

EKONOMICKÁ UNIVERZITA V BRATISLAVE
FAKULTA HOSPODÁRSKEJ INFORMATIKY

Evidenčné číslo: 103003/I/2016/3065009773

Výber portfólia na báze VaR

Diplomová práca

2016

Bc. Jana Uričová

EKONOMICKÁ UNIVERZITA V BRATISLAVE
FAKULTA HOSPODÁRSKEJ INFORMATIKY

Výber portfólia na báze VaR

Diplomová práca

Študijný program: Operačný výskum a ekonometria

Študijný odbor: Kvantitatívne metódy v ekonómii

Školiace pracovisko: Katedra operačného výskumu a ekonometrie

Vedúci záverečnej práce: doc. Mgr. Juraj Pekár, PhD.

Bratislava 2016

Bc. Jana Uričová



Ekonomická univerzita v Bratislave
Fakulta hospodárskej informatiky

ZADANIE ZÁVEREČNEJ PRÁCE

Meno a priezvisko študenta: Bc. Jana Uričová
Študijný program: Operačný výskum a ekonometria (Jednoodborové štúdium, inžiniersky II. st., denná forma)
Študijný odbor: 3.3.24 Kvantitatívne metódy v ekonómii
Typ záverečnej práce: Inžinierska záverečná práca
Jazyk záverečnej práce: slovenský
Sekundárny jazyk: anglický

Názov: Výber portfólia na báze VaR

Anotácia: Modely výberu portfólia od zverejnenia Markowitzovej práce zaznamenali výrazný progres. Jednými z najvyužívanějších mier rizika sú v súčasnosti miery založené na VaR. Diplomová práca je zameraná na aplikáciu modelov výberu portfólia pre vybranú skupinu aktív použitím mier rizika a výkonnosti vychádzajúce z miery VaR.

Vedúci: doc. Mgr. Juraj Pekár, PhD.

Katedra: KOVE FHI - Katedra operačného výskumu a ekonometrie FHI

Vedúci katedry: prof. Ing. Michal Fendek, PhD.

Dátum zadania: 21.10.2014

Dátum schválenia: 04.11.2014

doc. Mgr. Juraj Pekár, PhD.
vedúci katedry

.....
Študent

.....
Vedúci

Čestné vyhlásenie

Čestne vyhlasujem, že záverečnú prácu som vypracovala samostatne a že som uviedla všetku použitú literatúru.

Dátum:

.....

Pod'akovanie

Moje pod'akovanie bude patriť predovšetkým môjmu vedúcemu záverečnej práce pánovi doc. Mgr. Jurajovi Pekárovi, PhD. Za jeho odborné rady pri konzultáciách diplomovej práce. Tiež sa mu chcem poďakovať za ústretový prístup a strávený čas pri príprave diplomovej práce.

ABSTRAKT

URIČOVÁ, Jana: *Výber portfólia na báze VaR*. – Ekonomická univerzita v Bratislave. Fakulta hospodárskej informatiky; Katedra operačného výskumu a ekonometrie. – doc. Mgr. Juraj Pekár, PhD. – Bratislava: FHI EU, 2016, počet strán: 48

Cieľom záverečnej práce je poukázať na modely výberu portfólia pomocou jednej z najvyužívanejších mier rizika a to Value at Risk. Hlavným cieľom je aplikovanie miery rizika na modeloch výberu portfólia vo vybranej skupine aktív. Práca je rozdelená do 4 kapitol. Obsahuje 13 obrázkov a 3 tabuľky.

Prvá kapitola sa venuje súčasnemu stavu riešenia problematiky doma i v zahraničí. V ďalšej časti je stanovený cieľ, ktorý sa budeme snažiť dosiahnuť v nasledujúcich kapitolách. Tretia kapitola predstavuje popis tvorby portfólia. Zameriavame sa v nej na meranie výnosu, rizika a výkonnosti. Následne charakterizujeme modely výberu portfólia na báze VaR. V štvrtej kapitole aplikujeme teoretické poznatky na vybranú skupinu aktív použitím mier rizika a výkonnosti vychádzajúce z miery VaR a interpretujeme získané výsledky.

Kľúčové slová: Value at Risk, Conditional Value at Risk, portfólio, generovanie efektívnej množiny

ABSTRACT

URIČOVÁ, Jana: *Portfolio selection based on VaR*. – The University of Economics in Bratislava. Faculty of Economic Informatics; Department of Operations Research and Econometrics. - doc. Mgr. Juraj Pekár, PhD. – Bratislava: FHI EU, 2016, number of pages: 48

The aim of the final work is to show the models the selection of portfolio by using one of the most useful measure of risk and Value at Risk. The main objective is the application of the extent of the risk to the portfolio selection models in the selected assets. The work is divided into four chapters. It contains 13 pictures and 3 tables.

