

EKONOMICKÁ UNIVERZITA V BRATISLAVE
NÁRODOHOSPODÁRSKA FAKULTA

Evidenčné číslo: 101007/I/2024/36122176490644484

TVORBA OPTIMÁLNEHO DLHODOBÉHO
INVESTIČNÉHO PORTFÓLIA

Diplomová práca

EKONOMICKÁ UNIVERZITA V BRATISLAVE
NÁRODOHOSPODÁRSKA FAKULTA

**TVORBA OPTIMÁLNEHO DLHODOBÉHO
INVESTIČNÉHO PORTFÓLIA**

Diplomová práca

Študijný program: Finančné trhy a investovanie

Študijný odbor: Ekonómia a manažment

Školiace pracovisko: Katedra bankovníctva a medzinárodných financií

Školiteľ: prof. Ing. Štefan Lyócsa, PhD.

Bratislava 2024

Bc. Boris Suchánek

Pod'akovanie:

Touto cestou by som sa chcel poďakovať prof. Ing. Štefanovi Lyócsovi, PhD., vedúcemu tejto diplomovej práce, za cenné pripomienky, trpezlivosť, ochotný prístup a najmä za odborné vedenie a usmernenie, ktoré mi poskytol pri písaní tejto práce.

ABSTRAKT

SUCHÁNEK, Boris: *Tvorba optimálneho dlhodobého investičného portfólia*. – Ekonomická univerzita v Bratislave. Národohospodárska fakulta; Katedra bankovníctva a medzinárodných financií. – Školiteľ : prof. Ing. Štefan Lyócsa, PhD. – Bratislava: NHF EU, 2024, 73 strán.

Cieľom diplomovej práce je tvorba optimálneho dlhodobého investičného portfólia so zameraním na maximalizáciu riziko váženého výnosu. Práca je rozdelená do 6 kapitol. Obsahuje 3 obrázky, 22 grafov a 11 tabuliek. Prvá kapitola slúži ako prehľad o finančných trhoch a investovaní. Druhá kapitola predstavuje princípy tvorby investičného portfólia a tretia kapitola približuje základne prístupy k alokácii aktív tak, aby boli v portfóliu efektívne distribuované. Štvrtá kapitola charakterizuje cieľ práce a opisuje metodiku práce. V piatej kapitole sa analyzujú dáta a vyberajú sa vhodné aktíva a parametre pre následné zostavenie optimálnych investičných portfólií. Optimálne portfólia cielia maximalizáciu sharpeho pomeru, pričom sú pre jednotlivé modelované portfóliá stanované isté obmedzenia. V poslednej kapitole sa práca venuje výsledkom analýzy a diskusii. Výsledkom práce sú navrhnuté viaceré optimálne dlhodobé investičné portfóliá podľa rozdielných rizikových profilov investorov.

Kľúčové slová: Investičné portfólio, efektívna hranica, výnos, riziko, finančné trhy

ABSTRACT

SUCHÁNEK, Boris: *Creation of an optimal long-term investment portfolio*. – University of Economics in Bratislava. Faculty of National Economy; Department of Banking and International Finance. – Supervisor: prof. Ing. Štefan Lyócsa, PhD. – Bratislava: NHF EU, 2024, 73 pages.

The aim of this thesis is to create an optimal long-term investment portfolio with a focus on maximizing risk-adjusted returns. The work is divided into 6 chapters and includes 3 images, 22 graphs, and 11 tables. The first chapter serves as an overview of financial markets and investing. The second chapter presents the principles of investment portfolio construction. The third chapter discusses main approaches to asset allocation, explaining how assets can be efficiently distributed across the portfolio. The fourth chapter defines the goal of the thesis and describes the methodology of the thesis. The fifth chapter involves data analysis and the selection of suitable assets and parameters for the construction of optimal investment portfolios. Optimal portfolios aim to maximize their Sharpe ratios, while specific constraints are established for each modeled portfolio. The final chapter addresses the results of the analysis and discussions surrounding it. The outcome of the thesis proposes various optimal long-term investment portfolios tailored to the different risk profiles of investors.

Key words: Investment portfolio, efficient frontier, return, risk, financial markets

OBSAH

ZOZNAM ILUSTRÁCIÍ A TABULIEK.....	8
ÚVOD.....	10
1 Úvod do finančných trhov a investovania	11
1.1 Finančné trhy a ich funkcie.....	11
1.1.1 Typy finančných trhov.....	11
1.2 Účastníci na finančnom trhu	12
1.3 Definícia investície	14
1.4 Investičné nástroje	14
1.5 Výnos a riziko.....	15
2 Princípy tvorby investičného portfólia	17
2.1 Stanovenie cieľov investovania a investičného horizontu.....	17
2.2 Posúdenie tolerancie voči riziku	18
2.3 Diverzifikácia portfólia a alokácia aktív.....	19
2.4 Výber investičných nástrojov	20
2.5 Rebalansovanie portfólia	21
2.6 Náklady a poplatky	22
2.7 Monitorovanie a hodnotenie	23
3 Základné prístupy k alokácii aktív	25
3.1 Modern Portfolio Theory	25
3.2 Capital Assets Pricing Model	26
3.3 Efficient Market Hypothesis	28
3.4 Kritika hlavných teoretických modelov.....	29
4 Cieľ práce, metodika práce a metódy skúmania	31
4.1 Hlavný cieľ a čiastkové ciele	31
4.2 Metodika práce a metódy skúmania	31
5 Analýza dát a výber aktív	40
5.1 Výber aktív	40
5.2 Tvorba portfólií.....	43
5.3 Benchmarky	53
6 Výsledky a diskusia	56
6.1 Optimálne portfólio bez obmedzení	56

6.2	Optimálne portfólio s obmedzeniami	57
6.3	Optimálne portfólio bez dlhopisovej zložky.....	59
6.4	Rolling rebalancing portfólio.....	60
6.5	Porovnanie portfólií	62
6.6	Vhodnosť portfólia na základe rizikového profilu.....	65
6.7	Nedostatky práce a odporúčanie na ďalší výskum	66
ZÁVER		69
Zoznam použitej literatúry		71

ZOZNAM ILUSTRÁCIÍ A TABULIEK

Zoznam obrázkov

Obrázok 1: Efektívna hranica a optimálne portfólio	26
Obrázok 2: Capital Asset Pricing Model (CAPM).....	27
Obrázok 3: Heatmap Pearsonovej a Spearmanovej korelačnej matice	41

Zoznam grafov

Graf 1: Vývoj investície pri odlišných ročných nákladoch	23
Graf 2: Príklad efektívnej hranice a optimálneho portfólia	37
Graf 3: Indexovaný vývoj cien aktív 1985-2004	40
Graf 4: Pearsonova rolling korelácia zlata a striebra (12 mesačná).....	42
Graf 5: Pearsonova rolling korelácia medzi akciami, dlhopismi a zlatom (12 mesačná)...	43
Graf 6: Vývoj investície do stratégií Optimálneho portfólia bez obmedzení	44
Graf 7: Alokácie aktív v čase (Optimálne portfólio bez obmedzení)	44
Graf 8: Vývoj investície do stratégií Optimálneho portfólia s obmedzeniami	46
Graf 9: Alokácie aktív v čase (Optimálne portfólio s obmedzeniami)	47
Graf 10: Vývoj investície do stratégií Optimálneho portfólia bez dlhopisov	48
Graf 11: Alokácie aktív v čase (Optimálne portfólio bez dlhopisov).....	48
Graf 12: Vývoj investície do stratégií Rolling Rebalancing	50
Graf 13: Alokácie aktív v čase pre Rolling Rebalancing 3.....	51
Graf 14: Alokácie aktív v čase pre Rolling Rebalancing 10.....	52
Graf 15: Alokácie aktív v čase pre Rolling Rebalancing 20.....	52
Graf 16: Vývoj investície do Benchmarkov	53
Graf 17: Porovnanie vývoja Optimálneho portfólia bez obmedzení s benchmarkami.....	56
Graf 18: Porovnanie vývoja Optimálneho portfólia s obmedzeniami s benchmarkami.....	58
Graf 19: Porovnanie vývoja Optimálneho portfólia bez dlhopisov s benchmarkami.....	59
Graf 20: Porovnanie vývoja stratégií Rolling Rebalancing s benchmarkami.....	61
Graf 21: Porovnanie výnosu a volatility pozorovaných portfólií	63
Graf 22: Mapovanie pozorovaných portfólií na efektívnu hranicu 2005-2023	63

Zoznam tabuliek

Tabuľka 1: Popisné štatistiky vybraných aktív 1985-2004.....	41
Tabuľka 2: Popisné štatistiky stratégií Optimálneho portfólia bez obmedzení	45
Tabuľka 3: Popisné štatistiky stratégií Optimálneho portfólia s obmedzeniami	47
Tabuľka 4: Popisné štatistiky stratégií Optimálneho portfólia bez dlhopisov	49
Tabuľka 5: Popisné štatistiky stratégií Rolling Rebalancing	53
Tabuľka 6: Popisné štatistiky Benchmarkov.....	54
Tabuľka 7: Popisné štatistiky Optimálneho portfólia bez obmedzení vs benchmarky	57
Tabuľka 8: Popisné štatistiky Optimálneho portfólia s obmedzeniami vs benchmarky	58
Tabuľka 9: Popisné štatistiky Optimálneho portfólia bez dlhopisov vs benchmarky	60
Tabuľka 10: Popisné štatistiky stratégií Rolling Rebalancing vs benchmarky	61
Tabuľka 11: Popisné štatistiky pozorovaných portfólií	64

ÚVOD

Nadobudnúť majetok zarábaním peňazí je jedna vec, uchovať jeho hodnotu je vec druhá. Medziročná inflácia v podaní Consumer Price Indexu na Slovensku bola podľa štatistického úradu Slovenskej Republiky v januári roku 2023 na úrovni 15,2%. Po-pandemické obdobie covid-19 so sebou prinieslo zvýšené úrovne inflácie v mnohých ekonomicky vyspelých krajinách sveta, ktorých občania neboli zvyknutí na tak prudké znehodnotenie svojich úspor.

V dnešnom svete investovanie prináša schopnosť uchovávať, prípadne aj zhodnocovať, reálnu hodnotu úspor takmer komukoľvek, kto je ochotný podstúpiť istú úroveň rizika. Miera výnosnosti investícií je úzko prepojená s mierou podstúpeného rizika, pričom schopnosť znášať toto riziko nemajú všetci rovnakú. Práca sa pokúsi zodpovedať otázku optimálnej alokácie aktív portfólia na dlhý investičný horizont pri tzv. „buy and hold“ stratégií s cieľom zhodnocovania majetku pri prijateľnej úrovni rizika.

Tvorba investičného portfólia nie je jednoduchý proces. Pri investovaní nám nikto nezaručí, že to, čo fungovalo v minulosti, bude fungovať aj naďalej. Investovať na základe výnosov aktív posledných rokov nemusí priniesť očakávané výsledky a pri investovaní na dlhé obdobie je nutné brať v úvahu aj dlhodobé charakteristiky jednotlivých tried aktív. Následne vieme správnym výberom aktív zostaviť investičné portfólio, ktoré ponecháva priaznivé výnosové charakteristiky pri súčasnom znížení rizík. Tento proces nazývame diverzifikácia a predstavuje dôležitú súčasť tvorby optimálneho investičného portfólia.

V prvom rade, práca uvedie čitateľa do problematiky finančných trhov a investovania. Následne vysvetlí hlavné princípy tvorby investičného portfólia a základné princípy alokácie aktív. V ďalšej kapitole práca vymedzuje parciálne ciele potrebné k zodpovedaniu hlavného cieľa. Nasleduje metodika práce, ktorá zahŕňa aj pracovné postupy. Praktická časť práce je rozdelená do dvoch hlavných kapitol, ktorých názvy sú Analýza dát a výber aktív a Výsledky práce a diskusia. Prvá z menovaných kapitol charakterizuje podmienky pre výber aktív do investičných portfólií, proces zostavovania portfólií a výber benchmarkov na účely vyhodnotenia efektívnosti modelovaných portfólií. Posledná kapitola vyhodnotí portfólia, interpretuje celkové výsledky práce a určí vhodné investičné portfólia pre rôznych investorov na základe ich rizikového profilu. V závere práce sú zhrnuté zistenia vyplývajúce z diplomovej práce.

1 Úvod do finančných trhov a investovania

Táto kapitola poskytuje základné východiskové body pre pochopenie finančných trhov a investovania. Na začiatok kapitola vysvetľuje finančné trhy ako také, ich funkcie, delenie a účastníkov. Následne definuje pojem investícia, predstavuje investičné nástroje a približuje riziko a výnos, ktoré sú s investíciou spojené.

1.1 Finančné trhy a ich funkcie

Paul Krugman (2015) tvrdí, že finančné trhy sú chrbticou moderných ekonomík, poskytujú platformu pre alokáciu kapitálu, obchodovanie s cennými papiermi a „price discovery“. Tieto trhy poskytujú platformu, na ktorej sa stretávajú tí, ktorí potrebujú financie na rozvoj svojich podnikateľských činností, a tí, ktorí majú voľné finančné zdroje a hľadajú možnosti investovania. Týmto spôsobom finančné trhy fungujú ako most medzi úsporami a investíciami, zabezpečujúc, že kapitál môže byť efektívne prerozdelený tam, kde je najviac potrebný a kde môže priniesť najvyšší možný výnos. Komplexné porozumenie finančných trhov je kľúčové pre investorov, tvorcov politík a ekonómov, keďže majú vplyv na ocenenie aktív, úrokové sadzby a celkovú ekonomickú stabilitu. Skúmaním funkcií a typov finančných trhov môžu jednotlivci získať cenné poznatky o tom, ako tieto mechanizmy formujú globálne finančné prostredie.

1.1.1 Typy finančných trhov

S porozumením základných funkcií finančných trhov sa pozrime na ich štruktúru. Podľa Mishkina (2013), môžeme finančné trhy kategorizovať do rôznych skupín na základe ich charakteristík a vlastností nasledovne:

- **Dlhopisové a Akciové trhy**

Jadrom finančných trhov sú dlhové a akciové trhy, z ktorých každý uspokojuje iné potreby financovania. Dlhové trhy umožňujú subjektom získať finančné prostriedky prostredníctvom vydávania dlhopisov, hypoték a iných dlhových nástrojov, pričom sa zaväzujú splácať požičanú sumu spolu s úrokom v určených intervaloch až do splatnosti. Tieto nástroje môžu byť krátkodobé alebo dlhodobé na základe doby ich splatnosti. Naopak, akciové trhy získavajú kapitálu vydávaním akcií, ktoré predstavujú vlastníctvo v

spoločnosti. Majitelia akcií majú právo na podiel zo zisku a majetku spoločnosti a majú hlasovacie práva v záležitostiach spoločnosti. Zatiaľ čo držiteľia dlhových cenných papierov majú výnos s pevným príjmom, výnosy držiteľov akcií sú priamo viazané na výkonnosť spoločnosti, pričom nesú vyššie riziká a potenciálne vyššie výnosy.

- **Primárne a Sekundárne trhy**

Finančné trhy sa ďalej delia na primárne a sekundárne trhy. Primárny trh sa zaoberá predajom nových cenných papierov od emitentov priamo investorom, čo slúži ako kritický kanál na získanie nového kapitálu. Na druhej strane, sekundárny trh poskytuje miesto na obchodovanie s existujúcimi cennými papiermi, ponúka likviditu a určuje trhovú hodnotu týchto finančných nástrojov. Toto rozlíšenie je kľúčové pre pochopenie toho, ako sa cenné papiere na začiatku distribujú a následne obchodujú medzi investormi.

- **Burzy a mimoburzové trhy (OTC)**

Sekundárne trhy môžu byť organizované ako burzy alebo mimoburzové trhy (OTC). Burzy sú centralizované platformy, kde sa nakupujú a predávajú cenné papiere, ako napríklad New York Stock Exchange či London Stock Exchange. Na rozdiel od toho, mimoburzové trhy zahŕňajú obchodovanie prostredníctvom siete dealerov, ktorí nemajú centralizovanú polohu, a ktorí poskytujú aj rôzne iné finančné nástroje okrem akcií, štátnych dlhopisov, komerčných cenných papierov a devíz.

- **Peňažné a Kapitálové trhy**

Ďalším kľúčovým rozdielom v rámci finančných trhov je medzi peňažnými trhmi a kapitálovými trhmi na základe splatnosti obchodovaných cenných papierov. Peňažné trhy sa zaoberajú krátkodobými dlhovými nástrojmi a poskytujú prostriedky na riadenie likvidity a krátkodobých finančných potrieb. Kapitálové trhy zahŕňajú dlhodobejšie dlhové a akciové nástroje, ktoré uľahčujú dlhodobé investovanie a financovanie. Oba trhy zohrávajú vo finančnom systéme integrálnu úlohu, pričom sa zaoberajú rôznymi aspektmi financovania a investovania v rôznych časových horizontoch (Fabozzi, 2010).

1.2 Účastníci na finančnom trhu

Podľa Fabozziho (2010) sú finančné trhy tvorené rôznymi účastníkmi, kedy každý z nich zohráva kľúčovú úlohu pri zabezpečovaní efektívnosti a likvidity. Medzi hlavné typy účastníkov na finančnom trhu patria:

- **Individuálni/Retailoví investori:** Sú to ľudia, ktorí do akcií, dlhopisov, podielových fondov, ETF a iných investičných nástrojov investujú svoje osobné peniaze. Zúčastňujú sa priamo prostredníctvom brokerov alebo obchodníkov s cennými papiermi alebo prostredníctvom dôchodkových účtov, ako napríklad 401K v USA.
- **Inštitucionálni investori:** Táto skupina zahŕňa podielové fondy, penzijné fondy a poisťovne, ktoré spravujú veľké množstvo peňazí a investujú do akcií, dlhopisov a iných finančných nástrojov v mene svojich členov alebo klientov.
- **Banky a finančné inštitúcie:** Plnia viaceré úlohy vrátane pôžičiek, uľahčovania transakcií a investovania. Banky obchodujú v mene svojich klientov, no aj na svoje účty.
- **Hedgeové fondy a Private Equity:** Hedgeové fondy sú investičné fondy, ktoré využívajú rôzne stratégie na získanie aktívnych výnosov pre svojich investorov. Private Equity sa zameriava na priame investície do súkromných spoločností.
- **Market Makers:** Títo účastníci zabezpečujú likviditu na trhoch tým, že sú pripravení nakupovať alebo predávať za verejne kótované ceny. Tradične profitujú z rozpätia medzi nákupnými a predajnými cenami.
- **Burzy a makléri:** Burzy poskytujú infraštruktúru pre finančné transakcie. Burzy a makléri fungujú ako sprostredkovatelia medzi investormi a burzami, čím uľahčujú obchody.
- **Regulačné orgány:** Organizácie ako Securities and Exchange Commission (SEC) či NBS alebo ECB dohliadajú na trhy a regulujú ich s cieľom zabezpečiť spravodlivosť, transparentnosť a efektívnosť.
- **Korporační účastníci:** Aj samotné spoločnosti sú kľúčovými účastníkmi na finančných trhoch. Vydávajú akcie a dlhopisy, aby získali kapitál na expanziu a prevádzku. To zahŕňa primárne emisie na primárnom trhu a obchodovanie s existujúcimi cennými papiermi na sekundárnom trhu.
- **Vlády a suverénne investičné fondy:** Vlády vstupujú na finančné trhy primárne prostredníctvom centrálnych bánk a investujú prostredníctvom

suverénnych, resp. štátnych investičných fondov, čím ovplyvňujú likviditu a dynamiku trhu.

1.3 Definícia investície

„Investícia je súčasná viazanosť peňazí alebo iných zdrojov s očakávaním získania výhod v budúcnosti“ (Bodie a kol., 2012, s. 2). Jednotlivec môže, napríklad, nakúpiť akcie s očakávaním, že budúce výnosy z akcií odôvodnia čas viazanosti peňazí, ako aj riziko danej investície. Aj čas strávený štúdiom odborných textov môže byť považovaný za investíciu. „Investor“ sa vzdáva súčasného voľna alebo príjmu, ktorý by mohol zarábať v práci, v očakávaní, že jeho budúce príjmy sa štúdiom zvýšia, a teda dostatočne odôvodnia alebo ospravedlnia stratu času a úsilia pri štúdiu. Aj keď sa tieto dve investície v mnohých ohľadoch líšia, zdieľajú jeden kľúčový atribút, ktorý je ústredným prvkom všetkých investícií: Obeta niečoho hodnotného v prítomnosti v očakávaní, že z tejto obety sa bude neskôr profitovať (Bodie a kol., 2012).

1.4 Investičné nástroje

Investičné nástroje predstavujú rôzne formy aktív, do ktorých môžu byť investované finančné zdroje. Každý deň sa na trhu ponúkajú nové finančné produkty alebo tie staršie sú doplnené o nové funkcie. Niektoré finančné nástroje sú priamymi záväzkami emitenta, iné sú derivátmi a ďalšie sú derivátmi na deriváty. Obchoduje sa s nástrojmi, ktoré siahajú od dlhopisov a majú priamy nárok voči emitentovi, až po opcie, ktorých podkladovými produktmi sú futurity, ktorých podkladovými produktmi sú indexy. Obchodujú sa napríklad aj kolateralizované dlhové obligácie pozostávajúce z rôznych typov úverov a hypoték, ktoré boli združené, sekuritizované a emitované (Weiss, 2009).

Pre účely práce sa však budeme venovať iba značne užšiemu spektru investičných nástrojov. Konkrétne na burzovo obchodovateľné fondy (ETF), ktoré kombinujú vlastnosti akcií a fondov (nástroj umožňujúci kolektívne investovanie do rôznych aktív), poskytujúc likviditu a diverzifikáciu. ETF umožňujú investorom prispôbiť svoje investičné stratégie svojim finančným cieľom a rizikovému profilu pri zachovaní očakávaných výnosov s minimálnou poplatkovou štruktúrou.

1.5 Výnos a riziko

Vzťah medzi rizikom a očakávaným výnosom je v investičnej teórii považovaný za základný princíp. Investori musia pri rozhodovaní starostlivo posúdiť kompromis medzi potenciálnymi výnosmi a rizikami súvisiacimi s investíciou. Vyššie riziko je typicky spojené s potenciálom vyššieho výnosu, zatiaľ čo investície s nižším rizikom obvykle ponúkajú nižšie výnosy. Porozumenie tohto vzťahu je kľúčové pre efektívne plánovanie a riadenie investičného portfólia, umožňujúc investorom dosiahnuť svoje finančné ciele s prijateľným stupňom rizika (Bodie a kol., 2012, s. 156).

Autori “Investments” (2014) napriek teoretickým modelom, ktoré popisujú vzťah medzi rizikom a očakávaným výnosom na racionálnych kapitálových trhoch tvrdia, že neexistuje žiadna definitívna teória, ktorá by presne určila úrovne rizika prítomného na trhu. Táto neistota pramení z volatilného charakteru cien investičných aktív, ktoré reagujú ako na zmenu fundamentu aktíva, tak na širšie makroekonomické zmeny či špekulatívne peňažné toky na danom trhu. Nedostatok jasnej teórie zapríčiňuje, že „prirodzená“ úroveň rizika je neurčiteľná.

Okrem toho, problém je umocnený skutočnosťou, že nie je možné priamo sledovať ani očakávané výnosy, ani riziko, nakoľko viditeľné sú len realizované výnosy. Predpovedanie budúcich očakávaných výnosov a rizík si vyžaduje spätný pohľad na historické údaje, aby bolo možné odvodiť, čo môžu investori očakávať v súvislosti s výnosmi a rizikom. Spoliehanie sa na historické údaje však prináša tzv. “Black Swan” problém. Žiadny historický záznam nemôže plne zachytiť extrémne situácie, ktoré môžu ale nemusia nastať v budúcnosti, najmä pokiaľ ide o dlhodobé investície. Investičné rozhodnutia sú vo svojej podstate sčasti neisté (Bodie a kol., 2014, s. 117).

