

Úvod

Nerovnomerný vývoj životnej úrovne v jednotlivých krajoch Slovenskej republiky nastroľuje otázku, prečo dochádza k roztváraniu nožníc medzi uvedenými regiónmi¹, predovšetkým však medzi východnou a západnou časťou Slovenska. Pre jednotlivé kraje je totiž možné pozorovať výrazné regionálne rozdiely vo veľkosti vytvoreného hrubého domáceho produktu (HDP). Najnižší hrubý domáci produkt bol dlhodobo tvorený v Prešovskom a v Banskobystrickom kraji. V uvedených krajoch bola tiež zaznamenaná aj najvyššia miera nezamestnanosti v Slovenskej republike. Je preto namieste otázka, aká je podoba tvorby HDP (ďalej nazývaná produkčná technológia²) v jednotlivých regiónoch Slovenska.

Identifikáciou vhodnej produkčnej funkcie, ktorá by odrážala vývoj slovenskej ekonomiky, sa v rámci svojej analýzy nepriamo venovali Szomolányi, Lukáčik a Lukáčiková (2012). Ekonometrickým odhadom modelov založených na relácii medzi hraničným produktom práce a priemerným produktom práce poukázali na Cobbovu-Douglasovu produkčnú (CD PF) funkciu ako na vhodný tvar produkčnej funkcie pre opis procesu transformácie vstupov na výstupy v rámci Slovenska. Analýza tiež upozornila na fakt, že elasticita produkcie voči vstupu práce je pre slovenskú ekonomiku výrazne nižšia, ako sa štandardne očakáva³, a je súčasne nižšia ako elasticita produkcie voči objemu kapitálu. Odhadom parametrov CD PF sa pre slovenskú ekonomiku venovali aj autori Ochotnický (2008) a Radvanský (2013).

Vychádzajúc z uvedených analýz, bola v predkladanom článku použitá CD PF pre vykonanie analýzy produkčnej technológie na vnútroštátnej, regionálnej úrovni. Ako príklad podobnej aplikácie je možné uviesť analýzu vykonanú v podmienkach Čínskej ľudovej republiky (ČLR), prostredníctvom ktorej bol identifikovaný efekt úrovne vedecko-technického pokroku na celkovú produktivitu troch hlavných čínskych regiónov (Zhang *et al.* 2012). Autori pri odhade modelu fixných efektov využili panelovú

* Príspevok bol spracovaný v rámci riešenia grantovej úlohy VEGA č. 1/0285/14 Regionálne modelovanie ekonomického rastu krajín EÚ s dôrazom na metódy priestorovej ekonometrie.

1 Analýza bola vypracovaná na regionálnej úrovni NUTS 3, a teda pojem regiónu je v texte stotožňovaný s krajom SR.

2 Prostredníctvom „produkčnej technológie“ je ďalej označovaná podielová skladba výrobných faktorov (kapitál a práca).

3 Produkčná technológia, teda podiel elasticít kapitálu a práce, je v dostatočne rozvinutých ekonomikách 1/3 pre kapitál a 2/3 pre prácu.

štruktúru dát pre 11 provincií západnej Číny, 8 provincií strednej Číny a 10 provincií východnej Číny počas rokov 2000–2007. Prostredníctvom uvedeného modelu autori odhadli elasticitu produkcie vzhľadom k zmene úrovne vedecko-technického pokroku, ako aj vplyv faktorov práce a kapitálu pri zohľadnení heterogenity jednotlivých krajov.

Analýzu produkčnej technológie na úrovni regiónov Slovenskej republiky zrealizovali Ivaničová a Surmanová (2013) použitím modelu so zdanlivo nesúvisiacimi regresiami (SUR). Jednotlivé rovnice modelu boli formulované v tvare spomenu-
tej CD PF. Analýza bola zrealizovaná na základe klasifikácie NUTS 3 pre 8 krajov Slovenska na regionálnych údajoch Štatistického úradu Slovenskej republiky (ŠÚ SR) za obdobie rokov 2000–2009. Dosiahnuté výsledky poukazujú na náznaky podobnej produkčnej technológie v rámci väčšieho počtu regiónov, napriek výrazným rozdielom v úrovniach vyprodukovaného regionálneho HDP, najviac viditeľných medzi regiónom hlavného mesta – Bratislavským krajom a ostatnými krajinami. Konkrétne v prípade odhadu variantu 1 je možné konštatovať, že len elasticity kapitálu a práce pre tri kraje (Nitrianský, Prešovský a Košický) sa výrazne líšia v nastavení vstupov produkčnej funkcie v ostatných krajinách.

Uvedenú problematiku homogenity⁴ produkčnej technológie má význam skúmať z hľadiska podpory kompetencií centrálnej vlády, ktorá momentálne riadi slovenskú ekonomiku ako unitárny štát. Existujú však náznaky, že takéto usporiadanie nemusí byť z dlhodobého hľadiska optimálne. Ivaničová a Rublíková (2013) poukázali na možnosť zvýšenia disponibilného príjmu obyvateľstva v prípade, ak by bolo zdanenie v jednotlivých krajinách prispôsobené vývoju priemerných miezd podľa metodiky von Hagens (1998). Analýze relácie medzi vývojom prírastkov hrubého domáceho produktu a prírastkom spotreby v krajinách Slovenskej republiky na základe klasifikácie NUTS 3 za roky 2001–2010 sa venovali Ivaničová a Ostrihoň (2014). Získané výsledky naznačujú, že medzi krajinami v analyzovanom období existovali dostatočne silné kanály pre zdieľanie rizika (Zemanek, 2010) výpadku príjmu v rámci jednotlivých krajov, a teda že dochádza k čiastočnému vzájomnému vyrovnávaniu spotreby (jedným z indikátorov je migrácia pracovných síl, predovšetkým smer východ–západ). Avšak výsledky tiež naznačujú, že pozícia krajov nie je identická a v budúcnosti môže nastať situácia, že vyrovnávanie spotreby v niektorých krajinách nebude dostatočné. Alternatívne by bolo vhodné pre vývoj slovenských regiónov venovať pozornosť regionálnej alokácii finančných prostriedkov z Európskej únie, tak ako pre prípad Českej republiky vykonalí Hájek *et al.* (2012). Je všeobecne známe, že zámerom alokácie finančných prostriedkov z Európskej únie je preklenúť ekonomické nerovnosti v jednotlivých regiónoch, a teda aj produkčnú heterogenitu medzi regiónmami.

