

# ASYMETRIE BĚHEM FINANČNÍCH KRIZÍ: ASYMETRICKÁ VOLATILITA PŘEVYŠUJE DŮLEŽITOST ASYMETRICKÉ KORELACE

Lukáš Frýd\*

## Abstract

### **Asymmetry of Financial Time Series During the Financial Crisis: Asymmetric Volatility Outperforms the Asymmetric Importance of Correlation**

We have tested the stability of parameters loading the asymmetric behaviour of the correlation and the importance of this behavior on the portfolio selection. In this paper, we have analyzed the following time series S&P index, gold and CME 5-Year Treasury Note Futures during the most important crisis from 1992 to 2009. The methodology is based on the dynamic conditional correlation model and its asymmetric volatility and asymmetric correlation extensions. The stability of parameters was tested by  $t$ -test applied on the rolling windows data. The information importance of asymmetric volatility and correlation was tested by global minimum variance portfolio. The results suggest that the parameters loading the asymmetric behavior of the correlation are not stable for the analyzed time series during the financial crisis. With one exception we have found out that global minimum variance portfolio based on the dynamic conditional correlation model with asymmetric volatility is significantly less volatile than the global minimum variance portfolio based on the asymmetric dynamic conditional correlation model.

**Keywords:** asymmetric volatility, asymmetric correlation, crisis, dynamic conditional correlation model

**JEL Classification:** G01, G11, C58

## Úvod

Vztah mezi vývojem jednotlivých aktiv hraje důležitou roli ve finančním managementu, a proto se investoři snaží tento vztah odhadnout a následně upravit svá portfolia s cílem dosáhnout vytyčeného rizikového profilu. Moderní přístup k portfoliu matematicky formuloval v roce 1952 Harry Markowitz. Cílem modelu bylo maximalizovat výnos portfolia s ohledem na úroveň rizika a naopak. Jedná se tak o tzv. mean-variance optimalizační problém, který lze zformulovat následovně:

$$\min \frac{1}{2} w^T \mathbf{H}_t w \quad (1)$$

za podmínek

$$r^T w = r_p, \quad (2a)$$

$$w^T l = 1, \quad (2b)$$

\* Lukáš Frýd (xfryl00@vse.cz), Vysoká škola ekonomická v Praze, Fakulta informatiky a statistiky. Článek vznikl za podpory interní grantové agentury FIS/73/2016.

kde

- $w$  je vektor ( $k \times 1$ ) vah  $k$  aktiv v portfoliu,
- $H_t$  je kovarianční matice výnosů v část  $t$  ( $k \times k$ ),
- $r$  je vektor očekávaných výnosů aktiv ( $k \times 1$ ),
- $r_p$  představuje skalár očekávaného výnosu portfolia,
- $l$  je vektor jedniček o velikosti ( $k \times 1$ ).

Za předpokladu, že logaritmus ceny aktiva se řídí procesem náhodné procházky, je nejdůležitější částí rovnice (1) kovarianční matice  $H_t$ . Znalost vzájemných vztahů mezi výnosy aktiv může vést ke snížení rizikovosti portfolia. Z tohoto důvodu je snaha najít alespoň záporně korelované výnosy aktiv, mezi něž se často řadí akcie a dluhopisy. Ne všichni autoři však souhlasí s myšlenkou, že výnosy akcií a dluhopisů jsou záporně korelované. Například Shiller a Beltratti (1992) nebo Campbell a Ammer (1993) publikovali, že mezi výnosy těchto aktiv existuje naopak pozitivní korelace. Tyto studie předpokládaly, že kovariance mezi výnosy aktiv je v čase stabilní. Tento silný předpoklad rozporovali například Chiang a Li (2009). Stejně jako Shiller a Beltratti (1992) a Campbell a Ammer (1993) zkoumali kovarianci mezi výnosem akcií a dluhopisů. Autoři dospěli k opačnému závěru, a to že kovariance mezi výnosy těchto aktiv se mění v závislosti na velikosti volatility výnosů obou aktiv a její hodnota je dlouhodobě záporná. Závěr o dynamickém chování kovariance mezi výnosy aktivy byl dále podpořen například pracemi Cappiella, Engla a Shepparda (2006), Jonese a Wilsona (2004), Longina a Solnika (1993).

Kromě dynamiky kovariance je možné analyzovat i vývoj korelace. V roce 1990 přišel Bollerslev s modelem konstantní podmíněné korelace (CCC), kde předpokládal, že měnící se kovariance výnosů je vykompenzována měnícím se rozptylem výnosů aktiv. Výsledkem je pak konstantní korelace mezi výnosy. Stejně jako hypotéza o konstantní kovarianci mezi výnosy byla i hypotéza o konstantní korelaci empiricky zpochybněna (například Cappiello, Engle a Sheppard, 2006).

Přestože se dnes již předpokládá, že kovariance i korelace se v čase mění a v případě výnosů akcií a dluhopisů mají obě charakteristiky dlouhodobě záporné znaménko, není již příliš prozkoumaná hypotéza o asymetrickém vztahu mezi těmito aktivy. Citované články zabývající se asymetrickým chováním korelace mezi výnosy aktiv odpovídají pouze na hypotézu, zda existuje či nikoliv a již se dále nevěnují myšlence, zdali je proces generující data v čase stabilní.

Práce je zaměřena na testování asymetrického chování korelace výnosů indexu S&P 500, futures kontraktu na 5-Year Treasury Note<sup>1</sup> a zlata. Jelikož podle Chianga a Lia (2009) jsou vzájemné vztahy silnější během zvýšené volatility, budou jednotlivé modely testovány na následujících krizových obdobích:

- mexická krize, 1994–1995,
- asijská krize, 1997–1998,
- ruská krize, 1998,

---

1 Více v sekci Data.

- turbulentní období, 2000–2001,
- světová finanční krize, 2007–2008.

Budou tak testovány dvě hypotézy, kdy první bude zaměřena na parametr řídící asymetrické chování korelace a jeho stabilitu v čase, zda dochází k jeho strukturálním změnám či nikoliv. Druhá hypotéza se týká informační významnosti asymetrické korelace při sestavování portfolia.

Hlavním přínosem článku je, že poukazuje na to, že asymetrické chování mezi danými výnosy aktiv existuje, ale nejedná se o jejich trvalou vlastnost, a dále, že informační významnost asymetrického chování volatility je při sestavování portfolia důležitější než asymetrické korelace.

Článek je organizován následovně. V první části je představen vývoj v literatuře asymetrických modelů ze skupiny GARCH. Ve druhé části je popsána využitá metodologie. Třetí část je věnována popisu dat. V následující empirické části práce jsou popsány odhady pro jednotlivé krize. Poslední část se věnuje závěrečnému zhodnocení.

## 1. Asymetrické modely ve financích

### 1.1 Asymetrické chování aktiv

Mezi nejznámější modely popisující asymetrické chování aktiv patří rozšířené modely volatility ze skupiny GARCH, zejména pak model od Glosten, Jagannathana, Runkla (1993) – GJR model, nebo TGARCH od Zakoiana (1994).

Uvedené modely předpokládají, že volatilita asymetricky reaguje na nově přicházející zprávy, kdy negativní zpráva má větší dopad na volatilitu výnosů než pozitivní. Zdůvodnění vzniku asymetrického chování volatility rozpracoval například Black (1976) a Christie (1982). Autoři uvažovali, že při neočekávaném poklesu hodnoty akcií dochází ke snížení hodnoty vlastního kapitálu společností, a tím k nárůstu „debt-to-equity ratio“. Následkem toho se akcie dané společnosti stávají rizikovější, a tím pádem volatilnější.

S jiným vysvětlením, které se dá aplikovat i na jiná aktiva než pouze na akcie, přišli Campbell a Hentschel (1992). Cenotvorné zprávy způsobující očekávané zvýšení volatility ovlivní rizikově averzní investory. Ti se budou daného aktiva zbavovat až do doby, kdy cena neklesne na úroveň, která by kompenzovala riziko spojené s očekávaným růstem volatility. V případě efektivních trhů tak dojde k poklesu ceny aktiva a nárůstu jeho volatility.

Kromě asymetrické volatility je možné uvažovat i asymetrickou reakci v kovarianci/korelaci. Podle Capiella, Engla, a Shepparda (2006) mají negativní zprávy významnější vliv na vzájemný vztah mezi výnosy aktiv. Ke zdůvodnění této hypotézy využili CAPM model (Sharpe, 1964):

$$r_{it} = r_{ft} + \beta (r_{Mt} - r_{ft}), \quad (3)$$

kde  $r_{it}$  představuje výnos aktiva  $i$ ,  $r_{ft}$  je výnos bezrizikového aktiva a  $r_{Mt}$  představuje výnos tržního portfolia, vše v čase  $t$ . Po úpravě rovnice (3) do ekonometrického tvaru získáme:

$$R_{it} = \alpha + \beta R_{Mt} + u_{it}, \quad (4)$$

kde  $R_{it} = r_{it} - r_{ft}$ ,  $R_{Mt} = r_{Mt} - r_{ft}$ ,  $u_{it} \sim i.i.d(0, \sigma_i^2)$ . Potom lze parametr  $\beta$  z rovnice (4) vyjádřit jako:

$$\beta = \frac{cov(R_{Mt}, R_{it})}{Var(R_{Mt})}. \quad (5)$$

Cappiello, Engle, a Sheppard (2006) předpokládali, že parametr  $\beta$  je v čase stabilní. Za tohoto předpokladu je nárůst volatility  $R_{Mt}$  doprovázen nárůstem kovariance mezi  $R_{Mt}$  a  $R_{it}$ . Vliv na korelaci mezi aktivy lze pak vyčíst z upravené rovnice (5):

$$\beta = \frac{cov(R_{Mt}, R_{it})\sqrt{Var(R_{it})}}{\sqrt{Var(R_{Mt})}}. \quad (6)$$

Například Chiang (2007) vysvětluje asymetrické chování v korelaci na případu rizikově averzních investorů, kteří ztratí důvěru v aktivum  $i$ . V důsledku prodejů tohoto aktiva dojde k nárůstu volatility, což je v souladu s hypotézou o asymetrickém chování volatility podle Campbella a Hentschela (1992). Pokud dojde k neproporcionálnímu růstu volatility  $R_{it}$  k volatilítě  $R_{Mt}$ , část asymetrické reakce se „přelije“ do nárůstu korelace.

