

EKONOMICKÁ UNIVERZITA V BRATISLAVE  
PODNIKOVOHOSPODÁRSKA FAKULTA SO SÍDLOM  
V KOŠICIACH  
KATEDRA KVANTITATÍVNÝCH METÓD

JOURNAL  
OF INNOVATIONS  
AND APPLIED  
STATISTICS

---

VEDECKÝ INTERNETOVÝ ČASOPIS

Ročník 13, 2023  
Číslo: 1

KOŠICE  
ISSN 1338-5224

# JOURNAL OF INNOVATIONS AND APPLIED STATISTICS

VEDECKÝ INTERNETOVÝ ČASOPIS  
Ročník 13, 2023  
Číslo 1

## Redakčná rada

### Predseda

Dr. h. c. prof. RNDr. Michal Tkáč, CSc. [Ekonomická univerzita v Bratislave]

### Členovia rady

prof. Ing. Iveta Hajdúchová, PhD. [Technická univerzita vo Zvolene]

prof. Ing. Jaroslava Kádárová, PhD. [Technická univerzita v Košiciach]

prof. Ing. Jozef Svetlík, PhD. [Technická univerzita v Košiciach]

doc. Ing. Emília Duľová Spišáková [Ekonomická univerzita v Bratislave]

doc. Ing. Barbora Gontkovičová, PhD. [Ekonomická univerzita v Bratislave]

doc. Ing. Jozefína Hvastová, PhD. [Ekonomická univerzita v Bratislave]

doc. Ing. Silvia Megyesiová, PhD. [Ekonomická univerzita v Bratislave]

doc. Ing. Rastislav Rajnoha, PhD. [Technická univerzita vo Zvolene]

doc. Ing. Michal Tkáč, PhD. [Ekonomická univerzita v Bratislave]

doc. Ing. Renáta Turisová, PhD. [Technická univerzita v Košiciach]

doc. PhDr. Ing. Robert Verner, PhD., MBA [Ekonomická univerzita v Bratislave]

Ing. Radoslav Potoma, PhD., MBA [Ekonomická univerzita v Bratislave]

### Zahraniční členovia

dr inž. Marcin Zawada [Technical University of Częstochowa, Poland]

doc. Ing. Šárka Vilamová, Ph.D. [Technická univerzita Ostrava, Czech Republic]

Prof. P. Cz. dr hab. Marek Szajt [Technical University of Częstochowa, Poland]

prof. Iryna Leonidivna Reshetnikova

[Kyiv National Economic University named after Vadym Hetman, Ukraine]

### Šéfredaktor

Ing. Matej Hudák, PhD.

### Vydáva

Ekonomická univerzita v Bratislave

Podnikovohospodárska fakulta so sídlom v Košiciach

Katedra kvantitatívnych metód

Tajovského 11

041 30 Košice

Publikácia neprešla jazykovou úpravou. Za obsah a jazykovú úroveň príspevkov zodpovedajú autori.

### Jún 2023

internetový časopis: <http://jiias.euke.sk/>

ISSN 1338-5224

# OBSAH ČÍSLA 1 / 2023

*THE DYNAMICS OF PUBLIC PROCUREMENT: INVESTIGATING OF SUPPLIER SUCCESS RATE IN CONTRACTOR RELATIONSHIPS*

*Radoslav Delina – Gabriel Demeter*

5

*RIEŠENIE OPTIMALIZAČNÉHO PROBLÉMU POMOCOU DYNAMICKÉHO PROGRAMOVANIA*

*Martina Horváthová*

15

*ANALÝZA VÝSLEDKOV ŠTVRTÉHO ROČNÍKA OLYMPIÁDY PODNIKOVÝ HOSPODÁR*

*Jozef Lukáč – Cyril Závadský*

22

*PREDIKCIA VÝKONNOSTNÝCH PARAMETROV AUKCIÍ*

*Marek Macik*

28

*CHANGES IN GREEN BOND IPOS CREDIT RATINGS DURING THE COVID-19*

*Jakub Sieber*

35

*VYUŽITIE NEPARAMETRICKÝCH METÓD ANALÝZY PREŽITIA NA ANALÝZU VPLYVU POHLAVIA NA DĽŽKU NEZAMESTNANOSTI*

*Patrícia Teplanová*

42

*VÝZNAM KATASTROFICKÉHO MODELU PRI RIADENÍ KATASTROFICKÉHO RIZIKA*

*Michal Závodný*

51



# THE DYNAMICS OF PUBLIC PROCUREMENT: INVESTIGATING OF SUPPLIER SUCCESS RATE IN CONTRACTOR RELATIONSHIPS

**doc. Ing. Radoslav DELINA, PhD.**  
**Ing. Gabriel DEMETER**

Technical University of Košice  
Faculty of Economics  
Námestie 32  
040 01 Košice, Slovak Republic

radoslav.delina@tuke.sk  
gabriel.demeter@tuke.sk

## Key words

*Success Rate, Supplier, Public Procurement, Savings, Collusion*

## Abstract

*This study explores the bilateral relationships between contractors and contracting authorities in the Slovak public procurement platform, EKS, with the goal of identifying potential indicators of collusion and inefficiency in procurement processes. Analyzing over 160,000 contracts, we employ an array of statistical methods, such as IQR filtering, descriptive statistics, random forest models, and regression analysis, to assess the importance of various variables and their potential influence on procurement outcomes. Our findings offer valuable insights into the dynamics between contractors and contracting authorities, highlighting opportunities to improve procurement efficiency and mitigate collusion risks. This research contributes to the literature on public procurement and collusion, underscoring the need for further investigation into the factors affecting procurement processes and the implementation of effective policies to promote transparency and fair competition.*

## Introduction

Public procurement is an essential aspect of government expenditure, accounting for a significant portion of a country's GDP. Effective and efficient procurement processes are crucial to promoting fair competition, ensuring transparency, and delivering value for money. However, public procurement is also susceptible to corruption, collusion, and inefficiencies, which can undermine the overall performance of the public sector and waste taxpayers' money.

In Slovakia, the Electronical Contractual System (EKS) serves as a public procurement platform for the government and various public entities. This system plays a vital role in enhancing the transparency and efficiency of public procurement processes. However, there is limited research on the bilateral relationships between contractors and contracting authorities in mentioned platform, particularly concerning potential indicators of collusion and inefficiencies.

This study aims to bridge this gap by analyzing a dataset of 160,000 contracts from the EKS to investigate the dynamics of contractor-contracting authority relationships and uncover potential inefficiencies and collusion indicators in the procurement process.

The primary objectives of this research are as follows:

- To provide a comprehensive analysis of the bilateral relationships between contractors and contracting authorities in the EKS public procurement platform.
- To identify potential indicators of collusion and inefficiencies in public procurement processes by examining various variables related to contract outcomes and contractor-contracting authority relationships.

- To employ a range of statistical analysis methods, including descriptive statistics, correlation analysis, random forest models, and regression analysis, to evaluate the importance and impact of different variables on procurement outcomes.
- To provide insights and recommendations for policymakers and stakeholders to improve procurement efficiency and reduce the risk of collusion in public procurement.

This study focuses on the analysis of over 160,000 contracts from the EKS in Slovakia, which offers a comprehensive view of the public procurement low volume contract structure of the country. However, the findings may not be directly generalizable to other countries or procurement systems due to differences in procurement regulations, market structures, and other contextual factors.

Additionally, while this research employs various statistical methods to uncover potential indicators of collusion and inefficiencies in the procurement process, the results should be interpreted with caution. The study does not establish causality between the identified variables and procurement outcomes, and further research is needed to validate and extend the findings.

Lastly, the available dataset presents certain limitations, including potential data quality issues and the exclusion of some variables that might be relevant to the analysis. Despite these limitations, this study contributes valuable insights into the dynamics of contractor-contracting authority relationships and provides a foundation for future research in this area.

## 1 Literature review

Supplier selection is an essential process that significantly impacts organizational performance. By identifying, screening, evaluating, analyzing, and contracting with suppliers, companies can reduce operational costs, improve time to market, enhance product quality, and increase the efficiency of the supply chain (Chai and Ngai, 2020). Moreover, the selection of the right suppliers can also lead to innovation in the procured goods and services, which can provide a competitive advantage to the organization (Koufteros et al., 2012; Thornton et al., 2013) and entire supply chain (Che and Wang, 2008).

To build an enlarged and trusted supply base, companies need access to global market data. By creating a pool of qualified suppliers that fulfill all the requirements of the procurer, companies can build trusted and low-risk negotiation or contractual conditions (Dubois et al., 2021, Chai and Ngai, 2020). This process involves analyzing the supply base and considering important elements such as the group of companies that can provide goods and services.

However, managing the supplier base can be challenging, and different perspectives and expectations can influence the required reduction or enlargement of the supplier base size. Some companies prefer reducing the number of suppliers in their supply chain to simplify operations, decrease costs, and build long-term relationships with strategic suppliers (Song et al, 2014, Sarkar and Mohapatra, 2006). However, this strategy can also lead to increased supply chain vulnerability and dependence on a limited number of suppliers.

In contrast, supplier enlargement can help mitigate risks and increase supply chain resilience by increasing supplier competition, accessing new markets, and building a more diversified supplier base (Delina et al, 2021). However, this strategy can also pose risks, such as higher procurement costs, increased complexity in supplier management, and a higher risk of quality issues or non-compliance with regulations.

To optimize supply chain performance, a trend in supply chain management is to balance supplier reduction and enlargement strategies. This involves analyzing supplier performance and risk factors, evaluating the benefits and risks of supplier reduction and enlargement, and adopting a tailored approach that suits the specific needs of the supply chain. Technology such as big data analytics, artificial intelligence, and blockchain can also help in supplier evaluation and management to improve supply chain efficiency and resilience.

One specific feature of supplier performance measurement that is gaining increasing attention is the success rate of suppliers in public tenders. As data from public procurement are open and offer interesting potential for analyzing this issue, it is worth exploring the potential benefits and risks of using this data to measure supplier performance. However, there is also a risk of potential collusion or risk behavioral signal in such data, which must be carefully considered before using it as a measure of supplier performance (Toth et al, 2015).

In conclusion, supplier selection is an essential process that impacts organizational performance, and managing the supplier base can be challenging (Salam & Khan, 2018). While supplier reduction and enlargement strategies have their respective benefits and risks, the trend in supply chain management is to balance these strategies to optimize supply chain performance. With the help of technology, companies can analyze supplier performance and risk factors to adopt a tailored approach that suits their specific needs. By understanding specific features of supplier performance measurements, such as the success rate of suppliers in public tenders, companies can make informed decisions and improve supply chain efficiency and resilience.

## 2 Data and methodology

The dataset used in this study is sourced from the Electronical Contractual System (EKS) in Slovakia, which serves as a public procurement platform for government and public entities. The dataset comprises over 160,000 contracts, providing a comprehensive view of the public procurement landscape in the country, concerning the lower public contracts. The data covers various aspects of the procurement process, including information on contractors, contracting authorities, contract values, the number of applicants, and contract outcomes.

The primary focus of the analysis is the bilateral relationship between contractors and contracting authorities, with an emphasis on identifying potential indicators of collusion and inefficiencies in the procurement process. To this end, several variables related to contract outcomes and contractor-contracting authority relationships are considered, including mean savings, the number of contracts, contract values, and bidding patterns.

The raw dataset required preprocessing and transformation to ensure that the data is suitable for analysis. The following steps were undertaken during the data preprocessing stage:

- Cleaning: The dataset was cleaned to remove any inconsistencies, duplicate entries, and missing values. This step ensures that the data is accurate and reliable for the subsequent analysis.
- Aggregation: Group-level statistics were calculated for the bilateral relationships between contractors and contracting authorities. These statistics include variables such as mean savings, the number of contracts, contract values, and bidding patterns.
- Outlier detection and removal: The interquartile range (IQR) method was used to identify and remove outliers in the dependent variable, mean of savings. This step ensures that the analysis is not unduly influenced by extreme values.
- Variable construction: New variables were constructed from the existing data to better capture the relationships between contractors and contracting authorities. These variables include binned contract counts, quantile-binned contract sums, and interaction terms for regression analysis.

A range of statistical analysis methods were employed to investigate the dynamics of contractor-contracting authority relationships and identify potential indicators of collusion and inefficiencies in the procurement process. The analysis methods include:

- Descriptive statistics: Descriptive statistics were calculated for all variables of interest to provide an overview of the data and identify patterns and trends.
- Correlation analysis: Kendall Tau correlation coefficients were computed to assess the relationships between variables and identify potential multicollinearity issues.
- Random forest models: A random forest model was used to evaluate the importance of different variables in predicting procurement outcomes and assess the potential collinearity between predictors.
- Regression analysis: Multiple regression models were developed to estimate the impact of various variables on mean savings, accounting for potential interaction effects and multicollinearity issues.

These statistical analysis methods were applied iteratively to refine the models and enhance the understanding of contractor-contracting authority relationships in the EKS platform. The results provide valuable insights into potential collusion indicators and inefficiencies in the public procurement process, informing the development of anti-collusion policies and interventions.

### 3 Results

The descriptive statistics present in Tab. 1 provide essential insights into the overall characteristics of the dataset, revealing patterns and trends in the procurement process. A critical observation from the data is the highly skewed distribution of the contract count variable. This skewness suggests that a substantial number of bilateral relationships between contractors and contracting authorities involve only a few contracts. The skewed distribution may be due to a high concentration of small-scale procurement projects, with a few large-scale projects dispersed throughout the data.

This observation could potentially have significant implications for the efficiency and competitiveness of procurement processes across different bilateral relationships. The mean savings, applicants' mean, and applicants' standard deviation all demonstrate considerable variation, indicating heterogeneity in the procurement process. The variation in mean savings across different bilateral relationships may reflect disparities in contract negotiation outcomes or differences in the degree of competition among applicants. In some cases, lower mean savings might be associated with less competitive procurement processes or potential collusive behavior.

Furthermore, the variation in applicants' mean and standard deviation across different bilateral relationships highlights the differences in the number of bidders participating in procurement processes. These variations may be influenced by factors such as market size, industry competition, or barriers to entry. A higher number of applicants could be associated with more competitive procurement processes, leading to more efficient outcomes. Conversely, a lower number of applicants might suggest less competition and potentially even collusion, resulting in less favorable contract outcomes for the contracting authorities.

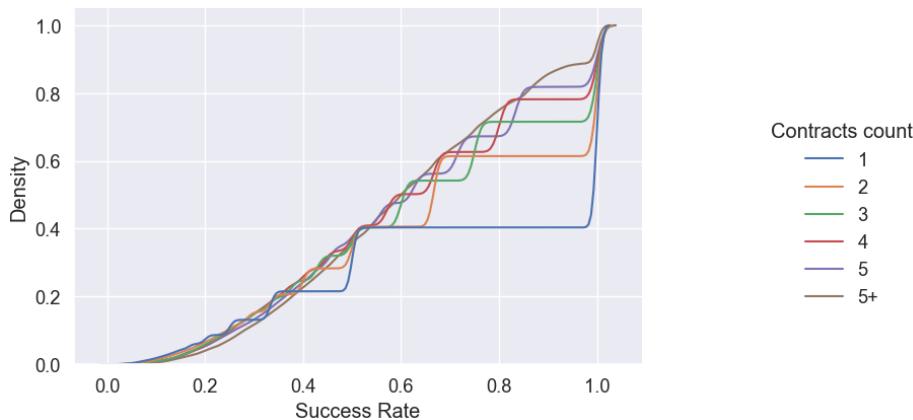
**Tab. 1 Descriptive statistics of analyzed variables**

Variable	Success Rate	Mean Savings	Mean Applicants	StD Applicants	Volume Mean	Volume Sum	Contracts Count
<b>Mean</b>	0.705	0.147	3.560	0.479	18750.95	39621.77	2.887
<b>StD</b>	0.315	0.146	2.356	0.948	46405.31	124159.26	11.227
<b>Min</b>	0.010	0.000	1.000	0.000	0.77	0.77	1.000
<b>1st Quartile</b>	0.478	0.016	2.000	0.000	883.87	1332.62	1.000
<b>Median</b>	0.794	0.107	3.000	0.000	3350.00	5583.23	1.000
<b>3rd Quartile</b>	1.000	0.235	4.667	0.707	15400.00	26990.00	2.000
<b>Max</b>	1.000	0.598	29.000	13.435	3480000.00	6496766.53	1556.000

*Source: Own calculations*

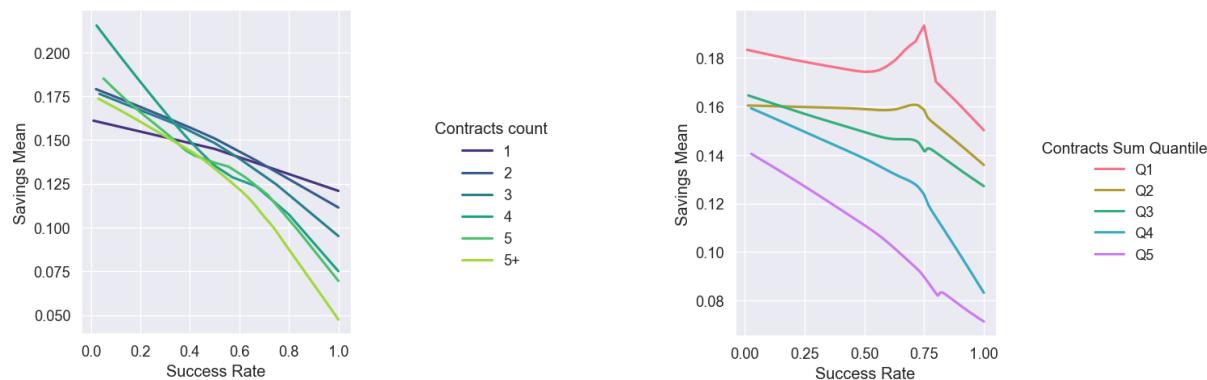
The descriptive statistics in Tab. 1 also reveal potential relationships between the size of procurement projects and the characteristics of contractor-contracting authority relationships. For instance, larger procurement projects might involve more established and experienced contractors, leading to different negotiation dynamics and outcomes compared to smaller projects. Understanding these patterns and trends in the data is crucial for identifying potential inefficiencies and areas of improvement in public procurement processes.

In order to delve deeper into the relationships between variables, firstly, we present Graph 1, which reveal intriguing patterns. Notably, the probability of a higher success rate, which might serve as a potential collusion signal, decreases as the contract count increases. This outcome can be explained by the diminishing likelihood of a single contractor winning all contracts with a given contracting authority as the number of contracts rises, thus increasing the opportunity for collusion.



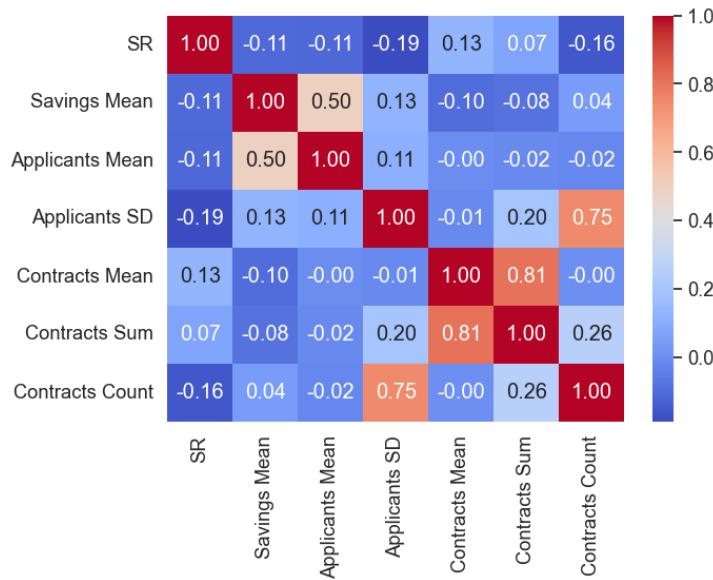
**Graph 1 Distribution of Success rate depending on contracts count of the bilateral contractor-contracting authority relationship**

Furthermore, the graphical analysis in Graph 2 and 3 shows that the slope of the lowess curve, when assessing relationship between success rate and mean savings, becomes increasingly negative as the contract count and contract sum of bilateral relationship grows. This trend indicates a negative relationship between contract count and mean savings, suggesting that as the number of contracts within a bilateral relationship increases, while considering a higher success rate values, the average savings per contract may decrease (also valid for contracts sum variable in this concept). This finding with the phenomenon of decreasing density of higher success rates (Graph 1) may be attributed to signals of collusive behavior.



**Graph 2, 3 Relation between Success Rate and Savings mean depending on contracts count (left), and contracts sum (right)**

To evaluate the relationships between variables and detect any potential multicollinearity issues that could affect the interpretation of the results, Kendall Tau coefficients correlation matrix is presented in Graph 4. The analysis reveals a strong 0.81 correlation between contract mean and contract sum, which could be attributed to the high prevalence of single-contract relationships in the dataset. This strong association implies that, in many cases, contracts with larger monetary values tend to have higher mean values as well, possibly due to factors such as economies of scale, risk aversion, or the nature of the goods and services being procured. It is important to consider these correlations when interpreting the results of the statistical analysis, as they provide valuable context for understanding the dynamics at play in public procurement processes and potential areas of concern or improvement.

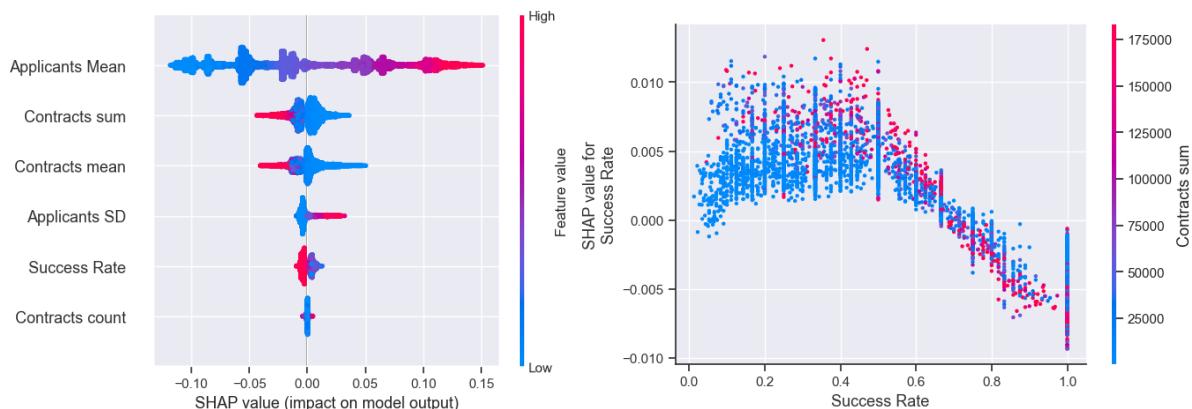
**Graph 4 Correlation matrix of Kendall Tau coefficients between analyzed variables**

### Random Forest Model

A random forest model was employed to assess the relative importance of different predictors in predicting procurement outcomes and to evaluate potential collinearity between predictors. The random forest model is particularly suitable for this task, as it is capable of handling complex relationships between variables, assessing interactions, and accounting for non-linear effects.

The model achieved an  $R^2$  value of 37.88%, indicating that it could explain approximately 37.88% of the variation in procurement outcomes. The mean absolute error (MAE) of the model was 0.0884, while the mean squared error (MSE) was 0.0131. These metrics suggest that the model's predictions were reasonably accurate, although there remains room for improvement.

The random forest model revealed that the most important predictors of procurement outcomes, as presented in Graph 4, were the mean number of applicants in contracts between a contractor and a contracting authority, the mean value of the contracts procured together, and the total value of contracts procured together. These variables were followed by the standard deviation of the number of applicants in contracts, the success rate of a contractor in winning contracts with a specific contracting authority, and number of contracts procured together in the analyzed relationship.

**Graph 4, 5 Summary of SHAP values on chosen predictors (left), Dependence plot of Success Rate and its model importance on different values of SR variable (right)**

The results of the random forest model provide valuable insights into the factors that influence procurement outcomes in public procurement processes. The findings underscore the importance of competition and the scale of procurement activities in determining the efficiency of procurement processes and suggest that a greater number of applicants and larger contract values are important for describing the mean savings of the contractor-contracting authority relationship.

