahy EÚ o vytvorenie jednotného trhu pre finančné služby sa v minulosti zameriavali na zvyšovanie kompetencií tzv. domovských orgánov dohľadu v jednotlivých členských štátoch. Podľa tejto koncepcie bol vytvorený aj model **jednotného dohľadu nad finančným trhom v SR**. Integrovaný dohľad je vykonávaný *Národnou bankou Slovenska* od januára 2006 nad subjektmi bankovníctva, poisťovníctva, kapitálového trhu a dôchodkového sporenia.

Uvedený systém integrovaného dohľadu vychádzal z myšlienky vytvoriť jednotný európsky finančný trh, ktorý bol schválený ako *Akčný plán pre finančné služby (1999)*. Dokument obsahoval časový plán a konkrétne opatrenia zamerané na integráciu

národných finančných trhov do jedného celoeurópskeho trhu. Snaha o realizáciu týchto cieľov viedla k zostaveniu Výboru múdrych *Committee of Wise Men*. Výsledkom práce výboru bolo vypracovanie tzv. *Lamfalussyho správy* (LAMFALUSSY, A. et al., 2001) o novom prístupe k regulácii európskych trhov pre cenné papiere. Boli prijaté smernice EÚ (2003/6/ES, 2003/124/ES, 2003/125/ES, 2004/72/ES, 2003/71/ES, 2004/39/ES, 2006/73/ES, 2004/109/ES, 2007/14/ES) označované ako *Lamfalussyho smernice*. Organizačná štruktúra nových výborov pre finančné služby bola ustanovená smernicou 2005/1/ES. Dôvodom bola snaha zmeniť spôsob fungovania trhov v EÚ na efektívny a flexibilný model, ktorý sa dokáže prispôsobiť vývoju na finančných trhoch. Ďalším dokumentom, ktorý revidoval päť rokov pôsobenia *Akčného plánu pre finančné služby*, bola *Zelená kniha o politike finančných služieb* (GREEN PAPER, 2005–2010). Výsledky prijatých opatrení boli zverejnené v *Bielej knihe* (WHITE PAPER, 2005), ktorá predstavila politiku finančných služieb na ďalších päť rokov (do roku 2010). Hlavným cieľom bolo dosiahnutie voľného pohybu kapitálu pri čo najnižších nákladoch, ale pri zabezpečení efektívneho dohľadu nad konaním všetkých zúčastnených subjektov. Tento vývoj však bol zasiahnutý finančnou krízou.

Európska komisia zriadila v novembri 2008 odbornú skupinu, ktorá mala za úlohu vypracovať odporúčania, ako posilniť kooperáciu a konvergenciu orgánov dohľadu v jednotlivých krajinách EÚ s cieľom obnoviť dôveru vo finančný systém. Výsledkom zverejnenej *de Larosièrovej správy* (DE LAROSIERE, J. Group, 2009) boli odporúčania na vytvorenie nového integrovaného modelu dohľadu nad finančnými inštitúciami a trhmi, s cieľom posilniť celkovú finančnú stabilitu v EÚ. Uvedená správa nadväzovala na Lamfalussyho proces a stala sa podkladom pre prípravu novej koncepcie celoeurópskeho finančného dohľadu. Európska rada následne schválila v novembri 2010 päť nariadení a smernicu, ktoré sa stali legislatívnym základom pre vznik *Európskeho systému finančného dohľadu*, ktorý vstúpil do platnosti 1. januára 2011.

Zámerom novoprijatej koncepcie ESFS bolo zaistiť, aby sa náležite uplatňovali pravidlá platné pre finančný trh a ochránila sa tak stabilita a dôvera vo finančný systém pre všetkých spotrebiteľov finančných služieb v celej EÚ (NEBESKÝ, PALUŠ, PÉNZEŠ, ŠESTÁK, 2010 a 2011). Výkon dohľadu je uskutočňovaný na *mikroobozretnej* (*mikroprudenciálnej*) úrovni, t. j. nad obozretným podnikaním finančných inštitúcií, ktorým sa zaoberajú európske orgány dohľadu (ESMA, EBA a EIOPA) a *makroobozretný* (*makroprudenciálny*) dohľad nad finančným systémom celej EÚ (EK, 2009a), ktorý je v pôsobnosti *Európsky výbor pre systémové riziká (ESRB)*.

Schéma 2: Architektúra Európskeho systému finančného dohľadu

Európsky výbor pre systémové riziká (ESRB)		
Európsky orgán pre bankovníctvo - EBA	Európsky orgán pre cenné papiere a trhy - ESMA	Európsky orgán pre poisťovníctvo a dôchodkové poistenie zamestnancov - EIOPA
+ Národné orgány dohľadu (<i>jednotlivých členských krajín</i>) = Európsky systém finančného dohľadu nad finančným trhom (ESFS)		
Obozretný dohľad na mikroúrovni (<i>mikroprudenciálny dohľad</i>)		

Zdroj: Vlastné spracovanie autoriek.

Základnou podmienkou na vytvorenie jednotného trhu je, aby sa minimalizovali rozdiely v podmienkach poskytovania služieb medzi domácimi a cezhranične podnikajúcimi subjektmi a zvýšila sa transparentnosť vykazovaných informácií. Finančná kríza však spôsobila, že došlo k návratu na domáce trhy, keď sa finančné inštitúcie viac sústreďujú na podnikanie na svojich domácich trhoch a neexpandujú, čím dochádza k zníženiu stupňa integrácie. Ak má koncepcia centralizovanej regulácie vykonávať dohľad nad finančnými inštitúciami v celej EÚ, mala by prevziať aj fiškálnu zodpovednosť. Dostatočné právomoci a zodpovednosť by mali tvoriť synergický celok. *Správa ECB o finančnej integrácii* (ECB, 2010) však pripúšťa, že daňou za vysoký stupeň integrácie je rýchlejšie šírenie krízy do celého finančného systému EÚ. Preto je potrebné zamerať sa na vytvorenie krízového manažmentu, ktorý by spolupracoval pri riešení krízových situácií a zabezpečoval pravidelný monitoring a hodnotenie rizík vo väzbe na ich celkový dopad na finančný systém EÚ (GLOBAL RISKS, 2011). Jedným z krokov, ktorým boli tieto vízie realizované, bola novela bankovej smernice o kapitálových požiadavkách. Zaviedla povinnosť, aby orgány dohľadu pri rozhodovaní v krízových situáciách zohľadnili potenciálny vplyv svojich rozhodnutí na stabilitu finančného systému v ostatných členských štátoch a čo najskôr oboznámili príslušné orgány so všetkými informáciami, ktoré sú významné pre výkon ich činnosti. Pôvodný systém dohľadu primárne založený na národnom princípe nesledoval, aký dosah majú opatrenia jedného štátu na ostatné krajiny EÚ, jeho úlohou bolo predovšetkým zabezpečiť národnú finančnú stabilitu. Tok informácií však musí prúdiť aj naopak. ESFS musí mať k dispozícii všetky potrebné informácie od národných orgánov dohľadu, aby mohol účinne vykonávať svoje úlohy. Súčasne musí disponovať dostatočnými právomocami, aby mohol včas a efektívne zasiahnuť v prípade nepriaznivého vývoja. Pre potreby vykonávania makroprudenciálneho dohľadu³ budú vypracúvané makroprudenciálne analýzy finančného

³Viac : EU Regulation 1092/2010.

trhu, ktoré budú mať za úlohu identifikovať možné riziká a ich dosah na finančnú stabilitu EÚ, následne vyhodnotia pravdepodobnosť hrozby daného rizika s odhadom potenciálnych strát spôsobených daným rizikom. Touto úlohou bol poverený ESRB, ktorý na základe monitoringu systémových rizík vykonáva opatrenia eliminujúce zistené riziká. Ďalším cieľom je dohliadať na to, aby opatrenia proti rizikám boli koordinovane vykonávané v rámci celej EÚ, prípadne celosvetovo. Práve finančná kríza ukázala, že zlyhanie jedného článku systému malo za následok reťazovú reakciu, ktorá nakazila aj ostatné subjekty. Kľúčové kritériá určenia systémovej významnosti trhov a inštitúcií by mali mať veľkosť, nahraditeľnosť a vzájomná prepojenosť s ostatnými časťami systému. Tento monitoring by mal byť spolu s informáciami o slabých stránkach finančného systému a s prihliadnutím na národné špecifiká jednotlivých členských krajín, schopný odhaľovať systémové riziká a predchádzať ich dôsledkom.

Snahy o riešenie problémov sú, len je treba zvoliť správnu cestu, aby nové pravidlá skutočne priniesli želaný efekt a prispeli k obozretnosti na finančnom trhu EÚ, nemali by situáciu komplikovať zložitými a časovo náročnými procedúrami, ktoré v konečnom dôsledku daný stav nezlepšia a neprinesú žiadaný efekt pre zainteresované subjekty.

2 KAPITÁLOVÉ POŽIADAVKY NA FINANČNÉ INŠTITÚCIE – OČAKÁVANÉ ZMENY A PRÍNOSY

Okrem novej architektúry dohľadu nad finančným trhom EÚ boli pripravené ďalšie dokumenty, ktoré sa zameriavajú na posilnenie finančnej stability. Pre banky je to aplikácia princípov zo smerníc o kapitálových požiadavkách *The Capital Requirements Directive* (CRD, 2006/49/ES a 2006/48/ES), ktoré zavádzajú v EÚ bazilejskú kapitálovú dohodu, tzv. *Basel II*. Smernice CRD, na rozdiel od pravidiel stanovených v bazilejskej dohode, sú záväzne platné pre všetky úverové inštitúcie a investičné spoločnosti pôsobiace v rámci EÚ. Ich cieľom je zabezpečiť, aby bankový systém dokázal pružne reagovať na zmeny na finančných trhoch a s využitím nových technológií a poznatkov postupne konvergoval k vysoko citlivým technikám vyhodnocovania rizík. Bazilejská rámcová dohoda bola navrhnutá na uplatnenie v medzinárodne pôsobiacich bankách a jej rozšírená pôsobnosť, vymedzená Komisiou EÚ v smerniciach CRD, je v záujme tak vkladateľov ako aj dlžníkov.

V prípade poisťovní je to príprava na prijatie pravidiel koncipovaných v smernici 2009/138/ES o začatí a vykonávaní poistenia a zaistenia, označovanej ako *Solvency II*, ktorá sa stane záväznou pre členské štáty EÚ od 1. januára 2016. Spoločným znakom obidvoch projektov je koncepcia založená na troch pilieroch, ktoré stanovujú kvantitatívne požiadavky, kvalitatívne požiadavky a výkon dohľadu, aby sa v poslednom pilieri nastavila transparentnosť vykonávaných transakcií a pravidiel zverejňovania informácií, takisto ochrana klienta na finančnom trhu a účinný systém vnútornej kontroly a riadenia rizík na mikroúrovni poisťovní. Všetky tieto opatrenia majú za cieľ vytvoriť také podmienky pri poskytovaní finančných služieb a produktov, ktoré zaručia bezpečné a dôveryhodné medzinárodné prostredie, ktoré bude základom finančnej stability v EÚ. Príslušné európske orgány by mali v záujme efektívneho fungovania vnútorného trhu

prispievať ku konzistentnému uplatňovaniu týchto smerníc, ako aj ku konvergencii postupov a techník dohľadu v rámci EÚ, kde svoju úlohu preberá ESFS.

3 KAPITÁLOVÁ PRIMERANOSŤ BÁNK

Hlavnou funkciou účinného dohľadu je ochrániť záujmy klientov (vkladateľov) s cieľom zaistiť bezpečnosť zverených finančných aktív. Túto úlohu možno naplniť iba za predpokladu, že orgán dohľadu disponuje nástrojmi, ktoré v prípade ohrozenia finančného zdravia banky umožnia zasiahnuť aj za cenu obmedzenia práv akcionárov banky. Cieľom dohľadu je nastaviť také pravidlá, aby výška a štruktúra vlastného kapitálu banky bola vždy schopná ochrániť vklady klientov a zaručiť ich návratnosť vzhľadom na riziká, ktoré banka podstupuje pri správe týchto aktív. Kapitálová regulácia tak pôsobí ako kapitálový tlmič, ktorý má zmierňovať nárazy prípadných strát a ich dopad na solventnosť a finančnú stabilitu banky. Ďalšia regulácia kapitálu sa prejavuje v prípade, keď už k naplneniu rizík došlo. Pri nezvládnutí napríklad úverového rizika alebo trhových rizík dokáže dostatočná výška vlastného kapitálu pohltiť väčšie množstvo strát bez ohrozenia klientov banky. Problémy jednej banky sa v globalizovanej ekonomike rýchlo prenesú na ďalšie finančné inštitúcie a môžu spôsobiť vážne problémy celému finančnému trhu.

Tendencia ovplyvňovať výšku vlastných zdrojov ako zábezpeku proti úverovému riziku a následne aj ďalším rizikám, ktoré ohrozujú investičné podnikanie bánk, je zrejmá už od začiatku aktivít *Bazilejského výboru pre bankový dohľad*. Výbor vydal v roku 1988 pre medzinárodne aktívne banky pravidlá kapitálovej primeranosti - *Basel Capital Accord*, tzv. *Basel I*. Tieto prvé pravidlá sa stali súčasťou legislatívy EÚ. Vývoj a rastúca zložitosť bankových transakcií si vyžiadali revíziu pôvodnej dohody a stanovenie nových pravidiel výkonu dohľadu nad bankami, zohľadňujúce aj moderné prístupy k riadeniu rizík. Výsledkom revízie bolo prijatie pravidiel *New Basel Capital Accord*, tzv. *Basel II*, ktoré boli postupne implementované do legislatívy členských štátov EÚ prostredníctvom smerníc CRD. Štruktúra bankového kapitálu podľa pravidiel *Basel II* bola založená na troch pilieroch a zahŕňala **vlastný kapitál**, ktorý tvoril základnú a najkvalitnejšiu zložku regulačného kapitálu banky (splatené základné imanie, emisné ážio, rezervné fondy a nerozdelený zisk minulých rokov). Takto vypočítaná hodnota sa následne znížila o neuhradené straty minulých rokov, významné straty bežného roka, hodnotu goodwillu a ostatných nehmotných aktív, hodnotu vlastných akcií v držaní banky, podiely a nástroje v iných spoločnostiach a podriadené pohľadávky. Druhú zložku tvoril **dodatkový kapitál**, ktorý predstavoval menej kvalitnú zložku kapitálu (napr. kapitálové fondy, oceňovacie rozdiely z precenenia stálych aktív). Tretia zložka kapitálu predstavovala návratný cudzí zdroj (niečo ako dotáciu), ktorá bola v kompetencii národných dohliadacích orgánov.

Prehľbujúca finančná kríza si vyžiadala revíziu platných smerníc tak, aby zodpovedali aktuálnej situácii na finančných trhoch ovplyvnených finančnou a ekonomickou krízou. Koncepcia nových pravidiel označovaná ako *Basel III* (Basel III., 2010) mala za cieľ zabezpečiť, aby bankový systém v Európe veľmi citlivo reagoval na riziká a konvergoval k vysoko citlivým technikám vyhodnocovania rizík pomocou interných modelov a modelových procesov, zavádzaním postupov stresového testovania

svojich aktív proti úverovému, trhovému a operačnému riziku a pod., z čoho sa následne odvíja požiadavka na výšku vlastného kapitálu, ktorý musí mať banka k dispozícii.

Banky by preto mali zaviesť metódy a postupy hodnotenia a udržiavania primeranosti vlastného kapitálu, ktoré dokážu flexibilne reagovať na zmeny rizík vyvolané najmä systémovým rizikom. Zodpovednosťou národného regulátora je ubezpečiť sa, že banky majú dobrú organizáciu a primerané vlastné zdroje so zreteľom na riziká, ktorým sú alebo môžu byť vystavené, a dohliadnuť, aby zverejňované informácie boli pravdivé, zrozumiteľné a porovnateľné. Výpočet kapitálovej primeranosti určuje vzťah medzi vlastným kapitálom banky, ktorý je využiteľný na výpočet kapitálovej požiadavky, a regulátorom stanoveným kapitálovým požiadavkám na základe odhadu rizík ohrozujúcich výkon činnosti. Najviac kvalitnú zložku kapitálu predstavuje vlastné imanie banky, ktoré bude naďalej preferované ako zábezpeka krytia finančných strát. Cieľom prijatých opatrení je zlepšiť schopnosť bánk absorbovať stresové záťaže plynúce z finančných a ekonomických šokov, zlepšiť riadenie rizík a vlastného kapitálu a posilniť transparentnosť a dôveryhodnosť bánk. *Basel III* rozlišuje už iba dva piliere: *Going Concern Capital*, ktorý tvorí vlastný kapitál a dodatkový kapitál a *Gone Concern Capital*, ktorý je určený na krytie strát po ukončení činnosti banky.

Úlohou nastavenia pravidiel kapitálovej primeranosti bánk je určiť požiadavky na kapitálovú vybavenosť tak, aby akékoľvek potenciálne straty v budúcnosti, spojené s dnešnými rizikami, boli pokryté ich vlastnými zdrojmi. Súčasne, aby už existujúce straty boli premietnuté do výsledku hospodárenia, čím znížia vlastný kapitál banky, čo pocítia vlastníci kapitálu a nie vkladatelia. Podstatou koncepcie kapitálovej primeranosti je zmerať riziká ohrozujúce banku v prípade nepriaznivého vývoja vonkajšieho ekonomického prostredia a stanoviť tomu zodpovedajúcu minimálnu hranicu kapitálu. Súčasne by to malo motivovať banky vyvíjať vnútorné modely a procesy na čo najpresnejšie meranie rizík, ktoré umožnia stanoviť kapitálovú požiadavku v optimálnej miere bez toho, aby musel byť vlastný kapitál zbytočne vysoký.

4 KAPITÁLOVÁ PRIMERANOSŤ POISŤOVNÍ

Poisťovne, rovnako ako banky, poskytujú svoje finančné služby na komerčných a konkurenčných princípoch v prostredí finančného trhu EÚ. Na to, aby poisťovňa mohla vykonávať úlohy, ktoré tvoria predmet jej činnosti, musí si nastaviť účinnú ochranu zdrojov, ktoré získala z poistenia, a ktoré použije na úhradu budúcich záväzkov (poistných plnení). Na zabezpečenie schopnosti mať v každom okamihu dostatok zdrojov na úhradu týchto záväzkov, si poisťovňa vytvára rezervy (cudzie zdroje) z prijatého poistného. Princíp solventnosti však nastavuje požiadavku, aby poisťovňa bola spôsobilá preukázať, že napriek vytvoreným rezervám, bola by schopná kedykoľvek uhradiť všetky svoje záväzky z poistných zmlúv aj z vlastného kapitálu (vlastných zdrojov). Na tieto účely boli vyvíjané iniciatívy na úrovni EÚ už od 70. rokov minulého storočia, ktorých výsledkom bolo prijatie smerníc prvej generácie (73/239/EHS a 79/267/EHS), ktoré boli postupne novelizované a dopĺňané ďalšími smernicami druhej a tretej generácie. Vývoj a potreby poistného trhu si postupom času vyžiadali prehodnotenie požiadaviek na kapitálovú vybavenosť poisťovní. Výsledkom týchto iniciatív bolo prijatie smerníc označovaných ako

Solvency I, ktorých implementácia do národnej legislatívy sa stala pre členské krajiny záväzná počnúc rokom 2004. Súčasný vývoj na finančných trhoch ovplyvnený dôsledkami krízy ešte urýchlil potrebu nastaviť účinnejšie mechanizmy ochrany poistených klientov. Treba zabezpečiť finančnú stabilitu poisťovne najmä z dlhodobého hľadiska pre očakávané záväzky, ktorých plnenie môže nastať v horizonte desiatich, dvadsiatich i tridsiatich rokov. Súčasný systém regulácie zabezpečovaný prostredníctvom *Solvency I* nereaguje na nové trendy rozvoja informačných a komunikačných technológií, sofistikované matematicko-štatistické metódy a nové prístupy k simulácii rizikových scenárov pre potreby vykazovania solventnosti. Stanovuje iba minimálnu kapitálovú požiadavku formou jednoduchého faktorového výpočtu, tzv. *požadovanú mieru solventnosti*. Každý členský štát sám rozhoduje, či pristúpi k prísnejšej národnej regulácii, čím sa vytvára nehomogénne regulačné prostredie na poisťnom trhu. Cieľom *Solvency II* je vytvoriť finančne zdravé prostredie poisťného trhu, ktoré ochráni záujmy poistencov (príjemcov poisťných plnení) tým, že zabezpečí vyššiu kvalitu riadenia rizík pri správe finančných aktív a efektívnu alokáciu kapitálu potrebného na preukázanie kapitálovej sily poisťovne. Nové pravidlá solventnosti vychádzajú zo štvorúrovňovej štruktúry *Lamfalussyho architektúry finančných služieb* (LAMFALUSSY, A. et al., 2001). Lamfalussyho prístup má umožniť, aby nový režim solventnosti pružne reagoval na vývoj a zmeny na finančnom trhu a bol v súlade s vývojom v oblasti medzinárodného finančného vykazovania (IFRS) poisťovní a zaistovní. Projekt *Solvency II* je založený na troch pilieroch. Okrem stanovenia *kvantitatívnych požiadaviek* na kapitál (1. pilier) vo väzbe na podstupované riziká (poistné, kreditné, trhové a operačné) budú poisťovne a zaistovne povinné plniť *kvalitatívne požiadavky* týkajúce sa systému riadenia rizík a vnútornej kontroly a režimu dohľadu (2. pilier). Rovnako budú nastavené pravidlá trhovej disciplíny, ktoré určia *požiadavky na výkazníctvo a zverejňovanie informácií* nielen pre potreby regulácie, ale aj pre ostatných používateľov (3. pilier).

Preukazovanie solventnosti poisťovne je založené na plnení dvoch predpokladov, a to požiadavky kapitálovej solventnosti (*Solvency Capital Requirement – SCR*) a minimálnej kapitálovej požiadavky (*Minimum Capital Requirement – MCR*), pričom každá z nich je počítaná na iné účely. Hodnota SCR by mala vyjadrovať celkovú úroveň kapitálu, ktorý odráža rizikový profil danej poisťovne vypočítaný podľa štandardného vzorca alebo použitím interného rizikového modelu. Poisťovňa bude musieť SCR trvale monitorovať a udržať vlastné zdroje v požadovanej štruktúre na zabezpečenie jeho krytia. Pokles vlastných zdrojov pod SCR bude signalizovať problémy v kapitálovej vybavenosti poisťovne, čo bude oprávňovať orgán dohľadu prijať nápravné opatrenia. Požiadavka na MCR bude ale vyjadrovať minimálnu hranicu kapitálu, ktorej pokles pod túto hodnotu by predstavoval vážne ohrozenie záujmov poistených a oprávnených osôb určených na prijatie poisťného plnenia. Pokles vlastných zdrojov pod MCR bude iniciovať dohľad prijať krajné opatrenia, napríklad pozastaviť činnosť alebo odobrať licenciu. Výpočty obidvoch požiadaviek by mali byť úzko prepojené a založené na prístupe zohľadňujúcom riziká. Ústrednou myšlienkou je zainteresovať poisťovne na efektívnom manažovaní svojich rizík, pretože ak ich budú riadiť kvalitne a využívať vhodné metódy ich zmierňovania, budú vystavené nižším kapitálovým požiadavkám, čo bude platiť aj naopak.

Na výpočet SCR sa použijú metódy hodnoty v riziku (*Value at Risk*), a to štandardný vzorec na výpočet kapitálovej solventnosti alebo vnútorný model.

Štandardný vzorec SCR = základná SCR
+ kapitálová požiadavka na operačné riziko
+ úprava zohľadňujúca kapacitu technických rezerv
absorbovať straty a odložené daňové povinnosti

Nový režim regulácie poistného trhu EÚ mal už niekoľkokrát posunutú účinnosť. Vzhľadom na rozsah a náročnosť implementovania zmien boli orgánom EIOPA vykonávané rôzne analýzy, prieskumy a štúdie zamerané na overenie účinnosti a efektívnosti pripravovaného systému regulácie. Napríklad *Štvrtá kvantitatívna dopadová štúdia* (CEIOPS QIS 4, 2008) a *Piata kvantitatívna dopadová štúdia* (EIOPA QIS 5, 2011) mapovali pripravenosť poisťovní a zaistovní na nové pravidlá a skúmali kvantitatívne dosahy spočívajúce v nastavení kalibrácie štandardných vzorcov na výpočet SCR a MCR a metód použitých na stanovenie hodnoty jednotlivých položiek súvahy. Nový prístup bude uplatnený práve pri oceňovaní aktív, vlastných zdrojov a záväzkov, najmä technických rezerv. Aktíva budú oceňované v hodnote, za akú by sa dali predat', resp. vymeniť v nezávislej transakcii, a záväzky v cene, za akú by sa dali previesť na iný subjekt. Vykazovanie aktív a pasív v súvahe v reálnej hodnote, ktorá zodpovedá ich podmienkam obchodovania, zabezpečí, že ich ocenenie bude objektívne a vzájomne zosúladené, orientujúce sa na budúcnosť, čo je chápané ako najúčinnnejšia ochrana proti možnému ohrozeniu práv poistených. Vlastné zdroje poisťovne slúžia ako ochrana proti rizikám, ktoré majú za cieľ absorbovať finančné straty v prípade, ak by neboli kryté z technických rezerv.

Určenie výšky vlastných zdrojov oprávnených na krytie dvoch kapitálových požiadaviek SCR a MCR vychádza z trojstupňového postupu. Spočíva v určení vlastných zdrojov (súčet položiek základných a dodatkových vlastných zdrojov), klasifikácii vlastných zdrojov (zatriedenie do troch tried podľa kvality a rôznej schopnosti absorpcie strát) a oprávnenosti vlastných zdrojov (pre ich uznávanie na účely plnenia kapitálových požiadaviek SCR a MCR). Smernica stanovuje presné požiadavky na výpočet jednotlivých položiek, ktoré sú potrebné na zistenie solventnosti. Osobitná pozornosť je venovaná stanoveniu výšky technických rezerv. Ich reálne ohodnotenie bude založené na stanovení najlepšieho odhadu, ktorý predstavuje očakávané peňažné toky so zohľadnením časovej hodnoty peňazí vrátane rizikovej marže. Tento prístup by mal zaručiť, že celková hodnota technických rezerv bude v každom okamihu zodpovedať sume, ktorú by žiadala tretia strana pri prevzatí portfólia poistných zmlúv, potrebnej na splnenie súvisiacich práv a záväzkov. Výpočet musí vychádzať z informácií, ktoré poskytnú finančné trhy a dostupné údaje o poistných a investičných rizikách na určenie predpokladov, ktoré najlepšie zodpovedajú charakteristikám portfólia spravovaných poistných a investičných zmlúv⁴. Solventnosť II má ambíciu významne zmeniť spôsob regulácie dohľadu európskeho poistného trhu. QIS 4 preukázala dobrú pripravenosť slovenských poisťovní na akceptáciu

⁴ Viac : Report CEIOPS QIS 4 for Solvency II (2008).

pravidiel *Solvency II*. Slovenské poisťovne zostavujú svoje účtovné závierky podľa IFRS už od roku 2006 a technické rezervy, ako aj aktíva už v reálnej hodnote oceňujú.

Záver

Poisťovne čakajú zmeny v nastavení novej úrovne kapitálových požiadaviek stanovených v *Solvency II*. Na účely dopadu kvantitatívnych požiadaviek novej regulácie na slovenské poisťovne boli vykonané rôzne štúdie a stresové testovanie. Výsledky zverejnené NBS spracované pre EIOPA preukázali, že slovenské poisťovne budú pripravené na prijatie nových pravidiel. Rovnako banky pracujú na plnení nových princípov regulácie tak, aby v budúcnosti dokázali čeliť krízovým situáciám. Úlohou projektu *Basel III* je posilniť monitoring v bankovom sektore a zvýšiť transparentné správanie bánk. To nastaví prísnejšiu kontrolu riadenia rizík vo väzbe na kapitálovú primeranosť tak, aby sa zlepšila schopnosť bánk absorbovať straty v čase krízových záťaží. Pravidlá *Basel III* budú realizované po etapách do roku 2019. Okrem ďalších opatrení by mali pre banky zaviesť vyššiu kapitálovú primeranosť vo výške 9 % základného kapitálu a vytvoriť viacero bankových a kapitálových tlmčov, ktoré budú eliminovať negatívne účinky výkyvov na trhoch.

Finančná kríza vyvolala potrebu prijímať radikálne spoločensky prospešné reformy, ktoré by inak v podmienkach konjunktúry, v čase ekonomického optimizmu, boli ťažko priechodné. Nastavila tak výzvy na ozdravenie finančného systému, regeneráciu ekonomík a prijímanie zmien, ktoré, ak budú vykonávané uvažene, prispievajú k obnoveniu hospodárskeho rastu a stratenej dôvery vo finančné trhy.

Kľúčové slová

finančný trh, banka, poisťovňa, kapitálová primeranosť, Solvency II

Klasifikácia JEL

G15, G17, G21, G22, G28

LITERATÚRA

- [1] BASEL COMMITTEE ON BANKING SUPERVISION. 2004. *International Convergence of Capital Measurement and Capital Standards*. A Revised Framework. Bank for International Settlements. ISBN 92-9131-669-5.
- [2] Basel III. 2010. *A global regulatory framework for more resilient banks and banking systems*. BIS- Basle Committee on Banking Supervision, 2010. Dostupné na: <http://www.bis.org/publ/bcbs189_dec2010.pdf>, 9. 4. 2015.
- [3] BIELA KNIHA: *Politika finančných služieb 2005-2010*. WHITE PAPER. KOM (2005) 629, Brusel 1. 12. 2005. Dostupné na: <<http://www.finance.gov.sk/Default.aspx?CatID=4829>>, 16. 4. 2015.
- [4] BLUM, J. 2008. *Why Basel II may need a leverage ratio restriction*. Journal of Banking and Finance, Swiss National Bank, Börsenstrasse 15, P.O. Box, CH-8022 Zurich. 32, p. 1699-1707. ISSN 1660-7716.

-
- [5] CEIOPS.2008. *Ceiops' Report on its fourth Quantitative Impact Study (QIS4) for Solvency II*. Dostupné na: <https://eiopa.europa.eu/fileadmin/tx_dam/files/consultations/QIS/CEIOPS-SEC-82-08%20QIS4%20Report.pdf>, 16. 4. 2015.
- [6] CEA.2010. *Prečo sú poisťovne špecifický sektor? Z analýzy Európskej federácie národných asociácií poisťovní a zaistovní*. Biatec. NBS, 18, č. 7, s. 26-28. ISSN 1335 – 0900.
- [7] CIPRA, T. 2002. *Kapitálová príměřenosť ve financích a solventnost v pojišťovníctví*. Praha : Ekopress, 2002. 271 s. ISBN 80-86119-54-8.
- [8] DE LAROSIERE, J. Group. 2009. *The high-level group on financial supervision in the EU*. Report. Dostupné na: <http://ec.europa.eu/internal_market/finances/docs/de_larosiere_report_en.pdf>, 9. 2. 2015.
- [9] ECB. 2010. *Finančná integrácia v Európe – ECB*. Dostupné na: <<http://www.ecb.int/pub/pdf/other/financialintegrationineurope201004en.pdf>>, 19. 3. 2015.
- [10] EIOPA. 2011. *Report on the fifth Quantitative Impact Study (QIS 5) for Solvency II*. Dostupné na: <https://eiopa.europa.eu/fileadmin/tx_dam/files/publications/reports/QIS5_Report_Final.pdf>, 8. 4. 2015.
- [11] EK. 2009a. *Návrh nariadenia Európskeho parlamentu a Rady o makroprudenciálnom dohľade nad finančným systémom na úrovni Spoločenstva a o zriadení Európskeho výboru pre systémové riziká*. Dostupné na: <<http://eur-lex.europa.eu/LexUriServ/LexUriServ.do?uri=COM:2009:0499:FIN:EN:PDF>>, 2. 4. 2015.
- [12] EK. 2009b. *Smernica Európskeho parlamentu a Rady 2009/138/ES o začatí a vykonávaní poistenia a zaistenia (Solventnosť II – prepracované znenie)*. Úradný vestník EÚ. L 335/1. 17. 12. 2009.
- [13] EK. 2006a. *Smernica Európskeho parlamentu a Rady 2006/48/ES o začatí a vykonávaní činností úverových inštitúcií (prepracované znenie)*. Úradný vestník EÚ. L 177/1. 30. 6. 2006.
- [14] EK. 2006b. *Smernica Európskeho parlamentu a Rady 2006/49/ES o kapitálovej primeranosti investičných spoločností a úverových inštitúcií (prepracované znenie)*. Úradný vestník EÚ. L 177/201. 30. 6. 2006.
- [15] EK. 1999. *Akčný plán pre finančné služby*, zverejnenie Komisie KOM (1999) 232, Brusel 11. 5. 1999.
- [16] GLOBAL RISKS 2011. *World Economic Forum*. Sixth Edition. Geneva. Dostupné na: <<http://www.weforum.org/issues/global-risks>>, 8. 4. 2015.
- [17] JUHÁSZOVÁ, Z., TUMPACH, M. 2010. *Test primeranosti záväzkov*. In *Ekonomika a informatika: FHI EU - Bratislava* : 2010. 8, č. s. 128-137. ISSN 1336-3514.
- [18] LAMFALUSSY, A. et al. 2001. *Final report of the Committee of Wise men on the Regulation of European Securities markets*. Brusel. Dostupné na internete:
-

- <http://ec.europa.eu/internal_market/securities/docs/lamfalussy/wisemen/final-report-wise-men_en.pdf>, 5. 4. 2015.
- [19] NBS. 2010. *Analýza pripravenosti poisťovní na Solventnosť II*. Dostupné na: <http://www.nbs.sk/_img/Dokumenty/DohladORM/Poisťovníctvo/Analýza_pripravenosti_poisťovní_na_Solventnosť_II.pdf>, 23. 4. 2015.
- [20] NBS. 2007-2011. *Analýzy slovenského finančného sektora*. Dostupné na: <<http://www.nbs.sk/sk/publikacie/publikacie-nbs/analýzy-slovenskeho-financneho-sektora>>, 5. 4. 2015.
- [21] NEBESKÝ, Š., PALUŠ, P., PÉNZEŠ, P., ŠESTÁK, Ľ. 2010. *Súvislosti vzniku nového usporiadania regulácie a dohľadu nad finančným trhom v Európskej únii*. In. Biatec. NBS, Bratislava :2010. 18, č. 10, s. 22-27. ISSN 1335 - 0900.
- [22] NEBESKÝ, Š., PALUŠ, P., PÉNZEŠ, P., ŠESTÁK, Ľ. 2011. *Stručný prehľad právomocí a organizačnej štruktúry nových európskych subjektov dohľadu*. In. Biatec. NBS. Bratislava : 2011. 19, č. 1, s. 19-30. ISSN 1335 - 0900.
- [23] ONDRUŠOVÁ, L. PARAJKA, B.2014. *The Revaluation of assets and liabilities at fair value in merger*. In Managing and modelling of financial risks : proceedings : 7th international scientific conference : 8th - 9th september 2014, Ostrava, Czech Republic. Ostrava : VŠB - Technical University of Ostrava, 2014. ISBN 978-80-248-3631-7, s. 577-581.
- [24] KUBAŠČIKOVÁ, Z. PAKŠIOVÁ, R. 2014. Risk in finance from the perspective of an accounting theory. In *Financie a riziko 2014: proceedings of the 16th international scientific conference* : Bratislava, vol. 1. EKONÓM, 2014. ISBN 978-80-225-3991-3, s. 125-128.
- [25] ZELENÁ KNIHA. 2005. *Politika finančných služieb 2005-2010*. GREEN PAPER KOM (2005) 177, Brusel 3. 5. 2005.

RESUMÉ

Príspevok skúma dôsledky globálnej recesie na vývoj finančného trhu vo vybraných subjektoch (banky a poisťovne) a analyzuje faktory, ktoré majú vplyv na ich dosahované ekonomické výsledky. Zaoberá aj rizikami, ktoré ovplyvňujú vykonávanie finančnej činnosti v bankách a poisťovniach vo väzbe na nové pravidlá kapitálových požiadaviek. Na tento účel boli použité metódy analýzy všeobecných trendov vybraných ukazovateľov v slovenských bankách a poisťovniach, legislatívne materiály a dokumenty EÚ, poznatky z vedeckej a odbornej literatúry, štatistických údajov a publikovaných materiálov Národnou bankou Slovenska – NBS, Európskou centrálnou bankou – ECB, Štatistickým úradom SR a Eurostatom. V rámci metodológie príspevku sú analyzované hlavné problémové okruhy, ktoré tvoria východiská na ekonomickú diskusiu. Tou je analýza integrovaného dohľadu nad európskym finančným trhom, so skúmaním predností a nedostatkov súčasných, ako i pripravovaných pravidiel regulácie, analýza implementácie pravidiel *Basel II*, *Solventnosť II* a prístupu bánk a poisťovní k plneniu požiadaviek kapitálovej vybavenosti a merania rizík pri vykonávaní ich činnosti, zhodnotenie vplyvu efektov *Basel II* a *Basel III* a *Solventnosť II* na finančnú stabilitu v EÚ.

SUMMARY

The current financial crisis is specific to its global extent, thanks to which it is spreading among particular country economies. The world economy overcomes the financial crisis only provided that public finances are stabilized. If restoring balance in the financial markets and re-win the trust of clients and investors. Specially united financial market regulation in European Union could give back lost credit to financial markets. European financial supervision must dispose by additional instruments to be able effectively monitors activities of all subjects on financial market and intervene in case of deficiencies found. Primary task of banks and insurance companies to overcome impacts of the crisis, stabilize their position on the market and strengthen their capital adequacy according to rules set by European Union. Projects Basel II and Basel III should ensure transparency of bank enterprising, more severe supervision of risk management and fortify own capital to improve ability of banks to face losses in times of crisis. Project Solvency II made up for insurance companies have an ambition to set up rules for ensuring their financial stability and protection of insured customers' interests. In future it should protect from repeating of crisis situations. The aim of the article is to investigate impacts of global recession on actual development of financial market at chosen subjects and analyze process of accepting of new rules in European Union, which have to ensure their economic prosperity in the future.