Velmi oblíbené modely pro podmíněnou kovarianci jsou ze skupiny vícerozměrných GARCH modelů. Jako základní model lze považovat model od Bollersleva, Engla a Wooldridge (1988), který díky vektorizaci podmíněné kovarianční matice získal název VECH model. Přestože autoři nepracovali s asymetrickou verzí tohoto modelu, lze nahradit GARCH model některou z jeho asymetrických verzí, jak to například demonstrovali Kroner a Ng (1998). Problémem VECH modelu však je zajištění pozitivně definitní kovarianční matice během odhadu, a proto v roce 1995 přišli Engle a Kroner s vlastním modelem, který tento problém řešil. Model pojmenovali podle počátečních písmen autorů a spolupracujících studentů jako BEKK model.

Z důvodu rostoucího zájmu o modely asymetrické volatility Kroner a Ng upravili v roce 1998 BEKK model do asymetrické verze. Autoři zde testovali kovarianci pro výnosy akcií velkých a malých firem za přispění několika asymetrických modelů kovariance, kam patřila i již zmíněná asymetrická verze VECH modelu. Kroner a Ng dospěli k závěru, že negativní zprávy mají větší vliv nejen na volatilitu výnosů jednotlivých aktiv, ale i na kovarianci.

Přestože BEKK model odstranil zásadní problém VECH modelu, zůstal tu ještě problém zvaný „curse of dimensionality“. Jedná se o situaci, kdy počet odhadovaných parametrů  $k$  roste v případě BEKK modelu  $O(k^4)$ .

Odlišný přístup při modelování vzájemných vztahů navrhl již v roce 1990 Bollerslev. Autor místo odhadu celého modelu najednou rozdělil odhad do dvou částí. Podrobný postup bude vysvětlen v části *Metodologie* pro dynamickou verzi modelu. Model nazval Constant conditional correlation (CCC) a jak název napovídá, měl silný předpoklad v podobě konstantní korelace. Nejvýraznější výhoda CCC modelu proto spočívá v jeho dvoustupňovém odhadu, který částečně řeší problém „curse of dimensionality“ u VECH

nebo BEKK modelu. Z důvodu časově neměnné korelační matice sice model CCC věrně nepopisuje realitu, jak demonstroval například Cappiello, Engle a Sheppard (2006), ale Bollerslevův dvoustupňový přístup odhadu je natolik zajímavý, že jej v roce 2002 využil Engle a přepracoval model CCC do dynamické podoby, tzv. Dynamic Conditional Correlation (DCC). Model DCC se dočkal řady rozšíření, kdy mezi nejčastěji používané patří například model od Cappiella, Engla a Shepparda (2006), nebo od Billia, Caporina, Gobba (2006). V této práci bude využit tzv. Asymmetric Conditional Correlation model (ADCC) od Cappiella, Engla a Shepparda (2006), který popisuje asymetrické chování v rámci korelace. Autoři použili ADCC model k testování asymetrické korelace pro výnosy 21 světových akciových indexů a 13 dluhopisových indexů. Dospěli k závěru, že mezi uvedenými výnosy aktiv existuje statisticky významná asymetrická reakce korelace na nové zprávy. Pomocí modelu ADCC se dále podařilo prokázat například asymetrická reakce korelace mezi výnosy středoevropských akciových trhů; Gjika a Horváth (2013), nebo mezi výnosem ruského akciového trhu a indexem pro státní dluhopisy Saleem (2011).

## 2. Metodologie

### 2.1 Modely podmíněné korelace

Nechť  $\{r_t \in \mathfrak{R}^k \mid t = 1, \dots, T\}$  je časová řada logaritmických výnosů  $k$ -tice aktiv, o nichž podle Cappiella, Engla, Shepparda (2006) předpokládáme:

$$r_t \mid \Omega_{t-1} \sim N(0, \mathbf{H}_t), \quad (7)$$

kde  $\Omega_{t-1}$  představuje všechny známé informace v čase  $t-1$  a  $\mathbf{H}_t$  je podmíněná kovarianční matice v čase  $t$ . Matici  $\mathbf{H}_t$  lze rozložit jako:

$$\mathbf{H}_t = \mathbf{D}_t \mathbf{R}_t \mathbf{D}_t, \quad (8)$$

kde  $\mathbf{D}_t$  je diagonální matice,  $i$ -tý prvek představuje podmíněnou volatilitu  $h_{i,t}^{0,5}$ , výnosu  $i$ -tého aktiva.  $\mathbf{R}_t$  je matice podmíněné korelace, kdy Engle (2002) přepracoval rozklad podmíněné kovarianční matice (4) na:

$$\mathbf{R}_t = \text{diag}(\sqrt{q_{11,t}}, \dots, \sqrt{q_{nn,t}}) \mathbf{Q}_t \text{diag}(\sqrt{q_{11,t}}, \dots, \sqrt{q_{nn,t}}), \quad (9)$$

kde  $\mathbf{Q}_t = (q_{ij,t})$  je tzv. podmíněná kvazi korelační matice. Název kvazi je z důvodu odhadu podmíněné korelace standardizovaných výnosů, nikoli výnosů. O procesu  $\mathbf{Q}_t$  Engle předpokládal jeho vícerozměrnou GARCH strukturu:

$$\mathbf{Q}_t = (1 - \alpha_1 - \beta_1) \bar{\mathbf{Q}} + \alpha_1 \eta_{t-1} \eta_{t-1}^T + \beta_1 \mathbf{Q}_{t-1}, \quad (10)$$

kde  $\eta_t = \mathbf{D}_t^{-1} r_t$  je vektor standardizovaných výnosů a  $\bar{\mathbf{Q}} = E[\eta_t \eta_t^T]$  je nepodmíněná kvazi korelační matice odhadnuta pomocí aritmetického průměru. Dále  $\alpha_1$  a  $\beta_1$  jsou skaláry a představují neznámé parametry, kdy z důvodu stacionarity musí platit  $\alpha_1 + \beta_1 < 1$ .

Značná výhoda DCC modelu oproti modelům VECM nebo BEKK tkví v postupném odhadu rovnice (10). V první fázi jsou odhadnuty prvky matice  $\mathbf{D}_t$  pomocí vhodného

modelu pro podmíněnou volatilitu. Ve druhé fázi jsou standardizovány výnosy  $\eta_t$  využity při odhadu rovnice (10) pomocí metody Quasi-Maximum-Likelihood podle Bollersleva a Wooldridge (1992). Odhady z rovnice (10) jsou následně využity k získání odhadu podmíněné korelační matice podle rovnice (9).

## 2.2 Asymetrické modely

Stále budeme předpokládat proces pro vektor středních hodnot popsany v (7). V rámci asymetrické verze DCC modelu se budou v této práci rozlišovat dva případy.

- I. Asymetrické chování je pouze ve volatilitě (DCCA)
- II. Asymetrické chování existuje i mezi jednotlivými časovými řadami (ADCC)

V případě (I.) je pouhá změna modelu DCC v odhadu matice  $\mathbf{D}_t$  z rovnice (8). V případě přítomnosti asymetrického chování bude použit model GJR-GARCH podle Glosten, Jagannathana a Runkla (1993). Předpokládaný proces generující data pro výnos aktiva  $i$  je:

$$r_{i,t} = \epsilon_{it}, \quad (11a)$$

$$\epsilon_{it} = \sqrt{h_{i,t}} u_{i,t}, \quad (11b)$$

$$h_{i,t} = \alpha_{i,0} + \alpha_{i,1} \epsilon_{i,t-1}^2 + \gamma_i I_{t-1} \epsilon_{i,t-1}^2 + \beta_i h_{i,t-1}, \quad (11c)$$

kde  $u_{it} \sim i.i.d(0, \sigma_i^2)$ ,  $I_t$  je charakteristická funkce pro kterou platí:

$$I_{t-1} = \begin{cases} 1 & \text{pro } \epsilon_{t-1} < 0, \\ 0 & \text{pro } \epsilon_{t-1} \geq 0, \end{cases}$$

V případě, že platí  $\gamma_i = 0$ , model GJR-GARCH se stane GARCH(1,1) modelem podle Bollersleva (1986). Takto upravený DCC model bude dále značen jako DCCA model.

Model typu (II.) umožňuje navíc i asymetrickou reakci v korelaci. Cappiello, Engle a Sheppard (2006) navrhli asymetrický DCC model (ADCC), který je rozšířenou formou modelu DCC z rovnice (6):

$$\mathbf{Q}_t = (1 - \alpha_1 - \beta_1) \bar{\mathbf{R}} - \gamma \bar{\mathbf{N}} + \alpha_1 \eta_{t-1} \eta_{t-1}^T + \phi \pi_{t-1} \pi_{t-1}^T + \beta_1 \mathbf{Q}_{t-1}, \quad (12)$$

kde  $\pi_t = I_{[\eta_t < 0]} \odot \eta_t$ , kde  $\odot$  je Hadamardův produkt, např. Green (2011).  $\bar{\mathbf{N}} = E[\pi_t \pi_t^T]$  je nepodmíněná kovarianční matice pro  $\pi_t$ , která bude odhadnuta pomocí aritmetického průměru.

## 2.3 Výběr modelu

Problém hodnocení modelů korelace spočívá v latentní vlastnosti korelace. Jako možné řešení je sestavení portfolia na základě vztahů (1) a (2), kdy odhad matice  $\mathbf{H}_t$  bude proveden pomocí modelu DCC, DCCA a ADCC.

Markowitzův model portfolia má silný předpoklad ve znalosti (možnosti predikce) výnosů aktiv. Jako vhodné řešení tohoto problému je využití modelu tzv. Global Minimum Variance Portfolio (GMVP), který vychází z Markowitzova modelu, kdy je však cílem pouze minimalizovat rozptyl portfolia:

$$\min w_t^T \mathbf{H}_t w_t \quad (13)$$

za podmínky

$$w_t^T \mathbf{l} = 1, \quad (14)$$

kde  $\mathbf{l}$  je vektor jedniček ( $k \times 1$ ) a  $w_t$  je vektor vah portfolia ( $k \times 1$ ). Řešení optimalizačního problému podle Pattona (2011) je následující:

$$w_{MV,t} = \frac{\mathbf{H}_t^{-1} \mathbf{l}}{\mathbf{l}^T \mathbf{H}_t^{-1} \mathbf{l}}, \quad (15)$$

kde  $w_{MV,t}$  je vektor vah aktiv v portfoliu v čase  $t$  zajišťující jeho minimální rozptyl. Pro vyhodnocení statisticky významného rozdílu v rozptylech portfolií, bude využit Dieboldův-Marianův-Westův test (DMW), podle Diebolda a Mariana (1995). Testová statistika má tvar:

$$DMW = \frac{\bar{d}_T}{\sqrt{Var(d_t)}}, \quad (16a)$$

$$\bar{d}_T = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T d_t, \quad (16b)$$

$$d_t = w_{\{MV,t\}} (\mathbf{H}_t^A)^T r_t r_t^T w_{\{MV,t\}} (\mathbf{H}_t^A) - w_{\{MV,t\}} (\mathbf{H}_t^B)^T r_t r_t^T w_{\{MV,t\}} (\mathbf{H}_t^B), \quad (16c)$$

kde  $d_t$  je rozdíl v rozptylu výnosů dvou portfolií a  $Var(d_t)$  je robustní odhad rozptylu  $d_t$  podle Neweye-Westa (1987), pro  $t = 1, \dots, T$ . Označení  $\mathbf{H}_t^A$  a  $\mathbf{H}_t^B$  představuje rozdílné metody odhadu kovarianční matice. V této práci tak budou provedeny odhady DCC vs. DCCA, DCC vs. ADCC a DCCA vs. ADCC. Nulová hypotéza  $H_0: E[d_t] = 0$  říká, že mezi rozptyly výnosů dvou portfolií není statisticky významný rozdíl, proti alternativám  $\mathbf{H}_t^A: E[d_t] < 0$  a  $\mathbf{H}_t^B: E[d_t] > 0$ , že metoda A (B) vede k portfoliu s nižším rozptylem než metoda B(A). Testová statistika DMW má asymptoticky normované normální rozdělení.