Cieľom predkladaného článku je overiť, či technológia tvorby hrubého domáceho produktu je dostatočne homogénna v rámci jednotlivých krajov Slovenska, a teda či CD PF je postačujúca pre zachytenie variability hrubého domáceho produktu v regiónoch Slovenska.

4 Pod homogenitou produkčnej technológie sa v predkladanom článku rozumie podobnosť parametrov elasticity pre skúmané výrobné faktory, teda vstupy práce a kapitálu.

Pre uvedený test homogenity bol použitý model panelových dát s fixnými efektmi (podobne ako bol použitý v práci Zhang *et al.*, 2012), ktorý implicitne predpokladá rovnaké parametre pre všetky prierezové jednotky. Rozdiely hodnôt absolútneho člena odhadnuté prostredníctvom fixných efektov je možné interpretovať ako regionálne rozdiely v úrovni celkovej produktivity faktorov. Metodológia panelových dát prostredníctvom parametrov odlišujúcich sklon⁵ (skúmaného regiónu) poskytuje informácie o veľkosti a štatistickej významnosti potenciálnych rozdielov v produkčnej technológii skúmaného regiónu. Analýza je zrealizovaná na základe klasifikácie NUTS 3 pre 8 krajov Slovenskej republiky na regionálnych údajoch ŠÚ SR za obdobie rokov 1995–2011.

Článok je rozdelený na štyri časti. V prvej časti sú opísané teoretické východiská, ktorých základom je neoklasický prístup k produkčným funkciám. Druhá časť opisuje matematické úpravy produkčnej funkcie, aby bol možný jej ekonometrický odhad prostredníctvom metodiky panelových dát. V tretej časti sú opísané použité časové rady, ako aj matematické úpravy a zdroje dát. V poslednej časti sú uvedené výsledky empirickej analýzy, ktoré sú následne zhrnuté v závere.

1. Cobbova-Douglasova produkčná funkcia

Pre analýzu výrobnjej technológie jednotlivých krajov bola zvolená klasická Cobbova-Douglasova⁶ produkčná funkcia, ktorá vysvetľuje množstvo vytvorenej produkcie (Y) prostredníctvom vstupu práce (L) a objemu v ekonomike dostupného kapitálu (K). Tvar funkcie implicitne pripúšťa čiastočnú substitúciu jedného výrobného faktora iným.

Pre odhad parametrov elasticity (α) a (β), ako aj parametra celkovej produktivity faktorov (A), pomocou metodológie panelových dát sa vychádza zo stochastického tvaru CD PF,

$$Y_{it} = A \cdot L_{it}^{\alpha} \cdot K_{it}^{\beta} \cdot e^{u_{it}}, \quad (1)$$

pričom sa predpokladá, že náhodná zložka/náhodné zložky (u) sú normálne rozdelené, kde $i = 1, 2, \dots, m$ je rozmer prierezových jednotiek, ktoré v uvedenom prípade zodpovedajú regiónom Slovenskej republiky, a $t = 1, 2, \dots, n$ je časový rozmer použitých panelových dát. Funkcia (1) je inherentne lineárna, jej zlogaritmovaním je možné získať sústavu rovníc v tvare:

$$\ln(Y_{it}) = \ln(A) + \alpha \cdot \ln(L_{it}) + \beta \cdot \ln(K_{it}) + u_{it}, \quad (2)$$

ktorú je možné zapísať jednoduchšie ako:

5 Ďalej označované aj ako rozdielové parametre.

6 Cobbova-Douglasova produkčná funkcia vyjadruje vzťah medzi výrobnými vstupmi a výstupom. Charles Cobb a Paul Douglas (1928) publikovali štúdiu, v ktorej modelovali rast americkej ekonomiky za obdobie 1899–1922.

$$y_{it} = \beta_0 + \beta_1 \cdot l_{it} + \beta_2 \cdot k_{it} + u_{it}, \quad (3)$$

kde $y_{it} = \ln(Y_{it})$, $l_{it} = \ln(L_{it})$, $k_{it} = \ln(K_{it})$, $\beta_0 = \ln(A)$, $\alpha = \beta_1$, $\beta = \beta_2$. Uvedený tvar funkcie (3) je základom pre vytvorenie modelu panelových dát, pričom predpoklad konštantných výnosov z rozsahu nie je pre odhad parametrov potrebný.

2. Model Cobbovej-Douglasovej funkcie na základe metodológie panelových dát

Metodológia panelových dát umožňuje skúmanie časového vývoja rôznych jednotiek rovnakej prierezovej štruktúry, ktorá je využitá v predložennom článku pre analýzu krajov Slovenskej republiky. Metodológia panelových dát je uvedená v mnohých učebniciach ekonometrie, napríklad Baltagi (2005), Greene (2003), Lukáčiková a Lukáčik (2008), pričom pri analýzach sa vychádza z ekonometrickej špecifikácie modelu (3), doplnenom o fixné efekty a členy odlišujúce sklon parametrov pre konkrétny región v tvare

$$y_{it} = \beta_0 + \beta_1 \cdot l_{it} + \beta_2 \cdot k_{it} + \gamma_{reg_l} \cdot l_{it} \cdot D_{reg} + \gamma_{reg_k} \cdot k_{it} \cdot D_{reg} + \gamma_1 + \dots + \gamma_8 + \varepsilon_{it}. \quad (4)$$

Predpokladá sa, že celková produktivita faktorov (A) sa počas sledovaného obdobia nemení, a preto je možné ho modelovať prostredníctvom konštantného, absolútneho člena β_0 . Rovnako sa predpokladá, že všetky parametre β , ako aj fixné efekty, reprezentované parametrami γ , sú v čase nemenné (t.j. sú zafixované v čase pre príslušné prierezové jednotky).

Model (4) umožňuje odhadnúť rozdiel parametrov produkčnej funkcie konkrétneho kraja („reg“) oproti priemeru zvyšných krajov prostredníctvom parametrov γ_{reg} , ktoré sú odhadované prostredníctvom súčinu pôvodných vysvetľujúcich premenných a umelých premenných⁷ pre skúmaný kraj D_{reg} . Ďalej sa predpokladá, že náhodná zložka ε_t má normálne rozdelenie.

V praxi sa často stretávame s fenoménom nestacionarity časových radov. Z uvedených dôvodov je vhodné model (4) pretransformovať na tvar prvých diferencií logaritmov analyzovaných makroekonomických veličín.

