A Zoznam a popis procedúr na riešenia úloh poštára

Označenie procedúry	Popis procedúry
$P1$	Výpočet Floydovho algoritmu.
$P2$	Určenie najkratšej cesty z ľubovoľného do iného ľubovoľného vrcholu v grafe, digrafe, resp. zmiešanom grafe.
$P3$	Transformácia hrán z matice vzdialeností do tabuľkovej formy. Hrana je reprezentovaná koncovými vrcholmi, dĺžkou, počtom výskytov v grafovej štruktúre a orientáciou.
$P4$	Zápis fiktívnych hrán do grafovej štruktúry.
$P5_N$	Určenie vrcholov nepárneho stupňa v grafe G.
$P6_N$	Vytvorenie úplného grafu K_{2t}.
$P7_N$	Zostavenie a riešenie bivalentej úlohy. (Najlacnejšie úplné párenie).
$P8_O$	Kontrolu symetrickosti digrafu G.
$P9_O$	Určenie bilancie vrcholov digrafu G.
$P10_O$	Zostavenie riešenie vybilancovanej dopravnej úlohy.
$P11_Z$	Určenie bilancie vrcholov zmiešaného grafu G.
$P12_Z$	Kontrolu orientácie hrán zmiešaného grafu G.
$P13_Z$	Vytvorenie faktorových grafov v zmiešanom grafe G.

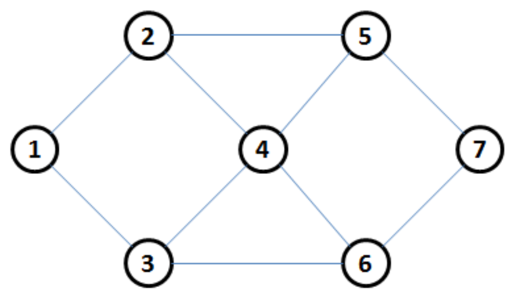
Zdroj: Vlastné spracovanie.

B Riešenie neorientovanej úlohy poštára

Na konkrétnom príklade je uvdený optimalizačný prístup riešenia neorientovanej úlohy, taktiež je táto úloha vyriešená pomocou súboru procedúr, ktoré boli v práci vytvorené. Príloha slúži aj ako návod ako v prostredí MS Excel ekvivalentné úlohy riešiť.

B.1 Optimalizačný prístup riešenia

Optimalizačný prístup riešenia je ilustruvaný na konkrétnom príklade. Nech je daný nasledovný hranovo ohodnotený neorientovaný graf $G = (V, H_n, c), c: H_n \to \mathbb{R}_0^+$. Je potrebné poznamenať, že graf obsahuje vrcholy párneho aj nepárneho stupňa a je súvislý.



Obr. B-1: Neorientovaný graf $G = (V, H_n)$. Zdroj: Vlastné spracovanie.

Ohodnotenie jednotlivých hrán je uvedené v nasledujúcej tabuľke, pričom označenie hrán je v tvare, ktoré je potrebné pre zostavenie optimalizačnej úlohy, napr. označenie x_{12} predstavuje hranu, ktorá je medzi vrcholmi 1 a 2, pričom označenie x_{21} by predstavovalo rovnakú hranu.

Tab. B-1: Ohodnotenie hrán neorientovaného grafu $G = (V, H_n)$. Zdroj: Vlastné spracovanie.

Označenie hrany	Ohodnotenie hrany	Výskyt hrany
x_{12}	1	1
x_{13}	2	1
x_{24}	3	1
x_{34}	5	1
x_{25}	7	1
x_{36}	4	1
x_{45}	2	1
x_{46}	3	1
x_{67}	6	1

x_{57}	2	1

Optimalizačná úloha má na základe vzťahu uvedeného v tretej kapitole pre uvedenú konkrétnu situáciu nasledovný tvar:

$$\min 1x_{12} + 2x_{13} + 3x_{24} + 5x_{34} + 7x_{25} + 4x_{36} + 2x_{45} + 3x_{46} + 6x_{67} + 2x_{57}$$