Kontakt

doc. Ing. Jitka Meluchová, PhD., Katedra účtovníctva a audítorstva, Fakulta hospodárskej informatiky, Ekonomická univerzita v Bratislave, Dolnozemska cesta 1, 852 35 Bratislava, tel.: +421 2/672 95 757, e-mail: jitka.meluchova@euba.sk

Ing. Martina Mateášová, PhD., Katedra účtovníctva a audítorstva, Fakulta hospodárskej informatiky, Ekonomická univerzita v Bratislave, Dolnozemska cesta 1, 852 35 Bratislava, tel.: +421 2/672 95 765, e-mail: martina.mateasova@gmail.com

Jana Mihalechová
Mária Bilíková

VPLYV ÚROKOVEJ MIERY NA VÝŠKU DÔCHODKOV Z II. PILIERA

Úvod

Dôchodkový systém predstavuje hlavnú súčasť sociálneho zabezpečenia občanov, ktorý určuje životnú úroveň určitej časti populácie a má významný dopad na hospodárstvo celého štátu. Systém dôchodkového zabezpečenia na Slovensku prešiel mnohými zmenami. Jednou z najdôležitejších bola dôchodková reforma z roku 2004, kedy bol prijatý Zákon o starobnom dôchodkovom sporení č. 43/2004 Z. z. Práve vďaka tejto reforme, s platnosťou od 1. 1. 2005, je dôchodkový systém na Slovensku založený na troch pilieroch, pričom I. pilier je priebežný, II. pilier kapitalizačný a III. pilier doplnkový.

V článku sa zameriame na II. pilier dôchodkového zabezpečenia, ktorý prešiel v minulom roku zmenou (zákon schválený 5. 6. 2014) zameranou najmä na výplaty dôchodkov z tohto piliera. Uskutočníme niektoré aktuárske výpočty, súvisiace s výškou takýchto dôchodkov a budeme analyzovať, ako na tieto hodnoty bude vplývať výška úrokovej miery.

Podľa Zákona č. 39/2015 Z. z. o poisťovníctve ([9]) je technická úroková miera taká úroková miera, ktorú poisťovne používajú na výpočet poisťného a technických rezerv na životné poistenie. Predstavuje takú mieru zhodnotenia finančných prostriedkov, pri ktorej sa hodnota budúcich záväzkov vyplývajúcich z poistenia rovná hodnote budúceho poisťného.

1 II. PILIER DÔCHODKOVÉHO ZABEZPEČENIA NA SLOVENSKU

II. pilierom dôchodkového zabezpečenia na Slovensku je starobné dôchodkové sporenie, ktoré vykonávajú jednotlivé dôchodkové správcovské spoločnosti (ďalej DSS). Tento typ sporenia je príspevkovo definovaný, teda výška dôchodku je určená zo zaplatených príspevkov a príslušného výnosu z ich investovania. Fyzická osoba, ktorá sa stáva poistencom v systéme sociálneho zabezpečenia, sa môže počas 6 mesiacov rozhodnúť, či zostane výlučne v I. pilieri alebo sa zapojí do II. piliera. V prípade, že táto osoba sa rozhodne vstúpiť do systému dôchodkového sporenia, odvodové zaťaženie vo výške 18 % z vymeriavacieho základu sa rozloží medzi I. a II. pilier. Od 1. 9. 2012, podľa zákona č. 252/2012 Z. z., sa odvod do sociálnej poisťovne zvýšil z pôvodných 9 % na 14 % a výška príspevku na osobný dôchodkový účet vo vybranej DSS sa znížila z pôvodných 9 % na 4 %. Je dôležité poznamenať, že je naplánované postupné zvyšovanie pomeru odvodov od roku 2017, a to v prospech II. piliera každoročne o 0,25 % až do roku 2024, kedy dosiahne výšku 6 %. II. pilier teda

predstavuje dôchodkové zabezpečenie, v ktorom je štátny dôchodok doplnený dôchodkom z II. piliera. Jeho výška závisí aj od toho ako sa súkromným dôchodkovým správcovským spoločnostiam podarí zhodnotiť prostriedky sporiteľa na finančných trhoch. Nasporená časť odvodov je majetkom sporiteľa a v prípade smrti je tento majetok predmetom dedenia. Sporitelia si môžu od 1. 1. 2013 okrem odvodov platiť aj dobrovoľné príspevky, ktoré musia uviesť vo svojej zmluve o starobnom dôchodkovom sporení. Tieto príspevky sú daňovo zvýhodnené, a to najviac do výšky 2 % zo základu dane zisteného z príjmu sporiteľa. Toto daňové zvýhodnenie si sporiteľ mohol po prvýkrát uplatniť v roku 2014 (za rok 2013).

1.1 Anuitná novela

Vládny návrh zákona, ktorý mení a dopĺňa zákon č. 43/2004 Z. z. o starobnom dôchodkovom sporení a o zmene a doplnení niektorých zákonov v znení neskorších predpisov a ktorým sa menia a dopĺňajú niektoré zákony, bol 5. 6. 2014 schválený Národnou radou Slovenskej republiky, s účinnosťou od 1. 7. 2014, v prípade niektorých paragrafov s účinnosťou od 1. 1. 2015, čím sa zrodila anuitná novela (Zákon č. 183/2014 Z. z. – [8]), od ktorej sa očakáva, že bude prinášať zodpovedné riešenia pre sporiteľov.

Na základe anuitnej novely by sa mal starobný dôchodok z II. piliera vyplácať rovnako ako v I. pilieri. Vyplácanie dôchodku už nebude podmienené zachovaním minimálneho obdobia sporenia najmenej 10 rokov, ale bude vyplácaný dovŕšením dôchodkového veku. Novela taktiež upravuje vyplácanie starobných dôchodkov a predčasných starobných dôchodkov, a to formou doživotného dôchodku, dočasného dôchodku a programového výberu. Pri pozostalostnom dôchodku sú to vdovský alebo vdovecký dôchodok a sirotsky dôchodok. V prípade, že by chcel sporiteľ začať poberať predčasný starobný dôchodok, musí byť súčet súm predčasného starobného dôchodku, na ktorého výplatu vznikol nárok (z I. piliera) a doživotného predčasného starobného dôchodku (z II. piliera) vyšší ako 1,2 násobok sumy životného minima. Cieľom je, aby úhrn súm predčasných starobných dôchodkov z oboch pilierov bol v dostatočnej výške, a tým minimalizoval možnosť vzniku nároku na dávku v hmotnej núdzi.

Ďalšou zmenou, ktorú prináša anuitná novela, je, že starobný dôchodok, predčasný starobný dôchodok a pozostalostný dôchodok sa budú vyplácať mesačne pozadu, pričom túto vyplácanú sumu môže dôchodková správcovská spoločnosť alebo poisťiteľ znížiť o oprávnené vynaložené náklady na výplatu dôchodku v hotovosti.

S platnosťou od 1. 1. 2015, ak sporiteľ požiada o vyplácanie starobného alebo predčasného starobného dôchodku, DSS alebo Sociálna poisťovňa zadá cez ponukový systém pokyn na vydanie certifikátu. Certifikátom je elektronické potvrdenie o sume zodpovedajúcej aktuálnej hodnote osobného dôchodkového účtu sporiteľa. Poisťiteľ¹ vyhotoví sporiteľovi v deň vydania certifikátu cez ponukový systém ponuku doživotného starobného alebo predčasného starobného dôchodku:

¹ Ide o životnú poisťovňu, ktorá má licenciu na výplaty dôchodkov z II. piliera od Národnej banky Slovenska.

1. bez zvyšovania dôchodku a bez pozostalostných dôchodkov,
2. so zvyšovaním dôchodku a bez pozostalostných dôchodkov,
3. bez zvyšovania dôchodku a s pozostalostnými dôchodkami s obdobím výplaty 1 rok,
4. bez zvyšovania dôchodku a s pozostalostnými dôchodkami s obdobím výplaty 2 roky,
5. so zvyšovaním dôchodku a s pozostalostnými dôchodkami s obdobím výplaty 1 rok,
6. so zvyšovaním dôchodku a s pozostalostnými dôchodkami s obdobím výplaty 2 roky.

V prípade dôchodkov s pozostalostnými dôchodkami, ktoré si môže sporiteľ zvoliť na obdobie výplaty jedného alebo dvoch rokov, takýto pozostalostný dôchodok zníži výšku doživotného dôchodku asi o 5 % v prípade výplaty na obdobie jedného roka a asi o 10 % v prípade výplaty na obdobie dvoch rokov.²

Poistiteľ môže v deň vydania certifikátu cez ponukový systém vyhotoviť sporiteľovi aj ponuku dočasného starobného alebo predčasného starobného dôchodku. Takisto na základe výsledkov ponukového systému môže ponúknuť vyplácanie starobného dôchodku programovým výberom alebo predčasného starobného dôchodku programovým výberom. Správcom ponukového systému je Sociálna poisťovňa.

Anuitná novela upravuje spôsob vyplatenia nasporenej sumy v prípade smrti poisteného tak, že nasporená suma sa stáva predmetom dedičského konania, teda nebude vyplatená iba manželovi resp. manželke, ale budú mať na vyplatenie svojho podielu právo aj deti zomretého, prípadne ďalšie osoby v rámci prvej dedičskej skupiny.

Ďalšou zmenou je zmluva o poistení dôchodku, na základe ktorej sa pri doživotnom dôchodku poisťuje riziko dlhovekosti a smrti poisteného a pri dočasnom dôchodku sa poisťuje riziko dožitia.

Podľa § 32 anuitnej novely zákona je umožnené dedenie aj vo fáze výplaty doživotného dôchodku, ak poberateľ zomrie skôr, ako mu bolo vyplatených 84 mesačných dôchodkov. V tomto prípade ide o sumu, zodpovedajúcu rozdielu medzi hodnotou 84 mesačných dôchodkov a už vyplatenými dávkami. V prípade dočasného dôchodku takáto garancia neplatí, a teda ak poberateľ dočasného dôchodku zomrie skôr, ako je doba výplaty dočasného dôchodku, suma nevyplatených dávok sa nededí.

Tejto problematike sa pre zjednodušenie výpočtov v článku nevenujeme, v aktuárskych výpočtoch je však potrebné počítať aj s touto skutočnosťou. Budeme sa venovať doživotnému starobnému dôchodku bez pozostalostných dôchodkov, teda 1. a 2. typu bez garancie. Pre niektorých dôchodcov by mohlo byť zaujímavejšie, keby systém poskytoval aj takýto typ dôchodkov, týka sa to najmä tých, ktorí nemajú priamych príbuzných a ich záujem o garanciu výplaty pre pozostalých je minimálny.

² Takúto percentuálnu výšku uvádza Allianz - Slovenská dôchodková správcovská spoločnosť, a. s. [1]

2 AKTUÁRSKE VÝPOČTY PRE ZVOLENÝ MODEL DOŽIVOTNÉHO DÔCHODKU

Predpokladajme, že poistiteľ získal certifikát o sume zodpovedajúcej aktuálnej hodnote (označíme π) osobného dôchodkového účtu sporiteľa, ktorý vo veku x rokov požiadal o doživotný starobný dôchodok prvého resp. druhého typu. Je úlohou aktuára poistiteľa vytvoriť ponuku takéhoto dôchodku použitím poistno-matematických metód tak, aby bola zabezpečená trvalá splniteľnosť záväzku poistiteľa voči poistenému.³ V nasledujúcej časti uvedieme vzorce, na základe ktorých sa tieto aktuárske výpočty môžu uskutočňovať.

Za základ zoberieme deterministický diskretný prístup vychádzajúci z princípu ekvivalencie a princípu fiktívneho súboru s použitím komutačných čísel.⁴ Podľa princípu ekvivalencie musí aktuálna hodnota dôchodkového účtu pokryť všetky výplaty dôchodkov i náklady poistiteľa. Je teda jednorazovým poistným a platí:

$$\pi = SH(d) + SH(n) \quad (1)$$

kde $SH(d)$ znamená súčasnú hodnotu (k dátumu určovania ponuky) vyplácaných dôchodkov a $SH(n)$ zase súčasnú hodnotu nákladov poistiteľa.

Budeme predpokladať, že poistiteľ má tri druhy nákladov (označíme $\alpha; \beta; \delta$), spojených so spravovaním dôchodkového poistenia. Prvé, jednorazové začiatkové náklady, budú určené percentom z nasporenej sumy. Druhé náklady β pokrývajú bežné správne náklady poisťovne a budú určené v percentách z ročnej výplaty dôchodku. Tretie náklady δ sú spojené s doživotným vyplácaním dôchodkov a určíme ich ako pevnú mesačnú sumu spojenú s doživotnou výplatou dôchodku.

2.1 Doživotný starobný dôchodok bez zvyšovania dôchodku

Označíme Q výšku mesačného dôchodku, ktorý bude poistiteľ vyplácať vždy na konci mesiaca za predpokladu, že dôchodca je nažive. Súčasnú hodnotu takto vyplácaných dôchodkov určíme podľa vzťahu:

$$SH(d) = 12Q \cdot a_x^{(12)} \quad (2)$$

kde $a_x^{(12)}$ je aktuársky symbol pre súčasnú hodnotu jednotkového polehotného doživotného dôchodku vyplácaného mesačne. Jeho hodnotu možno určiť s využitím lineárnej aproximácie (podľa [2], str. 33) nasledovne:

$$a_x^{(12)} \cong \frac{N_{x+1}}{D_x} - \frac{11}{24} \quad (3)$$

³ Podľa [8] § 46 odsek (3).

⁴ Viac o tejto problematike sa môže čitateľ dozvedieť napr. v [2].

kde jednotlivé symboly znamenajú:

$D_x = l_x \cdot v^x$ – komutačná funkcia počtu žijúcich osôb vo veku x ,

$N_x = \sum_{k=0}^{\omega-x} D_{x+k}$ – komutačná funkcia druhého rádu,

l_x – počet osôb žijúcich vo veku x zo zvolenej úmrtnostnej tabuľky,

$v = (1 + i)^{-1}$ – odúročiteľ, vyjadrený pomocou technickej úrokovej miery i ,

ω – najvyšší dosahovaný vek v úmrtnostnej tabuľke.

Po uvedení súčasnej hodnoty dávok vyjadríme súčasnú hodnotu nákladov poistiteľa, a to v tvare:

$$SH(n) = \alpha \cdot \pi + \beta \cdot 12Q \cdot a_x^{(12)} + \delta \cdot 12a_x^{(12)} \quad (4)$$

Dosadíme vzťahy (2) a (4) do rovnice (1) a dostaneme:

$$\pi = 12Q \cdot a_x^{(12)} + \alpha \cdot \pi + \beta \cdot 12Q \cdot a_x^{(12)} + \delta \cdot 12a_x^{(12)} \quad (5)$$

a po úprave môžeme určiť výšku mesačného dôchodku Q zo vzťahu:

$$Q = \frac{\pi(1 - \alpha) - \delta \cdot 12a_x^{(12)}}{(1 + \beta) \cdot 12a_x^{(12)}} \quad (6)$$

2.2 Doživotný starobný dôchodok so zvyšovaním dôchodku

Podľa § 42 zákona ([8]) sa zvyšovanie doživotného dôchodku vykonáva každoročne k výročiu vzniku povinnosti poistiteľa platiť dôchodok, a to o percento (označíme r) platné ku dňu predloženia ponuky. Percento zvyšovania môže určiť Národná banka Slovenska (ďalej NBS) vyhláškou.

Mesačný starobný dôchodok so zvyšovaním bude mať svoju počiatočnú výšku, ktorú označíme $\tilde{Q}$, potom bude každoročne rásť o percento, určené hodnotou r . Na určenie súčasnej hodnoty dávok potrebujeme odvodiť vzťah na vyjadrenie medziročného rastu mesačnej výšky dôchodku. Pôjde o odvodenie vzorca pre aktuársky symbol ${}_1|(Ia)_x^{(12)}$ znamenajúci súčasnú hodnotu jeden rok odloženého polehotného jednotkového lineárne rastúceho mesačne vyplácaného dôchodku. Keďže lineárne rastúci dôchodok môžeme vyjadriť ako súčet odložených dôchodkov, platí:

$${}_1|(Ia)_x^{(12)} = {}_1|a_x^{(12)} + {}_2|a_x^{(12)} + {}_3|a_x^{(12)} + \dots \quad (7)$$

Odložené mesačné dôchodky môžeme upraviť opäť použitím lineárnej aproximácie (k je doba odkladu), tentoraz podľa vzorca:

$${}_k|a_x^{(12)} \cong \frac{N_{x+k+1}}{D_x} + \frac{11}{24} \cdot \frac{D_{x+k}}{D_x} \quad (8)$$

čo dosadením do vzťahu (7) upravíme na tvar:

$${}_1|(Ia)_x^{(12)} \cong \left(\frac{N_{x+2}}{D_x} + \frac{11}{24} \cdot \frac{D_{x+1}}{D_x} \right) + \left(\frac{N_{x+3}}{D_x} + \frac{11}{24} \cdot \frac{D_{x+2}}{D_x} \right) + \left(\frac{N_{x+4}}{D_x} + \frac{11}{24} \cdot \frac{D_{x+3}}{D_x} \right) \dots \quad (9)$$

Na záver využijeme aktuársky symbol ${}_1|(Ia)_x$ vyjadrujúci súčasnú hodnotu jeden rok odloženého polehotného jednotkového lineárne rastúceho dôchodku, určeného podľa vzťahu:

$${}_1|(Ia)_x = \frac{N_{x+2}}{D_x} + \frac{N_{x+3}}{D_x} + \frac{N_{x+4}}{D_x} + \dots = \frac{S_{x+2}}{D_x} \quad (10)$$

Na základe uvedeného možno ${}_1|(Ia)_x^{(12)}$ vyjadriť v tvare:

$${}_1|(Ia)_x^{(12)} = {}_1|(Ia)_x + \frac{11}{24} \cdot a_x \quad (11)$$

Vyššie odvodené vzorce použijeme na určenie súčasnej hodnoty dávok pri výplate dôchodkov druhého typu:

$$SH(d) = 12\tilde{Q} \cdot \left[a_x^{(12)} + r \cdot {}_1|(Ia)_x^{(12)} \right] \quad (12)$$

Pred určením vzťahu na výpočet mesačnej výšky takto vyplácaného dôchodku, je potrebné uviesť súčasnú hodnotu nákladov, ktorá je v tvare:

$$\begin{aligned} SH(n) = \alpha \cdot \pi + \beta \cdot 12\tilde{Q} \cdot \left[a_x^{(12)} + r \cdot {}_1|(Ia)_x^{(12)} \right] + \\ + \delta \cdot 12 \left[a_x^{(12)} + r \cdot {}_1|(Ia)_x^{(12)} \right] \end{aligned} \quad (13)$$

Počiatočnú výšku dôchodku so zvyšovaním určíme, analogicky ako pri vzorci (6), podľa vzťahu:

$$\tilde{Q} = \frac{\pi(1 - \alpha) - 12\delta \left[a_x^{(12)} + r \cdot {}_1|(Ia)_x^{(12)} \right]}{12 \cdot (1 + \beta) \cdot \left[a_x^{(12)} + r \cdot {}_1|(Ia)_x^{(12)} \right]} \quad (14)$$

3 URČOVANIE VÝŠKY DÔCHODKU PRE MODELOVÉ DOŽIVOTNÉ DÔCHODKY

Pre konkrétnu modelovú situáciu zvolíme predpoklady, charakterizované v tabuľke 1.

Tabuľka 1: Predpoklady modelových doživotných dôchodkov

<i>Symbol:</i>	<i>Charakteristika:</i>	<i>Hodnota:</i>
x	vek osoby pri odchode do dôchodku	62 rokov
π	nasporená suma (jednorazové poistné)	8 000 €
i	technická úroková miera	1,9 %
α	začiatkové náklady (z π)	5 %
β	správne náklady (z ročnej výplaty dôchodku)	3 %
δ	náklady na výplatu mesačnej dávky doživotného dôchodku	1 €
r	ročný nárast 2. typu dôchodku	2 %

Na určenie výšky dôchodku sme použili zmiešané úmrtnostné tabuľky (unisex – nezávislé na pohlaví), ktoré používa nemenovaná poisťovňa pôsobiaca na slovenskom poistnom trhu. Tieto tabuľky sme uprednostnili pred tabuľkami zo Štatistického úradu SR, pretože presnejšie vystihujú úmrtnosť poistených osôb. Z nich sme následne zostavili tabuľku komutačných čísel (podľa definícií uvedených v 2. kapitole). Na výpočet dôchodku sme zvolili technickú úrokovú mieru vo výške 1,9 %⁵. Následne sme určili výšku dôchodkov.

Doživotný starobný dôchodok bez jeho zvyšovania sme vypočítali zo vzorca (6) a za daných predpokladov je jeho mesačná výška:

$$Q = 49,79 \text{ €}$$

Doživotný starobný dôchodok s ročným nárastom 2 % sme určili zo vzorca (14), pričom jeho počiatočná výška je samozrejme nižšia:

$$\tilde{Q} = 42,61 \text{ €}$$

Priebeh výšky mesačného dôchodku v jednotlivých rokoch možno vyjadriť tabuľkou 2. Od 9. roku poberania dôchodku s ročným rastom 2 % bude jeho veľkosť vyššia v porovnaní s tým, ak by sa vyplácal dôchodok bez zvyšovania.

⁵ Zvolili sme maximálnu výšku technickej úrokovej miery, ktorá je stanovená opatrením NBS č. 3/2013 (podľa [4]).

Tabuľka 2: Výška mesačného dôchodku s ročným nárastom 2 %

Rok výplaty:	1.	2.	3.	...	5.	...	10.	...	20.
Výška mesačného dôchodku v €:	42,61	43,46	44,33		46,12		50,92		62,07

4 ANALÝZA VPLYVU ÚROKOVEJ MIERY NA MODELOVÉ DOŽIVOTNÉ DÔCHODKY

Do aktuárskych výpočtov v životnom poistení vstupujú predpoklady o voľbe prvkov tzv. aktuárskej bázy, medzi ktorými sú najvýznamnejšie výška úrokovej miery, vybraná úmrtnostná tabuľka a zvolené náklady. V dôchodkovom poistení pôsobí v oblasti úmrtnosti riziko dlhovekosti (ide o riziko, že bude dôchodca žiť dlhšie, ako sa očakávalo), pri nákladoch zasa pôsobí inflácia. Keďže veľká časť dôchodkov z II. piliera bude vyplácaná doživotne, poisťiteľ určuje výšku úrokovej miery na niekoľko desaťročí dopredu. Čím vyšší je predpoklad úrokovej miery, tým vyššie dôchodky sa budú vyplácať.

V tretej časti sme na výpočet mesačných dôchodkových dávok použili konštantnú úrokovú mieru 1,9 %, teda sme predpokladali, že poisťiteľ bude schopný každoročne na tejto úrovni svojimi investíciami na finančnom trhu zhodnocovať prostriedky, určené na budúcu výplatu dôchodkov. V súčasnosti je veľmi ťažké získať na finančných trhoch výnos z investícií vo výške 1,9 %, a tiež odhadnúť fakt, ako sa bude situácia vyvíjať v budúcnosti.

S odhadom výšky úrokovej miery je spojené riziko, že poisťovňa použije vo svojich výpočtoch vyššiu úrokovú mieru ako tú, čo dokáže dosiahnuť a zlý odhad bude pre ňu znamenať stratu.

4.1 Bezriziková výnosová krivka

Jedným spôsobom, ako vypočítať výšku mesačných dôchodkov, je stanoviť úrokovú mieru v pevnej, nemennej výške, ako sme to urobili v tretej časti. Ďalšou možnosťou je použitie premenlivej výšky a pri diskontovaní použiť každoročne sa meniaceho odúročiteľa. Otázkou je, ako zvoliť tieto premenlivé hodnoty.

Použijeme bezrizikovú výnosovú krivku, ktorú môžeme chápať ako grafické vyjadrenie výšky úrokovej sadzby podľa dĺžky splatnosti. Je to základný nástroj používaný pri oceňovaní aktív a pasív, pri analýzach finančných trhov, ale i pri investičnom rozhodovaní. Odvodzuje sa z trhových cien štátnych dlhopisov a vypočítame ju prepočtom spotových úrokových mier⁶ na forwardové úrokové miery⁷, pričom základný vzťah medzi nimi sa vyjadruje vzorcom (podľa [5]):

$$(1 + y_t)^t (1 + f_{t,r})^r = (1 + y_{t+r})^{t+r} \quad (15)$$

⁶ Spotová úroková miera – úroková miera platná od súčasnosti na dohodnutú dobu.

⁷ Forwardová úroková miera – úroková miera platná od nejakého budúceho okamihu na dohodnutú dobu.

kde:

y_t – ročná spotová úroková miera dohodnutá na t rokov,

$f_{t,r}$ – ročná forwardová úroková miera dohodnutá od budúceho času t na r rokov.

Upravením vzťahu (15) vyjadríme forwardové úrokové miery v tvare:

$$f_{t,r} = \left(\frac{(1 + y_{t+r})^{t+r}}{(1 + y_t)^t} \right)^{1/r} - 1 \quad (16)$$

Keďže pre náš výpočet sú potrebné forwardové úrokové miery iba s jednoročnou dĺžkou, do vzťahu (16) dosadíme $r = 1$, čím dostaneme:

$$f_{t,1} = \left(\frac{(1 + y_{t+1})^{t+1}}{(1 + y_t)^t} \right) - 1 \quad (17)$$

Na určenie výnosovej krivky sme použili údaje spotovej úrokovej miery z Európskej centrálnej banky⁸, ktoré sme použitím vzťahu (17) prepočítali na forwardové úrokové miery, znázornené v tabuľke 3 na nasledujúcej strane.

Na porovnanie výšky dôchodku sme použili hodnoty z tabuľky 3, ktorými sme prepočítali tabuľku komutačných čísel, čím sme dostali reálnu výšku dôchodkov, ktoré by mala poisťovňa vyplácať.

Mesačná výška doživotného starobného dôchodku bez zvyšovania by použitím výnosovej krivky bola vo výške:

$$Q_{VK} = 45,34 \text{ €}$$

čo predstavuje rozdiel 4,45 € (pokles o 8,93 %) oproti dôchodku s úrokovou mierou 1,9 %.

⁸ K dátumu 15.4.2015 (podľa [3]).

Tabuľka 3: Prepočet spotovej úrokovej miery na forwardovú úrokovú mieru

<i>Rok</i>	<i>Spotová úroková miera</i>	<i>Forwardová úroková miera</i>	<i>Rok</i>	<i>Spotová úroková miera</i>	<i>Forwardová úroková miera</i>
1	-0,2830 %	-0,1923 %	16	0,4070 %	0,8981 %
2	-0,2390 %	-0,1993 %	17	0,4320 %	0,9314 %
3	-0,2260 %	-0,0808 %	18	0,4560 %	0,8868 %
4	-0,1920 %	0,1101 %	19	0,4760 %	0,9063 %
5	-0,1390 %	0,3153 %	20	0,4950 %	0,8957 %
6	-0,0760 %	0,5083 %	21	0,5120 %	0,9060 %
7	-0,0090 %	0,6474 %	22	0,5280 %	0,8846 %
8	0,0560 %	0,7505 %	23	0,5420 %	0,9155 %
9	0,1170 %	0,8218 %	24	0,5560 %	0,8855 %
10	0,1730 %	0,8733 %	25	0,5680 %	0,8805 %
11	0,2240 %	0,8877 %	26	0,5790 %	0,8724 %
12	0,2690 %	0,9186 %	27	0,5890 %	0,8941 %
13	0,3100 %	0,9147 %	28	0,5990 %	0,8816 %
14	0,3460 %	0,9147 %	29	0,6080 %	0,8661 %
15	0,3780 %	0,9229 %	30	0,6160 %	0,8661 %

Počiatková výška doživotného starobného dôchodku so zvyšovaním by použitím výnosovej krivky bola opäť nižšia, a to v mesačnej výške:

$$\tilde{Q}_{VK} = 38,47 \text{ €}$$

čo predstavuje rozdiel pri tomto dôchodku **4,13 €** (pokles o 9,70 %) oproti počiatkovej výške dôchodku s úrokovou mierou **1,9 %**.

Priebeh mesačnej výšky tohto dôchodku v jednotlivých rokoch môžeme vyjadriť v tabuľke 4.

Tabuľka 4: Výška rastúceho mesačného dôchodku $\tilde{Q}_{VK}$

Rok výplaty:	1.	2.	3.	...	5.	...	10.	...	20.
Výška mesačného dôchodku v €:	38,47	39,24	40,03		41,64		45,98		56,05

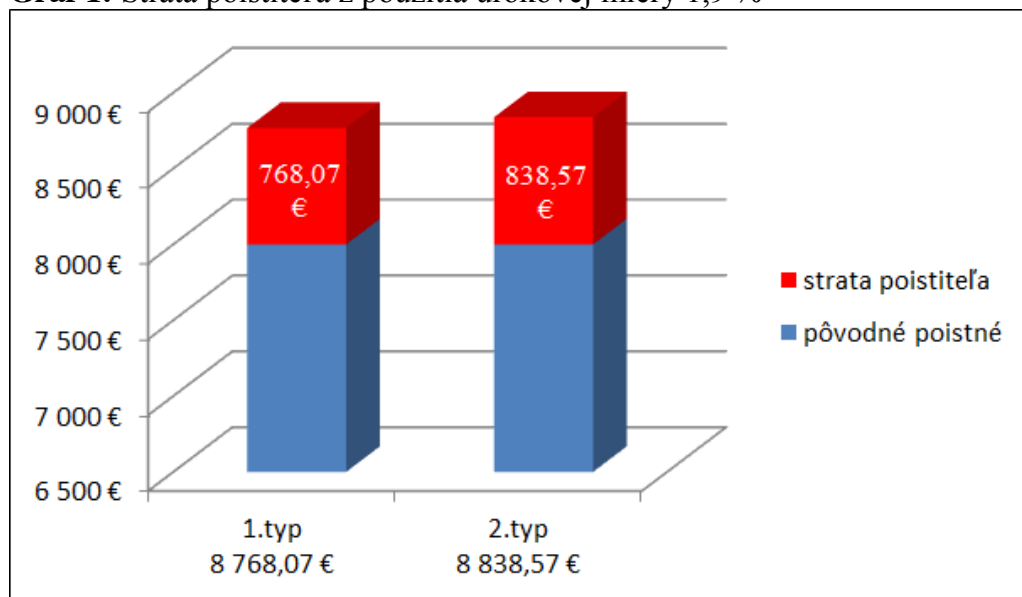
V prípade, že by pôvodný dôchodok poistiteľ vyplácal 16 rokov (čo je približne stredná dĺžka života 62-ročnej osoby pri danej úmrtnosti), rozdiel v sume vyplatených dôchodkov by predstavoval 853,68 € v prípade dôchodku bez zvyšovania a 793,85 € v prípade dôchodku so zvyšovaním.

4.2 Strata poistiteľa z úrokovej miery

Ak však poistiteľ dodatočne zistil, že zle odhadol výšku úrokovej miery, nemôže už meniť výšku vyplácaného dôchodku. Zlý odhad už bude jeho stratou, ktorej súčasnú hodnotu môžeme určiť tak, že zo vzorcov (6) resp. (14) vypočítame začiatočnú hodnotu π pri zmenenej úrokovej miere.

Pôvodná nasporená suma vo výške 8 000 € bola použitá ako jednorazové poistné na určenie doživotných dôchodkov pri zvolených predpokladoch. Ak použijeme zmenené predpoklady úrokovej miery a ostatné predpoklady nezmenené, spolu s pôvodnými dôchodkami, dostaneme sumu, ktorá by mala byť jednorazovým poistným. Takúto výšku potrebného jednorazového poistného spolu so stratou poistiteľa zobrazíme na grafe 1. Z uvedeného vidno, že súčasná hodnota straty poistiteľa z modelovej poistky pri použití úrokovej miery 1,9 % je okolo 800 €.

Graf 1: Strata poistiteľa z použitia úrokovej miery 1,9 %



V skutočnosti však nemožno predpokladať, že poistiteľ zvolí nevhodnú úrokovú mieru a tento fakt zistí hneď na začiatku poistenia. Výpočty vždy uskutočňuje tak, aby bol schopný plniť svoje záväzky v budúcnosti. V priebehu vyplácania dôchodkov však môže zistiť, že zvolil predpoklady, ktoré sa nenapĺňajú. Vtedy však už nepracuje so súčasnou hodnotou dávok v čase výpočtu dôchodku, ale s poistnými rezervami, ktoré si na tento účel musí vytvárať⁹. Jeho povinnosťou je pravidelne uskutočňovať test dostatočnosti rezerv a v prípade, že sú nedostatočné, musí ich z vlastných zdrojov doplniť.

V praxi tiež poisťovňa nepracuje s odhadmi úmrtnosti (kde sa predpokladá princíp fiktívneho súboru), ale so svojim poistným kmeňom, a teda s počtami poistiek,

⁹ O rezervách sa možno dočítať viac napr. v [2].

počtami úmrtí, a pod. Správanie poistného kmeňa sa poistno-matematickými metódami len odhaduje.

Záver

V článku sme sa zamerali na II. pilier dôchodkového zabezpečenia s rozbratím anuitnej novely a jej aplikovaním na výpočet doživotných starobných dôchodkov z tohto piliera. Uvažovali sme dva typy dôchodkov, a to doživotný starobný dôchodok bez zvyšovania a doživotný starobný dôchodok so zvyšovaním, oba bez pozostalostného dôchodku. Pri oboch sme sa zamerali na analýzu vplyvu výšky úrokovej miery pri stanovení hodnoty mesačného dôchodku. Zvolili sme porovnanie vplyvu maximálnej výšky technickej úrokovej miery stanovenej opatrením NBS, a to 1,9 % a použitia bezrizikovej výnosovej krivky. Výpočty potvrdili naše očakávania, že v prípade, ak poistiteľ zle odhadne výšku úrokovej miery, stanoví vyššiu ako v skutočnosti bude, môže to viesť k strate, ktorej veľkosť určenú v čase výpočtu dôchodkovej dávky, sme pre prípad jednej modelovej poistky približne vypočítali.

Kľúčové slová

II. pilier, dôchodok, bezriziková výnosová krivka, technická úroková miera

Klasifikácia JEL

C02, G12, G22, G32

LITERATÚRA

- [1] Allianz - Slovenská dôchodková správcovská spoločnosť, a. s. 2014. *Úmrtie sporiteľa v období vyplácania dôchodku zo starobného dôchodkového sporenia*. [online]. [cit. 14.02.2015.] Dostupné na internete: <<http://www.asdss.sk/3939>> .
- [2] BILÍKOVÁ, M. 2002. *Spojité metódy v poistnej matematike*. Bratislava: Vydavateľstvo EKONÓM, 2003. 96s. ISBN 80-225-1698-8.
- [3] Európska centrálna banka. Výnosová krivka eurozóny. [online]. [Dátum: 15.4.2015.] <https://www.ecb.europa.eu/stats/money/yc/html/index.en.html>.
- [4] Opatrenie Národnej banky Slovenska č. 3/2013 o maximálnej výške technickej úrokovej miery.
- [5] MAŘÍK, M. 2005. *Bezriziková výnosová míra – otevřený problem výnosového oceňování*. In *Soudní inženýrství*. Brno: CERM, s.r.o., 2005, vyd. 16, č. 6, s. 295-303. ISSN: 1211- 443X.
- [6] SAKÁLOVÁ, K. 2001. *Oceňovanie produktov v životnom poistení*. Bratislava: Vydavateľstvo EKONÓM, 2001. 156s. ISBN 80-225-1350-4.
- [7] Zákon č. 43/2004 Z. z. o starobnom dôchodkovom sporení a o zmene a doplnení niektorých zákonov.
- [8] Zákon č. 183/2014 Z. z. o starobnom dôchodkovom sporení a o zmene a doplnení niektorých zákonov.

- [9] Zákon č. 39/2015 Z. z. o poisťovníctve a o zmene a doplnení niektorých zákonov.

RESUMÉ

Článok je venovaný II. pilieru dôchodkového zabezpečenia s rozbratím anuitnej novely a jej aplikovaním na výpočet doživotných starobných dôchodkov z tohto piliera. Pri výpočtoch sa autorky zamerali na analýzu vplyvu výšky úrokovej miery pri stanovení hodnoty mesačného dôchodku. Zvolili porovnanie vplyvu maximálnej výšky technickej úrokovej miery stanovenej opatrením NBS a použitia bezrizikovej výnosovej krivky. V závere článku sme vyčíslili veľkosť straty pre prípad jednej modelovej poistky.

SUMMARY

This paper is devoted to Pillar II of the state pension system with special emphasis on the so-called annuity amendment and its application to the calculation of lifetime annuities from this pillar. The authors focus in their calculations on an analysis of the effect of the interest rate on the level of the monthly annuity. They chose to compare the effect of the maximum technical interest rate set by the NBS with use of risk-free interest rate curves. In the conclusion they enumerate the size of the loss in the case of a particular modelled contract.