Pre získanie špecifikácie prvých diferencií premenných je nutné od oboch strán vzťahu (4) odpočítať vysvetľovanú premennú, oneskorenú o jedno obdobie:

$$y_{it} - y_{it-1} = \beta_0 + \beta_1 \cdot l_{it} + \beta_2 \cdot k_{it} + \gamma_{reg_l} \cdot l_{it} \cdot D_{reg} + \gamma_{reg_k} \cdot k_{it} \cdot D_{reg} + \gamma_1 + \dots + \gamma_8 + \varepsilon_{it} - y_{it-1}. \quad (5)$$

Vzhľadom na predpoklad modelu (4), že všetky odhadované parametre vrátane absolútneho člena a fixných efektov sa v čase nemenia, a použitím symbolu Δ pre označenie prvých diferencií, sa získa nasledujúci tvar modelu:

$$\Delta y_{it} = \beta_1 \cdot \Delta l_{it} + \beta_2 \cdot \Delta k_{it} + \gamma_{reg_l} \cdot \Delta l_{it} \cdot D_{reg} + \gamma_{reg_k} \cdot \Delta k_{it} \cdot D_{reg} + v_{it}, \quad (6)$$

kde $v_{it} = \Delta \varepsilon_{it} = \varepsilon_{it} - \varepsilon_{it-1}$ je náhodná zložka, ktorá je autokorelovaná, pričom sa však predpokladá, že má normálne rozdelenie.

⁷ Umelá premenná, ktorá nadobúda hodnotu „1“ v prípade kraja „reg“ a „0“ v ostatných prípadoch.

Výslednú špecifikáciu modelu pre prvé diferencie je na základe tvaru modelu (6) vhodné odhadovať prostredníctvom spojeného (pooled) regresného modelu bez absolútneho člena.

Prostredníctvom teoretických relácií medzi modelmi (4) a (6) budú analyzované regióny Slovenskej republiky na základe dvoch modelov: spojeného regresného modelu (6) a modelu s fixnými efektmi (4).

3. Charakteristika údajovej základne

Pri analýze boli využité údaje za roky 1995–2011.⁸ Regionálny hrubý domáci produkt je vypočítaný za skúmaný kraj ako súčet pridaných hodnôt jednotlivých odvetví daného kraja a daní z produkcie, ktoré sú znížené o subvencie⁹. Grafický vývoj hrubého domáceho produktu podľa krajov do roku 2011 je uvedený v prílohe; (pozri Obrázok 1). Najsilnejší región z hľadiska tvorby HDP je Bratislavský kraj a najnižšia hodnota HDP bola vytvorená v Prešovskom a Banskobystrickom kraji. Po roku 2008 nastal vo všetkých krajoch pokles tvorby hrubého domáceho produktu v dôsledku krízy.

Z hľadiska údajovej základne bolo najproblematickejšie získanie časových radov vývoja objemu kapitálu (K). Štatistický úrad Slovenskej republiky vykazuje regionálnu tvorbu hrubého fixného kapitálu (ďalej $THFK$), t.j. hodnotu nadobudnutého majetku zníženého o úbytok dlhodobého majetku výrobcami v priebehu daného obdobia. Problémom je teda získať počiatočnú hodnotu hrubého kapitálu. Výpočet kapitálu bol zrealizovaný podľa metodiky, ktorú využili vo svojich štúdiách napr. Radvanský (2013), Gylánik a Huček (2009), Galabová (2005), Kubiček (2005) podľa vzťahu:

$$K_{i,t} = (1 - \delta) \cdot K_{i,t-1} + THFK_{i,t}, \quad (7)$$

kde δ je miera odpisovania/depreciácie kapitálu. Hore uvedený autori navrhli vypočítať počiatočnú hodnotu zásob kapitálu ($K_{i,t-1}$) na základe pomeru kapitálu (K) k vytvorenému hrubému domácejmu produktu (Y). Autori Gylánik a Huček, a Radvanský hovoria o kalibrácii multiplikátora φ na základe vzťahu

$$K_{i,t} = \varphi \cdot Y_{i,t}, \quad (8)$$

kde φ je multiplikátor, ktorý vyjadruje reláciu medzi kapitálom a vytvoreným HDP (podľa Kubička je φ z intervalu 2,5–3,5 a podľa Radvanského môže nadobúdať v transformujúcich sa ekonomikách hodnotu 4–4,5).

Dosadením vzťahu (8) do vzťahu (7) sa získa vzťah:

$$K_{i,t} = \varphi \cdot Y_{i,t} - \delta \cdot \varphi \cdot Y_{i,t-1} + THFK_{i,t} \quad (9)$$

pomocou ktorého je možné vypočítať hodnotu kapitálu v prvom období pre skúmané regióny.

8 Pozri Štatistický úrad Slovenskej republiky (2014).

9 Metodické vysvetlivky regionálnych účtov ŠÚ SR.

Údaje o vývoji druhého výrobného faktora, pracovných síl, boli čerpané z regionálnej štatistiky. Pre analýzu boli použité časové rady vývoja odmien zamestnancov.¹⁰ V rámci tohto výrobného faktora je potrebné uviesť niektoré skutočnosti vyplývajúce z publikovaných časových radov. Najväčší počet obyvateľov je v Prešovskom kraji, najnižší v Trnavskom kraji. Najvyššia nezamestnanosť je spojená s najnižšou produktivitou práce (vytvoreného HDP) v Prešovskom a Banskobystrickom kraji¹¹.

4. Analýza homogenity produkčnej technológie regiónov

Ako bolo uvedené vyššie, analýza je zrealizovaná pomocou CD PF využitím metodológie panelových dát pre jednotlivé kraje Slovenskej republiky podľa klasifikácie NUTS 3 za roky 1995–2011. Štatistická verifikácia parametrov bola vykonaná na hladine významnosti $\alpha = 0,05$. Pred odhadom estimátorov modelu (4) a (6) bola vykonaná analýza stacionarity.

4.1 Testy jednotkového koreňa

Časové rady použité pre odhad boli preskúmané z hľadiska stacionarity. Vzhľadom na aplikáciu logaritmov v špecifikácii (4) boli testované logaritmy časových radov HDP, kapitálu a odmien zamestnancov pre prítomnosť jednotkového koreňa. Panelová štruktúra dát umožňuje použitie špecifických testov jednotkového koreňa, pri ktorých je možné predpokladať rovnaký autoregresný proces pre všetky prierezové jednotky, ktoré sú tiež známe ako testy so spoločným jednotkovým koreňom (Levin; Lin a Chu, 2002), a testov jednotkového koreňa, ktoré predpokladajú samostatný autoregresný proces pre každú z prierezových jednotiek (známe tiež ako testy s individuálnym jednotkovým koreňom). Aby uvedené apriórne predpoklady o autoregresných procesoch neovplyvnili závery z testov, boli výsledky Levinovho-Linovho-Chuovho (LLC) testu so spoločným koreňom potvrdené testami s individuálnym jednotkovým koreňom, konkrétne modifikáciou ADF testu (Maddala a Wu 1999) a PP testu (Choi 2001) pre panelové dáta.