Najznámejším ukazovateľom pomeru rizika a výnosu je “Sharpe ratio”. Tento ukazovateľ zaviedol William F. Sharpe v roku 1966 a hodnotí výkonnosť investície upravenej o riziko, vypočítaním nadmerného výnosu na jednotku volatility alebo celkového rizika. Alternatívou k sharpeho pomeru je tzv. “Sortino ratio. Tento pomer sa zameriava priamo iba na riziko poklesu, nakoľko investori sa v kontexte rizika primárne zaoberajú rizikom strát a nie nadmerných výnosov (Sortino, 2009, s. 43).

Táto práca sa primárne zaoberá tvorbou investičných dlhodobých portfólií pre individuálnych investorov, ktorých pre účely tejto práce môžeme rozdeliť podľa ich rizikových charakteristík do nasledujúcich skupín:

- **Defenzívny investor:** rizikovo averzný, ochotný obetovať vyšší výnos s cieľom minimalizovať riziko.
- **Vyvážený investor:** rizikovo agnostický, snaží sa o maximalizovanie rizikovo váženého výnosu.
- **Rastový investor:** riziko vyhľadávajúci, ochotný podstúpiť vyššie riziko s cieľom maximalizovať výnosy.

2 Princípy tvorby investičného portfólia

Kapitola Princípy tvorby investičného portfólia priblíži všeobecné princípy spojené s tvorbou takmer akéhokoľvek investičného portfólia retailového investora. Iní účastníci finančných trhov ako banky, hedgeové fondy či korporáty k danej problematike pristupujú rozdielnym spôsobom vzhľadom k podstate ich biznisu.

2.1 Stanovenie cieľov investovania a investičného horizontu

Konečným účelom investovania je dosiahnuť špecifické finančné ciele prispôbené individuálnym preferenciám a okolnostiam. Či už sa investori zameriavajú na akumuláciu bohatstva, dôchodkové plánovanie, kúpu nehnuteľnosti, vzdelanie detí, prosté zachovanie kapitálu alebo vytvorenie núdzového fondu, musia si definovať jasné ciele, od ktorých sa následne odvíjajú ich investičné stratégie a rozhodnutia pri alokácii aktív. Zosúladením investícií s osobnými cieľmi môžu jednotlivci zvýšiť svoje šance na dodržanie investičného horizontu a dlhodobý finančný úspech (Brealey, 2018, s. 421).

Aktuálny vedecký článok od Anarkulova a kol. (2023) sledujúci celoživotný investičný cyklus, spochybňuje dva hlavné konvenčné princípy investovania: nutnosť diverzifikácie naprieč akciami a dlhopismi a odporúčanie, že mladí investori by mali alokovať viac zdrojov do akcií ako tí starší. Autori zdôrazňujú, že investičné stratégie zahŕňajúce dlhopisy, najmä tie s váhou dlhopisov 15% a viac, nepridávajú prakticky žiadnu hodnotu pre investorov počas životného cyklu. Negatívna korelácia medzi reálnymi výnosmi dlhopisov a infláciou sa v dlhších investičných horizontoch zintenzívňuje, čím sa dlhopisy stávajú menej efektívnym aktívom z hľadiska reálnej výkonnosti. Na rozdiel od toho, domáce a medzinárodné akcie predstavujú lepšie zabezpečenie proti inflácii, čo naznačuje, že akcie sú výhodnejšie pre dlhodobých investorov, ktorých cieľ je udržanie kúpnej sily až do dôchodkového veku. Analýzou dospeli k záveru, že pre investorov počas celého životného cyklu je optimálna váha dlhopisov 0% a stratégie zahŕňajúce aj malé percento dlhopisov prinášajú zanedbateľné výhody v porovnaní s alokáciou len do akcií.

Pri takto dlhodobých investičných horizontoch je dôležité prehodnotiť konvenčné investičné poradenstvo, kde dlhopisy hrajú kľúčovú rolu. Posun od tradičných modelov dlhopisovo zameranej alokácie lepšie podporuje dlhodobé finančné ciele investorov (Anarkulova a kol., 2023, s. 29).

Na druhú stranu investičné stratégie s kratším investičným horizontom vedia využiť diverzifikačnú schopnosť dlhopisov či iných aktív na dosiahnutie vyšších rizikovo vážených výnosov a zníženie pravdepodobnosti straty.

2.2 Posúdenie tolerancie voči riziku

Posúdenie tolerancie rizika je kľúčové pre prispôsobenie investičných stratégií jednotlivým investorom. Zatiaľ čo investori všeobecne hľadajú vysoké výnosy, ich ochota akceptovať riziko sa výrazne líši. Niektorí investori môžu uprednostňovať napätie spojené so špekulatívnym investovaním, podobne ako stávkovanie na dostihy, ale vo všeobecnosti platí, že ak sú ostatné premenné rovnaké, uprednostňujú istotu (nízke riziko) pred neistotou (veľkým rizikom). Investor, ktorý zle posúdi svoju toleranciu k riziku, potom často nedodrží svoj investičný horizont a počas trvania investície spraví neoptimálne investičné rozhodnutia. Táto skutočnosť vyzdvihuje dôležitosť správneho posúdenia tolerancie investorov voči riziku pri zostavovaní portfólia (Markowitz, 1952, s. 21).

Za ideálnych podmienok by sa pri dlhodobej investičnej stratégii malo riziko hodnotiť ako pravdepodobnosť straty či vplyv trhu na konečné investičné výsledky po uplynutí investičného horizontu. Investora by nemala zaujímať volatilita hodnoty portfólia počas investičného horizontu. Avšak, tento prístup sa často spolieha na historické výnosy, ktoré nemusia presne odrážať budúce riziká, najmä v meniacich sa trhových prostrediach. Takisto neberie ohľad na behaviorálne financie a zlé investičné rozhodnutia, ktoré investori robia počas turbulentných období na trhu. Pre praktickejšie hodnotenia rizika sa odporúča zohľadniť straty, ktoré sa môžu vyskytnúť počas investičného horizontu a zamerať sa na charakteristiky portfólia počas turbulentných období, kedy sú straty bežné (Kinlaw a kol. 2017, s. 137).

S rastom averzie voči riziku klesá apetít investorov vystavovať sa riziku a vyhľadáva menej volatilné aktíva, ktoré vo väčšine prípadov dosahujú nižšie výnosy ako aktíva s vyššou volatilitou. Z dlhodobého hľadiska tak investori alokujú nižšie percento aktív do akcií a vyššie do dlhopisov či inštrumentov peňažného trhu, čo môže viesť k lepším behaviorálnym dopadom, no rázne nižším výnosom pri dlhodobom horizonte.

2.3 Diverzifikácia portfólia a alokácia aktív

Diverzifikácia je základom tvorby optimálnej investičnej stratégie, ktorá je zásadne zameraná na zníženie celkového rizika portfólia v čase. Princípom diverzifikácie je, že vplyv slabšej výkonnosti jedného aktíva možno zmierniť lepším výkonom iného aktíva. Efektívnosť diverzifikácie však závisí od korelácie medzi výnosmi aktív v danom portfóliu. Ak sú výnosy medzi aktívami nekorelované, diverzifikácia môže významne znížiť celkové riziko portfólia. Na kapitálovom trhu sú však aktíva, ktoré často vykazujú silnú kladnú koreláciu. V takom prípade sú výhody diverzifikácie vo svojej podstate obmedzené a pridanie ďalšieho aktíva do portfólia nemusí znížiť celkové riziko portfólia. Kritická myšlienka, ktorú Markowitz (1970) priblížil je nasledovná: pri výbere aktív do portfólia má variancia výnosov jednotlivých aktív klesajúcu dôležitosť, pričom na dôležitosti naberaá vzájomná kovariancia výnosov medzi aktívami. Tento faktor je nevyhnutný pre vytváranie portfólií, ktoré sú odolné voči trhovým výkyvom (Markowitz, 1952, s. 117).

Na dosiahnutie diverzifikovaného portfólia je žiadané strategicky alokovať prostriedky do rôznych tried aktív, akými sú akcie, dlhopisy, nehnuteľnosti, zlato alebo iné alternatívne investície, s cieľom dosiahnuť požadovaný profil rizika a výnosu pre konkrétneho investora. Efektívna alokácia aktív si vyžaduje pochopenie toho, ako rôzne triedy aktív reagujú na trhovú podmienky a ako ich korelácie ovplyvňujú celkové riziko a výnos portfólia. Táto strategická alokácia je kľúčová pri dosahovaní dlhodobých investičných cieľov, čo vyzdvihuje dôležitosť zosúladenia investičných rozhodnutí s toleranciou investorov voči riziku, časovým horizontom a finančným cieľom (Markowitz, 1952, s. 117).

Markowitz (1954, s. 129, 314) taktiež tvrdí, že investor potrebuje múdro alokovať finančné prostriedky nie len medzi rôzne aktíva, ale aj medzi výdavky tak, aby maximalizoval užitočnosť svojho portfólia. Tento proces zahŕňa vyhodnotenie súčasnej spotreby, dlhodobej spotreby a celkovej hodnoty portfólia, pričom sa ukazuje zložitá rovnováha medzi rizikom a výnosom. Portfóliová alokácia by mala brať do úvahy aj širšiu finančnú situáciu investora vrátane príjmov zo zamestnania a iných neporfóliových zdrojov. Stabilita celkových výnosov investora, vrátane výnosov portfólia a iných zdrojov príjmu, je kľúčová na dosiahnutie finančnej istoty a splnenie dlhodobých finančných cieľov. Tento komplexný prístup zaisťuje, že zostavené portfólio je vhodné pre finančnú situáciu investora, toleranciu rizika a investičné ciele, čo umožňuje vyváženú a efektívnu investičnú stratégiu.

DeMiguel (2009) poukázal na priamočiary prístup k diverzifikácii portfólia a alokácii aktív. Analýzou výkonnosti portfóliovej stratégie $1/N$, kde každé aktívum je v portfóliu zastúpené rovnakým dielom, sa ukázala prekvapivá účinnosť a efektivita takejto alokácie oproti iným zložitejším modelom ako na základe volatility, tak aj výnosnosti. Výskum ukazuje, že žiadny zo 14 hodnotených komplexných modelov konzistentne neporáža $1/N$ naprieč rôznymi dátovými súbormi, pokiaľ ide o Sharpeho pomer, tzv. „certainty-equivalent“ návratnosť alebo obrat. Tieto zistenia naznačujú, že výhody optimálnej diverzifikácie sú často kompenzované chybami v odhadoch spojenými so sofistikovanejšími modelmi.

Okrem toho sa zistilo, že efektívnosť $1/N$ portfólia nie je výrazne znížená výberom aktív, čo dokazuje jeho adaptívnosť v rámci rôznych investičných scenárov. Spolu s jednoduchosťou implementácie stratégie to z nej robí potenciálne vhodnú možnosť pre investorov (DeMiguel, 2009).

Guo a kol. (2019, s. 23) potvrdili efektívnosť $1/N$ portfólia, avšak poukázali na to, že takéto portfólio je najefektívnejšie v čase relatívne vysokých priemerných výnosov a nízkej volatility, čím sú charakterizované býčie trhy. Tie predstavujú priaznivejšie podmienky pre portfóliá $1/N$, nielen kvôli vyšším očakávaným výnosom, ale aj kvôli zložitejším podmienkam na trhu pre dosiahnutie nadvýnosu iných stratégií. Naopak, v obdobiach medvedích trhov by komplexné optimalizované portfóliá mohli dosiahnuť relatívne lepšie výsledky strategickým výberom podhodnotených aktív.

2.4 Výber investičných nástrojov

Na trhu sa nachádza široká škála finančných nástrojov, od tradičných akcií a dlhopisov až po deriváty, podielové fondy a fondy obchodované na burze (ETF). Pochopenie povahy jednotlivých investičných nástrojov je kľúčové pre prijímanie informovaných rozhodnutí a budovanie diverzifikovaného portfólia, ktoré je v súlade s finančnými cieľmi investora (Sharpe, 1985, s. 123).

Pre účely práce je najdôležitejšie venovať sa investičným nástrojom kolektívneho investovania, predovšetkým aktívne riadeným podielovým fondom a ETF.

Historicky boli ETF väčšinou pasívne investičné nástroje, ktoré sledovali známe indexy a ponúkali investorom spôsob, ako získať expozíciu voči širokým segmentom trhu alebo špecifickým sektorom s nízkymi nákladmi. Na druhej strane, tradičné, aktívne riadené

podielové fondy sú často pre investora niekoľkonásobne nákladnejšie a nesnažia sa len kopírovať trh, no generovať tzv. „alfu“ (nadvýnos). Ich „tracking error“ býva taktiež značne vyšší ako pri pasívne spravovaných ETF (Anson a kol., 2011, s. 283-285).

Líšia sa aj z daňového hľadiska. Investori podielových fondov môžu čeliť daniam z kapitálových výnosov aj bez predaja svojich akcií, pretože fond môže potrebovať predat cenné papiere, aby splnil požiadavky iných investorov na predaj ich podielov. Pri ETF sa investori vzhľadom na ich jedinečný proces emitovania a vyplácania podielov vo všeobecnosti vyhýbajú týmto daňovým nákladom. Vďaka tejto štruktúre sú ETF daňovo efektívnejšie v porovnaní s podielovými fondmi (Anson a kol., 2011). Navyše, v dnešnej dobe má väčšina krajín daňové zvýhodnenie pre investície do ETF. Napríklad na Slovensku platí tzv. „ročný test“, vďaka ktorému investor nemusí daň kapitálový výnos na jeho investícií prostredníctvom ETF, pokiaľ bol produkt zakúpený pred viac ako jedným rokom. V kontexte dlhodobých investičných stratégií, to znamená prakticky nedanené výnosy z investičného portfólia, za predpokladu, že sa jedná o Buy and Hold stratégiu bez rebalansovania. Pri aktívne riadených podielových fondoch by sa investor zdaneniu nevyhol.

ETF predstavujú pre väčšinu individuálnych investorov vhodný investičný nástroj vďaka ich flexibilitě, nižším nákladom, daňovej efektívnosti, šírke dostupných stratégií a diverzifikácii spojenej s ETF viazanými na akciový index. Dôležitým faktorom pri výbere je ich prevažne pasívny charakter a náklady spojené s aktívnym riadením (Anson a kol., 2011, s. 286).

2.5 Rebalansovanie portfólia

Rebalansovanie portfólia je kritickou stratégiou pri portfólio manažmente na udržanie požadovanej úrovne rizika a návratnosti v čase. Zahŕňa vyvažovanie podielov rôznych aktív v portfóliu podľa toho, ako sa menia podmienky na trhu, a kedy sa aktíva odchyľujú od svojich cieľových alokácií. Potreba opätovného rebalancingu vzniká, pretože relatívne hodnoty aktív v rámci portfólia sa môžu meniť v dôsledku rôznych mier návratnosti, čo vedie k zloženiu portfólia, ktoré už nemusí byť v súlade s toleranciou investora voči riziku a investičnými cieľmi. Napríklad, ak akcie v portfóliu dosahujú vyššie výnosy v porovnaní s dlhopismi, portfólio môže získať preváženie akcií, čím sa zvýši rizikový profil portfólia nad úroveň pohodlia investora. Aby sa tomu zabránilo, investori

môžu predat' niektoré akcie a kúpiť viac dlhopisov, aby sa vrátili k pôvodnému mixu alokácie aktív (Markowitz, 1952, s. 49-50).

Proces rebalansovania si vyžaduje disciplinovaný prístup a môže byť založený na vopred stanovenom harmonograme (napríklad štvrťročne alebo ročne) alebo na prahových hodnotách pridelovania aktív (napríklad, keď aktívum prekročí svoju alokáciu o 5%). Je však dôležité zvážiť transakčné náklady a daňové dôsledky, ktoré môžu znížiť návratnosť investícií, ak sa rebalansing vykonáva príliš často alebo bez strategického zváženia. Efektívne vyvažovanie zaisťuje, že portfólio zostáva v súlade s cieľmi investora, berúc do úvahy zmeny na trhu, životných podmienok investora, finančné ciele a toleranciu rizika (Markowitz, 1952, s. 316).

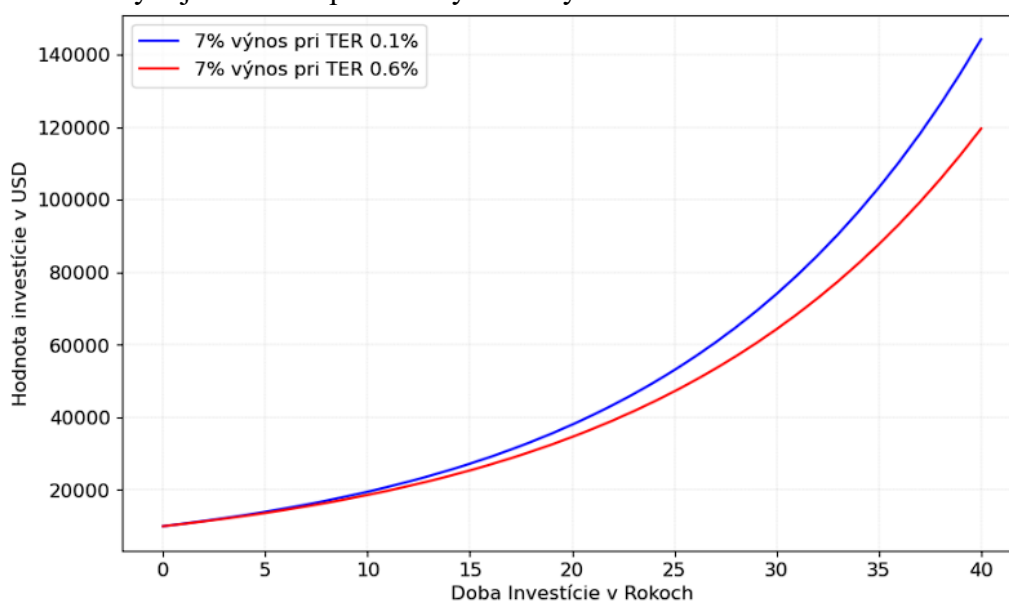
2.6 Náklady a poplatky

Pochopenie a riadenie nákladov a poplatkov spojených s investičnými aktivitami je kľúčové pre maximalizáciu čistých výnosov. Tieto náklady môžu zahŕňať maklérske poplatky, transakčné náklady, poplatky za správu fondu a dane z kapitálových ziskov a dividend. Každý z týchto výdavkov môže výrazne ovplyvniť celkovú výkonnosť investičného portfólia, najmä z dlhodobého hľadiska. Napríklad, vysoké poplatky za správu fondu môžu spotrebovať podstatnú časť návratnosti investícií a časté obchodovanie môže generovať značné transakčné náklady a daňové záväzky (Markowitz, 1952).

Investori by sa mali snažiť minimalizovať zbytočné náklady prijatím dlhodobej investičnej stratégie, výberom nízko nákladových investičných nástrojov a prihliadaním na daňové dôsledky svojich investičných aktivít. Zvážiť vplyv daní na návratnosť investícií je dôležité z dôvodu, že rôzne investičné nástroje a stratégie môžu mať rôznu daňovú efektivitu. Dôkladným plánovaním a riadením týchto nákladov môžu investori zvýšiť čistý výnos svojho portfólia a ich dosiahnuté výnosy sa im zachovajú, nestratia na poplatkoch a daniach. Pre zníženie poplatkového a daňového zaťaženia je možné aktíva strategicky odpredávať, tzv. "tax loss harvesting", vybrať daňovo efektívne investičné nástroje, alebo načasovanie realizácie kapitálových ziskov s cieľom minimalizovať daňové záväzky (Markowitz, 1952, s. 317).

Práve pri tvorbe dlhodobých investičných portfólií na nákladoch záleží. V týchto investičných horizontoch môžu byť napr. transakčné náklady úplne zanedbané a sú to práve náklady spojené so správou, ako tzv. „total expense ratio“ (TER), ktoré silno ovplyvnia celkovú výnosnosť investičnej stratégie. Pri porovnaní dvoch fondov perfektne trackujúcich rovnaký index, prvý s TER 0,1% p.a. a druhý s 0,6% p.a. pri 40 ročnej investícii s priemerným ročným výnosom 7% a počiatočnej investícii 10 000 USD prvý fond by mal zostatok na konci investičného obdobia 144 247 USD, pričom druhý len 119 581 USD. Rozdiel takmer 25 tisíc dolárov pri rozdieli ročného poplatku o 0,5%. Výber investičných nástrojov s nízkymi celkovými nákladmi je žiaduce pri dlhodobých investíciách.

Graf 1: Vývoj investície pri odlišných ročných nákladoch



Zdroj: vlastné spracovanie.

2.7 Monitorovanie a hodnotenie

Nepretržité monitorovanie a vyhodnocovanie portfólia je nevyhnutné pre zabezpečenie plnenia investičných cieľov a prispôsobenie portfólia zmenám na finančných trhoch a života investora. Tento proces zahŕňa pravidelné prehodnocovanie výkonnosti portfólia v porovnaní s benchmarkmi a očakávaniami, prehodnocovanie finančných cieľov investora a tolerancie rizika a vykonávanie potrebných úprav alokácie portfólia. Efektívne monitorovanie zahŕňa kvantitatívne hodnotenie výnosov a rizík, ako aj kvalitatívne hodnotenie použitých investičných stratégií. Cieľom je identifikovať oblasti, v ktorých môže mať portfólio nedostatočnú výkonnosť, alebo kde existujú príležitosti na zlepšenie. Toto priebežné hodnotenie pomáha pri prijímaní informovaných rozhodnutí o rebalansovaní,

nákupe alebo predaji aktív s cieľom zlepšiť celkovú výkonnosť portfólia a súlad s cieľmi investora (Markowitz, 1952, s. 316, 329).

3 Základné prístupy k alokácii aktív

Pred tvorbou optimálnych investičných portfólií je nutné priblížiť základné teoretické modely, z ktorých bude práca vychádzať. Táto kapitola sa zameriava na 3 najpodstatnejšie, ktorými sú Modern Portfolio Theory (MPT), Capital Asset Pricing Model (CAPM) a Efficient Market Hypothesis (EMH).

3.1 Modern Portfolio Theory

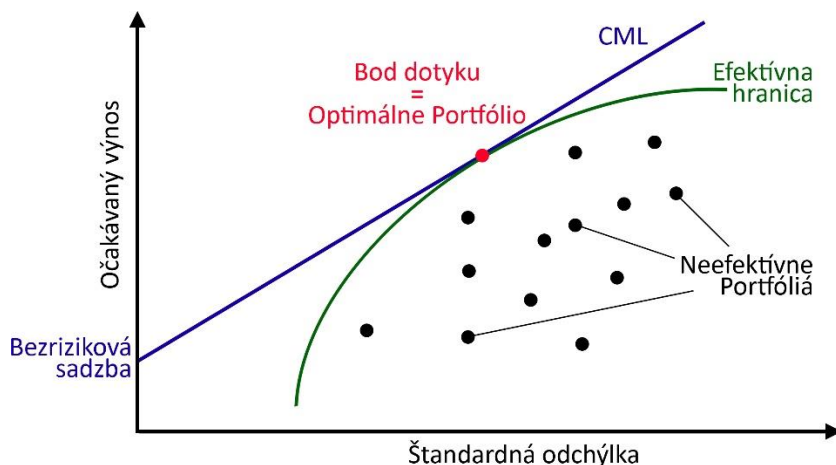
Prvý krát sa pojem “Modern Portfolio Theory” (MPT), objavil v práci od Harryho Markowitza s názvom “Portfolio Selection” z roku 1952 uverejnenej v The Journal of Finance. Neskôr, v roku 1990, bol Harry Markowitz ocenený cenou švédskej národnej banky za rozvoj ekonomických vied na pamiatku Alfreda Nobela, za svoju prácu v oblasti teórie portfólia a finančnej ekonometrie, a predovšetkým za jeho prínos k MPT. Markowitzova práca predstavuje MPT ako systematický prístup k diverzifikácii a risk manažmentu, pričom argumentuje, že alokáciou do dobre diverzifikovaného portfólia môže investor dosiahnuť priaznivejší kompromis medzi rizikom a výnosom, ako pri koncentrovanej investícii do jedného aktíva alebo triedy aktív.