### 3. Data

V analýze byly použity časové řady tří aktiv s denní frekvencí. Jedná se o index S&P 500<sup>2</sup>, zlato<sup>3</sup> a pro vývoj ceny dluhopisů byl z důvodu nezískání dostatečně dlouhé časové řady zvolen futures kontrakt na 5letý americký státní dluhopis (U. S. Treasury note), obchodovaný na Chicago Mercantile Exchange<sup>4</sup>.

2 Dostupné z: [https:// yahoo.finance.com](https://yahoo.finance.com)

3 Dostupné z: <https://usagold.com>

4 Dostupné z: <https://www.quandl.com/collections/futures/cme-5-year-treasury-note-futures>

Využití futures kontraktu místo samotného dluhopisu je možné, jelikož daný dluhopis je podkladovým aktivem kontraktu. Společný vývoj volatilit výnosů obou aktiv pak lze dokázat pomocí odvození ceny futures kontraktu. Mějme cenu dluhopisu  $S_t$  a futures kontraktu  $F_t$  čase  $t$ . Pak např. podle Hulla (2017) lze vzájemný vztah vyjádřit jako:

$$F_t = (S_t - I)e^{r(T-t)}, \quad (17)$$

kde  $I$  představuje současnou hodnotu vyplacených kuponů během existence futures kontraktu,  $(T - t)$  je doba do splatnosti futures kontraktu a  $r$  je úroková míra, o které zatím budeme předpokládat, že není stochastická. Následně celou rovnici zlogaritmujeme a získáme:

$$\ln F_t = \ln(S_t - I) + r(T - t), \quad (18)$$

po odečtení zpoždění získáme:

$$\ln F_t - \ln F_{t-1} = \ln(S_t - I) + r(T - t) - [\ln(S_{t-1} - I) + r(T - t - 1)], \quad (19)$$

následnou úpravou dostaneme vztah pro logaritmické difference.

$$\ln \frac{F_t}{F_{t-1}} = \ln \frac{S_t - I}{S_{t-1} - I} + r. \quad (20)$$

Pro zjednodušení zavedeme substituci  $f_t = \ln \frac{F_t}{F_{t-1}}$ ,  $s_t = \ln \frac{S_t - I}{S_{t-1} - I}$ . Dále budeme předpokládat, že úroková míra je náhodná veličina  $r_t$ . Potom je rozptyl výnosu futures dán rovnicí:

$$\text{Var}(f_t) = \text{Var}(s_t) + \text{Var}(r_t). \quad (21)$$

Je tedy zřejmé, že jak výnos futures, tak jeho volatilita jsou určeny vývojem výnosu dluhopisu a úrokové míry.

Uvedená tři aktiva<sup>5</sup> byla vybrána za účelem prokázání existence vzájemných vztahů, např. Baur a Lucey (2010) a Baur a McDermott (2010). Zároveň lze předpokládat posílení provázanosti během krizových období kvůli přesunu kapitálu rizikově averzních investorů od akcií k dluhopisům a zlatu, např. Ciner a kolektiv (2013).

Data pocházejí z období 1. 12. 1992 až 1. 10. 2009. Na základě ADF testu se nepodařilo prokázat, že by uvedené tři časové řady byly stacionární. Až po následné logaritmické diferenci bylo možné zamítnout nulovou hypotézu pro ADF test. Uvedené ceny tří aktiv tak obsahují jeden jednotkový kořen.

## 4. Empirická část

V empirické části je popsáno chování modelů DCC, DCCA a ADCC v turbulentním období po vzniku výše zmíněných krizí. Pokud nebude řečeno jinak, při testování

<sup>5</sup> Na základě rovnic (17) až (21) bereme futures kontrakt jako vhodnou aproximaci pro daný dluhopis.

statistické významnosti jednotlivých parametrů pomocí  $t$ -testu bude vždy využita jednostranná hypotéza  $H_1: \theta > 0$ , kdy  $\theta$  představuje vektor neznámých parametrů z rovnic (10), (11c) a (12).

Pro účely testování modelů během krizových období je jako první období odhadu stanovena doba přibližně 2 roky před krizí (500 pozorování). Dále je využita metoda „rolling window“ o délce okna deseti dnů. Toto okno je následně posunováno 25krát, aby byl zaznamenán roční úsek po vypuknutí krize. Při každém posunutí je proveden nový odhad a predikce „one-step-ahead“ pro následujících deset dní. Tento postup je aplikován u všech pěti krizí. Jelikož v některých případech nelze jednoznačně určit datum vypuknutí krize, je jako počátek turbulentního období zvolen začátek daného měsíce, kdy se začalo mluvit o krizi. Toto zobecnění má minimální vliv na odhad modelů, jelikož každý model je znovu odhadnut po každých 10 obchodních dnech. Cílem práce není zkoumat příčiny ani transmisní mechanismus krizí, a proto je vždy v úvodu pouze uvedena pravděpodobná „rozbuška“ krize.

## 4.1 Mexická krize

Vznik mexické krize zde bude spojen s počátkem prosince roku 1994 a to z toho důvodu, že Mexická centrální banka 22. prosince 1994 přešla z fixního režimu měnového kurzu na plovoucí.

První dataset je tvořen daty od 1. 12. 1992 do 30. 11. 1994. Odhady modelů DCC, DCCA a ADCC jsou zobrazeny v tabulkách 1, 2, 3.

**Tabulka 1 | Výstup z modelu DCC pro mexickou krizi**

| DCC – mexická krize |       |                  |         |
|---------------------|-------|------------------|---------|
| Koeficient          | Odhad | Směrodatná chyba | t-podíl |
| $\alpha_B$          | 0,017 | 0,009            | 1,866   |
| $\beta_B$           | 0,957 | 0,026            | 36,385  |
| $\alpha_G$          | 0,058 | 0,018            | 3,253   |
| $\beta_G$           | 0,940 | 0,014            | 65,105  |
| $\alpha_{sp}$       | 0,013 | 0,017            | 0,803   |
| $\beta_{sp}$        | 0,940 | 0,029            | 32,466  |
| $\alpha$            | 0,014 | 0,007            | 1,985   |
| $\beta$             | 0,962 | 0,018            | 54,456  |

Zdroj: vlastní zpracování

**Tabulka 2 | Výstup z modelu DCCA pro mexickou krizi**

| DCCA – mexická krize |         |                  |         |
|----------------------|---------|------------------|---------|
| Koeficient           | Odhad   | Směrodatná chyba | t-podíl |
| $\alpha_B$           | 0,0225  | 0,0344           | 0,6529  |
| $\gamma_B$           | -0,0076 | 0,0480           | -0,1589 |
| $\beta_B$            | 0,9540  | 0,0348           | 27,3695 |
| $\alpha_G$           | 0,0743  | 0,0199           | 3,7320  |
| $\gamma_G$           | -0,0743 | 0,0248           | -3,0002 |
| $\beta_G$            | 0,9582  | 0,0102           | 94,0869 |
| $\alpha_{SP}$        | 0,0000  | 0,0000           | 0,4065  |
| $\gamma_{SP}$        | 0,0804  | 0,1300           | 0,6170  |
| $\beta_{SP}$         | 0,8185  | 0,3050           | 2,6831  |
| $\alpha$             | 0,0138  | 0,0070           | 1,9607  |
| $\beta$              | 0,9640  | 0,0183           | 52,6571 |

Zdroj: vlastní zpracování

**Tabulka 3 | Výstup z modelu ADCC pro mexickou krizi**

| ADCC – mexická krize |         |                  |         |
|----------------------|---------|------------------|---------|
| Koeficient           | Odhad   | Směrodatná chyba | t-podíl |
| $\alpha_B$           | 0,0225  | 0,0344           | 0,6529  |
| $\gamma_B$           | -0,0076 | 0,0480           | -0,1589 |
| $\beta_B$            | 0,9536  | 0,0348           | 27,3695 |
| $\alpha_G$           | 0,0743  | 0,0199           | 3,7320  |
| $\gamma_G$           | -0,0743 | 0,0248           | -3,0002 |
| $\beta_G$            | 0,9582  | 0,0102           | 94,0869 |
| $\alpha_{SP}$        | 0,0000  | 0,0000           | 0,4065  |
| $\gamma_{SP}$        | 0,0804  | 0,1300           | 0,6170  |
| $\beta_{SP}$         | 0,8190  | 0,3050           | 2,6831  |
| $\alpha$             | 0,0022  | 0,0073           | 0,3016  |
| $\phi$               | 0,0351  | 0,0201           | 1,7443  |
| $\beta$              | 0,9635  | 0,0191           | 50,5523 |

Zdroj: vlastní zpracování

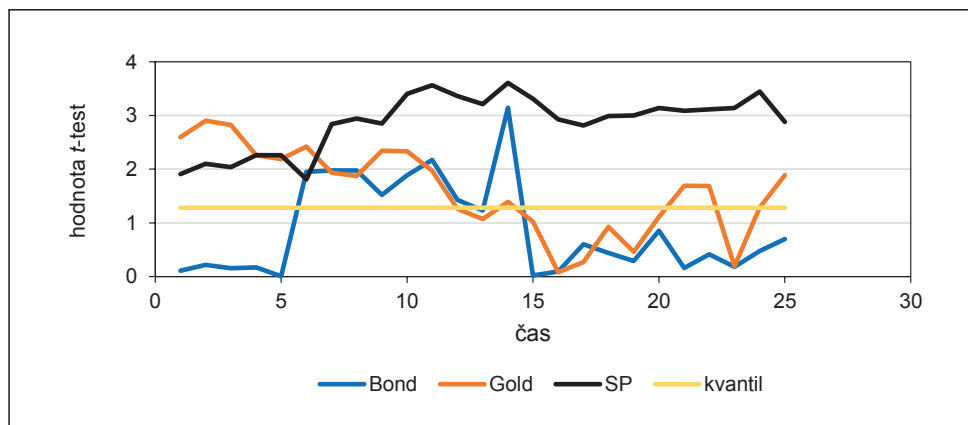
V části *Metodologie* bylo uvedeno, že odhady pro modely volatility v DCCA a ADCC se neliší. Z tohoto důvodu bude vždy interpretován pouze výstup z modelu ADCC.