Ako exogénne premenné pre testy jednotkového koreňa boli, vzhľadom na charakter priebehu časových radov, zvolené deterministický trend a konštanta pre úroveň logaritmov a konštanta pre diferencie logaritmov. Pre testy bolo ďalej použité nastavenie automatického určenia počtu oneskorení na základe Schwartzovho informačného kritéria (Quantitative Micro Software, 2007) a metód pre výpočet váh pre estimátory, pre ktoré bola zvolená Bartlettova metóda a Neweyho-Westova metóda (Quantitative Micro Software, 2007).

Všetky tri testy zhodne potvrdili, že časové rady logaritmu HDP, logaritmu kapitálu a logaritmu odmien zamestnancov sú nestacionárne. Uvedené časové rady sú však stacionárne v prípade prvých diferencií pre vyššie uvedené testy.

10 Pozri Štatistický úrad Slovenskej republiky (2014).

11 Pozri prílohu, Obrázok 2.

4.2 Odhad parametrov modelu s fixnými efektmi

Pre analýzu rozdielov v produkčnej technológii medzi regiónmi Slovenska boli odhadnuté parametre modelu (4) na základe dostupných časových radov. Ako bolo spomenuté v časti 2, pre odhad parametrov bola využitá panelová štruktúra a parametre boli odhadnuté ako panelový model s fixnými efektmi, prostredníctvom estimátora najmenších štvorcov s umelými premennými (LSDV). Prvotné výsledky naznačili prítomnosť sériovej korelácie reziduálov, preto bola variančno-kovariančná matica odhadnutá pomocou Whitovej metódy pre časové pozorovania, ktorá by mala poskytnúť odhady robustné¹² voči autokorelácii. Výsledky odhadnutých parametrov sú uvedené v Tabuľke 1.

Tabuľka 1

Výsledky odhadov parametrov modelu (4) pre jednotlivé regióny

	Bratislavský kraj	Trnavský kraj	Trenčiansky kraj	Nitriansky kraj
β_0	-2,518 (0,423)	-2,648 (0,602)	-2,418 (0,484)	-2,239 (0,475)
β_1	0,669 (0,090)	0,626 (0,127)	0,657 (0,094)	0,652 (0,094)
β_2	0,664 (0,049)	0,672 (0,068)	0,665 (0,045)	0,661 (0,046)
Y_{reg_k}	-0,395 (0,090)	0,134 (0,127)	-0,534 (0,094)	-0,677 (0,094)
Y_{reg_l}	0,155 (0,049)	-0,026 (0,068)	0,309 (0,045)	0,373 (0,046)
$\beta_1 + \beta_2$	1,333	1,298	1,322	1,313
$Y_{reg_k} + Y_{reg_l}$	-0,240	0,108	-0,225	-0,304
$\beta_1 + Y_{reg_k}$	0,274	0,760	0,123	-0,025
$\beta_2 + Y_{reg_l}$	0,819	0,646	0,974	1,034
$(\beta_1 + Y_{reg_k}) + (\beta_2 + Y_{reg_l})$	1,093	1,406	1,097	1,009
R^2	0,988	0,988	0,988	0,988
DW štatistika	1,293	1,245	1,256	1,259

¹² Pozri Quantitative Micro Software (2007).

Tabulka 1 – pokračovanie

	Žilinský kraj	Bansko- bystrický kraj	Prešovský kraj	Košický kraj
β_0	-2,588 (0,532)	-2,688 (0,529)	-2,554 (0,531)	-2,420 (0,451)
β_1	0,625 (0,103)	0,600 (0,104)	0,595 (0,105)	0,546 (0,087)
β_2	0,683 (0,049)	0,693 (0,050)	0,693 (0,052)	0,720 (0,041)
γ_{reg_k}	0,046 (0,103)	0,469 (0,104)	0,247 (0,105)	0,469 (0,087)
γ_{reg_l}	-0,054 (0,049)	-0,301 (0,050)	-0,117 (0,052)	-0,271 (0,041)
$\beta_1 + \beta_2$	1,308	1,293	1,288	1,266
$\gamma_{reg_k} + \gamma_{reg_l}$	-0,008	0,168	0,130	0,198
$\beta_1 + \gamma_{reg_k}$	0,671	1,069	0,842	1,015
$\beta_2 + \gamma_{reg_l}$	0,629	0,392	0,576	0,449
$(\beta_1 + \gamma_{reg_k}) + (\beta_2 + \gamma_{reg_l})$	1,300	1,461	1,418	1,464
R^2	0,988	0,988	0,988	0,988
DW štatistika	1,232	1,229	1,237	1,267

Zdroj: výpočty autorov prostredníctvom programu EViews na základe údajov z databázy REGDAT

Poznámka: Štandardné odchýlky parametrov sú uvedené v zátvorkách. Kritické hodnoty pre Durbinovú-Watsonovu štatistiku sú pri 136 pozorovaniach a 12 premenných $d_L = 1,549$ a $d_U = 1,897$. Na záver tabuľky sú uvedené k modelom zodpovedajúce koeficienty determinácie (R^2) a Durbinové-Watsonové (DW) štatistiky.

Princíp metodológie panelových dát umožňuje odhad parametrov modelu, ktorý obsahuje všetky regióny, pričom umožňuje odlišiť špecifiká jedného skúmaného regiónu. Pre preskúmanie špecifik každého regiónu pomocou rozdielových parametrov bolo odhadnutých osem ekonometrických modelov. Z hodnôt odhadnutých parametrov, ktoré prezentujú priemery elasticít pre všetky ostatné v príslušnom modeli nešpecifikované regióny, je zrejmé, že sa hodnota elasticity kapitálu β_1 pohybuje okolo hodnoty 0,6 (v intervale 0,55–0,67), a elasticita práce β_2 okolo hodnoty 0,7 (v intervale 0,66–0,72), pričom oba parametre sú štatisticky významné pre všetky odhadnuté modely. Všetky modely zhodne vykazujú náznaky autokorelácie reziduálov na základe Durbinovej-Watsonovej (DW) štatistiky.