Základom modernej teórie portfólia je koncept diverzifikácie. Diverzifikácia zahŕňa rozloženie investícií do celého radu aktív s cieľom znížiť riziko, vrátane akcií, dlhopisov a alternatívnych aktív. Markowitz (1952) poukázal na kľúčové body, ktoré sú aj v prítomnosti dôležité ako v akademickom prostredí, tak aj v reálnom svete:

- Riziko je definované ako štandardná odchýlka, miera volatility alebo variability výnosov investície.
- Niektorí investori sú ochotní akceptovať väčšie riziko s možnosťou dosiahnutia vyššieho výnosu.
- Po určení svojej tolerancie voči riziku, investor môže zostaviť plne diverzifikované portfólio, ktoré optimalizuje potenciálny výnos vzhľadom na výšku rizika, ktoré sa rozhodne podstúpiť.
- Markowitz definuje efektívnu hranicu ako najvyšší očakávaný výnos pre danú úroveň rizika alebo najnižšie riziko pre daný očakávaný výnos.

- Efektívna hranica ilustruje kompromisy medzi rizikom a výnosom a pomáha investorom identifikovať portfóliá, ktoré sú v súlade s ich investičnými cieľmi a toleranciou voči riziku, viď Obrázok 1.

Obrázok 1: Efektívna hranica a optimálne portfólio



Zdroj: na základe Fabozzi a kol. (2011), vlastné spracovanie.

Ak chce investor určiť svoje optimálne portfólio, porovnáva svoj efficient frontier s Capital Market Line (CML). Toto porovnanie ilustruje kompromis medzi štandardnou odchýlkou výnosov (volatilitou) a očakávaným výnosom pri kombinácii bezrizikového aktíva (akým sú napr. štátne dlhopisy) s diverzifikovaným portfóliom rizikových aktív (napr. akcie, dlhopisy a zlato).

CML je rastúca priamka, pretože očakávaný výnos nad rámec bezrizikovej sadzby by mal byť z teoretického hľadiska úmerný riziku, ktoré je investor ochotný podstúpiť. Optimálne portfólio je teda bod, v ktorom sa investorov efficient frontier dotýka (t. j. je dotyčnicou) CML.

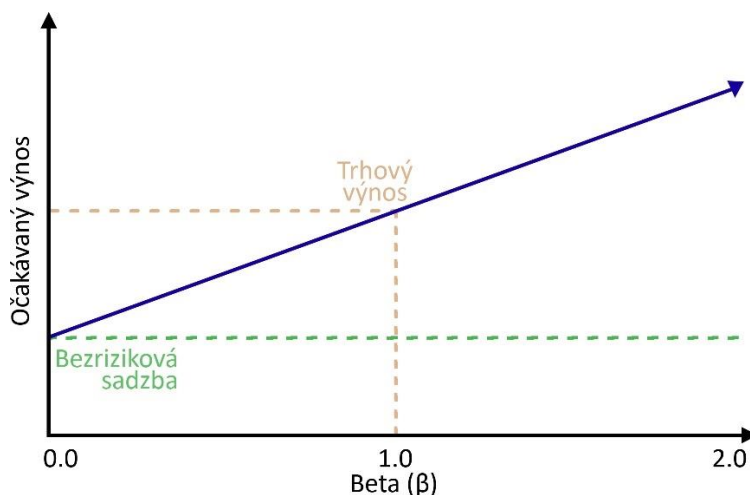
3.2 Capital Assets Pricing Model

Podstata CAPM spočíva v schopnosti rozlišovať medzi systematickými a nesystematickými zložkami rizika aktíva. Systematické riziko, ktoré ovplyvňuje celý trh, nie je možné zmierniť diverzifikáciou. Naproti tomu nesystematické riziko špecifické pre jednotlivé aktíva možno diverzifikovať. Sharpeho model predpokladá, že iba systematické

riziko by malo ovplyvniť očakávaný výnos aktíva, čo vedie k lineárnemu vzťahu medzi rizikom aktíva a jeho očakávaným výnosom. Tento vzťah tvorí základ pre CML, ktorá predstavuje kompromis medzi rizikom a výnosom v plne diverzifikovanom portfóliu (Sharpe, 1964, s. 15, 18).

Sharpe (1964, s. 11) sa zaoberal aj procesom, ktorým sa ceny aktív na trhu prispôsobujú ich riziku. Keďže investori konajú na základe svojich preferencií a informácií, ceny aktív kolíšu, čo vedie k zmenám v očakávaných výnosoch. Model predpokladá, že ceny sa budú naďalej prispôsobovať, až dokým každé aktívum nebude súčasťou aspoň jednej efektívnej kombinácie aktív ležiacej na línii kapitálového trhu. Tento dynamický proces zabezpečuje, že trh dosiahne rovnováhu v bode, kde ceny aktív presne odrážajú ich systematické riziko.

Obrázok 2: Capital Asset Pricing Model (CAPM)



Zdroj: na základe Fabozzi a kol. (2011), vlastné spracovanie.

Avšak, Sharpe uznáva aj jeho reštriktívne predpoklady modelu, ako je homogenita očakávaní zo strany investorov a absencia transakčných nákladov. Napriek tomu, CAPM poskytuje teoretický rámec na pochopenie vzťahu medzi rizikom a výnosom a ponúka pohľad na oceňovanie aktív na kapitálovom trhu (Sharpe, 1964, s. 9-10).

3.3 Efficient Market Hypothesis

Hypotéza efektívneho trhu je základná finančná teória, ktorá tvrdí, že finančné trhy sú efektívne pri spracovávaní a začleňovaní všetkých dostupných informácií do cien aktív. Podľa EMH je nemožné, aby investori neustále dosahovali vyššie výnosy ako celkový trh prostredníctvom výberu akcií alebo časovania trhu na základe informácií, ktoré už sú verejné. Táto teória naznačuje, že sa všetky relevantné informácie odrážajú v cenách akcií a pokusy prekonať trh sú márne.

S hypotézou efektívneho trhu prišli Fama a MacBeth (1973, s. 1) v ich práci "Risk, Return, and Equilibrium: Empirical Tests", ktorý sa ponára do vzťahu medzi priemernými výnosmi a rizikom pre akcie kótované na NYSE. Zistili, že oceňovanie akcií odráža snahu investorov vyhýbajúcich sa riziku vytvárať „efektívne“ portfóliá z hľadiska očakávanej hodnoty a rozptylu výnosov.

EMH je kategorizovaná do troch foriem:

- **Slabá forma EMH** naznačuje, že všetky minulé obchodné informácie sú už zahrnuté v cenách akcií, čím sa technická analýza stáva neúčinnou.
- **Stredne-silná forma EMH** predpokladá, že všetky verejne dostupné informácie sa odrážajú v cenách akcií, takže technická a fundamentálna analýza nemôžu poskytnúť konzistentné nadpriemerné výnosy.
- **Silná forma EMH** tvrdí, že všetky informácie, verejné aj súkromné, sú plne započítané do cien akcií, čo znamená, že ani dôverné informácie nemôžu viesť k zaručeným nadmerným výnosom.

Empirické dôkazy o EMH sú zmiešané. Zatiaľ čo niektoré štúdie podporujú hypotézu demonštráciou, že profesionálni správcovia fondov v priemere neprekonajú trh po poplatkoch a iných nákladoch. Iné štúdie zdokumentovali pretrvávajúce anomálie na trhu a výskyt finančných bublín a krachov¹, čo poskytuje dôkazy proti silnej forme EMH.

Malkiel (2003, s. 4, 5) definuje efektívnosť trhu ako neschopnosť investorov dosahovať nadpriemerné výnosy bez akceptovania nadpriemerných rizík. Zdôrazňuje, že trhy môžu byť efektívne, aj keď niekedy robia chyby v oceňovaní alebo vykazujú volatilitu,

¹ ROLL, Richard. A critique of the asset pricing theory's tests Part I: On past and potential testability of the theory. *Journal of Financial Economics*. 4 (2): 1977. 129–176 s. doi:10.1016/0304-405X(77)90009-5

ktorú úplne nevysvetľujú fundamenty. Táto perspektíva podporuje názor, že trhy sú vysoko efektívne vo využívaní informácií napriek občasným odchýlkam od efektívnosti.

3.4 Kritika hlavných teoretických modelov

Otuteye a Siddiquee (2017, s. 3, 15) zdôrazňujú niekoľko hlavných problémov s MPT. Koncept rizika (volatility), ktorý je základom pre MPT a CAPM, nepredstavuje objektívne meranie rizika pri investíciách do aktív. Benjamin Graham identifikoval dôležitosť psychologickej zložky investičného rozhodovania, ktorú tieto moderné teórie nedokážu adekvátne zakomponovať do svojich modelov. Kritika zdôrazňuje, že ignorovanie behaviorálnych aspektov v investičných modeloch vedie k rámcom, ktoré pre investorov nie sú prospešné.

V nadväznosti na to, ich práca kritizuje aj používanie bety ako miery systematického rizika a tvrdí, že trhové portfólio nedokáže presne zachytiť zmeny v cene akcií kvôli psychologickej zložke cien akcií, čo vedie k významným chybám modelov (Otuteye a kol., 2017).

Aj Malkiel (2003, s. 9, 10) kritizuje EMH, z dôvodu prehliadania psychologických a behaviorálnych aspektov investičného rozhodovania. Tvrdí, že anomálie a vzorce v cenách akcií, ako je tzv. “January effect” alebo “ long-term return reversals”, spochybňujú efektívnosť trhu.

Iracionálne správanie trhu, akým bol krach v roku 1987 a internetová bublina na konci 90. rokov, vyvracajú striktné interpretácie EMH. Aj keď sú trhy vo všeobecnosti efektívne, nie sú imúnne voči iracionálnemu správaniu a bublinám, ktoré v konečnom dôsledku môžu predstavovať základ pre získanie nadpriemerných výnosov (Malkiel, 2003, s. 4-5).

Jedným z hlavných diskutovaných problémov je empirická (ne)testovateľnosť modelu CAPM, ktorý je kľúčovým komponentom MPT. Müller (2014, s. 10) vyzdvihuje Rollovu kritiku, ktorá poukazuje na vážne problémy s testovaním CAPM kvôli teoretickej podmienke, že trhové portfólio by malo obsahovať všetky typy aktív, vrátane dlhopisov, nehnuteľností atď. To prakticky znemožňuje presne namodelovať trhové portfólio.

Taktiež hovorí, že predpoklady, ktoré sú základom MPT, ako je hodnotenie portfólií analýzou priemernej odchýlky, jednotný investičný horizont pre všetkých investorov,

homogénne očakávania, existencia bezrizikového aktíva, vylúčenie transakčných nákladov a žiadne obmedzenia o predaji nakrátko, nemusia platiť v reálnych scenároch, čo ovplyvňuje praktickú využiteľnosť MPT (Müller, 2014, s 10).

Michaud (1989) kritizuje Markowitzovu MPT, pretože sa výrazne spolieha na kvalitu vstupných údajov. Ak sú tieto údaje chybné, čo sa v praxi deje často, proces optimalizácie na základe mean-variance tieto chyby výrazne zväčšuje. To v konečnom dôsledku vedie k väčším chybám v investičných rozhodnutiach na základe týchto údajov. Proces optimalizácie by v podstate mohol spôsobiť viac škody ako úžitku tým, že sa vstupné chyby stanú ešte významnejšími a môžu viesť k zlým investičným rozhodnutiam aj výsledkom.

4 Cieľ práce, metodika práce a metódy skúmania

Táto kapitola pojednáva o hlavnom ciele a vedľajších čiastkových cieľoch, ktoré sú potrebné pre naplnenie hlavného cieľa. Súčasťou je aj stanovenie výskumných hypotéz, ktoré práca overuje. V ďalšej časti je kapitola zameraná na metodiku práce a metódy skúmania.

4.1 Hlavný cieľ a čiastkové ciele

Hlavným cieľom diplomovej práce je vytvorenie optimálneho dlhodobého investičného portfólia so zameraním na pomer výnosu k riziku pre investorov s rôznymi rizikovými profilmi. Taktiež práca cieľi overiť nasledujúce hypotézy:

- Hypotéza 1: „Rebalansing portfólia zvýši rizikovo vážený výnos portfólia.“
- Hypotéza 2: „Alokácia do vzácnych kovov zvýši rizikovo vážený výnos portfólia.“
- Hypotéza 3: „Priebežné prehodnocovanie váh v portfóliu na základe výnosov aktív posledných rokov vie zlepšiť rizikovo vážený výnos portfólia.“

Pre dosiahnutie hlavného cieľa sú stanovené nasledujúce parciálne ciele:

- prehľad literatúry,
- zber a úprava dát,
- analýza dát,
- modelácia portfólií.

4.2 Metodika práce a metódy skúmania

Pre analýzu dlhodobých časových radov cien aktív sme si zvolili mesačné cenové dáta vybraných indexov počínajúc v januári 1985 až po december 2023. Medzi vybrané indexy patrí akciová zložka index S&P 500, dlhopisová zložka FTSE World Government Bond Index (vznikol 1985, najstarší index svetových vládnych dlhopisov) a zložku vzácnych kovov predstavovala spotová cena zlata a striebra, pričom všetky časové rady sú denominované v USD. Pre zaručenie kvality dát sme si ako zdroj zvolili Bloomberg Terminál, ktorý sa pre analýzu dát na profesionálnej úrovni používa vo väčšine investičných firiem.

Následne celý proces úpravy dát, analýzy, výpočtov a modelácií portfólií, obsiahnutý v tejto práci, bol vypracovaný v programovacom jazyku Python vo webovom rozhraní Jupyter Notebook.

V rámci tejto práce bude dochádzať k výpočtu mesačného výnosu hlavných indexov, k čomu možno využiť nasledujúci vzorec podľa Lyócsa a kol. (2013):

$$R_{it} = \frac{I_{it} - I_{it-1}}{I_{it-1}} \quad (1)$$

Kde:

R_{it} – mesačný výnos i -teho indexu v čase t ,

I_{it} – súčasná hodnota indexu,

I_{it-1} – minulé hodnota indexu.

Následne vypočítame priemerný výnos ako aritmetický priemer mesačných výnosov.

$$\bar{R}_t = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n R_{it} \quad (2)$$

Kde:

$\bar{R}_t$ – priemerný mesačný výnos,

n – počet pozorovaní,

$\sum$ – sčítanie hodnôt,

i – jednotlivé indexy v množine,

R_{it} – mesačný výnos i -teho indexu v čase t .

V analýze budeme ďalej vyhodnocovať aj priemerný výnos portfólií za celé obdobie. Pre tento výpočet využijeme upravený nasledujúci vzorec podľa Lyócsa a kol. (2013):

$$\bar{R} = \frac{1}{T} \sum_{t=2}^T \bar{R}_t w_t \quad (3)$$

Kde:

$\bar{R}$ – priemerný mesačný výnos portfólia,

T – počet pozorovaní,

$\sum$ – sčítanie hodnôt,

t – jednotlivé priemerné výnosy indexov,

R_t – priemerný mesačný výnos indexu,

w_t – váha indexu v portfóliu.

CAGR, zložený ročný rastový koeficient, je ukazovateľ používaný na meranie priemernej ročnej miery rastu investície za určité obdobie, ktoré je dlhšie ako jeden rok. Vypočíta sa ako geometrický priemer ročných rastových mier, čo umožňuje vyrovnanie fluktuácií hodnoty portfólia v čase. Pre investičné portfóliá je *CAGR* dôležité, pretože poskytuje jasné a jednotné merítko úspešnosti rôznych investičných stratégií alebo aktív naprieč rôznymi časovými obdobiami, čím investorom umožňuje priame porovnávanie a lepšie rozhodovanie o tom, kde alokovať zdroje.

Vzorec pre výpočet *CAGR* v percentách je nasledovný:

$$CAGR = \left[\left(\frac{I_k}{I_1} \right)^{\frac{1}{n}} - 1 \right] \times 100 \quad (4)$$

Kde:

I_k – hodnota investície na konci investičného obdobia,

I_1 – hodnota investície na začiatku investičného obdobia,

n – počet rokov investície.

Rozptyl, čiže riziko, je mierou volatility výnosov. Rozptyl sa meria ako priemerná kvadratická odchýlka od priemeru. Vyšší rozptyl naznačuje menej predvídateľné výnosy, a teda rizikovejšiu investíciu. Smerodajná odchýlka je ďalším meradlom rizika aktíva, ktoré môže byť označované aj ako jeho volatilita a vypočíta sa ako odmocnina rozptylu. Rozptyl vypočítame ako:

$$\sigma^2 = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (\bar{R}_t - \bar{R})^2 \quad (5)$$

Kde:

$\bar{R}$ – priemerný mesačný výnos za celé obdobie,

$\bar{R}_t$ – priemerný mesačný výnos v čase,

T – počet pozorovaní,

$\sum$ – sčítanie hodnôt,

t – časový index.

Práca bude pracovať iba s tzv. „long only“ stratégiou, pričom bude portfólio vždy plne alokované – súčet váh všetkých aktív rovných 1. Túto podmienku môžeme zaznačiť nasledovne:

$$\sum_{i=1}^T w_i = 1 \quad (6)$$

Kde:

w – váha indexu,

i – index,

T – počet pozorovaní,

$\sum$ – sčítanie hodnôt.

Nasledujúca podmienka zabraňuje tzv. „short selling“. Žiadne aktívum nemôže mať alokáciu v portfóliu nižšiu ako 0%.

$$w_i \geq 0 \quad (7)$$

Poslednou podmienkou pre dosiahnutie žiadaných portfólií je zabránenie pákovému efektu, čo znamená, že žiadne aktívum nemôže mať v portfóliu alokáciu viac ako 100%, čo môže byť zaznačené nasledovne:

$$w_i \leq 1 \quad (8)$$

Nasleduje výpočet rozptylu portfólia. Pretože kovariancia aktíva so sebou samým sa rovná rozptylu aktíva, môžeme výpočet rozdeliť na dve časti, ako ukazujú rovnice podľa McMillan a kol. (2011, s. 189):

$$\sigma_p^2 = \sum_{i,j=1}^N w_i w_j \text{Cov} (R_i R_j) \quad (9)$$

$$\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^N w_i^2 \sigma_i^2 + \sum_{i=1}^N \sum_{j=1, i \neq j}^N w_i w_j \text{Cov} (R_i R_j) \quad (10)$$

Kovarianciu výnosov R_i a R_j možno vypočítať ako súčin korelácie medzi dvoma výnosmi a smerodajných odchýlok oboch aktív, podľa McMillan a kol. (2011):

$$\text{Cov}(R_i R_j) = \rho_{ij} \sigma_i \sigma_j \quad (11)$$

Ako hlavný ukazovateľ rizikovo váženého výnosu práca využíva Sharpeho pomer, ktorý vypočítame pomocou vzorca podľa Sharpe (1966):

$$SR = \frac{\bar{R}_p - R_f}{SD_p} \quad (12)$$

Kde:

$\bar{R}_p$ – priemerný mesačný výnos portfólia,

R_f – bezriziková úroková miera,

SD_p – štandardná odchýlka portfólia.

Keďže práca hodnotí portfóliá prioritne podľa rizikovo váženého výnosu, na modeláciu optimálnych portfólií použijeme maximalizačnú metódu Sharpeho pomeru, ktorá hľadá takú kombináciu váh aktív w_i , pre ktorú je Sharpeho pomer najväčší. Zaznačiť tento proces vieme nasledovne:

$$\max_{w_i} \rightarrow \frac{\bar{R}_p(w_i) - R_f}{SD_p(w_i)} \quad (12)$$

Poznanie vzájomnej korelácie aktív je jedna z ich najdôležitejších vlastností pri tvorbe portfólia a optimalizačných metódach. Pearsonov koeficient korelácie nadobúda hodnoty $[-1 ; 1]$, vrátane -1 a 1 . S rastúcim korelačným koeficientom rastie pozitívny vplyv medzi výnosmi aktív, s klesajúcim koeficientom rastie negatívny vplyv medzi výnosmi aktív. Použitý výpočtový vzorec:

$$r_{AB} = \frac{\sigma_{AB}}{\sigma_A \times \sigma_B} \quad (13)$$

Kde:

r_{AB} – vzájomná korelácia medzi aktívami A a B,

σ_{AB} – kovariancia medzi aktívami A a B,

σ_A – smerodajná odchýlka aktíva A,

σ_B – smerodajná odchýlka aktíva B.

Môžeme hovoriť o 3 krajných prípadoch vzájomnej korelácie aktív:

$r_{AB} = -1$ – ide o dokonale negatívnu koreláciu, čo značí, že pokiaľ cena aktíva A klesne o 1%, cena aktíva B narastie o rovnaké percento. Aktíva so zápornou koreláciou sú v portfóliu žiadané, nakoľko znižujú celkové riziko portfólia.

$r_{AB} = 0$ – aktíva A a B vykazujú 0 koreláciu čo značí, že pohyb ceny aktíva A nemá žiaden vplyv na pohyb ceny aktíva B. Aktíva s nízkou koreláciou vedia takisto slúžiť ako diverzifikačné prvky portfólia.

$r_{AB} = 1$ – ide o dokonale pozitívnu koreláciu, čo značí že pohyb ceny aktíva A o 1% je spájané s pohybom ceny aktíva B o rovnaké percento. Aktíva s vysokou koreláciou nie sú v portfóliu žiadané, nakoľko nepomáhajú znižovať celkové riziko portfólia.

Spearmanova korelácia meria monotónny vzťah bez požiadavky na normálne rozdelenie dát a je menej citlivá na outliers, vhodná pre nelineárne vzťahy alebo keď dáta obsahujú extrémne hodnoty, ktoré by mohli skresliť Pearsonovu koreláciu. Spearmanov koeficient korelácie (ρ) medzi dvoma premennými sa vypočíta ako Pearsonova korelácia, ale nie medzi priamymi hodnotami premenných, ale medzi ich poradovými hodnotami (Spearman, 1904).