The first chapter is devoted to the current state of addressing the issues at home and abroad. In the next section is set a goal that we will pursue in the following chapters. The third chapter presents a description of the creation of the portfolio. We focused in it to measure the yield, risk and performance. Then we characterize models the selection of portfolio based on VaR. In the fourth chapter we apply the theoretical knowledge to the selected group of assets using the rates of risk and performance based on rate VaR and interpret the results obtained.

Key words: Value at Risk, Conditional Value at Risk, portfolio, Generating effective solutions

Obsah

Úvod.....	9
1 Súčasný stav riešenej problematiky doma a v zahraničí.....	11
1.1 Meranie výnosu	13
1.2 Meranie rizika	13
1.3 Výkonnosť portfólia	15
1.4 Portfólio a jeho stratégie	15
2 Cieľ	17
3 Proces tvorby portfólia	18
3.1 Meranie výnosu	18
3.2 Meranie rizika	20
3.2.1 Meranie rizika pomocou miery rizika VaR.....	20
3.2.2 Meranie rizika pomocou miery rizika CVaR.....	22
3.3 Meranie výkonnosti portfólia.....	23
3.3.1 Miera výkonnosti na báze VaR.....	24
3.4 Modely výberu portfólia na báze VaR.....	25
3.4.1 Model výberu portfólia v priestore očakávaný výnos a CVaR.....	25
3.4.2 Model výberu portfólia s použitím miery výkonnosti CVaR.....	27
4 Výber portfólia na báze VaR použitím údajov z NASDAQ.....	30
4.1 Výpočet výnosu a miery rizika CVaR.....	33
4.2 Výkonnosť jednotlivých aktív v portfóliu	35
4.3 Generovanie efektívnej množiny výberu portfólia v priestore očakávaný výnos a CVaR.....	36
4.4 Výber portfólia s použitím miery výkonnosti založenej na CVaR..	41
4.5 Výsledky práce a porovnania.....	43
Záver.....	45
Zoznam použitej literatúry.....	47

Úvod

V súčasnosti existuje veľké množstvo investičných spoločností, ktoré sa nachádzajú uprostred zložitého a neustále meniaceho sa finančného prostredia. Stretávajú sa so situáciami, ktoré predstavujú neistú budúcnosť s určitou výškou zisku respektíve straty, kedy neriskujú nielen finančné prostriedky svojich klientov, ale i vlastný kapitál. Orientovať sa v nestabilných podmienkach patrí medzi kľúčové úlohy risk manažmentu daných spoločností. Risk manažment využíva mnoho nástrojov na meranie a riadenie rizika v závislosti od typu finančného rizika.

Jednou zo základných otázok, na ktorú je potrebné odpovedať je, koľko môže spoločnosť stratiť pri určitej pravdepodobnosti za vopred daný čas pri investovaní do vybraných aktív. Vhodnou odpoveďou je Value at Risk (VaR), ktorá predstavuje štandardný nástroj na meranie trhového rizika. V súčasnosti sa považuje za jeden z najrozšírenejších a najpoužívanějších nástrojov na riadenie trhového rizika.

Diplomová práca je rozdelená na štyri kapitoly, kde na základe najnovších poznatkov a analýzy aktív pôsobiacich na finančnom trhu poukážeme na modely výberu portfólia pomocou jednej z najvyužívanejších mier rizika, Value at Risk.

V prvej kapitole sa budeme venovať súčasnemu stavu riešenia problematiky doma i v zahraničí. Zároveň sa v nej budeme zaoberať výnosom a mierami rizika, ktoré sú súčasťou danej problematiky, ako i samotnou charakteristikou portfólia. Daná kapitola tiež popisuje základné informácie o stratégiách investorov, ktoré vplývajú na diverzifikáciu rizika pri investovaní určitej finančnej čiastky. Zamerali sme sa i na krátky prehľad jednotlivých typov rizika.

Druhá kapitola obsahuje stručný cieľ práce, ktorým sa budeme riadiť v nasledujúcich dvoch kapitolách.