pri ohraničeniach

$$x_{12} + x_{13} = 2z_1$$

$$x_{12} + x_{24} + x_{25} = 2z_2$$

$$x_{13} + x_{34} + x_{36} = 2z_3$$

$$x_{24} + x_{34} + x_{45} + x_{46} = 2z_4$$

$$x_{25} + x_{45} + x_{57} = 2z_5$$

$$x_{36} + x_{46} + x_{67} = 2z_6$$

$$x_{57} + x_{67} = 2z_7$$

$$x_{12}, x_{13}, x_{24}, x_{34}, x_{25}, x_{36}, x_{45}, x_{46}, x_{67}, x_{57} \in \{0,1\}$$

$$z_1, z_2, z_3, z_4, z_5, z_6, z_7 \in \mathbb{Z}^n, \ \ z \geq 0$$

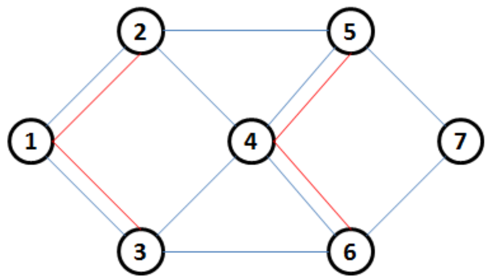
Optimálne riešenie úlohy, ktoré bolo získané riešením úlohy ako úlohy lineárneho programovania je uvedené v nasledujúcej tabuľke:

Tab. B-2: Optimálne riešenie neorientovanej úlohy poštára. Zdroj: Vlastné spracovanie.

Označenie hrany	Ohodnotenie hrany	Výskyt hrany
x_{12}	1	2
x_{13}	2	2
x_{24}	3	1
x_{34}	5	1
x_{25}	7	1
x_{36}	4	1
x_{45}	2	2

x_{46}	3	2
x_{67}	6	1
x_{57}	2	1

Hodnota účelovej funkcie je 43 jednotiek. Výslednú hodnotu je možné interpretovať nasledovne (pre zjednodušenie je použitá analógiu poštára): Ak poštár začne rozvoz pošty z ľubovoľného bodu dopravnej siete s úmyslom prejsť každou hranou minimálne raz, pričom chce absolvovať trasu čo najkratšej dĺžky, prejdená vzdialenosť bude mať hodnotu 43 jednotiek. Grafické zobrazenie riešenia:

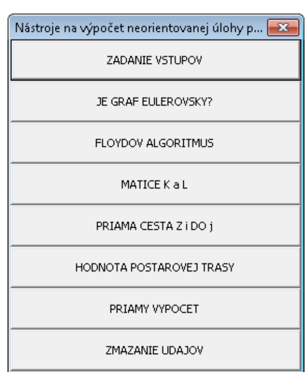


Obr. B-2: Výsledný neorientovaný graf $G = (V, H_n)$. Zdroj: Vlastné spracovanie.

Z výsledkov a grafického zobrazenia, je zrejmé, o ktoré hrany bude poštárova cesta doplnená. Zároveň je splnená podmienka párnosti všetkých vrcholov, čiže graf je eulerovský.

B.2 Riešenie prostredníctvom implementovaného algoritmu

Neorientovaná úloha poštára je názorne vyriešená v prostredí MS Excel, do ktorého bol implementovaný Edmondsov algoritmus na riešenie danej úlohy. Zadanie úlohy je rovnaké ako v predchádzajúcej časti. Po spustení súboru „UPP.xlsm" sa zobrazí nasledovný náhľad:



Obr. B-3: Panel nástrojov na riešenie neorientovanej úlohy poštára. Zdroj: Vlastné spracovanie.

Na začiatku je možné zvoliť iba prvú možnosť, čiže sú zadané vstupy v podobe matice vzdialeností. V našom prípade má matica nasledovný tvar:

uzly	u1	u2	u3	u4	u5	u6	u7
u1	0	1	2	m	m	m	m
u2	1	0	m	3	7	m	m
u3	2	m	0	5	m	4	m
u4	m	3	5	0	2	3	m
u5	m	7	m	2	0	m	2
u6	m	m	4	3	m	0	6
u7	m	m	m	m	2	6	0

Obr. B-4: Matica vzdialeností, neorientovaná úloha poštára. Zdroj: Vlastné spracovanie.