Ďalej práca priblíži aj maximálny (MDD_t) a priemerný drawdown portfólia (ADD_t). Na ich výpočet postupujeme v prvom rade definovaním drawdownu DD_t . Na výpočet týchto ukazovateľov môžeme použiť nasledovné vzorce:

$$DD_t = \frac{\max_{j \leq t} \{I_j\} - I_t}{\max_{j \leq t} \{I_j\}} \quad (14)$$

$$MDD_t = \left[\max_t DD_t \right] \times -100 \quad (15)$$

$$ADD_t = -100 \times t^{-1} \sum_{j=1}^t DD_j \quad (16)$$

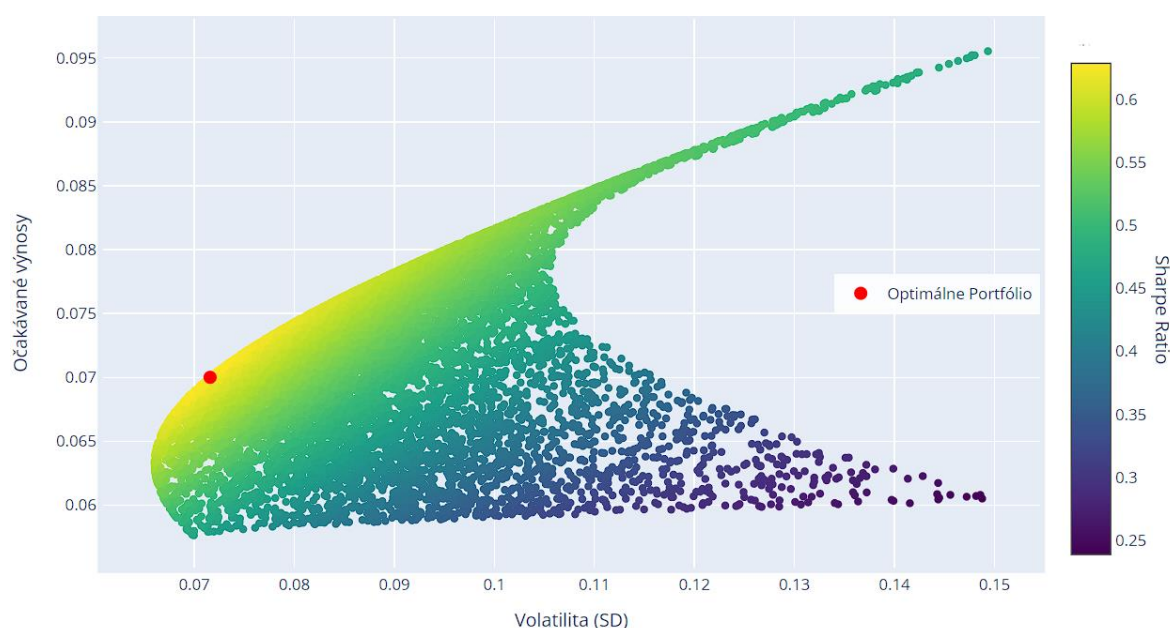
Pre účely práce bude vhodné dať MDD_t a ADD_t do pomeru s priemerným výnosom, čím získame ďalšie ukazovatele rizikovo váženého výnosu, ktoré nevyužívajú volatilitu, ale MDD_t a ADD_t ako prvok rizika pri investícii. Vypočítame ich nasledovným spôsobom:

$$\bar{R}/MDD = \frac{\bar{R}_t}{MDD_t} \times 100 \quad (17)$$

$$\bar{R}/ADD = \frac{\bar{R}_t}{ADD_t} \times 100 \quad (18)$$

K optimálnemu portfóliu sa dostaneme nasledovne. Množina investičných príležitostí ukazuje všetky možné kombinácie investičných nástrojov, z ktorých je možné zostaviť portfólio. Každé portfólio, ktoré sa skladá z N aktív má určitý výnos a riziko. Efektívna hranica ukazuje najlepší možný výnos pre danú úroveň rizika, alebo naopak, najnižšie možné riziko pri danej úrovni výnosu. Každá bodka v grafe predstavuje práve jedno portfólio. Efektívna hranica by pretínala portfóliá, ktoré majú najvyšší výnos pri danej úrovni rizika. Portfóliá, ktoré ležia pod efektívnou hranicou, sú iracionálne, pretože je možné dosiahnuť vyšší výnos s menším rizikom. Červená bodka v grafe predstavuje optimálne portfólio s najvyšším rizikovo váženým výnosom. Je to portfólio, ktoré leží na efektívnej hranici a dotýka sa s CML.

Graf 2: Príklad efektívnej hranice a optimálneho portfólia



Zdroj: vlastné spracovanie v jazyku Python.

Vzorec na výpočet CML môžeme použiť nasledovný:

$$E(r_p) = R_f + \frac{E(r_m) - R_f}{\sigma_M} \times \sigma_P \quad (19)$$

Nasleduje časť modelácie konkrétnych investičných portfólií. Ako prvé pozorované investičné portfólio je Optimálne portfólio bez obmedzení, ktoré nemá žiadne dodatočné charakteristické parametre okrem podmienok long only stratégie.

Optimálne portfólio s obmedzeniami je zostavené na elimináciu systematického rizika a z dôvodu dlhého investičného horizontu, čo znamená, že investori by mali byť ochotný podstúpiť vyššie riziko ako by rizikovo vážené portfólio obyčajne cielilo. Obmedzenia sú nasledovné: akciová zložka portfólia musí mať cieľnú alokáciu medzi 50-100%, zložka vzácnych kovov musí mať vždy alokáciu minimálne 5% a dlhopisová zložka môže byť v portfóliu zastúpená maximálne 20%. Zaznačujeme ich nasledovne:

$$w_{SPX} \geq 0.5 \quad (20)$$

$$w_{Gold} \geq 0.05 \quad (21)$$

$$w_{World_Bonds} \leq 0.2 \quad (22)$$

Na základe štúdie od Anarkulova a kol. (2023) práca vytvorí aj optimálne portfólio pozostávajúce iba z akciovej zložky a zlata, nakoľko bolo predstavené, že dlhopisy pri investovaní na celý životný cyklus (podskupina dlhodobého investovania) neprinášajú požadované diverzifikačné benefity pre individuálnych investorov a znižujú priemernú výkonnosť ich portfólií. Obmedzenie môžeme zaznačiť ako:

$$w_{World_Bonds} = 0.0 \quad (23)$$

Pre overenie hypotézy 3, ktorá je definovaná v podkapitole 4.1, práca zostaví portfóliá, ktoré budú priebežne prehodnocovať cieľnú alokáciu aktív s názvom Rolling Rebalancing (RR). RR portfóliá budú takisto využívať optimalizačnú metódu na maximalizáciu sharpeho pomeru. Modelované portfóliá Rolling Rebalancing 20, Rolling Rebalancing 10 a Rolling Rebalancing 3 prehodnocujú optimálnu váhu aktív v portfóliu vždy na základe rizikovo vážených výnosov aktív za posledných 20, 10 a 3 rokov.

Nakoľko nevieme predpovedať budúcnosť a pri tvorbe portfólia budeme podstupovať istú formu backtestingu, kde budeme mať dostupné ako trénovacie dáta, tak aj testovacie dáta, na základe ktorých dokážeme vyhodnotiť validitu našich navrhnutých stratégií.

Pozorované indexy slúžia ako proxy premenné pre konkrétne investičné ETF nástroje. Vďaka minimálnemu tracking erroru, zanedbateľným TER a vysokej likvidite sa výnosy indexov a konkrétnych ETF líšia len minimálne. Avšak treba pamätať na to, že pri investovaní na veľmi dlhodobý horizont, sa aj TER 0,1% môže prejaviť v značnej zmene celkovej hodnoty investície na konci investičného horizontu, aj keď ukazovatele priemernej výnosnosti budú podobné. Konkrétne investičné ETF nástroje sú nasledovné:

- SPX – Vanguard S&P 500 UCITS ETF (USD) Accumulating, ISIN IE00BFMXXD54, TER 0,07% p.a., začiatok fondu: 2019².
- Gold – iShares Physical Gold ETC, ISIN IE00B4ND3602, TER 0,12% p.a., začiatok fondu: 2011³.
- World Bonds – iShares Global Govt Bond UCITS ETF, ISIN IE00B3F81K65, TER 0,2% p.a., začiatok fondu: 2009⁴.

² <https://www.justetf.com/en/etf-profile.html?isin=IE00BFMXXD54#basics>

³ <https://www.justetf.com/en/etf-profile.html?isin=IE00B4ND3602#basics>

⁴ <https://www.ishares.com/uk/individual/en/products/251753/ishares-global-government-bond-ucits-etf>

5 Analýza dát a výber aktív

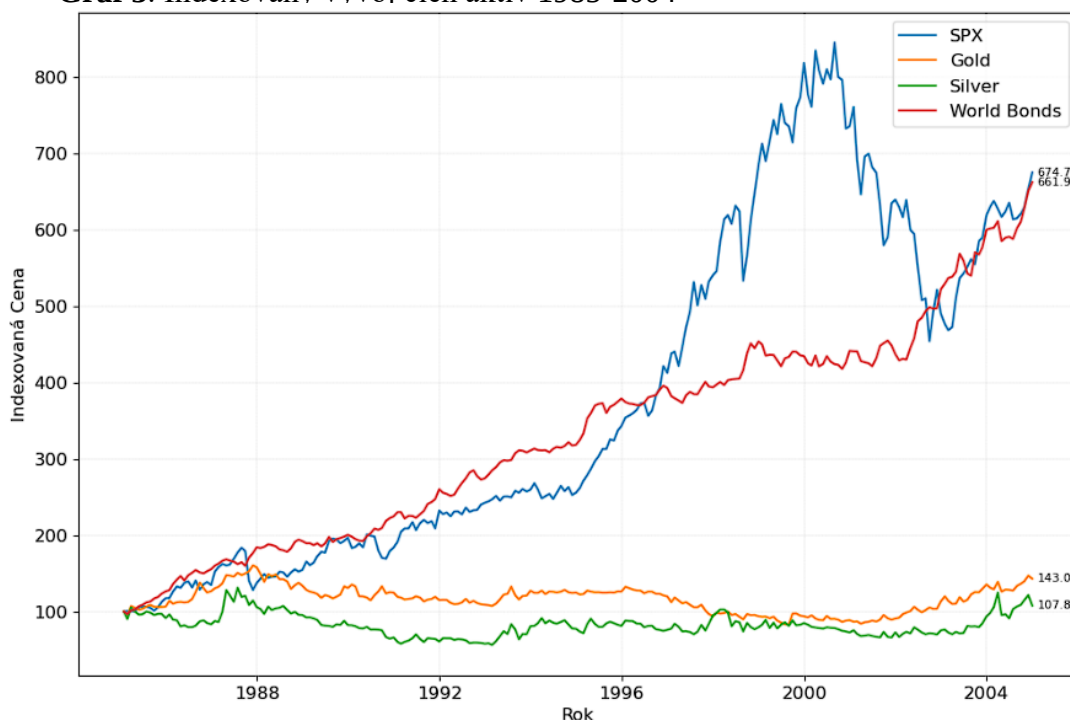
Táto kapitola je zameraná na výber aktív, čoho súčasťou je podrobná analýza dát. Na základe vybraných aktív je v kapitole opísaná tvorba portfólií a ich benchmarkov.

5.1 Výber aktív

Ako prvé analyzujeme konkrétne aktíva v podobe indexov. Akciová a dlhopisová zložka portfólia sa konvenčne podieľajú na investičných portfóliách. V práci sme sa rozhodli tieto dve triedy aktív rozšíriť o triedu vzácnych kovov, konkrétne zlata a striebra, nakoľko sa v minulosti preukázali byť nápomocné v znížení celkového rizika portfólia, vďaka ich nízkej korelácii s inými aktívami, čím slúžili ako dobrý diverzifikačný prostriedok. Dátový súbor cien pozorovaných aktív bol exportovaný priamo z Bloomberg Terminálu, pričom boli dostupné dáta od roku 1985 až po 2024.

Graf 3 ukazuje indexovaný vývoj ceny akciového indexu Standard & Poor's 500 (SPX), indexu svetových vládnych dlhopisov rozvinutých krajín (World Bonds) a spotovú cenu zlata (Gold) a striebra (Silver) od roku 1985 po rok 2005. Tieto dáta predstavovali naše trénovacie dáta pre výpočet alokácií do optimálnych portfólií.

Graf 3: Indexovaný vývoj cien aktív 1985-2004



Zdroj: vlastné spracovanie v jazyku Python.

Za toto sledované obdobie všetky aktíva dosiahli pozitívne zhodnotenie. Avšak, SPX a World Bonds zaznamenali viac ako šesť násobný nárast, pričom vzácne kovy apreciovali len minimálne – zlato vykázalo *CAGR* 1,811%, pričom striebro iba 0,377% pri 20 ročnom horizonte od 1985-2004.

Z pohľadu štatistických veličín sa aktívam darilo nasledovne.

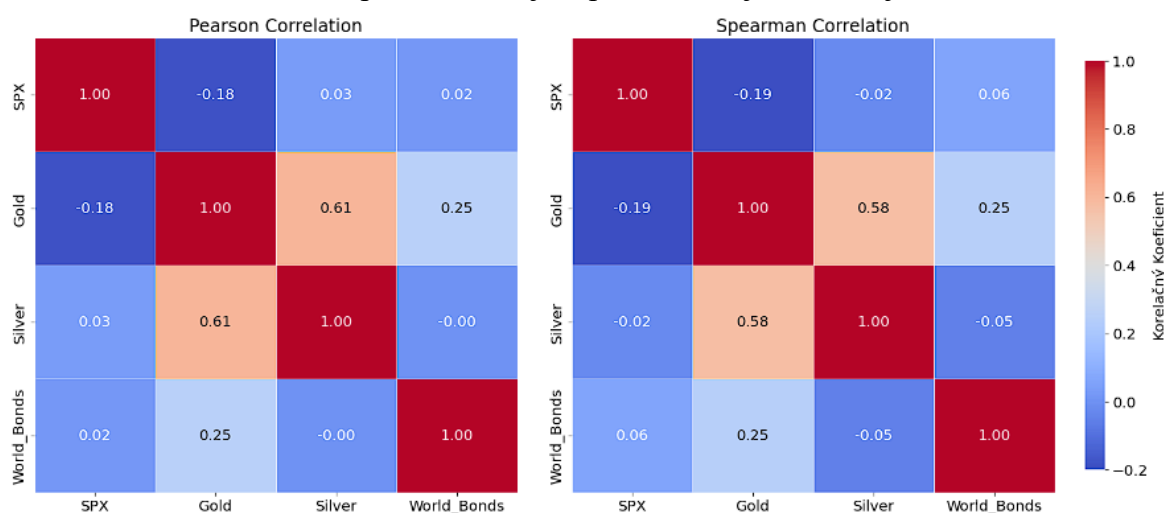
Tabuľka 1: Popisné štatistiky vybraných aktív 1985-2004

	<i>CAGR</i>	$\bar{R}$	σ	<i>MDD</i>	<i>ADD</i>	<i>SR</i>	$\bar{R}/MDD$	$\bar{R}/ADD$
SPX	10.06%	11.38%	15.38%	-46.28%	-8.93%	0.740	0.246	1.274
Gold	1.81%	2.68%	13.14%	-48.09%	-24.85%	0.204	0.056	0.108
Silver	0.38%	3.07%	23.24%	-57.13%	-35.21%	0.132	0.054	0.087
World_Bonds	9.95%	10.23%	7.11%	-7.94%	-1.63%	1.438	1.288	6.289

Zdroj: vlastné spracovanie v jazyku Python.

Aby sme vedeli zistiť potenciálnu užitočnosť aktív, v portfóliu si vypočítame korelačnú maticu, ktorá nám priblíži vzájomné vzťahy medzi jednotlivými aktívami. Pearsonova korelácia meria lineárny vzťah a vyžaduje normálne rozdelenie dát, je citlivá na výnimky a je vhodná, keď je vzťah medzi premennými priamy a lineárny. Naproti tomu, Spearmanova korelácia (ne-parametrický test) meria monotónny vzťah bez požiadavky na normálne rozdelenie dát a je menej citlivá na výnimky, vhodná pre nelineárne vzťahy alebo dáta obsahujúce extrémne hodnoty, ktoré by mohli skresliť Pearsonovu koreláciu (Spearman, 1904). Pre účely našej práce sme si vybrali obe korelácie.

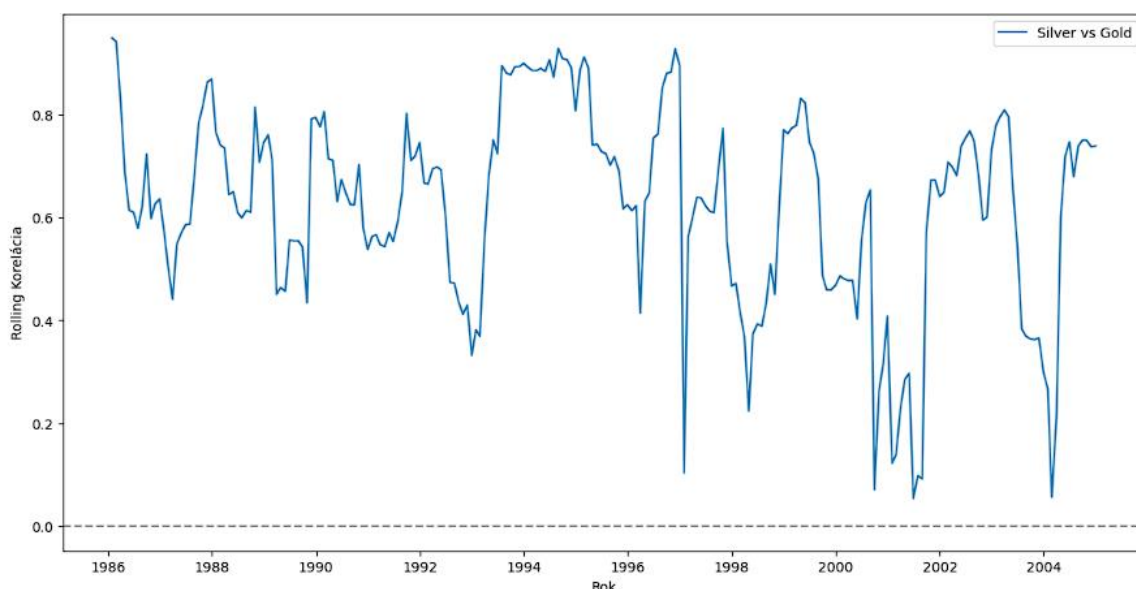
Obrázok 3: Heatmap Pearsonovej a Spearmanovej korelačnej matice



Zdroj: vlastné spracovanie v jazyku Python.

Z výsledkov korelačných matíc môžeme usúdiť, že vďaka nízkej, či v prípade SPX a Gold dokonca zápornej korelácie, predstavuje tento súbor aktív vhodných uchádzačov do diverzifikovaného portfólia. Čo z matíc však vyčnieva, je silná kladná korelácia medzi zlatom a striebrom (pearsonov korelačný koeficient 0.61 a spearmanov 0,58). Rolling korelácia týchto dvoch aktív ukazuje, že za celé obdobie 20 rokov nemali tieto aktíva ani jedno okno dvanástich mesiacov, kedy aktíva vykazovali zápornú koreláciu a vo väčšine prípadov bola korelácia pomerne silná, a to na úrovniach koeficientu od 0,4 do 0,8.

Graf 4: Pearsonova rolling korelácia zlata a striebra (12 mesačná)



Zdroj: vlastné spracovanie v jazyku Python.

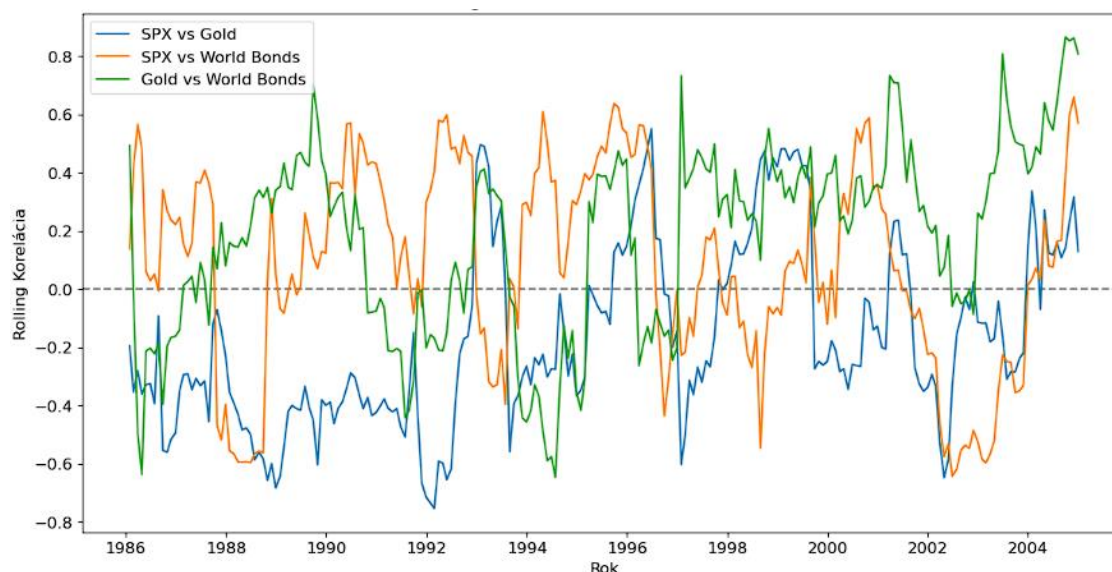
Na základe týchto zistení sme striebro vyradilo ako nevhodné aktívum do portfólia, nakoľko zlato dokáže v portfóliu zastúpiť striebro z pohľadu diverzifikačných schopností zápornej korelácie k akciovému indexu a nízkej korelácie k svetovým dlhopisom, pričom však dosahuje vyšší priemerný výnos pri nižšej volatilitate.

Ďalej sa pozrieme aj na rolling koreláciu medzi ostatnými tromi aktívami. Graf 5 nám znázorňuje meniace sa vzájomné vzťahy medzi aktívami. S týmito výsledkami môžeme byť spokojní, nakoľko aktíva vykazujú počas celého pozorovaného obdobia miernu zápornú až miernu kladnú koreláciu, čo prispieje k zníženiu celkového rizika portfólia.

Najsilnejšiu a najdlhšie trvajúcu zápornú 12 mesačnú rolling koreláciu aktív dosahovalo práve zlato a akciový index SPX. Pozitívna korelácia medzi nimi trvala iba 26,75% času a 73,25% času bola korelácia záporná. Korelácia medzi SPX a World Bonds

bola 63,16% času kladná, 36,84% času záporná. Pozitívne korelovaný vzťah medzi zlatom a svetovými vládnyimi dlhopismi trvala 69,3% času a 30,7% času mali aktíva koreláciu zápornú.

Graf 5: Pearsonova rolling korelácia medzi akciami, dlhopismi a zlatom (12 mesačná)



Zdroj: vlastné spracovanie v jazyku Python.

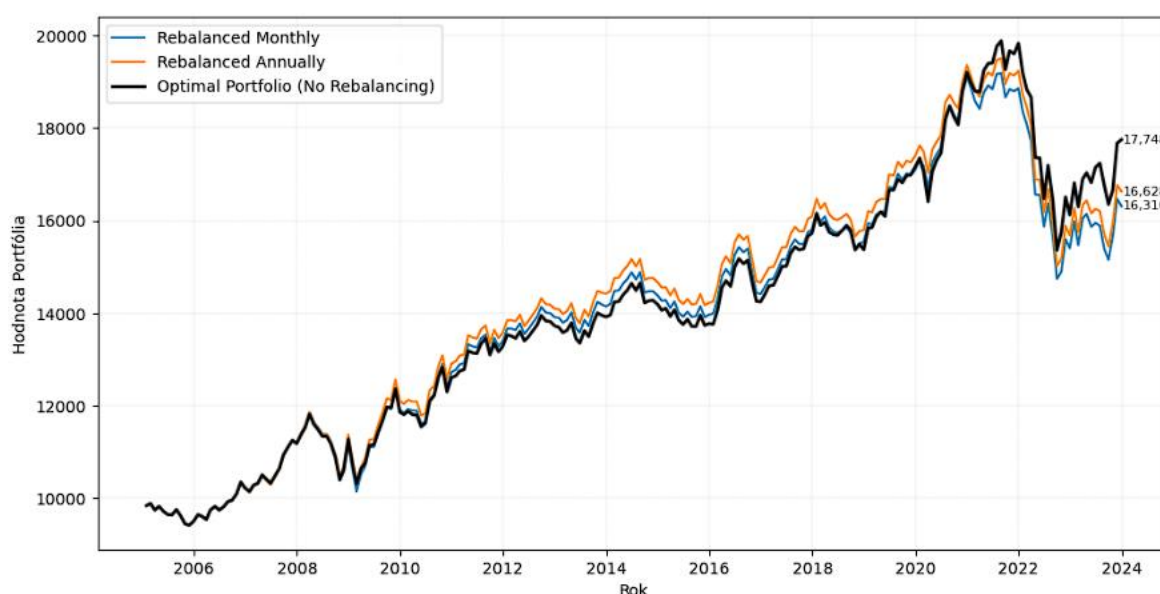
5.2 Tvorba portfólií

Ako bolo v podkapitole 4.2 Metodika práce a metódy skúmania spomenuté, prvým portfóliom je **optimálne portfólio bez obmedzení**, dosiahnuté pomocou maximalizácie Sharpeho pomeru. Je tvorené akciami, dlhopismi a zlatom na základe dát od roku 1985-2005.

Optimalizačnou metódou sme dospeli k alokácií SPX 18,713%, Wold Bonds 81,287% a Gold 0%. Túto alokáciu vieme vysvetliť na základe vynikajúcich výsledkov indexu svetových dlhopisov v našom pozorovanom období (tabuľka 1). Na základe tejto alokácie aktív sme pripravili 3 portfólia, ktorých vývoj je zobrazený na Grafe X.