Graph 5 presents an insightful examination of the potential interaction between the success rate and the sum of contracts within a bilateral relationship between contractors and contracting authorities. The graph highlights that, in the success rate interval up to approximately 0.65, contractor-contracting authority relationships with a greater number of realized contracts are associated with increased importance in predicting higher savings in the procurement process.

Interestingly, a turning point is observed around a 0.65 success rate, where relationships with higher contract sums become more significant in predicting lower savings as opposed to relationships with lower contract volumes. This finding underscores the complex interplay between success rates, contract sums, and procurement savings, warranting further investigation to better understand the implications for public procurement efficiency.

### Regression Analysis

In this section, we present the results of multiple regression analyses (Tab. 2) to estimate the impact of various predictors on the mean savings of bilateral relationships between contractors and contracting authorities. The analysis involved the development of three regression models: a baseline model without interaction terms, a model with interaction terms involving the success rate and the contracts count, and a model with interaction terms involving the success rate and the logarithm of the contracts sum. The objective of these models was to identify significant relationships between mean savings and the variables related to the contractor-contracting authority relationships while accounting for potential interaction effects and multicollinearity issues.

**Tab. 2 Estimated Regression models**

	Model 1	Model 2	Model 3
Applicants mean	0.0349 *** (0.0003)	0.0349 *** (0.0003)	0.0349 *** (0.0003)
ln(Contracts sum)	-0.0104 *** (0.0003)	-0.0081 *** (0.0007)	-0.0104 *** (0.0003)
Contracts count	0.0007 *** (0.0001)	0.0007 *** (0.0001)	0.0010 *** (0.0003)
Success Rate	-0.0163 *** (0.0017)	0.0110 (0.0074)	-0.0150 *** (0.0019)
Interaction: Count*SR		-0.0033 *** (0.0008)	
Interaction: ln(Sum)*SR			-0.0006 (0.0004)
N	54649	54649	54649
R2	0.3485	0.3487	0.3486

Standard errors are heteroskedasticity robust. \*\*\* p < 0.001; \*\* p < 0.01; \* p < 0.05.

Source: Own calculations

The baseline regression model (Model 1) incorporated the mean number of applicants, the logarithm of the contract sum, and the contract count as independent variables. The results indicate significant positive relationships between mean savings and the mean number of applicants, as well as significant negative relationships between mean savings and the logarithm of the contract sum and the contract count. These findings suggest that higher mean number of applicants and lower contract sum and contract count are associated with higher mean savings in contractor-contracting authority relationships.

To investigate the potential interaction effects between the success rate and the other independent variables, two additional models were developed. Model 2 included interaction terms between the success rate and the contracts count, while Model 3 incorporated interaction terms between the success rate and the logarithm of the contract sum. The results revealed significant interaction effects in both models, implying that the relationship between the success rate and mean savings is influenced by the contract count and contract sum in the bilateral relationships.

Specifically, the interaction between the success rate and the contract count in Model 2 suggests that the effect of the success rate on mean savings becomes more pronounced as the contract count increases. This finding may indicate that the potential for collusion increases when there is a larger number of contracts between the contractor and the contracting authority, reflecting increased collusive behavior in the procurement process.

Similarly, the interaction between the success rate and the logarithm of the contract sum in Model 3 indicates that the effect of the success rate on mean savings becomes stronger as the contract sum increases. This suggests that the potential for collusion multiplies in larger procurement processes, where increased scrutiny and oversight may increase the opportunities for anti-competitive behavior.

To further validate the importance of these interaction effects, an analysis of variance (ANOVA) was conducted to compare the baseline model (Model 1) with the interaction models (Model 2 and Model 3). The ANOVA results confirmed the significance of the interaction terms, providing evidence that the inclusion of these terms improves the explanatory power of the models and helps to better capture the dynamics of potential collusion in public procurement processes.

In summary, the regression analysis presented in this section highlights the importance of considering both the direct effects of variables related to the contractor-contracting authority relationships and their interaction effects in understanding the potential for collusion in public procurement processes. The results provide valuable insights into the factors that influence mean savings of contracts realized by these relationships and underscore the need for policymakers and practitioners to closely monitor these relationships and promote competitive procurement processes to enhance efficiency and transparency.

## 4 Discussion

### Key findings

The analysis of the public procurement data from Slovakia has led to several key findings that contribute to a deeper understanding of the dynamics and potential inefficiencies in public procurement processes. Among the most significant findings are:

- The identification of potential collusion indicators, such as the success rate of contractors with specific contracting authorities. This finding emphasizes the importance of closely monitoring bilateral relationships between contractors and contracting authorities in order to detect potential collusive behavior.
- The uncovering of interaction effects between the success rate of contractors and both the logarithm of the total contract sum and the number of contracts awarded. These interaction effects suggest that the relationship between the success rate of contractors and mean savings is influenced by the size and volume of contracts involved.

These findings highlight the complexities and challenges inherent in public procurement processes and emphasize the importance of vigilance and due diligence in monitoring and regulating such processes to ensure efficiency, transparency, and fair competition.

### Implications for Public Procurement Efficiency

Firstly, the analysis uncovers the presence of potential collusion indicators, such as the proportion of contracts won by a contractor with a specific contracting authority, which emphasizes the importance of closely monitoring bilateral relationships between contractors and contracting authorities to ensure fair and transparent procurement practices. By identifying and addressing such indicators, procurement authorities can work towards creating a more competitive and efficient procurement environment.

Lastly, the interaction effects discovered between the proportion of contracts won by a contractor with a specific contracting authority and the logarithm of the total contract sum, as well as between the proportion of contracts won and the contract count, indicate that the relationship between the proportion of contracts won and mean savings is influenced by the contract sum and contract count. This finding implies that the impact of potential collusion indicators on procurement outcomes may vary depending on the size and frequency of contracts within bilateral relationships. Understanding these interaction effects can provide valuable insights into the complexity of procurement processes and help inform targeted interventions to enhance procurement efficiency and reduce the risk of collusion.

### Potential Indicators of Collusion:

The findings of this study point towards several potential indicators of collusion in public procurement processes that warrant closer attention:

- Success rate of contractors: The proportion of contracts won by a contractor with a specific contracting authority can act as a signal for potential collusion if this value remains consistently high. A higher success rate could indicate an unfair advantage or potentially a collusive agreement between the parties involved.
- Number of contracts: A higher number of contracts between a contractor and a contracting authority might be indicative of a higher probability of collusion. This is supported by the observation that the likelihood of a higher success rate decreases as the number of contracts increases, making it more challenging for a single contractor to consistently secure contracts with a particular authority.
- Size of procurement: The negative relationship between the size of procurement and the mean savings achieved suggests that larger procurement processes might be more susceptible to inefficiencies and potential collusion. This highlights the importance of implementing increased scrutiny and oversight in cases involving significant contract sums.

In conclusion, this study underscores the importance of closely examining bilateral relationships in public procurement to identify potential indicators of collusion. By closely monitoring these indicators and fostering competition, policymakers and practitioners can work towards enhancing the efficiency and transparency of public procurement processes.

## 5 Conclusion

In this study, we investigated the bilateral relationships between contractors and contracting authorities in Slovakia's public procurement data, with a particular focus on potential collusion indicators and their implications for procurement efficiency. Our analysis uncovered several key findings that contribute to the understanding of the dynamics and potential inefficiencies in public procurement processes.

We identified the presence of potential collusion indicators, such as the success rate of contractors with specific contracting authorities. This metric signifies the proportion of contracts won by a contractor in their relationship with a particular contracting authority, highlighting the importance of monitoring these relationships for potential collusion.

Additionally, we discovered interaction effects between the success rate of contractors and contract-related variables, which indicate that the size and frequency of contracts have a significant influence on the relationship between contractor success rate and procurement outcomes. This finding emphasizes the importance of considering contract-specific factors when assessing the efficiency and competitiveness of public procurement processes.

## Contributions and Future Research Directions

This research adds to the existing body of literature on public procurement and collusion by exploring the significance of bilateral relationships and their potential impact on procurement efficiency. The findings serve as a foundation for further studies to investigate the intricacies of public procurement processes in various countries and contexts.

Future research could focus on several aspects, such as:

- Broadening the analysis to encompass additional variables relevant to collusion detection. This would provide a more comprehensive understanding of potential collusion indicators and their effects on procurement efficiency.
- Utilizing advanced analytical techniques, such as machine learning algorithms, to develop more sophisticated models for predicting and detecting collusion in public procurement. This could enhance the accuracy and effectiveness of identifying collusion patterns and help to better address these issues.
- Investigating the efficacy of policy interventions aimed at promoting competition and reducing the risk of collusion in public procurement processes. By assessing the impact of different policies, researchers can offer valuable insights to policymakers and practitioners on how to improve the efficiency and transparency of public procurement systems.

## Policy Recommendations

Drawing from the findings of this study, several policy recommendations can be put forward to enhance public procurement efficiency and mitigate the risk of collusion. First, it is crucial to monitor potential collusion indicators, such as the proportion of contracts won by a contractor with a specific contracting authority, and investigate cases with consistently high values to ensure fair competition and efficient use of public resources.

Second, fostering competitive procurement processes is vital. Encouraging a higher number of applicants and implementing measures to prevent anti-competitive practices can contribute to a more efficient procurement environment.

Third, it is essential to implement stricter oversight and controls for large procurement processes, as these may be more susceptible to inefficiencies and potential collusion. By closely monitoring and regulating these processes, the risk of collusion can be reduced.

By implementing these recommendations, policymakers can contribute to enhancing the efficiency, transparency, and fairness of public procurement processes, ultimately leading to better allocation of public resources and improved public services.

***The research was supported by the Slovak Research and Development Agency under the project APVV-20-0608 „The research of behavioural patterns on big data within public and commercial procurement with negative impact on efficiency of procurement processes“.***

## References

- Chai, J., & Ngai, E. W. (2020). Decision-making techniques in supplier selection: Recent accomplishments and what lies ahead. *Expert Systems With Applications*, 140, 112903. <https://doi.org/10.1016/j.eswa.2019.112903>
- Koufteros, X., Vickery, S. K., & Dröge, C. (2021). The effects of strategic supplier selection on buyer competitive performance in matched domains: does supplier integration mediate the relationships? *Journal of Supply Chain Management*, 48, 93-115. <https://doi.org/10.1111/j.1745-493X.2012.03263.x>
- Thornton, L. M., Autry, C. W., Gligor, D. M., & Brik, A. B. (2013). Does Socially Responsible Supplier Selection Pay Off for Customer Firms? A Cross-Cultural Comparison. *Journal of Supply Chain Management*, 49(3), 66–89. <https://doi.org/10.1111/jscm.12014>
- Che, Z. H., & Wang, H. S. (2008). Supplier selection and supply quantity allocation of common and non-common parts with multiple criteria under multiple products. *Computers & Industrial Engineering*, 55, 110–133.
- Dubois, A., Gadde, L., & Mattsson, L. (2021). Purchasing behaviour and supplier base evolution – a longitudinal case study. *Journal of Business & Industrial Marketing*. <https://doi.org/10.1108/jbim-11-2018-0328>
- Delina, R., Olejarova, R., & Doucek, P. (2021). Effect of a new potential supplier on business-to-business negotiations performance: evidence-based analysis. *Electronic Commerce Research*, 1-30. <https://doi.org/10.1007/s10660-021-09524-6>
- Toth, B., Fazekas, F., Czibik, A., & Tóth, I. J. (2015). Toolkit for detecting collusive bidding in public procurement. With examples from Hungary (CRC-WP/2014:02). *Corruption Research Center Budapest*.
- Salam, M. A., & Khan, S. U. (2018). Achieving supply chain excellence through supplier management. *Benchmarking: An International Journal*, 25(9), 4084–4102. <https://doi.org/10.1108/bij-02-2018-0042>
- Sarkar, A., & Mohapatra, P. K. (2006). Evaluation of supplier capability and performance: A method for supply base reduction. *Journal of Purchasing and Supply Management*, 12(3), 148–163. <https://doi.org/10.1016/j.pursup.2006.08.003>
- Song, D., Dong, J., & Xu, J. (2014). Integrated inventory management and supplier base reduction in a supply chain with multiple uncertainties. *European Journal of Operational Research*, 232(3), 522–536. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2013.07.044>

# RIEŠENIE OPTIMALIZAČNÉHO PROBLÉMU POMOCOU DYNAMICKÉHO PROGRAMOVANIA

## SOLUTION OF THE OPTIMIZATION PROBLEM USING DYNAMIC PROGRAMMING

**Ing. Martina HORVÁTHOVÁ**

University of Economics in Bratislava  
 Faculty of Economic Informatics  
 Department of Mathematics and Actuarial Science  
 Dolnozemská cesta 1/b  
 852 35 Bratislava, Slovak Republic  
 martina.horvathova@euba.sk

**Abstract**

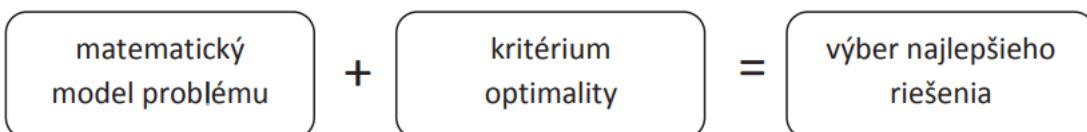
The goal of dynamic optimization is to determine a set of important ones in an open control loop variable time profiles (pressure, temperature, flow, electric current, heat output, ...) for dynamic systems that optimize a given purpose-built function with respect to specific limitations (safety, environmental and operational limitations). Optimal management says about determining the best time-varying profiles in a closed loop.

**Key words**

*dynamic programming, Bellman's principle, optimization problem, Knapsack 0-1 Problem*

### Úvod

Optimalizačný problém vzniká pri výbere z viacerých variantov riešenia, kedy hľadáme najlepší z variantov. Ak by sme chceli optimalizačný problém sformulovať prehľadne matematicky, formuláciu zobrazíme na nasledovnom obrázku



**Obr. č. 1 Matematická formulácia optimalizačného problému**

*Zdroj: vlastné spracovanie*

Pri klasifikácii optimalizačných problémov rozlišujeme: alokačné problémy (optimálne rozdelenie zdrojov – maximalizácia zisku), problémy plánovania (minimalizácia celkových výrobných nákladov), problémy approximácie (minimalizovať chybu approximácie v zmysle určitého kritéria), konfliktné situácie (situácie s protikladnými záujmami účastníkov)...

Rozlišujem statickú a dynamickú optimalizáciu. My sa budeme zaoberať dynamickou optimalizáciou, no považujeme za dôležité vysvetliť, v čom sa lísi od statickej. Rozdiel medzi dvomi spomenutými druhmi je, že statická optimalizácia má za úlohu dosiahnuť optimálne hodnoty veličín v ustálenom stave, ktoré zabezpečia najlepší ekonomický alebo technologický výsledok riadenia (napr. maximálna kvalita výroby alebo naopak minimálne straty).

## 1 Dynamické programovanie

Princíp *rozdeluj a panuj* (divide-and-conquer) využívaný pri riešení mnohých problémov pracuje nasledovne: veľký problém rozdelíme na viaceré samostatné menšie podproblémy. Tieto podproblémy najskôr vyriešime a výsledky použijeme (skombinujeme) na vytvorenie riešenia celého veľkého problému. V dynamickom programovaní využijeme extrémny prístup k tomuto princípu: keď presne nevieme, ktoré podproblémy treba vyriešiť, jednoducho ich vyriešime všetky, výsledky si zapamätáme a opäť využijeme na doriešenie väčších problémov.

Pri aplikovaní dynamického programovania musíme počítať s niektorými úskaliami. Po prvé, nie vždy je možné skombinovať riešenia menších problémov na vytvorenie riešenia väčšieho problému a po druhé, počet malých problémov, ktoré potrebujeme vyriešiť môže byť príliš veľký. Nedá sa precízne vyčleniť, ktoré problémy sa dajú vhodne takto riešiť, ale sú určité ukazovatele, ktoré nám pomáhajú:

- optimálna podštruktúra,
- prelínajúce sa podproblémy.

### Problém optimálneho riadenia dynamického systému

#### I. Vyjadrenie optimalizačného problému

Uvažujeme úlohu riadenia deterministických spojitých dynamických systémov:

$$\begin{aligned} x(t) &= f_p(x, u, t) \\ y(t) &= g_p(x, u, t) \end{aligned} \quad (1.1)$$

kde

$x(t)$  – stav systému,

$u(t)$  – riadiaci vektor,

$y(t)$  – výstupný vektor.

Obmedzenie veličín je dané nasledovne:

$$\begin{aligned} u(t) &\in U \subset R^r \\ x(t) &\in X \subset R^r \end{aligned} \quad (1.2)$$

Na začiatku riešenia problému zvyčajne poznáme počiatočný stav dynamického systému, ktorý označíme  $x(t_0) = x_0$ . Našou úlohou je riadiť problém tak, aby na konci intervalu riadenia  $\langle t_0, t_1 \rangle$  bol dynamický systém v stave  $x(t_1) = x_1$ . Keďže prechod zo stavu  $x(t_0)$  do  $x(t_1)$  môže byť uskutočnený rôzne, je potrebné zadefinovať kritérium kvality riadenia, ktoré ohodnotí úlohy. To znamená, že každému riešeniu priradí reálne číslo. Výberom najvyššieho čísla budeme schopní vybrať optimálne riadenie. V úlohách dynamického programovania vyjadrimo kritérium kvality nasledovne:

$$J(t_0, x(t_0), t_1, x(t_1), u(t)) = h(x(t_1)) + \int_{t_0}^{t_1} g(x, u, t) dt \quad (1.3)$$

kde

$h, g$  – skalárne súčiny

$h(x(t_1))$  – hodnotí cieľ trajektórie

$\int_{t_0}^{t_1} g(x, u, t) dt$  – hodnotí priebeh.

Úloha optimalizačného riadenia dynamického systému potom spočíva určení takého riadenia  $u(t)$  systému, aby splnila obmedzenia a bol dosiahnutý koncový stav  $x(t_1)$  a zároveň kritérium kvality riadenia bolo minimálne. Takéto riadenie je potom považované za optimálne, čo označíme symbolom hviezdičky  $-u^*(t)$ . Zadaná úloha optimalizačného riadenia môže mať určité modifikácie:

- koniec trajektórie – čas  $t_1$  a stav  $x(t_1)$  môže byť pevne daný – úloha s pevným koncom trajektórie,
- ak nie je určený koncový čas  $t_1$  – úloha s voľným koncovým časom,
- koncový stav  $x(t_1)$  nemusí byť určený – úloha s voľným koncom trajektórie.

Ak vezmeme do úvahy všetky vyššie opísané skutočnosti, môžeme zjednodušene povedať, že v úlohe optimalizačného riadenia hľadáme extrém funkcionálu pri rešpektovaní obmedzení danými stavovou rovnicou systému a obmedzujúcich podmienok.

Formy zápisu účelovej funkcie (optimalizačné kritérium, hodnota funkcionálu): Bolzov tvar, Lagrangeov tvar, Mayerov tvar.

1. Lagrangeova úloha spočíva v minimalizácii funkcionálu

$$J_1(u(t)) = \int_{t_0}^{t_f} F(x(t), u(t), t) dt \quad (1.4)$$

s obmedzením  $f(x, \dot{x}, t) = 0$ , úlohu riešime zavedením rozšíreného funkcionálu.

2. Mayerová úloha

$$J_2(u(t)) = G(x(t_f), t_f) \quad (1.5)$$

3. Bolzova úloha

$$J_3(u(t)) = G(x(t_f), t_f) + \int_{t_0}^{t_f} F(x(t), u(t), t) dt \quad (1.6)$$

kde

$J$  – optimalizačné kritérium

$G$  – časť účelovej funkcie vyčíslenej v koncových podmienkach

$\int_{t_0}^{t_f} F dt$  – časť účelovej funkcie vyčíslenej počas časového intervalu

$x(t)$  – vektor stavového profilu

$u(t)$  – vektor riadiaceho profilu

Pri využití zadefinovaných vzťahov a pojmov sa môžeme stretnúť s dvomi variantami úlohy optimálneho riadenia pri známom stave systému:

- A. Problém programového optimalizačného riadenia – pri známom počiatočnom stave systému  $u = u^*[t, x_0]$
- B. Problém spätnoväzbového optimalizačného riadenia – pri známom okamžitej stave systému  $u = u^*[t, x(t)]$

## II. Riešenie optimalizačného problému

Prístupy, ktoré môžeme využiť pri riešení problému optimálneho riadenia môžeme zaradiť buď do skupiny tých analytických metód, ktoré boli používané donedávna alebo do numerických metód, ktoré sú viacej preferované v súčasnosti.

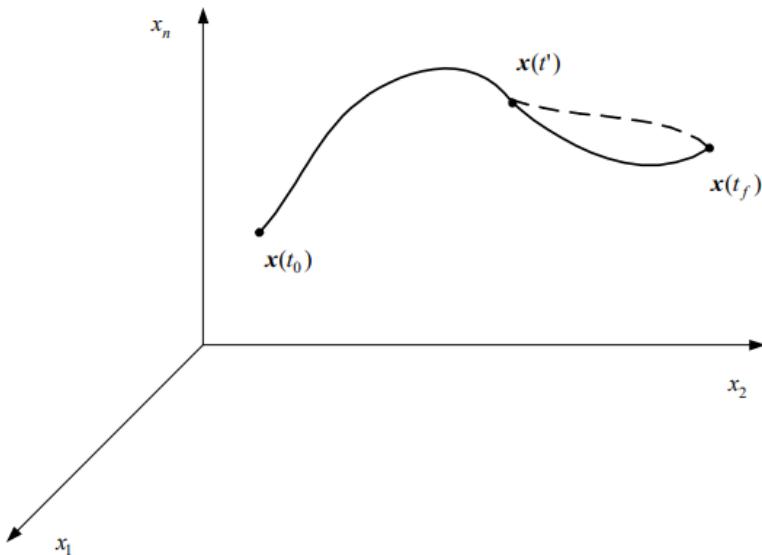
Najdôležejšie metódy používané na riešenie problémov optimálneho riadenia:

- dynamické programovanie (Bellmanov princíp optimality),
- variačný počet – problémy optimalizačného riadenia bez rešpektovania obmedzenia,
- Pontrjaginov princíp minima (maxima) – problémy optimalizačného riadenia pri rešpektovaní obmedzení.

## 2 Bellmanov princíp optimality

V päťdesiatych rokoch minulého storocia Bellman a jeho spolupracovníci rozpracovali nový prístup k riešeniu variačných úloh, ktorým bola práve metóda dynamického programovania. Metóda dynamického programovania sa často používa pri analýze a syntéze systémov automatického riadenia. (Bellman, 1957) Spomenutá metóda je založená na princípe optimality. Ak by sme vo všeobecnosti chceli vysvetliť, o čom je Bellmanov princíp, jeho definícii môžeme formulovať nasledovne: "Ak existuje optimálna cesta z A do C, každá čiastková cesta z B do C je tiež optimálna".

Vo všeobecnosti môžeme tvrdiť, že dynamické programovanie často pomáha vyriešiť problém, ktorého vyriešenie by pri inej zvolenej metóde, bolo časovo oveľa náročnejšie. Pojem 'Bellmanova rovnica' je zvyčajne využívaný pre rovnicu dynamického programovania popisujúceho optimalizačný problém v diskrétnom čase. Pre optimalizačný problém v spojitém čase hrá analogickú úlohu parciálna diferenciálna rovnica nazývaná aj Hamiltonova – Jacobiho - Bellmanova rovnica.