Ako už bolo naznačené, model (4) umožňuje odlišiť produkčnú technológiu v skúmanom regióne oproti priemeru ostatných regiónov prostredníctvom rozdielových parametrov γ_{reg_k} a γ_{reg_l} . Zo súčtu hodnôt odhadnutých parametrov β a γ_{reg} je možné prezentovať nasledujúce úvahy:

- Odhadnuté hodnoty oboch rozdielových parametrov γ_{reg} sú štatisticky významné v prípade Bratislavského, Trenčianskeho, Nitrianskeho, Banskobystrického, Prešovského a Košického kraja a štatisticky nevýznamné pre Trnavský a Žilinský kraj.
- Štatistickú nevýznamnosť rozdielových parametrov v prípade Trnavského a Žilinského kraja mohol spôsobiť vstup automobiliek v priebehu skúmaného obdobia, čo ovplyvnilo rozdielové parametre (parametre odlišujúce sklon príslušného kraja) elasticity v uvedených krajoch oproti ostatným krajom Slovenska.
- Najväčšie regionálne rozdiely v produkčnej technológii sú na základe Tabuľky 1 v prípade Nitrianskeho kraja a Banskobystrického kraja, pričom Nitriansky kraj sa javí ako značne pracovne náročný, kým Banskobystrický kraj ako kapitálovo náročný.
- V prípade Nitrianskeho kraja je pozoruhodné, že nastavenie produkčnej technológie sa zdá byť veľmi jednostranné (náročné na pracovnú silu – agropotravinárska orientácia kraja), keďže na základe zápornej hodnoty súčtu parametrov β_1 a $\gamma_{reg,k}$ (0,652–0,677) by zvyšovanie kapitálu malo za následok znižovanie tvorby HDP kraja. Uvedené výsledky upozorňujú na to, že v rámci hospodárskej politiky by bolo potrebné venovať vyššiu pozornosť nastaveniu produkčnej technológie v danom kraji.
- Opačná situácia nastáva v Banskobystrickom kraji. Vzhľadom na vysokú nezamestnanosť a nízke mzdy sa javí výrobný faktor práca (celkové kompenzácie zamestnancov) slabší ako výrobný faktor kapitál, napriek tomu že výška výrobného kapitálu je ovplyvnená dlhodobou stagnáciou výroby, krátením výrobných kapacít v existujúcich výrobných podnikoch a likvidáciou výrobných podnikov. Je možné predpokladať, že intenzívny prílev kapitálu do tohto kraja by zabezpečil efektívny vývoj produkčnej technológie a teda rast HDP.
- Rozdiely vo výnosoch z rozsahu na základe produkčnej technológie:
 - Konštantné výnosy z rozsahu boli dosiahnuté v Nitrianskom, a možno povedať aj Bratislavskom a Trenčianskom kraji. Rozdielové parametre, ktoré odlišujú hodnoty elasticity výrobných faktorov na HDP pre uvedené regióny, naznačujú že pre ostatné kraje Slovenska neplatí podmienka konštantných výnosov z rozsahu.
 - Rastúce výnosy z rozsahu boli najvyššie pre Košický kraj, kde sa zrejme prejavila disproporcía medzi vysokou nezamestnanosťou (trendovo podobná Banskobystrickému a Prešovskému kraju) a naopak vysokými mzdami (kompenzácie zamestnancov). Ich výška však nezodpovedá vývoju produktivity práce, ktorá v tomto kraji počas celého skúmaného obdobia zaznamenala pokles.¹³
 - Z hľadiska smerovania nových výrobných kapacít (produkčná technológia) môže pre regióny Banskobystrický a Prešovský kraj prílev kapitálu vyvolať výrazný nárast HDP oproti iným krajom.

13 Pozri prílohu, Obrázok 2.

- Na základe dosiahnutých výsledkov majú špecifické postavenie Trnavský a Žilinský kraj. Získané hodnoty rozdielových parametrov na základe štandardných odchýlok sú nevýznamné, a teda je možné uvažovať, že vývoj v opísaných krajoch je charakterizovaný iba parametrami β_1 a β_2 .
- Záverom je možné pozorovať, že napriek odlišeniu skúmaného regiónu voči ostatným regiónom pre každý model (prostredníctvom použitia rozdielových parametrov) je hodnota súčtu odhadov β_1 a β_2 približne rovnaká a pohybuje sa okolo hodnoty 1,3, čo naznačuje, že v priemere regióny Slovenska vykazujú rastúce výnosy z rozsahu. Ďalej je možné poznamenať, že ak je súčet rozdielových parametrov γ_{reg_k} a γ_{reg_l} záporný, potom sa uvedený kraj približuje ku konštantným výnosom z rozsahu, kým kladné hodnoty súčtu rozdielových parametrov naznačujú rastúce výnosy z rozsahu pre skúmané kraje.

4.3 Odhad parametrov spojeného modelu

Vzhľadom k výsledkom testov jednotkového koreňa, uvedených v časti 4.1, boli z dôvodu nestacionarity použitých časových radov vykonané odhady založené na prvých diferenciách logaritmov použitých časových radov. Na základe teoretického zdôvodnenia v časti 2 bol model (6) odhadovaný ako spojený (pooled) model panelových dát prostredníctvom jednoduchšej metódy najmenších štvorcov (OLS). Pre odhad variančno-kovariančnej matice bola opäť použitá Whiteova metóda pre časové pozorovania. Odhadnuté parametre β_1 a β_2 ako aj parametre γ_{reg_k} a γ_{reg_l} sú uvedené v Tabuľke 2.

Na základe odhadnutých parametrov je možné opäť identifikovať intervaly, v ktorých sa pohybujú parametre elasticít pre priemer nešpecifikovaných regiónov. V prípade parametra β_1 , teda elasticity produkcie v závislosti od vstupu kapitálu, sa hodnoty pohybujú v intervale 0,6–0,75 a pre parameter β_2 , teda elasticitu produkcie v závislosti od vstupu práce sú hodnoty v intervale 0,55–0,65. Všetky uvedené parametre sú štatisticky významné. Rozdielové parametre γ_{reg_k} a γ_{reg_l} sú štatisticky významné len v prípade Trnavského, Banskobystrického a Prešovského kraja. Na základe dosiahnutých výsledkov možno konštatovať, že najväčšie regionálne rozdiely sú badateľné v Trnavskom a Banskobystrickom kraji, pričom Trnavský kraj je nastavený výrazne smerom k pracovnej náročnosti a Banskobystrický kraj je naopak výrazne kapitálovo náročný, čo je podobný výsledok pre Banskobystrický kraj ako na základe modelu (4).