- Optimal Portfolio (No Rebalancing) - Buy and Hold, bez rebalansingu.
- Rebalanced Monthly - Buy and Hold, mesačný rebalansing na optimálnu váhu aktív.
- Rebalanced Annually - Buy and Hold, ročný rebalansing na optimálnu váhu aktív.

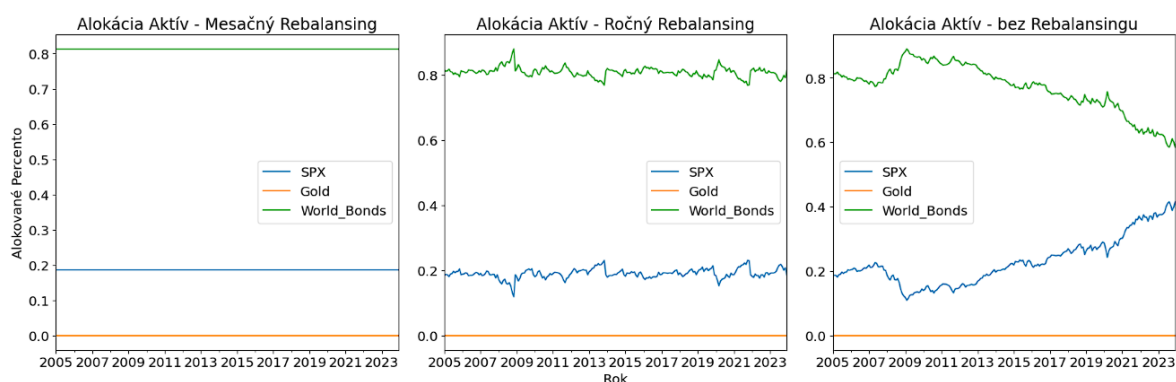
Graf 6: Vývoj investície do stratégií Optimálneho portfólia bez obmedzení



Zdroj: vlastné spracovanie v jazyku Python.

Dopad rebalansingu na vývoj váh aktív v portfóliu v čase je zachytený na grafe 7. Zatiaľ čo rebalansované portfólia si udržiavajú presne (mesačný rebalansing) alebo približne (ročný rebalansing) stanovené váhy, pri portfóliu bez rebalansingu je možno zaznamenať dopad vyššej výnosnosti akcií oproti dlhopisom na váhy portfólia. Aj keď portfólio začalo s cieľovými váhami 18,713% a 81,287%, skončilo s váhami 58,5% dlhopisy a 41,5% akcie. To zapríčiňuje zmenu rizikového profilu celkového portfólia, volatility a výnosových očakávaní do budúcnosti.

Graf 7: Alokácie aktív v čase (Optimálne portfólio bez obmedzení)



Zdroj: vlastné spracovanie v jazyku Python.

Rozdielne zastúpenie váh v portfóliách má za následok aj diferencie v popisných štatistikách pozorovaných portfólií, vid' Tabuľka 2. Rebalansované portfóliá dosahovali

počas investície lepšie výsledky len na úrovni štandardnej odchýlky a prekvapivo by rebalansing nepomohol ochrániť investora ani pred *MDD* a *ADD*, čo bolo spôsobené hlavne prudkým rastom úrokových sadzieb štátnych dlhopisov v roku 2022 ako reakcia trhu na rast inflácie. Portfólio bez rebalansingu dosiahlo lepšie charakteristiky primárne kvôli vynikajúcej výnosnosti akcií oproti dlhopisom za pozorované obdobie. Rebalansované portfóliá udržiavali približne stálu percentuálnu alokáciu aktív, no v praxi sa to ukázalo ako nežiadúce, pretože počas obdobia 2005-23 sa priebežne odpredávalo aktívum s lepšou výkonnosťou (SPX) za aktívum s nižšou výkonnosťou (World Bonds).

Tabuľka 2: Popisné štatistiky stratégií Optimálneho portfólia bez obmedzení

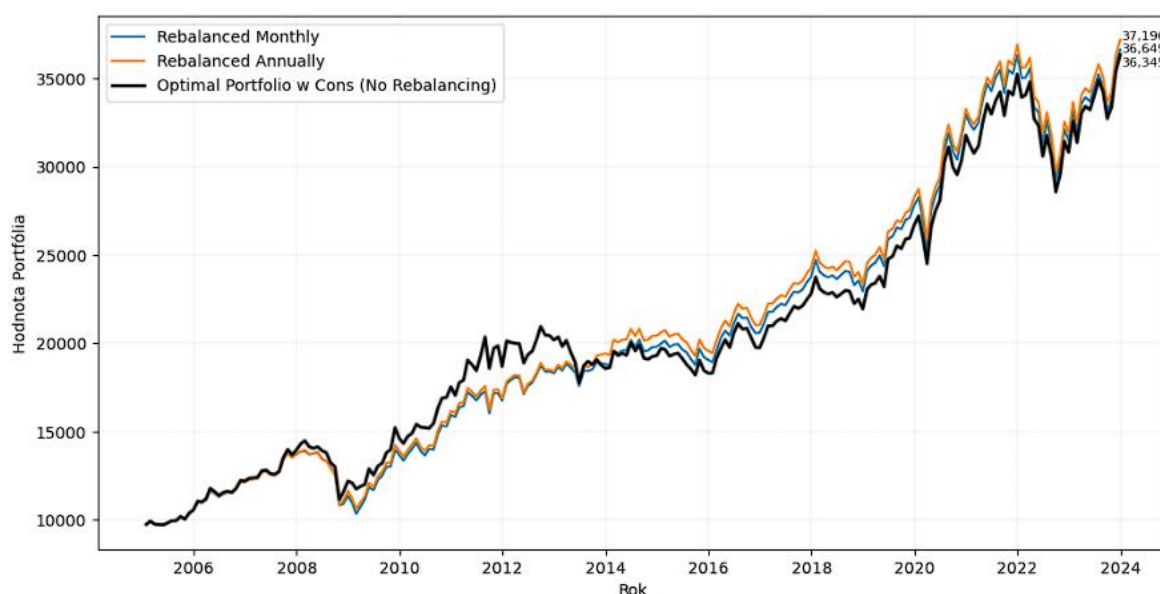
	<i>CAGR</i>	$\bar{R}$	σ	<i>MDD</i>	<i>ADD</i>	<i>SR</i>	$\bar{R}/MDD$	$\bar{R}/ADD$
Optimal Portfolio	3.168%	3.420%	7.006%	-22.784%	-3.380%	0.488	0.150	1.012
Optimal Portfolio Rebal.(Y)	2.813%	3.043%	6.706%	-23.011%	-3.524%	0.454	0.132	0.864
Optimal Portfolio Rebal.(M)	2.608%	2.839%	6.723%	-23.165%	-3.591%	0.422	0.123	0.791

Zdroj: vlastné spracovanie v jazyku Python.

V poradí druhé pozorované portfólio je **optimálne portfólio s obmedzeniami**. Jedná sa o rozšírenie štandardných obmedzení používaných pri alokácii aktív do „long-only“ stratégie špecifikovaných v kapitole 4.2. Tieto obmedzenia sú nastavené nasledovne: Akciová zložka portfólia musí mať cieľnú alokáciu minimálne 50%, zložka vzácnych kovov musí cieľiť alokáciu minimálne 5% a dlhopisová zložka môže byť v portfóliu zastúpená maximálne 20%. Tieto obmedzenia cieľia redukciu systematického rizika na výnosnosť portfólia.

Po optimalizačnej metóde na maximalizáciu Sharpeho pomeru sme dospeli k alokácií SPX 50%, Gold 30% a World Bonds 20%. Následne sme opäť portfólio doplnili o jeho rebalansované portfóliá na mesačnej a ročnej báze. Vývoj týchto portfólií v období 2005-2023 je zobrazený v grafe 8. Konečná výkonnosť jednotlivých portfólií sa pri tejto stratégii líši len minimálne, avšak portfólio bez rebalansingu dosahovalo lepšie výsledky od globálnej finančnej krízy 2008/9 (GFC) až do roku 2012, keďže zlato dosahovalo lepšie výsledky ako akcie. Od roku 2014 si však udržali rebalansované stratégie ziskový náskok po páde ceny zlata a vďaka býčiemu trhu v akciách, ktorý nasledoval po GFC.

Graf 8: Vývoj investície do stratégií Optimálneho portfólia s obmedzeniami



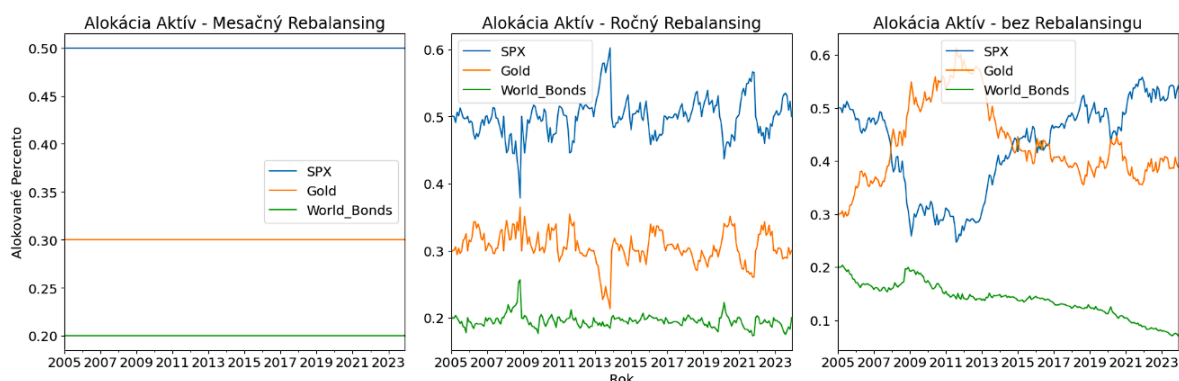
Zdroj: vlastné spracovanie v jazyku Python.

Zatiaľ čo konečná hodnota portfólií na konci sledovaného obdobia je medzi stratégiami pomerne malá, vplyv rebalansingu na váhy jednotlivých aktív v portfóliu bol značný. Mesačný rebalansing si udržiaval konštantnú hladinu váh jednotlivých aktív, pričom už pri ročnom rebalansingu sú vidieť veľké pohyby váh. Najväčšie odchýlky od cieľovej alokácie sa dosiahli počas GFC a v roku 2013. V prípade GFC, dlhopisová zložka portfólia prekonalala alokáciu 25% a akciová zložka klesla pod 40%. To bolo vyvolané práve finančnou krízou a jej dopadom na finančné trhy. Investori hľadali bezpečný prístav z akciového trhu a skryli sa práve do trhu štátnych dlhopisov rozvinutých krajín. Zlato v tomto období malo taktiež pomerne vyššiu váhu v portfóliu. Neskôr vidíme ráznu zmenu váh aktív v roku 2013. V tomto roku cena zlata klesla o 30,22% počas toho, ako akciový index SPX dosiahol nové maximá s ročným nárastom 32,28%. Ďalšie rázne pohyby boli spôsobené až pandémiou covid-19 a jej následkami v rokoch 2020-2022.

Na alokáciu aktív pri stratégii bez rebalansingu vplývali rovnaké okolnosti ako sa spomínajú vyššie, no s tým rozdielom, že k žiadnemu rebalansingu nedošlo. To vytlačilo v roku 2011 alokáciu do zlata nad úroveň 60%, pričom váha akciového portfólia klesla na 26%. Z dôvodu lepšej relatívnej výnosnosti akcií aj zlata voči dlhopisom podiel dlhopisovej zložky na celkovom portfóliu od roku 2009 postupne klesol až na úroveň 7,02% na konci roku 2023. Z jedného uhla pohľadu buy & hold investovanie bez rebalansingu prináša benefity silných býčích trhov (zlato 2005-2011, akcie 2010-2021), no na druhú stranu sa bez

rebalansingu do veľkej miery zmení štruktúra aktív daného portfólia, čo následne vedie k zmene rizikového profilu investície a predstavuje možný nesúlad stratégie s rizikovým profilom investora.

Graf 9: Alokácie aktív v čase (Optimálne portfólio s obmedzeniami)



Zdroj: vlastné spracovanie v jazyku Python.

Napriek tomu, že optimálne portfólio bez obmedzení benefitovalo absenciou rebalansingu, portfólio s obmedzeniami využilo rebalansing, primárne ten ročný, k zlepšeniu atribútov portfólia. Portfólio s ročným rebalansingom porazilo nerebalansované portfólio v priemernom výnose, štandardnej odchýlke, *ADD*, sharpeho pomere aj v *R/ADD*, avšak, *MDD* aj pomer výnosu k *MDD* bol lepší pri nerebalansovanom portfóliu. Popisné štatistiky portfólií s obmedzeniami sú nasledovné:

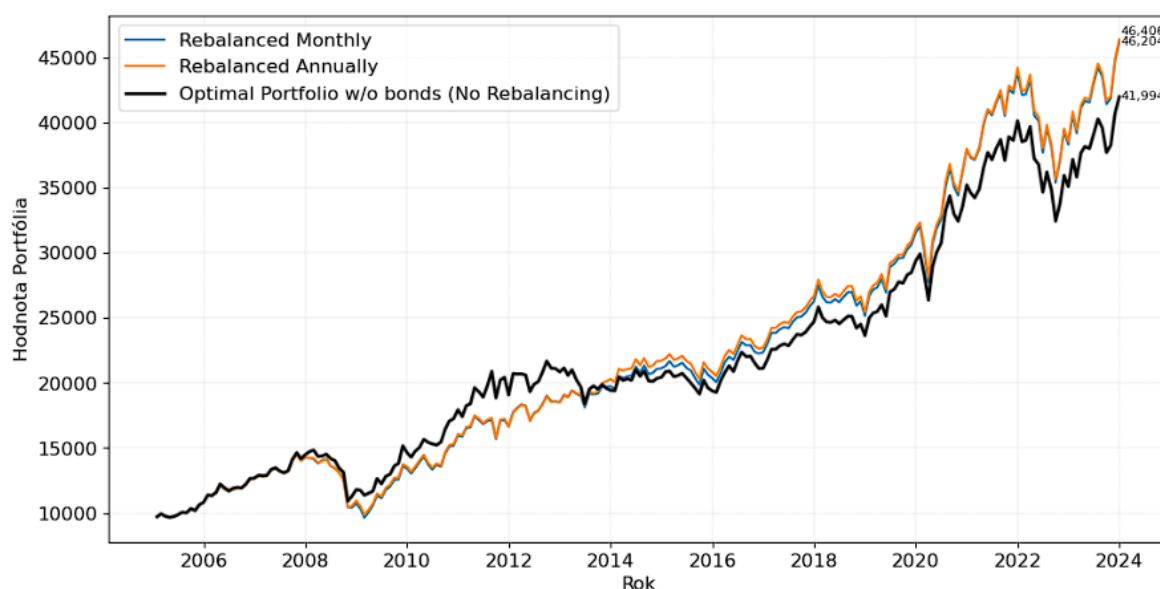
Tabuľka 3: Popisné štatistiky stratégií Optimálneho portfólia s obmedzeniami

	<i>CAGR</i>	$\bar{R}$	σ	<i>MDD</i>	<i>ADD</i>	<i>SR</i>	$\bar{R}/MDD$	$\bar{R}/ADD$
Optimal s Obmedzeniami Rebal.(Y)	7.342%	7.894%	10.156%	-23.906%	-3.104%	0.777	0.330	2.543
Optimal s Obmedzeniami Rebal.(M)	7.258%	7.816%	10.215%	-25.638%	-3.129%	0.765	0.305	2.498
Optimal s Obmedzeniami	7.211%	7.862%	11.043%	-23.092%	-4.263%	0.712	0.340	1.844

Zdroj: vlastné spracovanie v jazyku Python.

V poradí tretím pozorovaným portfóliom je **optimálne portfólio bez dlhopisov**. Optimalizované bolo opäť prostredníctvom maximalizácie sharpeho pomeru, už však iba pre kombináciu aktív SPX a Gold, pričom cielené alokácie sú nasledovné: SPX 65,672%; Gold 34,328%. Vývoj portfólií doplnených o rebalansované ekvivalenty na mesačnej a ročnej báze je zobrazený na grafe 10.

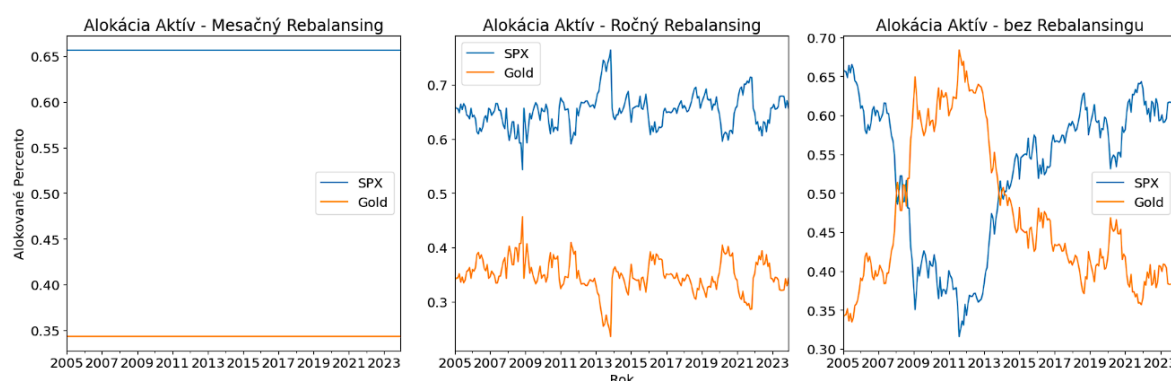
Graf 10: Vývoj investície do stratégií Optimálneho portfólia bez dlhopisov



Zdroj: vlastné spracovanie v jazyku Python.

Ako pri predošlých stratégiách, rebalansing má značný dopad na udržanie stáleho pomeru aktív v portfóliu. Zatiaľ čo ročný rebalansing udržiaval váhy aktív s odchýlkami od cieľa maximálne 11% (rok 2013), pri nerebalansovanom portfóliu sa váhy z pôvodných SPX 65,672%; Gold 34,328% dostali až na SPX 31,606%; Gold 68,394% (rok 2011) a ku koncu investičného obdobia sa opäť znormalizovali bližšie k cielenej úrovni na podiel SPX 61,549%; Gold 38,451%.

Graf 11: Alokácie aktív v čase (Optimálne portfólio bez dlhopisov)



Zdroj: vlastné spracovanie v jazyku Python.

Rebalansované portfólia dosiahli vyšší výnos pri nižšej volatilita, nižšom *ADD*, a teda aj vyššom sharpeho pomere, no prekvapivo, portfólio bez rebalansingu dosiahlo nižší

MDD, pričom nejde o triviálny rozdiel $-26,41\%$ a $-31,93\%$. Tento rozdiel bol spôsobený funkciou rebalansingu počas GFC. Jednalo sa však o situáciu, kedy zlato dosahovalo nižšie poklesy ako akcie, pričom nasledujúci rok akcie klesali naďalej, zatiaľ čo zlato dosahovalo kladné výnosy, čo vyústilo v to, že rebalansované portfólio v tomto období dosiahlo väčší *MDD*. Ročný rebalansing opäť vykazuje lepšie charakteristiky ako mesačný. Popisné štatistiky portfólií bez dlhopisovej zložky sú nasledovné:

Tabuľka 4: Popisné štatistiky stratégií Optimálneho portfólia bez dlhopisov

	<i>CAGR</i>	$\bar{R}$	σ	<i>MDD</i>	<i>ADD</i>	<i>SR</i>	$\bar{R}/MDD$	$\bar{R}/ADD$
Optimal bez Dlhopisov Rebal.(Y)	8.621%	9.392%	11.907%	-31.926%	-3.729%	0.789	0.294	2.519
Optimal bez Dlhopisov Rebal.(M)	8.596%	9.379%	12.001%	-33.711%	-3.849%	0.782	0.278	2.437
Optimal bez Dlhopisov	8.049%	8.850%	12.177%	-26.414%	-4.271%	0.727	0.335	2.072

Zdroj: vlastné spracovanie v jazyku Python.

Pri prvých troch modelovaných portfóliách, t.j. optimálne portfólio bez obmedzení, optimálne portfólio s obmedzeniami a optimálne portfólio bez dlhopisov, je možné všimnúť si suboptimálne výsledky mesačného rebalansingu portfólia oproti ročnému rebalansingu. Ročný rebalansing dosahuje lepšie výsledky konzistentne naprieč všetkými stratégiami na úrovni všetkých štatistických veličín. Nakoľko dáta zanedbávajú transakčné a daňové náklady, rozdiel výkonností týchto dvoch rebalansujúcich stratégií by bol pri praktickej využiteľnosti ešte väčší. Preto sme sa rozhodli „Rebalanced Monthly“ stratégie vyradiť z analýzy a pokračovať iba so stratégiami bez rebalansingu a s ročnou frekvenciou rebalansingu.

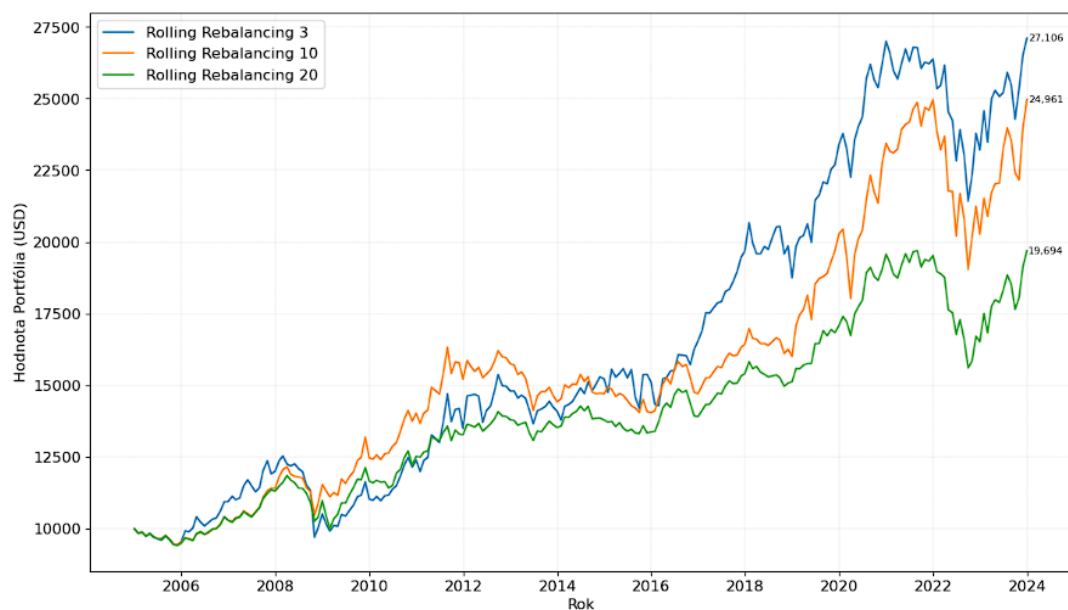
Lepšie výsledky portfólia s ročným rebalansovaním oproti mesačnému môžu byť spôsobené aj cyklickosťou trhu a silnými trendami daných aktív. Z výnosového hľadiska nie je žiaduce každý mesiac predávať aktívum, ktoré rastie na hodnote a predávať aktívum, ktoré klesá na hodnote, pokiaľ by tieto trendy trvali viac ako jeden mesiac.