**Obr. č. 2 Grafická interpretácia Bellmanovho princípu optimality**

Zdroj: vlastné spracovanie

Princíp optimálnosti možno formulovať i takto:

- optimálna stratégia nezávisí od predhistórie a je určená len začiatočnou podmienkou a koncovým cieľom,
- zvláštnosť metódy, ktorá využíva princíp optimálnosti, spočíva v tom, že časti optimálnej trajektórie sa určujú od konca trajektórie, začínajúc z predpísaného koncového stavu  $x(t_f)$ ,
- pri delení trajektórie na niekoľko úsekov možno, pohybujúc sa od konca trajektórie, mať presvedčenie o optimálnosti posledného úseku trajektórie a potom o optimálnosti všetkých predchádzajúcich úsekov,
- optimálnosť jednotlivých úsekov trajektórie závisí od optimálnosti celej trajektórie,
- opačné tvrdenie neplatí, t. j. optimálnosť celej trajektórie nevyplýva z optimálnosti jednotlivých úsekov. (Laščiak, 1985)

## 2.1 Aplikácia diskrétneho dynamického programovania na optimalizačný problém

Pre znázornenie typických procesov použitých pri riešení úloh práve dynamickým programovaním, použijeme jeden z najznámejších príkladov pre aplikáciu princípu optimality - **Problém batohu**. Ide o také riešenie aplikáčného charakteru, kedy je potrebné vybrať z určitého súboru dopredu zadaný počet predmetov tak, aby bola celková úžitkovosť tohto výberu čo najvyššia – maximalizujeme zisk, výnos, a pod. Keďže vo väčšine historických publikácií sa predmety vkladali do batohu, nazývame takúto úlohu ako problém batohu. (Laščiak, 1985)

Všeobecná formulácia problému:

- $N$  druhov výrobku,
- každý druh má určenú hmotnosť  $v_i$ , kde  $i = 1, 2, \dots, N$ ,
- každý druh má určenú výnosnosť  $c_i$ , kde  $i = 1, 2, \dots, N$ ,
- zadaná je maximálna hmotnosť, ktorú batoh unesie,
- úlohou je vybrať výrobky tak, aby bola ich výnosnosť čo najvyššia.

Matematická formulácia problému:

- $x$  – hmotnostná kapacita batohu,
- $x_i$  – počet naložených výrobkov  $i$  – tého druhu v batohu,
- úloha celočíselného programovania: nájsť maximum účelovej funkcie:

$$F(x_1, \dots, x_N) = c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_Nx_N = \sum_{i=1}^N c_i x_i \quad (1.7)$$

za podmienok

$$\begin{aligned} v_1x_1 + v_2x_2 + \dots + v_Nx_N &\leq x \\ x_i &\geq 0, \quad i = 1, 2, \dots, N \end{aligned} \quad (1.8)$$

Formulácia problému ako optimalizácia  $N$ -etapového rozhodovacieho procesu, pričom v podľa vyššie spomenutého princípu dynamického programovania rozdeľuj a panuj rozdelíme proces do niekoľkých etáp. V každej etape bude rozhodnutie spočívať v určení množstva iba jedného výrobku. Začneme v prvej etape s rozhodnutím o počte  $N$ -tého výroku, pokračujeme v druhej s rozhodnutím o počte  $N-1$  výroku atď. Postupnosť  $x_N, x_{N-1}, \dots, x_1$  vyhovuje vzťahom (1.8) zastupuje prípustnú stratégiju procesu  $p^{(i+1)} = p^{(i)} - v_{N+1-i}x_{N+1-i}, i = 1, \dots, N; p^{(1)} = x$  stavovú transformáciu. Stavovou premennou je voľná váhová kapacita. Na základe princípu optimality dostaneme rekurentné vzťahy:

$$f_N(x) = \max [c_Nx_N + f_{N-1}(x - v_Nx_N)] \quad (1.9)$$

$$N \geq 2$$

$$x_N \in \left\{ 0,1, \dots, \left[ \frac{x}{v_N} \right] \right\}$$

$$f_1(x) = \left[ \frac{x}{v_1} \right] c_1, \text{ kde } \left[ \frac{x}{v_i} \right] \text{ označuje najväčšie číslo nie väčšie ako } \frac{x}{v_i}.$$

Numerické riešenie problému:

Bližšie si predstavíme úlohu typu Problému bahotu 0-1, čo je vo všeobecnosti označenie pre prípad, kedy každý produkt môže byť do výberu zaradený maximálne raz. Riešenie optimalizačného problému pomocou Bellmanovej rovnice poskytne výber, ktorý bude splňať obmedzenia, bude dosiahnutý koncový stav a zároveň získame optimálne riadenie pre zadané parametre.

Ako by sme problém riešili pomocou tzv. metódy hrubej sily, spočívala by v prehľadávaní všetkých kombinácií daných položiek, čo nám umožní vybrať si tú s maximálnym ziskom a hmotnosťou nepresahujúcou konštantu „ $x$ “. Časová náročnosť je viazaná na počet všetkých riešení, ktorý môže byť pri rastúcej veľkosti daného problému naozaj veľký. Tento prístup je preto využívaný ako dolná hranica hodnotenia výkonnosti iných algoritmov, pod ktorú by nemali klesnúť. Ak by sme chceli vyskúšať všetky kombinácie, algoritmus by vyzeral takto:

*pre každú položku „ $i$ “*

*vytvorte nový výber, ktorý obsahuje položku „ $i$ “, ak celková hmotnosť nepresahuje kapacitu „ $x$ “,*

*rekurzívne spracovať zvyšné položky,*

*vytvorte novú množinu bez položky „ $i$ “ a rekurzívne spracujete zvyšné položky*

*vráťať súbor z výšie uvedených dvoch súborov s výším ziskom*

Zadanie Problému batohu 0-1:

Sú dané 4 predmety –  $x_1, x_2, x_3, x_4$ . Taktiež je zadaná maximálna nosnosť batohu  $w$  v kg. Úlohou je vybrať do batohu také predmety, aby súčet ich hmotností bol čo najväčší, no zároveň neprekročil hodnotu  $w$ . Ku každému predmetu je uvedená aj jeho hodnota  $val$  v €. Maximalizujte celkovú hodnotu batohu pomocou výberu prvkov, ktoré doň vložíte bez prekročenia váhovej kapacity.

**Tab. 2 Zadanie optimalizačného problému**

<u>Items:</u> n = 4	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$
Value (val)	10	40	30	50
Weight (wt)	5	4	6	3
Max weight (w) = 10				

Zdroj: Vlastné spracovanie

#### Postup riešenia pomocou dynamického programovania:

Ked'že ide o problém s batohom 0–1, položku môžeme do nášho batohu zahrnúť alebo vylúčiť, avšak nemôžeme zahrnúť iba jej zlomok alebo ju zahrnúť viackrát.

#### Krok č. 1:

Najprv vytvoríme 2-rozmerné pole (t. j. tabuľku) o rozmere  $n + 1$  riadkov a  $w + 1$  stĺpcov. Číslo riadku  $i$  predstavuje množinu všetkých položiek z riadkov 1— $i$ . Napríklad hodnoty v riadku 3 predpokladajú, že máme iba položky 1, 2 a 3. Stĺpec číslo  $j$  predstavuje nosnosť nášho batohu. Napríklad hodnoty v stĺpci 5 teda predpokladajú, že nás batoh pojme 5 váhových jednotiek. Ked' to všetko zhrnieme, záznam v riadku  $i$ , stĺpci  $j$  predstavuje maximálnu hodnotu, ktorú možno získať s položkami 1, 2, 3 ...  $i$ , v batohu, do ktorého sa zmestí  $j$  jednotiek hmotnosti.

#### Krok č. 2:

Niektoré položky našej tabuľky môžeme začať vyplňovať okamžite - základné prípady, pre ktoré je riešenie triviálne. Napríklad v riadku 0, keď nemáme žiadne položky na výber, musí byť maximálna hodnota, ktorú možno uložiť v akomkoľvek batohu rovná nule. Podobne v stĺpci 0 pre batoh, ktorý môže obsahovať 0 jednotiek hmotnosti, maximálna hodnota, ktorá je v ňom možná uložiť sa rovná nule. (Za predpokladu, že neexistujú žiadne nehmotné, hodnotné predmety.)

#### Krok č. 3:

V nasledovnom kroku začneme vyplňať polia tabuľky princípom dynamického programovania. Ako pri všetkých riešeniach dynamického programovania, v každom kroku využijeme naše riešenia predchádzajúcich čiastkových problémov. Pripomeňme, že v riadku  $i$  a stĺpci  $j$  riešime čiastkový problém pozostávajúci z položiek 1, 2, 3 ...  $i$  s batohom s kapacitou  $j$ . V riešení tohto bodu máme 2 možnosti: môžeme položku  $i$  zahrnúť alebo nie. Pre rozhodnutie musíme porovnať maximálnu hodnotu, ktorú môžeme získať s a bez položky  $i$ .

Maximálnu hodnotu, ktorú môžeme získať *bez* položky  $i$ , nájdeme v riadku  $i-1$ , stĺpci  $j$ . Táto časť je ľahká. Zdôvodnenie je jednoduché: akákoľvek maximálna hodnota, ktorú môžeme získať s položkami 1, 2, 3 ...  $i$  musí byť samozrejme rovnaká maximálna hodnota, akú môžeme získať s položkami 1, 2, 3... $i-1$ , *ak sa rozhodneme nezahrnúť položku  $i$* . Na výpočet maximálnej hodnoty, ktorú môžeme získať s položkou  $i$ , najprv musíme porovnať hmotnosť položky  $i$  s nosnosťou batohu. Samozrejme, ak položka  $i$  váži viac, ako je batoh schopný uniesť, nemôžeme ju započítať, preto nemá zmysel vykonávať výpočet. V takom prípade je riešením tohto problému maximálna hodnota, ktorú môžeme získať bez položky  $i$  (t. j. hodnota v riadku vyššie, v rovnakom stĺpci). Predpokladajme však, že položka  $i$  váži menej ako celková hmotnostná kapacita batohu. Máme teda možnosť ju zahrnúť. Rozhodneme sa tak iba v prípade, ak potenciálne zvýší maximálnu dosiahnutelnú hodnotu. Maximálna dosiahnutelná hodnota zahrnutím položky  $i$  je teda = hodnota samotnej položky  $i$  + maximálna hodnota, ktorú možno získať so zvyšnou kapacitou batohu. Ked'že našou úlohou je dosiahnut', čo najvyšší úžitok, je zrejmé, že chceme využiť kapacitu nášho batohu naplno a teda nenechat' v batohu žiadnu voľnú hmotnostnú kapacitu.

Preto v riadku  $i$  a stĺpci  $j$  (ktorý predstavuje maximálnu hodnotu, ktorú môžeme získať) **by sme vybrali bud' maximálnu hodnotu, ktorú môžeme získať bez položky  $i$  alebo maximálnu hodnotu, ktorú môžeme získať s položkou  $i$ , podľa toho, ktorá hodnota je väčšia.**

#### Krok č. 4:

Po naplnení tabuľky sa konečné riešenie nachádza v poslednom riadku v poslednom stĺpci, ktorý predstavuje maximálnu hodnotu, ktorú je možné získať so všetkými zvolenými položkami za predpokladu úplného vycerpania *kapacity* batohu.

## Záver

Prvým krokom pri riešení optimalizačných problémov je charakterizovať hľadané najlepšie riešenie. Hovoríme, že problém v sebe obsahuje optimálnu podštruktúru práve vtedy keď, každé najlepšie riešenie (môže ich byť predsa aj viac) v sebe obsahuje optimálne riešenia podproblémov (napríklad najkratšia cesta v grafe obsahuje len najkratšie podcesty). Ďalším dôležitým ukazovateľom, že by sme mohli použiť dynamické programovanie je prelínanie podproblémov. Teda, že množstvo rôznych podproblémov, ktoré treba vyriešiť je malé. Keď rekurzívne riešenie prehľadáva dokola rovnaké a rovnaké podproblémy, treba začať uvažovať nad využitím dynamického programovania. Naproti tomu, problém na ktorý je vhodná technika rozdeľuj-a-panuj generuje v každom kroku rekurzie celkom nové podproblémy. Riešenie založené na dynamickom programovaní zvykne využívať výsledky už vyriešených podproblémov, aby ich neskôr, nemuselo počítať viac razy.

*„Príspevok bol riešený v rámci projektu VEGA1/0096/23: Vybrané metódy riadenia rizík pri implementácii parciálnych interných modelov pre stanovenie kapitálovej požiadavky pre solventnosť.“*

## Literatúra

- BELLMAN, Richard: *Dynamic Programming*. Dover Publications, 1957. 384 p. ISBN 978-04-864-2809-3
- BRÁZDILOVÁ, Veronika - ŠIPOŠOVÁ, Alexandra: *Dynamické programovanie a multikriteriálna optimalizácia v návrhu konštrukčných prvkov*. Bratislava: STU v Bratislave SvF, 2014.
- LAŠČIAK, Adam a kol.: *Dynamické modely*. Bratislava: ALFA – vydavateľstvo tecnickej a ekonomickej literatúry. 1985. 408 s.
- VIRIUS, Miroslav: *Programování v C# od základu k profesionálnímu použití*. Praha: Grada Publishing, a.s., 2021. 424 s. ISBN 978-80-271-4003-9
- MOURA, Scott: *Dynamic programming*. Berkeley: University of California, 2014. 14 p. Dostupné na: <https://ecal.berkeley.edu/files/ce191/CH05-DynamicProgramming.pdf>
- TURHAN, Nezihe: *Deterministic and Stochastic Bellman's Optimality Principles on Isolated Time Domains and Their Applications in Finance*. 2011. Masters Theses & Specialist Projects. Paper 1045. Dostupné na: <http://digitalcommons.wku.edu/theses/1045>
- MATHEW, Martin: *0/1 Knapsack Problem Fix using Dynamic Programming Example*. 2023. Dostupné na: <https://www.guru99.com/knapsack-problem-dynamic-programming.html>

# ANALÝZA VÝSLEDKOV ŠTVRTÉHO ROČNÍKA OLYMPIÁDY PODNIKOVÝ HOSPODÁR

## ANALYSIS OF THE FOURTH EDITION OF OLYMPICS OF BUSINESS MANAGER RESULTS

**Ing. Jozef LUKÁČ, PhD.**  
**Ing. Cyril ZÁVADSKÝ, PhD.**

University of Economics in Bratislava  
Faculty of Business Economics with seat in Košice  
Tajovského 13, 041 30 Košice, Slovak Republic

jozef.lukac@euba.sk  
cyril.zavadsky@euba.sk

### Key words

*olympics, competition for high school graduates, business administration, course of the competition, third edition*

### Abstrakt

*The aim of the paper is to describe the process of realization of the competition. Olympics of Business Manager is a competition with a nationwide scope, which is intended for students in the graduation year of secondary schools with an economic focus, secondary schools with a non-economic focus and secondary schools focused on services. The subject of the competition is testing students' knowledge within the entire territory of the Slovak Republic in the areas of: economics, business economics, the European Union, social studies, financial literacy. The aim of the competition is to popularize the economy as a scientific and study department and to support society-wide efforts to increase the financial literacy of young people. The competition is organized by the Faculty of Business Economics with seat in Košice.*

### Úvod

V akademickom roku 2022/2023 sa konal už štvrtý ročník súťaže pre žiakov stredných škôl na Slovensku. Olympiáda podnikový hospodár je súťaž s celoslovenskou pôsobnosťou, ktorá je určená pre študentov maturitného ročníka stredných škôl ekonomickej zamerania, stredných škôl neekonomickej zamerania a stredných škôl zameraných na služby. Predmetom súťaže je testovanie znalostí študentov v rámci celého územia Slovenskej republiky z oblastí: ekonómie, podnikovej ekonomiky, Európskej únie, náuky o spoločnosti, finančnej gramotnosti.

Cieľom súťaže je popularizácia ekonómie ako vedného a študijného odboru a podpora celospoločenských snáh o zvyšovanie finančnej gramotnosti mladých ľudí, ako aj zvýšenie pripravenosti a záujmu potenciálnych uchádzačov o štúdium na Podnikovohospodárskej fakulte Ekonomickej univerzity v Bratislave so sídlom v Košiciach. Súťaž je organizovaná Podnikovohospodárskou fakultou Ekonomickej univerzity v Bratislave so sídlom v Košiciach.

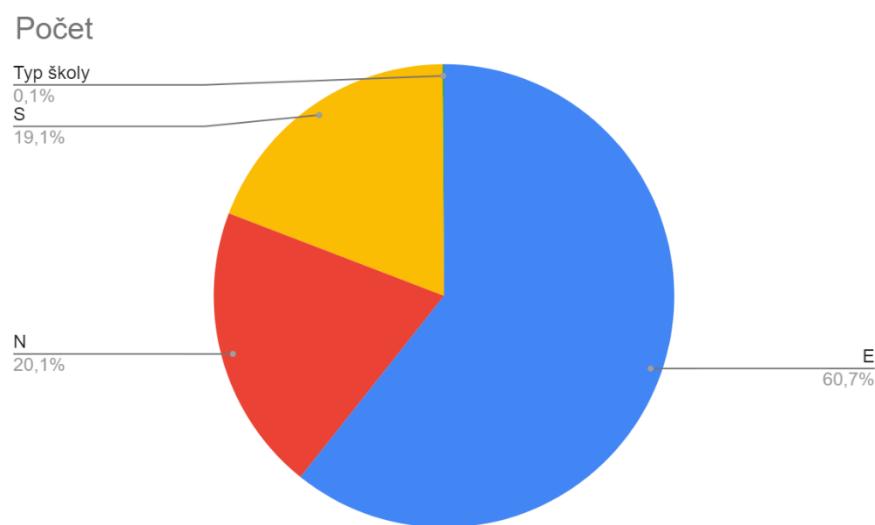


Obr. 1 Logo olympiády

## 1 Registrácia súťažiacich

Počas obdobia, kedy bola spustená online registrácia na Olympiadu podnikový hospodár sme zaevideovali 53 stredných škôl z celého Slovenska, ktoré prejavili záujem o účasť na nami organizovanej súťaži. Môžeme povedať, že zapojili sa školy z celej krajiny, pričom zastúpenie mali stredné školy z Nitry, Trenčína, Bratislavы, Brezna, Liptovského Mikuláša, Spišskej Novej Vsi, Rožňavy, Prešova, Košíc, Veľkých Kapušian, Trebišova, Bardejova, Vranova nad Topľou, Humenného Sniny a mnoho ďalších miest. Bezpplatná registrácia škôl a maturantov trvala do polovice februára 2023.

Zodpovední koordinátori stredných škôl následne informáciu o elektronickej registrácii odovzdali maturantom, pričom počet zaregistrovaných študentov bol 905, čo nás milo prekvapilo. O zložení jednotlivých kategórií informuje nasledovný koláčový graf.



**Graf. č. 1 Zloženie registrovaných účastníkov Olympiády podnikový hospodár (S – stredné školy zamerané na služby, E – stredné školy s ekonomickým zameraním, N – stredné školy neekonomickeho zamerania)**

*Zdroj: vlastné spracovanie podľa databázy registrovaných maturantov*

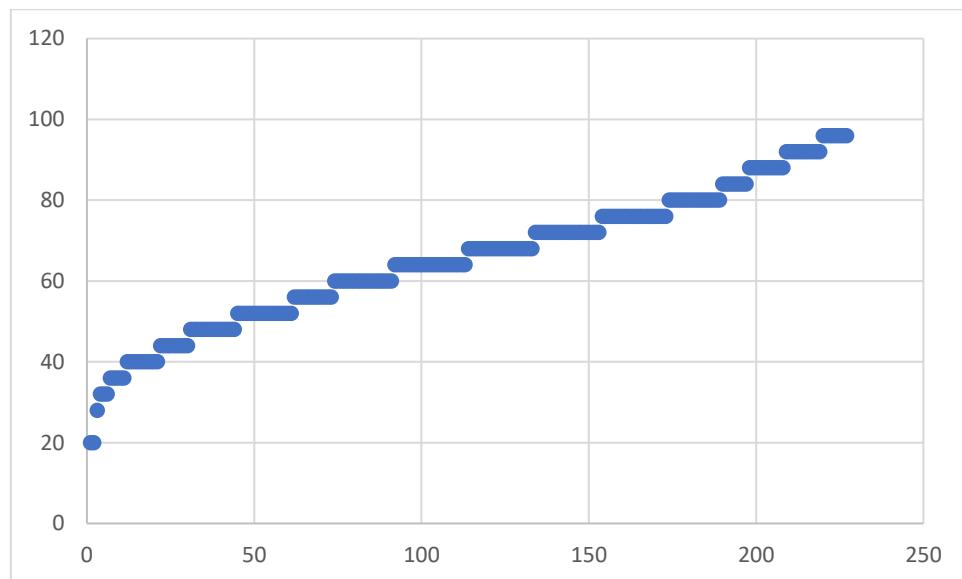
Môžeme vidieť, že najviac registrovaných účastníkov bolo v kategórii ekonomickeho zamerania (prevažne obchodné akadémie), pričom ich počet bol 550, čo predstavuje 60,7 % registrovaných súťažiacich. O čosi menej registrovaných evidujeme pri kategórii stredných škôl zameraných na služby oproti predchádzajúcemu ročníku, kde je počet registrovaných 173 maturantov. Títo súťažiaci pochádzajú zo stredných škôl typu stredná odborná škola a hotelová akadémia a ich podiel na celkovom počte zaregistrovaných je 19,1 %. Skupina reprezentujúca gymnázia – neekonomicke zameranie s počtom 182 súťažiacich a reprezentujúca 20,1 % všetkých prihlásených účastníkov.

## 2 Individuálne a školské kolo

Cieľom individuálneho kola bolo v časovom limite zodpovedať na otázky z oblastí testovania. Individuálneho kola sa zúčastnilo 849 študentov stredných škôl. Na základe dosiahnutých výsledkov následne do školského kola postúpili účastníci s najvyšším počtom bodov.

Školské kolo prebiehalo prostredníctvom online testu v prostredí Moodle od 21. do 22. marca 2023 v doobedňajších hodinách. Počet zúčastnených maturantov, ktorí sa prihlásili a aktivovali si tak svoje konto pre potreby školského kola na základe nami poslaných údajov predstavoval takmer 543 maturantov, ktorí postúpili z individuálneho kola. Maturanti na základe začlenenia do jednotlivých súťažných skupín stredných škôl ekonomickejho zamerania, stredných škôl neekonomickejho zamerania a stredných škôl zameraných na služby pristúpili k vykonaniu online testu, ktorý obsahoval 25 otázok. Okruh otázok bol tvorený osobitne pre každú skupinu súťažiacich po konzultácii s našimi kolegami na stredných školách, aby obsahovo zohľadňoval obsah vyučovacieho procesu každej skupiny súťažiacich. Na základe výsledkov dosiahnutých v školských kolách budeme prezentovať výsledky jednotlivých skupín súťažiacich v nasledovnej časti.

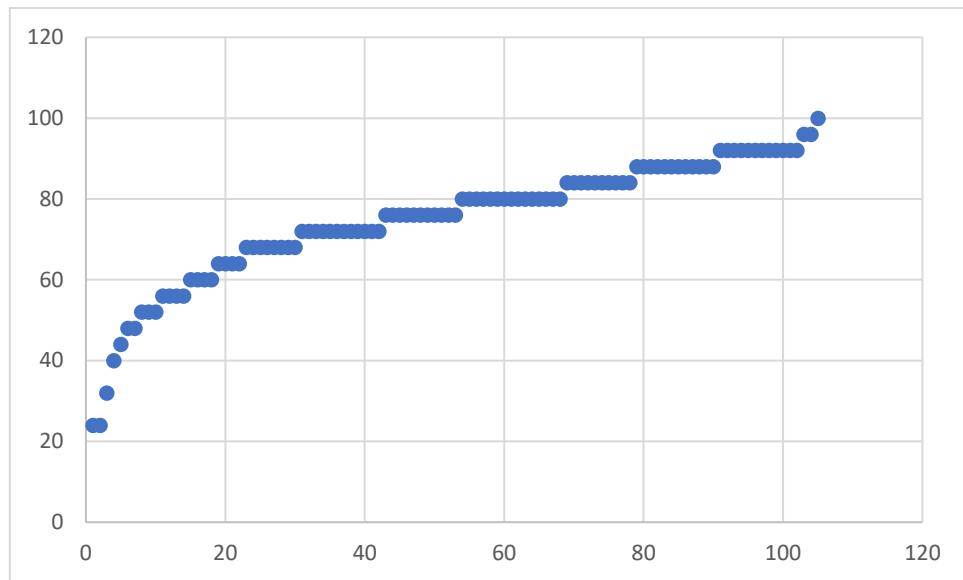
V kategórii stredné školy ekonomickejho zamerania bol priemerný stav bodov, ktorý bol dosiahnutý v tejto skupine 65,5 bodov. Študenti dosiahli vynikajúce vedomosti v oblasti z účtovníctva a poznatkoch o Európskej Únií.