Statisticky významné asymetrické chování volatility v tabulce 3 potvrzuje pouze vývoj zlata ( $\gamma_G$ ). Asymetrického chování korelace, které je řízeno parametrem  $\phi$  z rovnice (12), je možné považovat za statisticky významné na hladině významnosti menší jak 5 %, jelikož hodnota  $t$ -testu pro parametr  $\phi$  z tabulky 3 je 1,744, což odpovídá  $p$ -hodnotě 0,04.

Zajímavý výsledek je zejména u neprokázání asymetrického chování volatility indexu S&P, viz  $\gamma_{SP}$  z tabulky 3. Tento výsledek může být způsoben relativně klidným rokem na finančních trzích.

Pro zjištění, zdali se asymetrické chování vyskytuje během turbulentních období, byla aplikována metoda „rolling window“. Pro každý nově odhadnutý model byly otestovány parametry řídící asymetrické chování volatility a korelace. Vývoj absolutní hodnot  $t$ -testu pro jednotlivá okna je zobrazen na obrázku 1 pro volatilitu a na obrázku 2 pro korelaci. Horizontální přímka představuje kritickou hodnotu pro studentovo  $t$ -rozdělení se stupni volnosti  $(n - k - 1)$ , kde  $n$  je počet pozorování a  $k$  je počet proměnných. Hladina významnosti byla pro všechny případy zvolena na úrovni 10 %.

**Obrázek 1 | Vývoj hodnoty  $t$ -testu pro parametry  $\gamma_B, \gamma_G, \gamma_{SP}$  během prvního roku krize**

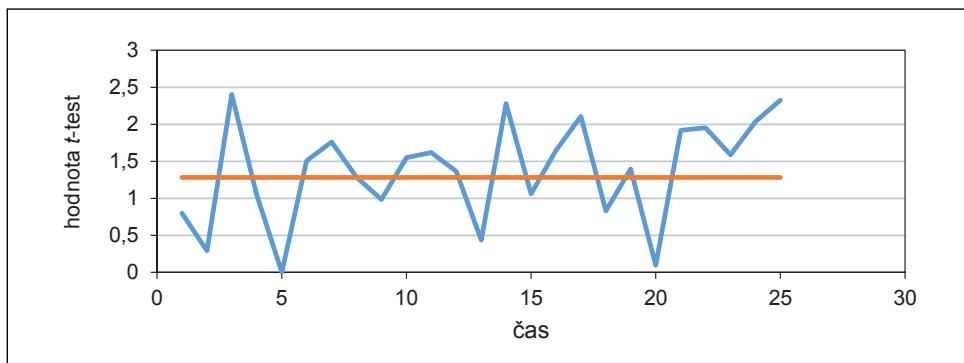


Zdroj: vlastní zpracování

Z obrázku 1 je patrné, že na počátku krize zůstal parametr  $\gamma_G$  pro zlato (čárkovaná trajektorie) statisticky významný, naopak parametr  $\gamma_B$  pro futures, (tečkovaná trajektorie) nevykazoval v počátku krize statistickou významnost. Při srovnání statistické významnosti parametru  $\gamma_{SP}$  z tabulky 3 a obrázku 1 je zřejmé, že v důsledku krize se stal parametr řídící asymetrické chování volatility indexu S&P statisticky významným.

K významné změně došlo po 50 obchodních dnech (5. okno), u futures. Parametr  $\gamma_B$  se stal statisticky významným po následujících 100 obchodních dní (10 oken). Po 150 obchodních dnech již není možné považovat asymetrické chování volatility u futures za statisticky významné. Ztrátu statistické významnosti parametru  $\gamma_G$  zaznamenala i časová řada pro zlato. Ta se projevila ve 120. obchodním dnu. Dále následovalo kolísání hodnoty  $t$ -testu kolem kritické hodnoty.

**Obrázek 2 | Vývoj hodnoty  $t$ -testu pro parametr  $\phi$  během prvního roku krize**



Zdroj: vlastní zpracování

Na obrázku 2 je možné spatřit kolísavé chování hodnoty  $t$ -testu pro parametr  $\phi$  během sledovaného období. Je zřejmé, že na počátku krize není daný parametr statisticky významný. Tím stává až ve třetím okně, tedy cca po 30 dnech od data vypuknutí krize. Následují období kolísání statistické významnosti parametru  $\phi$ . Toto kolísavé chování lze z části vysvětlit pomocí vývoje  $t$ -testů z obrázku 1. Zejména období statisticky významné asymetrie u zlata nebo futures kontraktu se projevuje ve statisticky významném parametru řídící asymetrické chování korelace.

Z obrázků 1 a 2 není jasně zřetelné, jaký model by měl být nejvhodnější pro modelování portfolia. Z tohoto důvodu byla sestrojena tři portfolia na základě 10denní jednokrokové (one-step-ahead) predikce pomocí tří uvedených modelů podmíněné korelace. Výsledky pro krizi v Mexiku jsou zobrazeny v tabulce 4. Hodnocení rozptylu portfolií bylo založeno na DMW statistice. Značka nerovnosti porovnává rozptyl sestavených portfolií a hvězdičky statistickou významnost daného testu (3 hvězdičky značí hladinu významnosti 0,01). Z tabulky 4 je zřejmé, že portfolio sestavené na základě modelu DCC má statisticky nižší rozptyl než pro zbylé dva modely. V případě porovnání modelu DCCA a ADCC je zahrnutí asymetrického chování v korelaci důvodem k nižšímu rozptylu portfolia.

**Tabulka 4 | Vyhodnocení rozptylu portfolia na základě DMW testu pro jednotlivé modely podmíněné korelace**

| Portfolio – mexická krize |   |     |      |
|---------------------------|---|-----|------|
| DCC                       | < | *** | DCCA |
| DCC                       | < | *** | ADCC |
| DCCA                      | > | *** | ADCC |

Zdroj: vlastní zpracování

## 4.2 Asijská krize

Pro vznik asijské krize je předpokládán začátek července roku 1997, a to ze stejného důvodu jako v případě předešlé krize. Thajský baht přešel 2. července z režimu fixního měnového kurzu do režimu plovoucího kurzu. První odhad byl proveden pro období 3. 7.1995 – 30. 6. 1997.

**Tabulka 5 | Výstup z modelu DCC pro asijskou krizi**

| DCC – asijská krize |        |                  |         |
|---------------------|--------|------------------|---------|
| Koeficient          | Odhad  | Směrodatná chyba | t-podíl |
| $\alpha_B$          | 0,0274 | 0,0176           | 1,5539  |
| $\beta_B$           | 0,9467 | 0,0195           | 48,5093 |
| $\alpha_G$          | 0,1170 | 0,0370           | 3,1627  |
| $\beta_G$           | 0,8712 | 0,0359           | 24,2428 |
| $\alpha_{SP}$       | 0,0494 | 0,0229           | 2,1530  |
| $\beta_{SP}$        | 0,9439 | 0,0264           | 35,6919 |
| $\alpha$            | 0,0009 | 0,0066           | 0,1413  |
| $\beta$             | 0,9665 | 0,0156           | 61,7605 |

Zdroj: vlastní zpracování

**Tabulka 6 | Výstup z modelu DCCA pro asijskou krizi**

| DCCA – asijská krize |         |                  |         |
|----------------------|---------|------------------|---------|
| Koeficient           | Odhad   | Směrodatná chyba | t-podíl |
| $\alpha_B$           | 0,0000  | 0,0000           | 0,3191  |
| $\gamma_B$           | 0,0507  | 0,0334           | 1,5169  |
| $\beta_B$            | 0,9453  | 0,0215           | 43,9976 |
| $\alpha_G$           | 0,1361  | 0,0444           | 3,0673  |
| $\gamma_G$           | -0,0471 | 0,0484           | -0,9747 |
| $\beta_G$            | 0,8774  | 0,0348           | 25,1949 |
| $\alpha_{SP}$        | 0,0197  | 0,0178           | 1,1067  |
| $\gamma_{SP}$        | 0,0688  | 0,0482           | 1,4257  |
| $\beta_{SP}$         | 0,9370  | 0,0265           | 35,2931 |
| $\alpha$             | 0,0006  | 0,0070           | 0,0882  |
| $\beta$              | 0,9649  | 0,0177           | 54,4392 |

Zdroj: vlastní zpracování

Výsledky jednotlivých modelů jsou zobrazeny v tabulkách 5, 6, 7. V případě asijské krize je možné považovat za statisticky významný parametr  $\gamma_B$  u futures s hodnotou  $t$ -testu 1,51 a indexu S&P s hodnotou  $t$ -testu 1,42, což odpovídá  $p$ -hodnotě 0,065, respektive 0,077. V případě zlata není parametr  $\gamma_G$  statisticky významný. Pro asymetrické chování korelace (tabulka 7) nemůžeme zamítnout nulovou hypotézu o statistické nevýznamnosti parametru  $\phi$  z rovnice (12).