Posledná skupina modelovaných portfólií pozostáva z Rolling Rebalancing portfólií. Tieto portfólia využívajú dynamicky meniace sa alokácie aktív podľa meniaceho sa tréningového obdobia, počas ktorého sa maximalizáciou sharpého pomeru optimalizovali váhy aktív v portfóliu. Cieľom tejto stratégie bolo zachytiť vplyv meniacich sa vzájomných vzťahov medzi aktívami. Rolling rebalancing portfóliá boli rozdelené do 3 kategórií:

- **Rolling Rebalancing 3** – portfólio využíva na optimalizáciu dáta mesačných výnosov aktív za posledné 3 roky. Pri vytváraní prvej alokácie v roku 2005 bolo toto obdobie 2002-2004, pri poslednej alokácii na rok 2023 bolo dané obdobie 2020-2022.
- **Rolling Rebalancing 10** – portfólio využíva na optimalizáciu dáta mesačných výnosov aktív za posledných 10 rokov. Pri vytváraní prvej alokácie v roku 2005 bolo toto obdobie 1995-2004, pri poslednej alokácii na rok 2023 bolo dané obdobie 2013-2022.
- **Rolling Rebalancing 20** – portfólio využíva na optimalizáciu dáta mesačných výnosov aktív za posledných 20 rokov. Pri vytváraní prvej alokácie v roku 2005 bolo toto obdobie 1985-2004, pri poslednej alokácii na rok 2023 bolo dané obdobie 2003-2022.

Vo všeobecnosti platí, že čím je optimalizačné obdobie menšie, tým dynamickejšie je portfólio a jeho reakcia na zmenu trendu aktív či zmenu vzájomného vzťahu aktív. Hodnoty RR portfólií sa značne odlišujú práve na základe rozdielnej alokácie medzi aktívami, ktorá sa mení v čase. Graf 12 zobrazuje vývoj hodnoty týchto portfólií počas investičného horizontu.

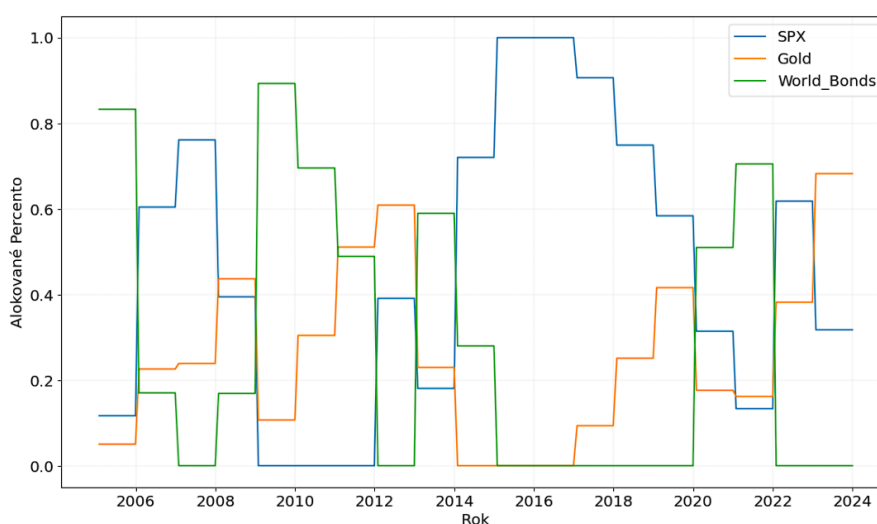
Graf 12: Vývoj investície do stratégií Rolling Rebalancing



Zdroj: vlastné spracovanie v jazyku Python.

Rolling Rebalancing 3 je najdynamickejšie portfólio zo skupiny. Na začiatku investičného obdobia v roku 2005 stratégia alokovala približne 11,69% do SPX, 5,02% Gold a 83,29% World Bonds, pričom hneď ďalší rok alokáciu zmenila na 60,41% SPX, 22,58% Gold a 17,01% World Bonds. Prudké rebalansovanie nastávalo každý rok. Výnimkou sú roky 2013-2017, kedy všetkých 100% investičného portfólia bolo alokovaných do akciového indexu SPX. Bolo to z dôvodu vysokých výnosov s nízkou volatilitou akciového indexu po zostavení z GFC. Dokonca až 9 rokov z investičného obdobia tejto stratégie mali svetové vládne dlhopisy zastúpenie 0%, nakoľko ich rizikovo vážený výnos sa nedokázal rovnať iným aktívam. V poslednom roku (2023) bolo zastúpenie aktív 31,75% akcie a 68,25% zlato.

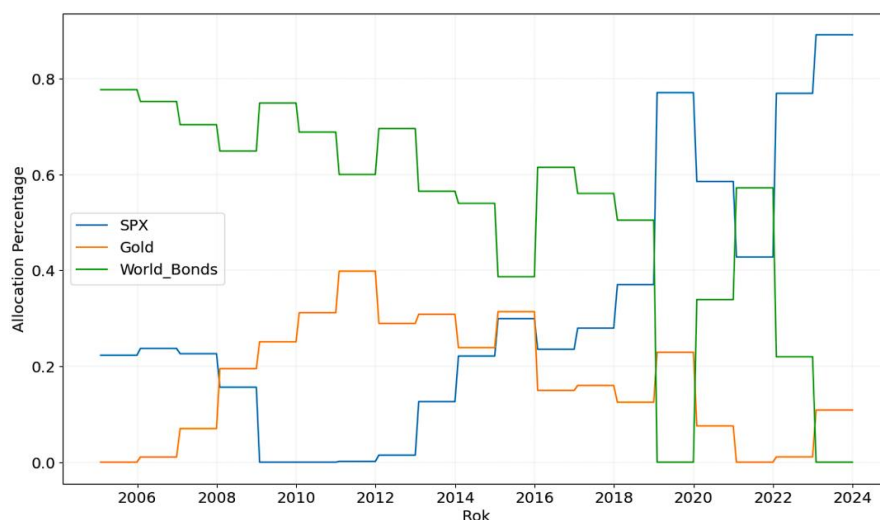
Graf 13: Alokácie aktív v čase pre Rolling Rebalancing 3



Zdroj: vlastné spracovanie v jazyku Python.

Rolling Rebalancing 10 je stratégia už s dlhším trénovacím oknom a je možno zaznamenať ráznu zmenu vo volatilita cieľených váh. Portfólio začalo investičný cyklus s váhami 22,30% SPX, 0% Gold a 77,7% World Bonds. Podiel dlhopisov na portfóliu nasledujúce roky klesal z dôvodu zlepšujúcich sa rizikovo vážených výnosov pri akciách a zlate, a zároveň zhoršujúcich sa rizikovo vážených výnosoch svetových dlhopisov za posledné desaťročie. Portfólio skončilo s alokáciou 89,13% akcie a 10,87% zlato. Vývoj alokácie stratégie v čase je zachytený na nasledujúcom grafe 14.

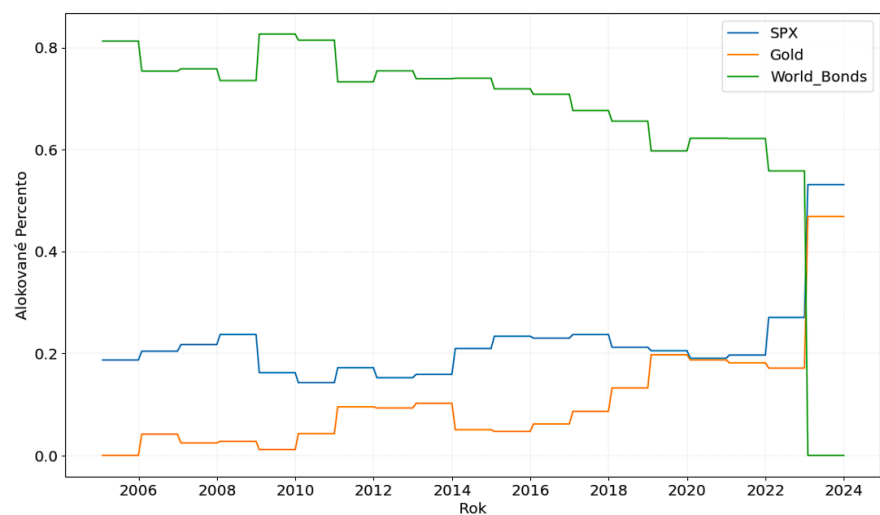
Graf 14: Alokácie aktív v čase pre Rolling Rebalancing 10



Zdroj: vlastné spracovanie v jazyku Python.

Posledná stratégia zo skupiny portfólií s dynamicky sa meniacimi váhami, Rolling Rebalancing 20, predstavuje najmenej responzívnu stratégiu. Portfólio začalo s 18,71% alokáciou do SPX a 81,29% World Bonds. Váhy sa prvé roky menili len mierne, až neskôr, v roku 2023, došlo k skokovitej zmene, kde si dlhopisy po historicky jednom z najhorších rokov nedokázali udržať alokáciu na základe rizikovo váženého výnosu nad 0%.

Graf 15: Alokácie aktív v čase pre Rolling Rebalancing 20



Zdroj: vlastné spracovanie v jazyku Python.

Charakteristiky týchto portfólií priamo zodpovedajú ich alokácií. Rolling Rebalancing 3 dosiahlo najvyšší priemerný výnos, no zároveň aj najväčšiu štandardnú odchýlku. Prekonal však Rolling Rebalancing 10 pri *MDD* i obe konkurujúce RR stratégie pri všetkých ukazovateľoch rizikovo váženého výnosu. Popisné štatistiky tejto skupiny portfólií sú nasledovné:

Tabuľka 5: Popisné štatistiky stratégií Rolling Rebalancing

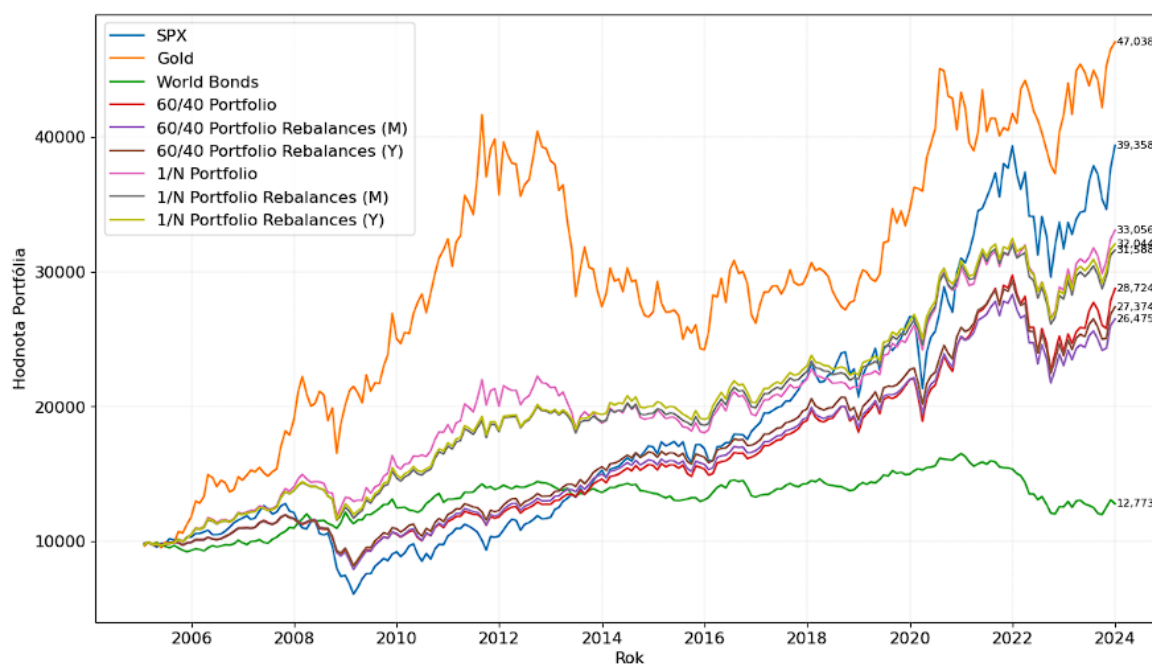
	<i>CAGR</i>	$\bar{R}$	σ	<i>MDD</i>	<i>ADD</i>	<i>SR</i>	$\bar{R}/MDD$	$\bar{R}/ADD$
Rolling Rebalancing 3	5.388%	5.976%	10.558%	-22.628%	-4.269%	0.566	0.264	1.400
Rolling Rebalancing 10	4.932%	5.425%	9.733%	-23.732%	-4.719%	0.557	0.229	1.150
Rolling Rebalancing 20	3.631%	3.906%	7.309%	-20.771%	-3.197%	0.534	0.188	1.222

Zdroj: vlastné spracovanie v jazyku Python.

5.3 Benchmarky

Ako benchmarky pri hodnotení portfólií sme si zvolili nasledovné stratégie: SPX 100%, World Bond 100%, Gold 100%, 1/*N* portfólio a tradičné 60/40 SPX/World Bond portfólio. Pri investičných stratégiách pozostávajúcich z viacerých aktív sme benchmark rozšírili aj o ich rebalansované ekvivalenty na mesačnej a ročnej báze. Nasledujúci graf 16 znázorňuje vývoj hodnoty týchto benchmarkov od roku 2005 po rok 2023.

Graf 16: Vývoj investície do Benchmarkov



Zdroj: vlastné spracovanie v jazyku Python.

Diverzifikačný prínos viacerých aktív v benchmarku je vizuálne identifikovateľný. Napriek tomu, že v časovom období 2005-2023 jednoduchá alokácia 100% do zlata alebo akcií porazila ostatné benchmarky, 1/N a 60/40 portfóliá vykazujú oveľa nižšiu volatilitu, a vďaka tomu vyšší rizikovo vážený výnos. Popisné štatistiky benchmarkov boli nasledovné:

Tabuľka 6: Popisné štatistiky Benchmarkov

	<i>CAGR</i>	$\bar{R}$	σ	<i>MDD</i>	<i>ADD</i>	<i>SR</i>	$\bar{R}/MDD$	$\bar{R}/ADD$
1/N Portfolio Rebal.(Y)	6.493%	6.951%	9.307%	-19.462%	-3.172%	0.747	0.357	2.191
1/N Portfolio Rebal.(M)	6.241%	6.697%	9.302%	-19.469%	-3.210%	0.720	0.344	2.086
1/N Portfolio	6.668%	7.282%	10.769%	-20.945%	-5.267%	0.676	0.348	1.383
60/40 Portfolio Rebal.(Y)	5.585%	6.111%	9.981%	-31.716%	-4.173%	0.612	0.193	1.464
60/40 Portfolio	5.854%	6.450%	10.612%	-31.824%	-4.502%	0.608	0.203	1.433
100% Gold	8.491%	10.021%	16.888%	-41.875%	-14.023%	0.593	0.239	0.715
60/40 Portfolio Rebal.(M)	5.258%	5.793%	10.076%	-33.973%	-4.429%	0.575	0.171	1.308
100% SPX	7.477%	8.728%	15.192%	-52.556%	-8.433%	0.575	0.166	1.035
100% World Bonds	1.297%	1.526%	6.742%	-27.433%	-5.051%	0.226	0.056	0.302

Zdroj: vlastné spracovanie v jazyku Python.

Mesačné rebalansovanie becnhmarkových portfólií 60/40 a 1/N sa ukázalo ako suboptimálne oproti ročnému rebalansingu. Graf 16 a tabuľka 6 zanedbávajú vyššie transakčné náklady ako aj daňové náklady pri mesačnom rebalansingu, pričom aj tak dosahujú mesačne rebalansované benchmarky menší výnos aj všetky ukazovatele rizikovo váženého výnosu. Z týchto dôvodov nie sú modelované portfólia porovnávané s mesačne rebalansovanými benchmarkmi. Portfóliá, ktoré sú rebalansované na ročnej báze nepodliehajú vyššej daňovej záťaži, nakoľko predstavujú proxy premenné pre ETF, na ktoré sa vzťahuje ročný test, po ktorom investor nemusí výnos z držby ETF daňiť.

Pri porovnaní benchmarkov s ročným rebalansingom oproti nerebalansovaným portfóliám dostávame zmiešané výsledky. Nerebalansované 1/N a 60/40 portfólio dosahuje priemerne vyšší výnos ako rebalansovaná alternatíva. To bolo spôsobené silným rastúcim trendom zlata a akcií v období nižších výnosov pre svetové dlhopisy. Mimo iné sa nerebalansované benchmarky vystavovali vyššiemu maximálnemu poklesu, vyššej štandardnej odchýlke a nižším ukazovateľom rizikovo váženého výnosu. Ďalšou zásadnou výhodou rebalansingu je, že aj v dlhšom časovom horizonte si benchmark zanechá očakávaný rizikový profil, čo pomôže k udržaniu konzistentných výsledkov daného benchmarku.

Keďže ročne rebalansované portfólia nepodliehajú zvýšenej daňovej záťaži a transakčné náklady sú v dnešnej dobe pri vyšších peňažných objemoch obchodov zanedbateľné, rozhodli sme sa vybrať 1/N a 60/40 portfólio rebalansované na ročnej báze za vhodnejší benchmark oproti alternatíve bez rebalansingu.

Konečné benchmarky, ktoré porovnávame s modelovými optimálnymi portfóliami sú nasledovné:

- **1/N Portfolio Rebalanced(Y)** – benchmark pozostávajúci z kombinácie aktív 33,33% akciového indexu S&P 500, 33,33% svetových štátnych dlhopisov a 33,33% zlata s ročným rebalansovaním.
- **40/60 Portfolio Rebalanced(Y)** – benchmark pozostávajúci z kombinácie aktív 60% akciového indexu S&P 500 a 40% svetových štátnych dlhopisov s ročným rebalansovaním.
- **100% SPX** – benchmark pozostávajúci zo 100% alokácie do akciového indexu S&P 500.
- **100% World Bonds** – benchmark pozostávajúci zo 100% alokácie do svetových štátnych dlhopisov.
- **100% Gold** – benchmark pozostávajúci zo 100% alokácie do zlata.

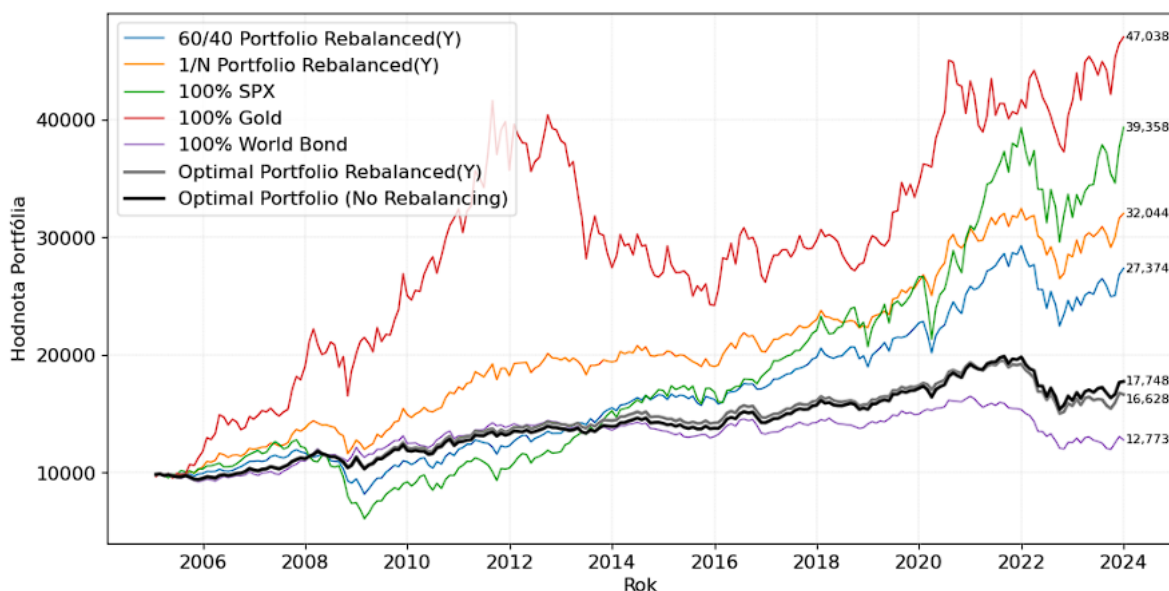
6 Výsledky a diskusia

Po predstavení jednotlivých aktív, investičných portfólií a ich benchmarkov práca v nasledujúcej kapitole priblíži výsledky modelovaných portfólií, ich robustnosť, možné nedostatky a odporúčanie na ďalší výskum.

6.1 Optimálne portfólio bez obmedzení

Prvé modelované portfólio bez obmedzení maximalizovalo sharpeho pomer na základe dát rokov 1985-2004. Za predpokladu nezmenených výnosových charakteristík a vnútorných korelácií medzi aktívami v portfóliu by sme pri tejto stratégii na základe backtestingu mohli očakávať najvyšší rizikovo vážený výnos. Nakoľko sa však trhové podmienky do značnej miery zmenili v období 2005-2023, toto portfólio dosiahlo suboptimálne výsledky, pričom výnosom dokázalo poraziť oba čisto dlhopisové portfólio. Vývoj hodnoty optimálneho portfólia bez obmedzení je znázornený čiernou (bez rebalansingu) a šedou (ročný rebalansing) krivkou.

Graf 17: Porovnanie vývoja Optimálneho portfólia bez obmedzení s benchmarkami



Zdroj: vlastné spracovanie v jazyku Python.

Za kladnú stránku portfólia možno považovať skutočne nízku volatilitu, pri priemernej ročnej štandardnej odchýlke iba 6,71% (ročný rebalansing) a 7,01% (bez

rebalansingu). Nízka volatilita však nebola dosiahnutá efektívne. Z pohľadu rizikovo váženého výnosu vyjadreného pomocou sharpeho pomeru, R/MDD alebo R/ADD sa optimálnym portfóliám bez obmedzení nepodarilo dosiahnuť žiadúce výkonnosti oproti benchmarkom. Príčinu môžeme odhaliť pohľadom na 81,287% cieľnú alokáciu do dlhopisového indexu a následné nízke výnosy daného aktíva. Na základe dát z Bloomberg Terminálu boli na začiatku roka 1985 úrokové sadzby na 10-ročných vládnych amerických dlhopisoch 11,6% p.a. a bez väčších výkyvov smerom hore klesli na úroveň 4,2% v januári 2005. Výnosy spojené s kapitálovými ziskami na preceňovaní štátnych dlhopisov v období klesajúcich úrokových sadzieb boli dôvodom veľmi silných výnosov štátnych dlhopisov aj pri nízkej volatilita, čo sa v našom testovacom období neudialo v rovnakej miere a po 19 rokoch ukončili rok 2023 na úrovni okolo 4%. V tabuľke 7 sú zobrazené popisné štatistiky optimálnych portfólií (šedá) a ich benchmarkov, zoradené podľa sharpeho pomeru zostupne.

Tabuľka 7: Popisné štatistiky Optimálneho portfólia bez obmedzení vs benchmarky

	<i>CAGR</i>	$\bar{R}$	σ	<i>MDD</i>	<i>ADD</i>	<i>SR</i>	$\bar{R}/MDD$	$\bar{R}/ADD$
1/N Portfolio Rebal. (Y)	6.493%	6.951%	9.307%	-19.462%	-3.172%	0.747	0.357	2.191
60/40 Portfolio Rebal.(Y)	5.585%	6.111%	9.981%	-31.716%	-4.173%	0.612	0.193	1.464
100% Gold	8.491%	10.021%	16.888%	-41.875%	-14.023%	0.593	0.239	0.715
100% SPX	7.477%	8.728%	15.192%	-52.556%	-8.433%	0.575	0.166	1.035
Optimal Portfolio	3.168%	3.420%	7.006%	-22.784%	-3.380%	0.488	0.150	1.012
Optimal Portfolio Rebal.(Y)	2.813%	3.043%	6.706%	-23.011%	-3.524%	0.454	0.132	0.864
100% World Bonds	1.297%	1.526%	6.742%	-27.433%	-5.051%	0.226	0.056	0.302

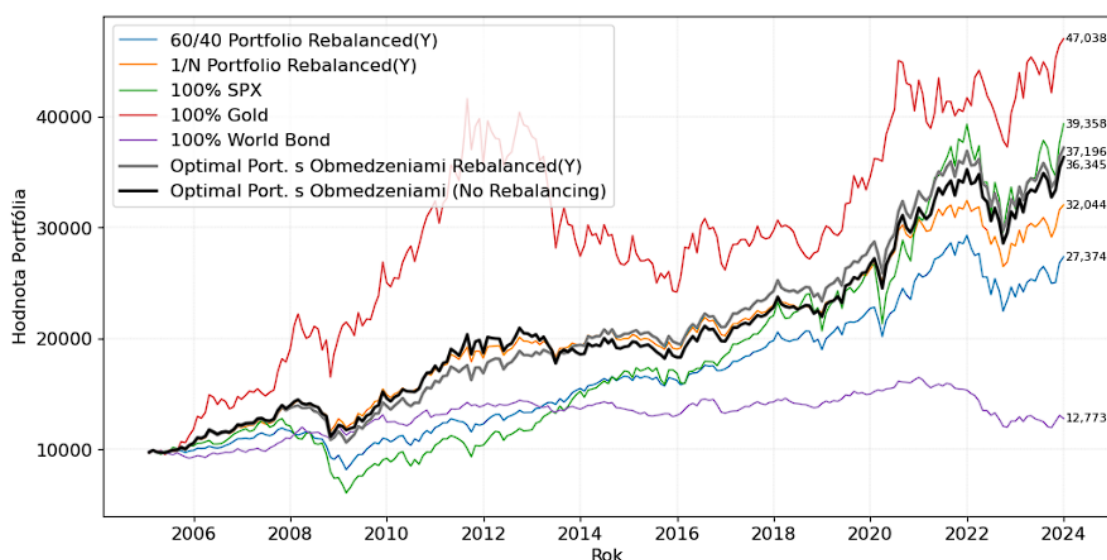
Zdroj: vlastné spracovanie v jazyku Python.