Tabuľka 2

Výsledky odhadov parametrov modelu (6) pre jednotlivé regióny

	Bratislavský kraj	Trnavský kraj	Trenčianský kraj	Nitriansky kraj
β_1	0,703 (0,128)	0,752 (0,096)	0,669 (0,123)	0,652 (0,117)
β_2	0,623 (0,088)	0,558 (0,045)	0,622025 (0,080)	0,633 (0,079)
Y_{reg_k}	-0,237 (0,128)	-0,409 (0,096)	-0,118 (0,123)	0,058 (0,117)
Y_{reg_l}	0,019 (0,088)	0,358 (0,045)	0,069 (0,080)	-0,031 (0,079)
$\beta_1 + \beta_2$	1,326	1,310	1,291	1,285
$Y_{reg_k} + Y_{reg_l}$	-0,218	-0,051	-0,049	0,027
$\beta_1 + Y_{reg_k}$	0,466	0,343	0,551	0,710
$\beta_2 + Y_{reg_l}$	0,642	0,916	0,691	0,602
$(\beta_1 + Y_{reg_k}) + (\beta_2 + Y_{reg_l})$	1,108	1,259	1,242	1,312
R^2	0,274	0,283	0,272	0,272
DW štatistika	2,841	2,756	2,830	2,827

	Žilinský kraj	Banskobystrický kraj	Prešovský kraj	Košický kraj
β_1	0,630 (0,114)	0,612 (0,104)	0,607 (0,105)	0,640 (0,118)
β_2	0,647 (0,075)	0,656 (0,070)	0,658 (0,071)	0,632 (0,076)
Y_{reg_k}	0,261 (0,114)	0,489 (0,104)	0,414 (0,105)	0,105 (0,118)
Y_{reg_l}	-0,169 (0,075)	-0,291 (0,070)	-0,235 (0,071)	-0,010 (0,076)
$\beta_1 + \beta_2$	1,277	1,268	1,265	1,272
$Y_{reg_k} + Y_{reg_l}$	0,092	0,198	0,179	0,095
$\beta_1 + Y_{reg_k}$	0,891	1,101	1,021	0,745
$\beta_2 + Y_{reg_l}$	0,478	0,365	0,423	0,622
$(\beta_1 + Y_{reg_k}) + (\beta_2 + Y_{reg_l})$	1,369	1,466	1,444	1,367
R^2	0,273	0,275	0,275	0,271
DW štatistika	2,821	2,831	2,834	2,831

Zdroj: výpočty autorov prostredníctvom programu EViews na základe údajov z databázy REGDAT

Poznámka: Štandardné odchýlky parametrov sú uvedené v zátvorkách. Kritické hodnoty pre Durbinovú-Watsonovú štatistiku sú pri 128 pozorovaniach a 4 premenných $d_L = 1,664$ a $d_U = 1,760$. Na záver tabuľky sú uvedené k modelom zodpovedajúce koeficienty determinácie (R^2) a Durbinovú-Watsonové (DW) štatistiky.

4.4 Porovnanie výsledkov spojeného modelu a modelu s fixnými efektmi

Pri porovnaní odhadov na základe modelu v úrovniach premenných – model s fixnými efektmi (4) a v prvých diferenciách premenných – spojený model (6) – je možné konštatovať, že existujú značné rozdiely v hodnotách odhadnutých parametrov.¹⁴ V prípade parametrov modelu predstavujúcich elasticitu produkcie závislej od vstupov je zrejmá výmena pomeru hodnôt parametrov. Kým v prípade modelu s fixnými efektmi bol dominantnejším výrobným faktorom pre väčšinu regiónov vstup práce, v prípade odhadov spojeného modelu je vo väčšine prípadov dominantný kapitál, pričom intervaly hodnôt uvedených parametrov sú navzájom veľmi podobné.¹⁵ Je teda možné predpokladať, že existuje disproporcia medzi tým, ako sa na tvorbe HDP podieľajú jednotlivé faktory, ako sa na prírastkoch HDP podieľajú prírastky jednotlivých faktorov, pričom je možné pozorovať vyšší vplyv prírastkov kapitálu ako celkovej úrovne kapitálu.

Na základe skúmaných dvoch špecifikácií modelov existujú aj podstatné odlišnosti v hodnotách rozdielových parametrov γ_{reg_k} a γ_{reg_l} . Kým v prípade odhadov na základe modelu v úrovniach premenných sú rozdielové parametre významné pre väčšinu skúmaných regiónov (nevýznamné len v dvoch prípadoch), v prípade modelu v prvých diferenciách premenných sú štatistický významné iba pre tri regióny.

Z hľadiska kvality odhadov je nutné upozorniť aj na výrazné zníženie koeficientov determinácie, ktoré klesli z hodnôt blízkyh jednej (pre odhady na základe modelu v úrovniach premenných – model fixných efektov), na hodnoty menšie ako jedna tretina variability závislej premennej (pre modely v prvých diferenciách premenných – spojený model.).

Uvedené dve skutočnosti vedú autorov k pochybnostiam o vhodnosti využitia modelu prvých diferencií v prípade časových radov pre relatívne krátke skúmané obdobie 1995–2011. Pri odhade rozdielových parametrov dochádza k strate štatistickej významnosti odhadnutých parametrov, ako aj k zníženiu opísanej variability HDP, čo môže byť negatívnym dopadom stacionarizácie časových radov.

Záver

Za hlavné prínosy výskumu prezentovanom v uvedenom článku je možné považovať identifikáciu produkčnej technológie tvorby HDP pri použití dvojfaktorovej Cobbovej-Douglasovej produkčnej funkcie pre regióny Slovenskej republiky. Odhady parametrov boli zrealizované prostredníctvom metodológie panelových dát, pričom skúmané regióny úrovne NUTS 3 (kraje) boli odlišené pomocou rozdielových parametrov.

14 Wooldridge (2002) uvádza, že estimátori v prvých diferenciách a fixných efektov sú totožné len v prípade, že sa pre panelové dáta rovná časový rozmer dvom.

15 Podobné výsledky boli dosiahnuté aj v práci Gollina (2002), ktorá bola zrealizovaná pre 26 krajín.

Pre analýzu produkčnej technológie boli použité dve špecifikácie; model v úrovniach premenných – model s fixnými efektmi (4) a model prvých diferencií premenných – spojený model (6). Ako prvý bol vykonaný odhad parametrov modelu na základe potenciálne nestacionárnych časových radov, ktorý preukázal, že Cobbova-Douglasova produkčná funkcia opisuje variabilitu hrubého domáceho produktu pre všetky skúmané regióny v dostatočnej miere (približne 99 %). Problematickým aspektom uvedeného odhadu je riziko nepravnej regresie, ktoré môže znižovať vierohodnosť získaných odhadov.¹⁶ Výsledky pre druhý model v o mnoho menšej miere opisujú variabilitu vysvetľovanej premennej (približne 27 %), ktorú je možné interpretovať ako mieru prírastku hrubého domáceho produktu. Na základe získaných výsledkov je možné konštatovať, že model Cobbovej-Douglasovej produkčnej funkcie pre dva vstupy (kapitál a prácu) nemá dostatočnú vypovedaciu schopnosť pre opísanie produkčnej technológie (tvorby HDP) slovenských regiónov na úrovni prvých diferencií pomocou metodológie panelových dát.