Príspevok vznikol v rámci projektu:

VEGA č. 1/0542/13 *Riadenie rizík a aktuárska funkcia v životnom poistení.*

Kontakt

Ing. Jana Mihalechová, Katedra matematiky a aktuárstva, Fakulta hospodárskej informatiky, Ekonomická univerzita v Bratislave, Dolnozemska cesta 1, 852 35 Bratislava, e-mail: jmihalechova@gmail.com

doc. RNDr. Mária Bilíková, PhD., Katedra matematiky a aktuárstva, Fakulta hospodárskej informatiky, Ekonomická univerzita v Bratislave, Dolnozemska cesta 1, 852 35 Bratislava, e-mail: maria.bilikova@euba.sk

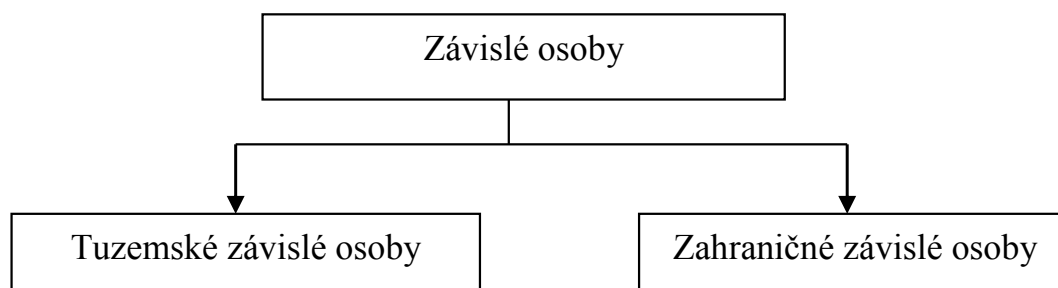
Lucia Ondrušová

TRANSFEROVÉ OCEŇOVANIE A TRANSFEROVÁ DOKUMENTÁCIA V SLOVENSKEJ REPUBLIKE

Úvod

V súčasnosti sa mnohé obchodné spoločnosti snažia pri uskutočňovaní podnikateľskej činnosti ovplyvniť a upraviť základ dane a tak znížiť svoje daňové zaťaženie. Pri úprave základu dane uskutočňujú rôzne fiktívne transakcie, ktoré realizujú v spolupráci s inými obchodnými spoločnosťami, s ktorými sú rôznymi vzťahmi prepojené a označujeme ich ako závislé osoby. Obchodné spoločnosti, s ktorými môže obchodná spoločnosť realizovať fiktívne transakcie môžu byť buď z jedného štátu, kedy sú realizované tzv. tuzemské transakcie s tuzemskými závislými osobami alebo obchodné spoločnosti môžu byť aj z iného štátu, predovšetkým zo štátov z Európskej únie, tzv. zahraničné transakcie so zahraničnými závislými osobami.

Schéma č. 1: Závislé osoby



Zdroj: Vlastné spracovanie

Každá transakcia uskutočnená či už medzi závislými osobami alebo nezávislými osobami musí byť ocenená. Na ocenenie každej transakcie je potrebné dodržiavať ustanovenia zo zákona č. 431/2002 Z. z. o účtovníctve v znení neskorších predpisov (ďalej len zákon o účtovníctve). *"Oceňovaním sa rozumie spôsob vyjadrovania jednotlivých súčastí majetku a záväzkov v peňažných jednotkách (cenách). Cena sa definuje ako objektívna miera hodnoty, sprostredkujúca výmenu statkov. Inak povedané, cena je hodnota statkov vyjadrená v peniazoch".*¹

¹ SOUKUPOVÁ, B. - ŠLOSÁROVÁ, A. – BAŠTINCOVÁ, A. 2001. Účtovníctvo. Prvé vydanie. Bratislava : IURA EDITION, 2001. 530 s. ISBN 80-89047-01-7. s. 113.

1 TRANSFEROVÉ OCEŇOVANIE

Transferovým oceňovaním chápeme oceňovanie kontrolovaných transakcií medzi závislými osobami za podmienok dodržania princípu nezávislého vzťahu. Do 31. decembra 2014 sa problematika transferového oceňovania týkala len zahraničných závislých osôb. Od 1. januára 2015 sa rozšírila oblasť úpravy transferových cien aj na tuzemské závislé osoby.

Závislá osoba je definovaná v zákona č. 595/2003 Z. z. o dani z príjmov v znení neskorších predpisov (ďalej len zákon o dani z príjmov) a to v § 2 písm. n) ako blízka osoba alebo ekonomicky, personálne alebo inak prepojená osoba.

Ekonomickým alebo personálnym prepojením sa rozumie účasť osoby na majetku, kontrole alebo vedení inej osoby alebo vzájomný vzťah medzi osobami, ktoré sú pod kontrolou alebo vedením tej istej osoby alebo v ktorých má táto osoba priamy alebo nepriamy majetkový podiel, pričom účasťou na:²

- a) majetku alebo kontrole sa rozumie viac ako 25 % priamy alebo nepriamy podiel alebo nepriamy odvodený podiel na základnom imaní alebo na hlasovacích právach,
- b) vedení sa rozumie vzťah členov štatutárnych orgánov alebo členov dozorných orgánov obchodnej spoločnosti alebo družstva k tejto obchodnej spoločnosti alebo družstvu.

Iným prepojením sa chápe vzťah vytvorený za účelom zníženia základu dane alebo zvýšenia daňovej straty.

Zahraničná závislá osoba je taktiež definovaná v zákone o dani z príjmov a to v § 2 písm. r) ako vzájomne prepojená tuzemská fyzická alebo právnická osoba so zahraničnou fyzickou alebo právnickou osobou. Prepojenie môže byť ekonomické, personálne alebo iné resp. môže ísť o blízke osoby.

1.1 Kontrolované transakcie a princíp nezávislého vzťahu

Kontrolované transakcie uskutočňované medzi závislými osobami môžu byť rôzne, napr. nákup a predaj tovaru, poskytovanie služieb resp. finančné transakcie (pôžičky, úvery). Všetky takéto kontrolované transakcie medzi závislými osobami musia byť ocenené tak, aby bol pri nich dodržaný princíp nezávislého vzťahu.

Princíp nezávislého vzťahu je založený na porovnávaní zmluvných podmienok predovšetkým cien, jednotlivých transakcií uskutočnených tak medzi závislými ako aj nezávislými osobami. Zároveň princíp nezávislého vzťahu zabezpečuje rovnoprávnosť závislých a nezávislých osôb a tým aj ich zdanenia, čím zabraňuje vytváraniu daňových výhod pre závislé osoby, vzhľadom k tomu, že dáva závislé a nezávislé osoby na rovnakú úroveň.

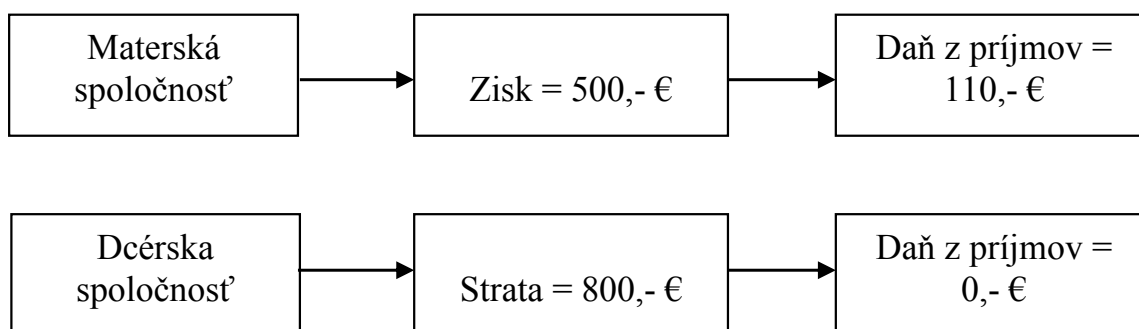
Podstatou transferového oceňovania je zabrániť vytvárať ceny tak, aby došlo k optimalizácii zisku celej skupiny i jednotlivých prevádzok a aby sa neznižovalo daňové zaťaženie a nedochádzalo k daňovým únikom.

²Zákon č. 595/2003 Z. z. o dani z príjmov v znení neskorších predpisov, § 2 písm. o).

Štúdia 1:

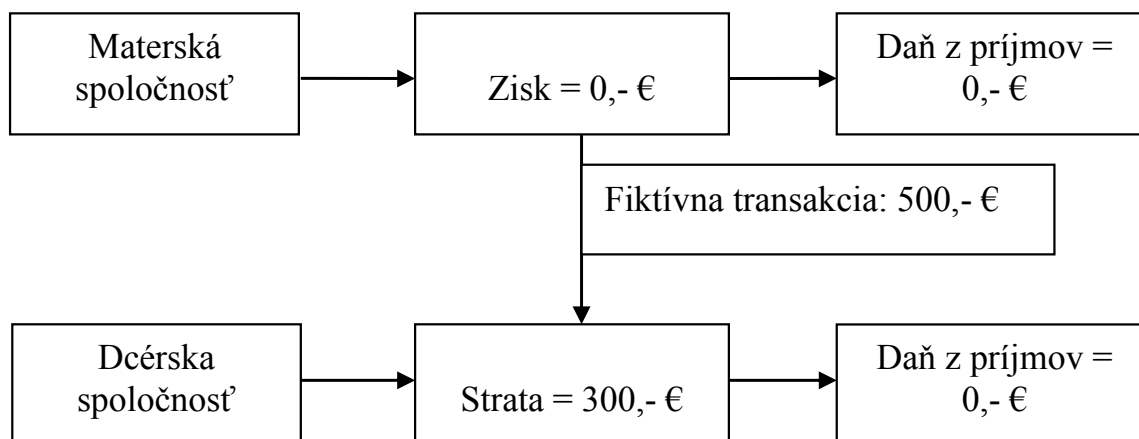
Materská spoločnosť dosiahla zisk vo výške 500,- € a mala by zaplatiť daň z príjmov právnických osôb vo výške 22 %, t.j. 110,- €. Jej dcérska spoločnosť dosiahla stratu vo výške 800,- €. Uskutočnením fiktívnej transakcie a presunu zisku z materskej spoločnosti na dcérsku spoločnosť, materská spoločnosť vykáže nulový výsledok hospodárenia a dcérska spoločnosť vykáže stratu 300,- € čím sa daňové zaťaženie skupiny závislých osôb zníži zo 110,- € na 0,- €.

Schéma č. 2: Výsledok hospodárenia a daňové zaťaženie závislých osôb pre uskutočnením fiktívnej transakcie



Zdroj: Vlastné spracovanie

Schéma č. 3: Výsledok hospodárenia a daňové zaťaženie závislých osôb po uskutočnení fiktívnej transakcie

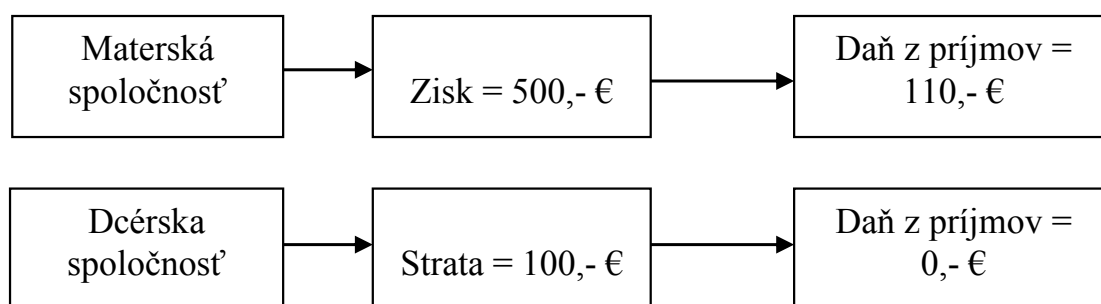


Zdroj: Vlastné spracovanie

Štúdia 2:

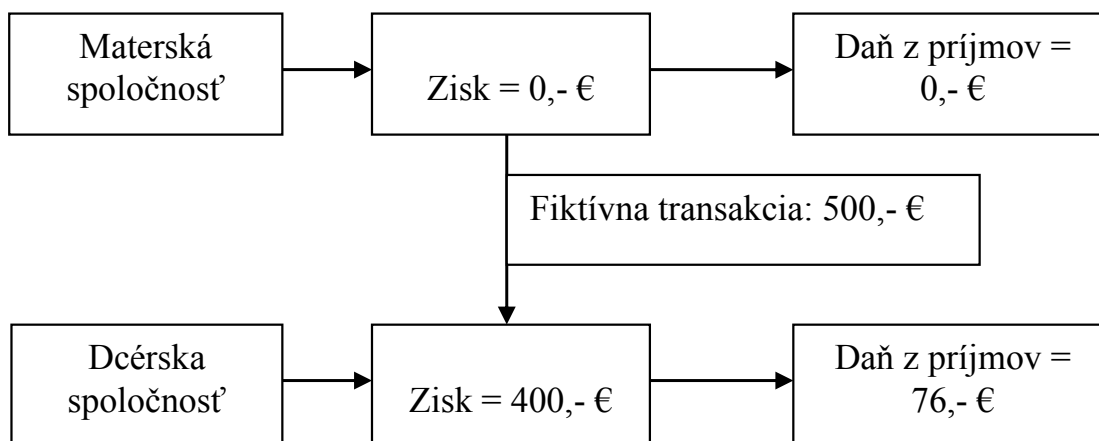
Materská spoločnosť dosiahla zisk vo výške 500,- € a mala by zaplatiť daň z príjmov právnických osôb vo výške 22 %, t.j. 110,- €. Jej dcérska spoločnosť dosiahla stratu vo výške 100,- € a daň z príjmov je v danom štáte vo výške 19 %. Uskutočnením fiktívnej transakcie a po presune zisku z materskej spoločnosti na dcérsku spoločnosť, materská spoločnosť vykáže nulový výsledok hospodárenia a dcérska spoločnosť vykáže zisk 400,- € a daň z príjmov právnických osôb vo výške 76,- €, čím sa daňové zaťaženie skupiny závislých osôb zníži zo 110,- € na 76,- €.

Schéma č. 4: Výsledok hospodárenia a daňové zaťaženie závislých osôb pre uskutočnením fiktívnej transakcie



Zdroj: Vlastné spracovanie

Schéma č. 5: Výsledok hospodárenia a daňové zaťaženie závislých osôb po uskutočnení fiktívnej transakcie



Zdroj: Vlastné spracovanie

Pri uskutočnení prenosu tržieb na základe štúdie 1 dochádza k nulovému daňovému zaťaženiu účtovných jednotiek a tým aj k žiadnemu príjmu do štátneho rozpočtu v podobe dane z príjmov právnických osôb v daných štátoch. Pri prenose tržieb z jedného štátu do druhého - štúdia 2 - prichádza jeden štát o príjmy do štátneho rozpočtu v podobe dane z príjmov právnických osôb na úkor iného štátu a tým nebude schopný k plneniu svojich úloh na riešenie problémov. Naopak druhý štát získava peňažné prostriedky z fiktívnych tržieb, ktoré reálne neboli uskutočnené na jeho území resp. účtovnou jednotkou uskutočňujúcou podnikateľskú činnosť v danom štáte. Je potrebné si uvedomiť, že celkové príjmy do štátneho rozpočtu v podobe dane z príjmov právnických osôb sú nižšie ako pred uskutočnením fiktívnej transakcie, čím si dané účtovné jednotky znížili svoju celkovú daňovú povinnosť.

Uskutočňovaním takýchto transakcií je porušená aj základná zásada účtovníctva, ktorou je poskytovanie verného a pravdivého obrazu o skutočnostiach, ktoré sú predmetom účtovníctva a o finančnej situácii účtovnej jednotky. Porušenie tejto zásady vyplýva z presunu transakcie z jednej účtovnej jednotky na druhú a tým uskutočnenie fiktívnej transakcie.

1.2 Metódy transferového oceňovania

Pri aplikácii princípu nezávislého vzťahu pri zisťovaní základu dane z príjmov právnických osôb môžu závislé osoby použiť niektorú z transakčných metód, aby ocenili danú transakciu správne a bez zvyhodnenia.

Rozlišujeme priame a nepriame metódy transferového oceňovania. Pri **priamych metódach** sa porovnáva cena kontrolovanej transakcie a cena nekontrolovanej transakcie. Pri **nepriamych metódach** transferového oceňovania dochádza k úprave ceny kontrolovanej transakcie nepriamo a to prostredníctvom rôznych ukazovateľov, ako napr. marža čistého zisku.

Ďalej členíme metódy transferového oceňovania na jednostranné a dvojstranné. **Jednostranná metóda** skúma len jednu zo zmluvných strán transakcie. Väčšinou skúma tú stranu, ktorá vykonáva menej komplexné funkcie a znáša nižšie riziká. Pre skúmanie sa môže zvoliť buď domáci alebo zahraničný subjekt zapojený do transakcie. **Dvojstranná metóda** skúma obe zmluvné strany transakcie a ich prínos k predpokladanému dosiahnutému zisku. Následne sa zisk delí medzi závislé osoby v súlade s princípom nezávislého vzťahu.

Pri výbere metódy transferového oceňovania je potrebné vybrať najvhodnejšiu metódu pre konkrétnu transakciu s prihliadnutím na špecifiká každej transakcie. Základné členenie transakčných metód oceňovania vychádza v ich rozdelení na metódy, ktoré vychádzajú z porovnávania ceny – tzv. **tradičné transakčné metódy** a na metódy, ktoré vychádzajú z porovnania zisku – tzv. **transakčné ziskové metódy**.

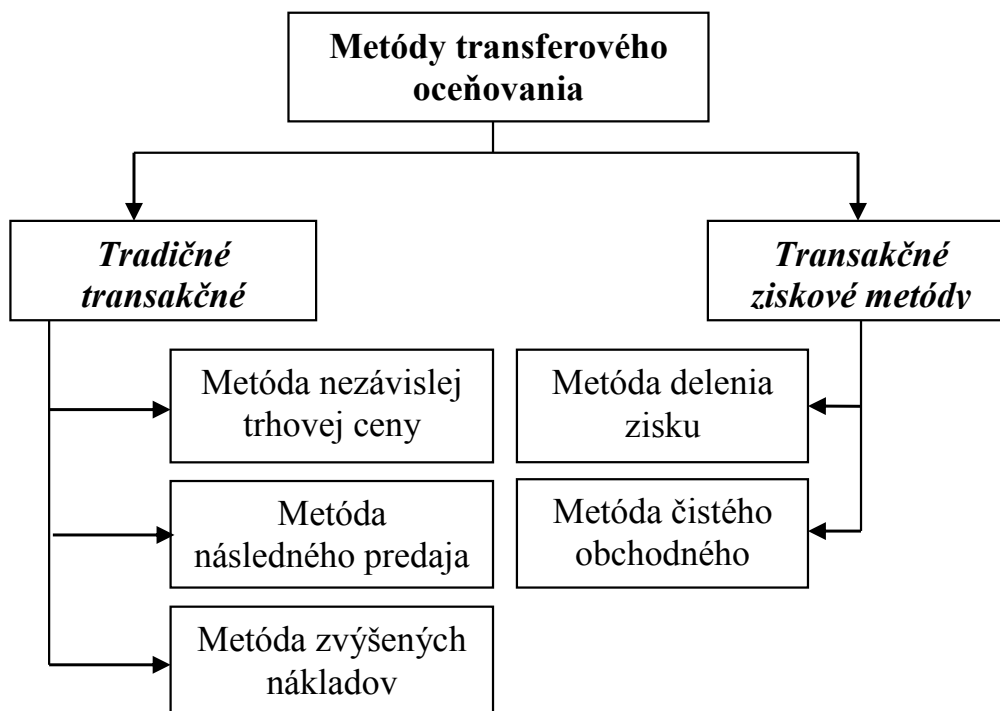
Tradičnými transakčnými metódami sú:

- a) metóda nezávislej trhovej ceny,
- b) metóda následného predaja,
- c) metóda zvýšených nákladov.

Transakčnými ziskovými metódami sú:

- a) metóda delenia zisku,
- b) metóda čistého obchodného rozpätia.

Schéma č. 6: Metódy transferového oceňovania



Zdroj: Vlastné spracovanie

Metóda nezávislej trhovej ceny

Metóda nezávislej trhovej ceny je založená na porovnávaní ceny za jednotlivé transakcie medzi závislými osobami pri obchodných vzťahoch s cenou používanou za transakcie uskutočnené medzi nezávislými osobami v porovnateľných podmienkach. Ide o priamu a jednostrannú metódu transferového oceňovania.

Táto metóda sa uplatňuje v prípade, ak spoločnosť obchoduje s tým istým tovarom, na tých istých trhoch s nezávislými osobami resp. existuje podobný podnik obchodujúci s tým istým tovarom na tom istom trhu, na tej istej úrovni trhu a spoločnosť aplikuje ceny podobného podniku.

Nevhodnosť použitia tejto metódy je v prípade, ak sú predávané tovary resp. poskytované služby, ktoré sú špecifické a predávané len v rámci skupiny závislých osôb. Neexistuje možnosť porovnania predávaného tovaru resp. poskytovanej služby. Predaj tovarov sa uskutočňuje na rôznych úrovniach trhu (maloobchod, veľkoobchod) resp. v iných množstvách.

Metóda následného predaja

Metóda následného predaja sa vypočíta ako cena prevodu majetku nakúpeného zahraničnou závislou osobou prepočítaná na nezávislú trhovú cenu. Pri výpočte sa vychádza z ceny, za ktorú táto zahraničná závislá osoba daný majetok predáva nezávislej osobe pri následnom znížení ceny o obvyklú výšku obchodného rozpätia, t.j. marže. Ide o nepriamu jednostrannú metódu transferového oceňovania.

Použitie tejto metódy transferového oceňovania je vhodné predovšetkým pri distribútoroch, ktorí neprispievajú k zhodnoteniu predávaného produktu a predaj sa uskutočňuje tak závislým ako aj nezávislým osobám.

Uvedenú metódu je možné použiť len pri jednotlivých transakciách resp. pri viacerých rovnakých transakciách. Ak je realizovaných viac typov transakcií, je potrebné skúmať každú transakciu individuálne. Jedná sa o najpoužívanejšiu metódu stanovenia transferovej ceny.

Použitie tejto metódy je predovšetkým pre transakcie, kde obe spoločnosti prispievajú významným nehmotným majetkom a jednotlivé transakcie sú natoľko prepojené, že nie je možné ich posúdiť oddelene.

Metóda zvýšených nákladov

Metóda zvýšených nákladov je založená na pripočítaní cenovej prirážky k skutočným priamym a nepriamym nákladom vynaložených na výrobu daného tovaru, výrobku, ktorý je predmetom transakcie medzi závislými osobami. Cenová prirážka musí byť použitá taká, ktorá by sa uplatňovala pri transakcii s nezávislou osobou v porovnateľnom obchode za porovnateľných podmienok. Ide o nepriamu a jednostrannú metódu transferového oceňovania.

Táto metóda sa najčastejšie používa pri výrobných spoločnostiach, predovšetkým pri zákazkovej výrobe resp. pri poskytovaní základných administratívnych služieb ako napr. finančné poradenstvo, právne poradenstvo, oblasti IT.

Metóda delenia zisku

Metóda delenia zisku vychádza z delenia predpokladaného zisku dosiahnutého z kontrolovanej transakcie medzi závislými osobami, aké by očakávali nezávislé osoby pri spoločnom podnikaní a dodržaní princípu nezávislého vzťahu. Delenie zisku sa následne uskutočňuje buď na základe plánovaného alebo skutočného zisku. Ide o dvojstrannú metódu.

Metóda delenia zisku sa využíva predovšetkým pri transakciách, pri ktorých zúčastnené strany prispievajú k hodnote predmetu transakcie špecifickým spôsobom alebo vlastní špecifický nehmotný majetok.

Metóda čistého obchodného rozpätia

Metóda čistého obchodného rozpätia zisťuje výšku ziskovej prirážky z obchodného alebo finančného vzťahu medzi závislými osobami vo vzťahu k stanovenej základni, napr. náklady, tržby a porovnáva ju so ziskovou prirážkou

používanou vo vzťahu k nezávislým osobám. Ide o jednostrannú metódu transferového oceňovania.

Použitie metódy čistého obchodného rozpätia je len pri jednotlivých transakciách alebo pri viacerých rovnakých transakciách. V prípade rôznorodých transakcií je potrebné každú transakciu skúmať individuálne.

Pri výbere metódy transferového oceňovania môže daňovník písomne požiadať správcu dane za poplatok o vydanie rozhodnutia o odsúhlasení použitej konkrétnej metódy oceňovania a to najneskôr 60 dní pred začiatkom zdaňovacieho obdobia, počas ktorého sa bude odsúhlasená metóda používať. Rozhodnutie o odsúhlasení metódy ocenenia sa vydáva najviac na päť zdaňovacích období. Daňovník môže podať žiadosť o predĺženie rozhodnutia o odsúhlasení použitej metódy ocenenia a správca dane môže vydať rozhodnutie o odsúhlasení metódy ocenenia najviac na ďalších päť zdaňovacích období.

2 TRANSFEROVÁ DOKUMENTÁCIA

Každá obchodná spoločnosť (daňovník), ktorá uskutočňuje transakcie medzi závislými osobami je povinná viesť podrobnú dokumentáciu o metóde oceňovania používanej pri kontrolovaných transakciách za príslušné zdaňovacie obdobie (tzv. dokumentácia o transferovom oceňovaní). Dokumentácia predstavuje súbor informácií, údajov a skutočností, ktoré preukazujú a vysvetľujú spôsob tvorby cien daňovníka pri kontrolovaných transakciách. Ministerstvo financií SR vydalo v auguste 2014 nové Usmernenie č. MF/8120/2014-721 o určení obsahu dokumentácie o metóde ocenenia používanej daňovníkom podľa § 18 ods. 1 zákona č. 595/2003 Z. z. o dani z príjmov v znení neskorších predpisov, ktoré nahrádza usmernenie MF SR č. MF/8288/2009-72 o určení obsahu dokumentácie o metóde ocenenia používanej daňovníkom podľa § 18 ods. 1 zákona č. 595/2003 Z. z. o dani z príjmov v znení neskorších predpisov.

Usmernenie stanovuje minimálny rozsah dokumentácie o kontrolovaných transakciách. Dokumentácia pozostáva zo všeobecnej dokumentácie a zo špecifickej dokumentácie. **Všeobecná dokumentácia** obsahuje informácie poskytujúce celkový prehľad o skupine závislých osôb. **Špecifická dokumentácia** nadväzuje na všeobecnú dokumentáciu a obsahuje osobitné informácie týkajúce sa daňovníka. Dokumentácia o transferovom oceňovaní obsahuje informácie samostatne za každú kontrolovanú transakciu alebo za skupinu kontrolovaných transakcií. Skupinou kontrolovaných transakcií je viacero kontrolovaných transakcií s tým istým členom skupiny, ktoré sú rovnakého druhu a sú uzatvorené za porovnateľných podmienok, vzájomne úzko prepojené a vzájomne podmienené alebo sú porovnateľné z hľadiska využívania majetku, funkcií a rizík. Transferová dokumentácia musí obsahovať všetky kontrolované transakcie, ktoré sú významného charakteru. Zároveň obchodné spoločnosti - daňovníci môžu zahrnúť do transferovej dokumentácie aj informácie o transakciách nevýznamného charakteru.

Každý daňovník je povinný viesť **základnú dokumentáciu** o kontrolovaných transakciách pozostávajúcej zo všeobecnej dokumentácie a špecifickej dokumentácie a

to za príslušné zdaňovacie obdobie okrem daňovníka, ktorým je fyzická osoba alebo mikro účtovná jednotka a daňovníka, ktorý vykazuje výsledok hospodárenia v individuálnej účtovnej závierke podľa medzinárodných štandardov pre finančné výkazníctvo. Všeobecná dokumentácia obsahuje nasledovné informácie:³

- a) identifikáciu a právnu formu jednotlivých členov skupiny, popis celosvetovej organizačnej a vlastníckej štruktúry skupiny,
- b) všeobecný popis funkcií, ktoré vykonávajú jednotliví členovia skupiny a ich predpokladané riziká, ktoré znášajú.
- c) Špecifická dokumentácia obsahuje nasledovné informácie:⁴
- d) identifikáciu a právnu formu daňovníka, popis jeho organizačnej a vlastníckej štruktúry,
- e) popis podnikateľskej činnosti a obchodnej stratégie daňovníka, identifikáciu priemyselného odvetvia, obchodné vzťahy a aktivity daňovníka v priemyselnom odvetví,
- f) všeobecný popis funkcií, ktoré vykonáva daňovník, jeho predpokladané riziká, ktoré znáša, a majetok, ktorý využíva,
- g) zoznam kontrolovaných transakcií, popis jednotlivých kontrolovaných transakcií daňovníka, ktorými sú identifikácia zmluvných strán kontrolovanej transakcie, peňažné vyjadrenie hodnoty transakcie a ďalšie informácie o kontrolovanej transakcii (obchodné podmienky a iné skutočnosti ovplyvňujúce kontrolované transakcie),
- h) popis systému transferového oceňovania daňovníka, obsahujúci informácie týkajúce sa výberu, spôsobu uplatňovania metód(y) transferového oceňovania a určenia ceny kontrolovaných transakcií.

Daňovník, ktorým je fyzická osoba alebo mikro účtovná jednotka, vedie **skrátenu dokumentáciu** o kontrolovaných transakciách za príslušné zdaňovacie obdobie. Skrátaná dokumentácia obsahuje nasledovné informácie:⁵

- a) identifikáciu a právnu formu jednotlivých členov skupiny, popis celosvetovej organizačnej a vlastníckej štruktúry skupiny,
- b) zoznam kontrolovaných transakcií, popis jednotlivých kontrolovaných transakcií daňovníka, ktorými sú identifikácia zmluvných strán kontrolovanej transakcie, peňažné vyjadrenie hodnoty transakcie a ďalšie informácie o kontrolovanej transakcii (obchodné podmienky a iné skutočnosti ovplyvňujúce kontrolované transakcie).

³Usmernenie MF SR č. MF/8120/2014-721 o určení obsahu dokumentácie o metóde ocenenia používanej daňovníkom podľa § 18 ods. 1 zákona č. 595/2003 Z. z. o dani z príjmov v znení neskorších predpisov, článok 3 ods. 2

⁴Usmernenie MF SR č. MF/8120/2014-721 o určení obsahu dokumentácie o metóde ocenenia používanej daňovníkom podľa § 18 ods. 1 zákona č. 595/2003 Z. z. o dani z príjmov v znení neskorších predpisov, článok 3 ods. 3

⁵Usmernenie MF SR č. MF/8120/2014-721 o určení obsahu dokumentácie o metóde ocenenia používanej daňovníkom podľa § 18 ods. 1 zákona č. 595/2003 Z. z. o dani z príjmov v znení neskorších predpisov, článok 4 ods. 2

Daňovník, ktorý vykazuje výsledok hospodárenia v individuálnej účtovnej závierke podľa medzinárodných štandardov pre finančné výkazníctvo, vedie **úplnú dokumentáciu** o kontrolovaných transakciách za príslušné zdaňovacie obdobie, ktorá pozostáva zo všeobecnej dokumentácie a zo špecifickej dokumentácie. Všeobecná dokumentácia obsahuje okrem informácií totožných s informáciami v základnej dokumentácii aj následné informácie:⁶

- popis podnikateľskej činnosti a obchodnej stratégie v rámci skupiny, identifikáciu priemyselného odvetvia, obchodné vzťahy a aktivity skupiny v priemyselnom odvetví vrátane zmien v porovnaní s predchádzajúcim zdaňovacím obdobím,
- plánovanú obchodnú stratégiu, predpokladané aktivity v budúcnosti, projekty a ciele skupiny vrátane zmien v porovnaní s predchádzajúcim zdaňovacím obdobím,
- iné informácie, ktoré prispievajú k preukázaniu súladu s princípom nezávislého vzťahu.

Špecifická dokumentácia obsahuje okrem informácií totožných s informáciami zo základnej dokumentácie aj nasledovné informácie:⁷

- plánovanú obchodnú stratégiu a podnikateľský zámer, predpokladané aktivity v budúcnosti, projekty a ciele daňovníka,
- prehľad o nehmotnom majetku, ktorý vlastní alebo využíva daňovník (patenty, ochranné známky, obchodné mená, know-how, atď.), spôsob a rozsah jeho využívania,
- zoznam opatrení predchádzajúcich oceneniu, napr. odsúhlasenie metódy ocenenia, ktoré boli vydané daňovníkovi alebo inému členovi skupiny, ak tieto majú vplyv na ocenenie transakcií daňovníka,
- zoznam dohôd o príspevkoch na náklady, na ktorých sa podieľa daňovník a akékoľvek iné rozhodnutia ovplyvňujúce oblasť transferového oceňovania,
- interné a/alebo externé porovnateľné údaje nezávislých osôb, analýza porovnateľnosti (informácie o faktoroch určujúcich porovnateľnosť kontrolovaných transakcií s nekontrolovanými transakciami: charakteristika majetku alebo služby, analýza funkcií, zmluvné podmienky, ekonomické prostredie, špecifické obchodné stratégie),
- iné informácie, ktoré prispievajú k preukázaniu súladu s princípom nezávislého vzťahu.

⁶Usmernenie MF SR č. MF/8120/2014-721 o určení obsahu dokumentácie o metóde ocenenia používanej daňovníkom podľa § 18 ods. 1 zákona č. 595/2003 Z. z. o dani z príjmov v znení neskorších predpisov, článok 5 ods. 2

⁷Usmernenie MF SR č. MF/8120/2014-721 o určení obsahu dokumentácie o metóde ocenenia používanej daňovníkom podľa § 18 ods. 1 zákona č. 595/2003 Z. z. o dani z príjmov v znení neskorších predpisov, článok 5 ods. 3

Záver

V súčasnosti sa mnohé obchodné spoločnosti snažia pri uskutočňovaní podnikateľskej činnosti ovplyvniť a upraviť základ dane a tak znížiť svoje daňové zaťaženie. Pri úprave základu dane uskutočňujú rôzne fiktívne transakcie, ktoré realizujú v spolupráci s inými obchodnými spoločnosťami, s ktorými môžu byť prepojené a to personálne, ekonomicky alebo inak. Takéto vzájomne prepojené osoby sa označujú ako závislé osoby a to buď tuzemské alebo zahraničné. Transakcie uskutočňované medzi závislými osobami môžu byť vo forme nákupu a predaja tovaru, poskytovania služieb resp. finančné transakcie. Všetky transakcie uskutočňované medzi závislými osobami patria medzi kontrolované transakcie a musia byť ocenené tak, aby bol dodržaný princíp nezávislého vzťahu. Prostredníctvom princípu nezávislého vzťahu sa zabezpečuje rovnoprávnosť medzi závislými a nezávislými osobami, čím sa zabraňuje vytváraniu daňových výhod pre závislé osoby, vzhľadom k tomu, že tento princíp dáva závislé a nezávislé osoby na rovnakú úroveň. Na ocenenie kontrolovanej transakcie môže obchodná spoločnosť použiť jednu z metód transferového oceňovania, ktorú stanovuje zákon o dani z príjmov. Zároveň je obchodná spoločnosť, ktorá uskutočňuje transakcie medzi závislými osobami povinná viesť podrobnú dokumentáciu o metóde oceňovania používanej pri kontrolovaných transakciách za príslušné zdaňovacie obdobie, tzv. dokumentáciu o transferovom oceňovaní. Uvedená dokumentácia preukazuje a vysvetľuje spôsob tvorby cien daňovníka pri kontrolovaných transakciách. Môžeme teda skonštatovať, že podstatou transferového oceňovania je zabrániť vytvárať ceny tak, aby došlo k optimalizácii zisku celej skupiny i jednotlivých prevádzok a aby sa neznižovalo daňové zaťaženie a nedochádzalo k daňovým únikom.

Kľúčové slová

transferové oceňovanie, transferová dokumentácia, závislé osoby, princíp nezávislého vzťahu.

Klasifikácia JEL

M41

LITERETÚRA

- [1] MÁZIKOVÁ, K. – MATEÁŠOVÁ, M. 2014. Bežné účtovníctvo a účtovná závierka v mikro účtovnej jednotke. In *Manažment podnikania a vecí verejných – dialógy*: vedecko-odborný časopis Slovenskej akadémie manažmentu. - Bratislava : Slovenská akadémia manažmentu, 2014. ISSN 1337-0510, 2014, roč. 9, č. 24, s. 79-85.
- [2] PAKŠIOVÁ, R. – JANHUBA, M. 2012. *Teória účtovníctva v kontexte svetového vývoja*. Bratislava: Iura Edition, 2012. 255 s. ISBN 978-80-8078-445-4.

- [3] PARAJKA, B. 2007. Úprava konsolidácie účtovnej závierky v rámci Európskej únie. In *Mladá věda '06* [elektronický zdroj] : sborník studentů doktorského studia. - Praha : Vysoká škola ekonomická v Praze, pp. 405-412.
- [4] SOUKUPOVÁ, B. – ŠLOSÁROVÁ, A. – BAŠTINCOVÁ, A. 2001. *Účtovníctvo*. Prvé vydanie. Bratislava : IURA EDITION, 2001. 530 s. ISBN 80-89047-01-7.
- [5] Zákon č. 595/2003 Z. z. o dani z príjmov v znení neskorších predpisov.
- [6] Zákon č. 431/2002 Z. z. o účtovníctve v znení neskorších predpisov.
- [7] Usmernenie MF SR č. MF/8120/2014-721 o určení obsahu dokumentácie o metóde ocenenia používanej daňovníkom podľa § 18 ods. 1 zákona č. 595/2003 Z. z. o dani z príjmov v znení neskorších predpisov.

RESUMÉ

V súčasnosti sa mnohé obchodné spoločnosti snažia pri uskutočňovaní podnikateľskej činnosti ovplyvniť a upraviť základ dane a tak znížiť svoje daňové zaťaženie. Pri úprave základu dane uskutočňujú rôzne fiktívne transakcie, ktoré realizujú v spolupráci s inými obchodnými spoločnosťami, s ktorými môžu byť prepojené a to personálne, ekonomicky alebo inak. Takéto vzájomne prepojené osoby sa označujú ako závislé osoby a to buď tuzemské alebo zahraničné. Transakcie uskutočňované medzi závislými osobami môžu byť vo forme nákupu a predaja tovaru, poskytovania služieb resp. finančné transakcie. Všetky transakcie uskutočňované medzi závislými osobami patria medzi kontrolované transakcie a musia byť ocenené tak, aby bol dodržaný princíp nezávislého vzťahu. Prostredníctvom princípu nezávislého vzťahu sa zabezpečuje rovnoprávnosť medzi závislými a nezávislými osobami, čím sa zabraňuje vytváraniu daňových výhod pre závislé osoby, vzhľadom k tomu, že tento princíp dáva závislé a nezávislé osoby na rovnakú úroveň. Na ocenenie kontrolovanej transakcie môže obchodná spoločnosť použiť jednu z metód transferového oceňovania, ktorú stanovuje zákon o dani z príjmov. Zároveň je obchodná spoločnosť, ktorá uskutočňuje transakcie medzi závislými osobami povinná viesť podrobnú dokumentáciu o metóde oceňovania používanej pri kontrolovaných transakciách za príslušné zdaňovacie obdobie, tzv. dokumentáciu o transferovom oceňovaní. Uvedená dokumentácia preukazuje a vysvetľuje spôsob tvorby cien daňovníka pri kontrolovaných transakciách. Môžeme teda skonštatovať, že podstatou transferového oceňovania je zabrániť vytvárať ceny tak, aby došlo k optimalizácii zisku celej skupiny i jednotlivých prevádzok a aby sa neznižovalo daňové zaťaženie a nedochádzalo k daňovým únikom.