6.2 Optimálne portfólio s obmedzeniami

Optimálne portfólio s obmedzeniami má za cieľ minimalizovať systematické riziko portfólia obmedzením maximálnej alokácie do dlhopisov (max 20%) a minimálnej alokácie do akcií (min 50%). Jedná sa o priamu reakciu na problém, ktorý vznikol pri portfóliu bez obmedzení. Nie je štatisticky pravdepodobné, že by investícia do dlhopisov so sadzbami 11,6% na začiatku investičného obdobia mala rovnaký rizikovo vážený výnosový profil, ako investícia do dlhopisov pri sadzbách 4,2%. Preto bola maximálna alokácia obmedzená.

Stratégie s obmedzeniami dosiahli vyšší výnos ako obe portfóliové benchmarky a nižší výnos ako 100% alokácia do zlata alebo akcií, no pri nižšej volatilita. Investícia 10 000 USD na začiatku investičného obdobia sa zhodnotila na úroveň 37 196 USD pri ročnom rebalansingu a 36 345 USD pri portfóliu bez rebalansingu.

Graf 18: Porovnanie vývoja Optimálneho portfólia s obmedzeniami s benchmarkami



Zdroj: vlastné spracovanie v jazyku Python.

Z pohľadu portfóliových charakteristík sa najlepšie darilo ročne rebalansovanej stratégii, pričom dosiahla najväčší sharepho pomer aj R/ADD a prekonal nie len stratégiu bez rebalansingu, ale aj všetky benchmarky. Portfólio 1/N s naivnou diverzifikáciou dosiahlo nižšiu volatilitu aj MDD (-19,46%), oproti -23,91% a 23,09% pri stratégiách s obmedzeniami. Zvýšený MDD môže predstavovať problém pre rizikovo averzných investorov, ktorí by z dôvodu bolesti zo straty mohli spraviť nežiadúce investičné rozhodnutia, ktoré by mohli viesť k poklesu výnosov, dokonca strate.

Optimálne portfólia s obmedzeniami dosiahli žiadúce rizikovo vážené výnosy, predstavovali lepšiu formu investície ako jednotlivé aktíva, a v prípade ročného rebalansingu stratégia porazila aj ostatné benchmarky. Percentuálna miera rastu 7,342% dosiahnutá pri ročnom rebalansingu sa takmer dorovnáva k 100% akciovej investícií pri nižšej volatilitě o 50% a menej ako polovičnému MDD (-23,9% vs -52,56%).

Tabuľka 8: Popisné štatistiky Optimálneho portfólia s obmedzeniami vs benchmarky

	$CAGR$	$\bar{R}$	σ	MDD	ADD	SR	$\bar{R}/MDD$	$\bar{R}/ADD$
Optimal s Obmedzeniami Rebal. (Y)	7.342%	7.894%	10.156%	-23.906%	-3.104%	0.777	0.330	2.543
1/N Portfolio Rebalanced(Y)	6.493%	6.951%	9.307%	-19.462%	-3.172%	0.747	0.357	2.191
Optimal s Obmedzeniami	7.211%	7.862%	11.043%	-23.092%	-4.263%	0.712	0.340	1.844
60/40 Portfolio Rebalanced(Y)	5.585%	6.111%	9.981%	-31.716%	-4.173%	0.612	0.193	1.464
100% Gold	8.491%	10.021%	16.888%	-41.875%	-14.023%	0.593	0.239	0.715
100% SPX	7.477%	8.728%	15.192%	-52.556%	-8.433%	0.575	0.166	1.035
100% World Bonds	1.297%	1.526%	6.742%	-27.433%	-5.051%	0.226	0.056	0.302

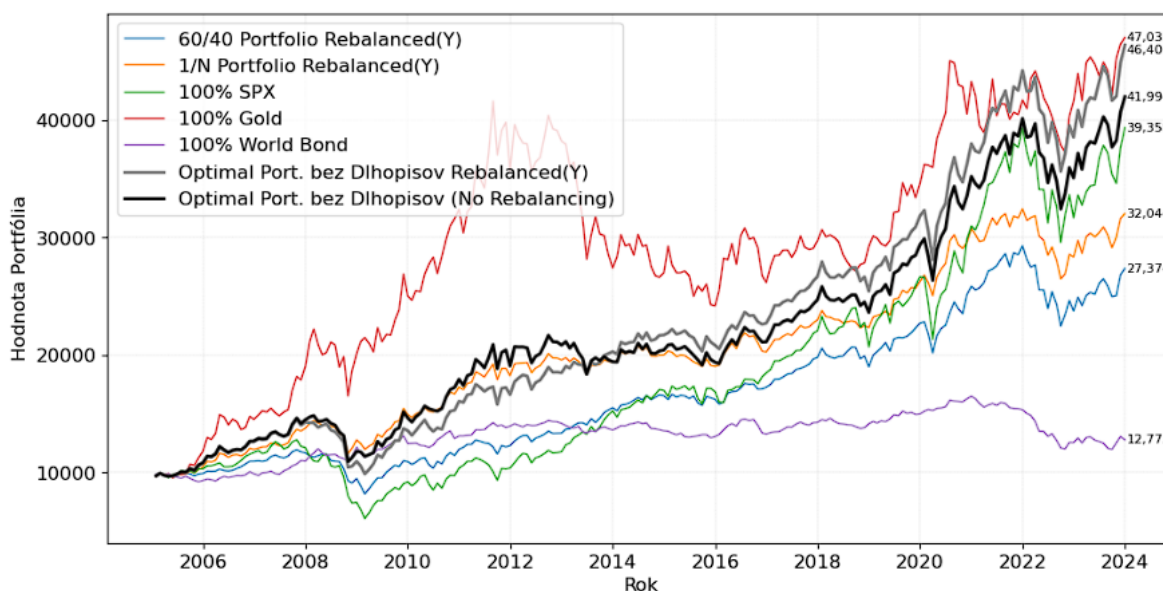
Zdroj: vlastné spracovanie v jazyku Python.

6.3 Optimálne portfólio bez dlhopisovej zložky

Optimálne portfólio bez dlhopisovej zložky vzniklo inšpiráciou od autorov Beyond the Status Quo (Anarkulova a kol., 2023). Dlhopisová zložka nemusí pri dlhých investičných horizontoch zabezpečovať vyššie rizikovo vážené výnosy tak, ako tomu bolo od roku 1985 z dôvodu vysokých úrokových sadzieb. Ako ďalšie aktívum k akciovej zložke môžeme využiť zlato, pretože má v priemere zápornú koreláciu a kladné očakávané výnosy.

Maximalizáciou sharpeho pomeru sme sa dostali k strategickému alokácii SPX 65,672%; Gold 34,328%. Ročne rebalansované portfólio pri počiatočnej investícii 10 000 USD dosiahlo hodnotu 46 406 USD a portfólio bez rebalansingu 41 994 USD. Výnosovo sa podarilo poraziť tieto portfóliá v období 2005-2023 iba stratégií so 100% alokáciou do zlata. Do roku 2013 bola ziskovejšia stratégia bez rebalansingu z dôvodu rastu ceny zlata, avšak v neskorších rokoch už dominovalo rebalansované portfólio, keďže alokovalo väčšie percento prostriedkov do akciového indexu.

Graf 19: Porovnanie vývoja Optimálneho portfólia bez dlhopisov s benchmarkami



Zdroj: vlastné spracovanie v jazyku Python.

Stratégie bez dlhopisovej zložky dosahovali vyššie priemerné výnosy 9,39% a 8,85%, no vyššiu volatilitu ako predošlé stratégie a portfóliové benchmarky. Z pohľadu rizikovo váženého výnosu dosahovala stratégia s rebalansingom najlepšie výsledky so sharpeho pomerom 0,789, nasledoval rebalansovaný benchmark 1/N portfólia s 0,747 a

následne optimálne portfólio bez dlhopisovej zložky s 0,727. Z pohľadu R/MDD obe pozorované portfólia dosiahli horšie výsledky ako benchmark $1/N$ (0,294/0,335 vs. 0,357). Zatiaľ čo $1/N$ portfólio po celú dobu investície nikdy nekleslo od historického maxima o viac ako 20%, stratégie bez dlhopisov stratili 31,93% a 26,41%. Popisné štatistiky stratégií aj s benchmarkami sú zobrazené v tabuľke 9.

Tabuľka 9: Popisné štatistiky Optimálneho portfólia bez dlhopisov vs benchmarky

	<i>CAGR</i>	$\bar{R}$	σ	<i>MDD</i>	<i>ADD</i>	<i>SR</i>	$\bar{R}/MDD$	$\bar{R}/ADD$
Optimal bez Dlhopisov Rebal.(Y)	8.621%	9.392%	11.907%	-31.926%	-3.729%	0.789	0.294	2.519
1/N Portfolio Rebalanced(Y)	6.493%	6.951%	9.307%	-19.462%	-3.172%	0.747	0.357	2.191
Optimal bez Dlhopisov	8.049%	8.850%	12.177%	-26.414%	-4.271%	0.727	0.335	2.072
60/40 Portfolio Rebal.(Y)	5.585%	6.111%	9.981%	-31.716%	-4.173%	0.612	0.193	1.464
100% Gold	8.491%	10.021%	16.888%	-41.875%	-14.023%	0.593	0.239	0.715
100% SPX	7.477%	8.728%	15.192%	-52.556%	-8.433%	0.575	0.166	1.035
100% World Bonds	1.297%	1.526%	6.742%	-27.433%	-5.051%	0.226	0.056	0.302

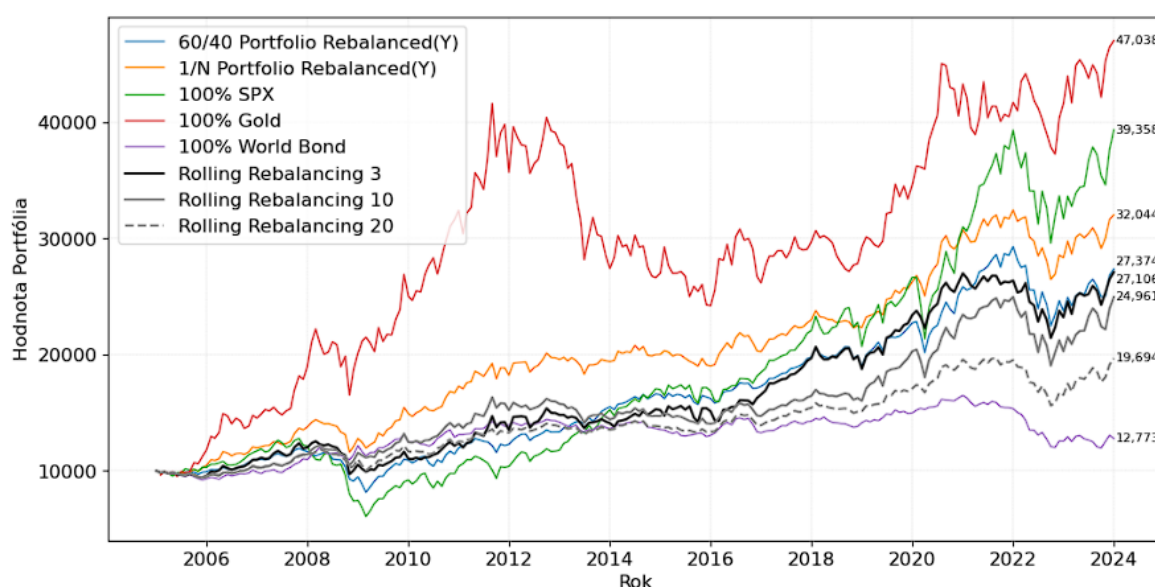
Zdroj: vlastné spracovanie v jazyku Python.

6.4 Rolling rebalancing portfólio

Posledná skupina modelovaných portfólií sú Rolling rebalancing (RR) portfóliá. Ich podstata spočíva v dynamickej zmene cieľných váh medzi aktívami v portfóliu na základe minulej rizikovo váženej výnosnosti.

Z perspektívy celého investičného cyklu sa výkonnostne najviac darilo 3-ročnému RR, ktorý zaostával len o minimum za benchmarkom rebalansovaného 60/40 portfólia a na konci investičného obdobia stratégia vykázala zisk 17 106 USD . RR 10 a 20 dosahovali už horšie výsledky (zisk 14 961 a 9 694 USD) z dôvodu väčšej alokácie do dlhopisov.

Graf 20: Porovnanie vývoja stratégií Rolling Rebalancing s benchmarkami



Zdroj: vlastné spracovanie v jazyku Python.

V tabuľke 10 popisných štatistík zoradených podľa sharpeho pomeru zostupne uvedenej nižšie môžeme zaznamenať, že RR stratégie nedokázali poskytnúť tak pozitívne atribúty ako benchmarky, s ktorými ich porovnávame. Jediná objektívne horšia investícia ako do stratégií RR je investícia do svetových štátnych dlhopisov. RR 3 si dokázala udržať pomerne vysoký priemerný ročný výnos na úrovni 5,98% pri *MDD* iba 22,63%, čo ju z hľadiska *R/MDD* vykresľuje ako pomerne efektívnu, avšak pri porovnaní s portfóliovým benchmarkom rebalansovaného 1/*N* portfólia vidíme, že žiadna z RR stratégií nevykázala v žiadnom atribúte lepšie hodnoty ako benchmark s výnimkou nižšej volatility portfólia RR 20 (7,31% vs. 9,31%).

Tabuľka 10: Popisné štatistiky stratégií Rolling Rebalancing vs benchmarky

	<i>CAGR</i>	$\bar{R}$	σ	<i>MDD</i>	<i>ADD</i>	<i>SR</i>	$\bar{R}/MDD$	$\bar{R}/ADD$
1/ <i>N</i> Portfolio Rebalanced(<i>Y</i>)	6.493%	6.951%	9.307%	-19.462%	-3.172%	0.747	0.357	2.191
60/40 Portfolio Rebalanced(<i>Y</i>)	5.585%	6.111%	9.981%	-31.716%	-4.173%	0.612	0.193	1.464
100% Gold	8.491%	10.021%	16.888%	-41.875%	-14.023%	0.593	0.239	0.715
100% SPX	7.477%	8.728%	15.192%	-52.556%	-8.433%	0.575	0.166	1.035
Rolling Rebalancing 3	5.388%	5.976%	10.558%	-22.628%	-4.269%	0.566	0.264	1.400
Rolling Rebalancing 10	4.932%	5.425%	9.733%	-23.732%	-4.719%	0.557	0.229	1.150
Rolling Rebalancing 20	3.631%	3.906%	7.309%	-20.771%	-3.197%	0.534	0.188	1.222
100% World Bonds	1.297%	1.526%	6.742%	-27.433%	-5.051%	0.226	0.056	0.302

Zdroj: vlastné spracovanie v jazyku Python.

Z hľadiska výnosnosti a iných atribútov RR stratégií ich môžeme označiť ako suboptimálne a nevhodné pre investorov, nakoľko sú technicky náročnejšie na replikáciu a nedosahujú lepšie výsledky oproti benchmarkom.

Hlavná výhoda, ktorú využíva RR 3, predstavuje zároveň aj hlavný problém stratégie. Dynamická zmena alokácie aktív podľa rizikovo vážených výnosov za posledné 3 roky vie zachytiť dlhodobé býčie či medvedie trhy, avšak, pokiaľ tieto trendy netrvali dostatočne dlho, ako tomu bolo napr. pri akciovom býčom trhu 2009-2020, potom sa môže stať, že portfólio nakúpi trendujúce aktíva vo vysokej miere až príliš neskoro. V prípade zlata, stratégia v roku 2012 alokovala až 60% prostriedkov do tohto aktíva, pričom zlato po býčom trende završenom v roku 2011, pokračovalo poklesom až 41,875% od historického maxima.

Pri RR 10 a 20 už stratégia klesá na dynamike a nedokáže sa dostatočne skoro prispôbiť novým trendom. Napriek slabým výnosom dlhopisového indexu počas väčšiny investičného obdobia, investovali väčšinu prostriedkov do dlhopisovej zložky, a v prípade RR 20 sa svetové dlhopisy dostali pod alokáciu 50% na stratégií až v roku 2023, kedy sa skokovito rebalansovali do zlata a akcií po historicky najhoršom pozorovanom roku pre dlhopisy, čo znamená, že stratégia zareagovala príliš neskoro a portfólio nedokázala ochrániť.

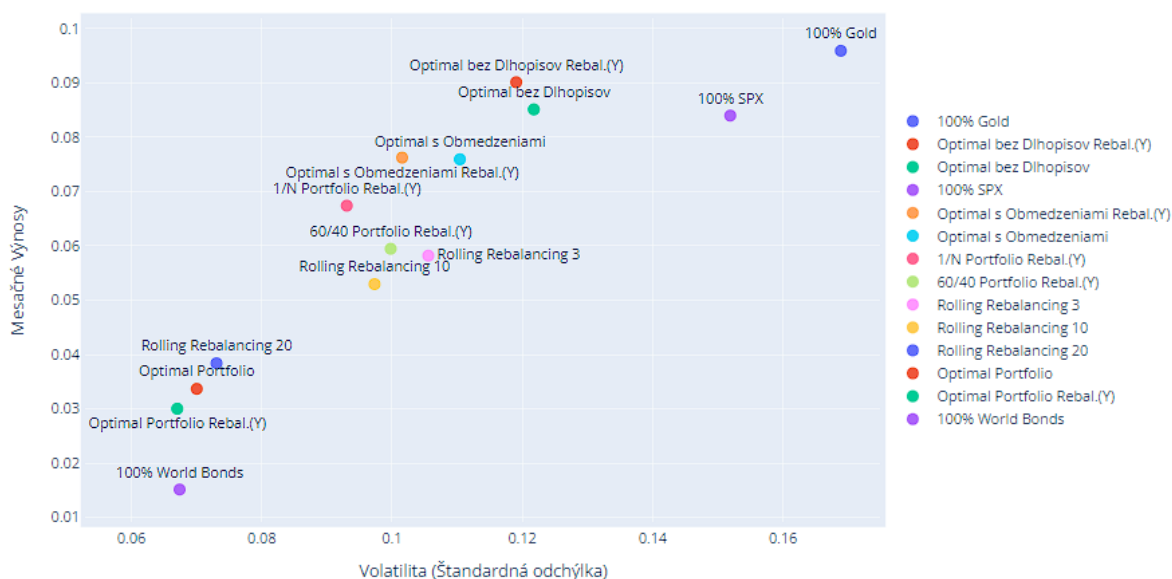
6.5 Porovnanie portfólií

Ako modelované portfóliá, tak aj benchmarky sa vyznačujú jednotlivými výhodami a nevýhodami. Alokácia časti portfólia do dlhopisov znižovala volatilitu, no s ňou znižovala aj výnos. Benchmarková investícia do zlata vykázala najvyšší výnos, no pri najvyššej volatilita a hlbokom *MDD*. Pri porovnaní portfólií sa pre účely práce v prvom rade zaoberáme ukazovateľmi rizikovo váženého výnosu, na čo nám slúžia ukazovatele sharpého pomeru, R/MDD a R/ADD .

Pri pohľade na portfóliá znázornené na dvojrozmernom poli vidíme pozitívny vzťah medzi volatilitou sledovaného portfólia a jeho výnosom. Stratégie, ktoré investovali do jednotlivých aktív celý svoj kapitál sa vyznačujú neefektívnosťou. Zatiaľ čo 100% SPX alebo 100% Gold prinieslo vysoké priemerné výnosy, investor podstupoval vysokú volatilitu. Jednoduchým spojením týchto dvoch aktív do optimálneho portfólia bez dlhopisov sme vytvorili stratégiu s podobným výnosovým profilom, avšak pri značne menšej

volatilitu. 100% investícia do dlhopisov sa ukázala ako najmenej zároboková a s priemernou volatilitou vyššou ako pri optimálnom portfóliu (bez obmedzení) s ročným rebalansingom, ktoré cieľilo 18,713% alokáciu do akciového indexu.

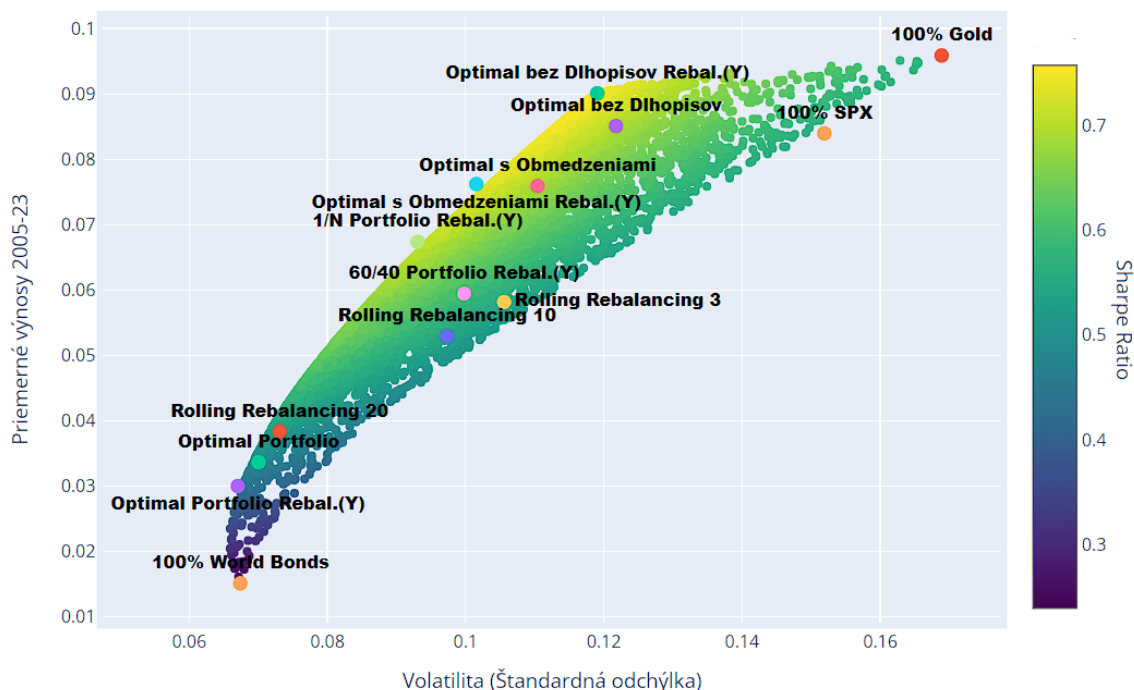
Graf 21: Porovnanie výnosu a volatility pozorovaných portfólií



Zdroj: vlastné spracovanie v jazyku Python.