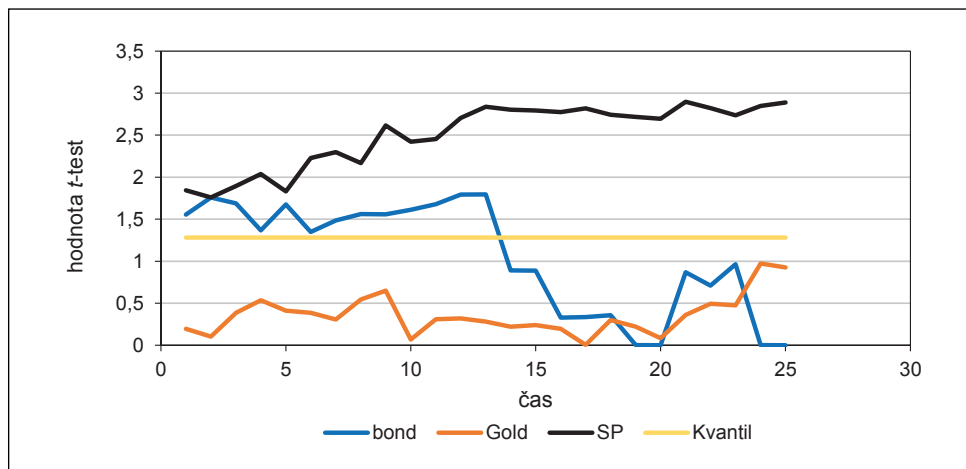
**Tabulka 7 | Výstup z modelu ADCC pro asijskou krizi**

| ADCC – asijská krize |         |                  |            |
|----------------------|---------|------------------|------------|
| Koeficient           | Odhad   | Směrodatná chyba | $t$ -podíl |
| $\alpha_B$           | 0       | 0                | 0,3191     |
| $\gamma_B$           | 0,0507  | 0,0334           | 1,5169     |
| $\beta_B$            | 0,9453  | 0,0215           | 43,9976    |
| $\alpha_G$           | 0,1361  | 0,0444           | 3,0673     |
| $\gamma_G$           | -0,0471 | 0,0484           | -0,9747    |
| $\beta_G$            | 0,8774  | 0,0348           | 25,1949    |
| $\alpha_{SP}$        | 0,0197  | 0,0178           | 1,1067     |
| $\gamma_{SP}$        | 0,0688  | 0,0482           | 1,4257     |
| $\beta_{SP}$         | 0,9370  | 0,0265           | 35,2931    |
| $\alpha$             | 0,0004  | 0,0049           | 0,0766     |
| $\phi$               | 0,0013  | 0,0107           | 0,1179     |
| $\beta$              | 0,9667  | 0,0224           | 43,0662    |

Zdroj: vlastní zpracování

Nástupem krize pokračovalo asymetrické chování volatilit futures i akciového portfolia, viz obrázek 3. Parametr řídící asymetrické chování zlata naopak nevykazoval statistickou významnost během celého sledovaného období. Stejně jako u mexické krize i zde se kolem 150. dne od vypuknutí krize stává parametr řídící asymetrické chování volatility futures statisticky nevýznamný.

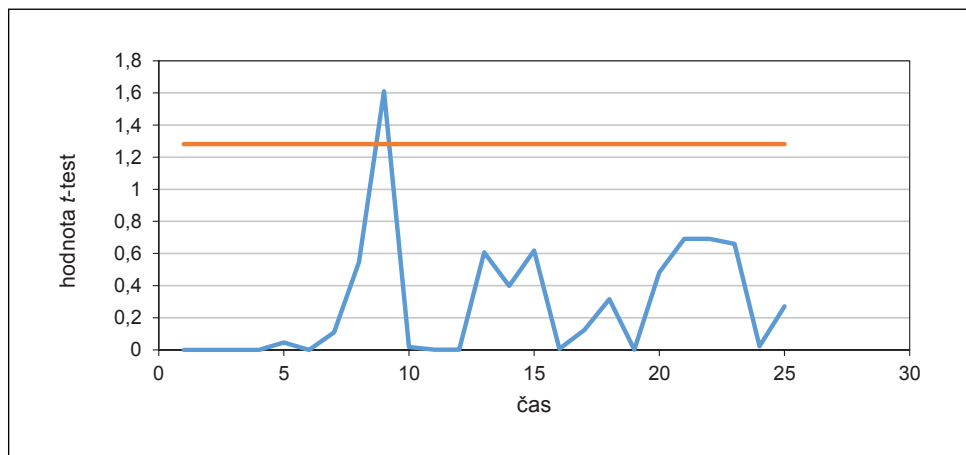
**Obrázek 3 | Vývoj hodnoty t-testu pro parametry  $\gamma_B, \gamma_G, \gamma_{SP}$  během prvního roku krize**



Zdroj: vlastní zpracování

Vývoj parametr  $\phi$  je kromě období v 9. okně statisticky nevýznamný po celé zkoumané období, viz obrázek 4. Z výše uvedených závěrů se jeví jako zbytečné, odhadovat kovarianční strukturu pomocí modelu ADCC.

**Obrázek 4 | Vývoj hodnoty t-testu pro parametr  $\phi$  během prvního roku krize**



Zdroj: vlastní zpracování

Tento závěr však nepotvrzuje výstup z tabulky 8 pro porovnání rozptylů jednotlivých portfolií. Portfolio sestavené za pomoci modelu ADCC překonává model DCC i DCCA. Přestože byl parametr  $\phi$  statisticky významný pouze pro 9. okno, zahrnutí této informace do sestavování portfolia by mělo statisticky významný vliv na jeho rozptyl.

**Tabulka 8 | Vyhodnocení rozptylu portfolia na základě DMW testu pro jednotlivé modely podmíněné korelace**

| Portfolio – asijská krize |   |     |      |
|---------------------------|---|-----|------|
| DCC                       | > | *** | DCCA |
| DCC                       | > | *** | ADCC |
| DCCA                      | > | *** | ADCC |

Zdroj: vlastní zpracování

### 4.3 Ruská krize

Stejně jako u předešlých krizí, je i zde uvažován vznik krize po prudké devalvaci měny po zásahu centrální banky, která 17. srpna 1996 devalvovala rubl. Pro odhad první sady modelů byl zvolen interval 1. 8. 1996 – 31. 7.1998. Výsledky odhadů jsou zobrazeny v tabulkách 9, 10, 11. V případě ruské krize můžeme považovat parametr  $\gamma_B$  řídící asymetrické chování volatility futures za signifikantní s hodnotou  $t$ -testu 1,688 ( $p$ -hodnota = 0,045). Stejný výsledek platí i pro index S&P, avšak volatilita výnosu zlata nevykazuje asymetrické chování. Stejný závěr o statistické nevýznamnosti platí i pro parametr  $\phi$  řídící asymetrické chování korelace.

**Tabulka 9 | Výstup z modelu DCC pro ruskou krizi**

| DCC – ruská krize |        |                  |         |
|-------------------|--------|------------------|---------|
| Koeficient        | Odhad  | Směrodatná chyba | t-podíl |
| $\alpha_B$        | 0,0000 | 0,0000           | 5,7949  |
| $\beta_B$         | 0,7900 | 0,2625           | 3,0090  |
| $\alpha_G$        | 0,0556 | 0,0502           | 1,1067  |
| $\beta_G$         | 0,9438 | 0,0478           | 19,7525 |
| $\alpha_{SP}$     | 0,1157 | 0,0801           | 1,4445  |
| $\beta_{SP}$      | 0,8283 | 0,0707           | 11,7116 |
| $\alpha$          | 0,1109 | 0,0610           | 1,8176  |
| $\beta$           | 0,6711 | 0,1513           | 4,4362  |

Zdroj: vlastní zpracování

**Tabulka 10 | Výstup z modelu DCCA pro ruskou krizi**

| DCCA – ruská krize |        |                  |         |
|--------------------|--------|------------------|---------|
| Koeficient         | Odhad  | Směrodatná chyba | t-podíl |
| $\alpha_B$         | 0,0000 | 0,0000           | 0,2628  |
| $\gamma_B$         | 0,0000 | 0,0000           | -1,6886 |
| $\beta_B$          | 0,7900 | 0,2381           | 3,3177  |
| $\alpha_G$         | 0,0206 | 0,1460           | 0,1412  |
| $\gamma_G$         | 0,0323 | 0,0470           | 0,6882  |
| $\beta_G$          | 0,9625 | 0,1240           | 7,7646  |
| $\alpha_{SP}$      | 0,0000 | 0,0000           | 0,2425  |
| $\gamma_{SP}$      | 0,3440 | 0,1870           | 1,8359  |
| $\beta_{SP}$       | 0,7880 | 0,0908           | 8,6721  |
| $\alpha$           | 0,1004 | 0,0546           | 1,8393  |
| $\beta$            | 0,6732 | 0,1525           | 4,4151  |

Zdroj: vlastní zpracování

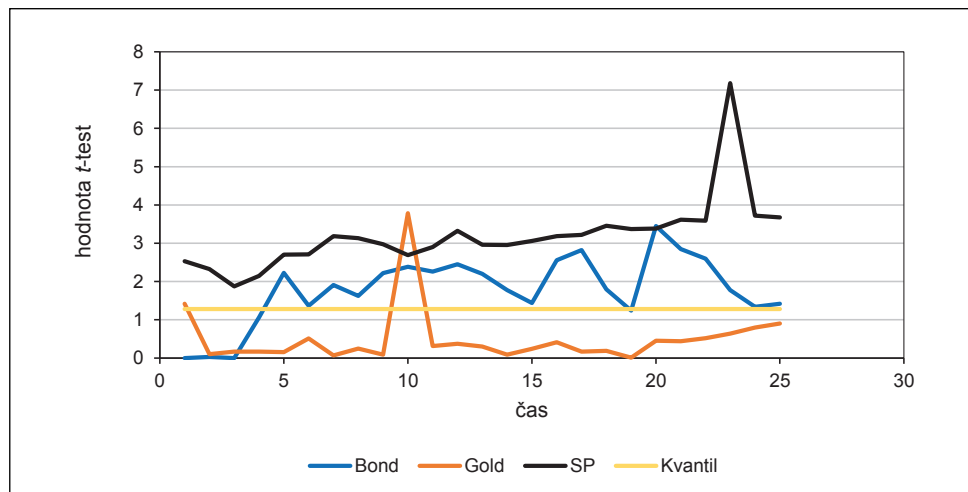
**Tabulka 11 | Výstup z modelu ADCC pro ruskou krizi**

| ADCC – ruská krize |        |                  |         |
|--------------------|--------|------------------|---------|
| Koeficient         | Odhad  | Směrodatná chyba | t-podíl |
| $\alpha_B$         | 0,0000 | 0,0000           | 0,2628  |
| $\gamma_B$         | 0,0000 | 0,0000           | -1,6886 |
| $\beta_B$          | 0,7900 | 0,2381           | 3,3177  |
| $\alpha_G$         | 0,0206 | 0,1460           | 0,1412  |
| $\gamma_G$         | 0,0323 | 0,0470           | 0,6882  |
| $\beta_G$          | 0,9625 | 0,1240           | 7,7646  |
| $\alpha_{SP}$      | 0,0000 | 0,0000           | 0,2425  |
| $\gamma_{SP}$      | 0,3440 | 0,1870           | 1,8359  |
| $\beta_{SP}$       | 0,7880 | 0,0908           | 8,6721  |
| $\alpha$           | 0,0977 | 0,0647           | 1,5107  |
| $\phi$             | 0,0558 | 0,5265           | 0,1060  |
| $\beta$            | 0,6203 | 0,4081           | 1,5200  |