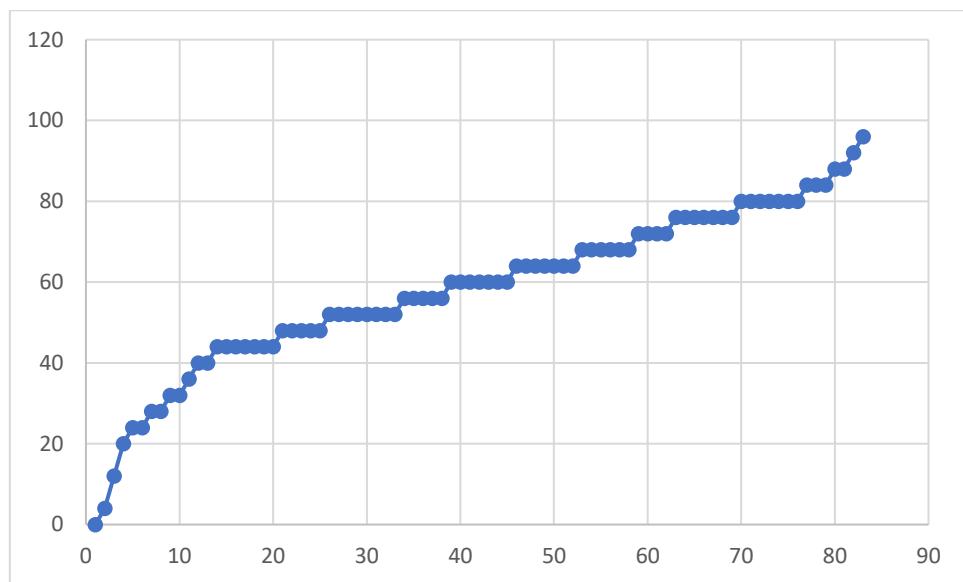
**Graf. č. 2 Výsledky školského kola v kategórii ekonomickej zameranie**

Zdroj: vlastné spracovanie podľa výsledkov školského kola

Súťažiaci v kategórii neekonomickej stredných škôl získali v priemere 74 bodov a vynikali v odpovediach z oblasti Európskej únie a logiky. Grafické znázornenie dosiahnutých bodov môžeme vidieť nižšie.

**Graf. č. 3 Výsledky školského kola v kategórii neekonomickej zameranie***Zdroj: vlastné spracovanie podľa výsledkov školského kola*

Kategória stredných škôl zameraných na služby získala v priemere 58 bodov. dosiahli dobré výsledky v oblasti podnikového hospodárstva a ekonomických úloh, pri ktorých bolo potrebné využiť matematiku a logiku. Dosiahnuté body v kategórii reflektouje nasledujúci graf.

**Graf. č. 4 Výsledky školského kola v kategórii zamerania na služby***Zdroj: vlastné spracovanie podľa výsledkov školského kola*

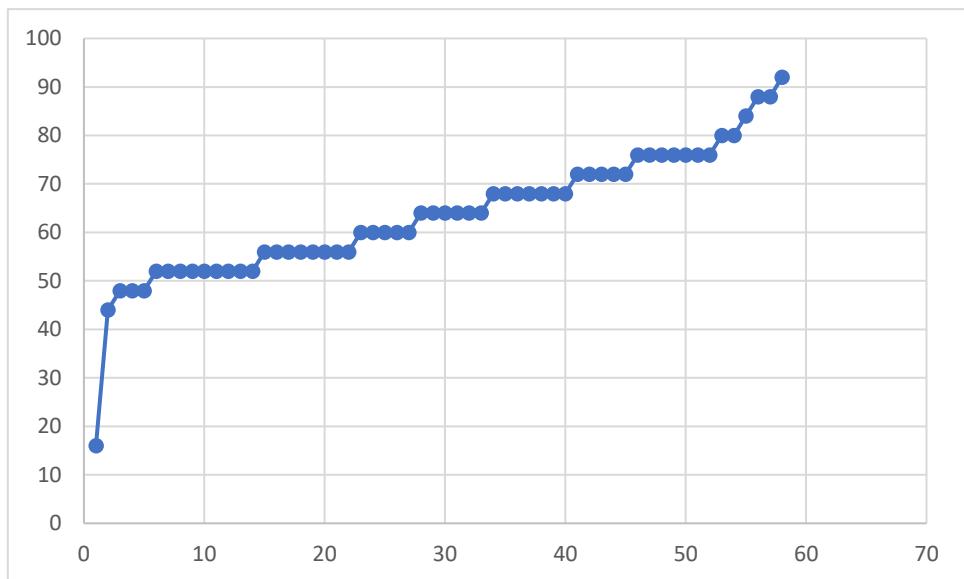
Na základe výsledkov školského kola sme úspešným súťažiacim podali informáciu o ich postupe na celoslovenské kolo olympiády. Ostatným účastníkom sme podčiarkovali a popriali veľa šťastia v ich ďalšom štúdiu.

### 3 Celoslovenské kolo

Celoslovenské kolo sa nekonalo fyzicky na Podnikovohospodárskej fakulte Ekonomickej univerzity v Bratislave so sídlom v Košiciach, ale súťažiaci, ktorí postúpili zo školského kola vyplnili online test z prostredia svojich domovov alebo stredných škôl..

Celoslovenské kolo prebiehalo prostredníctvom online testu v prostredí Moodle 27. apríla 2022 od 8,00 do 17,00. Pri príprave online testov sme opäť vychádzali z obsahovej náplne vyučovacieho procesu na jednotlivých stredných školách, ktoré reprezentujú tri kategórie. Na základe výsledkov dosiahnutých v celoslovenskom budeme prezentovať výsledky jednotlivých skupín súťažiacich v nasledovnej časti.

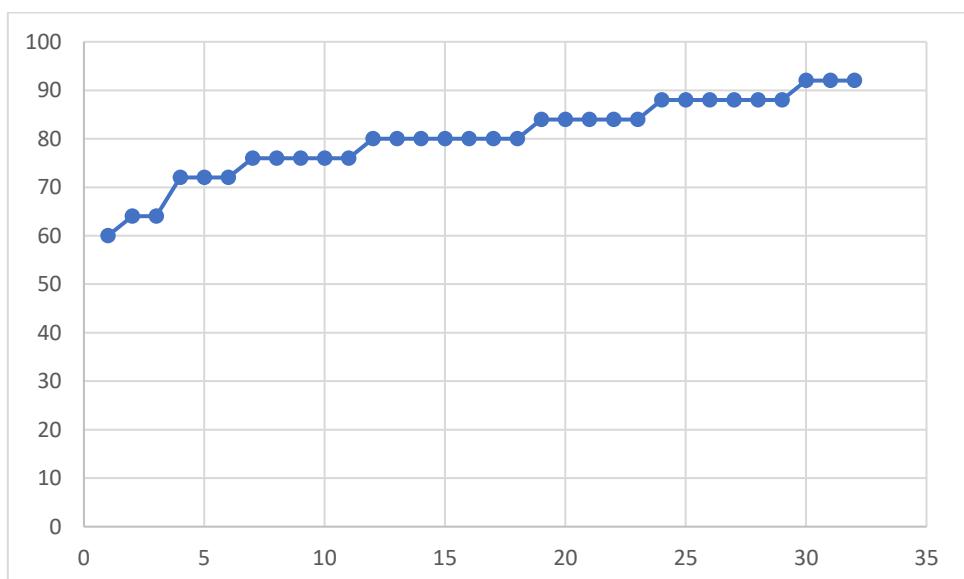
V kategórii stredných škôl ekonomickejho zamerania prvé a druhé miesto dosiahla Obchodná akadémia, vo Vranove nad Topľou, druhé a tretie miesto Obchodná akadémia v Rožňave. Celoslovenského kola v tejto kategórii sa zúčastnilo 58 finalistov, ktorí dosiahli priemerný počet bodov 63. Grafické znázornenie počtu bodov sledujeme na nasledujúcim grafe.



**Graf. č. 5 Výsledky celoslovenského v kategórii ekonomickej zameranie**

Zdroj: vlastné spracovanie podľa výsledkov celoslovenského kola

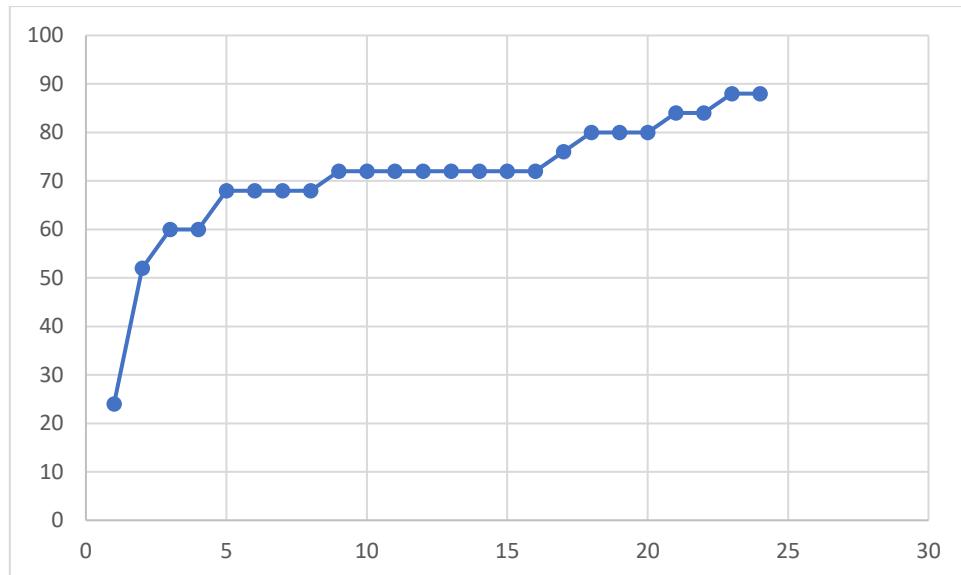
V kategórii neekonomickejho zamerania stredných škôl sme na základe výsledkov online testu udelili nasledovne: prvé miesto Gymnázium sv. Tomáša Akvinského a druhé i tretie miesto obsadilo Gymnázium Ľudovíta Štúra v Trenčíne. Celoslovenského kola v tejto kategórii sa zúčastnilo 32 finalistov, ktorí získali v priemere 80 bodov. Grafické znázornenie dosiahnutých bodov, ktoré získali finalisti v kategórii neekonomickejho zamerania demonštruje nasledujúci graf.



**Graf. č. 6 Výsledky celoslovenského kola v kategórii neekonomickejho zamerania**

Zdroj: vlastné spracovanie podľa výsledkov celoslovenského kola

V rámci poslednej kategórie sme na základe dosiahnutého počtu bodov stanovili víťazov, a to na prvom a druhom mieste Hotelová akadémia v Prešove. Na tretom mieste sa umiestnil študent zo SOŠ Agrotechnickej v Moldave nad Bodvou. Celoslovenského finále sa zúčastnilo 24 súťažiacich, ktorí postúpili zo školského kola. Nie všetci postupujúci sa celoslovenskému finále aj zúčastnili. Grafické znázornenie získaných bodov zobrazuje nasledujúci graf. Priemerný počet bodov, ktorý dosiahli finalisti v tejto kategórii bol 71.



**Graf. č. 7 Výsledky celoslovenského kola v kategórii zamerania na služby**

Zdroj: vlastné spracovanie podľa výsledkov celoslovenského kola

Vítazom jednotlivých kategórii budú odovzdané diplomy a pamätné trofeje, ktoré im budú pripomínať, že boli úspešnými riešiteľmi Olympiády podnikový hospodár.

## Záver

Celý proces prípravy štvrtého ročníka Olympiády podnikový hospodár sme brali ako systematický proces, ktorého jednotlivé časti na seba logicky nadväzovali. Pristupovali sme k nemu zodpovedne a snažili sme sa urobiť všetko, čo bolo v našich silách, aby sme z Olympiády podnikový hospodár vytvorili súťaž, ktorá sa etabluje na slovenských stredných školách. Všetkým, ktorí sa akýmkol'vek spôsobom zapojili do príprav veľmi pekne d'akujeme.

Logickým vyústením Olympiády podnikový hospodár bolo celoslovenské kolo. Zúčastnilo sa ho 114 najlepších súťažiacich v troch kategóriách, z ktorých vzišli víťazi jednotlivých kategórií. Súťažiaci odpovedali na otázky z finančnej gramotnosti, podnikovej ekonomiky, ekonómie, Európskej únie a náuky o spoločnosti.

Veľmi sa tešíme, že už po štvrtý krát sme dokázali zrealizovať individuálne, školské a celoslovenské kolá ďalšieho ročníka Olympiády podnikový hospodár. Veľká vďaka patrí práve Vám, koordinátorom na stredných školách a rovnako aj Vašim žiakom, s ktorými sa dúfam v novom akademickom roku stretneme na PHF. Pevne veríme, že sa v rovnakom počte stretneme aj pri ďalších ročníkoch Olympiády podnikový hospodár.

## Literatúra

1. *Registračné formuláre Olympiády podnikový hospodár*
2. *Výsledkové listiny individuálneho kola*
3. *Výsledkové listiny školského kola*
4. *Výsledkové listiny celoslovenského kola*

# PREDIKCIA VÝKONNOSTNÝCH PARAMETROV AUKCIÍ

## PREDICTION OF AUCTION PERFORMANCE PARAMETERS

**Ing. Marek MACIK**

Technická univerzita v Košiciach  
Ekonomická fakulta  
Němcovaj 32, 040 01 Košice, Slovensko

marek.macik@tuke.sk

**Key words**

Procurement, electronic auction, supply chain, prediction

**Abstract**

*The main goal of this work is to expand the field of supply chain management with artificial intelligence, respectively predictions aimed at increasing their efficiency and the ability to determine the most accurate result of the auction before it begins. The introduction to the issue consists of a review of the current literature, today's problems in supply chain management and the use of big data. The research used CHAID decision trees, MLP neural networks and the advanced XGBoost algorithm. In the research we focused on predicting the amount of savings as one of the most important performance parameters in the efficiency of procurement.*

### Úvod

Globálna ekonomika prechádza v ostatných rokoch veľkými a najmä rýchlymi zmenami, ktoré podporuje rýchly rozvoj technológií, najmä v oblasti informačných technológií a digitalizácie všetkých odvetví ekonomiky, čo prináša veľa možností na ich rozvoj. Rovnako aj v oblasti obstarávania je digitalizácia stále dôležitejšia, čo má za následok prechod na elektronické obstarávanie v súkromnom aj verejnom sektore. Prechod na elektronické obstarávanie priniesol zvýšenie transparentnosti a efektívnosti, avšak priniesol aj mnoho problémov najmä v spojení s ďalším zvyšovaním efektivity procesov. Možnosťou ako túto efektivitu zvýšiť môžeme nájsť v informačných technológiách v podobe umelej inteligencie na predikciu pomocou metód rozhodovacích stromov alebo využitím neurónovej siete. Čo ak by si obstarávateľ vedel overiť predbežný výsledok aukcie ešte pred jej začiatkom? Čo ak by si obstarávateľ vedel upraviť nastavenia aukcie tak, aby dosiahol vyššiu úsporu, teda efektivitu aukcie? Všetko toto je možné predikovať pomocou umelej inteligencie s určitou presnosťou.

Hlavným cieľom tohto výskumu je vytvoriť podklad pre budúci systém overovania aukcie obstarávateľom ešte pred jej začiatkom, ktorý spočíva v predikovaní vybraných výsledkov na základe dát z minulých už uskutočnených aukcií.

### 1 Použité dátá a metódy

Predikcie vybraných premenných budeme skúmať v prostredí elektronických aukcií. Pracovali sme s komerčnými dátami. V testovaných dátach sa nachádzajú najmä 3 druhy aukcií:

- ERMMA – English Reverse Multi-item Multicriterial Auction (Anglická Reverzná Multipoložková Multikritériálna Aukcia)
- NIPPON – Japonská aukcia
- RFx – Tender, predkladanie ponúk, zapečatená obálka

Komerčné dátá pochádzajú od spoločnosti NAR z ich aukčného systému PROEBIZ, ktorý patrí medzi najväčšie v strednej Európe. Databáza obsahuje viac ako 30 tisíc aukcií uskutočnených medzi rokmi 2014 a 2019 pomocou viac ako 320 nákupcov najmä zo Slovenska a Českej republiky, ale aj z Chorvátska, Poľska, Slovinska, Maďarska a Rakúska. Pôvodná databáza obsahovala viacero druhov aukcií, avšak bola očistená a orezaná. Na konci obsahovala iba tri typy aukcií – ERMMA, Nippon a RFx. Celkový počet aukcií sa znížil na 25083.

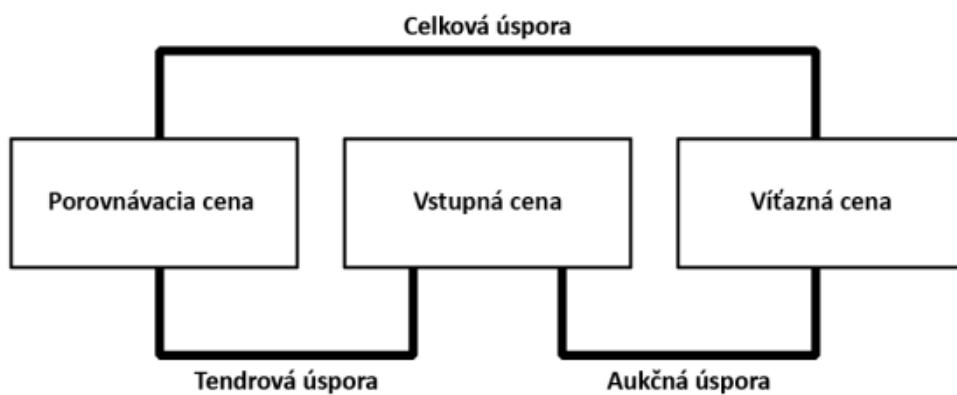
### 1.1 Použité premenné

V rámci výskumu sme použili desiatky premenných, ktoré vyjadrovali rôzne metriky, vztahy, kategórie, nastavenia aukcie a ďalšie. Niektoré premenné sme uvádzali aj v binárnej sústave. Niektoré z týchto premenných bližšie popíšeme.

#### Ukazovateľ výkonnosti obstarávania

Za najznámejší a najpoužívanejší ukazovateľ výkonnosti ako vo verejnom tak komerčnom obstarávaní sa považuje úspora (Constantino et al., 2012; Bergman a Lundberg, 2013). Existujú aj názory, kde obstarávanie by sa nemalo hodnotiť najmä finančnou výkonnosťou, ale napríklad kvalitou (Yuan et al. 2009), udržateľnosťou (Amann et al. 2014), inováciami (Aschhoff a Sofka, 2009) alebo efektivitou celého procesu (Rendon, 2008). Ako ukazovateľ výkonnosti budeme v tomto článku používať úsporu.

V rámci procesu obstarávania existuje niekoľko typov úspor. Štandardný proces elektronických reverzných aukcií začína nepovinným krokom určenia porovnávacej ceny. Táto cena sa určuje na základe predchádzajúcich skúseností, prípade prieskumom trhu, ak ide o nový tovar alebo službu, alebo cenu nie je možné určiť na základe minulých aukcií. Počiatočná fáza väčšiny aukcií je v podobe zapečatených obálok, resp. tendra, v ktorom sa predkladajú prvé ponuky. Najnižšia ponuka medzi prvými ponukami spomedzi všetkých účastníkov sa nazýva vstupná cena. V prípade, ak aukcia nepokračuje druhým kolom je vstupná cena aj výslednou cenou. Ak však ide o viac kolovú aukciu, resp. nejde o tender tak nasleduje aukčné kolo. Aukčných kôl môže byť niekoľko. Výsledkom aukčného kola alebo aukčných kôl je víťazná cena.



**Obr. 1 Spôsoby výpočtu úspor v aukcii**

*Zdroj: vlastné spracovanie*

#### Premenné počtu

Medzi túto kategóriu spadá niekoľko premenných. Jedna z nich je počet účastníkov, ktorá hovorí o počte účastníkov v aukcii. Hovorí o celkovom počte účastníkov prihlásených do aukcie, teda aj tých, ktorí nepredložili žiadnu ponuku. Následne, premenná počet aktívnych účastníkov predstavuje počet účastníkov, ktorí sa do aukcie prihlásili a aktívne sa na nej zúčastňovali. Toto číslo je väčšinou menšie ako počet účastníkov a len málokedy sa rovná počtu účastníkov. Ďalšou podstatnou premennou je počet nových účastníkov, čo predstavuje počet takých účastníkov, ktorí sa zapojili do aukcie prvý krát. Obdobnými premennými je aj počet položiek, čo predstavuje počet tovarov alebo služieb, ktoré boli predmetom aukcie.

## Premenné aktivity

Premenná numberofpricechanges predstavuje aktivitu účastníkov v aukciách. V literatúre môžeme nájsť vzťah medzi touto premennou a počtom účastníkov, úsporami, konkurenciou a taktiež transparentnosťou. (Larue et al. 2013) zistili vzťah medzi aktitou a úsporou, kde vyššia aktivita v priebehu aukcie má za následok vyššie úspory spôsobené vyššou úrovňou konkurencie (Larue et al. 2013). Je to spôsobené tým, že vyšší počet bidov zvyšuje agresivitu účastníkov.

## Premenné času

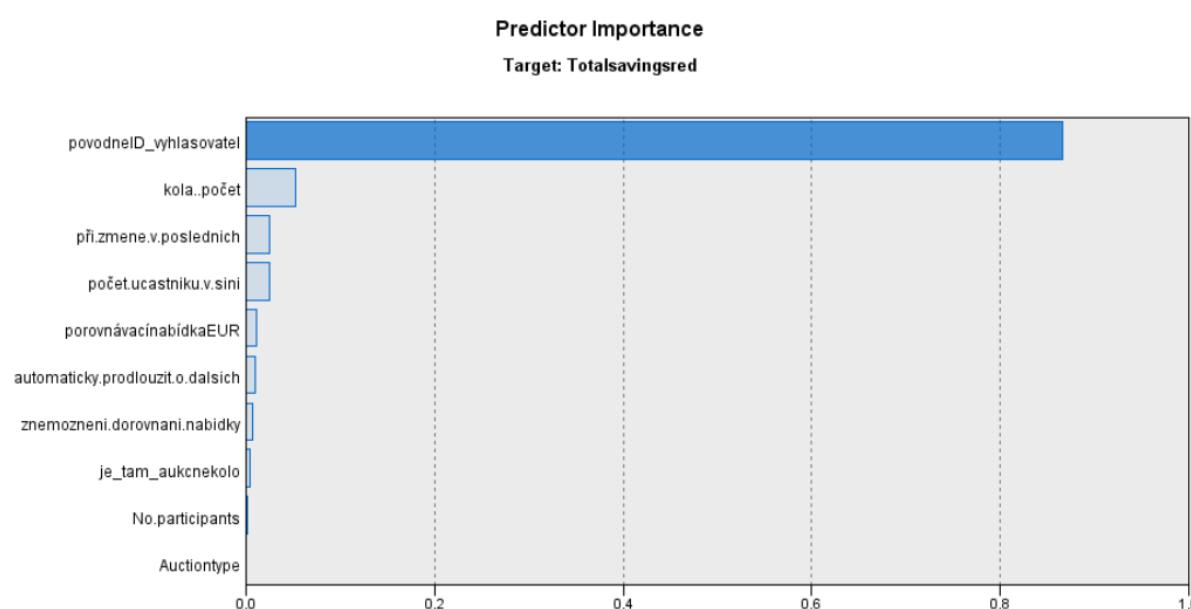
V práci používame iba jednu časovú premennú a to dátum ukončenia, ktorý predstavuje dátum ukončenia danej aukcie. Dátum sa určuje ako deň, v ktorý skončilo posledné aukčné kolo, teda sa aukcia uzavrela a nedali sa už meniť ponuky. V prípade tendrov je to dátum do kedy bolo možné predkladať ponuky. V prípade aukcií ERMMA alebo NIPPON je to dátum, kedy sa aukcia skončila. Premennú používame na časové rozlíšenie, ktoré môže mať vplyv na výsledky aukcií ako je to napríklad pri investičných trhoch, kde najväčšia volatilita je v piatok a najmenšia v stredu (Liu, 2015).

