

**PORTFOLIO MANAGEMENT BASED ON MEAN ABSOLUTE DEVIATION RISK
MEASURE**

**PORTFÓLIO MANAŽMENT ZALOŽENÝ NA MIERE RIZIKA MEAN ABSOLUTE
DEVIATION**

IVAN BREZINA JR.

*Paneurópska vysoká škola, Fakulta ekonómie a podnikania, Bratislava, Slovenská republika
e-mail: brezina.ivan@yahoo.com*

MARCEL NOVÁK

*Ekonomická univerzita v Bratislave, Národohospodárska fakulta, Bratislava, Slovenská republika
e-mail: mnovak.euba@gmail.com*

Abstract

In this paper the authors present the creation of dynamic model of portfolio, which is based on Mean Absolute Deviation risk measure. The basis is the author's long observation of trends in world literature. Here presented approach of dynamic portfolio management is based on the decisions tree and the following linear programming model. The biggest advantage and the basic condition is, that the results became from the application of dynamic model of portfolio are never worst, that the results obtained by static model application, which is based on the same risk measure.

Key words: Mean Absolute Deviation, Dynamic portfolio, model

JEL codes: C02, C61

Abstrakt

V tomto príspevku autori prezentujú tvorbu dynamického modelu portfólia založeného na miere rizika Mean Absolute Deviation. Opierajú sa pritom o poznatkovú bázu vyplývajúcu z dlhodobého sledovania danej problematiky predovšetkým vo svetovej literatúre. Následne prezentovaný prístup je založený na myšlienke rozhodovacieho stromu, pričom je vytvorený model lineárneho programovania, ktorý slúži na vytvorenie a následnú správu portfólia v čase. Nespornou výhodou a základným predpokladom je, že výsledky získané takýmto prístupom nebudú nikdy horšie, než výsledky, ktoré by poskytlo použitie statického modelu využívajúceho rovnakú mieru rizika.

Kľúčové slová: Mean Absolute Deviation, Dynamické portfolio, model

1. ÚVOD

Problematika rizika a jeho merania je stále diskutovanou témou ako na vedeckej úrovni, tak i priamo odborníkmi v praxi, ktorí uskutočňujú investičné rozhodnutia práve na základe aplikácií jednotlivých mier rizika a modelov na nich založených. I keď existuje viacero prístupov k meraniu rizika, väčšina z nich je založená iba na vytváraní a následnej držbe portfólia aktív, ktoré umožňuje maximalizáciu zisku pri danom riziku, poprípade tvorbu portfólia s dosiahnutím požadovaného výnosu s minimalizáciou rizika. Zaujímavá je však predovšetkým dynamizácia správy portfólia, kedy sa neuvažuje iba o tvorbe a následnom vlastníctve portfólia, ale i jeho zmenách v čase.

To je zaujímavé predovšetkým pri investíciách krátkodobého charakteru, keď spoločnosti investujú svoje voľné finančné prostriedky na kapitálovom trhu. Vtedy denná zmena zloženia portfólia zaručuje maximalizáciu konečného výnosu stanoveného ako rozdiel nákupnej a predajnej ceny aktív. Pri dynamickej správe portfólia sú neoddeliteľnou súčasťou náklady spojené so zmenou portfólia, ktoré vznikajú pri každej transakcii na kapitálovom trhu.

2. LITERÁRNY PREHĽAD

Na účel výber finančného portfólia, jeho správou, teda vytváranie a jeho zmenu, sa v literatúre uvádzajú matematické modely, ktoré umožňujú riadenie portfólia na základe rizika, ako napríklad model matematického programovania založený na miere rizika Conditional Value at Risk (CVaR), ktorému sa venoval Uryasev (2000), či model matematického programovania založený na miere rizika Mean Absolute Deviation (MAD), ktorý prezentoval Konno a Yamazaki (1991).

V literatúre sa ako prelomový označuje prístup, ktorý navrhol a analyzoval Markowitz (1952) v *The Journal of Finance*. Tento príspevok odštartoval skúmanie možností diverzifikácie rizika. Markowitz teda ako prvý navrhol svoj prístup k riadeniu finančného portfólia na základe metódy Mean-Variance (priemer–rozptyl). Za tento prínos získal Markowitz so svojimi spolupracovníkmi v roku 1990 Nobelovu cenu za ekonómiu.