Zdroj: vlastní zpracování

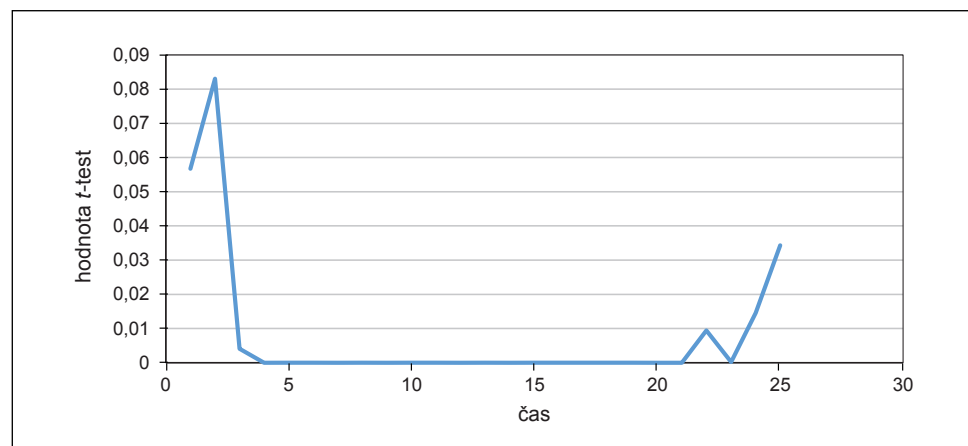
Na obrázku 5 je stále stejný vzorec asymetrického chování volatility u indexu S&P. Zajímavostí je, že na rozdíl od předchozích dvou krizí nedochází ke ztrátě statistické významnosti parametru  $\gamma_B$  pro volatilitu futures. Pouze v počátku krize je daný parametr statisticky nevýznamný. U vývoje zlata je patrný pik v 10. okně.

**Obrázek 5 | Vývoj hodnoty t-testu pro parametry  $\gamma_B$ ,  $\gamma_G$ ,  $\gamma_{SP}$  během prvního roku krize**



Zdroj: vlastní zpracování

**Obrázek 6 | Vývoj hodnoty t-testu pro parametr  $\phi$  během prvního roku krize**



Zdroj: vlastní zpracování

U ruské krize docházíme k zcela opačným závěrům než v případě asijské krize. Z tabulky 12 je vidět, že informace o asymetrickém chování jak volatility, tak korelace nedokáže „překonat“ model DCC.

**Tabulka 12 | Vyhodnocení rozptylu portfolia na základě DMW testu pro jednotlivé modely podmíněné korelace**

| Portfolio – ruská krize |   |     |      |
|-------------------------|---|-----|------|
| DCC                     | < | *** | DCCA |
| DCC                     | < | *** | ADCC |
| DCCA                    | < | *** | ADCC |

Zdroj: vlastní zpracování

## 4.4 Turbulentní roky

Jako další významná krize se uvádí tzv. internetová bublina. Problémem je, že v tomto období proběhlo několik významných událostí, a je proto složité určit počátek krize. Jednou z „významných“ událostí byl teroristický útok 11. září. 2001, a proto byl měsíc září zvolen jako počátek sledovaného období.

První model byl opět odhadnut přibližně dva roky před útokem – 2. 08. 1999 – 31. 8.2001. Výsledky jsou zobrazeny v tabulkách 13, 14 a 15.

Pro dané období se jeví asymetrické chování volatility pouze u akciového indexu S&P. Stejně jako v předešlých dvou případech nevykazuje podmíněná korelace asymetrické chování, viz odhad parametru  $\phi$  z tabulky 15.

**Tabulka 13 | Výstup z modelu DCC pro turbulentní roky**

| DCC – turbulentní roky |        |                  |         |
|------------------------|--------|------------------|---------|
| Koeficient             | Odhad  | Směrodatná chyba | t-podíl |
| $\alpha_B$             | 0,0000 | 0,0000           | 0,2755  |
| $\beta_B$              | 0,0006 | 0,0007           | 0,7920  |
| $\alpha_G$             | 0,2696 | 0,2371           | 1,1373  |
| $\beta_G$              | 0,5582 | 0,2381           | 2,3447  |
| $\alpha_{SP}$          | 0,1007 | 0,0579           | 1,7371  |
| $\beta_{SP}$           | 0,8223 | 0,1101           | 7,4701  |
| $\alpha$               | 0,0000 | 0,0295           | 0,0000  |
| $\beta$                | 0,9939 | 0,0253           | 39,2205 |

Zdroj: vlastní zpracování

**Tabulka 14 | Výstup z modelu DCCA pro turbulentní roky**

| DCCA – turbulentní roky |         |                  |         |
|-------------------------|---------|------------------|---------|
| Koeficient              | Odhad   | Směrodatná chyba | t-podíl |
| $\alpha_B$              | 0,9998  | 1,2071           | 0,8282  |
| $\gamma_B$              | -0,9998 | 1,2082           | -0,8275 |
| $\beta_B$               | 0,0000  | 0,0000           | 0,0000  |
| $\alpha_G$              | 0,8643  | 0,8651           | 0,9991  |
| $\gamma_G$              | -0,7734 | 0,8185           | -0,9449 |
| $\beta_G$               | 0,4917  | 0,2080           | 2,3643  |
| $\alpha_{SP}$           | 0,0000  | 0,0000           | 0,7097  |
| $\gamma_{SP}$           | 0,1790  | 0,0712           | 2,5201  |
| $\beta_{SP}$            | 0,8530  | 0,0565           | 15,0970 |
| $\alpha$                | 0,0000  | 0,0209           | 0,0000  |
| $\beta$                 | 0,9930  | 0,0188           | 52,7237 |

Zdroj: vlastní zpracování

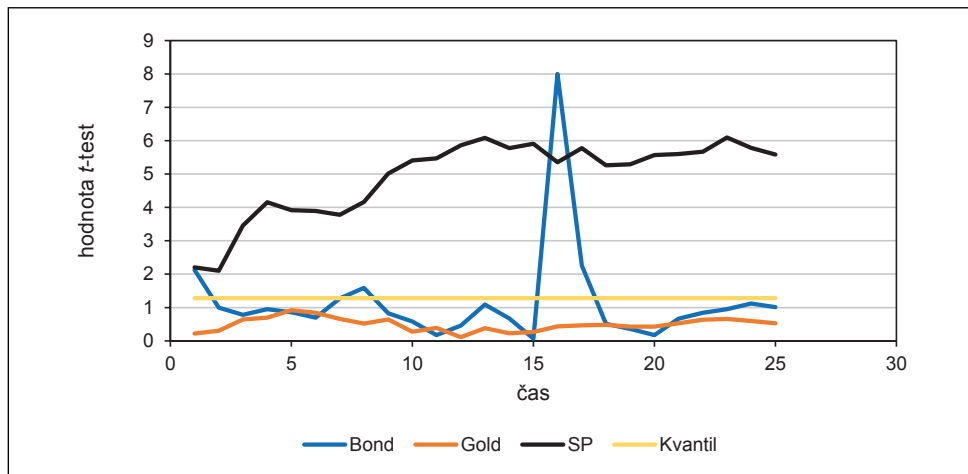
**Tabulka 15 | Výstup z modelu ADCC pro turbulentní roky**

| ADCC – turbulentní roky |         |                  |         |
|-------------------------|---------|------------------|---------|
| Koeficient              | Odhad   | Směrodatná chyba | t-podíl |
| $\alpha_B$              | 0,9998  | 1,2071           | 0,8282  |
| $\gamma_B$              | -0,9998 | 1,2082           | -0,8275 |
| $\beta_B$               | 0,0000  | 0,0000           | 0,0000  |
| $\alpha_G$              | 0,8643  | 0,8651           | 0,9991  |
| $\gamma_G$              | -0,7734 | 0,8185           | -0,9449 |
| $\beta_G$               | 0,4917  | 0,2080           | 2,3643  |
| $\alpha_{SP}$           | 0,0000  | 0,0000           | 0,7097  |
| $\gamma_{SP}$           | 0,1790  | 0,0712           | 2,5201  |
| $\beta_{SP}$            | 0,8530  | 0,0565           | 15,097  |
| $\alpha$                | 0,0000  | 0,0454           | 0,0000  |
| $\phi$                  | 0,0000  | 0,0082           | 0,0000  |
| $\beta$                 | 0,9930  | 0,0374           | 26,5512 |

Zdroj: vlastní zpracování

Z obrázku 7 je zřejmé, že asymetrické chování pro index S&P přetrvalo během celého období. Naopak od předchozích dvou krizí vykazuje futures asymetrické chování pouze ve čtyřech obdobích. Dále i v této krizi nenastává situace, kdy by byl parametr  $\gamma_G$  statisticky významný, stejně jako u asijské krize, a krom jednoho případu i u krize ruské.

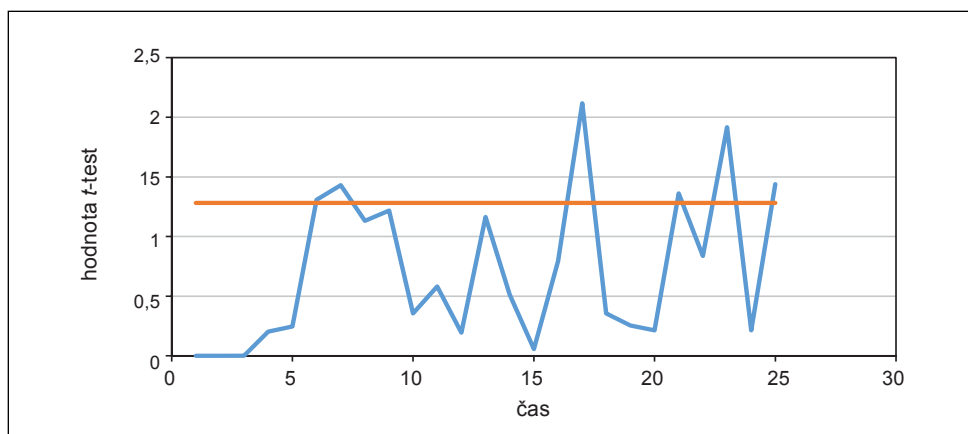
**Obrázek 7 | Vývoj hodnoty t-testu pro parametry  $\gamma_B, \gamma_G, \gamma_{SP}$  během prvního roku krize**



Zdroj: vlastní zpracování

Na obrázku 8 dochází v 6, 17, 21, 24 okně k nárůstu statistické významnosti parametru  $\phi$ . Po zbytek sledovaného období není parametr  $\phi$  statisticky významný.