## 2 Predikcia úspor

Na predikciu úspor budeme používať niekoľko rôznych predikčných metód pomocou programu IBM SPSS Modeler. Každá metóda nemusí byť použitá pri každej vzorke z dôvodu jej obmedzení. Medzi použité metódy sme zaradili rozhodovacie stromy CHAID, XGBoost a neurónová siet. Z pôvodnej vzorky s vyše 28000 záznamami sme vybrali len úplne záznamy, teda tie, ktoré neobsahujú žiadne chýbajúce hodnoty. Aj vo finálnej vzorke sa zachovali všetky typy aukcií s celkovým počtom 16217 záznamov. Pre účely testovania budeme používať pomer trénovanej a testovacej vzorky 70:30. Cieľovou, resp. predikovanou premennou bola premenná „totalsavingsred“, ktorá predstavuje celkovú úsporu aukcie.

### 2.1 Použitie rozhodovacieho stromu CHAID

Prvý model na základe rozhodovacieho stromu CHAID s cieľovou premennou Totalsavingsred (úspora). Použili sme metódu exhaustive CHAID, pre vyššiu presnosť, ktorý sa pozera na rozdelenie presnejšie a viacnásobne čím presnejšie určí vplyv faktorov na výsledok obstarávania. Ako inputy boli použité všetky nastavenia aukcie, obstarávateľ-dodávateľ, typ aukcie, počet zmien, počet položiek a pod. Kedže sme celkovo použili 35 inputov, vznikol nám veľmi rozvetvený, teda široký strom. Z výsledku sme zistili, že výrazne najväčší vplyv na úspory má vyhlasovateľ (Obr. 2). Ostatné vstupy majú veľmi malú významnosť. Zaujímavosťou je, že rozhodovací strom určil významnosť vyššiu ako 0,01 iba pre 7 premenných.



Obr. 2 Analýza významnosti premenných CHAID

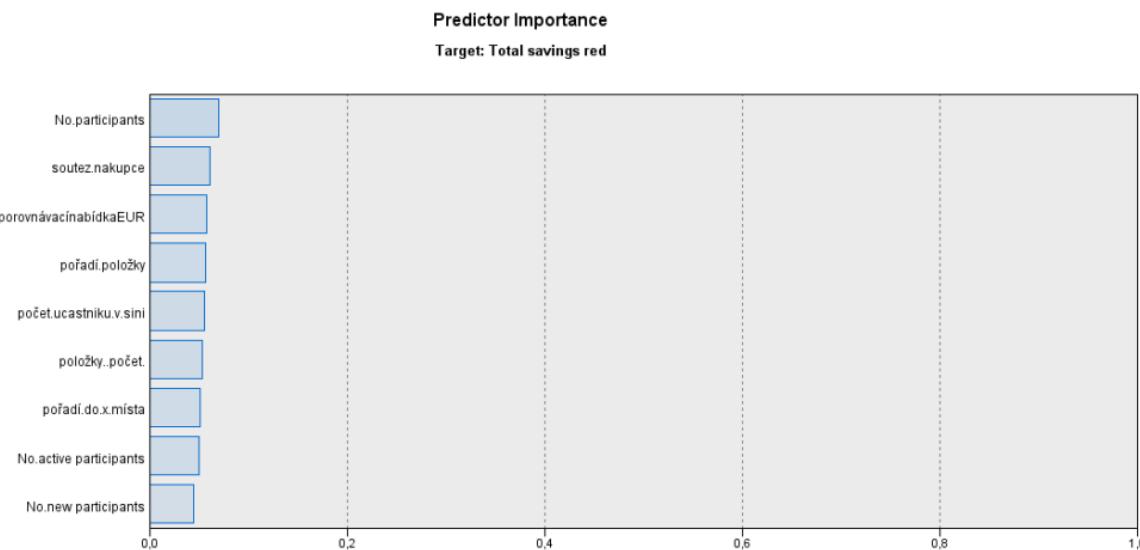
Na základe sumára vytvoreného cez analysis node (Obr. 3) vieme určiť presnosť modelu pomocou lineárnej korelácie, z ktorej vytvoríme R<sup>2</sup>. Výsledkom je presnosť 13,99%, čo nie je vysoká hodnota, avšak ide o analýzu celkovej vzorky, bez rozdelenia typov aukcií a pod.

Results for output field Totalsavingsred		
Comparing \$R-Totalsavingsred with Totalsavingsred		
'Partition'	1_Training	2_Testing
<b>Minimum Error</b>	-0,435	-0,517
<b>Maximum Error</b>	0,435	0,423
<b>Mean Error</b>	-0,0	0,0
<b>Mean Absolute Error</b>	0,08	0,085
<b>Standard Deviation</b>	0,112	0,119
<b>Linear Correlation</b>	0,477	0,374
<b>Occurrences</b>	11 368	4 849

Obr. 3 Sumár výsledkov stromu CHAID

## 2.2 Použitie neurónovej siete (NN)

Rovnaký princíp sme použili aj na neurónovú sieť s rovnakou cieľovou premennou a rovnakými inputmi. Použitá bola jednomodelová multilayer perceptron metóda neurónovej siete, ktorá vytvorí iba jeden model. Na základe analýzy významnosti (Obr. 4) môžeme vidieť výrazný rozdiel prediktorov oproti rozhodovaciemu stromu. Rozdiel medzi jednotlivými prediktormi, resp. inputmi je pomerne malý, avšak neurónová sieť počítala s väčším množstvom prediktorov, kde každému pridelila aspoň nejakú významnosť. Z toho môžeme vyvodíť, že aj input s najmenšou váhou alebo významnosťou má v modeli význam. Na obrázku nižšie (Obr. 4) je zobrazených len 9 najvýznamnejších premenných.



Obr. 4 Analýza významnosti premenných pre neurónovú sieť

Výsledná presnosť je ukázaná na nasledujúcom obrázku (Obr. 5), ktorá dosahuje 32,15% na testovacej množine.

■ Results for output field Totalsavingsred

■ Comparing \$N-Totalsavingsred with Totalsavingsred

'Partition'	1_Training	2_Testing
<b>Minimum Error</b>	-0,396	-0,348
<b>Maximum Error</b>	0,44	0,457
<b>Mean Error</b>	-0,002	0,006
<b>Mean Absolute Error</b>	0,074	0,074
<b>Standard Deviation</b>	0,107	0,107
<b>Linear Correlation</b>	0,548	0,567
<b>Occurrences</b>	11 368	4 849

**Obr. 5 Sumár výsledkov neurónovej siete**

V rámci možností neurónových sietí sme testovali aj možnosti boostingu a baggingu, ktorých princíp spočíva vo vytvorení niekoľkých vzájomne previazaných modelov, podľa ktorých sa finálny model učí a to s cieľom zvýšiť stabilitu (bagging) alebo presnosť (boosting) modelu. Problémom najmä pri boostingu je však overfitting, teda akési „preučenie“ alebo nesprávne naučenie modelu. Tento jav nastáva najmä vtedy, keď sa model trénuje na trénovanej vzorke príliš dlho alebo keď je príliš zložitý. V takomto prípade sa začne model učiť nepodstatné informácie, ktoré si následne zapamätá, a tým sa veľmi prispôsobí trénovanej množine a tak nie je schopný dobre zovšeobecniť nové údaje. Výsledkom je nesprávna predikcia na testovacej množine, čo má za následok veľmi vysokú presnosť na trénovanej množine a nízku na testovacej.

Model použitý v tejto práci nie je extrémne náročný, avšak použité dátá sú pomerne špecifické a objavujú sa medzi nimi výrazne extrémy, ktoré sú však reálne. Príkladom týchto extrémov je veľmi veľký rozdiel v objemoch, abnormálne nastavenia aukcií a taktiež možné rozdiely vo výsledných úsporách aukcií, keďže sa môže objaviť aj niekoľko veľmi podobných aukcií s rôznymi výsledkami, čo môže byť reálny výsledok alebo aj výsledok neférového správania, ktoré nie je v tejto fáze výskumu možné oddeliť. Z vyššie uvedených dôvodov sme sa rozhodli nepoužiť metódy boostingu ani baggingu, keďže výsledky pri boostingu boli jasne poznačené overfittingom v podobe výrazných rozdielov v presnosti medzi trénovanou a testovacou množinou (90% vs 10%) a v prípade baggingu boli viditeľné príznaky overfittingu, najmä v podobe výrazných rozdielov v hodnotách chybovosti, resp. hodnote minimálnej a maximálnej chyby.

### 2.3 Použitie XGBoost stromu

XGBoost Tree je pokročilá implementácia algoritmu zosilňovania gradientu so stromovým modelom ako základným modelom. Posilňovacie algoritmy sa iteratívne učia slabé klasifikátory a potom ich pridávajú do konečného silného klasifikátora. Táto metóda vznikla v roku 2021 ako nadstavba bežných rozhodovacích stromov a stojí za ňou spoločnosť IBM, ktorá túto metódu zaradila do svojho programu IBM SPSS Modeler. Vstupné premenné boli rovnaké ako v prípadne NN s výsledkami viditeľnými nižšie (Obr. 6). V prípade trénovanej vzorky hovoríme o presnosti 35,52 % a pri testovacej niečo cez 17,22%. Výsledky sú lepšie ako v porovnaní so stromom CHAID, avšak horšie v porovnaní s NN. XGBoost neobsahuje podpornú analýzu, preto je nemožné určiť významnosť jednotlivých prediktorov.

■ Results for output field Totalsavingsred

■ Comparing \$XGT-Totalsavingsred with Totalsavingsred

'Partition'	1_Training	2_Testing
<b>Minimum Error</b>	-2,433	-2,361
<b>Maximum Error</b>	2,005	2,126
<b>Mean Error</b>	-0,428	-0,416
<b>Mean Absolute Error</b>	0,607	0,606
<b>Standard Deviation</b>	0,574	0,587
<b>Linear Correlation</b>	0,596	0,415
<b>Occurrences</b>	11 368	4 849

**Obr. 6 Sumár výsledkov XGBoost**

### 3 Diskusia

Predikcie úspor na základnej, teda celej vzorke neukázali veľmi vysoké úrovne presnosti. Presnosť sa pohybovala v rozpätí od 14 do 35%, avšak hodnotu nad 30% sme dosiahli v testovacej množine iba pri NN (Obr. 7). V trénovaných množinách XGBoost a CHAID mali vyššiu presnosť oproti testovacím. Tieto pomerne nízke presnosti môžu byť spojené najmä so spojením dynamických a statických typov aukcií, ako aj ich nastaveniami. Aukcie typu ERMMA a NIPPON sú postavené na diametrálne odlišnom spôsobe fungovania, čo môže mať za následok výrazne znižovanie presnosti v prípade zmiešaných dát. Taktiež tieto dátá obsahujú veľké rozpätie napríklad v objemoch, ktoré sa pohybujú od niekoľkých eur až po desiatky miliónov.

	Trénovacia	Testovacia
CHAID	22,75%	13,99%
NN	30,03%	32,15%
XGBoost	35,52%	17,22%

Obr. 7 Výsledné presnosti použitých modelov

### Záver

V článku sme sa zamerali na predikciu úspor budúcich aukcií na základe historických dát už dokončených aukcií. Na predikciu sme použili tri rôzne metódy, ktoré vykazovali rôzne úrovne presnosti, pričom sme používali reálne dátá, ktoré však boli zmiešané z rôznych typov aukcií, čo pravdepodobne zapríčinilo výrazne zníženie presnosti. Najlepšie výsledky dosiahla neurónová sieť MLP, ktorá aj za daných okolností vykazovala presnosť viac ako 32%. Na zvýšenie presnosti v budúcnosti možné upraviť dátá, napríklad testovať ich len pre konkrétny typ aukcií, prípadne samotnú premennú úspor kategorizovať, a teda nepokúsať sa určiť presnú hodnotu úspory, ale iba približnú hodnotu, resp. kategóriu do ktorej daná úspora spadá.

*Výsledky uvedené v tomto článku boli vypracované za podporu projektu Agentúry na podporu výskumu a vývoja v rámci projektu APVV-20-0608 Výskum behaviorálnych vzorov v rozsiahlych dátach verejného a komerčného obstarávania s negatívnym dopadom na výkonnosť procesov obstarávania*

### Literatúra

- AMANN, M., K. Roehrich, J., Eßig, M. and Harland, C. (2014), "Driving sustainable supply chain management in the public sector: The importance of public procurement in the European Union", *Supply Chain Management*, Vol. 19 No. 3, pp. 351-366. <https://doi.org/10.1108/SCM-12-2013-0447>
- ASCHHOFF, B., Sofka, W., 2009. Innovation on Demand – Can Public Procurement Drive Market Success of Innovations?. *Research Policy*. 38(8). 1235-1247. <https://doi.org/10.1016/j.respol.2009.06.011>
- BERGMAN, M. A. Lundberg, S., 2013. Tender evaluation and supplier selection methods in public procurement. *Journal of Purchasing and Supply Management*, 19(2), 73–83. doi:10.1016/j.pursup.2013.02.003
- CONSTANTINO, N., Dotoli, M., Falagario, M., Sciancalepore, F. 2012. Balancing the Additional Costs of Purchasing and the Vendor Set Dimension to Reduce Public Procurement Costs. *Journal of Purchasing and Supply Management*. 18(3). 189-198. <https://doi.org/10.1016/j.pursup.2012.08.001>
- Larue, B., Jeddy, M., Pouliot, S., 2013. On the number of bidders and auction performance: When more means less. *Structure and Performance of Agriculture and Agri-products industry Network*.

LIU, J., 2015. *Day of the week effect in returns and volatility of the S&P 500 sector indices*. Missouri University of Science and Technology. Master Theses.

RENDON, R.g. 2008. *Procurement Process Maturity: Key to Performance Measurement*. *Journal of Public Procurement* 8(2). 200

YUAN, J., Zeng, A.Y., Skibniewski, M.J., Li, Q., 2009. *Selection of Performance Objectives and Key Performance Indicators in Public-Private Partnership Projects to Achieve Value for Money*. *Construction Management and Economics* 27 (3). 253-270. <https://doi.org/10.1080/01446190902748705>

# CHANGES IN GREEN BOND IPOS CREDIT RATINGS DURING THE COVID-19

## ZMENY V KREDITNOM OHODNOTENÍ IPO ZELENÝCH DLHOPISOV POČAS PANDÉMIE COVID-19

**Ing. Jakub SIEBER**

University of Economics in Bratislava  
Faculty of Business Economics  
Tajovského 13, 041 30 Košice, Slovak Republic

[jakub.sieber@euba.sk](mailto:jakub.sieber@euba.sk)

**Key words**

*primary bond market, IPO, green bonds, credit rating*

**Abstract**

The presented paper compares the median and the distribution of the ratings assigned at the primary market to the IPOs of green bonds by the three largest credit rating agencies. The examined sample is divided into two same time periods, comparing two periods of 822 days. In total there are made analysis of 14,372 IPOs of which 952 is labeled as a green bond issue. Using Mann-Whitney U and Independent Samples Median tests there is found the evidence, that conventional (no green) bonds and green bonds did not show the same average ratings before and after the COVID-19 pandemic. Results suggest that the median credit rating assigned to green bonds has increased by at least one rating point during the COVID-19, what is not observed in the conventional bond IPOs.

### Introduction

The market for bonds has seen a considerable explosion of "green bonds"-related issuers in recent years. The first quarter of 2022 saw a total of USD 83.5 billion in green bonds included in the Climate Bonds Green Bond Database (GBD), a decline of 38% from the first quarter of 2021 (Climate Bond Initiative, 2022). The factors that contributed to the decline in year-over-year counts of green bond issuances in 2022 may include events like the Russian invasion of Ukraine in February and the accompanying European energy crisis, which affected the bond market's dynamics and made COVID-19 inflation even more severe. Rising rates and excessive volatility caused a reduction in the issuing of bonds, and the market was rife with reports of issuers canceling contracts at the last minute. Demand-driven inflation followed COVID-19 in the USA and was predicted to be a reaction to monetary policy adjustments. Europe, on the other hand, faced supply-led inflation, which was more challenging to manage. For comparison, the issuance of green debt instruments increased more in the first half of 2021. Volumes during this period more than doubled to USD 227.8 billion from the first half of 2020, setting a record for any half-year period since the market's inception in 2007, according to the Climate Bonds Green Bond Database. Credit rating agencies are companies that assess the creditworthiness of borrowers, typically governments, corporations, or securities. Their primary function is to provide investors with an independent assessment of the risk associated with a particular investment.

The first credit rating agency was founded in 1909, and since then, the industry has grown significantly. There are now several major credit rating agencies, including Moody's, Standard & Poor's, and Fitch Ratings. One of the primary ways in which credit rating agencies operate is by assigning credit ratings to borrowers. These ratings are based on the agencies' assessments of the borrower's financial stability and ability to meet

its debt obligations. The highest credit rating is "AAA," which indicates the lowest level of risk. Conversely, the lowest credit rating is "D," which indicates a default on debt payments.

Credit rating agencies use a variety of factors to assess a borrower's creditworthiness, including the borrower's financial statements, management quality, and the economic environment in which the borrower operates. In addition to assigning credit ratings, credit rating agencies may also provide detailed reports on the borrower, including information on its financial position, management, and business prospects.

There has been some criticism of credit rating agencies in recent years. One concern is that the agencies may be biased in their assessments, either due to conflicts of interest or due to pressure from the borrowers themselves. For example, some have argued that the agencies may be more lenient in their assessments of large, financially powerful borrowers, in order to maintain a good relationship with them. Another concern is that the credit rating agencies may not have sufficient expertise in certain areas, such as the assessment of complex financial instruments. This can lead to inaccurate assessments and potential financial losses for investors. One of the main criticisms of credit rating agencies is that they may be biased in their assessments. For example, a study published in the Journal of Financial Economics found that credit rating agencies may be more lenient in their ratings of firms that pay them higher fees (Gleason and McLeod, 2014). This raises concerns about the independence of the agencies, as it suggests that they may be influenced by their financial relationships with the borrowers they are rating. Another concern is that credit rating agencies may be susceptible to conflicts of interest. For example, some credit rating agencies have been accused of giving higher ratings to securities in order to win business from the issuers of those securities (SEC, 2011). This can lead to inaccurate ratings and financial losses for investors who rely on these ratings to make investment decisions.

There have also been concerns about the credit rating agencies' lack of expertise in certain areas. For example, during the financial crisis of 2007-2008, credit rating agencies were criticized for their failure to accurately assess the risk of mortgage-backed securities (SEC, 2011). This led to significant financial losses for investors and contributed to the severity of the crisis. Overall, while credit rating agencies provide a valuable service by assessing the creditworthiness of borrowers, it is important to be aware of the potential limitations and biases of these agencies. Investors should consider using multiple sources of information when making investment decisions, rather than relying solely on credit ratings. Despite these criticisms, credit rating agencies continue to play a significant role in the financial industry. They provide investors with an important source of information when making investment decisions, and their assessments are widely used in the pricing of financial instruments.

## 1 Literature Review

The COVID-19 pandemic's breakout and spread have significantly changed the economic, financial, and social landscape not just in the eurozone but also internationally. On March 18, 2020, the ECB promptly responded by introducing a new temporary asset purchase program, called PEPP (Zaghini, 2021). The creation of the new bond issuance under NextGenerationEU, which acts as a temporary tool to aid in Europe's recovery from the COVID-19 epidemic and the creation of a greener, more technologically advanced, and more resilient Europe with more than €800 billion, was the second significant response from the European Commission (European Commission, 2022). In order to assist the global economy to become more robust to the difficulties of the next decades, Banga (2019) claims that the green bond market offers a new avenue for investors to help finance a transition to a new, low-carbon and sustainable economy. From this vantage point, green bonds may be seen as a novel strategy for bridging environmental transformation and the financial sector (Scholtens, 2017). A green bond is described as "any sort of bond instrument where the proceeds will be exclusively utilized to finance or re-finance, in part or in full, new or/and existing approved green projects" by the International Capital Markets Association (ICMA) (ICMA, 2018).

Therefore, all of the aforementioned schemes might be seen as sparks that encourage the issuing of green bonds on a higher scale than in the years before the epidemic. However, there was a "huge surge" in the market for green bonds even before the previously mentioned instruments, the PEPP and the NextGenerationEU. The green bond market just began to take off in 2013, but since then, it has grown significantly (Wang et al., 2020). Green bonds are also thought to be the most often utilized product among institutional investors in terms of fixed-income investments due to their market capacity to be publicly traded and their safety (NNIP, 2022).

Investment in novel ideas and developing technologies, such as renewable energy, is encouraged through "green money," also known as sustainable funding (Jones, 2015). The financial system will be strongly dependent on such an acceleration of investments in environmentally friendly energy and technologies. A green bond is a relatively new financial instrument for allocating cash to green initiatives, and it could be able to allow some of the increasing investment required for environmentally friendly energy and technologies (Torvanger et al., 2021). We now have decades of experience with the main tactics used in the financial sector to better match money flows with social, ethical, and environmental objectives. The 1970s are when modern ethical and environmental investing first emerged (Friede et al., 2015; Naidoo, 2020). A study published in the Journal of Banking and Finance found that green bonds tend to have higher credit ratings than traditional bonds (Gammeltoft & Weidema, 2018). This may be due to the fact that green bonds are often issued by governments or large corporations, which tend to have stronger credit profiles. In addition, the projects financed by green bonds may be less risky than traditional projects, as they are typically focused on environmentally friendly initiatives that have long-term benefits. In the wake of the pandemic crisis, green bonds might act as a sustainable alternative tool to revive the world economy. As a result, governments everywhere may use funds from their stimulus packages to fund green projects that will help them revive their economies without compromising the low-carbon transition goals outlined in various programs like the Paris Agreement and the Sustainable Development Goals (Arif et al., 2022). According to Sachs (2015), using green financial instruments can help create a more environmentally friendly world. Financial intermediaries and markets developed financial products as a result of the process, such as green bonds, green home mortgages, green loans for commercial buildings, environmental home equity programs, "go green" auto loans, small business administration express loans, and climate credit cards.

In research conducted by Baldi and Pandimiglio (2022), predictions indicated that investors are likely to accept lower returns in exchange for helping to finance infrastructure projects that have a greater impact on the sustainability of target communities or territories and that they need higher premia as compensation when they are exposed to a greater risk of greenwashing by issuers. At the corporate level, the danger of greenwashing is greater among manufacturing (as opposed to service) enterprises, but it is more obvious in the finance industry. Local governments may find it more difficult to implement greenwashing methods at the public level than multinational or sovereign issuers since the latter can avoid investor regulations due to their greater distance from communities.

Global credit rating agencies (CRAs) play a crucial role as the market's gatekeepers for debt<sup>1</sup>. In the last 20 years, as financial systems have become more linked and more businesses have sought funding internationally, the demand for their ratings has grown at an unprecedented rate. Although several ratings may be gained for a variety of reasons, regulatory certification is found to be the most often in the literature currently available (e.g.: Bongaerts, Cremers and Goetzmann, 2012; Chen and Wang, 2021). Investors typically only need one or two ratings, although issuers often receive many ratings (Baker and Mansi, 2002). Both Moody's and Standard and Poor's (S&P) grade the majority of significant U.S. corporate bonds, with the lower rating being chosen for bond categorization (Bongaerts et al., 2012). The rating of a bond is instead decided by the middle rating offered by the three CRAs since the Lehman Brothers index began using Fitch as a third rating agency to evaluate the rating classes of bonds in 2005. (Chen and Wang, 2021).

The increase in international bond issuances and cross-border investment has also contributed to the global CRAs' geographic expansion and market domination since ratings from global CRAs have become an implicit need for enterprises wishing to access a large investor pool. It should come as no surprise that the market dominance of the major CRAs has become the subject of regulatory changes all over the world, and authorities make a significant effort to entice new CRAs to enter the market (Hung et al., 2022).

## 2 Methodology

In the research part of the presented paper, there is performed an analysis of bonds' ratings given by the three biggest rating agencies (Moody's, Standard and Poor's, and Fitch) for every IPO. As long, as there is no given rating for every listed IPO, it is necessary to modify the examined samples and analyze only the observations with a given rating by at least one of the three mentioned rating agencies. After selecting the

<sup>1</sup> The term global rating agencies describes the three biggest credit rating agencies with the largest market share: Standard and Poor's (S&P), Moody's, and Fitch.

bonds with a given rating, it is needed to carry out the linear transformation of the assigned rating as there are no similar ratings for rating companies, as they are slightly different.