Po zadaní vstupných dát, je možnosť overiť, či graf už nie je eulerovský (graf obsahuje iba uzly párneho stupňa), a teda úlohu nie je potrebné ďalej riešiť, keďže poštár prejde každou hranou jedenkrát, čo však nie je náš prípad, a preto sa bude vo výpočtoch pokračovať.

Výstupom Floydovho algoritmu je v našom prípade matica najkratších vzdialeností „L" a pomocná matica „K", ktorá slúži na určenie trasy z ľubovoľného do ľubovoľného vrcholu siete. Pre konkrétny prípad obsahujú matice nasledovné hodnoty:

K	1	2	3	4	5	6	7
1	-	0	0	2	4	3	5
2	0	-	1	0	4	4	5
3	0	1	-	0	4	0	5
4	2	0	0	-	0	0	5
5	4	4	4	0	-	4	0
6	3	4	0	0	4	-	0
7	5	5	5	5	0	0	-

L	1	2	3	4	5	6	7
1	0	1	2	4	6	6	8
2	1	0	3	3	5	6	7
3	2	3	0	5	7	4	9
4	4	3	5	0	2	3	4
5	6	5	7	2	0	5	2
6	6	6	4	3	5	0	6
7	8	7	9	4	2	6	0

Obr. B-5: Matica vzdialeností a pomocná matica K. Zdroj: Vlastné spracovanie.

Panel s nástrojmi ponúka taktiež možnosť zobrazenia najkratšej priamej cesty z ľubovoľného do ľubovoľného vrcholu siete. Táto možnosť má pre používateľa iba informatívny charakter, ale procedúra, ktorá sa pod ňou nachádza je používaná pri ďalšom riešení úlohy. Pre ilustráciu určíme najkratšiu cestu v vrcholu 1 do vrcholu 7. Výstup je zobrazený na nasledujúcom obrázku.

vstup				vystup	
1	2	4	5	7	
L	1	3	2	2	8

Obr. B-6: Najkratšia vzdialenosť z vrcholu 1 do vrcholu 7. Zdroj: Vlastné spracovanie.

Z výstupu je zrejmé, že najkratšia cesta medzi vrcholmi 1 a 7 obsahuje vrcholy 2, 4, 5, pričom celková vzdialenosť je 8 jednotiek.

Po zvolení možnosti „HODNOTA POSTAROVEJ TRASY“ získame výstup, ktorý nám zobrazí nasledovné riešenie úlohy.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	2	3	5	6		VRCHOLY NEPARNEHO STUPNA				
2										
3	VRCHOL i	VRCHOL j	L	FIKT. HRANY			UF	HODNOTA POSTAROVEJ TRASY		
4	2	3	3	1	1	0	16	43		
5	2	5	5	0		0				
6	2	6	6	0		0				
7	3	2	3	1	1	0				
8	3	5	7	0		0				
9	3	6	4	0		0				
10	5	2	5	0	1	0				
11	5	3	7	0		0				
12	5	6	5	1		0				
13	6	2	6	0	1	0				
14	6	3	4	0		0				
15	6	5	5	1		0				

Obr. B-7: Výsledný výstup, neorientovaná úloha poštára. Zdroj: Vlastné spracovanie.

Interpretácia výstupu je nasledovná: Prvý riadok obsahuje vrcholy nepárneho stupňa, čo zodpovedá druhému kroku algoritmu. Výstup taktiež obsahuje úplný graf $K_{2t}\ (V_E, H_E, d)$, ktorého vrcholy sa nachádzajú v stĺpcoch „VRCHOL i“ a „VRCHOL j“, taktiežе je uvedená najkratšia vzdialenosť medzi jednotlivými vrcholmi (stĺpec „L“), na základe tých dát je ďalej zostavená a riešená bivaletná úloha najlacnejšieho párenia pomocou „solveru“. Stĺpec „FIKT. HRANY“ obsahuje výsledné hodnoty tejto úlohy. Vidíme, že zdvojené hrany sa nachádzajú medzi vrcholmi 2 a 3, 3 a 2, 5 a 6, 6 a 5, hodnota účelovej funkcie dosahuje hodnotu 16 jednotiek. Keďže ide o neorientované hrany, výsledné zdvojenie bude medzi hranami 2 a 3, 5 a 6, a poštárova trasa nadobudne hodnotu 43.