**Obrázek 8 | Vývoj hodnoty t-testu pro parametr  $\phi$  během prvního roku krize**



Zdroj: vlastní zpracování

Pro porovnání vhodnosti jednotlivých modelů byla opět zkonstruována tři portfolia, jejichž porovnání je v tabulce 16. V daném turbulentním období vykazují asymetrické verze modelu DCC statisticky nižší rozptyl portfolií než základní DCC model. Jako nevhodnější model pro sestavení portfolia v tomto období se jeví DCCA model.

**Tabulka 16 | Vyhodnocení rozptylu portfolia na základě DMW testu pro jednotlivé modely podmíněné korelace**

| Portfolio – turbulentní roky |   |     |      |
|------------------------------|---|-----|------|
| DCC                          | > | *** | DCCA |
| DCC                          | > | *** | ADCC |
| DCCA                         | < | *** | ADCC |

Zdroj: vlastní zpracování

## 4.5 Světová finanční krize

Poslední studovanou krizí je světová finanční krize, kde na počátku stál krach investiční banky Lehmann Brothers z 15. září 2008. Pro odhad modelů nezatížených krizí byl zvolen interval 1. 8. 2006 – 31. 7. 2008. Výsledky jsou zobrazeny v tabulkách 17, 18 a 19. V tomto případě již můžeme zamítnout nulovou hypotézu o nevýznamnosti vektoru parametrů  $\gamma$  z rovnice (11c) pro všechna tři aktiva. Naopak se stejně jako v předešlých případech nepodařila zamítnout hypotéza o nevýznamnosti parametru  $\phi$  z rovnice (12).

**Tabulka 17 | Výstup z modelu DCC pro světovou finanční krizi**

| DCC – světová finanční krize |        |                  |         |
|------------------------------|--------|------------------|---------|
| Koeficient                   | Odhad  | Směrodatná chyba | t-podíl |
| $\alpha_B$                   | 0,0329 | 0,0169           | 1,9476  |
| $\beta_B$                    | 0,9669 | 0,0235           | 41,0995 |
| $\alpha_G$                   | 0,0386 | 0,0145           | 2,6653  |
| $\beta_G$                    | 0,9588 | 0,0140           | 68,7226 |
| $\alpha_{sp}$                | 0,0153 | 0,0456           | 0,3356  |
| $\beta_{sp}$                 | 0,9845 | 0,0574           | 17,1542 |
| $\alpha$                     | 0,0000 | 0,0228           | 0,0000  |
| $\beta$                      | 0,9937 | 0,0261           | 38,0688 |

Zdroj: vlastní zpracování

**Tabulka 18 | Výstup z modelu DCCA pro světovou finanční krizi**

| DCCA – světová finanční krize |         |                  |         |
|-------------------------------|---------|------------------|---------|
| Koeficient                    | Odhad   | Směrodatná chyba | t-podíl |
| $\alpha_B$                    | 0,0502  | 0,0413           | 1,2146  |
| $\gamma_B$                    | -0,0423 | 0,0209           | -2,0245 |
| $\beta_B$                     | 0,9708  | 0,0368           | 26,3674 |
| $\alpha_G$                    | 0,0632  | 0,0263           | 2,4064  |
| $\gamma_G$                    | -0,0391 | 0,0190           | -2,0537 |
| $\beta_G$                     | 0,9561  | 0,0457           | 20,9219 |
| $\alpha_{SP}$                 | 0,0000  | 0,0000           | 0,7764  |
| $\gamma_{SP}$                 | 0,0924  | 0,0430           | 2,1483  |
| $\beta_{SP}$                  | 0,9510  | 0,0238           | 39,9148 |
| $\alpha$                      | 0,0000  | 0,0227           | 0,0000  |
| $\beta$                       | 0,9923  | 0,0261           | 37,9868 |

Zdroj: vlastní zpracování

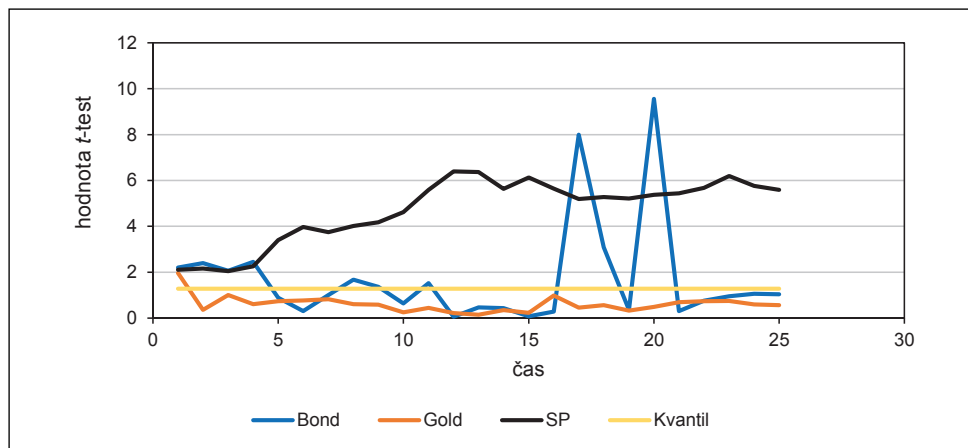
**Tabulka 19 | Výstup z modelu ADCC pro světovou finanční krizi**

| ADCC – světová finanční krize |         |                  |         |
|-------------------------------|---------|------------------|---------|
| Koeficient                    | Odhad   | Směrodatná chyba | t-podíl |
| $\alpha_B$                    | 0,0502  | 0,0413           | 1,2146  |
| $\gamma_B$                    | -0,0423 | 0,0209           | -2,0245 |
| $\beta_B$                     | 0,9708  | 0,0368           | 26,3674 |
| $\alpha_G$                    | 0,0632  | 0,0263           | 2,4064  |
| $\gamma_G$                    | -0,0391 | 0,0190           | -2,0537 |
| $\beta_G$                     | 0,9561  | 0,0457           | 20,9219 |
| $\alpha_{SP}$                 | 0,0000  | 0,0000           | 0,7764  |
| $\gamma_{SP}$                 | 0,0924  | 0,0430           | 2,1483  |
| $\beta_{SP}$                  | 0,9510  | 0,0238           | 39,9148 |
| $\alpha$                      | 0,0000  | 0,0650           | 0,0000  |
| $\phi$                        | 0,0000  | 0,0088           | 0,0000  |
| $\beta$                       | 0,9923  | 0,0742           | 13,3770 |

Zdroj: vlastní zpracování

Vývoj hodnot  $t$ -testů z obrázku 9 potvrzuje již předešlé asymetrické chování volatility indexu S&P. Vývoj zlata zaznamenal na začátku krize statistickou významnost parametru  $\gamma_G$ , což mohlo být způsobeno jevem známým jako „flight-to-quality“. Po zbytek sledovaného období však již zlato nevykazovalo statisticky významnou asymetrii ve volatilitě.

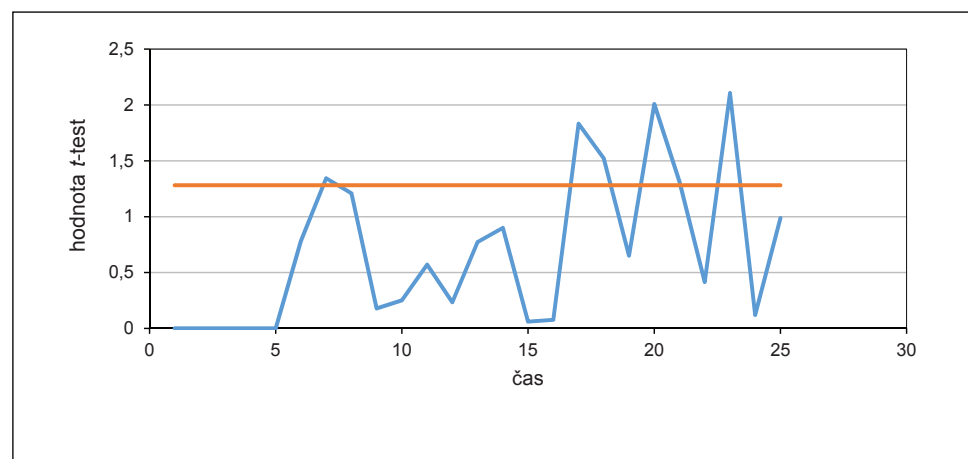
**Obrázek 9 | Vývoj hodnoty  $t$ -testu pro parametry  $\gamma_B, \gamma_G, \gamma_{SP}$  během prvního roku krize**



Zdroj: vlastní zpracování

Asymetrické chování u futures je taktéž spíše sporadické, kdy na začátku krize můžeme indikovat jeho statistickou významnost. Po zbytek zkoumaného období se však parametr  $\gamma_B$  stal statisticky významný pouze po dobu čtyř oken.

**Obrázek 10 | Vývoj hodnoty  $t$ -testu pro parametr  $\phi$  během prvního roku krize**



Zdroj: vlastní zpracování

Hierarchie vhodnosti jednotlivých modelů kopíruje krizi popsanou v předešlé kapitole. Výstup z tabulky 20 pro globální krizi se shoduje s výstupem z tabulky 16 pro turbulentní období. Opět se model DCCA jeví jako nejvhodnější a asymetrické chování korelace není tak důležitou informací, aby snížilo rozptyl portfolia.

**Tabulka 20 | Vyhodnocení rozptylu portfolia na základě DMW testu pro jednotlivé modely podmíněné korelace**

| Portfolio – světová finanční krize |   |     |      |
|------------------------------------|---|-----|------|
| DCC                                | > | *** | DCCA |
| DCC                                | > | *** | ADCC |
| DCCA                               | < | *** | ADCC |

Zdroj: vlastní zpracování

## 4.6 Diskuze

Jedno známé tvrzení o krizích je, že „každá krize je jedinečná“. Toto tvrzení by se mohlo vztáhnout i na výsledky práce. Během všech uvedených krizí vykazovala pouze volatilita indexu S&P trvale asymetrické chování.

Co se týče asymetrického chování korelace, tak kromě ruské krize existovala období, kdy je možné „přijmout“ hypotézu o asymetrické korelaci mezi výnosy aktiv. Nejvíce těchto období panovalo během mexické krize, následované světovou finanční krizí. V případě asijské krize a tzv. turbulentního období, se daný parametr stal statisticky významný pouze pro jedno sledované okno. Proto je i trochu paradoxní, že pro asijskou krizi vychází portfolio sestavené pomocí ADCC modelu jako portfolio s nejnižším rozptylem. U ostatních krizí již neměla informace o asymetrické korelaci takový vliv na volatilitu portfolia a model ADCC byl překonán modelem DCC nebo DCCA. Základní model DCC dominoval během mexické a ruské krize. Naopak model DCCA dominoval během turbulentního období a světové finanční krize.