SUMMARY

In these times many commercial companies while making their business try to adjust the tax base and thus reduce their tax burden. To change the tax base they carry out some fiction transactions in cooperation with other commercial companies to which they may be connected personally, economically or otherwise. Such interconnected persons are referred to as related parties either domestic or foreign.

Transactions carried out between related parties may take the form of buying and selling of goods or provision of services or financial transactions. All transactions carried out between related parties belong to controlled transactions and must be valued and ensured to be compliant with the arm's length principle. The arm's length principle provides equality between dependent and independent persons, thereby avoiding the creation of tax benefits for dependent person by giving the dependent and independent persons on the same level. The company can use one of the transfer pricing methods allowed by the law on income tax. At the same time the company carrying out transactions between related parties is required to keep detailed documentation of the evaluation methods applied in controlled transactions for the relevant period, i.e. transfer pricing documentation. The said dossier demonstrates and explains the price creation process of the taxpayer in controlled transactions. We can therefore conclude that the objective of transfer pricing is to disallow such prices creation which allow optimizing the profit of the whole group as well as individual branches and either allowing to lower the tax burden or allowing tax evasion.

Kontakt

Ing. Lucia Ondrušová, PhD., Katedra účtovníctva a audítorstva, Fakulta hospodárskej informatiky, Ekonomická univerzita v Bratislave, Dolnozemska cesta 1/b, 852 35 Bratislava, e-mail: luciaondrusova@gmail.com

Roman Pavelka

MODELOVÁNÍ Vlivu SOCIOEKONOMICKÉHO POZADÍ ŽÁKŮ A STUDENTŮ ŠKOL SR NA VÝKONNOST V MATEMATICE VYUŽITÍM HIERARCHICKÝCH LINEÁRNÍCH MODELŮ¹

Úvod

Cílem tohoto článku je vysvětlení základů víceúrovňového hierarchického modelování a jeho praktická aplikace při modelování vlivu socioekonomického zázemí (anglicky Index of Economic, Social and Cultural Status, dále zkratkou jako „ESCS“) na výkonnost žáků škol SR ve věku 15 let v matematice. Po krátkém úvodu následuje objasnění základního konceptu hierarchického modelování. Stručný popis použitých dat, jejich původ a základní charakteristiky bude náplní další části. Vlastní hierarchické modelování bude prezentováno v následující kapitole tohoto článku. Závěrem příspěvku bude provedeno zhodnocení odhadnutých modelů, které mají modelovat působení socioekonomického pozadí žáků a studentů škol SR na výkonnost v matematice.

1 KONCEPT HIERARCHICKÉHO MODELOVÁNÍ

Modelové přístupy se stávají stále důležitější součástí vědeckých nástrojů při analyzování stavu a vývoje různých oblastí života společnosti. Použití modelového přístupu však současně nemusí být zárukou pro zjištění sledovaných informací o zkoumaném jevu či procesu. Proto také i hierarchické lineární modelování představuje jeden z možných způsobů analýzy vlivu socioekonomického pozadí žáků na jejich výkonnost v matematice. Použití víceúrovňového modelování není příliš rozšířeno. Zatím zpravidla často dochází k tomu, že i data s hierarchickou strukturou a vícestupňovým náhodným výběrem jsou modelovány pomocí jednoúrovňové lineární regrese. Statistické modely tak nemusí vždy respektovat koncept hierarchického modelování. Z tohoto důvodu odhadované modely přestávají vystihovat modelovanou realitu.

Hierarchické regresní modely byly vytvořeny již ve druhé polovině 20. století a jsou neustále postupně rozvíjeny. Rozvoj uvedených modelů se zintenzívněl ve druhé polovině 80. let. V současné době jsou tyto modely neustále používány. Základní myšlenky

¹ V anglosaské literatuře se k popisu této třídy regresních modelů používá několik ekvivalentních termínů: multilevel modelling (nejužívanější), random-coefficient modelling, hierarchical modelling, mixed-effects modelling, covariance components models. I když se nejedná o synonyma, často jsou tyto pojmy za synonyma považovány. Nejobecnějším pojmem je multilevel modelling a ostatní pojmy označují jen speciální přístupy v rámci hierarchického modelování.

konceptu hierarchického modelování lze výstižně vyjádřit pomocí 2 nejdůležitějších motivací²:

- teoreticko-interpretační a
- matematicko-statistickou.

Hierarchické modelování pracuje s hierarchickou nebo také vnořenou strukturou dat, například popisující příslušníky (členy) uvnitř svých organizačních skupin. Typickým příkladem jsou žáci či studenti uvnitř svých tříd, resp. škol. Popisované vnoření může být také představováno longitudinálním (opakovaným) sledováním jednotlivých lidí nebo respondentů v rámci shluků (klastřů) při klastrovém výběru vzorku k šetření. Výraz *hierarchické modelování* nebo *víceúrovňová analýza* je použit jako obecné označení pro veškeré modely takto hierarchicky uspořádaných dat. Víceúrovňová analýza byla zformována jako metoda výzkumu, kde jednotlivci i jednotlivé úrovně se vyznačují odlišnými prameny variability. Tato variabilita by měla být modelována jako náhodné vlivy. Proměnné vyšší úrovně přiřazují každé jednotce na nižší úrovni hodnotu měřenou na vyšší úrovni. Například každý žák příslušné školy má připojenu informaci (tedy hodnotu proměnné vyšší úrovně), zda škola, kterou navštěvuje, je školou soukromou či státní.

Z matematicko-statistického pohledu se hierarchické regresní modely dělí do 2 nejdůležitějších tříd³, a to víceúrovňové regresní modely a modely pro víceúrovňové kovarianční struktury (modelování pomocí strukturálních rovnic). Uvažované regresní modely lze chápat jako zobecnění klasické lineární regresní analýzy (ale i regrese logistické, ordinální a dalších metod statistické analýzy). Například již díky metodě pořízení výběrového souboru není splněn základní požadavek klasické lineární regresní analýzy o nezávislosti jednotlivých pozorování. Typickým příkladem jsou empirické výzkumy z oblasti vzdělání: vybírají-li se v prvním stupni školy a ve druhém třídě, v nichž se dotazují více žáků, zcela jistě nelze odpovědi/výsledky žáků z jednotlivých tříd/škol považovat za vzájemně nezávislé. Navíc hierarchická regresní analýza dokáže vysvětlovat rozdíly mezi třídami, školami, rodinami, skupinami atd. Všechny tyto problémy jsou řešitelné pomocí zavedení více úrovní, kdy se nemodeluje pouze první úroveň (jako v klasické regresi), ale je možné modelovat každou relevantní úroveň⁴.

Rozdíl mezi jednoduchou lineární regresí a víceúrovňovým lineárním regresním modelem je zaznamenán na obrázku 1. Zobrazené grafy představují vztah mezi socioekonomickým zázemím (v podobě indexu *ESCS*) studenta či žáka a odhady výkonu studenta či žáka v matematice. Každý graf na obrázku 1 znázorňuje situaci mezi socioekonomickým zázemím a výkonem žáků v matematice pro různé země pro 4 školy.

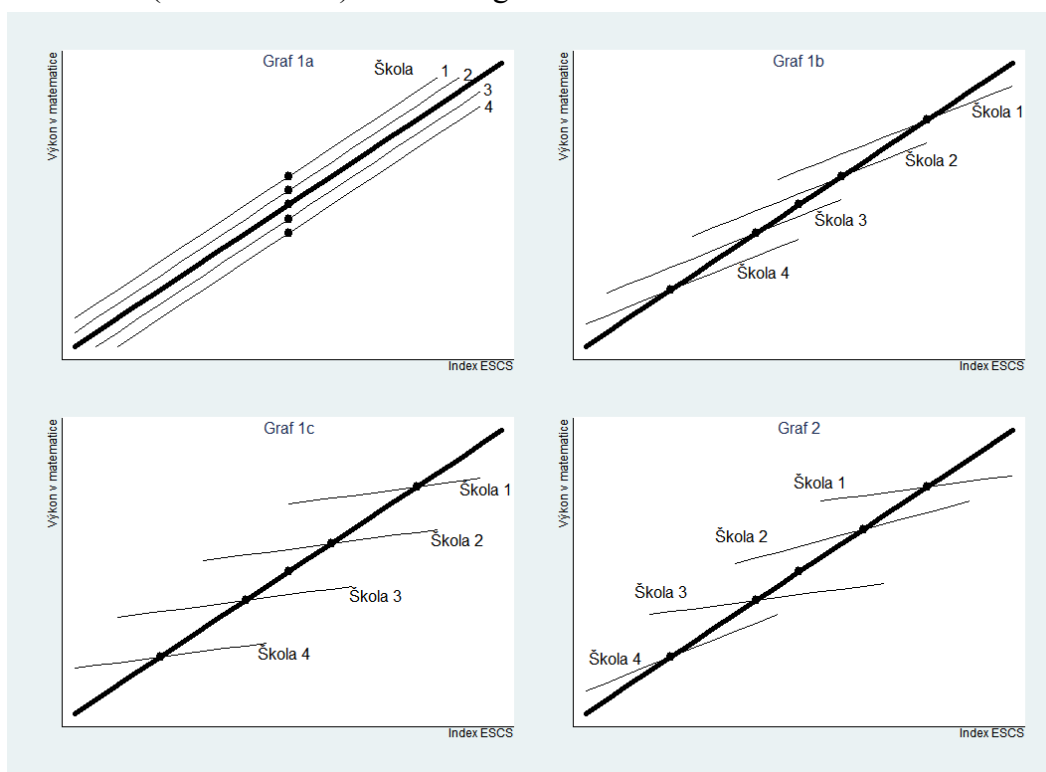
² SOUKUP, P. 2006. Proč užívat hierarchické lineární modely? In: *Sociologický časopis/Czech Sociological Review*, 2006, Vol. 42, No. 5: 987–1012. s. 988.

³ HOX, Joop, J. 2010. *Multilevel Analysis: Techniques and Applications (Quantitative Methodology Series). Second Edition*. New York (USA) and Hove (UK): Routledge, 2010, 392 s. ISBN 978–1–84872–846–2. s. viii.

⁴ SOUKUP, P. 2006. Proč užívat hierarchické lineární modely? In: *Sociologický časopis/Czech Sociological Review*, 2006, Vol. 42, No. 5: 987–1012. s. 990.

Tlustá černá čára v grafech představuje regresní přímku jednoduché lineární regrese v rámci celého souboru údajů, ve které hierarchický charakter dat není brán do úvahy. Tenké přímky představují regresní vztah mezi proměnnou index *ESCS* a výkonem v matematice v rámci každé školy. Každá škola je vyjádřena samostatnou regresní přímkou. Vyznačené body na jednotlivých přímkách uprostřed představují místo, které odpovídá průměrné hodnotě indexu *ESCS* a průměrné hodnotě výkonu v matematice v rámci celku i jednotlivých škol.

Obrázek 1: Porovnání jednoduché (jednoúrovňové) lineární regrese a hierarchické (víceúrovňové) lineární regrese



Zdroj: PISA Data Analysis Manual SPSS, Second Edition. PARIS: OECD PUBLISHING, 2009. 478 s. ISBN 978-92-64-05626-8. s. 201.

Situace v grafu 1a vypovídá o tom, že regresní přímky jednotlivých škol jsou podobné, a blízko jednoduché lineární regresní přímce celkovému souboru. To znamená, že:

Z hlediska socioekonomického zázemí studentů (na ose grafu x):

- studenti z celé řady socioekonomického prostředí jsou rozprostřeni do různých škol. V rámci škol nacházejí žáci, kteří pokrývají celou škálu hodnot indexu *ESCS* (osa x);
- u většiny škol je průměrný index *ESCS* velmi blízký. Proto v souhrnu neexistuje sociální segregace škol.

Z hlediska výkonu studentů v matematice (na ose grafu y):

- v každé škole jsou studenti s nízkou, střední a vysokou úspěšností. Všechny rámce školy výsledky žáků pokrývají celou škálu hodnot (na ose y);
- v průměru školy mají podobnou úroveň výkonnosti a jsou velmi blízko u sebe. To také znamená, že rozdíl v průměru mezi školami je poměrně malý;
- v souhrnu není zaznamenána akademická segregace.

Z pohledu vztahu mezi socioekonomickým zázemím studentů a jejich výkonu z matematiky:

- v každé škole existuje pozitivní vztah mezi socioekonomickým zázemím a úspěšností studentů v matematice;
- v rámci všech škol studenti znevýhodnění z hlediska socioekonomického pozadí dosahují výkonů hluboko pod výkony studentů se zvýhodněným socioekonomickým pozadím;
- regrese v rámci školy ukazuje, že existuje vztah mezi socioekonomickým zázemím žáků a jejich výkonem.

Zcela odlišný případ víceúrovňové analýzy je prezentován na obrázku 1 v grafu 2. Víceúrovňové regresní přímky (každá vyjadřuje regresi za jednotlivou školu) se podstatně odlišují od regresní přímky z jednoduché (jednoúrovňové) lineární regrese. Z Grafu 2 tedy vyplývá, že:

Z hlediska socioekonomického zázemí studentů (na ose grafu x):

- školy nepokrývají socioekonomickým zázemím svých žáků rozsah socioekonomického prostředí, které existuje na úrovni populace;
- zatímco zvýhodnění studenti z hlediska socioekonomického prostředí navštěvují především Školu 1, Škola 4 slouží k výuce zejména socioekonomicky znevýhodněným studentům;
- školy tedy nabírají své žáky z různých socioekonomických zázemí a v souhrnu existuje zřetelná sociální segregace na úrovni školy.

Z hlediska výkonu studentů v matematice (na ose grafu y):

- nejvyšších výkonů v matematice dosahují žáci ze Školy 1. Žáci s převážně slabšími výkony navštěvují školu 4;
- školy se do značné míry liší v průměrné úrovni výkonnosti svých žáků, což je viditelné z polohy průměrných výkonností za jednotlivé školy;
- existují značné rozdíly v průměrné výkonnosti mezi školami a v souhrnu je vysoká akademická segregace.

Z pohledu vztahu mezi socioekonomickým zázemím studentů a jejich výkonu z matematiky:

- v jednotlivých školách neexistuje vztah mezi socioekonomickým zázemím žáků a jejich výkonností;
- pro každou školu určuje pokrytí socioekonomického zázemí v rámci populace souhrn postavení jejich žáků.

Přechodné situace mezi situacemi na grafu 1a a grafu 2 jsou ilustrovány grafem 1b a grafem 1c.

2 HIERARCHICKÝ CHARAKTER POŘÍZENÝCH DAT

Cílovou populací ve statistickém šetření PISA⁵ je patnáctiletá populace. Tato populace byla vybrána z toho důvodu, že ve většině zemí OECD studenti v tomto věku završují svoje povinné vzdělání.

Výběrový soubor byl pořízen pomocí dvojstupňové výběrové metody. Jakmile byla definována cílová populace, vzorky škol jsou vybírány s pravděpodobností úměrnou velikosti škol. Velikostí školy se rozumí počet patnáctiletých žáků navštěvujících školu. Jelikož je cílová populace odvozena od svého věku, je možné, že studenti vcházejí do šetření PISA z různých tříd v rámci stupňů vzdělání ISCED 2 a ISCED 3. K zajištění nevychýlenosti odhadů pro celou populaci studentů na základě výběrového souboru škol a studentů, vstupují do analýzy data studentů s vahami vzniklých na základě replikačních technik.

Při pořizování dat se nejprve vybírají vzorky jednotek vyšší úrovně (například školy) a pak přichází na řadu výběr z vybraných jednotek vyšší úrovně, tj. vybírají se studenti ze škol. V takovém případě výsledky žáků ve výkonnosti v matematice nejsou obecně nezávislé. Žáci stejné školy mají silnou tendenci být v některých společných vlastnostech velmi podobní. Tato tendence k silné podobnosti žáků je způsobena zejména tím, že danou školu navštěvují žáci srovnatelného socioekonomického postavení nebo například tím, že konkrétní škola se vyznačuje dalšími vlastnostmi, které mají stejnou hodnotu pro všechny její žáky.

⁵ Poznámka autora: Mezinárodní studie OECD PISA se realizuje od roku 2000 v tříletých cyklech, přičemž zkoumá 3 oblasti funkční gramotnosti žáků: matematickou, přírodovědnou a čtenářskou. Hlavní sledovanou oblastí cyklu PISA 2012 byla matematická gramotnost. Slovensko se do studie OECD PISA zapojilo v roce 2012 už po čtvrté.

Obrázek 2: Ukázka dat mezinárodního šetření PISA 2012 s hierarchickou strukturou

Region	Škola	Index žáka	Třída	Studijní program	Měsíc narození	Rok narození	Pohlaví	Výsledky matematiky	Index ESCS	Verze databáze
Kód_regionu	škola 1	1	A		1	2000	0	1	45,36	1
		2	A		5	2000	1	2	85,23	2
		...	...		...	...	...	...	...	...
		N_1-1	A		7	2000	1	2	96,32	0
		N_1	A		10	2000	0	1	25,58	1
	škola 2	1	C		12	2000	1	2	37,36	2
		...	...		...	...	...	...	...	...
		N_2-1	C		3	2000	1	1	85,60	0
		N_2	C		4	2000	1	1	25,36	1

Zdroj: vlastní zpracování.

Pro účely modelování vlivu socioekonomického pozadí žáků škol SR byla použita data mezinárodního měření PISA 2012. Soubor dat obsahuje záznamy o školní výkonnosti 2 283 žáků včetně příslušných proměnných vyšší úrovně, kteří byli rozděleni nerovnoměrně mezi 119 škol. Školy SR byly vybrány z dat mezinárodního šetření tak, aby obsahovaly alespoň 10 žáků. Tímto způsobem se u vybraného vzorku škol zajistí, že pro každou jednotlivou školu bude možné modelovat vliv indexu *ESCS* na výkon žáků v matematice samostatným regresním modelem. Socioekonomické podmínky žáků jsou zaznamenány v podobě kompozitního indexu *ESCS*, který je podle pravidel OECD vytvořen na základě povolání rodičů žáka, nejvyšší úrovně měřeného pomoci let vzdělání rodičů a dalších indexů socioekonomického postavení rodiny žáka.

3 MODELOVÁNÍ VLIVU SOCIOEKONOMICKÝCH PODMÍNEK NA VÝKONNOST ŽÁKŮ V MATEMATICE

Víceúrovňové modelování má smysl používat, když sledovaná proměnná má různé hodnoty u různých jedinců a současně průměrná hodnota této sledované veličiny se také odlišuje v určitých vyšších celcích (úrovních, hierarchiích). V případě tohoto příspěvku je sledovanou veličinou výkonnost žáků a studentů v matematice a vyšší celky (úrovně, hierarchie) jsou představovány školami, které tito žáci navštěvují.

Na kolik se liší hodnoty proměnné na úrovni jednotlivců a na kolik na vyšších úrovních je možné měřit pomocí tzv. koeficientu vnitrotřídní korelace⁶ (zkratka „ICC“). *ICC* je založen na konceptu rozkladu rozptylu na složku meziskupinovou a vnitroskupinovou, který je znám z analýzy rozptylu. Platí pravidlo, že čím větší je meziskupinová složka rozptylu (způsobená odlišnostmi na úrovni škol) ve srovnání s vnitroskupinovou (rozptyl uvnitř škol), tím spíše mají odlišnosti v matematické

⁶ Koeficient vnitrotřídní korelace je v anglickém jazyce nazýván jako Intra-class correlation coefficient, proto lze použít pro jeho označení anglického akronymu ICC.

výkonnosti žáků na úrovni škol větší význam a liší se nejspíš v průměrné úrovni matematické výkonnosti na úrovni školy. Matematicky toto pravidlo vyjadřuje koeficient *ICC*.

Tabulka 1: Rozklad variability výsledků v matematice na vnitřní a meziškolní složku variance úspěšnosti žáků v matematice a koeficient *ICC* pro vybrané země

Země	Mezi školami	Uvnitř škol	ICC
AUS	2 594,1	6 610,7	28,2%
AUT	5 040,5	4 302,3	54,0%
BEL	6 079,2	4 964,2	55,0%
CAN	1 513,8	6 254,2	19,5%
CZE	5 432,8	4 266,5	56,0%
DEU	5 374,6	4 348,0	55,3%
DNK	1 211,6	5 588,5	17,8%
ESP	1 288,3	6 178,2	17,3%
EST	1 240,9	5 268,4	19,1%
FIN	897,8	6 617,9	11,9%
FRA	5 634,4	4 144,5	57,6%
GBR	1 992,5	6 383,7	23,8%
GRC	3 192,8	5 080,8	38,6%
HUN	5 916,1	3 351,9	63,8%
CHE	2 852,3	5 678,7	33,4%
CHL	4 418,4	3 537,4	55,5%
IRL	1 302,0	5 864,0	18,2%
ISL	1 096,0	7 598,5	12,6%
ISR	4 748,6	6 288,3	43,0%
ITA	4 579,8	4 115,0	52,7%
JPN	4 863,3	4 124,3	54,1%
KOR	3 785,9	5 947,2	38,9%
LUX	2 873,2	6 220,5	31,6%
MEX	2 024,0	3 544,9	36,3%
NLD	5 644,4	2 918,5	65,9%
NOR	1 150,4	7 047,4	14,0%
NZL	2 512,1	7 508,8	25,1%
POL	2 170,5	6 434,8	25,2%
PRT	2 855,1	6 146,4	31,7%
SVK	4 614,5	5 214,8	46,9%
SVN	4 866,2	3 331,5	59,4%
SWE	1 233,3	7 221,1	14,6%
TUR	5 138,7	3 209,6	61,6%
USA	2 027,6	6 116,7	24,9%

Zdroj: vlastní zpracování podle metodiky PISA 2012.

Rozptyl matematické úspěšnosti se rozkládá na rozptyl, který lze přičíst odlišnostem na úrovni žáků, a na rozptyl přičitatelný odlišnostem na úrovni vyšších celků (škol). Vnitrotřídní koeficient korelace *ICC* udává, kolik z celkového rozptylu proměnné připadá na rozdíl mezi vyššími celky (školami), a je definován ve tvaru:

$$ICC = \frac{\sigma_u^2}{\sigma_u^2 + \sigma_e^2}, \quad (1)$$

kde:

- σ_u^2 je rozptyl úspěšnosti v matematice na úrovni školy (vyvolaný odlišnostmi v rámci škol);
- σ_e^2 je rozptyl úspěšnosti v matematice na úrovni žáků (daný odlišnostmi jednotlivých žáků).

Odhady vnitrotřídních koeficientů korelace byly provedeny ve statistickém paketu *IBM SPSS*⁷ pomocí speciální procedury *MIXED*⁸. Odhadnuté hodnoty vnitrotřídních koeficientů korelace pro data různých zemí jsou zaznamenány v tabulce 1. Tato tabulka obsahuje nejen odhady *ICC*, ale i odhady vnitroškolní a meziškolní složky variance úspěšnosti žáků v matematice pro vybrané země. Údaje jsou zjištěny ze statistického šetření PISA 2012.

ICC je zvykem udávat v procentech⁹. Pak tento ukazatel udává, jaké procento rozptylu (variability) v úspěšnosti žáků v matematice lze přičíst rozdílům mezi skupinami vyšší úrovně, tedy rozdílům mezi školami.

Z tabulky 1 vyplývá, že největší vliv na variabilitu úspěšnosti v matematice žáků ze škol v Holandsku, kde byl zjištěn koeficient *ICC* s nejvyšší hodnotou. Nejmenší odlišnosti z hlediska úspěšnosti žáků v matematice byly zaznamenány u škol ve Finsku, kde hodnota koeficientu *ICC* je nejmenší.

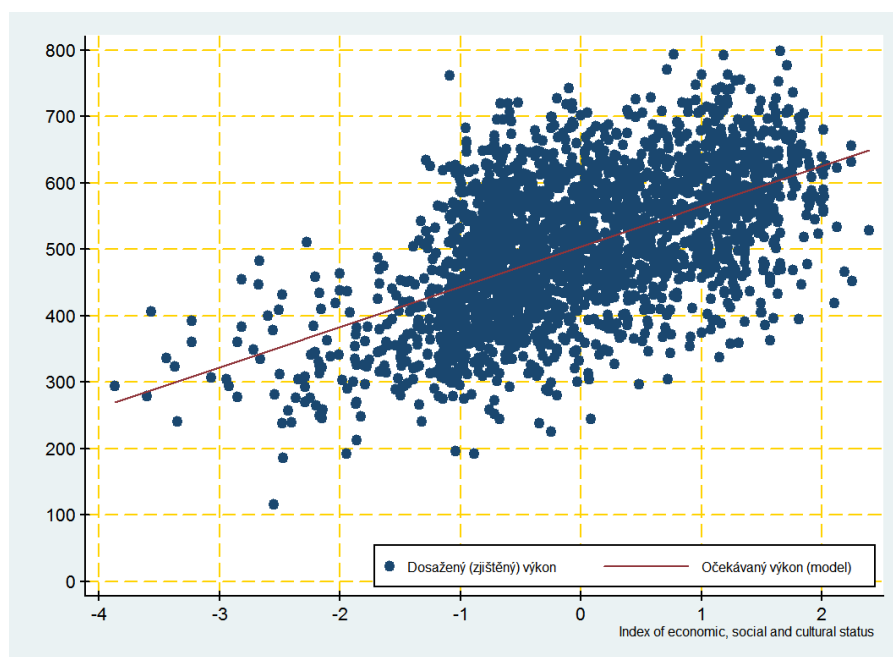
Pokud by byla složka rozptylu úspěšnosti v matematice na úrovni škol nulová, pak se víceúrovňová regrese matematicky rovná (jednoúrovňové) lineární regresi¹⁰. To znamená, že odlišnosti v matematické výkonnosti žáků na úrovni škol jsou nevýznamné a výkonnost žáků v matematice se v průměru mezi školami neliší.

⁷ SPSS je zkratkou pro označení Statistical Package for the Social Sciences (pozn. aut.)

⁸ Podrobnější postup pro odhadování hodnot vnitrotřídních koeficientů korelace pomocí příkazu *MIXED* v rámci SPSS je zaznamenán v nápovědě k SPSS.

⁹ SOUKUP, P. 2006. Proč užívat hierarchické lineární modely? In: Sociologický časopis/Czech Sociological Review, 2006, Vol. 42, No. 5: 987–1012. s. 995.

¹⁰ V tom případě je koeficient vnitrotřídní korelace *ICC* nulový a nemá smysl používat víceúrovňové modelování (pozn. aut.).

Obrázek 3: Grafické znázornění závislosti výkonu žáků v matematice bez ohledu na vliv jednotlivých škol v šetření PISA 2012

Zdroj: vlastní zpracování.

Tabulka 2: Pearsonův korelační koeficient jako míra lineární závislosti mezi výkony žáků v matematice a jejich socioekonomickým zázemím (indexem *ESCS*)

Korelační koeficient (Pearsonův)			
		Index ESCS	Výkon v matematice
Index ESCS	Pearson Correlation	1,000	0,553**
	Sig. (2-tailed)		0,000
	N	2 283	2 283
Výkon v matematice	Pearson Correlation	0,553**	1,000
	Sig. (2-tailed)	0,000	
	N	2 283	2 283
**. Correlation is significant at the 0.01 level (2-tailed).			

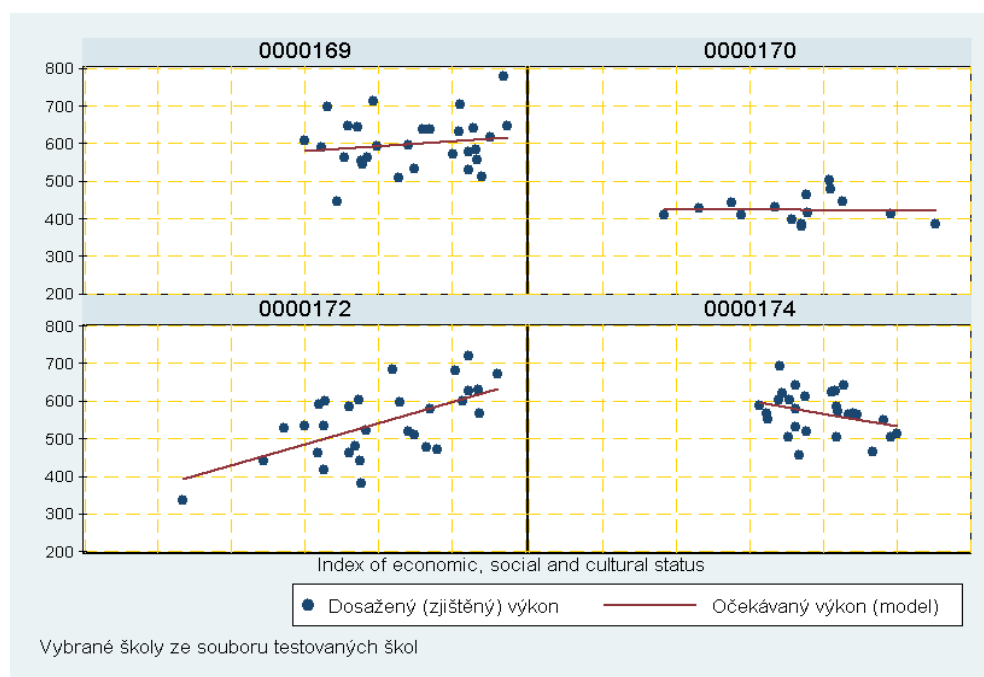
Zdroj: vlastní zpracování podle metodiky PISA 2012.

Za účelem získání základní představy o společném rozdělení výkonnosti vybraných studentů a žáků slovenských škol v matematice a jejich socioekonomickým zázemím byly údaje zjištěné měřením vyneseny do dvojrozměrného souřadnicového systému, který je znázorněn na obrázku 3. Každá dvojice hodnot výkonnosti žáka v matematice a jí odpovídající hodnota indexu *ESCS* je interpretována graficky jako bod tohoto systému. Přímka, která probíhá body znázorněnými na obrázku 3, ilustruje regresní model, který

neuvažuje vlivy jednotlivých škol. Tento model vznikl pomocí jednoduché (jednoúrovňové) lineární regrese.

Z obrázku 3 je patrné, že vyššímu indexu *ESCS* odpovídá vyšší výkon žáků v matematice. Míra lineární závislosti mezi výkonem žáků v matematice a jejich socioekonomickým zázemím (indexem *ESCS*) vyjádřená korelačním koeficientem činí 0,55 (viz tabulka 2).

Obrázek 4: Grafické znázornění závislosti výkonu žáků v matematice na vybraných školách (s více než 9 žáky) na jejich socioekonomickém pozadí v šetření PISA 2012



Zdroj: vlastní zpracování.

Předpokladem k víceúrovňovému modelování vztahu mezi indexem *ESCS* a výkonem žáků v matematice je získání představy o závislosti indexu *ESCS* a výkonu žáků v matematice pro jednotlivé školy. Tímto způsobem pak je možné zkoumat vztahy sledovaných pro jednotlivé vybrané školy SR. Grafické znázornění závislosti výkonu žáků v matematice na jednotlivých školách (s více než 9 žáky) v šetření PISA 2012 na jejich socioekonomickém zázemí (indexu *ESCS*) ilustruje obrázek 4. Na vybraných (z důvodu lepší přehlednosti) základních školách (s více než 9 žáky) jsou představeny zjištěné (naměřené) a modelované (teoretické) výkonnosti žáků v matematické gramotnosti v závislosti na jejich socioekonomickém pozadí v šetření PISA 2012. Z obrázku 4 je patrné, že každá jednotlivá škola má vlastní regresní přímku (vyjadřuje regresi za jednotlivou školu) odlišnou. Současně se tyto modely pro jednotlivé školy odlišují od

regresní přímky z jednoduché (jednoúrovňové) lineární regrese. Číselné kódy v grafu na obrázku 4 představují identifikátor školy v šetření OECD PISA.

Po provedené průzkumové analýze dat z pohledu možností pro víceúrovňové lineární modelování je patrné, že regresní modely pro jednotlivé školy nejsou stejné. Regresní model pro každou školu se vyznačuje rozdíly jak ve směrnici regresní přímky, tak i v jejím posunu. Z tohoto důvodu předpokládané víceúrovňové modely by měly odpovídat zjištěnému charakteru dat a respektovat výsledky jejich průzkumové analýzy. Víceúrovňové modely by se měly proto vyznačovat modelováním regresních přímek pro jednotlivé školy odlišujících se sklonem i posunem.

První model je vyjádřen systémem rovnic (2) až (4).

$$Y_{ij} = \beta_{0j} + \beta_{1j} \cdot ESCS_{ij} + \varepsilon_{ij}, \quad (2)$$

$$\beta_{0j} = \gamma_{00} + U_{0j}, \quad (3)$$

$$\beta_{1j} = \gamma_{10} + U_{1j}, \quad (4)$$

První úroveň modelu je reprezentována rovnicí (2). Na místě závisle proměnné vystupuje výkonnost žáků v matematice (Y_{ij}). V postavení nezávisle proměnné v rovnici na první úrovni (úroveň žáků) je socioekonomické zázemí žáků vyjádřené indexem $ESCS_{ij}$. Rozptyl, který je vyvolaný odlišnostmi na úrovni žáků, je v modelu označen ε_{ij} . Odhadované parametry β_{0j} a β_{1j} regresního modelu nejsou konstantní a mění se v důsledku působení jednotlivých škol. Odhadované parametry β_{0j} a β_{1j} se dají rozložit do průměrných koeficientů (γ_{00} a γ_{10}) a do náhodných odchylek (U_{0j} a U_{1j}). Náhodné odchylky jsou označovány jako náhodné školní efekty a jsou specifické pro každou školu. Předpokladem modelu je nezávislost rozptylu ε_{ij} a náhodných efektů U_{0j} a U_{1j} , které se vyznačují normálním rozdělením s nulovou střední hodnotou¹¹, tj.

$$\text{var}(U_{0j}) = \tau_0^2, \text{ var}(U_{1j}) = \tau_1^2, \text{ cov}(U_{0j}, U_{1j}) = 0, \text{ var}(\varepsilon_{ij}) = \sigma^2. \quad (5)$$

Dosazením rovnic pro odhadované parametry (3) a (4) do (2) lze získat model ve tvaru

$$Y_{ij} = \gamma_{00} + \gamma_{10} \cdot ESCS_{ij} + U_{0j} + U_{1j} \cdot ESCS_{ij} + \varepsilon_{ij}. \quad (6)$$

Získaný, tzv. smíšený model (6) lze rozdělit na 2 části, kde pevnou (nenáhodnou) část modelu představuje $\gamma_{00} + \gamma_{10} \cdot ESCS_{ij}$, druhá část modelu (6),

¹¹ SNIJDERS, Tom A. B. – BOSKER, R. 2003. Multilevel Analysis: An Introduction to Basic and Advanced Multilevel Modeling. London: Sage publications, 2003. 272 s. ISBN 0-7619-5889-4. s. 68.

$U_{0j} + U_{1j} \cdot ESCS_{ij} + \varepsilon_{ij}$, reprezentuje náhodnou složku modelu. Člen $U_{1j} \cdot ESCS_{ij}$ je zpravidla považován za náhodnou interakci mezi nezávislou proměnnou $ESCS_{ij}$ a příslušnou školou. Skupiny jsou proto charakterizovány 2 náhodnými efekty: náhodným sklonem (směrnici) a náhodným posunem. Obecně tyto náhodné efekty nemusejí být nezávislé a zpravidla jsou vzájemně korelované¹², tj. $cov(U_{0j}, U_{1j}) = \tau_{01}$.

Druhý model, jenž bude využit pro účely modelování, je dán systémem rovnic (7) až (10).

$$Y_{ij} = \beta_{0j} + \beta_{1j} \cdot ESCS_{ij} + \beta_{2j} \cdot GENDER_{ij} + \varepsilon_{ij}, \quad (7)$$

$$\beta_{0j} = \gamma_{00} + U_{0j}, \quad (8)$$

$$\beta_{1j} = \gamma_{10} + U_{1j}, \quad (9)$$

$$\beta_{2j} = \gamma_{20} + U_{2j}, \quad (10)$$

Model podle (7) až (10) vychází z modelu předešlého. Od prvního modelu se odlišuje přidáním další vysvětlující proměnné $GENDER_{ij}$ na úrovni žáků (první úrovni).

Tato vysvětlující proměnná reprezentuje pohlaví žáků. Současně se zvýšil počet odhadovaných parametrů o parametr β_{2j} , který se opět rozloží na průměrný koeficient a náhodný efekt školy podle rovnice (10). Skupiny jsou proto charakterizovány 3 náhodnými efekty: U_{0j} jako náhodným posunem a U_{1j} a U_{2j} jako náhodnými interakcemi školy s nezávislými proměnnými.

Rovnice (7) modeluje zejména varianci výkonů žáků v matematice v rámci jednotlivých škol pomocí socioekonomického pozadí žáků a jejich pohlaví, které v modelu vystupují jako nezávislé proměnné. Tyto faktory, které se týkají žáků, však také mohou vysvětlovat část měnlivosti mezi samotnými školami. Proto je také možné zavést nezávislé proměnné na úrovni školy, které jsou odvozeny od socioekonomického pozadí žáků a jejich pohlaví. Vliv socioekonomického pozadí pro jednotlivé školy, který je odvozen od žáků příslušné školy, je dán jako průměrný ekonomický, sociální a kulturní status žáků dané školy¹³. Matematicky lze tento socioekonomický status školy vyjádřit nezávislou proměnnou na úrovni škol, která je formálně označena jako mu_ESCS_j v rovnici (12).