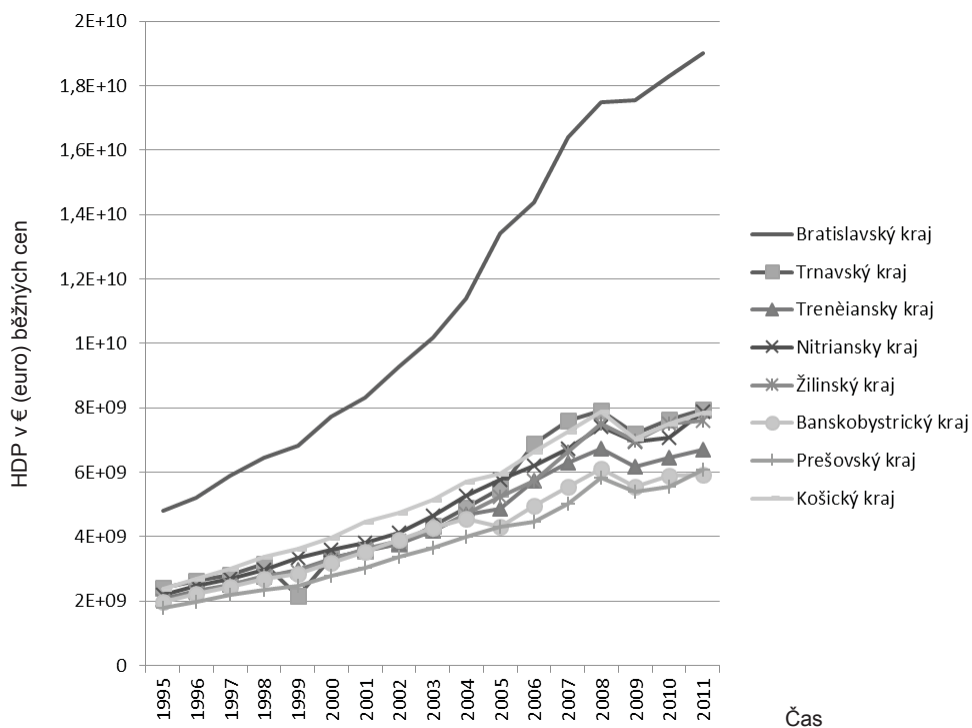
Na záver je teda vhodné poznamenať, že model fixných efektov sa javí vhodnejší pre analýzu vývoja HDP v regiónoch Slovenskej republiky. Na základe odhadov parametrov elasticity ako aj rozdielových parametrov pre jednotlivé regióny je možné konštatovať, že na tvorbe HDP sa výrobné faktory podieľajú rozdielnou mierou, keďže pre 6 z 8 regiónov boli identifikované štatisticky významné rozdielové parametre elasticity vstupov oproti priemeru zvyšných regiónov. Produkčná technológia je teda nehomogénna medzi jednotlivými krajinami z hľadiska intenzity vplyvu výrobných faktorov na tvorbu HDP, čo sa prejavuje v otváraní sa nožníc nielen v produkčnej schopnosti krajov, ale aj v životnej úrovni obyvateľstva. Táto nehomogenita v proporcionality výrobných faktorov by mohla byť podkladom pre tvorbu hospodárskej politiky rozvoja krajov Slovenska.

16 Uvedený záver nie je možné prostredníctvom použitých testov plne verifikovať, keďže aj Levin, Lin a Chu (2002) aj Hoang a McNown (2007) uvádzajú, že v prípade relatívne malých panelov môžu mať panelové testy jednotkového koreňa nízku silu.

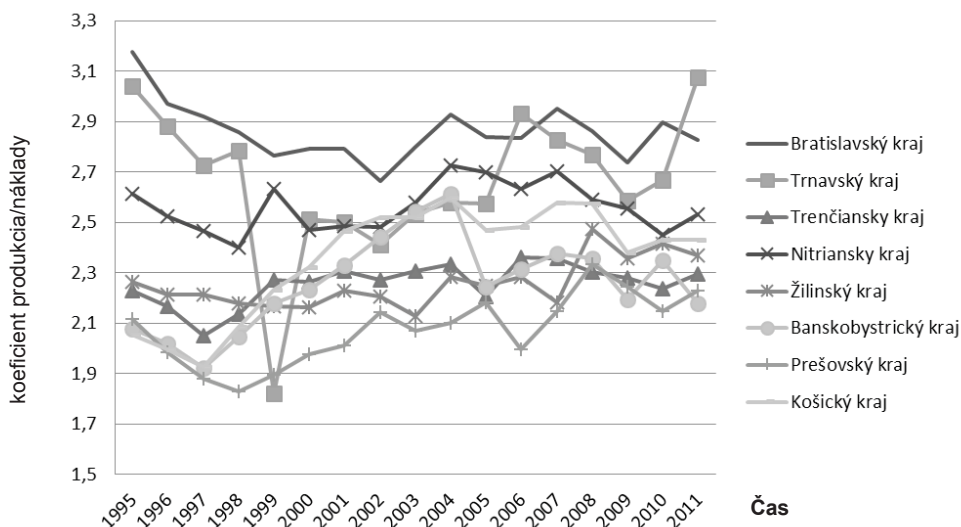
Príloha

Obrázok 1

HDP v bežných cenách (EUR)