Snahe znižovania rizika sa venovali i ďalší autori, ktorí danú problematiku ďalej rozvinuli a navrhli nové spôsoby merania rizika. Medzi najzaujímavejšie patrí najmä práca Konno a Yamazakiho (1991), ktorí navrhli model priemernej absolútnej odchýlky (Mean Absolute Deviation Model). Tento model sa stal alternatívou k pôvodnému meraniu rizika v priestore priemer–rozptyl, ktorý navrhol Markowitz. Uvedenej problematike sa autori Konno, Shirakawa a Yamazaki (1993) venovali i ďalej, keď použili aproximáciu nižšieho semi-tretieho momentu.

Vo finančnom a bankovom sektore sa však stala veľmi populárnou iná miera rizika nazývaná Value at Risk (VaR). Táto miera rizika je používaná takmer pri všetkých bankových investíciách. Aj keď modely založené na VaR podliehajú kritike, sú stále najčastejšie využívané v hospodárskej praxi. S VaR ako mierou rizika sa v minulosti zaoberali napríklad

viacerí svetoví autori. Správa portfólia pomocou tejto miery rizika je však náročná tak technicky, ako i metodologicky, keďže funkcia reprezentujúca túto mieru nie je konvexná¹. Na základe tohto nedostatku sa autori ďalej venovali rozpracovaniu tohto princípu a tak navrhli novú mieru rizika, ktorá je podmienená hodnotou VaR, teda Conditional Value at Risk (CVaR). Touto mierou rizika sa zaoberali i autori Uryasev (2000), Krokmal, Zabarankin a Uryasev (2011) a iní.

3. DÁTA A METODOLÓGIA

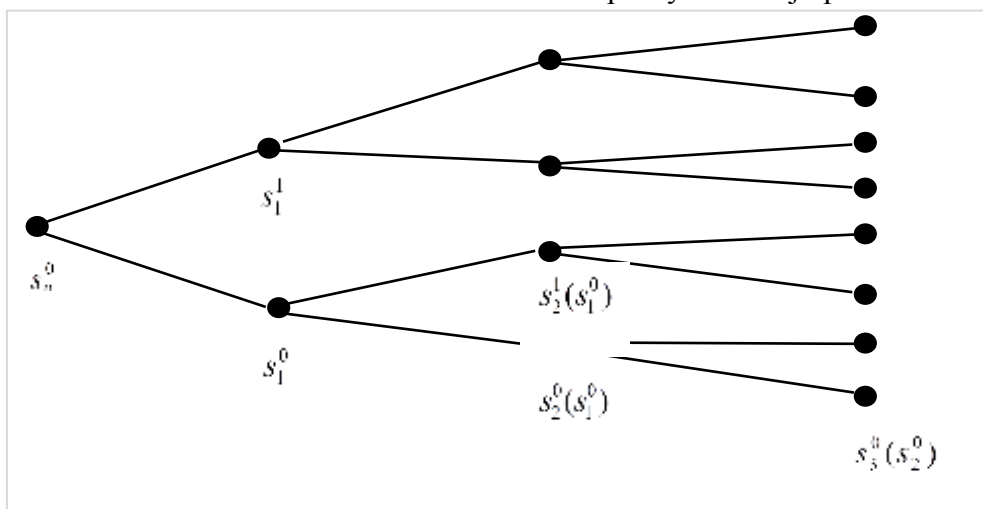
Štandardne sa dynamické modely výberu portfólia, ktorým sa venovali napríklad Norkin a kol. (1998), Zenios (2007), Brezina a Dolinajcová (2012), riešia na základe vetvenia rozhodovacieho stromu možností. Ako prvý krok je pritom potrebné zostaviť rozhodovací strom možností, ktoré môžu nastať pri práci s uvažovaným portfóliom. Predpokladajme pritom, že v každom stave (rozhodovacom kroku 0, 1, 2, ...) môžu nastať dve možnosti, stavy (s^0, s^1).

Investor sa môže rozhodnúť, že je portfólio výhodnejšie zmeniť (stav s^1), resp. ponechať si pôvodné portfólio (stav s^0). Takto môžu napríklad v prvom rozhodovacom kroku nastať dva stavy s^0 a s^1 . Parametrami, ktoré ovplyvňujú rozhodnutie investora, môžu byť napríklad: cena, úrokové sadzby, náklady spojené s držbou, či zmenou portfólia, resp. cashflow.

V nasledujúcej perióde tak získame ďalšie portfólio, ktoré slúži ako východiskový bod do nasledujúcej periódy, pričom sa stále opierame i o obe predošlé možnosti, že transakcia bola, či nebola vykonaná.

Rozhodnutia je potrebné urobiť vždy počas každej novej periódy. Takže rozhodnutia v konkrétnej perióde sú závislé od všetkých predošlých možných rozhodnutí, ktoré už boli realizované. Krátka ilustrácia daného problému je zobrazená na obrázku 1.