A linear transformation is made in ascending order, meaning that the best ratings (AAA, Aaa) were assigned the value of 1, and the worst (CCC+, Caa3) were given the value of 19, covering all the possibilities of assigned rating to IPOs by rating agencies in the studied sample. This part of the analysis compares the differences. Table 2 shows tested hypotheses in relation to assigned ratings by rating agencies Moody's, Standard and Poor's, and Fitch). Hypotheses 1.1 - 1.6 test if the distribution and medians of ratings assigned by rating agencies are the same across two examined groups of bonds in the period 2017-2020. Hypotheses 2.1 - 2.6 are testing if the medians and distribution of given ratings are the same in the period 2020-2022.

The whole sample is divided into two subsamples a, b. Every subsample covers the timespan of the 822 calendar days. Subsample a covers the time period from November 29th, 2017 to February 28th, 2020 (561 working days), while containing 4,584 observations. Subsample b covers the period from March 1st, 2020, until May 31st, 2022 (563 working days). Subsample b contains 9,788 observations.

## 2.1 Methods used and tested hypotheses

In both samples, there are used non-parametric tests: the independent sample median test and the Mann-Whitney U test. According to the results of non-parametric tests, it is possible to compare the median values and distribution of two groups of bonds. In this case, the compared group variable is called "green", with value 0 stating: "no green bonds". Value equaled to 1: "green bonds". The formulation of the Mann-Whitney U test leads to assumptions: (Pratt, 1964)

- All the observations from both groups are independent of each other,
- the responses are at least ordinal (it is possible to compare if any of the two observations is greater),
- Under the null hypothesis H0, the distributions of both populations are identical.

After comparing the mean scores with a Mann-Whitney U test, it is necessary to know if the median scores are equal. A median test will answer the question by testing the null hypothesis that the population medians for groups of the green and "no green bonds" are equal for each examined variable. For both groups in both subsamples, there is a tested relation to selected variables, describing the elementary parameters of the bond.

**Table 1 The list of the tested hypotheses – ratings of green bonds.**

Hypothesis	Tested relation of the null hypothesis	Tests used
H1.1 – H1.6	The medians and distribution of ratings are the same across categories of bond groups.	Independent-Samples Median Test
H2.1 – H2.6	The medians and distribution of ratings are the same across categories of bond groups.	Independent-Samples Mann Whitney U Test

*Source: Authors' processing.*

## 3 Results

The counts of bond IPOs in the examined subsamples are summarized in Table 2. In the subsample a before the COVID-19 pandemic, there were issued 4,584 bonds in aggregate. 4,399 bonds were not marked as "green" at the IPO. While 185 bonds (4%) were marked as green bonds.

**Table 2 Count of bond IPOs between November 29th, 2017, and May 31st, 2022**

Bonds type / Period	2017 - 2020	2020 - 2022
No green bonds	4,399	9,021
Green bonds	185	767

*Source: Authors' processing.*

In the period after the COVID-19 breakout studied subsample b contains 9,788 bonds, of which 9,021 are not marked as green, while 767 (7.84%) bonds are labeled as green bonds. According to the counts, it is possible to state the total number of bond IPOs has increased by 53.17% during the COVID-19 period, while the market of green bonds has shown growth of 414.59% during the same period.

Two major findings from the elementary descriptive statistics about ratings are associated with the decreasing relative count of green bonds with High Investment Grade (HIG), and the increasing amount of green bonds with not given ratings of IPO from any of the big three credit rating agencies. Decreasing the relative count of HIG is also represented by the higher median value of the assigned rating. In the case of Moody's, the change by two rating points means that the median value of the rating has decreased from A1 to A3. To compare the rating development of the green bond IPOs in selected periods, there is also the comparison with the ratings of no green bond IPOs, which serves as a baseline.

**Table 3 Counts of green bonds rated by rating agencies. The number of High Investment Grade Green Bonds (HIG). The median value of credit rating. Count of the Not rated bonds (NR).**

	Sample 2017 - 2020			Sample 2020 - 2022		
	Moody's	St.&P.	Fitch	Moody's	St.&P.	Fitch
N	158	151	110	617	584	394
Count of HIG (%)	156 (98.7%)	144 (95.36%)	104 (94.55%)	576 (93.35%)	532 (91.10%)	355 (90.10%)
Median	5	6	6	7	7	7
NR (%)	27 (14.59%)	34 (18.38%)	75 (40.54%)	150 (19.56%)	183 (23.9%)	373 (48.63%)

*Source: Authors' processing.*

According to the results presented in Tables 3 and 4, it might be concluded that there are some significant differences. Similarly, to the IPOs of the green bonds, the relative count of the HIG has decreased through the period of the COVID-19 pandemic, but the relative change (-1.77%) has not been as high as in the case of the green bonds (-4.69%). In the case of the median value of the rating, no green bond IPOs has not shown such changes in the median value as green bond IPOs. The median value of 8 stands for Moody's scale for the rating Baa1. Another finding is that not rated bond IPOs (NR) have increased in a lower relative count. While the relative change of the green bond IPOs was at the level of +6.19%, in the no green bond IPOs the relative change reached +1.30%.

**Table 4 Counts of no green bonds rated by rating agencies. The number of High Investment Grade Bonds (HIG). The median value of credit rating. Count of the Not rated bonds (NR).**

	Sample 2017 - 2020			Sample 2020 – 2022		
	Moody's	St.&P.	Fitch	Moody's	St.&P.	Fitch
N	3,792	3,670	2,401	7,740	7,714	4,423
Count of HIG (%)	3,112 (82.07%)	3,011 (82.04%)	2,121 (88.34%)	6,245 (80.68%)	6,191 (80.26%)	3,812 (86.19%)
Median	8	8	7	8	8	7
NR (%)	607 (13.80%)	729 (16.57%)	1,998 (45.42%)	1,281 (14.20%)	1,307 (14.49%)	4,598 (50.99%)

*Source: Authors' processing.*

In Table 5 there are shown the results of tested hypotheses presented in Table 1, statistical tests' median and distribution of ratings by rating agencies across the groups of no green and green bonds. Results from table 5 are in line with the previous results and findings in the tab. 3 and tab. 4. It is possible to reject the null hypotheses, with exception of the median and distribution of ratings assigned by agency Fitch in the period 2020-2022 (H2.5 and H2.6). In the case of the other two credit rating agencies, it is not possible to reject the null hypotheses, and it might be stated, that the median value is not the same in both examined groups.

**Table 5 Hypothesis Test Summary – Before COVID-19. Asymptotic significances are displayed in the significance statistics. The significance level is set to .050. a stands for Yates's continuity corrected asymptotic significance.**

Hypothesis	Sig.	Decision	Hypothesis	Sig.	Decision
<b>H1.1</b>	.000 <sup>a</sup>	Reject	<b>H2.1</b>	.000 <sup>a</sup>	Reject
<b>H1.2</b>	.000	Reject	<b>H2.2</b>	.000	Reject
<b>H1.3</b>	.000 <sup>a</sup>	Reject	<b>H2.3</b>	.000 <sup>a</sup>	Reject
<b>H1.4</b>	.000	Reject	<b>H2.4</b>	.000	Reject
<b>H1.5</b>	.006 <sup>a</sup>	Reject	<b>H2.5</b>	.528 <sup>a</sup>	Retain
<b>H1.6</b>	.005	Reject	<b>H2.6</b>	.215	Retain

*Source: Authors' processing.*

The major finding from this part of the analysis is that the gap between conventional – no green bonds, and bonds labeled as green has been reduced (Table 3, 4). While in the period before the COVID-19 pandemic, the median rating difference was in the range of one to either three rating points, in the period after the pandemic break out the difference is at the level of one rating point in the case of Moody's and Standard and Poors. While speaking about the Fitch agency, the median value is the same either for conventional, or green bonds, but these results were not confirmed by statistical significance (Table 5).

## Conclusion

In the presented paper the differences in credit ratings from Moody's, Standard and Poor's, and Fitch were analyzed. As was the case with the parameters, the ratings of IPOs by these agencies served as a benchmark to compare the evolution of the ratings of conventional (no green) bonds. Again, it can be concluded that green bonds are closer to conventional bonds in terms of the nature of their ratings or their median value. In the case of green bonds, however, there is a deterioration in the median rating by two rating points (Moody's) and one rating point (Standard and Poor's, Fitch). The differences in median values and distributions were also confirmed for the observations of the ratings given by Moody's and Standard and Poor by statistical significance of the Mann-Whitney U test and the Independent Samples Median test. For conventional bonds, there was no evidence of deterioration in the quality of the issues with respect to the median value of the ratings of the IPOs. In the case of green bonds, it might be stated, that the increase in emissions might be accompanied by a worsening of the overall quality of the whole market of green bonds.

## Literature

ARIF, Muhammad - NAEEM, Muhammad, A. - FARID, Saqib - NEPAL, Rabindra - JAMASB, Tooraj: Diversifier or more? Hedge and safe haven properties of green bonds during COVID-19. *Energy Policy*, 168, Article 113102, (2022). <https://doi.org/10.1016/j.enpol.2022.113102>

BAKER, H. Kent - MANSI, Sattar: Assessing credit rating agencies by bond issuers and institutional investors. In: *Journal of Business Finance & Accounting*, (2002), Vol. 29.9-10: pp. 1367-1398.

BANGA, Josué: The green bond market: a potential source of climate finance for developing countries. In: *Journal of Sustain. Finance Invest.*, 9(1), (2019), pp. 17-32. <https://doi.org/10.1016/j.qref.2022.06.007>

BALDI, Francesco - PANDIMIGLIO, Alessandro: The role of ESG scoring and greenwashing risk in explaining the yields of green bonds: A conceptual framework and an econometric analysis. In: *Global Finance Journal*, Vol. 52 (2022), 100711. <https://doi.org/10.1016/j.gff.2022.100711>.

BONGAERTS, Dion - CREMERS, K.J. Martijn - GOETZMANN William N.: Tiebreaker: Certification and multiple credit ratings. In: *The Journal of Finance*, Vol. 67, issue 1 (2012), pp.113-152.

CLIMATE BOND INITIATIVE: Sustainable Debt Market Summary Q1, (2022). Published: May 2022. Retrieved on September 29th, 2022. Available at: [https://www.climatebonds.net/files/reports/cbi\\_susdebtsum\\_q12022\\_01f.pdf](https://www.climatebonds.net/files/reports/cbi_susdebtsum_q12022_01f.pdf)

EUROPEAN COMMISSION: Press release: European Commission completes the second successful bond issuance in 2022. Retrieved on September 29th, (2022). Available at: [https://ec.europa.eu/commission/presscorner/detail/en/ip\\_22\\_1935](https://ec.europa.eu/commission/presscorner/detail/en/ip_22_1935)

FITCH RATINGS. About Fitch. Retrieved from <https://www.fitchratings.com/site/about>, (n.d.).

- FRIEDE, Gunnar - BUSCH, Timo - BASSEN, Alexander: *ESG and financial performance: aggregated evidence from more than 2000 empirical studies.* In: *Journal of Sustainable Finance & Investment* 5, (2015), pp. 210–233. <https://doi.org/10.1080/20430795.2015.1118917>.
- GAMMELTOFT, Peter - WEIDEMA, Bo Pedersen: *Credit rating of green bonds: A review of the current state of the art.* In: *Journal of Banking and Finance*, 88, (2018). 270-281.
- GLEASON, K. C., - McLEOD, D. H. *Credit rating agencies and the subprime mortgage crisis.* In: *Journal of Financial Economics*, 112(2), (2014), pp. 269-283.
- HUNG, Mingyi - KRAFT, Pepa - WANG, Shiheng -YU, Gwen: *Market power and credit rating standards: Global evidence.* In: *Journal of Accounting and Economics*, Vol. 73(2-3), (2022), 101474.
- CHEN, Zhihua – WANG, Zhen: *Do firms obtain multiple ratings to hedge against downgrade risk?* In: *Journal of Banking & Finance*, Vol. 123, (2021): 106006.
- ICMA: *Green Bond Principles 2018: Voluntary Process Guidelines for Issuing Green Bonds*, (2018). Retrieved from <https://www.icmagroup.org/assets/documents/Regulatory/Green-Bonds/Green-Bonds- Principles-June-2018-270520.pdf>
- JONES, Aled, W.: *Perceived barriers and policy solutions in clean energy infrastructure investment.* In: *Journal of Cleaner Production*, 104, 297-304, (2015).
- MOODY'S. *About Moody's.* Retrieved from <https://www.moodys.com/about-moodys>, (n.d.).
- NAIDOO, Chantal, P.: *Relating financial systems to sustainability transitions: challenges, demands and design features.* *Environmental Innovation and Societal Transitions* 36, (2020), pp. 270–290.
- NNIP: *Investigations of NN Investment Partners show that green bonds are the most popular sustainable fixed-income investment among institutional investors.* Retrieved on September 26th, (2022). Available at: <https://www.nnip.com/en-INT/professional/insights/articles/green-bonds-are-most-popular-sustainable-fixed-income-investment-among-institutional-investors>
- PRATT, John, W.: *Robustness of Some Procedures for the Two-Sample Location Problem.* In: *Journal of the American Statistical Association*, 59(307), (1964), pp. 665–680. <https://doi.org/10.2307/2283092>
- SACHS, Jeffrey, D.: *The age of sustainable development.* Columbia University Press, (2015).
- SCHOLTENS, Bert :*Why finance should care about ecology.* *Trends in Ecology & Evolution*, 32(7), (2017), pp. 500-505.
- SEC. *Credit rating agencies: An overview of the role and responsibilities of credit rating agencies in the operation of the securities markets.* Retrieved from <https://www.sec.gov/reportspubs/investor-publications/investor-publications-credit-rating-agencies.html>, (2011).
- STANDARD & POOR'S. *About Standard & Poors.* Retrieved from [https://www.standardandpoors.com/en\\_US/web/guest/home/about-sp](https://www.standardandpoors.com/en_US/web/guest/home/about-sp), (n.d.).
- TORVANGER, Asbjorn - MALTAIS, Aaron – MARGINEAN, Iulia: *Green bonds in Sweden and Norway: What are the success factors?* In: *Journal of Cleaner Production*, 324, Article 129177, (2021).
- WANG, Jiu. - CHEN, Xiu - LI, Xiu - YU, Jiang - ZHONG, Ri: *The market reaction to green bond issuance: Evidence from China.* In: *Pacific-Basin Finance Journal*, 60, Article 101294, (2020). <https://doi.org/10.1016/j.pacfin.2020.101294>
- ZAGHINI, Andrea: *The Covid pandemic in the market: infected, immune and cured bonds.* European Central Bank. Working Paper Series No. 2563, (2021). <https://www.ecb.europa.eu/pub/pdf/scpwps/ecb.wp2563~30e67f8e56.en.pdf>

# VYUŽITIE NEPARAMETRICKÝCH METÓD ANALÝZY PREŽITIA NA ANALÝZU VPLYVU POHLAVIA NA DÍĽKU NEZAMESTNANOSTI

## USING NONPARAMETRIC SURVIVAL ANALYSIS METHODS TO ANALYSE THE IMPACT OF GENDER ON UNEMPLOYMENT DURATION

Ing. Patrícia TEPLANOVÁ

University of Economics in Bratislava  
Faculty of Economic Informatics  
Dolnozemská cesta 1/b  
852 35 Bratislava 5, Slovak Republic  
patricia.teplanova@euba.sk

### Key words

*Survival analysis, Kaplan-Meier estimator, log-rank test, Peto-Peto test, unemployment*

### Abstract

*The aim of this paper is to demonstrate the use of survival analysis to analyse the impact of gender on the duration of unemployment (i.e. the time from losing a job to finding it again). Unemployment is a global problem that has a negative impact on the economy, society and individuals. A number of macroeconomic as well as microeconomic factors affect the reemployment process, but in the present paper we will only discuss the impact of gender. To meet the objective presented, we will use statistical methods that examine the time to the occurrence of a pre-specified event - non-parametric survival analysis methods. The survival function in this case represents the probability that the subject will not find a new job within a certain time. The Kaplan-Meier estimator is used to estimate survival functions based on gender, and the log-rank test, Peto-Peto test, Wilcoxon test, Fleming-Harrington test, and Tarone-Ware test will be used to compare individual survival curves. At the end of the paper, a comparison of the different tests and the selection of the most appropriate one is presented.*

### Úvod

Analýza prežitia poskytuje vhodné metódy pre výpočet času nastatia pozorovanej udalosti, resp. pravdepodobnosti, že udalosť v danom čase nastane ako aj sledovanie priebehu a intenzity výskytov udalostí. Rovnako poskytuje vhodné metódy pre analýzu vplyvu rôznych premenných na tento čas prežitia. Je dôležité poznamenať, že v analýze prežitia hovoríme o pravdepodobnosti prežitia určitej skupiny subjektov s rovnakými znakmi. Tieto štatistické metódy nachádzajú svoje uplatnenie najmä v medicíne, epidémiologii, demografii ale aj v ekonómii.

Cieľmi analýzy prežitia sú:

- Odhad a interpretácia funkcie prežitia a rizikovej funkcie.
- Porovnanie dvoch alebo viacerých funkcií prežitia alebo rizikových funkcií.
- Skúmanie vzťahu medzi vysvetľujúcimi premennými a dobu prežitia.

Čas prežitia predstavuje počet časových jednotiek (dni, týždne, mesiace, roky...) zdola ohraničený začiatkom pozorovania a zhora ohraničený nastatím pozorovanej udalosti (pozitívnej alebo negatívnej) alebo ukončením pozorovania. V našom prípade, čas nezamestnanosti je zdola ohraničený stratou zamestnania a zhora ohraničený nájdením si nového zamestnania. Udalosťou v analýze prežitia rozumieme napríklad smrť, vyliečenie sa z choroby, zlyhanie stroja, storno poistnej zmluvy alebo nájdenie si nového zamestnania atď.

Výhodou metód analýzy prežitia oproti iným štatistickým metódam je možnosť analyzovania aj cenzorovaných dát, teda takých dát, kde chýba určitá informácia o hornom, dolnom, prípadne intervalovom ohraničení hodnoty času prežitia. Najčastejším typom cenzorovania vyskytujúcim sa v analýze prežitia je cenzorovanie sprava, t. j. u skúmaného subjektu nenastala pozorovaná udalosť v čase pozorovania a teda nemôžeme pri ňom hovoriť o čase prežitia ale o čase cenzorovania. Táto situácia môže nastať ak subjekt je aj po konci pozorovanej doby stále nažive alebo z výskumu odišiel a nemáme o ňom ďalšie informácie. Ďalšími typmi cenzorovania sú: cenzorovanie zľava alebo intervalové cenzorovanie. Detailnejší popis jednotlivých typov cenzorovania je možné nájsť v literatúre napr. Moore (2016).

Čas prežitia je vo väčšine prípadov tăžko opísateľný nejakým daným pravdepodobnostným rozdelením. Preto vznikla potreba vynájsť také metódy výpočtu pravdepodobnosti prežitia, ktoré nevyžadujú žiadne predpoklady o rozdelení náhodnej veličiny čas prežitia – neparametrické modely. V predloženom príspievku bude pozornosť venovaná Kaplan-Meierovmu odhadu funkcie prežitia. Pri porovnávaní prežitia dvoch skupín pričom tieto skupiny sa odlišujú iba jedným znakom je postačujúce použiť Kaplan – Meierov odhad prežitia nasledovaný štatistickým testovaním (napr. log-rank testom). Autori Grana a kol. (2002) vo svojej publikácii porovnávajú dve skupiny pacientov – liečených a neliečených novou metódou radioimunoterapie pri liečbe zhubného nádoru mozgu. Porovnávané sú dve Kaplanové-Meierové krivky prežitia long rank testom. Liečená skupina má značne vyšiu pravdepodobnosť prežitia rovnako ako aj priemernú dĺžku prežitia ako neliečená skupina pacientov. V oblasti riešenia ekonomických problémov je jedným z využití analýzy prežitia skúmanie času od straty zamestnania po čas nájdenia (návratu do) nového zamestnania. Autorský kolektív Čabla a Malá (2017) skúmajú vplyv na dĺžku nezamestnanosti v Českej Republike na základe pohlavia a vzdelenia regresným modelom s výsledkom, že muži majú kratší čas nájdenia si nového zamestnania ako ženy a so zvyšujúcim sa stupňom vzdelenia sa doba nezamestnanosti znižuje.

Cieľom tohto článku je demonštrovať využitie neparametrických metód analýzy prežitia na analýzu vplyvu jednej premennej - pohlavia na dĺžku nezamestnanosti.

## 1 Kaplan-Meierov odhad funkcie prežitia

Nech  $T$  je nezáporná náhodná premenná vyjadrujúca čas do nastatia vopred známej udalosti, či už pozitívnej alebo negatívnej (smrť, vypuknutie choroby, vyliečenie z choroby, nastatie poistnej udalosti, nájdenie zamestnania atď.). Každý  $i$ -ty subjekt je teda opísaný párovou premenou  $(U_i, \delta_i)$ , kde  $\delta_i$  vyjadruje indikátor cenzorovania, ktorý nadobúda hodnotu 1 ak udalosť nastane u daného pozorovania a 0 ak pozorovanie cenzorujeme. Premenná  $U_i$  vyjadruje čas prežitia  $T_i$  alebo čas cenzorovania  $C_i$ .

Funkcia prežitia vyjadruje pravdepodobnosť, že subjekt prežije čas  $t$  (napríklad  $t$  rokov, mesiacov, dní...), t. j. u subjektu nedošlo do času  $t$  k udalosti a k udalosti dôjde až po uplynutí tohto času. Funkciu prežitia definujeme ako

$$S(t) = P(T > t) = 1 - F(t) = 1 - P(T \leq t) \quad (1)$$

Vlastnosti funkcie prežitia (Šoltésová, 2019):

- $S(0) = 1$  – pravdepodobnosť prežitia v čase 0, teda na začiatku výskumu je 100 %. Všetky subjekty, ktoré v čase  $t = 0$  vošli do výskumu sú nažive.
- $\lim_{t \rightarrow \infty} S(t) = 0$  – znamená, že všetky subjekty po určitom čase podľahnú skúmanej udalosti. Pravdepodobnosť prežitia subjektov sa so zvyšujúcim sa časom  $t$  blíži k 0.
- Funkcia prežitia je monotónou nerastúcou funkciou premennej  $t$ ,  $0 < t < \infty$ .

Predpokladajme, že u subjektu v čase  $t$  nenastala skúmaná udalosť a teda táto udalosť nenastala ani v jednom z časov  $t_1, t_2, \dots, t_n$  za podmienky, že  $t_1 < t_2 < \dots < t_n$ . Potom pravdepodobnosť prežitia do času  $t$  je

$$\begin{aligned} S(t) &= P(T > t) = P(T > t_1 \wedge T > t_2 \wedge \dots \wedge T > t_n) = \\ &= P(T > t_1 | T > t_0)P(T > t_2 | T > t_1) \dots P(T > t_n | T > t_{n-1}) \\ &= P(T > t_1)P(T > t_2 | T > t_1) \dots P(T > t_n | T > t_{n-1}) \end{aligned} \quad (2)$$

Odhad pravdepodobnosti prežitia  $P(T > t_j | T > t_{j-1})$  do ľubovoľného času  $t_j$  je

$$\hat{P}(T > t_j | T > t_{j-1}) = \hat{p}_j = \frac{r_j - d_j}{r_j} \quad (3)$$

kde  $r_j$  predstavuje počet subjektov v riziku v čase  $t_j$  a  $d_j$  je počet subjektov, u ktorých došlo v čase  $t_j$  k udalosti.