Okrem vyriešenia úlohy, teda určenia poštárovej trasy máme k dispozícii ak informáciu o presnom rozložení hrán s nasledujúcou podobou.

	A	B	C	D	E
1	1	2	1	1	2
2	1	3	2	1	2
3	2	4	3	1	1
4	2	5	7	1	1
5	3	4	5	1	1
6	3	6	4	1	1
7	4	5	2	1	2
8	4	6	3	1	2
9	5	7	2	1	1
10	6	7	6	1	1

Obr. B-8: Výsledné rozloženie hrán, neorientovaná úloha poštára. Zdroj: Vlastné spracovanie.

Stĺpec A a B reprezentujú koncové vrcholy jednotlivých hrán, stĺpec C predstavuje vzdialenosť príslušnej hrany, stĺpec D poskytuje informáciu o orientácii hrán, pričom hodnota 1 znamená, že hrana je neorientovaná. Najdôležitejšiu informáciu obsahuje stĺpec E a teda počet výskytov príslušnej hrany.

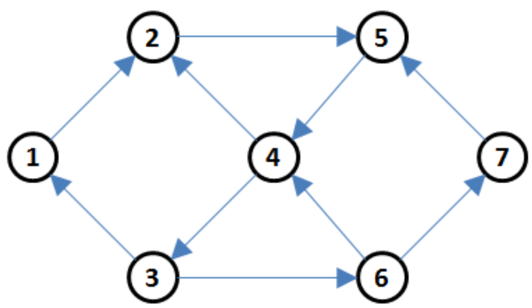
Ak porovnáme výsledky dosiahnuté optimalizačným a prístupom implementovaným algoritmom, vidíme, že hodnota poštárovej trasy je identická.

C Riešenie neorientovanej úlohy poštára

Obdobne ako v predchádzajúcej časti na konkrétnom príklade uvedieme optimalizačný prístup riešenia orientovanej úlohy, taktiež túto úlohu vyriešime pomocou súboru procedúr, ktoré sme v práci vytvorili. Príloha slúži aj ako návod ako v prostredí MS Excel ekvivalentné úlohy riešiť.

C.1 Optimalizačný prístup riešenia

Optimalizačný prístup riešenia ilustrujeme na konkrétnom príklade. Nech je daný nasledovný hranovo ohodnotený orientovaný digraf $G = (V, H_o, c), c: H_o \to \mathbb{R}_0^+$. Poznamenajme, že digraf obsahuje aj nesymetrické vrcholy a je silne súvislý.



Obr. C-1: Orientovaný digraf $G = (V, H_o)$. Zdroj: Vlastné spracovanie.

Ohodnotenie jednotlivých hrán je uvedené v nasledujúcej tabuľke, pričom označenie hrán je v tvare, ktoré je potrebné pre zostavenie optimalizačnej úlohy, napr. označenie x_{12} predstavuje hranu, ktorej počiatočný vrchol je 1 a koncový vrchol je 2.

Tab. C-1: Ohodnotenie hrán orientovaného digrafu $G = (V, H_o)$. Zdroj: Vlastné spracovanie.

Označenie hrany	Ohodnotenie hrany	Výskyt hrany
x_{12}	1	1
x_{25}	7	1
x_{31}	2	1
x_{36}	4	1
x_{42}	3	1
x_{43}	5	1
x_{54}	2	1
x_{64}	3	1
x_{67}	6	1

x_{75}	2	1

Optimalizačná úloha má na základe vzťahu uvedeného v kapitole 3 pre uvedenú konkrétnu situáciu nasledovný tvar:

$$\min 1x_{12} + 2x_{31} + 3x_{42} + 5x_{43} + 7x_{25} + 4x_{36} + 2x_{54} + 3x_{64} + 6x_{67} + 2x_{75}$$

pri ohraničeniach

$$x_{12} - x_{31} = 0$$

$$x_{12} + x_{42} - x_{25} = 0$$

$$x_{31} + x_{36} - x_{43} = 0$$

$$x_{42} + x_{43} - x_{54} - x_{64} = 0$$

$$x_{54} - x_{25} - x_{75} = 0$$

$$x_{64} + x_{67} - x_{36} = 0$$

$$x_{75} - x_{67} = 0$$

$$x_{12}, x_{31}, x_{42}, x_{43}, x_{25}, x_{36}, x_{54}, x_{64}, x_{67}, x_{75} \geq 1$$

$$x_{12}, x_{31}, x_{42}, x_{43}, x_{25}, x_{36}, x_{54}, x_{64}, x_{67}, x_{75} \in \mathbb{Z}^n$$