¹² HOX, JOOP, J. 2010. *Multilevel Analysis: Techniques and Applications (Quantitative Methodology Series)*. Second Edition. New York (USA) and Hove (UK): Routledge, 2010, 392 s. ISBN 978-1-84872-846-2. s. 13.

¹³ PISA Data Analysis Manual SPSS, Second Edition. PARIS: OECD PUBLISHING, 2009. 478 s. ISBN 978-92-64-05626-8. s. 214.

Tabulka 3: Odhady parametrů modelů vlivu socioekonomického pozadí na výkon studentů a žáků škol v matematice

Odhady parametrů pro víceúrovňový model 1 (rovnice 2 až 4)								
Fixed Parameters								
	Coefficient	Estimate	Std. Err.	Df	t	Sig.	[95% Conf. Interval]	
γ_{00}	Intercept	485,682	4,323	188,307	112,351	0,000	477,154	494,209
γ_{10}	ESCS _{ij}	31,577	2,152	131,077	14,674	0,000	27,320	35,834
Random-effects Parameters								
	hierarchy: škola	level	Estimate	Std. Err.	Wald Z	Sig.	[95% Conf. Interval]	
var(U_{0j})	Intercept	2	3129,042	380,700	8,219	0,000	2 465,179	3 971,679
cov(U_{0j} , U_{1j})		2	-196,641	120,295	-1,635	0,102	-432,415	39,133
var(U_{1j})	ESCS _{ij}	2	219,166	85,699	2,557	0,011	101,843	471,643
var(e_{ij})	Reziduální	1	4 813,560	140,194	34,335	0,000	4 546,481	5 096,329
Odhady parametrů pro víceúrovňový model 2 (rovnice 7 až 10)								
Fixed Parameters								
	Coefficient	Estimate	Std. Err.	Df	t	Sig.	[95% Conf. Interval]	
γ_{00}	Intercept	495,134	4,916	197,779	100,718	0,000	485,439	504,828
γ_{10}	ESCS _{ij}	30,415	2,128	128,776	14,295	0,000	26,205	34,625
γ_{20}	GENDER _{ij}	-20,090	3,178	146,116	-6,321	0,000	-26,372	-13,809
Random-effects Parameters								
	hierarchy: škola	level	Estimate	Std. Err.	Wald Z	Sig.	[95% Conf. Interval]	
var(U_{0j})	Intercept	2	3 891,043	481,245	8,085	0,000	3 053,440	4 958,414
cov(U_{1j} , U_{0j})		2	-244,313	135,072	-1,809	0,070	-509,050	20,423
var(U_{1j})	ESCS _{ij}	2	224,087	84,453	2,653	0,008	107,057	469,046
cov(U_{2j} , U_{0j})		2	-719,113	222,763	-3,228	0,001	-1 155,719	-282,506
cov(U_{2j} , U_{1j})		2	-37,208	85,412	-0,436	0,663	-204,612	130,195
var(U_{2j})	GENDER _{ij}	2	350,737	178,515	1,965	0,049	129,343	951,083
var(e_{ij})	Reziduální	1	4 577,399	137,621	33,261	0,000	4 315,460	4 855,238
Odhady parametrů pro víceúrovňový model 3 (rovnice 11 až 14)								
Fixed Parameters								
	Coefficient	Estimate	Std. Err.	df	t	Sig.	[95% Conf. Interval]	
γ_{00}	Intercept	514,058	3,784	202,407	135,851	0,000	506,597	521,519
γ_{20}	GENDER _{ij}	24,441	2,363	164,828	10,344	0,000	19,776	29,106
γ_{10}	ESCS _{ij}	-23,195	3,054	172,451	-7,596	0,000	-29,222	-17,168
γ_{01}	μ_{ESCS_j}	71,805	5,560	247,203	12,915	0,000	60,855	82,756
Random-effects Parameters								
	hierarchy: škola	level	Estimate	Std. Err.	Wald Z	Sig.	[95% Conf. Interval]	
var(U_{0j})	Intercept	2	1 590,613	227,664	6,987	0,000	1 201,523	2 105,702
var(U_{1j})	ESCS _{ij}	2	319,383	93,725	3,408	0,001	179,689	567,677
var(U_{2j})	GENDER _{ij}	2	201,200	146,011	1,378	0,168	48,519	834,342
var(e_{ij})	Reziduální	1	4 579,475	137,225	33,372	0,000	4 318,264	4 856,487
Odhady parametrů pro víceúrovňový model 4 (rovnice 15 až 18)								
Fixed Parameters								
	Coefficient	Estimate	Std. Err.	df	t	Sig.	[95% Conf. Interval]	
γ_{00}	Intercept	488,303	7,267	260,123	67,196	0,000	473,994	502,612
γ_{01}	TYPE _j	34,071	8,095	265,591	4,209	0,000	18,132	50,009
γ_{02}	μ_{ESCS_j}	71,697	5,972	340,798	12,005	0,000	59,950	83,444
γ_{10}	ESCS _{ij}	18,464	5,038	207,325	3,665	0,000	8,533	28,396
γ_{11}	TYPE _j *ESCS _{ij}	7,552	5,512	195,144	1,370	0,172	-3,319	18,423
γ_{12}	μ_{ESCS_j} *ESCS _{ij}	-0,012	3,213	131,240	-0,004	0,997	-6,367	6,343
γ_{20}	GENDER _{ij}	-26,067	7,084	202,939	-3,680	0,000	-40,034	-12,099
γ_{21}	TYPE _j *GENDER _{ij}	1,401	7,758	213,119	0,181	0,857	-13,891	16,693
γ_{22}	μ_{ESCS_j} *GENDER _{ij}	-8,542	4,547	172,342	-1,879	0,062	-17,518	0,433
Random-effects Parameters								
	hierarchy: škola	level	Estimate	Std. Err.	Wald Z	Sig.	[95% Conf. Interval]	
var(U_{0j})	Intercept	2	1 460,905	210,615	6,936	0,000	1 101,302	1 937,929
var(U_{1j})	ESCS _{ij}	2	307,842	91,081	3,380	0,001	172,378	549,760
var(U_{2j})	GENDER _{ij}	2	144,435	139,213	1,038	0,299	21,840	955,213
var(e_{ij})	Reziduální	1	4 575,681	136,711	33,470	0,000	4 315,427	4 851,631

Zdroj: vlastní zpracování.

Model je pak dán systémem rovnic (11) až (14).

$$Y_{ij} = \beta_{0j} + \beta_{1j} \cdot ESCS_{ij} + \beta_{2j} \cdot GENDER_{ij} + \varepsilon_{ij}, \quad (11)$$

$$\beta_{0j} = \gamma_{00} + \gamma_{01} \cdot mu_ ESCS_j + U_{0j}, \quad (12)$$

$$\beta_{1j} = \gamma_{10} + U_{1j}, \quad (13)$$

$$\beta_{2j} = \gamma_{20} + U_{2j}, \quad (14)$$

Následující model lze využít pro pochopení toho, proč je vliv socioekonomického zázemí žáků méně významný (hodnota regresního koeficientu u indexu $ESCS_{ij}$ je nižší) anebo více významný (hodnota regresního koeficientu u indexu $ESCS_{ij}$ je vyšší). Do modelu je zavedena nezávislá proměnná $TYPE_j$, která charakterizuje typ jednotlivé školy. Matematicky lze statistický model vyjádřit ve tvaru:

$$Y_{ij} = \beta_{0j} + \beta_{1j} \cdot ESCS_{ij} + \beta_{2j} \cdot GENDER_{ij} + \varepsilon_{ij}, \quad (15)$$

$$\beta_{0j} = \gamma_{00} + \gamma_{01} \cdot TYPE_j + \gamma_{02} \cdot mu_ ESCS_j + U_{0j}, \quad (16)$$

$$\beta_{1j} = \gamma_{10} + \gamma_{11} \cdot TYPE_j + \gamma_{12} \cdot mu_ ESCS_j + U_{1j}, \quad (17)$$

$$\beta_{2j} = \gamma_{20} + \gamma_{21} \cdot TYPE_j + \gamma_{22} \cdot mu_ ESCS_j + U_{2j}, \quad (18)$$

Pomocí modelu (15) až (18) se sleduje působení typu školy na význam socioekonomického zázemí žáků (na odhadované regresní koeficienty mezi těmito ukazateli). Tato interakce je zpravidla nazývána tzv. křížová interakce, protože zde dochází k působení nezávisle proměnné úrovně žáků na nezávisle proměnnou z úrovně škol (na proměnnou $TYPE_j$).

Odhady regresních koeficientů byly provedeny ve statistickém paketu *IBM SPSS*¹⁴ pomocí speciální procedury *MIXED*¹⁵. Odhadnuté hodnoty regresních koeficientů pro víceúrovňové modely jsou uvedeny v tabulce 3. Odhady parametrů modelů vlivu socioekonomického pozadí na výkon žáků a studentů škol. Pro všechny modely, které

¹⁴ SPSS je zkratkou pro označení Statistical Package for the Social Sciences (pozn. aut.)

¹⁵ Podrobnější postup pro odhadování parametrů víceúrovňových modelů pomocí příkazu MIXED v SPSS je zaznamenán v návodě k SPSS.

byly popsány v této kapitole, byl proveden odhad konstanty (posunu), koeficientů (směrnic) u příslušných nezávislých proměnných. Náhodné parametry pro úroveň školy byly odhadovány pomocí jejich rozptylů. V posledním víceúrovňovém modelu byly modelovány také i interakce mezi jednotlivými vybranými nezávislými proměnnými, a k nim byly odhadovány příslušné koeficienty.

Dílčí odhadované parametry se testují pomocí statistických testů: t-testu pro parametry na první úrovni a Waldova testu¹⁶ pro parametry druhé úrovně (viz tabulka 3). Nulová hypotéza těchto testů zní: Hodnota parametrů na příslušné úrovni je v celé populaci nulová. Pokud je statistickým pakem SPSS vypočtená hladina významnosti nižší než 0,05 (v tabulce 3 je tato hladina významnosti označována jako Sig.), pak je nulová hypotéza o nulovém parametru zamítnuta na hladině významnosti nižší než 5 %.

Celkovou kvalitu odhadnutého modelu je možné porovnat pomocí tzv. informačních kritérií. Informační kritérium je souhrnný ukazatel, který je založen na hodnotě věrohodnostní funkce v bodě odhadu. U informačních kritérií platí¹⁷, že čím je jejich hodnota nižší, tím je model lepší, tedy tím lépe model vystihuje modelované vztahy. Nejpoužívanějšími a nejznámějšími informačními kritérii jsou Akaikeho a Schwartzovo Bayesovské informační kritérium. Hodnoty informačních kritérií pro odhadované modely jsou uvedeny v tabulce 4.

Tabulka 4: Srovnání odhadovaných modelů vlivu socioekonomického pozadí na výkon studentů a žáků škol v matematice z hlediska informačních kritérií

Information Criteria ^{a,b}	Model 1	Model 2	Model 3	Model 4
-2 Log Likelihood	31 731	31 372	31 269	31 245
Akaike's Information Criterion (AIC)	31 737	31 392	31 285	31 271
Hurvich and Tsai's Criterion (AICC)	31 737	31 392	31 285	31 271
Bozdogan's Criterion (CAIC)	31 758	31 461	31 340	31 361
Schwarz's Bayesian Criterion (BIC)	31 755	31 451	31 332	31 348

The information criteria are displayed in smaller-is-better form.

a. Dependent Variable: Plausible value 1 in mathematics.

b. Residual is weighted by FINAL STUDENT WEIGHT.

Zdroj: vlastní zpracování.

4 ZHODNOCENÍ ODHADNUTÝCH MODELŮ

Odhady parametrů modelu 1 jsou zaznamenány ve vrchní části tabulky 1. Závěry, které z odhadnutých hodnot parametrů modelu 1, jsou následující:

Odhady hodnot fixních parametrů (γ_{00} jako průměrné úrovně konstanty a γ_{10} jako průměrné směrnice v základním souboru) jsou statisticky významně odlišné od nuly (toto potvrzuje hodnota statistické významnosti $Sig. < 0,05$). Průměrná úroveň matematických

¹⁶ Waldův test je založen na podílu (s asymptoticky normovaným normálním rozdělením) odhadu parametru a jeho směrodatné chyby.

¹⁷ SOUKUP, P. 2006. Proč užívat hierarchické lineární modely? In: Sociologický časopis/Czech Sociological Review, 2006, Vol. 42, No. 5: 987–1012. s. 1007.

dovedností žáka s průměrným indexem *ESCS* je 485,682. Vzroste-li index *ESCS* o jednotku, pak vzroste úroveň matematických dovedností v průměru o 31,577 procentního bodu. Odhady hodnot náhodných parametrů (rozptylu náhodné složky směrnic a rozptylu náhodných konstant v následující části Tabulky 3 pro model 1 jsou statisticky významně odlišné od nuly (protože, platí $\text{Sig.} < 0,05$). Z tohoto faktu lze usoudit, že směrnice jednotlivých regresních přímek i jejich konstanty jsou pro jednotlivé školy odlišné. Odhadnutá hodnota kovariance náhodných složek (náhodných směrnic i náhodných konstant) se statisticky významně neliší od nuly, z čehož vyplývá z toho, že vztah mezi oběma náhodnými složkami nebyl zaznamenán.

Následující část tabulky 3 zaujímají odhady hodnot fixních a náhodných parametrů modelu 2. Na základě uvedených odhadnutých hodnot lze vyvodit následující závěry:

Oproti předešlému modelu byl použit vyšší počet nezávislých proměnných na první úrovni (úroveň žáků). Tím došlo ke změně odhadovaných hodnot fixních parametrů, které jsou ale všechny významně odlišné od nuly ($\text{Sig.} < 0,05$). Do modelu byla ve srovnání s modelem 1 zahrnuta nezávislá dichotomická proměnná *GENDER*, kde bylo zakódováno pohlaví studentů (1 dívky, 0 chlapci). Průměrná úspěšnost v matematice pro chlapce (*GENDER* = 0) byla odhadnuta ve výši 495,134, průměrná úspěšnost v matematice pro děvčata (*GENDER* = 1) byla odhadnuta ve výši o 20,090 procentního bodu nižší. Hodnota odhadu průměrné směrnice v základním souboru γ_{10} byla zaznamenána ve výši 30,145. O tuto hodnotu naroste úroveň matematických dovedností v průměru, naroste-li index *ESCS* o jednotku. Model 2 se vyznačuje také odlišnou kovarianční strukturou. Z odhadnutých náhodných parametrů modelu 2 nejsou souvislosti (kovariance) mezi náhodnými složkami U_{1j} a U_{0j} (náhodné konstanty a náhodné směrnice u proměnné *ESCS*) a složkami U_{2j} a U_{1j} (náhodných směrnic u proměnných *ESCS* a *GENDER*) statisticky významně odlišné od nuly. Ostatní náhodné parametry tohoto modelu byly odhadnuty jako statisticky významně odlišné od nuly ($\text{Sig.} < 0,05$). Oproti modelu 1 se odhadovaná hodnota reziduálního rozptylu na úrovni žáků snížila.

Následujícím modelem, jehož odhadnuté parametry jsou zaznamenány v tabulce 3, je model 3. Na základě provedeného odhadu modelu 3 lze vyvodit následující skutečnosti:

Model 3 se vyznačuje zavedením proměnné μ_{ESCS} , která vystupuje modelu na úrovni škol. Průměrná úroveň matematických dovedností v modelu je 514,058. Průměrná výkonnost žáků v matematice závisí také na indexu *ESCS* v průměru za celou školu (proměnná μ_{ESCS}). Průměrná úspěšnost v matematice pro děvčata (*GENDER* = 1) byla odhadnuta ve výši o 24,441 procentního bodu vyšší ve srovnání s úrovní chlapců (*GENDER* = 0). Při zvýšení indexu o jednotku dojde k poklesu průměrného výkonu žáků v matematice o 23,195. Všechny odhadnuté hodnoty pevných parametrů jsou z pohledu statistické významnosti odlišné od nuly ($\text{Sig.} < 0,05$). Z odhadnutých náhodných parametrů nejspíše nejsou pro jednotlivé školy odlišné směrnice u nezávisle proměnné *GENDER*, protože hodnota statistické signifikance rozptylu náhodných směrnic U_{2j} je vyšší než 0,05. Náhodné konstanty U_{0j} a náhodné směrnice U_{1j} jsou pro různé školy různé, protože odhadnutá hodnota jejich rozptylu je statisticky odlišná od nuly ($\text{Sig.} < 0,05$). Oproti modelu 2 se nepatrně zvýšila odhadovaná hodnota reziduálního rozptylu na úrovni žáků.

V poslední části tabulky 3 jsou představeny odhadované hodnoty parametrů modelu 4. Model 4 se oproti předešlým modelům vyznačuje tzv. interakcemi, tedy vzájemným působením jednotlivých proměnných. Vzájemné působení proměnných různé úrovně se nazývá tzv. křížová interakce. Závěry, které je možné odvodit z hodnot odhadnutých parametrů modelu 4, jsou následující:

Všechny odhadované hodnoty fixních faktorů, které se týkají parametrů interakcí, se statisticky významně neodlišují od nuly. Z tohoto důvodu je možné interakce mezi vybranými proměnnými považovat jako nevýznamné. Průměrná úrovně konstanty γ_{00} byla odhadnuta ve výši 489,303, což ve srovnání s modelem 3 představuje pokles. Průměrný sklon regresní přímky γ_{10} byl zjištěn ve výši 18,464. Průměrná výkonnost v matematice pro děvčata ($GENDER = 1$) byla odhadnuta ve výši o 26,067 procentního bodu nižší ve srovnání s úrovní chlapců ($GENDER = 0$). Na úrovni škol způsobí růst průměrného indexu o jednotku zvýšení výkonnosti žáků této školy o 71,697 bodu. Statisticky významně odlišné od nuly jsou hodnoty rozptylů náhodných efektů U_{0j} a U_{1j} ($Sig. < 0,05$). Náhodné konstanty U_{0j} a náhodné směrnice U_{1j} pro faktor $ESCS$ jsou pro různé školy různé. Hodnota odhadovaná pro rozptyl náhodné složky U_{1j} neodlišuje statisticky významně od nuly, proto lze usoudit, že náhodné směrnice U_{2j} pro faktor $GENDER$ nejsou pro různé školy odlišné.

Celkové posouzení kvality modelu socioekonomického pozadí žáků ZŠ je možné vyčíst z tabulky 4 s využitím tzv. informačních kritérií. Obecně platí, že čím je hodnota příslušného kritéria nižší, tím je odhadnutý model z hlediska vystižení modelované závislosti lepší. Toto posuzování hodnot informačních kritérií se provádí především na základě Akaikeho a Schwartzova Bayesovského informačního kritéria. Také se posuzuje velikost reziduálního rozptylu v odhadnutém modelu. Na základě hodnoty uvedených informačních kritérií (zejména nejpřísnějšího Schwartzova Bayesovského informačního kritéria) a velikosti odhadnutého reziduálního rozptylu je socioekonomické pozadí žáků na jejich výkonnost v matematice nejlépe modelováno pomocí modelu 3.

Závěr

Tím, že jednoduché lineární regresní modely nerozlišují mezi jednotlivými úrovněmi v systému vzdělávání – mezi úrovní žáků a studentů a úrovní vyšších celků – tříd a škol, které jsou těmito studenty či žáky navštěvovány, nemusí jednoduché lineární regresní modely poskytovat relevantní informace o sledovaném vzdělávacím systému a jeho součástech. Široké spektrum socioekonomického zázemí žáků či studentů, které mnohdy souvisí i s navštěvovanou vzdělávací institucí (školou), se potom odráží ve vysoké variabilitě sledovaných hodnot a snižuje adekvátnost uplatňovaných modelů. Jedním z možných řešení pro zkvalitnění modelového přístupu v oblasti vzdělávání je modelování pomocí víceúrovňových (hierarchických) lineárních regresních modelů.

Příspěvek představil jeden z možných přístupů modelování vzdělávacího systému pomocí lineárních hierarchických modelů. Výsledky mezinárodního šetření OECD PISA 2012 žáků slovenských škol v matematice byly modelovány pomocí vybraných lineárních hierarchických modelů. Jako neadekvátnější model závislosti výsledků matematiky žáků

na jejich socioekonomickém pozadí byl zjištěn model, ve kterém se rozlišuje socioekonomický status školy. Model tak dokumentuje, že socioekonomické pozadí jednotlivé školy, které je odvozeno od žáků příslušné školy, má vliv na výsledky žáků a studentů škol na výsledky v matematické gramotnosti.

Klíčová slova

víceúrovňová analýza, hierarchické modelování, index ESCS, hierarchické datové struktury, PISA

Klasifikace JEL

C13, C18

LITERATURA

- [1] *PISA Data Analysis Manual SPSS, Second Edition*. 2009. PARIS: OECD PUBLISHING, 2009. 478 s. ISBN 978-92-64-05626-8.
- [2] HOX, JOOP, J. 2010. *Multilevel Analysis: Techniques and Applications (Quantitative Methodology Series). Second Edition*. 2010. New York (USA) and Hove (UK): Routledge, 2010, 392 s. ISBN 978-1-84872-846-2.
- [3] SNIJDERS, Tom A. B., BOSKER, Roel: *Multilevel Analysis: An Introduction to Basic and Advanced Multilevel Modelling*. 2003. London: Sage publications, 2003. 272 s. ISBN 0-7619-5889-4.
- [4] SOUKUP, P. 2006. Proč užívat hierarchické lineární modely? 2006. In: *Sociologický časopis/Czech Sociological Review*, 2006, Vol. 42, No. 5: s. 987–1012.

RESUMÉ

V průběhu posledních 20 let byla data z výběrových šetření o vzdělání stále více analyzována pomocí víceúrovňových modelů. Jednoduché lineární regresní modely (bez uvažování konceptu hierarchického modelování) nezohledňovaly při modelování závislosti případné efekty odvislé od způsobu, jakým jsou studenti či žáci zařazeni do škol či tříd. Proto jednoduché lineární regresní modely nemusí adekvátně reprezentovat informace o sledovaných vzdělávacích systémech, školách, studentech či žácích. Jednoduché lineární regresní modely proto nerozlišují mezi jednotlivými úrovněmi – mezi úrovní žáků a studentů a úrovní vyšších celků – tříd a škol, které tyto studenti či žáci navštěvují. Například v některých vzdělávacích systémech si školy mohou vybírat studenty či žáky se širokým spektrem socioekonomického zázemí, což se odrazí ve vysoké variabilitě socioekonomického zázemí žáků. Proto je nutné pro kvalitní analýzu hierarchických dat využít víceúrovňových (hierarchických) lineárních regresních modelů. Příspěvek ukazuje příklad použití několika typů víceúrovňových lineárních regresních modelů, s jejichž pomocí je modelováno působení socioekonomického pozadí žáků a

studentů na jejich výkonnost v matematice. Kvalita odhadnutých modelů (jak modely vystihují realitu) byla posuzována podle informačních kritérií a velikosti reziduálního rozptylu.

SUMMARY

Over the past 20 years data from surveys of education is increasingly analysed using multilevel models. Simple linear regression models (without considering the concept of hierarchical modelling) did not take account the way the students or students enrolled in schools or classes when modelling the possible effects of addiction. Therefore simple linear regression models may not adequately represent the monitoring information on education systems, schools, students or pupils. Then simple linear regression models do not distinguish between different levels - between the level of students and the level of higher units - classes and schools that these students or students attending. In some educational systems, for example, schools can select students or pupils with a broad spectrum of socio-economic background, which is mirrored in the high variability of socio-economic background of pupils. Therefore it is necessary for quality analysis of hierarchical data use multilevel (hierarchical) linear regression models. This paper shows an example of using several types of multilevel linear regression models, which were modelled effects of socio-economic background of students on their performance in mathematics. The quality of the estimated models (how models match reality) was assessed according to the information criteria and the size of the residual variance.

Kontakt

Ing. Roman Pavelka, PhD., Oddelenie realizácie a analýz meraní, Skupina pre výskum a prepojenie nonkognitívnych a kognitívnych meraní, Národný ústav certifikovaných meraní vzdelávania, Žehrianska 9, 851 07 Bratislava, pracovisko Röntgenova 28, 851 01 Bratislava, tel.: +421 2/32 782 624, e-mail: Roman.Pavelka@nucem.sk, URL: www.nucem.sk

Katarína Sakálová
Alena Kotlárová

VPLYV ÚROKOVEJ MIERY NA ZISKOVOSŤ PRODUKTOV ŽIVOTNÉHO POISTENIA

Úvod

Úroková miera predstavuje finančný nástroj, ktorý zohráva kľúčovú úlohu pre ekonomiku každej krajiny. Okrem iného je totiž základným nástrojom monetárnej politiky, ktorej cieľom je udržať ekonomickú stabilitu, preto sa s ňou stretávame v rôznych mikroekonomických aj makroekonomických súvislostiach. V oblasti životného poistenia hovoríme o technickej úrokovej miere, ktorú používajú poisťovne pri výpočte výšky poisťných platieb pre produkty životného poistenia. Táto predstavuje také zhodnotenie poisťných rezerv, na ktoré má klient zmluvne dohodnutý nárok. Maximálnu výšku technickej úrokovej miery na legislatívnej úrovni reguluje Národná banka Slovenska.

1 ČO JE TO ÚROKOVÁ MIERA

Úroková miera je trhovú cenu aktív, ktorá udržiava rovnováhu medzi sporením a investovaním, pričom ju možno klasifikovať z rôznych hľadísk:

- a) **Nominálna a reálna úroková miera**
Reálna úroková miera predstavuje skutočný výnos aktíva, pričom ide o úrokovú mieru očistenú od inflácie. Naopak, v prípade nominálnej úrokovej miery sa berie do úvahy aj vplyv inflácie a zdanenia. Z tohto dôvodu nadobúda vždy vyššie hodnoty ako reálna úroková miera.
- b) **Krátkodobá a dlhodobá úroková miera**
Krátkodobá a dlhodobá úroková miera sa líšia dobou splatnosti investičného nástroja. Vo všeobecnosti platí, že ak sa očakáva v budúcnosti rast krátkodobých úrokových mier, rastú aj dlhodobé a naopak. V dlhodobej úrokovej miere je zahrnutá okrem výnosu tiež prémie, o ktorú tento výnos prevyšuje súčet výnosu zo série krátkodobých úrokových mier.
- c) **Bezriziková úroková miera a úroková miera obsahujúca aj (kreditné) riziko**
Bezriziková úroková miera predstavuje výnos z aktív s minimálnym rizikom, pričom túto kategóriu predstavujú štátne dlhopisy. Pri investícii do rizikovejších aktív investor očakáva taktiež istú kompenzáciu za riziko, ktoré podstupuje, pričom jej výška závisí od veľkosti jeho rizika.
- d) **Úrokové miery centrálnych bánk a trhové úrokové miery**
Centrálne banky jednotlivých krajín kontrolujú hladinu úrokovej miery prostredníctvom úrokových mier, ktoré platia komerčné banky za pôžičky od centrálnej banky. Napríklad typickým regulátorom úrokov (aj keď to nie je typická centrálna banka) je

americký FED¹. Centrálna banka obvykle v recesii zníži svoju úrokovú mieru, aby zvýšila záujem o pôžičky a podnietila tak ekonomický rast.

2 ÚROKOVÁ MIERA AKO SÚČASŤ AKTUÁRSKEJ BÁZY

Súbor predpokladov používaných na uskutočnenie jedného alebo viacerých aktuárskych výpočtov sa nazýva aktuárska báza. Tento súbor sa mení v súlade s cieľom, na ktorý sa použije. Existujú dva významné typy aktuárskej bázy:

1. **poistná báza**, teda súbor predpokladov na určovanie poistného,
2. **báza ohodnocovania**, ktorá predstavuje súbor predpokladov na ohodnocovanie aktív a pasív životnej poisťovne.

Základné zložky poistnej bázy v životnom poistení sú: úroková miera, úmrtnosť a náklady. Pri použití metódy peňažných tokov v aktuárskom modelovaní do aktuárskej bázy môžu okrem uvedených vstupovať aj ďalšie predpoklady, pričom najčastejšie ide o infláciu a mieru odkupov alebo tzv. storná. Pre poistné produkty s podielom na zisku je dôležitou zložkou poistnej bázy taktiež miera podielu poisteného na zisku poisťovne.

Úroková miera je pojem, ktorý životná poisťovňa využíva na výpočet očakávanej návratnosti svojich investícií, pričom pri určovaní hodnoty finančných predpokladov je pre ňu predovšetkým dôležité uskutočniť ich kvalitný výber a následne podstúpiť opatrenia za účelom preventívnej ochrany pred následkami zlého výberu.

Následky zlého výberu závisia od toho, aké hodnoty predpokladov boli zvolené. Ak poisťovňa zvolí príliš vysoké hodnoty predpokladov, t. j. v prípade úrokovej miery bude skutočná hodnota v budúcnosti nižšia ako predpokladaná, tak aj skutočný zisk bude nižší ako predpokladaný. Takýto predpoklad sa nazýva optimistický. Je charakteristický aj tým, že pri rezervotvorných poisteniach sa pri takomto predpoklade vytvára rezerva v nižšej hodnote. Naopak, ak poisťovňa predpokladá nízku úrokovú mieru, skutočný zisk bude vyšší ako predpokladaný. Takýto predpoklad sa nazýva pesimistický alebo konzervatívny predpoklad. Realistický predpoklad sa nachádza v rozmedzí medzi uvedenými. V prípade životného poistenia sa zvyčajne volí pesimistická možnosť.

Existuje viacero faktorov, ktoré vplývajú na určovanie úrokovej miery pri oceňovaní základných produktov životného poistenia, pričom najvýznamnejšie sú:

- **Druh produktu**, pri ktorom sa berie do úvahy, či ide o produkt s alebo bez podielu poistenca na zisku. Pri oceňovaní produktu bez podielu na zisku poisťovne je hlavným cieľom poisťovne aj poistenca výplata garantovaného poistného plnenia. V tomto prípade by mali byť investície poisťovne čo najbezpečnejšie, a teda výnos z nich nižší.
- **Doba trvania poistenia**. Poisťovňa určuje úrokovú mieru prostredníctvom odhadu do budúcnosti, pričom platí, že pri kratšej dobe trvania poistenia je menšia pravdepodobnosť zmien vo výnose z investícií, to znamená, že krátkodobú úrokovú mieru poisťovňa dokáže určiť s väčšou presnosťou.
- **Spôsob platenia poistného**. Ak je poistné zaplatené jednorazovo, okamžite po jeho inkasovaní poisťovňa pozná výšku úrokovej miery, s ktorou ho môže investovať. Ak je poistné platené bežne, znamená to, že väčšia časť z neho bude inkasovaná v budúcnosti, keď už nemožno s istotou určiť, aká bude úroková miera.

¹ FED – *Federal Reserve System*, centrálny bankový systém Spojených štátov.

- **Citlivosť produktu na úrokovú mieru.** Poisťovňa by mala pred výberom úrokovej miery zvážiť aj význam úrokovej miery v aktuárskej báze daného typu produktu. Pre niektoré typy produktov predstavuje úroková miera najdôležitejší predpoklad. Sú to predovšetkým rezervotvorné produkty, teda produkty, pri ktorých je potrebné vytvárať veľké rezervy (napr. zmiešané poistenie). Naopak, pre produkty, ktoré vytvárajú minimálne rezervy (napr. dočasné poistenia na úmrtie), je najdôležitejšou zložkou aktuárskej bázy úmrtnosť.
- **Miera reinvestícií v budúcnosti.** Podľa toho, aký vysoký bude úrokový výnos životnej poisťovne v budúcnosti, je pre ňu zaujímavý aj problém reinvestícií tohto výnosu. Pretože sa však budú uskutočňovať pri neznámej úrokovej miere, zväčšuje sa tým neistota pri určovaní celkovej miery návratnosti investície.
- **Názor na súčasnú hodnotu úrokovej miery.** Veľmi dôležitý je aj názor na súčasnú hodnotu úrokovej miery. Obyčajne sa ňou myslí úroková miera štátnych dlhopisov. V závislosti od toho, či sú vyhladky na jej pokles alebo rast, je vhodné predpokladať nižšie alebo vyššie hodnoty. Okrem prognózy veľkosti výkyvov úrokovej miery je dôležitá aj prognóza frekvencie výkyvov.

Výber úrokovej miery pre aktuársku bázu sa zvyčajne realizuje v dvoch krokoch:

1. Výber konkrétnych typov aktív, ktorý závisí predovšetkým od investičnej stratégie životnej poisťovne. Rozličné typy aktív majú rôzny výnos, ale predstavujú aj rôzne riziko pre poisťovňu.
2. Určenie realistickej úrokovej miery pre tie typy aktív, ktoré boli vybraté.

3 HISTÓRIA ÚROKOVEJ MIERY

Za posledných približne 30 rokov bol zaznamenaný pokles úrokovej miery na väčšine trhov, pričom poklesla nielen nominálna, ale aj reálna úroková miera. Úrokové miery štátnych dlhopisov v niektorých krajinách G8 (USA, Veľká Británia, Japonsko) dokonca spadli pod 2 %. Aj keď nízke úrokové miery sú pre niektorých účastníkov finančného trhu výhodné, zďaleka to neplatí pre všetkých. Poisťovniam, a najmä životným poisťovniam, prinášajú nízke úrokové miery spravidla problémy. Odhaduje sa, že asi 12 % svetových finančných aktív je v rukách poisťovacieho sektora. Ak to napríklad bolo prednedávnom 25 000 miliárd USD, potom pokles úrokového výnosu z takejto čiastky o 1% predstavuje neuveriteľných takmer 250 miliárd USD.

3.1 Príčiny pádu úrokovej miery

V odborných kruhoch neexistuje jednotný názor na príčiny dlhotrvajúceho pádu úrokovej miery vo svete. Najčastejšie sa však spomínajú nasledujúce dôvody:

- Presýtenie trhu sporivými finančnými produktmi, ktoré vedie pri nedostatku dlhodobých finančných nástrojov k poklesu úrokovej miery.
- Neviazaná monetárna politika centrálnych bánk, pričom tieto znižujú úrokovú mieru cenných papierov, ktoré emitujú.
- Rastúca averzia voči riziku v časoch dlhovej krízy spôsobuje ďalší pokles úrokovej miery najmä štátnych dlhopisov.

Negatívny vplyv nominálnej úrokovej miery na poisťovníctvo je pozvoľný z dôvodu, že iba časť bežného poistného sa investuje s trhovým výnosom. Tento fakt odkladá dopad nominálnej úrokovej miery na investičné portfólio a dáva síce na jednej strane poisťovniám čas reagovať vhodnými protiopatreniami, ale zase na druhej strane ich to motivuje k tomu, aby čakali a dúfali v zmenu k lepšiemu, čo spôsobuje odklad žiadaných aktivít. Vzhľadom na históriu úrokových mier prichádzajú do úvahy viaceré scenáre vývoja.

Vplyv úrokovej miery je výrazný najmä v niektorých oblastiach poisťovníctva a pri niektorých typoch produktov, pričom najväčší vplyv majú úrokové miery na dlhodobé produkty. To znamená, že v oblasti neživotného poistenia, ktoré má ceny určené väčšinou na ročnej báze, nie je vplyv úrokovej miery taký výrazný ako v životnom poistení. Najcitlivejšie na úrokovú mieru sú produkty životného poistenia s veľkou ukladacou časťou poistného. Ide o produkty, ktoré sú na našom poistnom trhu označované ako kapitálové alebo investičné životné poistenie. Citlivosť týchto produktov na úrokovú mieru navyše ovplyvňujú tiež finančné garancie a opcie (napr. odkupné hodnoty bez výraznej penalizácie alebo opcia na predĺženie poistenia). Pre životné poisťovne ako pre predajcov dlhodobých produktov sú potom zaujímavé riešenia v oblasti efektívneho manažmentu rizika vyplývajúceho z úrokovej miery.

4 AKO VPLÝVAJÚ ÚROKOVÉ MIERY NA POISŤOVNE

Vplyv na výšku poistného

Ak rastie úroková miera v neživotnom poistení, poistné klesá, pretože diskontovaná hodnota poistného plnenia sa znižuje (za predpokladu, že nerastie inflácia a náklady). Podobne v životnom poistení s rastúcou úrokovou mierou pokrýva úrokový výnos stále väčšiu časť poistnej sumy, z čoho vyplýva, že rastúce úrokové miery aj v tomto prípade znižujú poistné.

Vplyv na dopyt

V životnom poistení nízke úrokové miery zvyšujú cenu produktu alebo redukovujú poistnú sumu. Napríklad klesajúca úroková miera spôsobí v prípade okamžitého doživotného dôchodku, ktorý je charakteristický jednorazovým poistným, nárast čistej súčasnej hodnoty výplat dôchodku, a teda nárast poistného. Nie vždy však má pokles úrokovej miery takýto vplyv na produkty životného poistenia.

Vplyv na účtovníctvo poisťovne

Vplyv úrokovej miery na účtovníctvo poisťovne sa prejavuje vtedy, ak sú aktíva ohodnocované pomocou ich trhovej hodnoty a pasíva pomocou účtovnej hodnoty. V takom prípade meniace sa úrokové miery na trhu spôsobia fluktuácie v aktívach, kým pasíva ostávajú nezmenené. Môže nastať nespárovanie aktív a pasív, a to aj v prípade, že boli imunizované². Problém môžu spôsobiť tiež aktíva, ktoré majú kratšiu dobu expirácie ako pasíva. Potom pokles úrokovej miery spôsobí rýchlejší nárast hodnoty pasív v porovnaní s hodnotou aktív, čo je pre poisťovňu a jej trhovú konzistentnú embedded value problém (*Market Consistent Embedded Value – MCEV*).