Přestože tak podle Cappiella, Engla a Shepparda (2006) nebo Saleema (2011) existuje mezi trhy/indexy aktiv asymetrická korelace, nemusí to platit pro všechna období. Asymetrická korelace tak není přirozenou vlastností finančních trhů. Zároveň tato vlastnost není ani typická v případě krizí a bude tak záležet na typu krize. Z pohledu finančního managementu se jeví jako důležitější informace o asymetrickém chování volatility nežli o korelaci.

Důvodem, proč se asymetrické chování v korelaci objevuje pouze v určitých případech, lze vysvětlit pomocí rovnice (6). Korelace nemusí asymetricky reagovat na negativní zprávy v případě, kdy dojde k proporcionálním změnám ve volatilitách procesů  $R_{it}$  a  $R_{Mt}$ . Další možné vysvětlení spočívá ve striktním předpokladu konstantního parametru  $\beta$ . Například Engle a kolektiv (1987) zpochybňují tento striktní předpoklad. V případě proměnlivé  $\beta$ -ty, se neproporcionální změna v nárůstu volatilit může „přelít“ do změny parametru  $\beta$ .

## Závěr

Tématem práce bylo testovat význam asymetrické korelace mezi výnosy indexu S&P, dluhopisy aproximovanými pomocí futures kontraktu a zlatem během pěti významných krizí posledních 20 let. V práci byly využity tři modely podmíněné korelace. Základní DCC model, který nepředpokládá asymetrické chování, DCCA model, který předpokládá asymetrické chování pouze na úrovni volatilit a ADCC model, který navíc od modelu DCCA předpokládá i asymetrické chování v rámci korelace. Pro vyhodnocení vhodnosti jednotlivých modelů bylo využito dynamické sestavení Global minimum variance portfolia (GMVP). Na rozdíl od jiných prací však nebyl nepředpokládán proces generující stabilní data a z tohoto důvodu byla použita metoda „rolling window“ o délce okna 10. Díky aktualizaci odhadu modelu je tak možné upravovat portfolio na základě nových dat. Sestavená portfolia byla následně testována na rozdílnost v jejich rozptylu pomocí DMW testu. Výsledky testu ukázaly, že ve dvou případech dominoval základní DCC model a také DCCA model. Pouze v jednom případě dominoval model ADCC. Zároveň díky resampling modelu byla sestrojena časová řada  $t$ -testu pro jednotlivé parametry řídící asymetrické schování. Výsledná řada spíše sporadicky překročila kritickou hodnotu odpovídající 10% hladině významnosti. Výsledky jak rozptylu portfolií, tak vývoje  $t$ -testů ukazují velmi zajímavý závěr, a to, že asymetrická korelace nemusí být základní vlastností finančních časových řad.

## Literatura

- Baur, D., Lucey, B. (2010). Is Gold a Hedge or a Safe Haven? An Analysis of Stocks, Bonds and Gold. *Financial Review*, 45(2), 217–229, <https://doi.org/10.1111/j.1540-6288.2010.00244.x>
- Baur, D., McDermott, T. (2010). Is Gold a Safe Haven? International Evidence. *Journal of Banking & Finance*, 34(8), 1886–1898, <https://doi.org/10.1016/j.jbankfin.2009.12.008>
- Billio, M., Caporin, M., Gobbo, M. (2006). Flexible Dynamic Conditional Correlation Multivariate GARCH Models for Asset Allocation. *Applied Financial Economics Letters*, 2(2), 123–130, <https://doi.org/10.1080/17446540500428843>
- Black, F. (1976). Studies of Stock Prices Volatility Changes. Proceeding from the American Statistical Association. *Business and Economics Statistics*, 177–181.
- Bollerslev, T. (1986). Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity. *Journal of Econometrics*, 31(3), 307–327, [https://doi.org/10.1016/0304-4076\(86\)90063-1](https://doi.org/10.1016/0304-4076(86)90063-1)
- Bollerslev, T. (1990). Modelling the Coherence in Shortrun Nominal Exchange Rates: A Multivariate Generalized Arch Model. *The Review of Economics and Statistics*, 72(3), 498, <https://doi.org/10.2307/2109358>
- Bollerslev, T., Engle, R. F., Wooldridge, J. M. (1988). A Capital Asset Pricing Model with Timevarying Covariances. *Journal of Political Economy*, 96(1), 116–131, <https://doi.org/10.1086/261527>
- Bollerslev, T., Wooldridge, J. M. (1992). Quasi-maximum Likelihood Estimation and Inference in Dynamic Models with Timevarying Covariances. *Econometric Reviews*, 11(2), 143–172, <https://doi.org/10.1080/07474939208800229>

- Campbell, J. Y., Ammer, J. (1993). What Moves the Stock and Bond Markets? A Variance Decomposition for Longterm Asset Returns'. *The Journal of Finance*, 48(1), 3, <https://doi.org/10.2307/2328880>
- Campbell, J. Y., Hentschel, L. (1992). No News is Good News. *Journal of Financial Economics*, 31(3), 281–318, [https://doi.org/10.1016/0304-405x\(92\)90037-x](https://doi.org/10.1016/0304-405x(92)90037-x)
- Cappiello, L., Engle, R. F., Sheppard, K. (2006). Asymmetric Dynamics in the Correlations of Global Equity and Bond Returns. *Journal of Financial Econometrics*, 4(4), 537–572, <https://doi.org/10.1093/jffinec/nbl005>
- Chiang, T. C., Li, J. (2009). The Dynamic Correlation between Stock and Bond Returns: Evidence from the U.S. Market. *SSRN Electronic Journal*, <https://doi.org/10.2139/ssrn.1362225>
- Chiang, T., Jeon, B., Li, H. (2007). Dynamic Correlation Analysis of Financial Contagion: Evidence from Asian Markets. *Journal of International Money and Finance*, 26(7), 1206–1228, <https://doi.org/10.1016/j.jimonfin.2007.06.005>
- Christie, A. (1982). The Stochastic Behavior of Common Stock Variances Value, Leverage and Interest Rate Effects'. *Journal of Financial Economics*, 10(4), 407–432, [https://doi.org/10.1016/0304-405x\(82\)90018-6](https://doi.org/10.1016/0304-405x(82)90018-6)
- Ciner, C., Gurdgiev, C., Lucey, B. (2013). Hedges and Safe Havens: An Examination of Stocks, Bonds, Gold, Oil and Exchange Rates. *International Review of Financial Analysis*, 29, 202–211, <https://doi.org/10.1016/j.irfa.2012.12.001>
- Diebold, F. X., Mariano, R. S. (1995). Comparing Predictive Accuracy. *Journal of Business & Economic Statistics*, 13(3), 253, <https://doi.org/10.2307/1392185>
- Engle, R. (2002). Dynamic Conditional Correlation. *Journal of Business & Economic Statistics*, 20(3), 339–350, <https://doi.org/10.1198/073500102288618487>
- Engle, R. F., Kroner, K. F. (1995). Multivariate Simultaneous Generalized ARCH. *Econometric Theory*, 11(1), 122, <https://doi.org/10.1017/s0266466600009063>
- Engle, R. F., Lilien, D. M., Robins, R. P. (1987). Estimating Time Varying Risk Premia in the Term Structure: The Arch-M Model. *Econometrica*, 55(2), 391–407, <https://doi.org/10.2307/1913242>
- Gjika, D., Horváth, R. (2013). Stock Market Comovements in Central Europe: Evidence from the Asymmetric DCC Model. *Economic Modelling*, 33, 55–64, <https://doi.org/10.1016/j.econmod.2013.03.015>
- Glosten, L. R., Jagannathan, R., Runkle, D. E. (1993). On the Relation between the Expected Value and the Volatility of the Nominal Excess Return on Stocks. *The Journal of Finance*, 48(5), 1779, <https://doi.org/10.2307/2329067>
- Greene, W. H. (2011). *Econometric Analysis*. 7th edn. Harlow: Pearson Education.
- Hull, J. (2017). *Options, Futures, and other Derivatives*. New York, NY: Pearson. ISBN 978-0134472089.
- Jones, C. P., Wilson, J. W. (2004). The Changing Nature of Stock and Bond Volatility. *Financial Analysts Journal*, 60(1), 100–113, <https://doi.org/10.2469/faj.v60.n1.2595>
- Kroner, K. F., Ng, V. K. (1998). Modeling Asymmetric Comovements of Asset Returns. *Review of Financial Studies*, 11(4), 817–844, <https://doi.org/10.1093/rfs/11.4.817>
- Longin, F., Solnik, B. (1995). Is the Correlation in International Equity Returns Constant: 1960–1990? *Journal of International Money and Finance*, 14(1), 3–26, [https://doi.org/10.1016/0261-5606\(94\)00001-h](https://doi.org/10.1016/0261-5606(94)00001-h)
- Markowitz, H. (1952). Portfolio Selection. *The Journal of Finance*, 7(1), 77, <https://doi.org/10.2307/2975974>

- Newey, W. K., West, K. D. (1987). A Simple, Positive Semi-Definite, Heteroskedasticity and Autocorrelation Consistent Covariance Matrix. *Econometrica*, 55(3), 703, <https://doi.org/10.2307/1913610>
- Patton, A. J. (2011). Volatility Forecast Comparison Using Imperfect Volatility Proxies. *Journal of Econometrics*, 160(1), 246–256, <https://doi.org/10.1016/j.jeconom.2010.03.034>
- Saleem, K. (2011). Time Varying Correlations between Stock and Bond returns: Empirical evidence from Russia. *Asian Journal of Finance & Accounting*, 3(1), <https://doi.org/10.5296/ajfa.v3i1.989>
- Sharpe, W. F. (1964). Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium under Conditions of Risk. *The Journal of Finance*, 19(3), 425, <https://doi.org/10.2307/2977928>
- Shiller, R. J., Beltratti, A. E. (1992). Stock Prices and Bond Yields. *Journal of Monetary Economics*, 30(1), 25–46, [https://doi.org/10.1016/0304-3932\(92\)90042-z](https://doi.org/10.1016/0304-3932(92)90042-z)
- Zakoian, J. M. (1994). Threshold Heteroskedastic Models. *Journal of Economic Dynamics and Control*, 18(5), 931–955, [https://doi.org/10.1016/0165-1889\(94\)90039-6](https://doi.org/10.1016/0165-1889(94)90039-6)