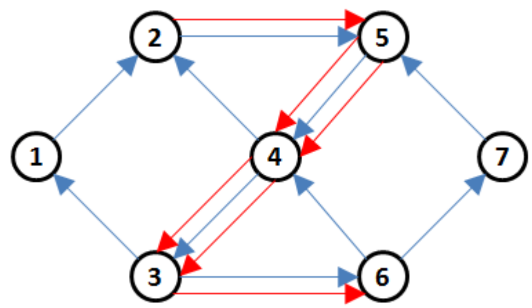
Optimálne riešenie úlohy, ktoré sme získali riešením úlohy ako úlohy lineárneho programovania je uvedené v nasledujúcej tabuľke:

Tab. C-2: Optimálne riešenie orientovanej úlohy poštára. Zdroj: Vlastné spracovanie.

Označenie hrany	Ohodnotenie hrany	Výskyt hrany
x_{12}	1	1
x_{25}	7	2
x_{31}	2	1
x_{36}	4	2
x_{42}	3	1
x_{43}	5	3
x_{54}	2	3

x_{64}	3	1
x_{67}	6	1
x_{75}	2	1

Hodnota účelovej funkcie je 60 jednotiek. Výslednú hodnotu môžeme interpretovať nasledovne: Ak poštár začne rozvoz pošty z ľubovoľného bodu dopravnej siete s úmyslom prejsť každou hranou minimálne raz, pričom chce absolvovať trasu čo najkratšej dĺžky, prejdená vzdialenosť bude mať hodnotu 60 jednotiek. Grafické zobrazenie riešenia:



Obr. C-1: Výsledný orientovaný digraf $G = (V, H_o)$. Zdroj: Vlastné spracovanie.

Z výsledkov a grafického zobrazenia, je zrejmé, o ktoré hrany bude poštárova cesta doplnená. Všetky vrcholy sú vybilancované, čiže graf je eulerovský.

C.2 Riešenie prostredníctvom implementovaného algoritmu

Orientovanú úlohu poštára názorne vyriešime v prostredí MS Excel, do ktorého sme implementovali algoritmus na riešenie danej úlohy. Zadanie úlohy je rovnaké ako v predchádzajúcej časti. Po spustení súboru „DPP.xlsm“ sa zobrazí panel nástrojov s rovnakými možnosťami ako v prípade neorientovanej úlohy poštára, preto budeme ďalej prezentovať iba odlišnosti v priebehu riešenia.

Na začiatku je opäť možné zvoliť iba prvú možnosť, čiže zadáme vstupy v podobe matice vzdialeností. V našom prípade má matica nasledovný tvar:

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	uzly	u1	u2	u3	u4	u5	u6	u7
2	u1	0	1	m	m	m	m	m
3	u2	m	0	m	m	7	m	m
4	u3	2	m	0	m	m	4	m
5	u4	m	3	5	0	m	m	m
6	u5	m	m	m	2	0	m	m
7	u6	m	m	m	3	m	0	6
8	u7	m	m	m	m	2	m	0

Obr. C-2: Matica vzdialeností, orientovaná úloha poštára. Zdroj: Vlastné spracovanie.

Výstupom Floydovho algoritmu je v matica najkratších vzdialeností „L“ a pomocná matica „K“ s obdobnými vlastnosťami ako v prípade neorientovanej úlohy. Po zvolení možnosti „HODNOTA POSTAROVEJ TRASY“ získame výstup, ktorý nám zobrazí nasledovné riešenie úlohy.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1		IN	OUT	BIL	Dlzka trasy		3	6	
2	V1	1	1	0	60	2	14	18	1
3	V2	2	1	1		5	7	11	1
4	V3	1	2	-1			1	1	
5	V4	2	2	0			25		
6	V5	2	1	1			1	0	1
7	V6	1	2	-1			0	1	1
8	V7	1	1	0			1	1	

Obr. C-3: Výsledný výstup, orientovaná úloha poštára. Zdroj: Vlastné spracovanie.