Obrázok 1 Ukážka rozhodovacieho stromu možností pri dynamickej optimalizácii portfólia



¹ <http://www.univie.ac.at/sor/aurora6/Papers/Kluwer.pdf>

(Zdroj: vlastné spracovanie)

Pokiaľ teda predpokladáme vytvorenie začiatočného portfólia v stave s_0^0 , v stave s_1 sa investor na základe parametrov, ktoré pokladá za podstatné, rozhodne, či si dané portfólio ponechá a nastane tak do stavu s_1^0 , alebo vytvorí nové portfólio, pričom musí zohľadniť náklady spojené so zmenou tohto portfólia, a tak nastane stav s_1^1 .

Získané alternatívy je teda možné nanovo vyhodnocovať a v ďalšom kroku ich pokladať ako východiskové riešenie pre opätovné rozhodovanie sa o ponechaní si vytvoreného portfólia, resp. o jeho zmene. Takto napríklad v druhom stave s_2 na základe predchádzajúceho stavu s_1 môžu v druhom období nastať štyri stavy: $s_2^0(s_1^0)$, teda ponechá si portfólio z prvého kroku, pričom si v prvom kroku ponechal pôvodné portfólio, $s_2^1(s_1^0)$, teda vytvorí nové portfólio na základe portfólia z prvého kroku, pričom si v prvom kroku ponechal pôvodné portfólio, $s_2^0(s_1^1)$, teda ponechá si portfólio z prvého kroku, pričom v prvom kroku vytvorí nové portfólio a stav $s_2^1(s_1^1)$, teda vytvorí nové portfólio na základe portfólia z prvého kroku, pričom si v prvom kroku vytvoril taktiež nové portfólio.

Na konci investičného obdobia tak investor získa množinu všetkých možných stavov, z ktorých následne môže vyberať svoju stratégiu, ktorá je tak pre neho optimálna a pri ktorej maximalizuje svoj cieľ. V príspevku uvažujeme, že investor sa snaží maximalizovať konečnú hodnotu portfólia, pričom sa rozhoduje na základe výnosov jednotlivých aktív, ktoré sú počítané na základe ceny aktív v jednotlivých stavoch tak.

4. VÝSLEDKY A DISKUSIA

Pri uvažovanom dynamickom modeli výberu portfólia zohľadňujúceho náklady je potrebné postupovať po krokoch. V prvom stave s_0^0 je potrebné stanoviť zloženie novovytvoreného portfólia. Berieme do úvahy, že existuje m historických údajov o každom aktíve, na základe ktorých sa investor rozhoduje a investícia vzniká až v období $m + 1$. Takto koniec investičného obdobia T v prvom kroku predstavuje zároveň obdobie $m + 1$. Zároveň je takto formulovaný model na základe už uvedeného upravený na lineárny tvar. Model výberu portfólia založený na miere rizika MAD zohľadňujúci náklady v uvažovanom období (stave) s_0 s uvažovaným východiskovým portfóliom v danom stave s_0^0 má teda nasledujúci tvar:

$$\max \sum_{i=1}^n p_{iT} x_{iT} \quad (1)$$

$$\sum_{i=1}^n p_{it} x_{it} = V_0 \quad t = m + 1 \quad (2)$$

$$\sum_{i=1}^n p_{it} x_{it} y_{it} \leq r_t \quad t = m + 1 \quad (3)$$

$$-\sum_{i=1}^n p_{it}x_{it}y_{it} \leq r_t \quad t = m + 1 \quad (5)$$

$$\frac{r_t}{\sum_{i=1}^n p_{it}x_{it}} \leq MRV \quad t = m + 1 \quad (6)$$

$$x_{it} \geq 0 \quad i = 1, 2, \dots, n; t = m + 1, m + 2, \dots, T \quad (7)$$

Takýmto spôsobom sme získali prvotné rozloženie portfólia v stave s_0^0 pre $t = m + 1$. Pre stav s_1 pre $t = m + 2$ uvažujeme s nákladmi, ktoré vzniknú pri zmene portfólia a ktoré by v takomto modeli mali byť zakomponované presťav s_1^1 (pre stav s_1^0 nemá význam s nákladmi uvažovať, pretože východiskové portfólio sa nemení).