Vplyv na investičný výnos

Pre poisťovňu je nevyhnutné, aby reálna úroková miera bola vyššia ako úroková miera použitá pri oceňovaní. V takom prípade platí, že čím je investičný výnos vyšší, tým je vyšší zisk

² Pod pojmom imunizácia rozumieme investovanie aktív takým spôsobom, pri ktorom je rozdiel súčasnej hodnoty aktív a súčasnej hodnoty pasív imúnny voči zmene úrokovej miery (viac v [6])

poist'ovne a naopak. V životnom poistení klesajúce úrokové miery spôsobujú vyššie ceny a znižujú dopyt. To v konečnom dôsledku znižuje *MCEV* poist'ovni a pokles hodnoty ich akcií.

Citlivosť produktov životného poistenia na úrokovú mieru závisí od dvoch kľúčových faktorov.

1. Od stupňa závislosti ziskovosti produktu od investičného výnosu.
2. Od toho, či riziko z úrokovej miery môže byť redukované manažmentom aktív a pasív (*Asset Liability Management – ALM*) alebo zaistením (*hedging*). To je obvykle možné vtedy, keď peňažné toky môžu byť projektované dostatočne presne. Na rozdiel od neživotného poistenia správanie poistencov v životnom poistení je ovplyvňované mnohými ekonomickými aj psychologickými faktormi, čo sťažuje projekciu peňažných tokov.

5 VÝZNAM INVESTIČNÉHO VÝNOSU PRE PRODUKTY ŽIVOTNÉHO POISTENIA

Význam investičného výnosu v oblasti životného poistenia je závislý od typu produktu. Príkladom sú dočasné poistenie na úmrtie a zdravotné poistenie, pričom rozdielnosť týchto dvoch typov produktov závisí od toho, čo je hlavným zdrojom zisku a aká je jeho hodnota. Zdravotné poistenie je závislé od stavu na finančných trhoch, a teda značne kolísavé a neisté.

5.1 Rizikové produkty životného poistenia

Ide o **produkty životného poistenia, ktoré poskytujú ochranu pred rizikom** (dočasné poistenie na úmrtie, zdravotné poistenia, poistenie kritických chorôb) **a okamžité dôchodky**, pričom tieto sa v citlivosti na úrokovú mieru podobajú projektom neživotného poistenia.

Správanie poistencov

Poistenci v tomto prípade nie sú citliví na zmeny úrokovej miery. Hlavné riziko súvisiace so správaním poistencov predstavuje miera predčasného zrušenia poistnej zmluvy (poistenci rušia svoje produkty pre atraktívnejšie ponuky na trhu). Keď úrokové miery klesajú, odkupy nie sú natoľko atraktívne, pretože klesajú poistné sumy a rastie poistné pri nových produktoch. Naopak, keď úrokové miery rastú, konkurencia môže ponúknuť atraktívnejšie produkty. Mnoho rizikových produktov ponúka aj napriek meniacim sa úrokovým mieram stále tú istú úroveň krytia. V takom prípade poist'ovňa v dlhodobom horizonte vyrovnáva zisky a straty. Na začiatku je cena za riziko väčšia ako individuálne riziko, na konci je to naopak. Zrušenie poistnej zmluvy v situácii, keď individuálne riziko je väčšie ako jeho cena spôsobí, že poistenec pri kúpe novej poistky platí za svoje riziko vyššiu cenu bez ohľadu na úrokovú mieru.

Investičný výnos

Investičný výnos nie je hlavným zdrojom príjmu pre rizikové produkty a úroková miera preto nemá na ne veľký vplyv. Dôležitý je však v prípade dôchodkov, ale prostredníctvom

ALM sa dá riziko z úrokovej miery efektívne znížiť aj vďaka tomu, že správanie poistencov na tento typ produktu nemá veľký vplyv.

Odhady SwissRe hovoria, že asi 15 % poistného globálneho trhu životného poistenia pripadá na poistné rizikových produktov. Teda hlavnú časť poistného v životnom poistení predstavujú tzv. sporivé (investičné) produkty, ktoré sú navyše naviazané na úrokovú mieru.

5.2 Sporivé produkty životného poistenia

Investičný výnos

Význam **investičného výnosu** sa znásobuje nielen veľkým objemom aktív, ktoré kryjú sporivé produkty, ale aj faktom, že uvedené produkty sú dlhodobé, a preto by mali byť aktíva spárované s pasívami aj v čase. Môže sa stať, že ak životná poisťovňa spáruje pasíva dlhodobého produktu s krátkodobými aktívami, v čase expirácie týchto aktív môže zistiť, že úrokové miery sú dlhodobo nízke a je ohrozená jej solventnosť. Na druhej strane je veľmi málo aktív, ktoré sú dlhodobé a zároveň likvidné. Preto je *ALM* týchto produktov pomerne náročný.

Správanie poistencov

Pri sporivých produktoch má správanie poistencov veľký význam, ak sú v produktoch vnorené rôzne opcie a garancie, napríklad opcie na rôzne zmeny: zmena poistného a poistnej sumy, predĺženie doby trvania, a pod. V takom prípade je náročné prognózovať peňažné toky za účelom zníženia rizika zo zmien úrokovej miery.

Náhly nárast úrokovej miery môže mať za následok, že poistenci stornujú sporivé produkty s cieľom kúpiť si nové výhodnejšie. Poisťovňa má ale problémy, lebo musí okamžite odpredávať aktíva, ktorými vypláca odkupnú hodnotu, a to pred dobou expirácie a zvyčajne pod cenu. Toto správanie poistencov môže následne ovplyvňovať aj mortalitné riziko, pretože častejšie sú to práve zdravší poistenci, ktorí odstupujú. Rizikovejší poistenci ostávajú, pretože je pre nich ťažké zaobstarať nové krytie rizika za takú cenu, akú mala pôvodná poisťka. Táto antiselekcia paradoxne zhoršuje situáciu poisťovne pri rastúcich úrokových mierach.

Na druhej strane však klesajúce úrokové miery znižujú chuť poistencov odstupovať od zmlúv. Pokles úrokovej miery spôsobuje, že poistenec má iba malú možnosť nájsť lepšiu investičnú príležitosť ako pôvodný produkt. Naopak u poistencov rastie záujem o zvýšenie poistnej sumy akceptujúc zodpovedajúci nárast poistného a odloženie ukončenia produktu. To však zvyšuje riziko z reinvestícií u poisťovne. Z toho vyplýva, že rovnako zvýšenie ako aj zníženie predpokladaného počtu odkupov môže ohroziť *ALM* poisťovne. Obe možnosti ťažko predvídateľným spôsobom menia peňažné toky produktu. V tabuľke č. 1 je uvedený vplyv úrokovej miery a jej zmien na základné produkty životného poistenia.

Tabuľka č. 1: Vplyv úrokovej miery na produkty životného poistenia

Úroková miera	Ziskovosť Dočasné poistenie na úmrtie – rizikový produkt	Ziskovosť Zmiešané poistenie – rezervotvorný (investičný) produkt	Ziskovosť Okamžitý dôchodok – rezervotvorný produkt
↓	↔ Pravdepodobne slabý záporný vplyv na ziskovosť, pretože investovanie nie je hlavný zdroj zisku a dopyt nie je veľmi citlivý na úrokovú mieru.	↓↓ Ziskovosť klesá vzhľadom na nižšiu investičnú maržu. ↓↓↓ Ziskovosť prudko klesá, ak investičný výnos klesne pod garantovanú úrokovú mieru.	↓ Ziskovosť klesá vzhľadom na nižšie objemy (a zrejme nižší investičný výnos pri nedodržaní časovej durácie ³).
↑	↔ Pravdepodobne slabý kladný vplyv na ziskovosť.	↑ Ziskovosť mierne rastie, lebo ŽP sa len čiastočne podieľa na investičnom výnose, ktorý pochádza z prekročenia garantovanej úrokovej miery.	↑ Ziskovosť rastie ťahaná vyššími objemami (a zrejme väčšou investičnou maržou).

Zdroj: spracované podľa www.swissre.com

Z tabuľky je zrejmé, že pokles úrokovej miery má pomerne výrazný vplyv na zmiešané poistenie z pohľadu ziskovosti, ktorá môže v niektorých prípadoch výrazne klesnúť, predovšetkým vtedy, ak investičný výnos závisiaci od úrokovej miery klesne pod úrokovú mieru, ktorú poisťovňa garantuje. Toto tvrdenie v závere príspevku ilustrujeme pre konkrétny prípad produktu zmiešaného poistenia.

6 VPLYV ÚROKOVEJ MIERY NA ZISKOVOSŤ POISŤOVNÍ PODĽA ZVEREJNENEJ MCEV NA NAJVÄČŠÍCH GLOBÁLNYCH POISŤNÝCH TRHOCH

Úlohou MCEV správ jednotlivých poisťovní je nielen preukázať hodnotu poisťovne resp. zaistovne, ale aj jej predpokladaný vývoj a zmeny v čase. Na rozdiel od účtovných správ (závierka a pod.), MCEV správy poskytujú ekonomický pohľad na hodnotu životnej poisťovne na základe ohodnotenia aktív a pasív spoločnosti na trhovu konzistentnej báze. Zmena MCEV za určitú časovú periódu (ekonomický zisk) môže byť spôsobená rôznymi

³ Pod pojmom durácia rozumieme priemernú dobu splatnosti zvyčajne portfólia fondu investujúceho do dlhopisov. Je to ukazovateľ, ktorý meria citlivosť ceny dlhopisov na zmenu úrokových sadzieb.

faktormi, ako napr. objem nových obchodov, aktuálny priebeh mortality a morbiditu, ale aj zmeny v úrovni volatility úrokových mier. Životné poisťovne rešpektujúce *MCEV* princípy tiež zverejňujú citlivosť rôznych typov produktov na úrokovú mieru, náklady, mortalitu, dlhovekosť a morbiditu.

V tabuľke č. 2 sú uvedené citlivosti na úrokovú mieru podľa *MCEV* správ najväčších poisťovní zoskupených podľa regiónov pre roky 2009-2011.

Tabuľka č. 2: Citlivosť na úrokovú mieru

	2009	2010	2011
Stredná a severná Európa – Aegon, Ageas, Allinz, Delta Lloyds, Eureko/Achmea, Munich Re, SNS Reaal, Storebrand, Swiss Life, UNIOA, Vienna, Zurich	-10,7 %	-12,7 %	-56,1 %
Japonsko – Sony Life, Himawari Life	-11,7 %	-10,7%	-8,0 %
Južná Európa a Francúzsko – AXA, CNP, Generali, Mediolanum	-5,2 %	-3,9 %	-7,9 %
United Kingdom – Aviva, Old Mutual, Phoenix, Resolution, SJP, Standard Life	1,2 %	1,1 %	-1,7 %
Zaisťovne – Hannover Re, Munich Re (len životné poistenie)	0,2 %	0,7 %	1,2 %

Zdroj: spracované podľa www.swissre.com

Stredná a severná Európa. Spoločnosti pôsobiace na trhoch strednej a severnej Európy, kde garancie sú tradične dlhodobé, sú najviac vystavené budúcim zmenám úrokovej miery. Citlivosť na ňu narastá najmä v čase, keď úrokové miery začínajú postupne klesať. To následne vedie k nárastu hodnôt garancií. Pokles úrokovej miery o zlomok percenta môže spôsobiť veľký pokles *MCEV*.

Japonsko. Keďže v Japonsku sú úrokové miery už desaťročie nízke a pomerne stabilné, je citlivosť na ne pomerne vysoká, ale nemá rastúcu tendenciu.

Južná Európa a Francúzsko. V tejto časti Európy je citlivosť na úrokovú mieru nižšia ako v strednej a severnej Európe. Pravdepodobne je to vplyv flexibilnejších garancií a vyššieho úrokového výnosu štátnych dlhopisov.

Spojené kráľovstvo Veľkej Británie a Severného Írska (United Kingdom). Trh životného poistenia nie je v UK veľmi citlivý na úrokovú mieru. Súvisí to najmä s faktom, že v oblasti životného poistenia narastá najmä záujem o produkty, ktoré nie sú veľmi citlivé na úrokovú mieru, ako napríklad jednotkovo viazané životné poistenie (v SR investičné životné poistenie), ale aj okamžité dôchodky.

Zaisťovne. Produkty zaisťovní (predovšetkým rizikové produkty), tiež nie sú citlivé na úrokovú mieru. Na rozdiel od životných poisťovní, ktoré sa koncentrujú predovšetkým na

sporivé produkty, budúci zisk zaistovní je len okrajovo ovplyvňovaný nízkymi úrokovými mierami.

Na záver možno skonštatovať, že citlivosť na úrokovú mieru je asymetrická. Jej pokles obvykle viac s garantovanými poistnými plneniami postihuje životné poistenie, ale na druhej strane jej nárast prináša výnos, o ktorý sa poisťovňa obvykle delí s poistencami.

7 VPLYV ÚROKOVEJ MIERY NA ZISKOVOSŤ – MODELOVÉ POISTENIE

Vplyv úrokovej miery na ziskovosť sporivého produktu je popísaná v tabuľke č. 1, pričom v nasledujúcej časti overíme tento vplyv na modelovom zmiešanom poistení. Predpokladáme, že osoba vo veku 30 rokov uzatvorila v roku 2013 poistnú zmluvu na dobu 10 rokov. Poistná suma 5 000 € bude vyplatená v prípade úmrtia aj v prípade dožitia sa konca poistnej doby. Poistné sa platí vždy na začiatku roka po celú dobu trvania poistenia. Poistená osoba nemá nárok na podiel na zisku.

Pri výpočtoch uvažujeme technickú úrokovú mieru 2,5 % a infláciu vo výške 2 %. Použijeme úmrtnostné tabuľky ŠÚ SR z roku 2012.

Poisťovňa kalkuluje náklady na poistnú zmluvu podľa britského prístupu v nasledovnej výške:

- začiatkové náklady vo výške 45 € a začiatková provízia vo výške 60% poistného,
- obnovovacie náklady vo výške 7 € spotrebovávané na začiatku každého roka počnúc druhým rokom trvania poistenia a obnovovacia provízia vo výške 5% z poistného od 2. roku,
- náklady súvisiace s výplatou poistného plnenia vo výške 2% z poistnej sumy.

Na základe vstupných parametrov sme pomocou rovnice ekvivalencie (viac v [2]) určili bruttopoistné vo výške 517,54 €.

Čistý peňažný tok v roku t ; $t = 1, 2, \dots, n$ sme pre každý rok trvania poistenia určili na základe vzťahu

$$CF_t = P_t - N_t + (P_t - N_t) \cdot i - M_t \cdot q_{x+t-1} - S_t \cdot p_{x+t-1} \quad (1)$$

kde

P_t - poistné v roku t (na začiatku roka),

N_t - náklady v roku t (vznikajú počas celého roka; sú situované na začiatok roka),

$(P_t - N_t) \cdot i$ - úroky za rok t určené z poistného zníženého o náklady,

$M_t \cdot q_{x+t-1}$ - očakávané poistné plnenie v prípade úmrtia v roku t (na konci roka),

$S_t \cdot p_{x+t-1}$ - očakávané poistné plnenie v prípade dožitia sa konca roka t (na konci roka).

Určené peňažné toky sú uvedené v tabuľke č. 3.

Tabuľka č. 3: Celkové peňažné toky pre modelové poistenie

Rok	Na začiatku roku			Na konci roku				Celkové peňažné toky
	Poistné	Náklady	Úrok	Poistné plnenie – úmrtie	Náklady na PP úmrtie	Poistné plnenie - dožitie	Náklady na PP dožitie	
1	517,54	355,52	4,86	3,07	0,06	0,00	0,00	163,75
2	517,54	33,02	14,54	3,78	0,08	0,00	0,00	495,20
3	517,54	33,16	14,53	3,48	0,07	0,00	0,00	495,35
4	517,54	33,31	14,53	3,53	0,08	0,00	0,00	495,15
5	517,54	33,45	14,52	3,61	0,08	0,00	0,00	494,92
6	517,54	33,61	14,52	4,86	0,11	0,00	0,00	493,48
7	517,54	33,76	14,51	5,54	0,13	0,00	0,00	492,62
8	517,54	33,92	14,51	6,41	0,15	0,00	0,00	491,57
9	517,54	34,08	14,50	7,00	0,17	0,00	0,00	490,80
10	517,54	34,24	14,50	7,50	0,18	4992,50	121,72	-4624,10

Zdroj: vlastné spracovanie

Pokračovali sme určením hodnoty základného ziskového kritéria (viac v [4]), ktorým je čistá súčasná hodnota (*net present value* - *NPV*) na základe vzorca

$$NPV = \sum_{t=1}^n Pr_t \cdot {}_{t-1}p_x \cdot \frac{1}{(1+r)^t} \quad (2)$$

kde

r - riziková úroková miera,

${}_{t-1}p_x$ - pravdepodobnosť, že osoba vo veku x rokov sa dožije veku $x+t-1$.

Výpočet je uvedený v tabuľke č. 4.

Tabuľka č. 4: Čistá súčasná hodnota pre modelové poistenie

Rok	Rezerva na zač. roku	Výnos z rezerv	Zmena rezervy	Vektor zisku	Faktor prežitia	Signatúra zisku	NPV	Akumulovaná NPV
1	0,00	0,00	445,15	-281,41	1,00000	-281,41	-273,21	-273,21
2	445,43	13,36	455,57	52,99	0,99939	52,96	49,92	-223,29
3	901,68	27,05	467,28	55,13	0,99863	55,05	50,38	-172,91
4	1 369,91	41,10	478,94	57,32	0,99794	57,20	50,82	-122,09
5	1 850,16	55,50	490,87	59,56	0,99723	59,40	51,24	-70,86
6	2 342,71	70,28	501,93	61,84	0,99651	61,62	51,61	-19,25
7	2 847,41	85,42	513,86	64,18	0,99554	63,90	51,95	32,70
8	3 365,00	100,95	525,93	66,59	0,99444	66,22	52,27	84,97
9	3 895,93	116,88	538,62	69,06	0,99316	68,59	52,57	137,54
10	4 440,76	133,22	-4 440,76	-50,12	0,99177	-49,71	-36,99	100,55

Zdroj: vlastné spracovanie

Rezerva na začiatku roku v tabuľke č. 4 predstavuje nettorezervu, ktorú sme určili na základe rekurentného vzorca na výpočet rezervy

$${}_{t-1}V = \left(M_{t-1} \cdot q_{x+t-1} + \left(S_{t-1} + {}_{t-1}V \right) \cdot p_{x+t-1} \right) \cdot v - P_{t-1} \quad (3)$$

kde

P_{t-1} - nettopoistné určené z rovnice ekvivalencie (pre viac informácií pozri [2]),

$M_{t-1} \cdot q_{x+t-1}$ - očakávané poistné plnenie v prípade úmrtia v roku $t-1$ (na konci roku),

$S_{t-1} \cdot p_{x+t-1}$ - očakávané poistné plnenie v prípade dožitia sa konca roka $t-1$ (na konci roku).

Vektor zisku sme určili na základe vzorca

$$Pr_t = CF_t + {}_{t-1}V + {}_{t-1}V \cdot i - {}_tV \cdot p_{x+t-1} \quad (4)$$

a signatúru zisku na základe vzorca

$$\sigma_t = {}_{t-1}p_x \cdot Pr_t \quad (5)$$

V poslednom stĺpci tabuľky je uvedená akumulovaná NPV, ktorú dostaneme ako súčet hodnôt NPV v predchádzajúcich rokoch. Túto následne použijeme na výpočet miery zisku (*profit margin* – *PM*), ktorú určíme na základe vzorca

$$PM = \frac{\sum_{t=1}^n \frac{\sigma_t}{(1+r)^t}}{\sum_{t=1}^n \frac{P_t \cdot {}_{t-1}p_x}{(1+r)^{(t-1)}}} \quad (6)$$

Miera zisku, ktorá predstavuje podiel čistej súčasnej hodnoty poistenia a očakávanej hodnoty budúcich poistných, v našom konkrétnom prípade vychádza 2,17 %. Keďže ide o zmiešané poistenie, zníženie úrokovej miery by malo viesť k nižšej ziskovosti produktu, a teda k nižšej miere zisku. Naopak, ak úrokovú mieru zvýšime, ziskovosť by sa mala tiež zvýšiť. Predpokladajme teda, že technická úroková miera je 2 %, resp. 3,5 %. Výpočty zopakujeme pre obe hodnoty úrokovej miery. Výsledky sú uvedené v tabuľke č. 5.

Tabuľka č. 5: Vplyv úrokovej miery na ziskovosť produktu

úroková miera	miera zisku
2,50%	2,17%
2,00%	2,13%
3,50%	2,26%

Zdroj: vlastné spracovanie

Výsledok výpočtov je v súlade s tvrdením uvedeným v tabuľke č. 1, že pri rezervotvorných produktoch pokles úrokovej miery vyvolá zníženie ziskovosti, a naopak nárast úrokovej miery vedie k vyššiemu zisku.

Záver

Všetky poistné produkty obsahujú garancie úrokovej miery. Garancie úrokovej miery, na ktorú je mimoriadne citlivý celý poistný priemysel, môžu byť explicitné (sporivé produkty) a implicitné (všetky produkty cez úrokovú mieru nutne použité pri oceňovaní). Ak reálna výnosová miera nedosiahne hodnotu garantovanej úrokovej miery, vtedy má poisťovňa problém so ziskovosťou, v krajnom prípade aj s dohľadom nad poisťovníctvom. Zaisťiť, zabezpečiť poisťovňu pred rizikami z úrokovej miery, je jedna z najdôležitejších ale aj najťažších úloh pre poisťovňu.

Pre neživotnú poisťovňu sa dá riziko z úrokovej miery minimalizovať najmä solídnu investičnou stratégiou a preceňovaním produktov. Životná poisťovňa je vystavená riziku z úrokovej miery najmä vďaka nepredvídateľnému správaniu poistencov. Neistota o výške úrokovej miery v budúcnosti je vysoká, poisťovňa musí rátať so všetkými možnými scenármi.

Znovuocenenie je pekný názov pre nové produkty, ale aj tu musí poisťovňa, ako pri všetkých produktoch v životnom poistení, porovnávať ekonomické náklady garancií a náklady na garancie poistencom. Flexibilnejšie garancie umožnia poisťovní lepšie manažovať riziko z úrokovej miery, a pritom ponúknuť poistencovi atraktívny produkt.

Kľúčové slová

úroková miera, aktuárska báza, životné poistenie, ziskovosť, testovanie zisku, čistá súčasná hodnota

Klasifikácia JEL

C02

LITERATÚRA

- [1] SAKÁLOVÁ, K. 2001. *Oceňovanie produktov v životnom poistení*. Bratislava: Vydavateľstvo EKONÓM, 2001, 156 s. ISBN 80-225-1350-4.
- [2] SEKEROVÁ, V. – BILÍKOVÁ, M. 2007. *Poistná matematika*. Bratislava: Vydavateľstvo EKONÓM, 2007, 180 s. ISBN 978-80-225-2302-2.
- [3] KRČOVÁ, I. 2005. *Metódy oceňovania produktov a meranie zisku v životnom poistení*: dizertačná práca. Bratislava: FHI EU, 2005, 107 s.
- [4] SAKÁLOVÁ, K. 2006. *Aktuárske analýzy*. Bratislava: Vydavateľstvo EKONÓM, 2006, 113 s., ISBN 80-225-2155-9.
- [5] KRČOVÁ, I. – SAKÁLOVÁ, K. 2002. *Testovanie zisku ako metódy na určovanie poistného pre zmiešané poistenie*. In: Matematika vo výučbe, výskume a praxi 2002: medzinárodná vedecká konferencia v Nitre. S. 181-186. - Nitra: Slovenská poľnohospodárska univerzita v Nitre, 2002. ISBN 80-8069-040-5.
- [6] SAKÁLOVÁ, K. – MOJŽISOVÁ, E. 2006. *Investičná politika životnej poisťovne*. Bratislava : Fakulta hospodárskej informatiky EU, Katedra matematiky, 2006.
- [7] ŠPIRKOVÁ, J. – URBANÍKOVÁ, M. 2012. *Aktuárska matematika – Životné poistenie*. Bratislava: IURA Edition, 2012, 241 s. ISBN 978-80-8078-514-7.

RESUMÉ

Článok je venovaný úrokovej miere ako súčasti aktuárskej bázy a jej vplyvu na poisťovne z hľadiska ziskovosti produktov životného poistenia. Okrem toho je v ňom zahrnutá história úrokovej miery, predovšetkým jej pokles v posledných rokoch. V závere článku je vplyv úrokovej miery demonštrovaný na praktickom príklade testovania ziskovosti produktu zmiešaného životného poistenia.

SUMMARY

The article is devoted to the interest rate as part of the actuarial basis and its impact on insurance companies in terms of profitability of life insurance products. It contains the history of interest rate, particularly its decline in recent years. In the conclusion of the article, the influence of interest rate on the profit of life insurance product is demonstrated.

Príspevok vznikol v rámci projektu VEGA č. 1/0542/13 Riadenie rizík a aktuárska funkcia v životnom poistení

Kontakt

prof. RNDr. Katarína Sakálová, CSc., Katedra matematiky a aktuárstva, Fakulta hospodárskej informatiky, Ekonomická univerzita v Bratislave, Dolnozemska cesta 1, 852 35 Bratislava, e-mail: katarina.sakalova@euba.sk

Ing. Alena Kotlárová, Katedra matematiky a aktuárstva, Fakulta hospodárskej informatiky, Ekonomická univerzita v Bratislave, Dolnozemska cesta 1, 852 35 Bratislava, e-mail: alena.kotlarova@gmail.com

Mária Szivósová

DIGITAL MARKETING CAMPAIGN

Introduction

Digital or Internet Marketing today is more important than traditional marketing, especially in terms of efficiency. Longer enough just to have a professional website done, it is important that your site visited by visitors, which is why it is so important Digital campaign.

Within the Faculty of Economic Informatics of University of Economics in Bratislava we prepared a case study of an interesting commodity.

E-commerce is trading of products or services or use transmission of funds or data over a online networking, such as Internet. This type of commerce involves many areas such as online marketplaces, business-to-business trading, online shopping web sites for retail sales direct to consumers, and many others.

Nowadays, online shopping has become very common in people's life and business. The online purchase is increasing and the market is huge enough to accomplish success.

For that reason this project develops the creation of a new business - *Foodtastic* - that gives people the opportunity to order online traditional food from five different countries in Slovakia territory. This idea became when we found a solution to solve a problem: in Slovakia there is no traditional food delivery website.

1 DESCRIPTION OF THE BUSINESS

Foodtastic is a business that provides to its customers delicious traditional food in Slovakia. We offer it through our website which commercializes traditional food from five different countries (Romania, Germany, Portugal, France and Turkey).

Is an online food ordering website where people can discover, choose and order from the widest gastronomic traditional range available around the world – online or from the mobile app.

This idea of ordering food is not new, but our business is different because we offer traditional food and also a surprise every time you eat.

1.1 Mission, Vision and Core Values

Mission:

Our goal is to bring gastronomic travel of flavors, unique cultural experiences with just one click, simple and easy. Our mission is to provide quality products and efficient services.

- We aim to provide happiness and joy through food;

- To provide at a fair price - nutritional, well-prepared meals - using only quality ingredients;
- To maintain a clean, comfortable place for our clients and staff;
- To encourage clients involvement and co-operation to identify present and future needs and solutions.

Vision:

Our vision is to expand our business into other countries and grow our market size. We want to share our traditional products creating more delivery places. Our challenge is to satisfy more people each day with a traditional gastronomic experience and be represented in whole Europe.

Core Values:

To follow our company mission we will implement core values such as:

- **Quality and Excellence**

- Of our products, services and knowledge;
- To provide a dining experience for our customers.

- **Trust and Integrity**

- Honesty, strength or character of management and employees.

- **Passion and Enthusiasm**

- We want the staff to share in our passion for food.

- **Community, People and Lifestyle**

- We believe that our customers, our staff and our community matter.

- **Learning and Experience**

- To provide a quality training environment in which our service and culinary staff can learn and develop their skills.

2 INDUSTRY ANALYSIS

2.1 Competitors

This type of business face several competitors, both direct and indirect. The direct rivals of *Foodtastic* are every websites or restaurants that offer food delivery in Bratislava because they aim the same market, such as:

- <http://www.bistro.sk>;
- <http://www.pizzacity.sk/>;
- <http://www.edonaska.sk/en>;
- <http://www.kungfood.sk/>;

- <https://www.zomato.com/bratislava/restaurants/slovak?category=1>.

Regarding the indirect competitors are those restaurants that commercialize traditional food, offering to the costumers similar products as ours.

After competitor website's analysis we can get important and crucial information to help us on the beginning and implementation of our business. We analyse what other websites have to offer, how they do it and we measured their products, prices, advertisements (special offers, pop ups or banners), etc. For example, PizzaCity.sk does special offers such as discounts with bigger pizzas.

Our direct competitors don't provide traffic or visitor rate so it's impossible to evaluate this variable on them.

2.2 SWOT analysis

Strengths

- Quality products;
- Multicultural team staff;
- Fast and efficient delivery system;

Weaknesses

- Not so many experience in online business;
- Limited countries for traditional food.

Opportunities

- To expand in other regions;
- Growing online market;
- Our target is large.

Threats

- Intense competition;
- Difficulties in retaining clients;
- Changes in people's lifestyle.

2.3 S.T.P.

Segmentation

Market segmentation is a marketing strategy which involves dividing a broad target market into subsets of consumers, businesses, or countries who have, or are perceived to have, common needs, interests, and priorities, and then designing and implementing strategies to target them.

In this case, we can make segmentation by the following criteria: Geographic; Demographic; Behavioral; Psychographic; Segmentation by Benefits; Cultural and Multi-Variable Account.

Foodtastic Segmentation is considering the Bratislava border of Slovakia, focus on employed adults of both genders with earnings, living a busy lifestyle and willing to do online shopping experience. Also people with food curiosity and open-mind.

Target

The online consumer behavior profile is usually between 3-10 second to make a decision whether they will stay or change website. The navigation can be random or intentional, so we need to know how many of your customers use the Internet, where and when, to be able to decide our customer target.

Nowadays people are too busy and the higher the income is, the less time they have. Our business provides the chance to eat food from different countries, available in their own home/offices. Our target usually likes to try new kinds of food, so this people are curious about other flavors and open-mind consumers. Therefore, their main profile is:

- Local customers- Slovak people, in Bratislava, both genders;
- Age between 20-45 years old;
- Socio-economic class: middle class, upper class;
- Personality: adventurous, curious, interested in other cultures;
- Lifestyle: busy employees, people who have online experience.

Positioning

Positioning is the technique which try to create an image or identity for a product, brand or company. It is the space that a product occupies in consumers' minds in a given market. The ability to identify placement opportunities is to outline a successful strategy for marketing that shows the sustainable competitive advantage of a product. In *Foodtastic*, the positioning strategy must be taken into account two complementary aspects:

- **Identification** - of the brand with the website, flyers and other promotion tools. It's an opportunity to serve a particular target better than any other company because they can recognize us or think of/remember us when they need this type of service;
- **Differentiation** - distinctive features we attribute to our products but also take into account special suitability for certain types of users or segments. Our key factor will be distinguish us from competition because of a better offer specialized.

***Foodtastic* motto is providing gastronomic travel of flavors, unique cultural experiences with just one click, simple and easy**

3 MARKETING STRATEGY

Foodtastic is a innovative business on its introduction stage so it needs a marketing strategy to launch it, focused on communication. Our main marketing goals are:

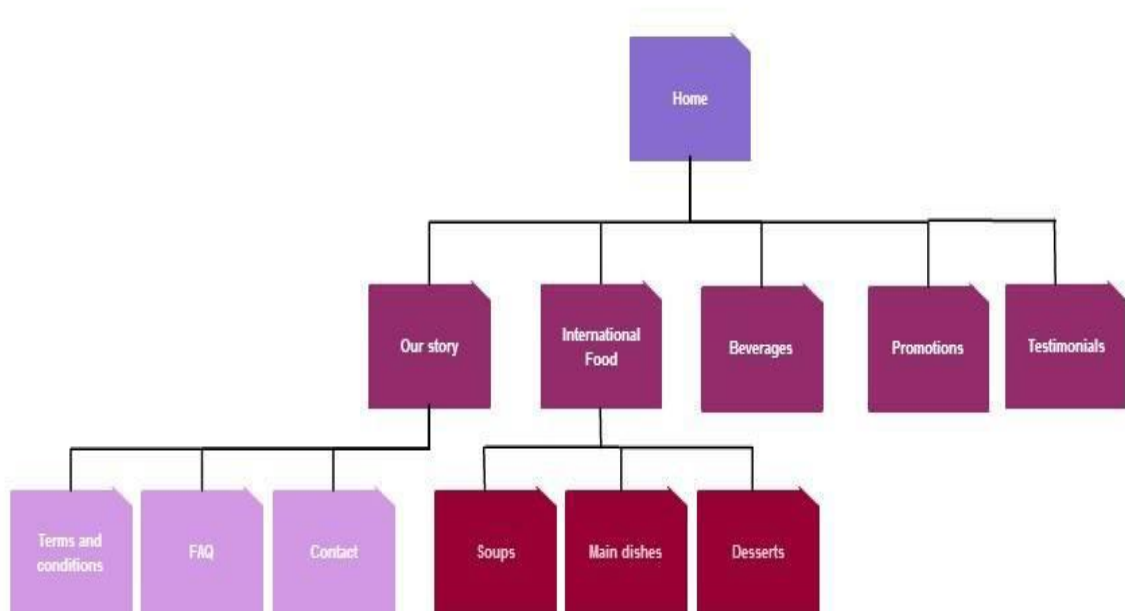
- expand in other regions in Slovakia;
- use 3% of sales for advertising and promotions;
- use social media to create a bigger impact and to start building customer relationships.

3.1. Product / Service

Our service is providing, in Slovakia, traditional quality food from 5 different countries (Romania, Germany, Portugal, France and Turkey) ordered on our website or mobile application. In order to make your demand, you will find everything easily explained and the detailed steps to fill your order on the official website.

Foodtastic website will be informative with all our history, promotions, testimonials and contacts but also very interactive with every traditional photos of our portfolio with all the international food and drinks descriptions. However, it will be a transactional website due to the bill payment transaction that the client does on the website.

Website Construction (*www.foodtastic.weebly.com*)



The main goals to display an effective order food website is to accomplish the right design to represent our brand but also to be attractive enough to conquer our target.

The *Foodtastic* website design was created focusing on the restaurant theme, clean and sophisticated image to thrill each culture and be able to satisfy the clients needs.

Therefore, the clear and objective design allows to attract immediately more visitors attention, identify what we are offering and respond why they may need/want to use it. On the other side, the useful it gets and they identify our quality service, we want to encourage repeat visits and keep them in our website as long as possible.

The picture of feeling that we want people to get from our business is a delicious traditional quality meal just a click away. We want happy and satisfy clients thus we shield a culture on the business based on quality and excellence on products and services, followed by trust, integrity, passion, enthusiasm concern on peoples feedback and willing to learn and experience new challenges.

Our website tells a story: "*Foodtastic, where your fantasy begins*" to provide a gastronomic travel of flavors, unique cultural experiences with traditional quality meals. *Foodtastic* makes a difference just by selling traditional food online and being the first to do it. And the fundamental reason why this business is worth the clients time is because it's a new experience and offer them the opportunity to eat good and diversity food in a really fast and easy way.

Finally, the website will have a **Customer support** section where we can get some feedback from the clients, such as their suggestions, reclaims or testimonials, to improve the business and respond to their requests.

4 PROMOTION - WEBSITE PROMOTION STRATEGIES

Advertising In order to communicate our value proposition, develop and maintain favorable relations with the customer we choose to use Website Banners and offline promotions such as Radio Commercials and Flyers to inform and persuade in order to better accept the company's product, thereby fostering demand. Since our target is too busy, the advantage of using this advertising tools is to achieve a high number of people all at once, making the low cost per contact, the total costs of investment tend to be high and the company has control over the transmitted message.

4.1 Promotion

We are going to promote by announcing our product/service using more dynamic methods, to be easier to communicate, modify consumers minds and conquer them. Our main tools will be: virtual coupons; sponsorships; social media; and direct mailing.

4.2 Social Media Plan

The social networks selected to best fit in our strategy and goals will be Google+, Facebook page and Instagram profile. All the social networks will be customized and constantly renovated to show all the benefits of our business. There is some aspects that are very important to have in count in all social networks. First of all, social network's avatars will have the same objective: to obtain attention of potential clients and not be perceived as different brand, this way we will connect all social networks. Also, our

communication in these platforms will have a clear posting strategy, the posts will have amazing content, perfect timing and an ideal frequency, with our website and logo in all photos and posts.

Google+

Google + will be a simple way of sharing links, photos and promotions with the right customers at the right times. The posts can be public so people can find them using search, or we can use the Circles feature to tailor specific messages to specific followers. In this way we can separate potential clients from fidelity clients. These social media will be directly connected to our email marketing promotion

Facebook

Our Facebook page will have info section where we will describe the main information about our business and company. This page will answer “who we are”, “what we do”, “what the customer win”, “how they can get it”, etc. It will show all our history, promotions, testimonials and contacts but also very interactive with every traditional photos of our portfolio with all the international food and drinks descriptions. In the wall there will be 3 posts per week to maintain a connection to the customer and inform them about our latest news. The visitors can subscribe and receive our emails to be aware of the latest promotions and new products. The news feed will also present cultural facts to provide the clients more information about where our meals come from so they can learn the different cultures.

Instagram

Instagram will be our platform to showcase our food. The main purpose of this network use is to captivate visitors with amazing photos of our delicious foods. It is not a network to connect visitors directly to the website but to create interest and curiosity in this potential clients. On Instagram we will share photos that communicate the company’s products, promotions and many other surprises. We will do it posting 7 photos a week that we hope to achieve near 100 likes plus 10 comments. The posting will be on strategic hours to catch viewer’s attention. In our case and because we are a food business, the posting will be before lunch and dinner hours, with enough time to ‘create desire’ for our food in clients mind. Finally, it is important that our company has an excellent tag line on Instagram to be easier for customers identify our brand, and also a way of ‘putting’ them using it. This will be the first step for success of our Instagram page, when viewers start to use our tag line. The firsts hash tags will be #foodtastic , #whereyourfantasybegins and #flavourexperience that with time will be used with new ones.