Obrázok 2

Produktivita práce (HDP/kompenzácie zamestnancov)**Literatúra**

- BALTAGI, B. H. 2005. *Econometric Analysis of Panel Data*. 3rd ed. Chichester: Wiley, 2005. ISBN 978-0-470-01456-1.
- COBB, C. W.; DOUGLAS, P. H. 1928. A Theory of Production. *American Economic Review*. 1928, Vol. 18 (Suppl.), pp. 139–165.
- GALABOVÁ, M. et al. 2005. Odhad produkčnej medzery a štrukturálneho salda verejných financií v SR [Ekonomická analýza 3]. Bratislava: Inštitút finančnej politiky MF SR, 2005.
- GOLLIN, D. 2002. Getting Income Shares Right. *Journal of Political Economy*. 2002, Vol. 110, No. 2, pp. 458–474.
- GREENE, W. H. 2003. *Econometric Analysis*, 4. vyd. New Jersey: Prentice-Hall, 2003. ISBN 978-0-130-13297-0.
- GYLÁNIK, M.; HUČEK, J. 2009. Odhad NAIRU v slovenskej ekonomike. Bratislava: Odbor menovej politiky, 2009. NBS, 10/2009.
- HÁJEK, O. et al. 2012. Regionální disparity a financování regionální politiky – některé poznatky z České Republiky. *Politická ekonomie*. 2012, Vol. 60, No. 3, pp. 330–348.
- HOANG, N. T.; MCNOWN, R. F. 2006. *Panel Data Unit Roots Tests Using Various Estimation Methods*. [Working Paper] Boulder (CO): Department of Economics, University of Colorado at Boulder, 2006.
- CHOI, I. 2001. Unit Root Tests for Panel Data. *Journal of International Money and Finance*. 2001, Vol. 20, No. 2, pp. 249–272.
- IVANIČOVÁ, Z.; OSTRIHOŇ, F. 2014. Consumption Smoothing and Risk Sharing Across the Regions (Fiscal Effects Panel Data Approach). In: *Quantitative Methods in Economics (Multiple Criteria Decision Making) XVII*, Proceedings of the International Scientific Conference, Vrt, Slovakia, Bratislava: Ekonom, University of Economics, Bratislava, 2014, pp. 88–96.

- IVANIČOVÁ, Z.; RUBLÍKOVÁ, E. 2014. Management of Regional Consumption, Strategic management. *International Journal of Strategic Management and Decision Support Systems in Strategic Management*. 2014, Vol. 19, No. 2, pp. 16–18.
- IVANIČOVÁ, Z.; SURMANOVÁ, K. 2013. Analýza efektívnosti regiónov pomocou metodológie SUR modelov. In *Ekonomické rozhlady (Economic Review)*. Scientific Journal of Economics in Bratislava. 2013, Vol. 42, No. 3, pp. 355–370.
- KUBÍČEK, J. 2005. Dlouhodobý ekonomický růst, produktivita a konvergence. Praha: Karlova univerzita, 2005. ISBN 978-80-225-2614-2.
- LEVIN, A.; LIN, C. F.; CHU, C. 2002. Unit Root Tests in Panel Data: Asymptotic and Finite-Sample Properties. In *Journal of Econometrics*. 2002, Vol. 108, No. 1, pp. 1–24.
- LUKÁČIKOVÁ, A.; LUKÁČIK, M. 2008. *Ekonometrické modelovanie*. Bratislava: Ekonóm, Ekonomická univerzita v Bratislave, 2008.
- MADDALA, G. S.; WU, S. 1999. A Comparative Study of Unit Root Tests with Panel Data and A New Simple Test. In *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*. 1999 (special issue), Vol. 61, No. S-1, pp. 631–652.
- OCHOTNICKÝ, P. 2008. Výber produkčnej funkcie pri odhade potenciálneho produktu. *Ekonomický časopis*. 2008, Vol. 56, No. 8, pp. 800–816.
- RADVANSKÝ, M. 2013. Tvorba regionálnych ekonomických modelov a možnosti ich aplikácie v podmienkach SR. [Dizertačná práca] Bratislava: Katedra operačného výskumu a ekonometrie, Fakulta hospodárskej informatiky, Ekonomická univerzita v Bratislave, 2013.
- QUANTITATIVE MICRO SOFTWARE. 2007. *EViews 6 User's Guide I*. Irvine: Quantitative Micro Software, LLC, 2007.
- SZOMOLÁNYI, K.; LUKÁČIK, M.; LUKÁČIKOVÁ, A. 2012. The Estimate of Parameters of Production Function of Slovak Economy: Econometric Analysis of Nominal Wages. In: *Quantitative Methods in Economics (Multiple Criteria Decision Making) XVI*, Proceedings of the International Scientific Conference. Bratislava: Vydavateľstvo Ekonóm, 2012.
- ŠTATISTICKÝ ÚRAD SLOVENSKEJ REPUBLIKY. 2014. *Štatistická ročenka regiónov Slovenska 2013*. Bratislava: ŠU SR, 2014, 522 s. ISBN 978-80-8121-301-4.
- VON HAGEN, J. 1998. Fiscal Policy and Intranational Risk-Sharing. Center for European Integration Studies Working Paper B13, 1998. Bonn: Rheinische Friedrich-Wilhelms-University, 1998.
- WOOLDRIDGE, J. M. 2002. *Econometric Analysis of Cross Section and Panel Data*. Cambridge: M.I.T. Press, 2002. ISBN 978-0-26-223219-7.
- ZHANG, R.; SUN, K.; DELGADO, M. S.; KUMBHAKAR, S. C. 2012. Productivity in China's high technology industry: Regional heterogeneity and R&D. In *Technological Forecasting & Social Change*. 2012, Vol. 79, No. 1, pp. 127–141.
- ZEMANEK, H. 2010. Asymmetric International Risk Sharing in the Euro Area. 5 Workshop Macroeconomic und Konjunktur. University of Leipzig, Institute for Economic Policy, 2010.

PRODUCTION (NON)HOMOGENEITY ACROSS SLOVAK REGIONS

Filip Ostrihoň, Zlatica Ivaničová, University of Economics in Bratislava, Dolnozemska cesta 1/b, SK – 852 35 Bratislava (filip.ostrihon@euba.sk, zlatica.ivanicova@euba.sk)

Abstract

Slovakia is a unitary state with a common legal and macroeconomic environment for all regions. However, such environment may hinder regions with production setting, different from the majority of the regions. Hence, the aim of the following paper is to present an empirical analysis of the

production technologies used across Slovak regions and to identify potential regional differences. For this purpose two-factor Cobb-Douglas production function was analysed, using annual historical panel data for NUTS 3 Slovak regions. The panel-data structure allowed the distinguishing of the differences in capital and labour elasticities between the analysed regions and the average of the rest of the regions. Additionally, the same methodology was performed with Cobb-Douglas model built on the first differences of the used data. The results of the two approaches indicate that region "Banskobystrický kraj" has significantly different production setting for capital and labour input than the rest of Slovak regions.

Keywords

Cobb-Douglas production function, panel data, estimation, Slovakia, NUTS 3, stock of capital

JEL Classification

C23, E23, R15, R30