Potom bodový Kaplanov-Meierov odhad funkcie prežitia má tvar

$$\begin{aligned} \hat{S}(t) &= \hat{p}_1 \hat{p}_2 \dots \hat{p}_n = \frac{r_1 - d_1}{r_1} \frac{r_2 - d_2}{r_2} \dots \frac{r_n - d_n}{r_n} = \prod_{j:t_j \leq t} \hat{p}_j = \\ &= \prod_{t_j \leq t} \frac{r_j - d_j}{r_j} = \prod_{t_j \leq t} \left(1 - \frac{d_j}{r_j}\right) \end{aligned} \quad (4)$$

Nech párová premenná  $(U_i; \delta_i)$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$  opisuje súbor časov prežitia a predpokladajme, že existuje  $k$  diskrétnych časov kedy došlo k jednej alebo viacerým udalostiam, pričom  $t_1 < t_2 < \dots < t_k$ . Potom počet subjektov, u ktorých došlo k udalosti je

$$d_j = \sum I(U_i = t_j; \delta_i = 1) \quad (5)$$

Počet subjektov, ktoré sú v čase  $t_j$  nažive je

$$r_j = \sum I(U_i \geq t_j) \quad (6)$$

Počet časov prežitia, ktoré boli cenzorované v čase  $t_j$  je

$$c_j = \sum I(U_i = t_j; \delta_i = 0) \quad (7)$$

Pre počet subjektov v riziku v čase  $t_j$  platí

$$r_j = r_{j-1} - d_{j-1} - c_{j-1} \quad (8)$$

## 2 Porovnávanie kriviek prežitia

Pri skúmaní závislostí určitej diskrétnej vysvetľujúcej premennej na funkciu prežitia sa pri neparametrických odhadoch postupuje tak, že si dátový súbor rozdelíme na skupiny s rovnakou hodnotou tej danej vysvetľujúcej premennej, následne sa odhadne funkcia prežitia pre každú skupinu zvlášť a nakoniec sa štatisticky otestuje ich zhoda. Klasické štatistické testy nie je vhodné použiť pretože sa nevedia vysporiadáť s neúplnými (cenzorovanými) pozorovaniami.

V tejto časti publikácie budú predstavené najpoužívanejšie štatistické testy ako log-rank test, Peto-Petov test (Peto a Peto, 1972), Wilcoxonov test (Wilcoxon, 1945), Fleming-Harringtonov test (Harrington a Fleming, 1982) a Tarone-Wareov test.

## 2.1 Log-rank test

Je neparametrická metóda, ktorá testuje zhodu času prežitia medzi viacerými skupinami. Niekoľko býva označovaný ako Mantel-Coxov test (Cox 1972, Mantel, 1966) či Cochran-Mantel-Haenszelov test.

Uvažujme  $k$  skupín s prislúchajúcou funkciou prežitia, potom na ich porovnanie formulujeme nulovú a alternatívnu hypotézu:

$$H_0: S_1(t) = S_2(t) = \dots = S_k(t)$$

$H_1$ : aspoň jedna funkcia je rozdielna

Nech  $O_l$  je skutočný (*observed*) počet subjektov, ktoré zaznamenali udalosť záujmu v  $l$ -tej skupine ( $l = 1, 2, \dots, k$ ) a  $E_l$  je očakávaný (*expected*) počet udalostí v  $l$ -tej skupine potom výpočet testovacej štatistiky má tvar

$$\chi^2_{log-rank} \approx \sum_{l=1}^k \frac{(O_l - E_l)^2}{E_l} \quad (9)$$

Testovacia štatistika má asymptoticky chí-kvadrát rozdelenie s  $(k - 1)$  stupňami voľnosti. Veľké hodnoty testovacej štatistiky napovedajú k odmietnutiu nulovej hypotézy a naopak malé hodnoty testovacej štatistiky k prijatiu nulovej hypotézy. Log-rank test je možné použiť na porovnanie dvoch, ale aj viacerých funkcií prežitia. Výpočet exaktnej testovacej štatistiky pre viac ako dve skupiny je veľmi náročný, avšak výpočtová technika s tým nemá žiadny problém (Lee, 2004).

Predpokladajme, že porovnávame iba dve funkcie prežitia, t. j. testujeme nasledujúce hypotézy

$$H_0: S_1(t) = S_2(t)$$

$$H_1: S_1(t) \neq S_2(t)$$

Očakávaný počet nastatí udalosti záujmu určíme ako (pre  $m$  rôznych časových bodov)

$$E_l = \sum_{j=1}^m e_{lj} = \sum_{j=1}^m r_{lj} \frac{d_j}{r_j} \quad (10)$$

kde  $r_{lj}$  sú počty subjektov v riziku pre každú skupinu,  $d_j$  je celkový počet udalostí a  $r_j$  je celkový počet subjektov v riziku.

Skutočný počet nastatí udalosti určíme ako

$$O_l = \sum_{j=1}^m d_{lj} \quad (11)$$

A platí, že

$$var(O_l - E_l) = \sum_{j=1}^m \frac{r_{1j} r_{2j} d_j}{r_j^2} \left( \frac{r_j - d_j}{r_j - 1} \right) \quad (12)$$

kde  $r_{1j}$  je počet subjektov v riziku v prvej skupine a  $r_{2j}$  je počet subjektov v riziku v druhej skupine. Potom testovacia štatistika log-rank testu má tvar

$$\begin{aligned} \chi^2_{log-rank} &= \frac{(O_l - E_l)^2}{var(O_l - E_l)} = \frac{(\sum_{j=1}^m (d_{lj} - e_{lj}))^2}{var(\sum_{j=1}^m (d_{lj} - e_{lj}))} \\ &= \frac{\left( \sum_{j=1}^m d_{lj} - \sum_{j=1}^m r_{lj} \frac{d_j}{r_j} \right)^2}{\sum_{j=1}^m \frac{r_{1j} r_{2j} d_j}{r_j^2} \left( \frac{r_j - d_j}{r_j - 1} \right)} \end{aligned} \quad (13)$$

Ak uvažujeme dve skupiny, potom testovaciu štatistiku porovnávame s chí-kvadrát rozdelením s jedným stupňom voľnosti ( $\chi^2_{log-rank} \sim \chi^2(1)$ ).

## 2.2 Alternatívy k log-rank testu

Medzi alternatívy k log-rank testu (označované aj ako vážené log-rank testy) patrí Wilcoxonov test, Tarone-Wareov test, Peto-Peto test a Fleming-Harringtonov test. Log-rank test dáva rovnakú váhu všetkým čiastočným rozdielom  $d_{lj} - e_{lj}$ . Avšak vážené testy dávajú každému rozdielu inú váhu  $w(t_j)$  v rôznych časoch prežitia  $t_j$ . O tom, ktorým rozdielom sa dajú vyššie resp. menšie váhy, rozhoduje výber testu. Niektoré testy dávajú vyššie váhy počiatočným časom prežitia a niektoré naopak konečným časom prežitia. Vďaka tomu môžeme tieto testy použiť aj na dátach, kde je porušený predpoklad proporcionality rizikových funkcií.

Testovacia štatistika vážených log-rank testov má tvar (uveďieme prípad pre porovnanie dvoch kriviek prežitia)

$$\chi^2_{test} = \frac{(\sum_{j=1}^m w(t_j)(d_{lj} - e_{lj}))^2}{var(\sum_{j=1}^m w(t_j)(d_{lj} - e_{lj}))} \quad (14)$$

V nasledujúcej tabuľke (Tab. 1) sú uvedené váhy používané v jednotlivých testoch.

**Tab. 3: Testy na komparáciu funkcií prežitia s ich váhami**

Metóda testovania	Váha $w(t_j)$
<b>log-rank test</b>	1
<b>Wilcoxonov test</b>	$r_j$
<b>Tarone-Wereov test</b>	$\sqrt{r_j}$
<b>Peto-Petov test</b>	$\hat{S}(t_j)$
<b>Fleming-Harringtonov test</b>	$\hat{S}(t_{j-1})^p \cdot [1 - \hat{S}(t_{j-1})]^q$

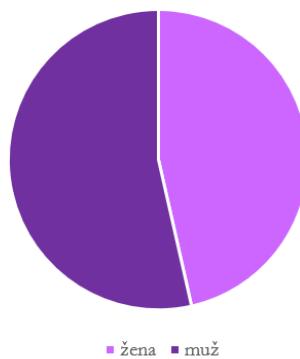
Zdroj: vlastné spracovanie podľa Kleinbaum a Klein (2012)

Wilcoxonov test a Tarone-Wereov test kladú vyššiu váhu rozdielom v počiatočných časoch ako rozdielom v konečných časoch (protože počet subjektov v riziku  $r_j$  je na začiatku výskumu vyšší ako na konci). Podobne aj pri Peto-Petovom teste, kde sa za váhu považuje funkcia prežitia spoločná pre všetky skupiny v čase  $t_j$ , sa kladie vyšší dôraz na rozdiely  $d_{lj} - e_{lj}$  v počiatočných časoch. Pri Fleming-Harringtonovom teste sa kladie dôraz na funkciu prežitia pre predchádzajúci čas  $t_{j-1}$ . Okrem toho obsahuje ešte parametre  $p$  a  $q$  ( $p, q \geq 0$ ), pomocou ktorých vieme zvoliť na ktoré časové obdobie bude kladený vyšší dôraz. V prípade, že tieto váhy sú nulové, tak z Fleming-Harringtonovho testu dostaneme klasický log-rank test. Ak  $p = 1$  a  $q = 0$  majú najväčšiu váhu rozdiely v počiatočných časoch prežitia a ak  $p = 0$  a  $q = 1$  majú najväčšiu váhu rozdiely v koncových časoch prežitia. Výber vhodného testu sa realizuje najmä na základe toho ako veľmi predpokladáme, že je narušená nulová hypotéza. Vo všeobecnosti by tieto testy mali dať veľmi podobné výsledky. Niekedy vzhľadom na typ štúdie je vhodné použiť jeden vybraný test na základe jeho vah (napr. ak predpokladáme štúdiu, kde sú subjekty viac vystavené riziku na začiatku štúdia je vhodné použiť tie testy, ktoré dávajú väčšiu váhu rozdielom  $d_{lj} - e_{lj}$  na začiatku štúdie).

## 3 Analýza vplyvu pohlavia na dĺžku trvania nezamestnanosti

Zvolený dátový súbor opisuje 452 subjektov, ktorí prišli o svoje zamestnanie. Dáta pochádzajú z roku 1993 z USA (Romeo, 1999). U 256 pozorovaní došlo k sledovanej udalosti – nájdenie si zamestnania a u 197 pozorovaní sledujeme čas cenzorovania (predpokladajme, že všetky časy sú cenzorované sprava). Pomer žien (210) a mužov (242) je približne rovnaký a je vyobrazený na Obr. 1.

Premenná pohlavie

**Obr. 1: Pomer pozorovaní na základe premennej pohlavie***Zdroj: vlastné spracovanie*

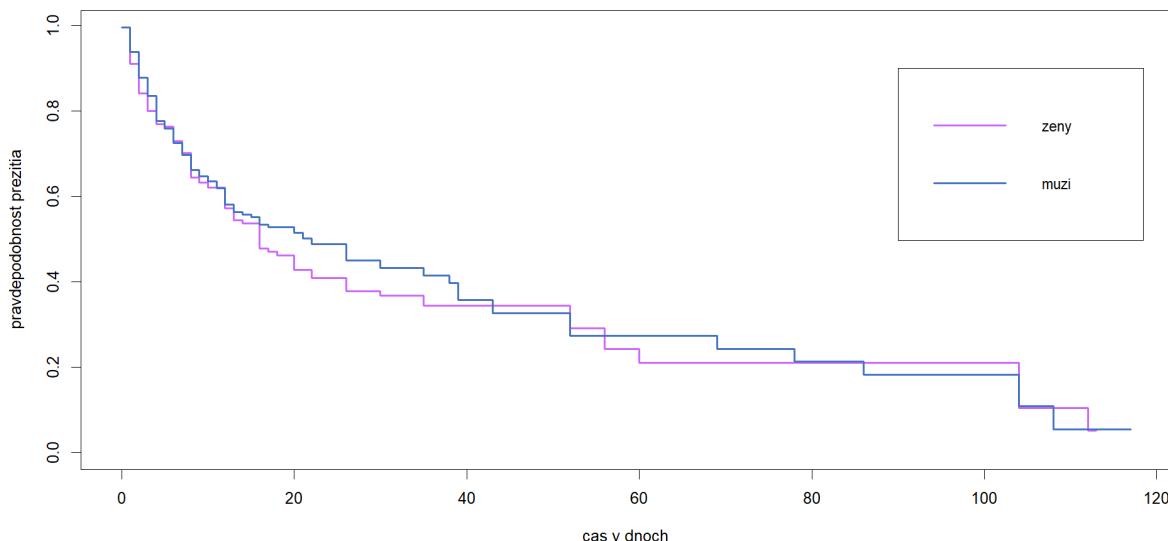
Funkcie prežitia vzhladom na premennú pohlavie odhadneme na základe vztahu (4). Výsledky Kaplanovho-Maierovho odhadu funkcie prežitia sú uvedené v Tab. 2 v stĺpcoch označených  $S(t)$  zvlášť pre ženy a zvlášť pre mužov. Pravdepodobnosť opäťovného nájdenia si zamestnania v jednotlivých časoch je uvedená v stĺpcoch  $1 - S(t)$ .

**Tab. 2: Funkcie prežitia v závislosti od pohlavia**

Čas prežitia $t$ v dňoch	Ženy		Muži	
	$S(t)$	$1 - S(t)$	$S(t)$	$1 - S(t)$
0	0.9952	0.0048	0.9959	0.0041
1	0.9095	0.0905	0.938	0.062
7	0.7017	0.2983	0.6966	0.3034
10	0.6211	0.3789	0.6357	0.3643
15	0.5371	0.4629	0.5521	0.4479
20	0.4275	0.5725	0.5148	0.4852
30	0.3672	0.6328	0.4332	0.5668
50	0.3442	0.6558	0.3263	0.6737
60	0.2104	0.7896	0.2741	0.7259
90	0.2104	0.7896	0.1827	0.8173
112	0.0526	0.9474	0.0548	0.9452

*Zdroj: vlastné spracovanie*

Z tabuľky je zrejmé, že muži majú od prvého týždňa vo všeobecnosti rovnakú šancu si opäťovne nájsť zamestnanie ako ženy (ich funkcia prežitia v niektorých časoch je nižšia ako u žien, takže pravdepodobnosť že u nich nenastane sledovaná udalosť - zamestnanie sa, je nižšia oproti tej istej pravdepodobnosti u žien a v iných časom je presne naopak pravdepodobnosť nájdenia si zamestnania pre ženy vyššia). Ženy sú však úspešnejšie v nájdení zamestnania hneď prvý deň nezamestnanosti (9 % žien) oproti mužom (6 %). Po prvom týždni sa rozdiel medzi funkciemi prežitia oboch pohlaví takmer odstráni z čoho vyplýva, že približne rovnako žien ako aj mužov si našlo do tohto času nové zamestnanie (29.83 % žien a 30.34 % mužov). V prvom mesiaci nezamestnanosti si nájde zamestnanie 63.28 % žien a 56.68 % mužov. V priebehu prvých dvoch mesiacov majú znova ženy vyššiu pravdepodobnosť nájdenia si práce o približne 6 %. Avšak v koncových časoch, teda po 90 dňoch zostáva na trhu práce viac žien (21.04 %) ako mužov (18.27 %). Po 112 dňoch si už takmer všetky subjekty opäťovne našli zamestnanie. Na základe vizuálnej analýzy môžeme predpokladať výsledok, že pohlavie nemá významný vplyv na dĺžku nezamestnanosti nakoľko sa jednotlivé krivky prežitia viac menej prekrývajú.

**Obr. 2: Krivky prežitia v závislosti od pohlavia***Zdroj: vlastné spracovanie*

Našim bodom záujmu je určiť vplyv premennej pohlavie na dĺžku nezamestnanosti. Nakoľko premenná pohlavie nadobúda iba dve obmeny – muž/žena, je postačujúce otestovať štatistickú významnosť rozdielnosti funkcií prežitia pre mužov a pre ženy. Na testovanie predpokladu, že premenná pohlavie má štatisticky významný vplyv na dĺžku nezamestnanosti formulujeme nasledujúce hypotézy:

$$H_0: S_{ženy}(t) = S_{muži}(t)$$

$$H_1: S_{ženy}(t) \neq S_{muži}(t)$$

Ak nezamietneme nulovú hypotézu, tak potom pohlavie nemá štatisticky významný vplyv na dĺžku nezamestnanosti. Naopak ak nulovú hypotézu zamietneme, tak pohlavie má vplyv na čas do nájdenia si zamestnania.

Z testov uvedených v predchádzajúcej kapitole uvedieme klasický log-rank test spolu s Peto-Peto testom. Výber druhého testu bol podmienený skutočnosťou, že na základe analýzy dát je zrejmé, že subjekty podliehajú väčšiemu riziku (nastáva u nich opäťovné zamestnanie sa) v počiatočných časoch. V Tab. 3 sa nachádzajú výsledky testovacích štatistik oboch testov, ktoré sú porovnané s chí-kvadrát rozdelením s pravdepodobnosťou 0.95 (na hladine významnosti 0.05) s jedným stupňom voľnosti.

$$\chi^2_{0.95}(1) \approx 3.84 \quad (15)$$

**Tab. 3: Log-rank test a Peto-Peto test**

Log-rank test					
pohlavie	$r_j$	$O_l$	$E_l$	$\frac{(O_l - E_l)^2}{var(O_l - E_l)}$	p-hodnota
ženy	210	122	117	0.426	0.5
muži	242	124	139	0.426	0.5
Peto-Peto test					
ženy	210	84.5	80.3	0.563	0.5
muži	242	91.9	96.1	0.563	0.5

*Zdroj: vlastné spracovanie*

Porovnaním testovacích štatistik s chí-kvadrát rozdelením uvedeným vo vzťahu (15) a na základe p-hodnoty ( $p$ -hodnota = 0.5 > 0.05) prijíname nulovú hypotézu, takže usudzujeme, že pohlavie nemá štatisticky významný vplyv na dĺžku nezamestnanosti. Výsledok avšak môže byť vzhľadom na vek dát skreslený a nemusí úplne odrážať súčasnosť. Avšak dalo by sa predpokladať, že v súčasnej dobe prídeme k podobnému výsledku nakoľko vo všeobecnosti sú v pracovnej sfére obe pohlavia rovnocenné. Samozrejme táto skutočnosť závisí aj od druhu práce, ktorá je skúmaná, ak napríklad skúmame dĺžku nezamestnanosti pri manuálnych prácach je väčšia pravdepodobnosť, že skôr sa zamestnajú muži ako ženy.

## Záver

Cieľom tohto článku je demonštrovať využitie neparametrických metód analýzy prežitia na analýzu vplyvu jednej premennej – konkrétnie pohlavia na dĺžku nezamestnanosti. Metódy analýzy prežitia poskytujú vhodný nástroj na analýzu časovej vysvetľovanej premennej a sú schopné sa vysporiadať s neúplnými dátami na rozdiel od iných štatistických procedúr. Na úvod bola predstavená samotná analýza prežitia a jej využitie. V metodickej časti bol demonštrovaný teoretický rámec neparametrických odhadov a testov na porovnanie viacerých funkcií prežitia. Okrem medicíny je analýza prežitia neodmysliteľne využiteľná aj v ekonómii, túto skutočnosť sme podložili aj aplikačnou časťou predloženej publikácie. Na dátach bol najskôr vykonaný Kaplanov-Meierov odhad funkcie prežitia pre jednotlivé pohlavia, d'alej bola otestovaná štatistická významnosť vplyvu premennej pohlavia dvoma rôznymi testami, ktorá viedla k výsledku, že pohlavie nemá významný vplyv na dĺžku nezamestnanosti.

## Literatúra

- COLLETT, D. *Modelling Survival Data in Medical Research (third edition)*. Bristol, UK: Published by Taylor & Francis Group, LLC. ISBN 978-1-4987-3169-0, 2015.
- COX, D. R. *Regression Models and Life-Tables*. *Journal of the Statistical Society. Series B (Methodological)*, Vol. 34, No. 2, pp. 187-220, 1972.
- ČABLA, A., MALÁ, I. *The Use of Survival Analysis Methods for the Modelling of Unemployment in the Czech Republic*. *Politická ekonomie*, 65(4), 501-519. doi: 10.18267/j.polek.1157, 2017.
- GEHAN, E. A. *A Generalized Wilcoxon Test for Comparing Arbitrarily Singly-Censored Samples*. *Biometrika*, 52, 203—223, 1965.
- GRANA, Ch., CHINOL, M., ROBERTSON, C., MAZZETTA, C., BARTOLOMEI, M., CICCO, C., FIORENZA, M., GATTI, M., CALICETI, P., PAGANELLI, G. *Pretargeted adjuvant radioimmunotherapy with Yttrium-90-biotin in malignant glioma patients: A pilot study*. *British journal of cancer*. 86. 207-12. 10.1038/sj.bjc.6600047, 2002.
- HARRINGTON, D. P., FLEMING, T. R. *A class of rank test procedures for censored survival data*. *Biometrika* 69, 553–566, 1982.
- HOSMER, D. W., LEMESHOW, S. *Applied survival analysis: Regression modelling of time to event data*. New York: Wiley and Sons, 2002.
- KALBFLEISCH, J. D., PRENTICE, R. L. *The statistical analysis of Failure Time da-ta*. New Jersey: Published by John Wiley & Sons, Inc. ISBN 0-471-36357-X, 2002.
- KAPLAN, E. L., MEIER, P. *Nonparametric Estimation from Incomplete Observations*. USA: Published by American Statistical Association. *Journal of the American Statistical Association*, Vol. 53, No. 282, pp. 457-481, 1958.
- KASSAMBARA A., KOSINSKI M., BIECEK P. *\_survminer: Drawing Survival Curves using 'ggplot2'\_*. R package version 0.4.9. <https://CRAN.R-project.org/package=survminer>, 2021.
- KLEIN, J. P.; MOESCHBERGER, M. L. *Survival Analysis : Techniques for Censored and Truncated Data*. New York : Springer-Verlag. 502 s. ISBN 0-387-94829-5, 1997.
- KLEINBAUM, D. G., KLEIN, M. *Survival Analysis: A Self-Learning Text*. 3rd Edition, New York: Springer. ISBN 978-1-4419-6645-2, 2012.
- LEE, E. T., WANG, J. W. *Statistical Methods for Survival Data Analysis*. Wiley series in probability and statistics. Wiley. ISBN 0-471-36997-7, 2004.

- MANTEL, N. *Evaluation of Survival Data and Two New Rank Order Statistics Arising in Its Consideration*. *Cancer Chemotherapy Reports*, 50, 163—170, 1966.
- MOORE, D. F. *Applied Survival Analysis Using R*. Switzerland: Published by Springer International Publishing, p. 226. ISBN 978-3-319-31245-3, 2016.
- PÁLEŠ, M. *Jazyk R pre aktuárov*. Bratislava: Vydavateľstvo Letra Edu, 349 s. ISBN 978-80-89962-26-6, 2019.
- PETO, R., PETO, J. *Asymptotically Efficient Rank Invariant Procedures*. *Journal of the Royal Statistical Society, Series A*, 135, 185—207, 1972.
- R CORE TEAM. *R: A language and environment for statistical computing*. R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria. URL <https://www.R-project.org/>. 2021.
- ROMEO, Ch. J. *Conducting inference in semiparametric duration models under inequality restrictions on the shape of the hazard implied by the job search theory*. *Journal of Applied Econometrics*, 14(6), 587–605. 1999.
- ŠOLTÉSOVÁ, T.. *Aktuárske modelovanie v životnom poistení*. Bratislava: Vydavateľstvo Letra Edu, 146 s. ISBN 978-80-89962-36-5, 2019.
- TEPLANOVÁ, P. *Analýza prežitia a jej využitie v životnom poistení [Diplomová práca]*. Bratislava: Ekonomická univerzita v Bratislave, 2021.
- TEPLANOVÁ, P., ZÁVODNÝ, M. *Use of the Kaplan-Meier estimator in actuarial science*. EDAMBA 2022: International Scientific Conference for Doctoral Students and Post-Doctoral Scholars : From Better Economics to Better Economy : Conference Proceedings. Bratislava : Vydavateľstvo EKONÓM, 2022.
- TEPLANOVÁ, P., PÁLEŠ, M. *Analýza doby trvania poistných zmlív využitím analýzy prežitia v jazyku R*. České Budějovice : Vysoká škola evropských a regionálních studií. - ISBN 978-80-7556-094-0. - S. 109-114 online, 2021.
- THERNEAU, T. M. *\_A Package for Survival Analysis in R\_*. R package version 3.3-1. URL:<https://CRAN.R-project.org/package=survival>, 2022.
- THERNEAU, T. M., GRAMBSCH P. M. *\_Modeling Survival Data: Extending the Cox Model\_*. Springer, New York. ISBN 0-387-98784-3, 2000.
- WILCOXON, F. *Individual Comparison by Ranking Methods*. *Biometrics*, 1, 80—83, 1945.