Predpokladáme tiež, že maximalizácia prebehne na základe očakávanej ceny, keďže pri rozhodovaní nepoznáme ceny, ktoré budú jednotlivé aktíva nadobúdať. Snažíme sa teda maximalizovať hodnotu portfólia v čase $T = m + 2$. Zároveň už nemusíme uvažovať o podmienke dodržania prvotnej investície, keďže k prvotnému rozloženiu portfólia prišlo už v období $t = m + 1$ a teda množstvá jednotlivých aktív z tohto obdobia x_{im+1} sú investorovi známe. Uvažujeme teda iba o zmene portfólia, či o ponechaní si portfólia z predchádzajúceho stavu. Model, ktorý používame pre tento stav, má nasledujúci tvar:

$$\max \sum_{i=1}^n ep_{iT}x_{iT} \quad (8)$$

$$\sum_{i=1}^n p_{it}x_{it}y_{it} \leq r_t \quad t = m + 2 \quad (9)$$

$$-\sum_{i=1}^n p_{it}x_{it}y_{it} \leq r_t \quad t = m + 2 \quad (10)$$

$$\frac{r_t}{\sum_{i=1}^n p_{it}x_{it}} \leq MRV \quad t = m + 2 \quad (11)$$

$$yy_{i(t+1)} \geq (x_{i(t+1)} - x_{it})p_{i(t+1)}C \quad i = 1, 2, \dots, n \quad t = m + 1 \quad (12)$$

$$yy_{i(t+1)} \geq -(x_{i(t+1)} - x_{it})p_{i(t+1)}C \quad i = 1, 2, \dots, n \quad t = m + 1 \quad (13)$$

$$\sum_{i=1}^n p_{i(t+1)}x_{i(t+1)} = \sum_{i=1}^n p_{i(t+1)}x_{it} - \sum_{i=1}^n yy_{i(t+1)} \quad t = m + 1 \quad (14)$$

$$x_{it} \geq 0 \quad i = 1, 2, \dots, n; t = m + 1, m + 2, \dots, T \quad (15)$$

Na základe prezentovaného modelu pre nájdenie východiskového portfólia v období s_0 ($t = m + 1$) s účelovou funkciou (1) a s ohraničeniami (2) až (7) je určený spôsob, ako sa dá vypočítať skladba portfólia v stave s_0^0 .

V nasledujúcom období s_1 ($t = m + 2$) sa investor rozhoduje, či si ponechá východiskové portfólio (stav s_1^0), alebo ho zmení na základe uvedeného modelu s účelovou funkciou (8) a ohraničeniami (9) až (15) a teda nastane stav s_1^1 , ktorý reprezentuje zmenu portfólia v prvom období.

V ďalších obdobiach ($t = m + 3, m + 4, \dots, T$) investor môže postupovať rovnakým spôsobom. Pritom sa bude rozhodovať, či si ponechá portfólio z predchádzajúceho stavu, alebo bude toto portfólio meniť, pričom pri tvorbe nového portfólia bude brať ako vstupné údaje objemy spravovaných aktív v predchádzajúcom stave. Napríklad pre druhé obdobie s_2 môže uvažovať s nezmeneným stavom z prvého obdobia s_1^0 , potom môžu nastať dve situácie, portfólio sa meniť nebude čomu zodpovedá stav s_2^0 (s_1^0), resp. portfólio sa zmení, čomu zodpovedá stav s_2^1 (s_1^0). V druhom prípade pre druhé obdobie s_2 môže uvažovať so zmeneným stavom z prvého obdobia s_1^1 , potom môžu nastať dve situácie, portfólio sa meniť nebude čomu zodpovedá stav s_2^0 (s_1^1), resp. portfólio sa zmení, čomu zodpovedá stav s_2^1 (s_1^1).

Takýmto spôsobom možno vytvoriť množinu všetkých možných stavov pre obdobia $t = m + 2, m + 3, \dots, T$, ktoré môžu nastať do konca investičného obdobia T a vybrať na ich základe stratégiu, ktorej by sa mal investor držať, aby dosiahol maximálnu hodnotu portfólia na konci investičného obdobia.

5. ZÁVER

Na analýzu dát sú použité historické denné hodnoty aktív, ktoré sú súčasťou akciového indexu Dow Jones Industrial, ktorý je obchodovateľný na Newyorskej burze². Z indexu Dow Jones Industrial sme naše analýzy aplikovali na všetky aktíva, ktoré tvorili index k 30. aprílu 2013 a budú tvoriť rozhodovací priestor pre analýzy.

Hlavným cieľom príspevku bol návrh dynamického modelu výberu portfólia založeného na miere rizika využívajúceho priemernú absolútnu odchýlku (MAD).