With the use of all this social networks we want to have a completed profile and activity to show professionalism, cohesive branding and, therefore, engage the visitors. All platforms will have our contact and connection to the website and something exciting to encourage clients to share and spread the word. We chose this social networks because our target is on it and will bring to our business brand awareness and increase our reach. At the start, the way of act in this networks will be constantly controlled and modified

according with the reaction and acceptance of the clients, but in the end, we want to make a automatized process to accomplished our goals.

4.3 Mobile App

To make it even more easy for our customers to order, we will create a mobile app. This way, it will be possible to order food in less than two minutes. The app will look exactly like our homepage and because of that, will be the same to use. A simple click will be enough to get delicious food delivered. If you are registered you will automatically stay logged in, so that you don't need to type in your address every time you order something. And the apps also shows how much time will it take to get into customers home. The mobile app will also inform you immediately about any special offers we have. For our regular customers the app will offer vouchers now and then.

4.4. Place

Place is concerned with the provision of products to their consumer markets. Produce a product and make it available to the final consumer requires the existence of a network of relationships between customers, suppliers and dealers, integrated logistics chain of the company. The distribution channel is the website where people can visit us and select from the portfolio their products and finish its purchase. In this case, it's about Direct Marketing Channel because it is a direct sale online. It consists of the sale of the product directly to consumers, without the existence of intermediaries.

4.5. Price

The pricing strategy will be market-skimming pricing to start the company business, when launching a new product, establish initially high prices in order to take advantage of the segments more likely market for new products or whose purchasing power make these less sensitive the price in order to recover the development costs.

5 MEASUREMENTS - TRAFFIC

To provide a good summary of how our website performing overall we should measure the numbers of visitors, page views, pages per visitor, visit duration, bounce rate. With this measures we can determine not only how many people are visiting our website but also which and how much content they are looking and how long they are staying. Another important metric should be to measure how many people are finding our website. We will know how to differentiate the prospects (ours predictions about the number of visitors) and the traffic (the actual number of online visitors) due to this types of measures. Our website is only to order food so people just need to choose what they want to eat and this process just take a few minutes, our prospect is maximum 5 minutes to finish the order and make the payment. Mostly people that enter the website by accident or people that enter the website because the name is interesting and kept their attention. Also, we can take into consideration people that are curious about what kind of food we are selling. This business should also be careful about the people that abandon

their shopping cart due to different reasons such as the price is written in a foreign currency, delivery options are unsuitable, decided against buying, overall price is too expensive or if they were only browsing. It is important to analyze how many visitors convert into real clients and actually buy our products. Only with this information we can realize if our business is profitable or not.

Conclusion

Foodtastic was born from the love of great food and passion for originality. This business creates a new and innovative online restaurant. Here people can discover, choose and order from the widest gastronomic traditional range available from five different countries - France, Germany, Portugal, Romania and Turkey.

Our clients are our main concern thus we have structured our specific strategy for development and diversification of the products range. Since very few people still have time to spend it in the kitchen but they won't give up healthy food, we offer them the chance to use their spare time for other personal activities and enjoy a traditional quality food anytime anywhere.

Finally, the whole process to create and develop Foodtastic exceeded theoretical methods of internet and marketing areas so we only use proofread and well researched information.

Key words

digital marketing campaign, website promotion strategies, social media plan, e-business

JEL Classification

M15

REFERENCES

- [1] STOKES, R. 2013 eMarketing: The Essential Guide to Online Marketing, v. 1.0.3 By: Adapted By: Patrice Torcivia, ISBN: 978-1-4533-5278-6.
- [2] CHAFFEY, D. 2007. E-business and e-commerce Management, Third Edition Harlow : Pearson Education Limited, 2007. 665 p. Available on Internet. ISBN 978-0-273-70752-3.
- [3] SZIVÓSOVÁ, M. 2014, eMarketing: The Essential Guide to Online Marketing course, <http://moodle.euba.sk/mod/page/view.php?id=6371>.
- [4] LI, F. 2007. - What is e-business, How the Internet Transforms Organizations. . Oxford : Blackwell Publishing, 2007. 244 p. ISBN-13-978-1-4051-2558-1.
- [5] NAPIER, H.A. 2006. Creating a winning e-business, Second Edition [online]. Connecticut: Thomson Learning, 2006. 444 p ISBN 0-619-21742-1.
- [6] www.fooodtastic.weebly.com.

RESUMÉ

Cieľom článku bolo analyzovať súčasnú situáciu na poli na internetového marketingu a e-biznisu.

Viac a viac ľudí je online a využíva internet pre rôzne činnosti - od komunikácie, zábavy, zdieľanie nápadov, výskumu, nákupov, ale aj v, kariére alebo podnikaní. Zo strany spoločnosti význam internetu sa zvýšil, nakoľko je konkurencia silnejšia a získanie zákazníka je stále ťažšie. V súčasnom podnikateľskom prostredí, etika hrá veľkú úlohu pri vytváraní povesti podniku. Dobré etické normy pomôžu vytvoriť pevný základ pre lepšie a lepšie pracovné vzťahy, a to nielen medzi podnikom a jeho zákazníkmi, ale aj medzi svojimi zamestnancami. Keď príde na on-line obchod a marketing, mnohé veci sa stávajú trochu nepredvídateľné, najmä pre on-line kupujúcich. Dobrý obraz podnikania robí zázraky pre online podnikanie. Bezpečnosť a ochrana súkromia, sú dôležité vo svete on-line marketingu.

V článku sme sa sústredili na priebeh etickej internetovej kampani.

SUMMARY

The aim of the article was to analyze the current situation of the field in Internet Marketing and e-business.

Nowadays Internet is expanding very quickly. More and more people is online and use Internet for different activities – from communication, fun, sharing ideas, research, shopping, but also for doing career or business. From company 's side the importance of Internet has increased, too, because the competition is stronger and acquiring the customer is constantly more difficult. In the present-day business environment, ethics play a big role in establishing the reputation of a business. Good ethical standards help create a strong foundation for better and improved working relations, not only between a business and its customers, but also with among its employees. When it comes to online business and marketing, things can become a little unpredictable, especially for online buyers. A good image of the business does wonders to its client base. Safety and privacy issues have become customary in the world of online marketing.

In the article, we focus on ethical course of online campaigns.

Contact

Ing. Mária Szivósová, PhD., Department of Applied Informatics , Faculty of Economic Informatics, University of Economics in Bratislava, Dolnozemska cesta 1, 852 35 Bratislava , tel.: +421 2/672 95 856, e-mail: maria.szivosova@dec.euba.sk

Lubomír Turňa

MOŽNOSTI VZNIKU VLNOVEJ ODOZVY SOCIÁLNO-EKONOMICKÉHO PROSTREDIA AKO DÔSLEDOK PODNETU V NELINEÁRNOM MODELI KONTINUA

Úvod

Vznik a nástup procesov v sociálno-ekonomickom prostredí je veľakrát spôsobený podnetmi, ktoré často vznikajú ako dôsledok hromadiacich sa problémov, následne vytvárajúcich spoločenské napätie a spoločenský tlak. Postihnutie tohto stavu a snaha o jeho riešenie samotným prostredím tak potom znova tvorí podnet, ktorý vedie k zmene stavu prostredia a táto zmena prostredia zasa môže iným spôsobom akceptovať ďalší vývojový stupeň podnetu. Vzniká tak stupňujúci sa cyklický proces, nastupuje spätná spojitosť, často vedúca k vytvoreniu nelineárnych väzieb.

Sociálno-ekonomické systémy sú teda vo všeobecnosti nelineárne, preto za predpokladu riešenia takýchto úloh v modeli kontinua, pomocou vzťahov, terminológie a charakteristík kontinuálneho prostredia, príslušné vývojové rovnice nebudú popisovať správanie sa sociálno-ekonomických systémov vzťahmi, platnými pre elastické prostredie, pre ktoré by mali platiť lineárne väzby, ale tieto úlohy budú popisované sústavou nelineárnych diferenciálnych rovníc. Riešenie takýchto dynamických systémov sa vo všeobecnosti považuje za náročný problém, lebo často vedie k analýze a riešeniu nelineárnych nestacionárnych procesov a v experimentálnom prejave k nestacionárnym nelineárnym časovým radom bez možností ich sledovania iba obvyklými ordinárnymi metódami vyhľadávania rôznych tendencií v ich prejave, akými sú monotónnosť, cykličnosť a pod. V tomto prípade na sledovanie časových radov je namieste použiť fraktálovú analýzu, spojenú aj s cieľom vyhľadávania prítomnosti atraktorov.

Eulerov prístup ku kontinuálnemu prostrediu je vo svojej podstate nelineárny, možno ho použiť v modelovej situácii na zistenie prejavu prostredia na vplyv podnetu v zjednodušujúcom prípade opomenutia postupných strát v prejave podnetu a zároveň aj neakceptovania disipatívnych procesov, vedúcich k neustále slabnúcim prejavom odozvy. Každý model má mieru priblíženia sa reálnej situácii, platí to aj pre výpovednú hodnotu predkladaného modelu odozvy sociálno-ekonomického prostredia v Eulerovom priblížení. Explikatívne podanie postupu pri odvodzovaní vzťahov a tým aj priebežne dosahovaných výsledkov iste umožní postihnúť mieru ich aplikačnej hodnoty a tiež aj celého modelu. Bez ohľadu na ohodnotenie akéhokoľvek modelu z pohľadu stupňa jeho priblíženia sa realite, vždy mu zostáva právo na priznanie prínosu v pochopení sledovaných procesov, vlastností a súvislostí medzi nimi, v rozsahu úmernom náročnosti a zložitosti daného modelu, v rozsahu a zložitosti postihnutých väzieb.

Často aj v nelineárnom prípade možno mnohé vzťahy linearizovať a získať dostatočne dobrý popis reálnych procesov. Toto môže byť dosiahnuté pre získanie odozvy na malé podnety, kedy možno považovať všetky nelineárne členy v získaných vzťahoch za zanedbateľné voči ich lineárnym analógom. Predkladaný príspevok si však kladie za cieľ zohľadniť úplný prejav všetkých nelinearít, vystupujúcich v predkladanom modeli. Umožňuje to preto, ale hlavne vyžaduje, neohraničovať sa iba malými podnetmi nízkej úrovne, ale sledovať v podstate podnety ľubovoľnej konečnej veľkosti. Vyžaduje to tiež sledovať dôsledok a vplyv týchto podnetov na vznik odozvy a jej následný vývoj bez ohľadu na jej veľkosť, spôsob vzniku a charakter a mieru jej rozvinutia.

Vo všeobecnosti treba rozlišovať prejav a následný vplyv síl, vznikajúcich vo vnútri sociálno-ekonomického prostredia, na rozdiel od síl, pôsobiacich na toto prostredie zvonku a nemajúcich pôvod v jeho vnútorných väzbách a stavoch, ale sú vlastnosťami prostredia iba akceptované a modifikované. Tento príspevok si kladie za skromný cieľ, s využitím matematických metód ([1] až [7]), sledovať prejav práve takýchto vonkajších podnetov a následnú reakciu prostredia na tieto podnety.

1 FORMULÁCIA PROBLÉMU

Nech v čase $t < t_0$, t.j. pred pôsobením podnetu a následným vznikom odozvy v čase $t = t_0$, teda aj vznikom rozruchu a zmien v sociálno-ekonomickom prostredí, nevlplyvali a neboli na toto prostredie nanútené a orientované žiadne časové zmeny spoločenských podnetov, ani zmeny vedúce k takýmto spoločenským podnetom, ktoré by viedli k zmenám spoločenského napätia, resp. spoločenského tlaku $p(\vec{r}, t)$, vplývajúceho a pôsobiaceho na dané prostredie, resp. žiadne jeho zmeny v čase

$$p(\vec{r}, t < t_0) = p_0(\vec{r}) \quad \Rightarrow \quad \frac{\partial p_0}{\partial t} = 0, \quad t < t_0 \quad (1)$$

a žiadne zmeny tohto vplyvu na prostredie; tu a ďalej vždy $x_1 = x$, $x_2 = y$, $x_3 = z$, resp. indexy i vo výrazoch typu x_i , $i=1,2,3$ postupne vždy zodpovedajú $1 \rightarrow x$, $2 \rightarrow y$, $3 \rightarrow z$; označenia však budú podľa potreby používané súbežne.

Akceptáciou a dôsledkom podnetu, reprezentovaného sociálno-ekonomickým vplyvom, tlakom $p(\vec{r}, t)$ na prostredie, je odozva tohto sociálno-ekonomického prostredia, prejavujúca sa zmenou jeho charakteristík. V konečnom dôsledku a vo svojej podstate sú preto tieto zmeny odozvou, ktorú možno vyjadriť aj zmenou hustoty $\rho(\vec{r}, t)$ výskytu nejakej vybranej charakteristiky prostredia ako jeho responzie na podnet.

Preto možno predpokladať, že v čase $t < t_0$ pred pôsobením zmien vonkajšieho podnetu $p(\vec{r}, t)$, teda aj zatiaľ neexistujúcim vznikom odozvy v prejave zmien

charakteristiky prostredia $\rho(\vec{r}, t)$, zostáva táto v čase nemenná, táto skutočnosť zabezpečuje jej časovú stálosť

$$\rho(\vec{r}, t < t_0) = \rho_0(\vec{r}) \quad \Rightarrow \quad \frac{\partial \rho_0}{\partial t} = 0, \quad t < t_0. \quad (2)$$

Preto v čase $t < t_0$ tiež neexistuje žiadna rýchlosť $\vec{v}(\vec{r}, t)$ šírenia sa podnetov a následne aj akýchkoľvek zmien lokalizácie odozvy a tiež šírenia sa zmien charakteristík daného prostredia

$$\vec{v}(\vec{r}, t < t_0) = \vec{v}_0(v_{x0}(\cdot), v_{y0}(\cdot), v_{z0}(\cdot)) = \vec{0} \Rightarrow v_{x0}(\cdot) = 0, v_{y0}(\cdot) = 0, v_{z0}(\cdot) = 0. \quad (3)$$

Vzťahy (1) a (2) tak popisujú východiskový stav prostredia s jeho zatiaľ stálymi a v čase nemennými hodnotami a v dôsledku vzťahu (3) aj bez akejkoľvek výmennej interaktivity a šírenia sa zmien v tomto prostredí.

V dôsledku vzťahu (3) a tiež vzťahov (1), (2) sa rovnajú 0 (nula) aj totálne derivácie premenných $p(\vec{r}, t)$ a $\rho(\vec{r}, t)$, lebo $\frac{dp}{dt} = \vec{v}_0 \cdot \vec{\nabla} p + \frac{\partial p}{\partial t} = 0$,

$$\frac{d\rho}{dt} = \vec{v}_0 \cdot \vec{\nabla} \rho + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0.$$

Nech v nejakom okamihu $t = t_0$, v dovtedy pokojnom sociálno-ekonomickom prostredí s doteraz konštantnými vlastnosťami, vznikne odozva, či rozruch, odrážajúci sa následne na zmenách charakteristík prostredia, ktoré majú možnosť šíriť sa nenulovou rýchlosťou týmto prostredím, a nech tento rozruch je dôsledkom, akceptáciou zmien vonkajších podnetov, prejavujúcich sa zmenou spoločenského tlaku. Potom, vzhľadom na predchádzajúce, tieto zmeny možno pre čas $t \geq t_0$ zapísať v tvare sústav diferenciálnych rovníc, postihujúcich vzájomnú súvislosť medzi podnetom $p(\vec{r}, t)$ a stavom prostredia $\rho(\vec{r}, t)$, vrátane vzájomnej spätnej väzby medzi nimi.

Pri popise správania sa zmien charakteristík sociálneho kontinua, vrátane zmien lokalizácie miesta ich pôsobenia v sociálnom prostredí, je v Eulerovom priblížení k dispozícii Eulerova pohybová rovnica

$$\frac{\partial \vec{v}(\vec{r}, t)}{\partial t} + (\vec{v}(\vec{r}, t) \cdot \vec{\nabla}) \vec{v}(\vec{r}, t) = \frac{1}{\rho(\vec{r}, t)} (\vec{F}(\vec{r}, t) - \vec{\nabla} p(\vec{r}, t)), \quad \vec{F}(\vec{r}, t) \equiv 0, \quad (4a)$$

ktorá vo svojej úplnosti pôvodne zohľadňuje aj hustotu vo všeobecnosti neizotropných a nehomogénnych vnútorných spoločenských síl $\vec{F}(F_x, F_y, F_z)$. Vzhľadom na snahu prednostne zistiť odozvu na vonkajší nanútený podnet, tieto nebudú považované svojím

prejavom za významné, preto, alebo v dôsledku izotropie a homogenity, $\vec{F}(F_x, F_y, F_z) \equiv \vec{F}(0, 0, 0) = \vec{0}$ (nula). (Nasledujúce označenie znaku vektora nad nulou a nad konštantou bude vynechávané: $\vec{0} \rightarrow 0, \overrightarrow{const} \rightarrow const$).

V tejto rovnici prítomnosť charakteristiky zmien prostredia $\rho(\vec{r}, t)$ v menovateli na pravej strane v podstate vyjadruje skutočnosť, že zmena rýchlosti $\vec{v}(\vec{r}, t)$ v dôsledku podnetu $p(\vec{r}, t)$ bude v prípade väčších zmien prostredia $\rho(\vec{r}, t)$ ťažšie realizovateľná.

Ďalšou, nutne zohľadnenou rovnicou, je rovnica kontinuity

$$\frac{\partial \rho(\vec{r}, t)}{\partial t} + \vec{\nabla}(\rho(\vec{r}, t) \cdot \vec{v}(\vec{r}, t)) = 0, \quad (4b)$$

vyjadrujúca zákon zachovania v šírení sa odozvy, prúdu (toku) zmien charakteristík $\rho(\vec{r}, t)$, počas ich prenosu a ich šírenia sa ako zmien v sociálnom prostredí. Táto rovnica zároveň vyjadruje zmenu príslušnej charakteristiky $\rho(\vec{r}, t)$ v závislosti od rýchlosti $\vec{v}(\vec{r}, t)$ týchto zmien.

Prepis posledných dvoch rovníc do zložiek je po zohľadnení $F_i = 0$ nasledovný:

$$\frac{\partial v_i}{\partial t} + v_j \frac{\partial v_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} \quad \wedge \quad \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho \cdot v_i) = 0, \quad \forall i=1, 2, 3. \quad (4c)$$

Rovnice (4a), (4b) alebo (4c) tak tvoria systém diferenciálnych rovníc pre popis správania sa rozruchu, zmien charakteristík $\rho(\vec{r}, t)$, v sociálno-ekonomickom prostredí s rýchlosťou zmien $\vec{v}(\vec{r}, t)$ v dôsledku nejakého nanúteného spoločenského podnetu $p(\vec{r}, t)$ a sú východiskovými vzťahmi pre riešenie analyzovaného problému. Vzhľadom na prítomné nelineárne členy - multiplikatívny charakter výskytu premennej $(\vec{v}(\vec{r}, t) \cdot \vec{\nabla}) \cdot \vec{v}(\vec{r}, t)$ v druhom člene ľavej strany vzťahu (4a), (4c) a na jeho pravej strane vo forme súčinu $(1/\rho(\vec{r}, t)) \cdot \vec{\nabla} p(\vec{r}, t)$, a tiež aj $\rho(\vec{r}, t) \cdot \vec{v}(\vec{r}, t)$ na ľavej strane vo vzťahu (4b) a (4d) - vykazuje táto sústava rovníc vysokú mieru nelinearity. V rovniciach (4a), (4c) sú navyše prítomné súčiny rôznych zložiek v_i , v_j a ich derivácií.

2 RIEŠENIE ZÍSKANÝCH VZŤAHOV A PRIEBEŽNÁ ANALÝZA DOSIAHNUTÝCH VÝSLEDKOV

Riešiť sústavu nelineárnych parciálnych diferenciálnych rovníc v analytickom tvare je obvykle náročné, prevažne je riešenie možné iba v numerickom tvare. Napriek všetkým súčasným možnostiam výpočtovej techniky a existujúcemu SW rozpracovaných

matematických numerických metód a ich stabilných postupov, vrátane preformulovania úlohy do bezrozmerných veličín pri zohľadnení princípov dimenzionálnej analýzy a teórie podobnosti, akosi uniká transparentnosť výsledkov, v porovnaní s výsledkami, dosiahnutými pomocou analytického riešenia. Možno aj preto, ale aj pre prijatý názor o elegancii analytických výrazov, prevláda snaha o získanie výsledku v analytickom tvare, ktorý kompaktným a prehľadným spôsobom podáva informáciu o vzájomnej väzbe všetkých zúčastnených premenných a parametroch systému, predstaveného v modeli diferenciálnych rovníc.

2.1 Nájdenie vlnového riešenia v jednorozmernom prípade

Riešenie mnohých úloh pre jednorozmerný prípad (na priamke) sa od riešenia ich prepisu do dvojrozmerného prípadu (na ploche) veľmi líši - hlavne vtedy, ak sa ďalšia dimenzia aktívne podieľa na modifikovaní podmienok úlohy, tzn. keď nie je jej prítomnosť iba v pasívnom, „konzumnom“ a „observačnom“ vyjadrení, ale prináša úlohe novú kvalitu, avšak predikatívne rozlíšenie tejto skutočnosti sa nemusí vždy správne podariť, často je to umožnené až prístupom „in situ“. Naproti tomu, napr. logistické problémy zásobovania v 1D a 2D prípadoch sa dajú rozlíšiť už „takmer skôr, ako na prvý pohľad“ – veď iba stačí uvedomiť si prejav a dôsledok obvyčajnej nespojitosti dopravnej línie - v jednorozmernom prípade nastáva jednoznačný kolaps, dvojrozmerné úlohy vedú k alternatívnym riešeniam. Ďalšou ilustráciou by mohla byť sústava, ktorej vzťahy by mohli viesť k cyklickým, alebo víchrovým procesom a javom. V prípade riešenia týchto vzťahov v 1D prípade alebo k procesom zvíchrenia vôbec nemôže dôjsť, alebo príslušné vzťahy strácajú akúkoľvek platnosť. Preto pre existenciu cyklických alebo víchrových procesov je nutná prítomnosť aspoň 2D priestoru. Preto výsledok snahy o priblíženie sa k ľahšiemu pochopeniu úlohy cez zníženie dimenzie môže byť veľmi zavádzajúci, niekedy sa to však pri dodržaní opatrnosti opláti. Často to vedie k rozpracovaniu riešenia akousi metódou postupných priblížení, navyše postrehnutie rozdielov pri 1D a 2D môže viesť k lepšiemu pochopeniu podstaty úlohy, aj k dovtedy neočakávaným záverom, s ňou súvisiacich.

Prepis vzťahov (4a), (4b), resp. vzťahov (4c), (4d) v 1D prípade po zohľadnení vlastností operácií

$$(\vec{v}\vec{\nabla})\vec{v} \Rightarrow (v_j \nabla_j) v_i \rightarrow v_x \frac{\partial v_x}{\partial x},$$

$$\vec{\nabla}(\rho \cdot \vec{v}) = (\vec{v}\vec{\nabla})\rho + \rho(\vec{\nabla}\vec{v}) \Rightarrow (v_j \nabla_j)\rho + \rho(\nabla_j v_j) \rightarrow v_x \frac{\partial \rho}{\partial x} + \rho \frac{\partial v_x}{\partial x} \quad (5)$$

bude možno prepísať pre jednorozmerný prípad osi Ox do tvaru

$$\frac{\partial v_x}{\partial t} + v_x \frac{\partial v_x}{\partial x} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} \quad \wedge \quad \frac{\partial \rho}{\partial t} + v_x \frac{\partial \rho}{\partial x} + \rho \frac{\partial v_x}{\partial x} = 0, \quad (6)$$

resp. do tvaru

$$\rho \cdot \frac{\partial v_x}{\partial t} + \rho \cdot v_x \frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial p}{\partial x} = 0 \quad \wedge \quad \frac{\partial \rho}{\partial t} + v_x \frac{\partial \rho}{\partial x} + \rho \frac{\partial v_x}{\partial x} = 0. \quad (7)$$

Pre numerické riešenie formálne vyhovuje aj pôvodný zápis sústavy v tvare (7), príp. ďalšia/iná modifikácia jej úpravy. Nie každá úprava je však vhodná aj s ohľadom na stabilitu numerického výpočtu. Zápis sústavy (7) však ponúka riešenie viacerými postupmi aj pre riešenie v analytickom tvare.

Napriek zdanlivej jednoduchosti sústavy (7) znížením dimenzie sústavy (4a,b), resp. (4c,d) z rozmeru 3D/2D→1D je sústava stále „silne nelineárna“ a nepríjemná pre analytické riešenie. V podstate takéto zníženie dimenzie by vôbec neznížilo akýsi stupeň nelinearity pôvodnej sústavy, maximálne iba počet rovníc, pričom by sa stále jednalo o rovnice pre jednotlivé zložky vektora $\vec{v}(\dots)$, každá s rovnakým prejavom a stupňom nelineárnych vlastností.

Každá diferenciálna sústava, aj sústava (7), môže mať vo všeobecnosti viacero partikulárnych riešení s tým, že celkové výsledné riešenie sústavy (7) je potom ich lineárnou kombináciou. Hľadanie riešenia sústavy (7) v numerickom tvare v podstate umožní nájsť toto celkové riešenie sústavy (malo by). Nájsť však v ňom, v prípade záujmu a v prípade nutnosti, jednotlivé partikulárne riešenia môže byť veľký, až neriešiteľný problém. Okrem zastúpenia veľkosti, a teda aj rozlíšiteľnosti hodnôt jednotlivých zložiek partikulárnych riešení, úspech závisí aj od jemnosti kroku numerického postupu, od konkrétnej numerickej metódy, od zobrazenia presnosti hodnoty na konkrétnom výpočtovom zariadení, ... no a tiež od ďalšieho postupu spracovania tohto a takto už získaného numerického výsledku, s cieľom nájdania (v ňom) príslušných jednotlivých zložiek – čo je znova použitie rôznych numerických metód so snahou vyhľadávania niečoho, o čom sa ani nevie, ako to má vyzerieť a aké to má mať vlastnosti, teda – nevie sa, čo vlastne hľadať. Možno predpokladať, že predstavy o vlastnostiach riešenej úlohy a z toho vyplývajúcom charaktere očakávaných výsledkoch, môžu nejakým spôsobom pomôcť, ale to je pomerne málo.¹

Preto nájdanie výsledku v analytickom tvare je nielen vec prestíže, ale aj vec precíznosti, jednoznačnosti a úplnosti dosiahnutej informácie. Takže, nájdanie hoci len jedného partikulárneho riešenia v analytickom tvare možno považovať za úspech – navyše aj preto, že existujú teorémy a analytické metódy, umožňujúce pomocou tohto partikulárneho riešenia nájsť pri určitých predpokladoch ďalšie partikulárne riešenia, príp. všetky riešenia a tým aj celkové riešenie.

Kontinuálne prostredie je známe aj tým, že sa v ňom dokážu rozvinúť prenosové a výmenné procesy, či už súvisiace s prenosom a výmenou substancie samotného

¹ Nemaľým problémom v prípade existencie viacerých čiastkových riešení sústavy, alebo bifurkačných stavov, vyplývajúcich z riešení dynamických nelineárnych sústav, je dať odpoveď na otázku, s akým váhovým podielom je konkrétne čiastkové riešenie alebo daný stav zastúpený v celkovom riešení úlohy. Súvisí to s prerozdelením medzi jednotlivými stavmi: energia (fyzika), entropia (fyzika, informatika), financie (ekonomika), ...

prostredia, alebo iba s prenosom jeho ďalších atribútov, teda prenosom zmien iba jeho vlastností alebo charakteristík. Jeden z procesov prenosu je aj vlnový proces, šírenie sa vlny. Preto nech platí predpoklad, že sústava (7) umožňuje v danom sociálno-ekonomickom prostredí vznik a následnú toleranciu vlnového procesu. Pre jednoduchosť, nech prostredie nezaťažuje procesy disperznými vlastnosťami, teda platí, že šíriaci sa vlnový proces sa postupne kvôli stratám „nerozplýva“ v danom prostredí. Potom riešenie všetkých veličín možno v 1D očakávať v tvare funkcie $f(x \pm at)$, kde $x \pm at$ je argument funkcie $f(\dots)$, premenná $\pm a$ je fázová rýchlosť šíriaceho sa vlnového vzruchu proti smeru $(+a)$, v smere $(-a)$ osi Ox , pričom premenná p je zadaná a premenné v_x, ρ sú hľadané. Potom za uvedeného predpokladu $v_x(x \pm at), \rho(x \pm at)$ bude vzhľadom na zložený argument $x \pm at$ pre každú funkciu $f(x \pm at)$ platiť $\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{\partial f}{\partial(x \pm at)} \cdot \frac{\partial(x \pm at)}{\partial x} = f'$, $\frac{\partial f}{\partial t} = \frac{\partial f}{\partial(x \pm at)} \cdot \frac{\partial(x \pm at)}{\partial t} = \pm a \cdot f'$, čo vedie k vzťahom $\partial v_x / \partial t = \pm a \cdot \partial v_x / \partial x$, $\partial \rho / \partial t = \pm a \cdot \partial \rho / \partial x$, čiarka nad premennými v_x, ρ vyjadruje deriváciu podľa vonkajšieho argumentu $x \pm at$. Potom sústavu (7) možno prepísať do tvaru (kvôli jednoduchosti ďalej iba pre znak „-“)

$$-a \cdot \rho \cdot v_x' + \rho \cdot v_x \cdot v_x' + p' = 0 \quad \wedge \quad -a \cdot \rho' + v_x \cdot \rho' + \rho \cdot v_x' = 0, \quad (8)$$

alebo po nasledujúcej úprave

$$\rho \cdot v_x' (v_x - a) + p' = 0 \quad \wedge \quad \rho' (v_x - a) + \rho \cdot v_x' = 0 \quad (9)$$

možno pristúpiť k postupnému integrovaniu diferenciálnej sústavy, začínajúc z druhej rovnice (obe premenné v_x aj ρ sú v zmysle predchádzajúcich úprav derivované podľa rovnakého argumentu: $x - at$)

$$\frac{\rho'}{\rho} = \frac{-v_x'}{v_x - a} \Rightarrow \left(\ln \frac{\rho}{\rho_0} \right)' = - \left(\ln \frac{v_x - a}{v_{x0} - a} \right)' \Rightarrow \ln \frac{\rho}{\rho_0} = \ln \left(\frac{v_x - a}{v_{x0} - a} \right)^{-1}, \quad (10)$$

čo privedie po úprave k výrazu

$$\ln \frac{\rho}{\rho_0} = \ln \left(\frac{v_x - a}{v_{x0} - a} \right)^{-1} = \ln \frac{v_{x0} - a}{v_x - a} \Rightarrow \rho = \rho_0 \cdot \frac{v_{x0} - a}{v_x - a} \Rightarrow v_x = a + \frac{\rho_0 (v_{x0} - a)}{\rho}, \quad (11)$$

aj k zmenenému zápisu prvej diferenciálnej rovnice, lebo po substitúcii výrazu pre premennú ρ do prvej rovnice sa jej zápis upraví do tvaru

$$\rho_0 \cdot v_x' \cdot (v_{x0} - a) + p' = 0 \quad \Rightarrow \quad v_x' = \frac{p'}{\rho_0 \cdot (a - v_{x0})}, \quad (12)$$

pričom si treba uvedomiť, že oproti (10), (11) je tu rozdiel v deriváciách, $v_x' = \frac{\partial v_x}{\partial (x - a \cdot t)}$,

$$\rho' = \frac{\partial \rho}{\partial (x - a \cdot t)}, \text{ oproti } p' = \frac{\partial p}{\partial x}, \text{ ale keďže z predchádzajúcich úprav tiež platí } v_x' = \frac{\partial v_x}{\partial x},$$

možno (12) prepísať do tvaru

$$\frac{\partial v_x}{\partial x} = \frac{\frac{\partial p}{\partial x}}{\rho_0 \cdot (a - v_{x0})} \quad \Rightarrow \quad v_x = \frac{p - p_0}{\rho_0 (a - v_{x0})} + g(t), \quad (13a)$$

kde funkcia $g(t)$ by mohla byť ľubovoľná funkcia, ale vzhľadom na to, že rýchlosť sa nemôže ľubovoľne meniť s časom, tak musí pre tento prípad platiť $g(t) \equiv 0$. Hodnoty v_{x0}, ρ_0, p_0 sú počiatočné hodnoty príslušných premenných v_x, p, ρ pre $t = t_0$. V prípade nulových počiatočných hodnôt $v_{x0} = 0, p_0 = 0$ pre $t = t_0$

$$v_x' = \frac{p'}{\rho_0 \cdot a} \quad \Rightarrow \quad \frac{\partial v_x}{\partial x} = \frac{\frac{\partial p}{\partial x}}{\rho_0 \cdot a} \quad \Rightarrow \quad v_x = \frac{p}{\rho_0 \cdot a} \quad (13b)$$

a v prípade $p = 0$ aj rýchlosť $v_x = 0$, čo neodporuje selfkonzistentnosti úlohy.

Po substitúcii premennej v_x z výrazu (13a), resp. výrazu (13b) do výrazu (11) možno získať bezprostrednú závislosť medzi premennými ρ a p

$$\rho = \frac{\rho_0^2 (a - v_{x0})^2}{a \cdot \rho_0 (a - v_{x0}) + p_0 - p}. \quad (14a)$$

V prípade nulových počiatočných hodnôt $v_{x0} = 0, p_0 = 0$ bude mať výraz pre odozvu tvar

$$\rho = \frac{\rho_0^2 \cdot a^2}{\rho_0 \cdot a^2 - p}, \quad (14b)$$

ktorý vedie za predpokladu nulového podnetu $p=0$ k hodnote $\rho=\rho_0$, čiže k priznaniu nezmeneného stavu, čo jednoznačne hovorí o selfkonzistentnosti nielen dosiahnutého výrazu (14b), ale tiež všetkých dosiahnutých výsledkov (11) až (14b) a v podstate aj celého modelu.

Vo vzťahoch (11) až (14b) vystupujú dve rýchlosti:

- fázová rýchlosť a , ktorou sa šíria zmeny do okolia, a preto má globálny prejav,
- rýchlosť zmien prostredia v danom mieste v_x , a preto má lokálny prejav.

Vzájomnú súvislosť medzi týmito rýchlosťami vyjadruje zápis $v_x(x-at)$, kde zápis v zátvorke $x-at$ je argumentom funkcie $v_x(\dots)$, za určitých okolností hoci aj v tvare $v_x \cong A+B \cdot (x-at)^c$, z ktorého vyplýva význam fázovej rýchlosti: ak sa hodnota tohto argumentu nebude meniť, teda $x-at=const$, tak sa aj hodnota v_x tiež nebude meniť napriek tomu, že proces sa presunul o pozíciu $x=at$ s fázovou rýchlosťou a . Inými slovami, zmena miestnej rýchlosti v_x sa šíri do okolia fázovou rýchlosťou a . To isté platí aj pre zmenu veličiny $\rho(x-at)$.

V prípade neakceptovania záporných hodnôt pre odozvu ρ musí z dôsledku vlastností výrazu (14b) platiť $a^2 \cdot \rho_0 - p > 0 \Rightarrow p < a^2 \cdot \rho_0$, čo znamená, že v rámci tohto modelu existuje ohraničenie na veľkosť podnetu, inými slovami – prostredie tohto modelu vedie k saturácii podnetu a jeho vplyvu. Analogická situácia nastane aj v súvislosti so vzťahom (14a), v tomto prípade však platí $a \cdot \rho_0 \cdot (a - v_{x0}) + p_0 - p > 0 \Rightarrow p < p_0 + a \cdot \rho_0 \cdot (a - v_{x0}) = a^2 \cdot \rho_0 + p_0 - a \cdot \rho_0 \cdot v_{x0}$, teda miera saturácie môže byť iná v porovnaní s prvým prípadom, závisí to od rozdielu znaku výrazu: $p_0 - \rho_0 \cdot a \cdot v_{x0}$. Zaujímavé je, že v oboch prípadoch sa na tejto saturácii podieľa fázová rýchlosť a , čím je väčšia, tak k saturácii dochádza neskôr. Môže to súvisieť s tým, že pri väčšej fázovej rýchlosti sa podnet môže rozptýliť do väčšieho priestoru a následne neskôr dôjde k „presýteniu“ (saturácii) prostredia pôsobiacim podnetom a jeho vplyvom.

Z výrazov (11) až (13b) vyplýva nepriamoúmerná závislosť medzi odozvou a rýchlosťou $\rho \approx 1/v_x$, resp. $v_x \approx 1/\rho$, čo je dôsledok požiadavky, vyjadrenej rovnicou kontinuity (4b), resp. (4d) a jej úprav v následných vzťahoch, ktoré napokon prešli do zachovania miery zmien odozvy a rýchlosti týchto zmien v zmysle výrazu (11), resp. v jeho schematickom vyjadrení $\rho \cdot v_x \approx const$. V podstate dochádza k niečomu podobnému v jednoduchom modeli obsluhy: keby sa za predpokladu stacionárneho stavu obslužných

činností v jednoradovom zástupe menila rýchlosť zmien postupu, potom by sa musela nepriamoúmerne meniť aj hustota rozloženia jednotlivcov, prítomných v zástupe.

Z výrazov (11) až (13b) vyplýva tiež skutočnosť, že miestna/lokálna rýchlosť závisí nielen od veľkosti podnetu p , ale aj od pôvodného stavu prostredia ρ_0 , počiatočných podmienok v_{x0} , p_0 a prekvapujúco, opätovne tiež aj od fázovej rýchlosti a . Toto všetko sú parametre modelu, ktorými možno riadiť a ovplyvňovať jeho prejav. Napr., zo vzťahov (13a), (13b) vyplýva, že rýchlosť miestnych zmien v_x je priamoúmerná pôsobeniu podnetu p , nepriamoúmerná súčinu robustnosti ρ_0 pôvodného stavu prostredia a fázovej rýchlosti a , teda $v_x \approx p/(a \cdot \rho_0)$, čo je pochopiteľné, lebo väčší vplyv p sa musí prejaviť aj väčším účinkom, a väčšia robustnosť ρ_0 pôvodného stavu systému a väčšia oblasť, zasiahnutá v dôsledku väčšej fázovej rýchlosti a , sa musia prejaviť znížením výsledného efektu. Inými slovami, pri želaní vyvolať väčšiu rýchlosť v_x miestnych/lokálnych zmien, treba pôsobiť väčším podnetom p , ale pri väčšej robustnosti ρ_0 systému a pri očakávaní väčšieho rozsahu vplyvu v dôsledku väčšieho zásahu vďaka väčšej rýchlosti šírenia sa podnetu fázovou rýchlosťou a , sa prejav bude zmenšovať.