# VÝZNAM KATASTROFICKÉHO MODELU PRI RIADENÍ KATASTROFICKÉHO RIZIKA

## SIGNIFICANCE OF THE CATASTROPHE MODEL IN THE MANAGEMENT OF CATASTROPHIC RISK

Ing. Michal ZÁVODNÝ

University of Economics in Bratislava  
Faculty of Economic Informatics  
Department of Mathematics and Actuarial Science  
Dolnozemská cesta 1/b  
852 35 Bratislava 5, Slovak Republic

michal.zavodny@euba.sk

### Key words

*Catastrophe, catastrophic risk, catastrophe model*

### Abstract

*The aim of the paper is to describe the catastrophe model in the management of catastrophic risk. Catastrophic risk is a danger threatening property and people's lives. The importance of managing these risks is a consequence of the ever-increasing frequency of occurrence of catastrophic events, as well as the amount of damage resulting from them. Analysis of insurance companies shows that due to economic growth in risk areas, damages caused by natural disasters grew at an average annual rate of 5%. For this reason, there is a need to develop already existing catastrophe models, or to create new ones, in order to better estimate potential damages caused by extreme events.*

## Úvod

Riziko v poist'ovníctve môžeme charakterizovať ako nebezpečenstvo vzniku škody, prípadne vystavenie sa nepriaznivej udalosti, ujme alebo strate. Tieto hrozby ovplyvňujú takmer každú ľudskú bytosť, a to pri bežných činnostях. Na druhej strane existujú aj katastrofické riziká, ktoré súvisia s mimoriadnymi udalosťami a postihujú vo veľkej mieri nielen ľudí, ale aj poistný trh a samotný chod krajininy. Do tejto kategórie môžeme zaradiť najmä prírodné katastrofy, ako napríklad víchrice, povodne alebo zemetrasenia. Zatiaľ čo v minulosti bol výskyt katastrofických udalostí veľmi ojedinelý, v súčasnosti rastie počet prírodných javov, ktoré zapríčinujú materiálne škody, ale aj ľudské obete. Tieto udalosti súvisia s klimatickými zmenami, narastajúcou industrializáciou a vývojom infraštruktúry, pričom zanechávajú nezanedbateľné následky na prírode a životnom prostredí.

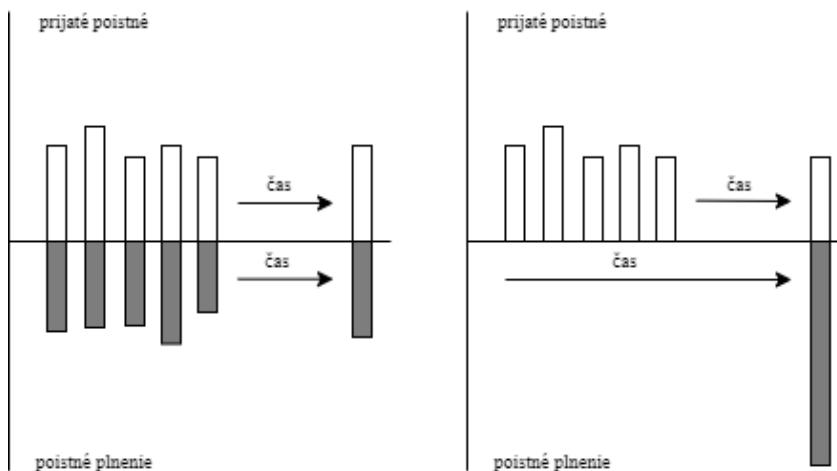
## 1 Katastrofické riziko

Katastrofické udalosti ovplyvňujú ekonomicke a sociálne podmienky postihnutej krajininy, ktoré sú zhoršované eskaláciou chudoby a znižovaním ekonomických aktivít. Ak hovoríme o škodách pri katastrofických udalostach v absolútnom vyjadrení, miera škôd je vyššia vo vyspelých ekonomikách, z dôvodu vysokej koncentrácie a akumulácie kapitálu. V relatívnom vyjadrení, v porovnaní napríklad s úrovňou HDP, sú škody z týchto udalostí väčšie v malých a nerozvinutých krajinách. Okrem toho, v ekonomicky rozvinutých krajinách sú účinky katastrof zvyčajne kompenzované kombináciou súkromných, finančných opatrení a efektívnych schém pomoci. Vo vyspelých ekonomikách je poistených viac ako 40% škôd vzniknutých pri katastrofických udalostach, v rozvojových krajinách vyše 10% a v zaostalých približne 5% škôd. Tento fakt dokazuje, že poistný trh v rozvojových a zaostalých krajinách nie je príliš rozvinutý. (Milenovic, 2017)

Riziká katastrofických udalostí zahŕňajú (Swiss Re, 2022):

- riziká prírodných katastrof (zemetrásenia, víchrice, záplavy),
- riziko kritickej infraštruktúry (zásobovanie vodou, prerušenie prevádzky),
- riziko ľudského faktora (terorizmus),
- katastrofické environmentálne riziká (zmena klímy, genetické inžinierstvo, jadrové elektrárne).

Riziko v poistovníctve môžeme charakterizovať ako nebezpečenstvo vzniku škody, prípadne vystavenie sa nepriaznivej udalosti, ujme alebo strate. Hlavným rozdielom medzi klasickým a katastrofickým rizikom je frekvencia a veľkosť škôd, ktoré môže riziko spôsobiť. Bežné riziko môžeme charakterizovať ako riziko s relatívne vysokou frekvenciou, ale nízkymi škodami. Katastrofické riziko je definované práve opačnou volbou spomenutých parametrov (Obr. 1).



**Obr. 3: Rozdiel medzi klasickým a katastrofickým rizikom**

Zdroj: vlastné spracovanie podľa Banks, E. (2005) *Catastrophic Risk Analysis and Management*. Chichester: John Wiley & Sons Ltd. ISBN 978-0-470-01236-9

## 2 Katastrofické udalosti v roku 2022

V posledných rokoch a desaťročiach, pozorujeme vo svete zvyšujúci sa počet spomenutých katastrof. Rastúca hustota obyvateľstva a akumulácia hodnôt aktív predikujú, že potenciálne následky katastrofických udalostí môžu byť väčšie ako kedykoľvek predtým. V rôznych častiach sveta vlády a ľudia zápasia s rozličnými typmi katastrof.

Prírodou spôsobené katastrofy zapríčinili podľa správy Swiss Re Institute v roku 2022 ekonomické straty vo výške 260 miliárd dolárov. Poistené škody predstavovali len menej ako polovicu všetkých strát, čo naznačuje pomerne veľkú medzeru v ochrane rizík na celom svete. Podľa spomenutej správy sa 70% celosvetových poistných strát vyskytlo v Spojených štátoch amerických hurikánom Ian, ktorý zasiahol v septembri územie Floridy. Hurikán Ian bol druhou „najdrahšou“ prírodnou katastrofou, ktorej kedy čeliť poistovací sektor. Tu prvou nadalej zostáva hurikán Katrina, ktorý zasiahol Spojené štáty americké v roku 2005. (Swiss Re, 2022)

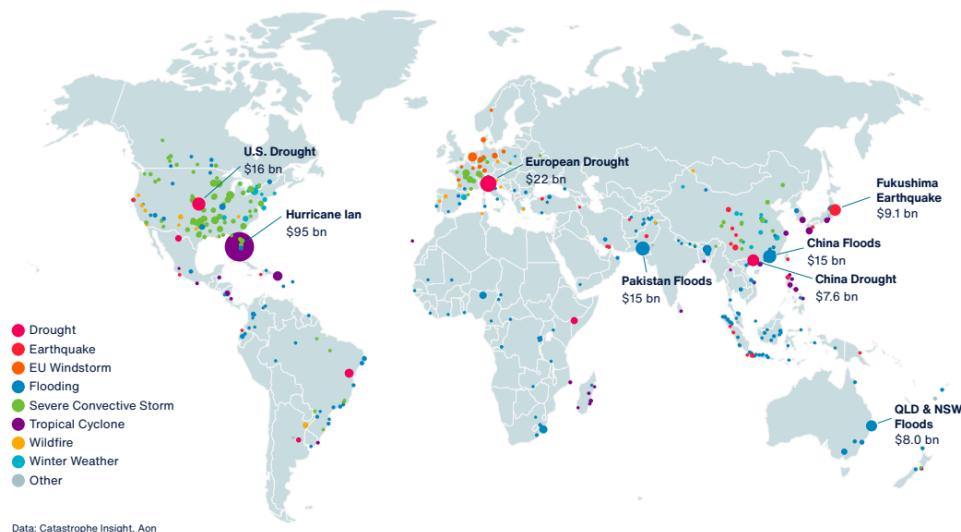
Ďalej sa v správe uvádzá, že v dôsledku prírodných katastrof v roku 2022 zomrelo približne 31 tisíc ľudí, z ktorých dve tretiny súviseli s prudkými vlnami horúčav v Európe od júna do júla. Rok 2022 je druhým po sebe idúcim rokom, v ktorom odhadované poistné straty predstavujú viac ako 100 miliárd dolárov, čím sa pokračuje v trende priemerného ročného nárastu o približne 5% za posledné desaťročie (Tab. 1).

**Tab. 4:Odhadnuté ekonomické straty v roku 2022 a 2021**

V miliardach dolárov	2022	2021	Priemer za posledných 10 rokov
<b>Ekonomické straty</b>	260	292	207
<b>Poistné straty</b>	115	121	81

Zdroj: vlastné spracovanie podľa Bevere, L., Remondi, F. (2022). *Natural catastrophes in 2021: the floodgates are open*. Swiss Re. Dostupné na internete: <https://www.swissre.com/institute/research/sigma-research/sigma-2022-01.html>

V posledných rokoch v Európe pozorujeme aj týždne extrémneho sucha, ktoré majú negatívny vplyv na poľnohospodársku úrodu. Uvedený fakt môžeme sledovať aj na Obr. 2, ktorý zobrazuje svetové regióny a najväčšie prírodné katastrofy, ktoré v nich boli v roku 2022 zaznamenané.

**Obr. 4: Významné ekonomické straty v roku 2022 spôsobené prírodnými katastrofami**

Zdroj: AON. (2023) *Weather, Climate, and Catastrophe Insight*. Dostupné na internete: <https://www.aon.com/weather-climate-catastrophe/index.aspx>

Pokiaľ sa zameriame na oblasť Európy, naozaj najväčšiu hrozbu predstavovalo dlhotrvajúce sucho, ktoré zasiahlo aj územie Slovenskej republiky. Okrem iného pozorujeme v Európe každoročne aj víchrice alebo povodne, ktoré majú významný vplyv na život obyvateľstva v tomto regióne.

Celkové ekonomické straty v dôsledku prírodných katastrof v regióne EMEA (z angl. Europe, Middle East and Africa) dosiahol približne 50 miliárd dolárov. Poistovne kryli z tejto sumy približne 18 miliárd dolárov, čo tvorí 36% celkových ekonomických strát. Dlhodobý priemer poistného krytie v tejto oblasti je 12 miliárd dolárov, rok 2022 teda môžeme pokladať za značne nadpriemerný. Najvýznamnejšou udalosťou pre poistovníctvo v Európe bol sled veterálnych búrok, ktoré ovplyvnili dianie v Európe vo februári. Búrky Dudley, Eunice a Franklin viedli k agregovaným poistným stratám vo výške 4,7 miliardy dolárov. Búrka Eunice bola zo všetkých troch spomenutých najintenzívnejšia a stala sa najnákladnejšou búrkou, ktorá postihla Európu od čias Xynthia v roku 2010.

V podmienkach Slovenskej republiky sa stretávame najmä s ničivými víchricami, prípadne povodňami. Analýza slovenského hydrometeorologického ústavu (SHMÚ) konštatuje, že rok 2022 bol z hľadiska výskytu sucha na Slovensku skutočne mimoriadny. Podľa spomenutej analýzy sa extrémne podmienky vyskytli na vyše 50% územia Slovenska, pričom sucho na niektorých miestach trvalo aj dlhšie ako 200 dní. (Turňa a k., 2023)

Spomenút' môžeme aj ničivé zemetrasenie v Turecku a Sýrii (s magnitúdou 7,8), ktoré si na začiatku roku 2023 vyžiadalo niekoľko tisíc obetí. Celkovo zasiahnutú oblasť obýva 13 miliónov obyvateľov. Materiálne škody v tejto dobe ešte neboli vyčíslené, odhaduje sa však, že ekonomické straty spôsobené týmto

zemetrasením presiahnu 20 miliárd dolárov. Poistený bol však iba zlomok týchto škôd, odhad hovorí o jednej miliarde dolárov. (Verisk, 2023)

### 3 Katastrofický model

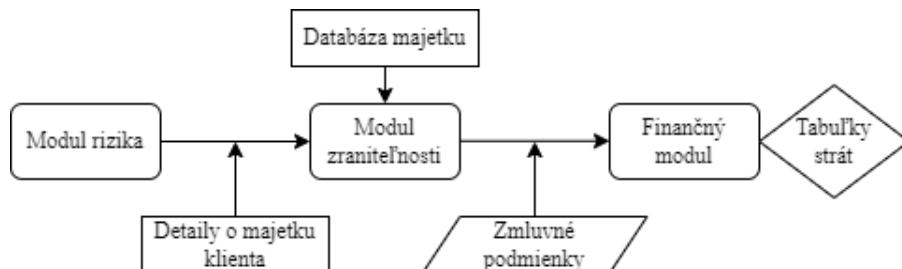
Katastrofický model je určený na odhad potenciálnych strát z extrémnych, katastrofických udalostí. Hoci existuje viacero definícii, podľa United Kingdom Lloyd's Market Association je katastrofický model „systém, ktorý generuje robustný súbor simulovaných udalostí a odhaduje veľkosť, intenzitu a miesto udalosti s cieľom určiť výšku škody, spôsobenú katastrofickou udalosťou, ako napríklad hurikán alebo zemetrasenie“.

Poznanie rizika spojeného s poistením je základným aspektom riadenia poist'ovne, resp. zaist'ovne. Tento fakt zabezpečuje, že nastavenie ceny poistného je dostatočné a že kapitálová, resp. zaist'ovacia ochrana je primeraná vzhľadom na riziko, ktorému celí.

Pri viacerých typoch rizík sa na vývoj modelov, ktoré môžu odhadnúť riziko používajú poistné straty, ktoré poist'ovňa zaznamenala už zo vzniknutých udalostí v minulosti. Tieto poznatky sú základom pre poistnomatematické výpočty. Pri tomto prístupe však musí byť splnená podmienka existencie dostatočných údajov o vzniknutých škodách. Pre katastrofické riziko je toto kritérium t'ažko dosiahnuteľné, a to z dôvodu, že riziko katastrofy podľa definície predstavuje riziko, ktoré nastáva ojedinele, pričom škody z neho vyplývajúce sú značne vysoké. Poist'ovne poväčšine disponujú 20 ročnou históriou údajov o poistných udalostiach, čo je ale nepostačujúce na účely odhadu katastrofického rizika, ktoré môže nastat' práve jeden krát v dvadsaťročnej histórii.

Katastrofický model sa vo všeobecnosti skladá z troch komponentov (Obr. 3), a to (Parodi, 2014):

- modul rizika, ktorý modeluje nebezpečenstvo vzniku katastrofickej udalosti,
- modul zraniteľnosti, ktorý odhaduje pravdepodobné poškodenie alebo zranenie, ktoré môžu postihnúť stavby alebo ľudí v dôsledku rizika,
- finančný modul, ktorý odhaduje finančnú stratu v dôsledku týchto škôd, resp. zranení.



**Obr. 5: Komponenty katastrofického modelu**

Zdroj: vlastné spracovanie podľa Parodi, P. (2014) *Pricing in General Insurance*. Boca Raton: Chapman and Hall/CRC. ISBN 978-1-4665-8144-9

#### 3.1 Modul rizika

Modul rizika plní primárne dve úlohy:

- generuje súbor potenciálnych katastrofických udalostí – každý s mierou vzniku udalosti, jej závažnosťou a postihnutú geografickú oblasť. Napríklad prípad zemetrasenia by zahŕňal pravdepodobnosť výskytu, magnitúdu podľa Richterovej stupnice a oblasť, kde nastalo spomenuté zemetrasenie. Tento zoznam katastrofických udalostí je založený na analýze historických dát (zemetrasenia, ktoré sa vyskytli v minulosti) a taktiež na vedeckej analýze rizika.
- posudzuje úroveň fyzického nebezpečenstva pre každú vyššie spomenutú udalosť – úroveň rizika sa vypočíta pre každú udalosť v prvom bode, pričom sa zohľadňuje charakteristika lokality. Pre zemetrasenie môže byť úroveň fyzického nebezpečenstva daná stupňom pohybu zeme, pri výchriči naopak silou vetra. Ako príklad môžeme uviesť zemetrasenie v Mexico City v roku 1985, pri ktorom bol zaznamenaný vysoký počet obetí a značné škody na budovách, aj keď epicentrum samotného zemetrasenia bolo vo vzdialenosťi 350 kilometrov. Katastrofálne následky boli vyústením toho, že

Mexico City bolo postavené na odvodnenom jazere a mäkký terén bol náchylný na šíriace sa a zosilňujúce seízmicke otrasy.

### 3.2 Modul zraniteľnosti

Modul rizika sa zaoberá iba charakteristikami samotnej katastrofickej udalosti – miesto vzniku, ako často možno túto udalosť očakávať, atď. Každopádne, poistovňa požaduje omnoho špecifickejšie informácie, a to napríklad akú veľkú škodu spôsobí katastrofická udalosť na majetku poistencu. Aby bolo možné odpovedať na túto otázku, je potrebný modul zraniteľnosti, ktorý premietne modul rizika do očakávaného fyzického poškodenia majetku nachádzajúceho sa v portfóliu.

Vstup do modulu zraniteľnosti je predovšetkým spomenutý zoznam nehnuteľnosti a majetku, ktorý sa nachádza v portfóliu klienta, s informáciami o každej nehnuteľnosti.

Tento modul poskytuje taktiež tzv. krivky zraniteľnosti, ktoré udávajú stupeň poškodenia v dôsledku katastrofickej udalosti v závislosti od intenzity nebezpečenstva, ako je napríklad rýchlosť víchrice, prípadne výška povodne.

### 3.3 Finančný modul

Finančný modul premietne modul zraniteľnosti do konkrétnej finančnej straty. Vstup pre tento modul je daný zmluvnými podmienkami (napr. spoluúčasť alebo limit plnenia), ktoré sú potrebné na ďalšie výpočty. Naopak výstupom finančného modulu (a aj celého katastrofického modelu) sú tabuľky strát (ELT, z angl. Event Loss Tables), ktoré ponúkajú detailný prehľad katastrofických udalostí a z nich plynúce straty.

## 4 Zhrnutie

V 21. storočí sa katastrofické riziká stali pre poistovníctvo významnou a aktuálnou tému. S narastajúcim počtom a intenzitou prírodných katastrof, ako sú hurikány, zemetrasenia a povodne, poistovne musia čeliť novým výzvam a rizikám, ktoré tieto udalosti so sebou prinášajú. To si vyžaduje, aby poistovne mali presnejšie a aktuálnejšie katastrofické modely, ktoré dokážu zohľadniť tieto zmeny a predpovedať ich dôsledky.

Katastrofický model predstavuje proces, ktorý simuluje potenciálne katastrofické udalosti na základe historických udalostí. Tieto modely sa rýchlo vyvíjajú od 80. rokov 20. storočia, a to primárne vďaka technologickému pokroku. Katastrofické modely boli vyvinuté na odhad pravdepodobnosti strát spôsobených v dôsledku extrémnych poveternostných udalostí, ale rozšíril sa tak, aby sa vzťahoval aj na riziká, nesúvisiace bezprostredne s počasím, vrátane strát vzniknutých terorizmom prípadne kybernetickými útokmi.

Katastrofické modely sa využívajú na kvantifikáciu finančného dopadu z potenciálnych katastrofických udalostí. Modely využívajú primárne odvetvie poistovníctva, a to na odhad priamych, nepriamych a zväškových strát. Priame straty sú výsledkom udalostí, ako je poškodenie majetku, úmrtia a zranenia. Príkladmi nepriamych strát sú dodatočné náklady, prípadne prerušenie podnikania. Zväškové straty zahŕňajú nárast dopytu, omeškanie práce a infláciu nákladov na materiál.

Tieto modely môžu byť použité na posúdenie vzniku rizika, stanovenie nákladov na poistenie a tvorbu stratégii riadenia rizika.

## Záver

Vďaka rozvoju moderných technológií sú k dispozícii sofistikované katastrofické modely, ktoré umožňujú presne predpovedať a monitorovať rizikové situácie a pripraviť sa na možné katastrofy. Tieto modely umožňujú lepšie porozumieť prírodným javom a predpovedať ich následky pre spoločnosť. Výskum a modely okrem toho umožňujú identifikovať kritické oblasti, ktoré sú najviac ohrozené a prijímať opatrenia na zabránenie a minimalizáciu následných rizík.

Na záver možno konštatovať, že katastrofické modely predstavujú dôležitý nástroj v poistovníctve, umožňujúci riadiť riziká spojené s katastrofami. Ich použitie poskytuje cenné informácie pre poistovne a pomáha im lepšie plánovať, prispôsobiť sa a minimalizovať škody. Avšak neustále zlepšovanie a

aktualizácia týchto modelov je nevyhnutná pre ich presnosť a spoľahlivosť vo svete neustále meniacich sa podmienok a rizík.

*Príspevok bol riešený v rámci projektu VEGA1/0096/23 Vybrané metódy riadenia rizík pri implementácii parciálnych interných modelov pre stanovenie kapitálovej požiadavky pre solventnosť.*

## Literatúra

- AON. (2023) *Weather, Climate, and Catastrophe Insight*. Dostupné na internete: <https://www.aon.com/weather-climate-catastrophe/index.aspx>
- Artemis. (2022) *Catastrophe bonds & ILS issued and outstanding by year*. Dostupné na internete: <https://www.artemis.bm/dashboard/catastrophe-bonds-ils-issued-and-outstanding-by-year/>
- Banks, E. (2005) *Catastrophic Risk Analysis and Management*. Chichester: John Wiley & Sons Ltd. ISBN 978-0-470-01236-9
- Bevere, L., Remondi, F. (2022). *Natural catastrophes in 2021: the floodgates are open*. Swiss Re. Dostupné na internete: <https://www.swissre.com/institute/research/sigma-research/sigma-2022-01.html>
- Milenkovic, B. (2017) *Catastrophe Risk Management*. 7th International Conference of ASECU Youth. Dostupné na internete: <http://www.asecu.gr/files/asecu-youth/7th-conf/20-milenkovic.pdf>
- Parodi, P. (2014) *Pricing in General Insurance*. Boca Raton: Chapman and Hall/CRC. ISBN 978-1-4665-8144-9
- Swiss Re. (2022) *Hurricane Ian drives natural catastrophe year-to-date insured losses to USD 115 billion*, Swiss Re Institute estimates. Dostupné na internete: <https://www.swissre.com/press-release/Hurricane-Ian-drives-natural-catastrophe-year-to-date-insured-losses-to-USD-115-billion-Swiss-Re-Institute-estimates/2ab3a681-6817-4862-8411-94f4b8385cee>
- Turňa, M., Ivaňáková, G., Krčová, I., Rozkošný, J., Ridzoň, J. (2023) *Zhodnotenie sucha v roku 2022*. SHMÚ. Dostupné na internete: <https://www.shmu.sk/sk/?page=2049&id=1299>
- Verisk. (2023) *Verisk Estimates Economic Losses from February 6 Earthquakes in Turkey Likely to Exceed USD 20 Billion*. Dostupné na internete: <https://www.verisk.com/newsroom/verisk-estimates-economic-losses-from-february-6-earthquakes-in-turkey--likely-to-exceed-usd-20-billion/>