Pokiaľ by sme chceli tieto body mapovať na efektívnu hranicu aktív za obdobie 2005-2023, vyzeralo by to nasledovne:

Graf 22: Mapovanie pozorovaných portfólií na efektívnu hranicu 2005-2023



Zdroj: vlastné spracovanie v jazyku Python.

Za dôležité zistenie považujeme skutočnosť, že ročne rebalansované optimálne portfólio bez dlhopisov, s obmedzeniami a benchmarkové 1/N portfólio, ktoré boli navrhnuté na základe trénovacích dát, dosiahli vyšší rizikovo vážený výnos ako všetky ostatné kombinácie portfólií pri testovacích dátach (efektívna hranica). Vo všeobecnosti je pozorovateľné zvýšenie rizikovo váženého výnosu pri ročnom rebalansingu oproti stratégii bez rebalansingu s výnimkou optimálneho portfólia bez obmedzení.

Optimálne stratégie bez obmedzení a RR 20 nedokázali dosiahnuť konkurencie schopný priemerný výnos a RR 10 a RR 3 síce dosiahli vyšší výnos, no pri podstúpení relatívne väčšieho rizika a nachádzajú sa pomerne ďaleko od efektívnej hranice.

Tabuľka 11: Popisné štatistiky pozorovaných portfólií

	<i>CAGR</i>	$\bar{R}$	σ	<i>MDD</i>	<i>ADD</i>	<i>SR</i>	$\bar{R}/MDD$	$\bar{R}/ADD$
Optimal bez Dlhopisov Rebal.(Y)	8.621%	9.392%	11.907%	-31.926%	-3.729%	0.789	0.294	2.519
Optimal s Obmedzeniami Rebal.(Y)	7.342%	7.894%	10.156%	-23.906%	-3.104%	0.777	0.330	2.543
1/N Portfolio Rebalanced(Y)	6.493%	6.951%	9.307%	-19.462%	-3.172%	0.747	0.357	2.191
Optimal bez Dlhopisov	8.049%	8.850%	12.177%	-26.414%	-4.271%	0.727	0.335	2.072
Optimal s Obmedzeniami	7.211%	7.862%	11.043%	-23.092%	-4.263%	0.712	0.340	1.844
60/40 Portfolio Rebalanced(Y)	5.585%	6.111%	9.981%	-31.716%	-4.173%	0.612	0.193	1.464
100% Gold	8.491%	10.021%	16.888%	-41.875%	-14.023%	0.593	0.239	0.715
100% SPX	7.477%	8.728%	15.192%	-52.556%	-8.433%	0.575	0.166	1.035
Rolling Rebalancing 3	5.388%	5.976%	10.558%	-22.628%	-4.269%	0.566	0.264	1.400
Rolling Rebalancing 10	4.932%	5.425%	9.733%	-23.732%	-4.719%	0.557	0.229	1.150
Rolling Rebalancing 20	3.631%	3.906%	7.309%	-20.771%	-3.197%	0.534	0.188	1.222
Optimal Portfolio	3.168%	3.420%	7.006%	-22.784%	-3.380%	0.488	0.150	1.012
Optimal Portfolio Rebalanced(Y)	2.813%	3.043%	6.706%	-23.011%	-3.524%	0.454	0.132	0.864
100% World Bonds	1.297%	1.526%	6.742%	-27.433%	-5.051%	0.226	0.056	0.302

Zdroj: vlastné spracovanie v jazyku Python.

Ročný rebalansing sa empiricky preukázal ako stratégia, ktorou dokážeme zvýšiť rizikovo vážený výnos, pričom jediné portfólio, pri ktorom sa toto zistenie nepotvrdilo bolo optimálne portfólio bez obmedzení, ktorého nerebalansovaná akciová zložka dostatočne zvýšila priemerné výnosy stratégie.

Stratégie s obmedzeniami, primárne tá s ročným rebalansovaním, poskytujú atraktívny pomer medzi výnosom a rizikom. Stratégie bez svetových dlhopisov môžu predstavovať atraktívnu investičnú stratégiu práve pre investorov vyhľadávajúcich riziko pri vyššej volatilitate a riziku vyššieho *MDD*. Pre rizikovo averzných investorov sú optimálne portfólia s alokáciou aj do dlhopisovej zložky.

6.6 Vhodnosť portfólia na základe rizikového profilu

Neexistuje jedno objektívne optimálne portfólio, ktoré je superiórne nad ostatnými vo všetkých ohľadoch. Ľudia majú rôzne ciele, vzdelanie, presvedčenia, rizikové preferencie a je možné, že aj dve, vo veľkej miere rozdielne portfólia, môžu byť optimálne pre iné osoby v rozdielnych situáciách. Nakoľko nevieme špecifikovať rozdiely medzi investormi na všetkých možných úrovniach, pre účely práce sme vybrali postoj k riziku ako hlavný rozhodujúci faktor.

Behaviorálna ekonómia hovorí, že optimálna investičná stratégia pre individuálneho investora je taká, ktorú vie dodržať. Je to z dôvodu zlých investičných rozhodnutí investora pokiaľ sa jeho stratégia nezhoduje s jeho cieľmi a rizikovým profilom. Na základe týchto predpokladov, by sme mohli navrhnúť investorom s individuálnym postojom k riziku nasledovné stratégie:

- **Konzervatívny investor – Benchmark 1/N portfólio, ročný rebalansing**

Ročne rebalansovaný benchmark 1/N dosiahol vynikajúce výsledky z pohľadu rizikovo váženého výnosu pri relatívne nízkej volatilita a najnižšieho *MDD* z pozorovaných portfólií a benchmarkov, pričom stratégia dosiahla priemernú ročnú mieru rastu 6,493%. Keďže ide o dlhodobé investičné portfólio, nedáva veľmi zmysel hľadať portfólio s väčšou alokáciou dlhopisov a snažiť sa znížiť jeho volatilitu. Investor by sa pravdepodobne pripravil o výnos a ako sme videli v rokoch 2021-2023, v istých trhovách podmienkach štátne dlhopisy nepredstavujú najbezpečnejšie investičné aktívum a aj oni môžu výrazne poklesnúť na hodnote.

- **Vyvážený investor – Optimálne portfólio s obmedzeniami, ročný rebalansing**

Vyvážený investor je ochotný podstúpiť dodatočné jednotky rizika za cieľom dosiahnutia vyššieho výnosu, a preto chce nižšiu alokáciu do dlhopisov a vyššiu do rizikovejších aktív s vyšším očakávaným výnosom. Optimálne portfólio s obmedzeniami a ročným rebalansingom dosiahlo *CAGR* 7,342%, pri *MDD* -23,91% a sharpeho pomere 0,777. Za predpokladu správnych investičných rozhodnutí by si mohol vybrať aj optimálne portfólio bez dlhopisov, keďže dosahuje vyšší sharpeho pomer, avšak *MDD* -31,93% môže byť pre vyváženého investora neprijateľné.

- **Rizikový investor – Optimálne portfólio bez dlhopisov, ročný rebalansing**

Investor, ktorý vyhľadáva riziko by mohol mať v súlade s jeho rizikovým profilom optimálne portfólio bez dlhopisovej zložky a s ročným rebalansingom. Aj napriek *MDD* (-31,93%) a o niečo horšiemu výsledku z pohľadu *R/MDD* a *R/ADD* dosahuje toto portfólio najvyšší sharpeho pomer. S *CAGR* 8,621% a výrazným poklesom volatility, *MDD* aj *ADD* oproti benchmarkom 100% SPX a 100% Gold, predstavuje optimálne portfólio z pohľadu rizikovo váženého výnosu pre rizikového investora.

6.7 Nedostatky práce a odporúčanie na ďalší výskum

Modelovanie portfólií na základe dát z minulosti predstavuje výzvu pre správnu interpretáciu výsledkov a ich implikácie do budúcnosti. Nie náhodou nájdeme pri takmer každom investičnom nástroji formuláciu v zmysle „Minulá výkonnosť nie je predpokladom budúcich výnosov“.

Výnosnosť aktív a aj vzájomné vzťahy medzi aktívami sa v čase môžu meniť, a teda jedným z hlavných identifikovaných nedostatkov práce je recency bias pozostávajúci z agregácie dát iba od roku 1985. Aj keď boli prístupné staršie časové rady, napr. pri indexe S&P 500 alebo pri zlate, v práci sme chceli uviesť svetovú dlhopisovú zložku, ktorá je geograficky diverzifikovaná na zníženie špecifického rizika jednej krajiny. Vybrali sme FTSE World Government Bond Index, ktorý je historicky prvým indexom tohto typu s počiatkom v roku 1985. Dátový súbor teda nezahŕňa obdobia ako tzv. „Roaring Twenties“, Veľkú Depresiu, obdobia svetových vojen, povojnové obdobia, ropné šoky a Nixonove zrušenie redemácie USD za zlato v roku 1971 a ďalšie. Skutočne kvalitné trhové dáta cien aktív, bohužiaľ, nesiahajú dostatočne ďaleko, aby sme v našej analýze s vyššou mierou sebavedomia dokázali predpokladať očakávané výnosy jednotlivých tried aktív a ich vzájomné vzťahy. To sú však centrálné piliere modernej teórie portfólia, a teda, naše výsledky na základe dát posledných 39 rokov nemusia správne predpovedať budúci vývoj na finančnom trhu.

Ako ďalší priamy príklad existencie recency bias v našom dátovom súbore môžeme uviesť rozdiely vo výnosoch aktív v období 1985-2004 a 2005-2023. Aj keď sme si vybrali dlhé časové obdobia na optimalizáciu aj vyhodnotenie portfólií, treba pripomenúť, že v období 1985-2004 zlato dosahovalo *CAGR* 1,8%, pričom akcie a dlhopisy apreciovali v tomto období s *CAGR* 10,06% (SPX) a 9,95% (World Bond). Svetové dlhopisy v

nasledujúcom období 2005-2023 dosiahli CAGR 1,3%, zatiaľ čo hodnota akcií rástla pomocou CAGR 7,48% a zlato až 8,49%. Nakoľko sa nejedná o triviálne rozdiely, je dôležité očakávať podobnú variabilitu výnosov aktív aj do budúcnosti.

Minimalizovať recency bias by bolo možné nasledujúcimi spôsobmi:

- 1) Do výpočtov zakomponovať dlhšie časové rady – zahrnúť do dátového súboru vývoj cien aktív pri rôznych trhových režimoch, ako napr. dlhová deflácia počas Veľkej Depresie, po vojnová ekonomika alebo zvýšená inflácia počas 70. a 80. rokov.
- 2) Geograficky diverzifikovať akciovú zložku portfólia – aj keď index S&P 500 predstavuje diverzifikovanú akciovú zložku portfólia, v období posledných desaťročí prekonal väčšinu akciových indexov s iným geografickým rozložením, pričom nikto nezaručuje, že takýto nadvýnos bude pretrvávajúť aj do budúcnosti, čo môže skresľovať výnosy akciového portfólia nahor.
- 3) Do výpočtov zakomponovať makroekonomické veličiny, ako napr. úrokové sadzby, výšku štátneho dlhu ku HDP, infláciu, nezamestnanosť či demografiu. V zmysle fundamentálnej analýzy by sme nemali očakávať rovnaké výnosy aktív pri diametrálne odlišnej makroekonomickej situácii.
- 4) Dátový súbor rozšíriť o ďalšie triedy aktív, prípadne iné investičné nástroje a stratégie, ktoré by portfóliu vedeli poskytnúť kladný výnos s nízkou, prípadne zápornou koreláciou.

Za ďalší nedostatok práce považujeme zanedbanie menového rizika. Skutočné výnosy pri investovaní do jednotlivých portfólií by sa výrazne líšili pre investorov na základe peňažnej meny, v ktorej majú denominovaný svoj majetok. Pre účely našej práce sme vybrali USD ako menu, v ktorej sú portfólia denominované na základe statusu USD ako rezervnej meny sveta.

Zanedbané boli aj transakčné náklady a náklady spojené s držbou daného investičného nástroja v podobe ETF. TER fondov a transakčné náklady u brokerov alebo obchodníkov s cennými papiermi sa menia v čase a líšia sa podľa spoločnosti, cez ktorú investor vykonáva investičné operácie. Transakčné náklady vo všeobecnosti limitne klesajú k nule s vyšším objemom obchodov a ročné náklady ETF z historického hľadiska taktiež

klesajú smerom k nule. Dnes sú na minimálnych úrovniach, často pod 0,1% ročne. Z toho dôvodu sa práca pozerá na investičné výnosy z pohľadu indexov, ktoré majú značne dlhšiu históriu, ktorá je potrebná pre dlhodobú analýzu časových radov cien aktív.

Ďalší výskum by sa mal zamerať na vyššie spomenuté nedostatky tejto práce, primárne na minimalizáciu recency bias v dátovom súbore, na geografickú diverzifikáciu investičných portfólií a menové riziko, aby sa zvýšila robustnosť portfólií voči globálnym ekonomickým zmenám. Zohľadnenie rôznych makroekonomických scenárov a menových politík môže odhaliť nové príležitosti pre diverzifikáciu a minimalizáciu rizík. Ďalším významným krokom by bolo preskúmanie vplyvu extrémnych historických udalostí na výnosy aktív, čo by mohlo pomôcť lepšie pochopiť riziká spojené s investovaním počas veľkých ekonomických a politických zmien.

V neposlednom rade, integrácia pokročilých štatistických a strojovo učiacich sa metód do analýzy historických finančných dát by mohla ponúknuť nové perspektívy na predpovedanie výnosov a optimalizáciu portfólia. Experimentovanie s rôznymi modelmi a predikčnými algoritmami by mohlo poskytnúť pohľad na potenciálne vzorce a trendy, ktoré sú skryté v historických dátach.

ZÁVER

Cieľom tejto práce bolo vytvoriť optimálne dlhodobé investičné portfólio. Nakoľko neexistuje jedno ideálne optimálne portfólio pre všetkých, v práci sú navrhnuté 3 optimálne investičné portfólia z hľadiska rizikovo váženého výnosu pre 3 skupiny investorov, ktoré boli odvodené od rizikových preferencií jednotlivých investorov v skupine.

Pre rizikovo averzného investora sme určili 1/N portfólio ako optimálne investičné portfólio s ročným rebalansinom. Toto portfólio alokovalo rovnakú časť (1/3) svojich aktív do akcií, svetových štátnych dlhopisov a do zlata. Dosiahlo priemerný ročný výnos 6,951%, sharpeho pomer 0,747 a maximálny drawdown -19,462%.

Za optimálne portfólio pre vyváženého investora sme v práci vyhodnotili Optimálne portfólio s obmedzeniami a ročným rebalansinom. Stratégia alokovala 50% zdrojov do akciovej zložky, 30% do zlata a 20% do štátnych dlhopisov. Dosiahnutý priemerný ročný výnos bol 7,894% pri sharpeho pomere 0,777 a maximálnom poklese -23,906%.

Pre rizikového investora bolo vybrané Optimálne portfólio bez dlhopisov ako ideálne portfólio, opäť s ročnou frekvenciou rebalansingu. Toto portfólio malo cieľenú alokáciu 65,672% akcie a 34,328% zlato. Stratégia dosiahla priemerný ročný výnos 9,392% pri sharpeho pomere 0,789, no značne vyššom maximálnom poklese -31,926%.

Práca ďalej zistila, že pravidelný rebalansing portfólia dokáže zvýšiť rizikovo vážený výnos portfólia, pričom ročný rebalansing bol empiricky efektívnejší ako mesačný. Tieto výsledky boli konzistentné naprieč všetkými pozorovanými stratégiami okrem jednej, ktorá obsahovala viac ako 80% alokáciu do dlhopisov.

Alokácia časti portfólia aj do vzácnych kovov, konkrétne do zlata, viedla k zlepšeniu rizikovo váženého výnosového profilu. Môžeme preto tvrdiť, že alokácia časti portfólia do vzácnych kovov zvýši rizikovo vážený výnos portfólia a je pre investorov žiadúca.

Hypotéza „Priebežné prehodnocovanie váh v portfóliu na základe výnosov aktív posledných rokov vie zlepšiť rizikovo vážený výnos portfólia.“ sa nepotvrdila v žiadnom z pozorovaných investičných portfólií. Portfólia RR 3, 10 aj 20, vykázali suboptimálne výsledky.

Ako hlavný nedostatok práce identifikujeme prítomnosť recency bias v dátovom súbore. Výnosnosť aktív a aj vzájomné vzťahy medzi aktívami sa v čase môžu meniť

a agregáciou dát od roku 1985 nevieme zachytiť vývoj aktív v obdobiach s iným makroekonomickým prostredím. V práci bolo zanedbané menové riziko.

Stále meniace sa podmienky na finančných trhoch sú dôvodom, prečo je tvorba investičného portfólia zložitá. V období 1985-2004 boli vzácne kovy triedou aktív s najnižšou zloženou ročnou mierou rastu (1,8% zlato; 0,4% striebro), zatiaľ čo dlhopisy dosiahli *CAGR* 9,95% pri oveľa nižšej volatilitě. Následne v období 2005-2023 zlato predstavovalo najvýnosnejšie aktívum s *CAGR* 8,5% a dlhopisy dosiahli *CAGR* iba 1,3% pri značne horšom rizikovo váženom výnose.

Analýza dlhšieho časového obdobia by mohla viesť k robustnejším výsledkom práce a jej implikáciám a využiteľnosti do budúcnosti. Prípadné zahrnutie ďalších špecifických makroekonomických veličín, ďalších tried aktív alebo širšia geografická diverzifikácia by taktiež mohli vylepšiť výpovednú hodnotu výsledkov.

Zoznam použitej literatúry

- [1] ANARKULOVA, Aizhan – CEDERBURG, Scott – O'DOHERTY, S. Michael. Beyond the Status Quo: A Critical Assessment of Lifecycle Investment Advice. [Online]. 2023. [cit. 2024-03-12]. 70 s. Dostupné na: <https://ssrn.com/abstract=4590406>
- [2] ANSON, J. P. Mark – FABOZZI, J. Frank – JONES, J. Frank. *The Handbook of Traditional and Alternative Investment Vehicles*. New Jersey: John Wiley & Sons. 2011. 518 s. ISBN 978-0-470-60973-6.
- [3] BODIE, Zvi – KANE, Alex – MARCUS. *Essentials of investments*. 9th ed. Irvine : McGraw-Hill/Irwin, 2012. ISBN 978-0-07-803469-5.
- [4] BODIE, Zvi – KANE, Alex – MARCUS, Alan. *Investments*. 10th ed. Irvine : McGraw-Hill Education, 2014. 1022 s. ISBN: 978-0-07-786167-4.
- [5] BREALEY, Richard – MYERS, Steward – ALLEN, Franklin. *Principles of Corporate Finance*. 12th ed. Irvine : McGraw-Hill Education, 2018. 421 s. ISBN 978-9353163631.
- [6] DEMIGUEL, Victor – GARLAPPI, Lorenzo – UPPAL, Raman. Optimal Versus Naive Diversification: How Inefficient is the 1/N Portfolio Strategy?. *Oxford University Press* [online]. 2009. [cit. 2024-04-10]. Dostupné na: <http://faculty.london.edu/avmiguel/DeMiguel-Garlappi-Uppal-RFS.pdf>
- [7] ELTON, Edwin a kol. (2014). *Modern portfolio theory and Investment analysis*. 2014. [cit. 2024-03-12]. 752 s. ISBN 978-1-118-46994-1.
- [8] FABOZZI, a kol. *The basics of finance: an introduction to financial markets, business finance, and portfolio management*. Hoboken : John Wiley & Sons, 2010. 665 s. ISBN 978-0-470-60971-2.
- [9] FABOZZI, a kol. *The Theory and Practice of Investment Management*. 2nd ed. Hoboken : John Wiley & Sons, 2011. 725 s. ISBN 978-0-470-92990-2.
- [10] FAMA, F. Eugene – MACBETH, D. James. Risk, Return, and Equilibrium: Empirical Tests. *Journal of Political Economy*, Vol. 81, No. 3, 1973. 607–636 s. <http://www.jstor.org/stable/1831028>
- [11] GUO, Danqiao a kol. (2019). When Does The 1/N Rule Work?. [online]. [cit . 2024-03-10]. 2019. 27 s. Dostupné na: <https://ssrn.com/abstract=3111531>
- [12] KRUGMAN, Paul – WELLS, Robin. *Economics*. 4th ed. New York : Worth Publishers. 2015. 1200 s. ISBN 978-1-4641-4384-7.

- [13] KINLAW, William a kol. *A Practitioner's Guide to Asset Allocation*. New Jersey: John Wiley & Sons, 2017. 256 s. ISBN 9781119397809.
- [14] LYÓCSA, Štefan – BAUMÖHL, Eduard – VÝROST, Tomáš. *Kvantitatívne metódy v ekonómii I*. Košice : ELFA, 2013. 200 s. ISBN 978-80-8086-209-1.
- [15] MALKIEL, G. Burton. The Efficient Market Hypothesis and Its Critics. *Journal of Economic Perspectives*. CEPS Working Paper No. 91 Princeton University. 2003. doi: 10.1257/089533003321164958.
- [16] MARKOWITZ, Harry. (1952). PORTFOLIO SELECTION*. *The Journal of Finance*, 7(1), 1952. 77-91 s. Dostupné na : <https://doi.org/10.1111/j.1540-6261.1952.tb01525.x>
- [17] MCMILLAN, Michael a kol. *Investments: Principles of Portfolio and Equity Analysis*. CFA Institute Investment Series. 2011. 144 s. ISBN 978-0-470-91580-6.
- [18] MICHAUD, O. Richard. The Markowitz Optimization Enigma: Is Optimized Optimal? *Financial Analysts Journal*: vol. 45. 1989. 31-42 s. doi:10.2307/4479185.
- [19] MISHKIN, a kol (2013). *The economics of money, banking and financial markets*. European ed. Pearson Education Limited. 2013. ISBN 978-0-273-73180-1.
- [20] MÜLLER, Heinz H. Modern Portfolio Theory: Some Main Results. *ASTIN Bulletin*. 19(S1). 2014. 9-27 s. doi:10.1017/S051503610000859X.
- [21] OTUTEYE, Eben - SIDDIQUEE, Mohammad. A Critique of Modern Portfolio Theory and Asset Pricing Models Based on Behavioral Insights from Benjamin Graham's Value Investing Paradigm. 2017. [cit. 2024-03-11]. Dostupné na: <http://dx.doi.org/10.2139/ssrn.3031382>
- [22] ROLL, Richard. A critique of the asset pricing theory's tests Part I: On past and potential testability of the theory. *Journal of Financial Economics*, 4 (2). 1997. 129–176 s. doi:10.1016/0304-405X(77)90009-5.
- [23] SHARPE, F. William. CAPITAL ASSET PRICES: A THEORY OF MARKET EQUILIBRIUM UNDER CONDITIONS OF RISK*. *The Journal of Finance*, 19(3), 1964. 425-442 s. <https://doi.org/10.1111/j.1540-6261.1964.tb02865.x>
- [24] SHARPE, F. William. Mutual fund performance. *The Journal of business* [online]. 39(1), 1966. 119-138 s. [cit. 2024-03-15]. Dostupné z: <https://www.jstor.org/stable/2351741>
- [25] SHARPE, F. William. *Investments*. Prentice-Hall. 1985. 617 s. ISBN: 9780135046975.
- [26] SORTINO, Frank. *The Sortino Framework for Constructing Portfolios: Focusing on Desired Target ReturnT to Optimize Upside Potential Relative to Downside Risk*, Elsevier Science. 2009. ISBN 978-0-12-374992-5.

[27] SPEARMAN, Charles. The Proof and Measurement of Association between Two Things. *The American Journal of Psychology*, 15(1), 1904. 72–101 s. <https://doi.org/10.2307/1412159>

[28] WEISS, M. David. *Financial Instruments: Equities, Debt, Derivatives, and Alternative Investments*. Portfolio. 2009. 366 s. ISBN: 9781591842279.