Okrem vyriešenia úlohy, teda určenia poštárovej trasy máme k dispozícii ak informáciu o presnom rozložení hrán s nasledujúcou podobou.

	A	B	C	D	E
1	1	2	1	0	1
2	2	5	7	0	2
3	3	1	2	0	1
4	3	6	4	0	2
5	4	2	3	0	1
6	4	3	5	0	3
7	5	4	2	0	3
8	6	4	3	0	1
9	6	7	6	0	1
10	7	5	2	0	1

Obr. C-4: Výsledné rozloženie hrán, orientovaná úloha poštára. Zdroj: Vlastné spracovanie.

Stĺpec A a B reprezentujú koncové vrcholy jednotlivých hrán, stĺpec C predstavuje vzdialenosť príslušnej hrany, stĺpec D poskytuje informáciu o orientácii hrán, pričom hodnota znamená, že hrana je orientovaná. Najdôležitejšiu informáciu obsahuje stĺpec E a teda počet výskytov príslušnej hrany.

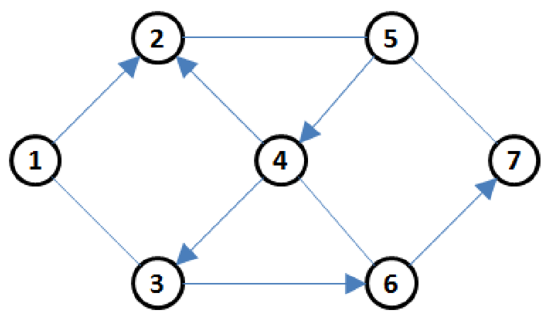
Ak porovnáme výsledky dosiahnuté optimalizačným a prístupom implementovaným algoritmom, vidíme, že hodnota poštárovej trasy je identická.

D Riešenie zmiešanej úlohy poštára

Obdobne ako v predchádzajúcej časti na konkrétnom príklade uvedieme optimalizačný prístup riešenia zmiešanej úlohy, taktiež túto úlohu vyriešime pomocou súboru procedúr, ktoré sme v práci vytvorili. Príloha slúži aj ako návod ako v prostredí MS Excel ekvivalentné úlohy riešiť.

D.1 Optimalizačný prístup riešenia

Optimalizačný prístup riešenia ilustrujeme na konkrétnom príklade. Nech je daný nasledovný hranovo ohodnotený migraf $G = (V, H_n, H_o), c: H_n, H_o \to \mathbb{R}_0^+$.



Obr. D-1: Migraf $G = (V, H_n, H_o)$. Zdroj: Vlastné spracovanie.

Ohodnotenie jednotlivých hrán je uvedené v nasledujúcej tabuľke, pričom označenie hrán je v tvare, ktoré je potrebné pre zostavenie optimalizačnej úlohy, napr. označenie x_{12} predstavuje orientovanú hranu, ktorej počiatočný vrchol predstavuje bod 1 a koncový bod 2. Pri neorientovaných hranách je potrebné dvojité označenie, resp. hrana ktorá sa nachádza medzi bodmi 1 a 3 je reprezentovaná označeniami x_{13} a x_{31}, pretože cieľom úlohy je priradiť orientáciu každej hrane. Ak atribút orientácie hrany dosahuje hodnotu 0, hrana je orientovaná, hodnota 1 reprezentuje hranu, ktorá je neorientovaná.

Tab. D-1: Ohodnotenie hrán migrafu $G = (V, H_n, H_o)$. Zdroj: Vlastné spracovanie.