Ďalším objektom nášho skúmania bola možnosť zavedenia nákladov do modelu výberu portfólia. Od týchto nákladov väčšina modelov uvádzaných vo vedeckých publikáciách abstrahuje. Kvantifikácia nákladov spojených so zmenou portfólia umožňuje rozšírenie modelu výberu portfólia a je prvým predpokladom na návrh dynamického modelu portfólia. Na základe rozhodovacieho stromu možností, ktorý sa používa na tvorbu dynamického modelu portfólia, navrhujeme dynamický model výberu portfólia založený na miere rizika MAD so zahrnutými nákladmi.

Na údajoch o historických cenách akcií indexu Dow Jones Industrial obchodovaného na newyorskej burze sme vytvorili portfólio, ktoré maximalizuje konečnú jeho hodnotu. Najskôr

² New York Stock Exchange (skrátene NYSE) je americká burza so sídlom v New York City, v štáte New York. Táto burza je najväčšia burza akcií a cenných derivátov na vete. V máji roku 2008 dosiahla trhovú kapitalitu vo výške 28,5 biliónov dolárov. Plány na vybudovanie newyorskej burzy začali v roku 1792, oficiálne však bola otvorená 8. marca 1817 ako druhá najstaršia burza v USA.

prítom uvažujeme o statickom modeli výberu portfólia. Aby získané výsledky boli vhodné na dôkaz možnosti aplikácie dynamického modelu výberu portfólia, previedli sme vytvorenie portfólií vo viacerých časových obdobiach, ktoré predstavujú investičné obdobie investora.

Na základe rozhodovacieho stromu možností je stanovená množinu všetkých možných riešení pre investovanie vo vybranom investičnom období. Spätným prepočtom nákladov, ktoré sú so zmenou portfólia spojené, tak získavame optimálne riešenie pre investora.

Tento príspevok vznikol s podporou grantovej agentúry VEGA v rámci projektu č. 1/0975/15 "Makroekonomické a mikroekonomické prejavy a dôsledky inflácie a deflácie." a projektu Ekonomickej univerzity v Bratislave pre mladých vedeckých pracovníkov a doktorandov číslo I-15-105-00 "Komparácia podnikateľského prostredia vybraných krajín z hľadiska inovačných aktivít".

ZDROJE

- BREZINA, I., DOLINAJCOVÁ, M.: Výber dynamického portfólia založený na teórii rozhodovacích stromov. In: 6th International Scientific Conference Managing and Modelling of Financial Risks, Ostrava. 2012. ISBN 978-80-248-2835-0.
- KONNO, H., SHIRAKAWA, H., YAMAZAKI, H.: A mean-absolute deviation-skewness portfolio optimization model. In: Annals of operations research vol. 45, Issue 1, 1993. pp. 205–220. ISSN: 0254-5330
- KONNO, H., YAMAZAKI, H.: Mean-Absolute Deviation Portfolio Optimization Model and Its Applications to Tokyo Stock Market. Management Science, Vol. 37, No. 5, 1991. pp. 519–531. ISSN 0025-1909
- KROKHMAL, P., ZABARANKIN, M., URYASEV, S.: Modeling and Optimization of Risk. Surveys in Operations Research and Management Science, 16 (2), 2011. pp. 49–66. Dostupné na <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S187673541000005X>>
- MARKOWITZ, H.: Portfolio Selection. The Journal of Finance, March 1952. pp. 77–91. Dostupné na <<http://onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1111/j.1540-6261.1952.tb01525.x/full>>
- NORKIN, V. I., PFLUG, G. CH., RUSZCZYŃSKI, A.: A branch and bound method for stochastic global optimization. In: Mathematical Programming. Berlin: Springer. 1998. ISSN 0025-5610
- ROCKAFELLAR, R.T., URYASEV, S.: Optimization of Conditional Value-at-Risk. The Journal of Risk. Vol. 2, No. 3, 2000. pp. 21–41. Dostupné na <download: www.ise.ufl.edu/uryasev/cvar2.pdf>
- ZENIOS, S. A.: Practical financial optimization, Decision Making for Financial Engineers. Padstow: Blackwell Publishing. 2007. ISBN-13: 978-1405132015
- <<http://www.univie.ac.at/sor/aurora6/Papers/Kluwer.pdf>>, platné k 20.11.2015

KONTAKTNÁ ADRESA:

Ing. Ivan Brezina Jr., PhD.

Paneurópska vysoká škola, Fakulta ekonómie a podnikania,

Tematiska 10, 851 05 Bratislava, Slovenská republika

E-mail: brezina.ivan@yahoo.com

Ing. Marcel Novák, PhD.

Ekonomická univerzita v Bratislave, Národohospodárska fakulta, Katedra ekonomickej teórie,

Dolnozemska cesta 1, 852 35 Bratislava , Slovenská republika

E-mail: mnovak.euba@gmail.com