Vidieť, že v rámci Eulerovho priblíženia sa v modeli kontinuálneho prostredia môžu sa rozvinúť pod vplyvom podnetu procesy s charakterom vlnového prejavu, ale v rámci 1D modelu by tieto procesy napriek svojej existencii trpeli rôznymi ohraničeniami, ktoré by vlastne boli rešpektovaním možností prejavu príslušných premenných v 1D modeli.

Tiež je vidieť, že napriek nanúteným ohraničeniam v dôsledku 1D modelu sú dosiahnuté výsledky pre jednotlivé premenné selfkonzistentné v rámci modelu, aj vo vzájomnej konformite v rámci jeho porovnania s prípadnou skutočnosťou.

2.2 Nájdenie vlnového riešenia v dvojrozmernom prípade

Snáď sa každý stotožní s tvrdením, že spoločenské procesy sa za bežnej situácie, bez výnimočnej nutnosti bližšej špecifikácie, odohrávajú v rámci času a dvojrozmerného priestoru. Nutnosť rešpektovania tretieho rozmeru prichádza do úvahy síce pomerne často (iste môže nastať situácia s priznaním rozdielu, že sa niečo uskutočnilo na 2. alebo 3. poschodí budovy), ale pre popis a postihnutie prejavu a vlastností mnohých sociálno-ekonomických javov a procesov postačujú dva rozmery. Bez snahy o zníženie všeobecnosti: stačí to nielen na sledovanie šírenia sa informácie, klebety a verejnej mienky, na sledovanie epidemického šírenia sa rôznych nemocí, migrácie ekosystémov, a pod. Preto snaha postihnúť vlastnosti systému, predstaveného sústavou (4a), (4b) či (4c), (4d) a nájsť jej riešenie pre prípad 2D, je opodstatnený.

Podobne, ako v 1D prípade, je potrebné upraviť druhý člen v druhej rovnici pôsobením vektorového diferenciálneho operátora $\vec{\nabla}$ na premenné v zátvorke, potom rovnice (4a), (4b) prejdú do tvaru

$$\frac{\partial \vec{v}(\vec{r}, t)}{\partial t} + (\vec{v}(\vec{r}, t) \cdot \vec{\nabla}) \vec{v}(\vec{r}, t) = \frac{1}{\rho(\vec{r}, t)} (\vec{F}(\vec{r}, t) - \vec{\nabla} p(\vec{r}, t)), \quad \vec{F}(\dots) = 0 \quad (15a)$$

$$\frac{\partial \rho(\vec{r}, t)}{\partial t} + \vec{v}(\vec{r}, t) \cdot \vec{\nabla} \rho(\vec{r}, t) + \rho(\vec{r}, t) \vec{\nabla} \cdot \vec{v}(\vec{r}, t) = 0, \quad (15b)$$

ktorý sa bude dať ľahšie využiť pre naznačený zámer.

Používanie pravouhlej karteziánskej súradnicovej sústavy v 2D alebo (3D) prípade nie je nič neobvyklé, kvôli jej názornosti a transparentnosti sa však častejšie používa skôr s didaktickým zámerom, než pre riešenie konkrétnych praktických úloh. Každá úloha, každý problém má určitý druh symetrie, preto je takmer vždy pre riešenie danej úlohy výhodné použiť nejaký konkrétny druh súradnicovej sústavy, často aj krivočiarej. Vzhľadom na zjednodušenie zápisov sa však prevažne využívajú rôzne krivočiare *ortogonálne*, alebo ešte lepšie, *ortonormálne* súradnicové sústavy, napr. pri úlohe s guľovou symetriou – sférická, pri valcovej – cylindrická, príp. aj iné: toroidálna, paraboloidálna, elipsoidálno-hyperbolická, a pod. Pre problém sledovania šírenia sa odozvy na podnet v rámci 2D priestoru mnohé javy závisia od vzdialenosti $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ od nejakého mysleného bodu, ktorý môže byť stotožnený s počiatočným, východiskovým bodom procesu. Preto je výhodné použiť cylindrickú pravouhlú súradnicovú sústavu na úrovni $z=0$, teda s potlačením tretieho rozmeru, sústava sa tak stáva cylindrickou sústavou na ploche. Vyjadrenie rovníc (15a), (15b) v cylindrickej sústave však povedie k zložitým výrazom a hlavne k veľmi prácnemu postupu. Aby sa však dalo vyhnúť pomerne zložitým matematickým operáciám, tak by bolo vhodné pri bezpodmienečnej nutnosti zostať v cylindrickej sústave, ale všetko vyjadriť v symbolike karteziánskych súradníc. Táto úloha to výnimočne umožňuje pri zohľadnení $r = \sqrt{x^2 + y^2}$: $\vec{v}(r - at) = \vec{v}(\sqrt{x^2 + y^2} - at)$, $\rho(r - at) = \rho(\sqrt{x^2 + y^2} - at)$. Potom vzťahy (17) bude možné prepísať do tvaru

$$\begin{aligned} \frac{\partial v_x}{\partial t} + (v_x \cdot \nabla_x) v_x + (v_y \cdot \nabla_y) v_x + \frac{1}{\rho} (\nabla_x \cdot p) &= 0, \\ \frac{\partial v_y}{\partial t} + (v_x \cdot \nabla_x) v_y + (v_y \cdot \nabla_y) v_y + \frac{1}{\rho} (\nabla_y \cdot p) &= 0, \\ \frac{\partial \rho}{\partial t} + (v_x \cdot \nabla_x) \rho + (v_y \cdot \nabla_y) \rho + \rho (\nabla_x \cdot v_x) + \rho (\nabla_y \cdot v_y) &= 0. \end{aligned} \quad (16)$$

Následne, po zohľadnení $r = \sqrt{x^2 + y^2} \Rightarrow \vec{v}(\sqrt{x^2 + y^2} - at)$, $\rho(\sqrt{x^2 + y^2} - at)$, v dôsledku zloženého vonkajšieho argumentu $\sqrt{x^2 + y^2} - at$, bude možné po príslušných úpravách získať výrazy pre rovnice sústavy (16), v tvare

$$\begin{aligned} -a.v_x' + v_x.v_x' \cdot \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}} + v_y.v_x' \cdot \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} &= 0, \\ -a.v_y' + v_x.v_y' \cdot \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}} + v_y.v_y' \cdot \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} &= 0, \\ -a.\rho' + v_x.\rho' \cdot \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}} + v_y.\rho' \cdot \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}} + \rho.v_x' \cdot \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}} + \rho.v_y' \cdot \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}} &= 0, \end{aligned} \quad (17)$$

pričom v týchto všetkých vzťahoch, analogicky ako v 1D, čiarka nad príslušnou premennou znamená deriváciu podľa vonkajšieho argumentu $\sqrt{x^2 + y^2} - at$.

Ďalšia úprava tejto sústavy do tvaru

$$\begin{aligned} v_x' \cdot \left(\frac{x.v_x + y.v_y}{\sqrt{x^2 + y^2}} - a \right) + \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial p}{\partial x} &= 0, & v_y' \cdot \left(\frac{x.v_x + y.v_y}{\sqrt{x^2 + y^2}} - a \right) + \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial p}{\partial y} &= 0 \\ \rho' \cdot \left(\frac{x.v_x + y.v_y}{\sqrt{x^2 + y^2}} - a \right) + \rho \cdot \frac{x.v_x' + y.v_y'}{\sqrt{x^2 + y^2}} &= 0 \end{aligned} \quad (18)$$

umožňuje jej integráciu. Sústava (18) je silno nelineárna, jednotlivé zložky rýchlosti v_x , v_y a hustoty odozvy ρ a ich derivácií v_x' , v_y' , ρ' podľa vonkajšieho argumentu $\sqrt{x^2 + y^2} - at$ sú v zložitých funkčných vzťahoch zviazané s priestorovými deriváciami podnetu $\frac{\partial p}{\partial x}$, $\frac{\partial p}{\partial y}$ a fázovou rýchlosťou a . Napriek zdanlivej jej najväčšej zložitosti je najvýhodnejšie začať integráciu sústavy (18) z tretej rovnice úpravou do tvaru

$$\frac{\rho'}{\rho} = -\frac{x.v_x + y.v_y}{x.v_x + y.v_y - a.\sqrt{x^2 + y^2}}, \quad (19)$$

ktorý umožňuje, vzhľadom na deriváciu podľa rovnakého argumentu $\sqrt{x^2 + y^2} - at$, riešenie v tvare

$$\ln \frac{\rho}{\rho_0} = -\ln \frac{x.v_x + y.v_y - a.\sqrt{x^2 + y^2}}{x.v_{x0} + y.v_{y0} - a.\sqrt{x^2 + y^2}} = \left(\frac{x.v_x + y.v_y - a.\sqrt{x^2 + y^2}}{x.v_{x0} + y.v_{y0} - a.\sqrt{x^2 + y^2}} \right)^{-1} \quad (20)$$

a po odlogaritmovaní v tvare

$$\rho = \rho_0 \cdot \frac{x.v_{x0} + y.v_{y0} - a.\sqrt{x^2 + y^2}}{x.v_x + y.v_y - a.\sqrt{x^2 + y^2}}. \quad (21)$$

Z porovnania vzťahu (21) pre 2D s príslušným analogickým vzťahom (11) pre 1D vyplýva ich rovnaký charakter, ktorý by sa mal viditeľnejšie prejavovať pri degenerácii 2D → 1D.

Preto v prípade $\Xi(y, v_y, v_{y0})$, resp. v prípade $\Xi(x, v_x, v_{x0})$

$$\rho = \rho_0 \cdot \frac{x.v_{x0} - a.x}{x.v_x - a.x} = \rho_0 \cdot \frac{v_{x0} - a}{v_x - a}, \quad \rho = \rho_0 \cdot \frac{y.v_{y0} - a.y}{y.v_y - a.y} = \rho_0 \cdot \frac{v_{y0} - a}{v_y - a} \quad (22)$$

vidieť, že výsledky sú zhodné s výsledkami 1D pre single Ox , resp. Oy - z čoho jednoznačne vyplýva vzájomná kompatibilita výsledkov, získaných v 1D a 2D situácii, čo znova hovorí o selfkonzistentosti modelu, v podstate aj o správnosti prechodu k 2D a rozpracovaní úlohy v 2D.

Prvé dve rovnice diferenciálnej sústavy (18) majú rovnakú štruktúru (modelu nebol „nanútený“ nehomogénny a neizotropný prejav), preto aj postup ich integrácie bude rovnaký.

Po formálnej úprave prvej, resp. druhej rovnice sústavy (18) a substitúcií výrazu pre ρ z rovnice (21) možno odvodiť vzťahy

$$v_x' = \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial x} \frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{a.\sqrt{x^2 + y^2} - x.v_{x0} - y.v_{y0}}, \quad v_y' = \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial y} \frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{a.\sqrt{x^2 + y^2} - x.v_{x0} - y.v_{y0}}, \quad (23)$$

ktoré sa v prípade prechodu $2D \rightarrow 1D \Rightarrow \Xi(y, v_y, v_{y0})$, resp. $\Xi(x, v_x, v_{x0})$, zmenia na výrazy

$$v_x' = \frac{x \cdot \frac{\partial p}{\partial x}}{\rho_0 \cdot (a \cdot x - x \cdot v_{x0})} = \frac{1}{a \cdot \rho_0} \cdot \frac{\partial p}{\partial x}, \quad v_y' = \frac{y \cdot \frac{\partial p}{\partial y}}{\rho_0 \cdot (a \cdot y - y \cdot v_{y0})} = \frac{1}{a \cdot \rho_0} \cdot \frac{\partial p}{\partial y}, \quad (24)$$

čo znova vedie ku vzťahom, konformným so vzťahmi (19a) a (19b), získanými v 1D prípade.

Integrácia vzťahov (23) v 2D však bude v porovnaní s integráciou vzťahu (13a) v 1D náročnejšia. V prípade 1D na pravej strane výrazu (13a) stál ku gradientu podnetu $\frac{\partial p}{\partial x}$ konštantný množiteľ $\frac{1}{\rho_0(a - v_{x0})}$, v 2D prípade sú gradientné zložky podnetu $\frac{\partial p}{\partial x}$, $\frac{\partial p}{\partial y}$ vo výrazoch (23) v multiplikatívnom vzťahu so zložitými výrazmi:

$$\int f(.) \frac{\partial p}{\partial x} dx = \int f(.) dp, \quad \int f(.) \frac{\partial p}{\partial y} dy = \int f(.) dp, \quad f(.) = \frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{a \cdot \sqrt{x^2 + y^2} - x \cdot v_{x0} - y \cdot v_{y0}}.$$

Navyše, v 1D platili jednoduchšie vzájomné vzťahy medzi deriváciami oproti vzťahom v 2D.

Integráciu (23) sa ponúka vykonať viacerými spôsobmi:

A) Metódou per-partes $\int f(..) dp = p \cdot f(..) - \int p \cdot df(..)$, ktorú by bolo možno vykonať po explicitnom zadaní funkčnej závislosti podnetu $p(x, y, t)$. V pôvodnom integráli na

ľavej strane per-partes má výraz funkcie $f(..)$ vzhľadom na priestorové súradnice rozmer

$\frac{(x, y)^1}{(x, y)^1} \approx (x, y)^0$. Po úprave bude mať získaná funkcia po jej derivácii na pravej strane

úpravy per-partes vzhľadom na priestorové súradnice rozmer

$\frac{(x, y)^1}{(x, y)^2} \approx \frac{1}{(x, y)^1} \approx (x, y)^{-1}$, čo môže byť výhodné pre asymptotické riešenia

$(x, y) \rightarrow \infty$, pretože tento integrál môže byť v mnohých prípadoch pri ohraničených

hodnotách podnetu p a jeho gradientu $\frac{\partial p}{\partial x}$, $\frac{\partial p}{\partial y}$ zanedbaný a výsledky potom budú rovné

prvému výrazu pravej strany úpravy per-partes, tzn. súčinu $p \cdot f(..)$ a budú pre v_x aj v_y

rovnaké (možno overiť príslušným limitným prechodom), čo v prípade nulových počiatočných podmienok $v_{x0}=0$, $v_{y0}=0$ vedie tiež k výrazu

$$v_x|_{(x,y) \rightarrow \infty} = v_y|_{(x,y) \rightarrow \infty} \approx \frac{P}{\rho_0(a-v_{x0}-v_{y0})}, \quad v_x|_{(x,y) \rightarrow \infty} = v_y|_{(x,y) \rightarrow \infty} \approx \frac{P}{\rho_0 \cdot a} \quad (25)$$

a znovu vidieť, že tento výsledný výraz je vo vzájomnej konformite s už doteraz získanými výsledkami aj vzhľadom na 1D, vzt'ahy (13a), (13b).

B) Čiarky nad v'_x , v'_y , ρ' označujú deriváciu premennej podľa vonkajšieho argumentu

$$\frac{\partial - dtto -}{\partial(\sqrt{x^2+y^2}-at)}, \quad \text{po nasledujúcej úprave vzt'ahov} \quad \frac{\partial v_x}{\partial x} = v'_x \cdot \frac{x}{\sqrt{x^2+y^2}},$$

$$\frac{\partial v_x}{\partial y} = v'_x \cdot \frac{y}{\sqrt{x^2+y^2}}, \quad \frac{\partial v_y}{\partial x} = v'_y \cdot \frac{x}{\sqrt{x^2+y^2}}, \quad \frac{\partial v_y}{\partial y} = v'_y \cdot \frac{y}{\sqrt{x^2+y^2}}, \quad \frac{\partial \rho}{\partial x} = \rho' \cdot \frac{x}{\sqrt{x^2+y^2}},$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial y} = \rho' \cdot \frac{y}{\sqrt{x^2+y^2}}, \quad \text{možno ich využiť na vyjadrenie } v'_x, v'_y \text{ cez jednoduché derivácie}$$

$$\frac{\partial - dtto -}{\partial x}, \quad \frac{\partial - dtto -}{\partial y} \quad \text{a potom upraviť výrazy (23)}$$

$$\frac{\partial v_x}{\partial x} = \left| \frac{\rightarrow}{\Xi y, v_{y0}} \right| = \frac{1}{\rho_0(a-v_{x0})} \frac{\partial p}{\partial x}, \quad \frac{\partial v_y}{\partial y} = \left| \frac{\rightarrow}{\Xi x, v_{x0}} \right| = \frac{1}{\rho_0(a-v_{y0})} \frac{\partial p}{\partial y} \quad (26)$$

a tiež upraviť aj výrazy (24)

$$\frac{\partial v_x}{\partial x} = \left| \frac{v_{x0}=0}{v_{y0}=0} \right| \left| \frac{\rightarrow}{\Xi y} \right| = \frac{1}{a \cdot \rho_0} \frac{\partial p}{\partial x}, \quad \frac{\partial v_y}{\partial y} = \left| \frac{v_{x0}=0}{v_{y0}=0} \right| \left| \frac{\rightarrow}{\Xi x} \right| = \frac{1}{a \cdot \rho_0} \frac{\partial p}{\partial y}. \quad (27)$$

Dôsledky prechodu 2D $\rightarrow$ 1D sú, že výrazy (26), (27) v prípade $\Xi(y, v_{y0})$ a v prípade $\Xi(x, v_{x0})$ sa zmenia na rovnaký tvar, ako v 1D prípade a budú v podstate zhodné s výrazmi (13a), (13b). V tomto zmysle vidieť aj ich vzájomnú kompatibilitu.

Posledné úpravy umožnili prejsť v príslušných výrazoch k deriváciám podľa rovnakého argumentu. Potom v podstate nič nebráni integrovaniu výsledných vzt'ahov (26), (27) za predpokladu explicitného zadania gradientu podnetu $\vec{\nabla} p = \vec{i} \frac{\partial p}{\partial x} + \vec{j} \frac{\partial p}{\partial y}$.

Vidieť, že na šírenie sa odozvy v sociálno-ekonomickom prostredí nemá vplyv ani tak samotná veľkosť podnetu p , ako veľkosť jeho priestorovej zmeny, vyjadrenej príslušnými parciálnymi deriváciami $\partial p/\partial x$, resp. $\partial p/\partial y$ - dokonca s možnosťou zohľadnenia ich rastu/poklesu so znakom $\pm \partial p/\partial x$, $\pm \partial p/\partial y$ v následnom súlade so smerom šírenia sa odozvy. Toto podčiarkuje silný vplyv rozdielnosti veľkosti podnetu v prostredí jeho pôsobenia (teda priestorovej nehomogenity jeho prejavu) na vznik odozvy, akoby takáto rozdielnosť hodnoty podnetu vzhľadom na miesto jeho pôsobenia bola prostredím akceptovateľnejšia. Nakoniec, veď existuje známe „*divide et impera*“.

Záver

Cieľom príspevku bolo poukázať na možnosť vzniku odozvy na podnet v sociálno-ekonomickom prostredí vo forme vlnového procesu. Za základ modelu boli vybraté Eulerove vzťahy, vhodné pre popis správania sa kontinuálneho prostredia. Model teda vykazuje veľkú mieru nelinearity. Vidieť, že aj v najjednoduchšej situácii v 1D aj v 2D rozmernom sociálno-ekonomickom prostredí v Eulerovom priblížení môže vzniknúť a byť udržiavaný vlnový proces s konštantnou fázovou rýchlosťou. Jeho amplitúda závisí od gradientu podnetu a pôvodného stavu systému, ktorý sa vo vzťahoch prejavuje v úlohe robustnosti systému. Nájdenie príslušných vzťahov túto možnosť potvrdilo.

Úpravy a odvodzovanie vzťahov boli zdôvodňované priebežne a taktiež prejav jednotlivých parametrov a premenných modelu bol komentovaný vo vzájomnom porovnávaní, ale aj v rámci 1D aj 2D situácie. V každej analyzovanej situácii bola na konkrétnych analytických výrazoch konštatovaná ich selkonzistentnosť a tiež aj konformita s prípadnou modelovanou skutočnosťou.

Model pre sledovanie odozvy na podnet zámerne bližšie neupresňuje imanentné vlastnosti sociálno-ekonomického prostredia, zostáva iba na úrovni zohľadnenia základných procesných vlastností, vyskytujúcich sa obligatórne pri analýze každej podobnej situácie. Možno práve tým získava model na všeobecnosti.

Na úrovni Eulerovho prístupu model nezohľadňuje disipatívne procesy, vedúce k takýmto stratám podnetu, resp. šírenia sa odozvy. Znižovanie hodnoty odozvy počas jej šírenia sa je zapríčinené iba jej rozptylom do väčšieho priestoru.

Zohľadnenie disipatívnych procesov bude vyžadovať zohľadnenie nielen imanentných (endogénnych, inherentných) vlastností sledovaného prostredia, ale aj exogénneho vplyvu naň.

Kľúčové slová

sociálno-ekonomické prostredie, kontinuálne prostredie, nelineárne vzťahy, parciálna diferenciálna rovnica, vlnový proces, odozva, podnet

Klasifikácia JEL

C16, G17, G35

LITERATÚRA

- [1] SHONE, R. 1997. *Economic dynamics*. Cambridge : Cambridge univ. Press, 1997.
- [2] MANTEGNA, R. N. – STANLEY, H. E. 2000. *An introduction to econophysics*. Cambridge : Cambr. univ. press, 2000.
- [3] HOLODNIOK, M. a kol. 1986. *Metody analýzy nelin. dyn. Modelů*. Praha : Academia, 1986.
- [4] KOŠLIJAKOV, N. S. – GLINER, E. B. – SMIROV, M. M. 1970. *Uravenenija v častnyh proizvodnyh matematičeskoj fiziki*. Moskva : Vyššaja škola, 1970.
- [5] GLENDING, P. 1994. *Stability, instability and chaos*. Cambridge : Cambr. univ. press, 1994.
- [6] Sir JEFFREYS, H. – SWIRLES, B. (Lady Jeffreys). 1969. *Methods of mathematical physics*. Cambridge : Cambr. univ. press (1, 2, 3), 1969.
- [7] VOIT, J. 2005. *The Statistical Mechanics of Financial Markets, Theoretical and Mathematical Physics*. Berliln : Springer, 2005.

RESUMÉ

Vznik a nástup procesov v sociálno-ekonomickom prostredí je veľakrát spôsobený podnetmi, ktoré často vznikajú ako dôsledok hromadiacich sa problémov, následne vytvárajúcich spoločenské napätie a spoločenský tlak. Postihnutie tohto stavu a snaha o jeho riešenie samotným prostredím tak potom znova tvorí podnet, ktorý vedie k zmene stavu prostredia a táto zmena prostredia zasa môže iným spôsobom akceptovať ďalší vývojový stupeň podnetu. Vzniká tak stupňujúci sa cyklický proces, nastupuje spätná spojitosť, často vedúca k vytvoreniu nelineárnych väzieb. Sociálno-ekonomické systémy sú teda vo všeobecnosti nelineárne, preto za predpokladu riešenia takýchto úloh v modeli kontinua budú tieto úlohy popisované sústavou nelineárnych diferenciálnych rovníc. Publikovaný príspevok sa snaží dať odpoveď na otázku, či v Eulerovom modeli kontinua môže vzniknúť a byť udržiavaný vlnový proces ako odpoveď na nejaký podnet a vplyv. Nájdenie príslušných vzťahov túto možnosť potvrdilo.

SUMMARY

Formation and the onset of processes in socio-economic environment is often caused by stimuli which often arise as a result of accumulating problems, then creating social tension and social pressure. Disability of this condition and the search for a solution medium itself then forms a stimulus that leads to a change in the environment, and this in turn can change the environment otherwise accept further development initiative. This gives rise to an escalating cyclical process starts feedback link, often leading to the creation of non-linear links. Socio-economic systems are therefore generally nonlinear, therefore providing solutions to such problems in continuum model of these tasks described by a system of nonlinear differential equations. Published contribution tries to answer the question whether the Euler continuum models may arise and be maintained wave processes in response to any stimulus and influence. Finding the equation confirmed this possibility.

Kontakt

RNDr. Ľubomír Turňa, CSc., Katedra aplikovanej informatiky, Fakulta hospodárskej informatiky, Ekonomická univerzita v Bratislave, Dolnozemska cesta 1, 852 35 Bratislava, tel.: + 421 2/672 95 877, e-mail: stefanluboturna@post.sk

Jaromír Novák

PASAR, L.: DIDAKTIKA APLIKOVANEJ INFORMATIKY¹

Rozvoj informačno-komunikačných technológií nadobúda v súčasnosti také rozmery, že zasahujú do väčšiny oblastí ľudského života. Prepojenie ekonomiky a informatiky sa javí ako nevyhnutné na úspešné pôsobenie hospodárskych subjektov v globalizovanom svete. Aplikovaná (hospodárska) informatika je tak nielen dôležitou vednou disciplínou, ale aj čoraz významnejšou študijnou oblasťou v príprave stredoškolsky i vysokoškolsky vzdelaných ekonómov na hospodársku prax. Je preto dôležitou úlohou vysokoškolských aj stredoškolských učiteľov v ekonomicky zameraných študijných či učebných odboroch zamýšľať sa nad spôsobom začlenenia tejto problematiky do študijných, resp. učebných plánov, nad obsahom príslušného učiva a jeho štruktúrou aj nad optimálnym spôsobom jeho didaktickej interpretácie vo vyučovacom procese v jeho rôznych formách a podobách.

Publikácia „Didaktika aplikovanej informatiky“ po dlhšom čase prináša na trh vysokoškolských učebníc a učebných textov vzácny učebný materiál s ambíciou pomôcť budúcim, ale aj súčasným učiteľom predmetu aplikovaná informatika a podobných predmetov skvalitniť vyučovací proces v nich z obsahového i metodického hľadiska. Je určená predovšetkým študentom Katedry pedagogiky Národohospodárskej fakulty Ekonomickej univerzity v Bratislave, ktorí sa pripravujú na rolu učiteľov ekonómov pre stredné školy. Bezpochyby však môže poskytnúť cennú inšpiráciu aj pre učiteľov už pôsobiacich v pedagogickej praxi tak na stredných, ako aj vysokých školách.

Predmet s rovnomeným názvom, pre ktorý je učebný text v prvom rade určený, patrí medzi povinne voliteľné predmety zabezpečované katedrou v rámci doplňujúceho pedagogického štúdia na získanie pedagogickej spôsobilosti vyučovať odborné ekonomické predmety, a to v jeho dennej (súbežnej) i externej forme. Je tiež dôležitou súčasťou študijného plánu v rámci študijného odboru učiteľstvo profesijných predmetov a praktickej prípravy. Keďže posledná učebnica v tejto dynamicky sa meniacej vzdelávacej oblasti vyšla na pôde Ekonomickej univerzity v Bratislave naposledy v roku 2001, je táto publikácia bezpochyby významným aktuálnym študijným materiálom. Možno predpokladať, že pomôže aj bývalým absolventom a učiteľom aplikovanej informatiky na obchodných akadémiách a iných stredných odborných školách s ekonomickým zameraním pri ich snahe skvalitniť a metodicky i obsahovo aktualizovať vyučovací proces v predmete aplikovaná informatika, resp. informatika.

Autor rozdelil obsah učebného textu do deviatich samostatných kapitol, ktoré na seba svojím obsahom logicky nadväzujú. Pri ich spracovaní vychádzal z najnovších poznatkov pedagogicko-psychologických a didaktických vedných disciplín, ako aj z informatiky a aplikovanej informatiky, ktorá je dôležitá pre vlastný obsah učiva v predmete aplikovaná informatika, a preto od nej pri jeho didaktickom spracovaní

¹ Bratislava : Vydavateľstvo EKONÓM, 2014, 222 s. ISBN 978-80-225-4031-5

nemožno odhliadnuť. Prvých osem kapitol sa zameriava na východiskové pojmy súvisiace s informatikou a didaktikou aplikovanej informatiky, pričom skúmajú najmä jej tzv. všeobecnú časť. Posledná, najrozsiahlejšia kapitola obsahuje metodický rozbor vybraných tematických celkov, a teda rieši otázky tzv. špeciálnej časti didaktiky aplikovanej informatiky. Cieľom autora nebolo poskytnúť čitateľovi komplexný prierez všetkými témami aplikovanej informatiky, ale vybrať len tie, ktoré považuje za najviac využívané v hospodárskej praxi a v ktorých sa zároveň dajú v najväčšej miere aplikovať medzipredmetové vzťahy s inými odbornými ekonomickými predmetmi.

Prvá kapitola sa venuje stručnej charakteristike informatiky a s ňou súvisiacich základných pojmov, ktoré sú východiskom pre celý predmet aplikovaná informatika. V druhej kapitole sa hovorí o informatike vo vyučovacom procese s osobitným zreteľom na postavenie a obsah vzdelávania v predmete aplikovaná informatika podľa výsledkov analýzy školských vzdelávacích programov vybraných obchodných akadémií. V tretej kapitole autor charakterizuje didaktiku aplikovanej informatiky a základné pojmy používané v didaktike ako východisko pre ďalší text publikácie.

Štvrtá až siedma kapitola sa postupne zaoberajú vyučovacími cieľmi, didaktickými zásadami, vyučovacími metódami a gnozeologickými postupmi a ich osobitosťami vo vyučovacom predmete aplikovaná informatika, ktoré sa potom aplikujú na konkrétne tematické celky a témy v poslednej kapitole. Ešte predtým však na obsah týchto kapitol vhodne nadväzuje ôsma kapitola o učiteľovi aplikovanej informatiky a jeho kompetenciách. Tie vyplývajú nielen z potreby ovládať obsah učiva preberaného v danom predmete, ale aj z požiadavky, aby učiteľ bol schopný využívať optimálny aparát didaktických nástrojov v jednotlivých pedagogických situáciách.

Za najdôležitejšiu a zároveň najrozsiahlejšiu časť skriptu možno považovať deviatu kapitolu, v ktorej autor ponúka didaktické spracovanie vybraných tematických celkov a tém z predmetu aplikovaná informatika. Správne tu zdôrazňuje najmä aplikačný charakter tohto predmetu a potrebu obsahovo ho zameriavať už na využitie poznatkov žiakov z (všeobecnej) informatiky pri spracovaní informácií o ekonomických javoch a procesoch v hospodárskej praxi. Celá kapitola je spracovaná na vysokej odbornej aj didaktickej úrovni. Okrem teoretického opisu očakávaných pedagogických situácií ponúka aj množstvo zaujímavých príkladov a ilustrácií na bezprostredné využitie vo vyučovacom procese. Zameriava sa na metodický rozbor týchto tematických celkov: Tabuľkový kalkulator, Databázový editor a Ekonomický softvér.

Celkovo je učebný text spracovaný z obsahovej i formálnej stránky na vysokej úrovni. Osobitne oceňujeme jeho priekopnícky charakter v danej študijnej oblasti, ako aj správne a aktuálne používanú terminológiu interdisciplinárneho charakteru v celom texte – teda nielen pokiaľ ide o metodický pojmový aparát, ale aj o odborné pojmy z informatiky.

Publikácia vyšla v Bratislave vo vydavateľstve EKONÓM v roku 2014 v rozsahu 222 strán. ISBN 978-80-225-4031-5.

Kontakt

Ing. Jaromír Novák, PhD., Katedra pedagogiky, Národohospodárska fakulta, Ekonomická univerzita v Bratislave, Dolnozemska cesta 1/a, 852 35 Bratislava, tel.: +421 2/672 91 452, e-mail: jaromir.novak@euba.sk

POKYNY PRE AUTOROV

Autorské honoráre sa neplatia.

Rozsah (v normalizovaných stranách po 74 úderov v 24 riadkoch):

- vedecké state a diskusie 10 až 15 strán. Základnou požiadavkou je originalita príspevku a komplexnosť jeho spracovania, uprednostňujú sa príspevky v anglickom jazyku;
- informácie maximálne 1 strana;
- recenzie maximálne 2 strany.

Forma: textový editor MS WORD, verzia 2 000 a vyššia, písmo Times New Roman 11, riadkovanie 1, stránka B5 176x250 mm, (okraje – hore 25 mm, dole 25 mm, vľavo 20 mm, vpravo 20 mm).

Pokyny pre autorov sú na webovej stránke <http://www.fhi.sk/>. Citácie s poradovým číslovaním uvádzať v texte. Tabuľky a grafy zaradiť do článku. Bibliografické odkazy uvádzať v súlade s normou STN ISO 690, ISO 690-2. Predložiť v tlačenej podobe v 2 exemplároch. Vaše príspevky (v normalizovaných stránkach) zasielajte Ing. Ľubici Hurbánkovej na e-mail: lubica.hurbankova@euba.sk.

Redakčná rada zabezpečí interné a externé posúdenie textu príspevku. Autor príspevku je povinný zapracovať pripomienky z posudkov najneskôr do jedného týždňa od doručenia oponentského posudku. V prípade, že príspevok nebude oponentom odporúčený, redakcia má právo ponechať si jeden exemplár.

ŠTRUKTÚRA PRÍSPEVKU

Meno a priezvisko autora (veľkosť písma 13, kurzívou)

Meno a priezvisko spoluautorov

NÁZOV PRÍSPEVKU (veľkosť písma 14, bold, veľké písmená, odstup pod nadpisom 24 pt)

Úvod (veľkosť písma 12, bold, malé písmená, odstup pod úvodom 12 pt)

Text úvodu (veľkosť písma 11, odstup pod textom 12 pt)

1 **Názov kapitoly** (veľkosť písma 12, bold, veľké písmená, odstup pod nadpisom 12 pt)

Text kapitoly (veľkosť písma 11, odstup pod textom 12 pt)

1.1 **Názov subkapitoly** (veľkosť písma 12, bold, malé písmená, odstup pod subkapitolou 6 pt)

Text subkapitoly (veľkosť písma 11, odstup pod textom 12 pt)

1.1.1 **Názov podsubkapitoly** (veľkosť písma 12, bold, malé písmená, kurzívou, odstup pod podsubkapitolou 6 pt)

Text podsubkapitoly (veľkosť písma 11, odstup pod textom 12 pt)

Záver (veľkosť písma 12, bold, malé písmená, odstup pod záverom 12 pt)

Text záveru (veľkosť písma 11, odstup pod textom 12 pt)

Kľúčové slová (veľkosť písma 12, bold, malé písmená, podčiarknuté, odstup pod nadpisom 6 pt)

Text kľúčových slov (veľkosť písma 11, odstup pod textom 12 pt)

Klasifikácia JEL (veľkosť písma 12, bold, malé písmená, podčiarknuté, odstup pod nadpisom 6 pt)

Kód klasifikácie (veľkosť písma 11, odstup pod textom 12 pt)

LITERATÚRA (veľkosť písma 12, bold, veľké písmená, odstup pod nadpisom 6 pt)

[1] PRIEZVISKO, M.(meno). Rok vydania. *Názov publikácie*. Miesto vydania : Vydavateľstvo, rok vydania. počet strán s. ISBN (číslovanie, veľkosť a druh písma, odstup pod textom 12 pt)

RESUMÉ (v slovenčine, češtine – rozsah cca 20 riadkov, veľkosť písma 12, bold, veľké písmená, odstup pod nadpisom 6pt).

Text resumé (veľkosť písma 11, odstup pod textom 12 pt)

SUMMARY (v angličtine – rozsah cca 20 riadkov, veľkosť písma 12, bold, veľké písmená)

Text summary (veľkosť písma 11, odstup pod textom 12 pt)

Kontakt (veľkosť písma 12, bold, malé písmená, podčiarknuté, odstup pod textom 6 pt)

Meno a priezvisko autora so všetkými titulmi, pracovisko, úplná adresa pracoviska, tel.; e-mail:

EKONOMIKA A INFORMATIKA

Vedecký časopis Fakulty hospodárskej informatiky Ekonomickej univerzity v Bratislave a občianskeho združenia Slovenská spoločnosť pre hospodársku informatiku.

Poslaním vedeckého časopisu je publikovať teoretické a aplikačné poznatky získané v ekonomickom výskume a hospodárskej praxi z oblastí hospodárskej informatiky, účtovníctva a auditovania, ekonometrie a operačného výskumu, aplikovanej štatistiky a aktuárstva, s akcentom na aktuálne otázky harmonizácie, integrácie a kompatibility s európskou a svetovou metodológiou a praxou.

Uverejňuje vedecké state a diskusie, recenzie a informácie o dizertačných a habilitačných prácach, inauguračných prednáškach a vedeckých podujatiach v slovenskom, českom alebo anglickom jazyku, ktoré sú výsledkom vedeckovýskumnej činnosti autorov, vedeckých aktivít doktorandov, medzinárodnej výskumnej a pedagogickej spolupráce a ich aplikácie v ekonomickej praxi.

ECONOMICS AND INFORMATICS

A scientific journal of the Faculty of Economic Informatics of University of Economics in Bratislava and the Slovak Economic Informatics Association.

Mission of the scientific journal is to publish theoretical and application knowledge acquired in economic research and practice in the areas of economic informatics, accounting and auditing, applied statistics, actuarial science, econometrics and operations research, with emphasis on the current issues of harmonization, integration and compatibility with the European and global methodology and practice.

The journal publishes scientific articles and paper discussions, reviews and information on doctoral and habilitation theses, inauguration lectures and scientific events in Slovak, Czech or English language, which are results of scientific and research activity of authors, scientific activities of doctoral students, international research and educational cooperation and their application in the economic practice.

EKONOMIKA A INFORMATIKA

Vydáva: Fakulta hospodárskej informatiky Ekonomickej univerzity v Bratislave a Slovenská spoločnosť pre hospodársku informatiku

Vychádza: 2x ročne