Označenie hrany	Ohodnotenie hrany	Výskyt hrany	Orientácia hrany
x_{12}	1	1	0
x_{13}	2	1	1
x_{31}	2	1	1
x_{25}	7	1	1
x_{52}	7	1	1

x_{42}	3	1	0
x_{43}	5	1	0
x_{54}	2	1	0
x_{46}	3	1	1
x_{64}	3	1	1
x_{36}	4	1	0
x_{67}	6	1	0
x_{57}	2	1	1
x_{75}	2	1	1

Optimalizačná úloha má na základe vzťahu uvedeného v kapitole 3 pre uvedenú konkrétnu situáciu nasledovný tvar:

$$\min 1x_{12} + 4x_{36} + 3x_{42} + 5x_{43} + 2x_{54} + 6x_{67} + 2x_{13} + 2x_{31} + 3x_{46} + 3x_{64} + 7x_{25} + 7x_{52} + 2x_{57} + 2x_{75}$$

pri ohraničeniach

$$x_{12} + x_{13} - x_{31} = 0$$

$$x_{25} - x_{52} - x_{12} - x_{42} = 0$$

$$x_{31} + x_{36} - x_{13} - x_{43} = 0$$

$$x_{42} + x_{43} + x_{46} - x_{54} - x_{64} = 0$$

$$x_{54} + x_{52} + x_{57} - x_{25} - x_{75} = 0$$

$$x_{64} + x_{67} - x_{36} - x_{46} = 0$$

$$x_{75} - x_{57} - x_{67} = 0$$

$$x_{13} + x_{31} \geq 1$$

$$x_{25} + x_{52} \geq 1$$

$$x_{46} + x_{64} \geq 1$$

$$x_{57} + x_{75} \geq 1$$

$$x_{12}, x_{42}, x_{43}, x_{54}, x_{67} \geq 1$$

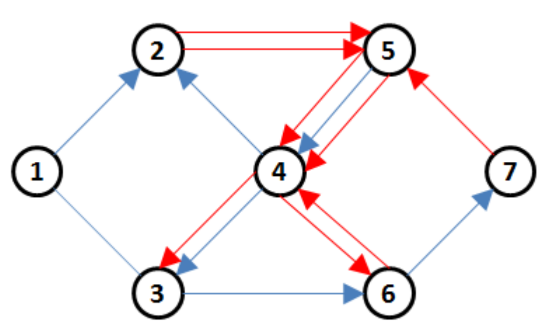
$$x_{12}, x_{13}, x_{31}, x_{42}, x_{43}, x_{25}, x_{52}, x_{36}, x_{54}, x_{46}, x_{64}, x_{67}, x_{57}, x_{75} \in \mathbb{Z}^n$$

Optimálne riešenie úlohy, ktoré sme získali riešením úlohy ako úlohy lineárneho programovania je uvedené v nasledujúcej tabuľke:

Tab. D-2: Optimálne riešenie zmiešanej úlohy poštára. Zdroj: Vlastné spracovanie.

Označenie hrany	Ohodnotenie hrany	Výskyt hrany	Orientácia hrany
x_{12}	1	1	0
x_{13}	2	0	0
x_{31}	2	1	0
x_{25}	7	2	0
x_{52}	7	0	0
x_{42}	3	1	0
x_{43}	5	3	0
x_{54}	2	3	0
x_{46}	3	1	0
x_{64}	3	1	0
x_{36}	4	1	0
x_{67}	6	1	0
x_{57}	2	0	0
x_{75}	2	1	0

Hodnota účelovej funkcie je 54 jednotiek. Výslednú hodnotu môžeme interpretovať nasledovne: Ak poštár začne rozvoz pošty z ľubovoľného bodu zmiešanej dopravnej siete s úmyslom prejsť každou hranou minimálne raz, pričom chce absolvovať trasu čo najkratšej dĺžky, prejdená vzdialenosť bude mať hodnotu 54 jednotiek. Grafické zobrazenie riešenia:



Obr. D-2: Výsledný zmiešaný graf $G = (V, H_n, H_o)$.Zdroj: Vlastné spracovanie.

Z výslednej grafickej interpretácie je zrejmé, že všetkým neorientovaným hranám bola priradená orientácia. Zaujímavý je prípad hrany x_{64} resp, x_{46} , hrana bola pôvodne neorientovaná, na základe riešenie bola transformovaná na dve protichodne orientované hrany.

D.2 Riešenie prostredníctvom implementovaného algoritmu

Zmiešanú úlohu poštára názorne vyriešime v prostredí MS Excel, do ktorého sme implementovali heuristický algoritmus Mixed2 na riešenie danej úlohy. Zadanie úlohy je rovnaké ako v predchádzajúcej časti. Po spustení súboru „MPP.xlsm“ sa zobrazí panel nástrojov s nasledovnými možnosťami:

Obr. D-3: Panel nástrojov na riešenie zmiešanej úlohy poštára. Zdroj: Vlastné spracovanie.

Na začiatku je opäť možné zvoliť iba prvú možnosť, čiže zadáme vstupy v podobe matice vzdialeností. V našom prípade má matica nasledovný tvar:

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	uzly	u1	u2	u3	u4	u5	u6	u7
2	u1	0	1	2	m	m	m	m
3	u2	m	0	m	m	7	m	m
4	u3	2	m	0	m	m	4	m
5	u4	m	3	5	0	m	3	m
6	u5	m	7	m	2	0	m	2
7	u6	m	m	m	3	m	0	6
8	u7	m	m	m	m	2	m	0

Obr. D-4: Matica vzdialeností, zmiešaná úloha poštára. Zdroj: Vlastné spracovanie.

Výstupom Floydovho algoritmu je v matica najkratších vzdialeností „L“ a pomocná matica „K“ s obdobnými vlastnosťami ako v prípade neorientovanej, resp. orientovanej úlohy.

Možnosť „IN OUT DEGREE“ rieši prvú časť algoritmu, teda doplní orientované hrany, resp. usmerní niektoré neorientované hrany, tak aby boli jednotlivé vrcholy vybilancované. Výsledkom je nasledovná zostava hrán:

Tab. D-3: Hrany zmiešaného grafu po vybilancovaní vrcholov. Zdroj: Vlastné spracovanie.

	A	B	C	D	E
1	1	2	1	0	1
2	2	5	7	0	2
3	3	1	2	0	1
4	3	6	4	0	1
5	4	2	3	0	1
6	4	3	5	0	2
7	5	4	2	0	3
8	6	4	3	1	1
9	6	7	6	0	1
10	7	5	2	0	1

Stĺpec A predstavuje začiatočné vrcholy, stĺpec B koncové vrcholy hrán, ich vzdialenosti uvádza stĺpec C, stĺpec D uvádza orientáciu jednotlivých hrán a stĺpec E prezentuje počet výskytov jednotlivých hrán. Z výstupu je vidieť, že skoro všetky hrany sú orientované, jediná neorientovaná hrana ja hrana x_{46}. Ak by boli všetky hrany orientované v riešení by nebolo potrebné pokračovať graf by bol eulerovský.

Pokračujeme možnosťou „LARGE CYCLES“, ktorá rieši druhú časť algoritmu Mixed2, a to najlacnejšie úplné párenie v zmiešanom grafe prostredníctvom faktorových grafov vytvorených z neorientovaných hrán. Poznamenajme, že táto časť je na uvedenom konkrétnom príklade značne zjednodušená, pretože faktorový graf je len jeden a je reprezentovaný len jednou hranou x_{46}. Riešením bude len jej duplikácia, výsledok je nasledovný:

Tab. D-4: Výsledné rozloženie hrán zmiešaného grafu. Zdroj: Vlastné spracovanie.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	1	2	1	0	1		HODNOTA POSTAROVEJ TRASY		
2	2	5	7	0	2		54		
3	3	1	2	0	1				
4	3	6	4	0	1				
5	4	2	3	0	1				
6	4	3	5	0	2				
7	5	4	2	0	3				
8	6	4	3	1	2				
9	6	7	6	0	1				
10	7	5	2	0	1				

Na základe výsledkov môžeme vidieť, že hodnota poštárovej trasy je rovnaká ako v prípade optimalizačného prístupu, a teda 54 jednotiek. Rozdiel je len v orientácií hrany x_{46}. Kým pri optimalizačnom prístupe bola transformovaná na dve protichodne orientované hrany, heuristický prístup hranu ponechal neorientovanú, ale jej výskyt dosahuje hodnotu 2, čo nemá vplyv na hodnotu poštárovej trasy.

E Optické médium so súbormi na riešenie úloh poštára