Najširšou kapitolou bude kapitola tretia. V nej opíšeme samotný proces tvorby portfólia. Na začiatok charakterizujeme vstupné dáta, z ktorých budeme vychádzať počas celej práce. Definujeme meranie výnosu, výkonnosť vybraných aktív a meranie rizika pomocou miery rizika VaR a CVaR. Nesmieme zabudnúť na charakteristiku modelov výberu portfólia na báze VaR, ktoré budú zohrávať dôležitú úlohu v praktickej časti práce.

V štvrtej kapitole aplikujeme teoretické poznatky na vybranú skupinu aktív z indexu NASDAQ Composite. Použitím excelovských funkcií a jeho doplnku Risk Solver Platform vypočítame jednotlivé kroky tvorby portfólia, opísané v tretej kapitole. Pomocou modelu výberu portfólia v priestore očakávaný výnos a CVaR zostrojíme množinu efektívnych možností vybraného portfólia.

Na záver charakterizujeme získané výsledky a zhodnotíme, či bol dosiahnutý stanovený cieľ diplomovej práce.

1 Súčasný stav riešenej problematiky doma a v zahraničí

Základom teórie portfólia je článok z roku 1952 „*Portfolio Selection*“, v časopise *The Journal of Finance*, ktorého autorom je Harry Markowitz. Uvádzajú sa v ňom teoretické východiská na zostavovanie optimálneho portfólia cenných papierov. Neskôr túto teóriu rozvinul v knihe „*Portfolio Selection: Diversification of Investments*“. Vo svojom článku rozdeľoval proces investovania na dve časti.

Najskôr si investor vytvorí predstavu o očakávanej výkonnosti aktív na základe skúseností a pozorovania trhu. Následne do druhej časti zaraďuje situáciu, keby investor na základe očakávaných parametroch aktív vytvoril pre neho ideálnu skladbu portfólia.

Pri zostavovaní portfólia má investor pred sebou dva protichodné ciele. Na jednej strane je jeho cieľom maximalizovať očakávaný výnos portfólia, kedy by zvolil aktívum s najväčším výnosom. Avšak očakávané výnosy nezaručujú aj skutočné budúce výnosy. Takýto prístup vedie k vysokému riziku, ak sa investor rozhodne investovať svoje finančné prostriedky iba do jedného aktíva. Preto by mal investor brať v úvahu prvok neistoty, ktorý sa snaží minimalizovať v podobe diverzifikácie rizika.

Výpočet rizika Value at Risk bol založený na aproximácii rozdelenia výnosov. Hoci bol výpočet teoreticky priamočiary, jeho praktická realizácia sa preukázala časovo náročná a zložitá. Zhromažďovala údaje a odhad štatistických parametrov, ako sú očakávané výnosy, odchýlky a kovariancie. Tento systém bol napriek tomu dokončený v roku 1990.

Prelomom histórie miery rizika Value at Risk bola publikácia JP Morgana *RiskMetrics Technical Document*, kde zjednodušil verziu interného systému a sprístupnil ho na internete spolu s údajmi potrebnými na štatistický odhad rizika VaR. Miera rizika sa tak stala dominantnou v polovici deväťdesiatych rokov, kedy zahŕňala nielen miery trhového rizika, ale i rizika likvidity, úverového rizika a operačného rizika (Pachamanova, Fabozzi, 2010).

V tretej edícii daného dokumentu Guldinmann (1995) identifikoval tri praktické metódy na kalkuláciu miery VaR ako:

- parametrické metódy,
- historickú simuláciu metódy a
- štruktúru metódy Monte Carlo.

Tieto metódy následne zabezpečili jednoducho, priamo a intuitívne postup na výpočet VaR.

Postupom času však miera rizika VaR nebola správne pochopená a odhad v peňažnom vyjadrení mohol zvädzať. V čase, keď banky vykazovali a sledovali svoje riziko VaR, nebol uvedený žiadny predpis ako ho vypočítať. Niektoré banky sa rozhodli používať pôvodný prístup *RiskMetrics*, iní sa rozhodli pre historické simulačné prístupy, ktorými odhadovali riziko VaR z dát minulých výnosov a strát. Niektorí sa zamerali na simulácie Monte Carlo, generujúce budúce scenáre pre obchodné pozície (Jorion, 1996)

V posledných rokoch sa však výrazne zmenil „investičný svet“. Banky sa snažia o zachovanie veľkej miery štandardizácie a investor má tak k dispozícii podobné možnosti ako pred niekoľkými rokmi. Avšak v segmente privátneho bankovníctva sa otvorili nové možnosti v podobe investičných produktov a služieb. Rýchlosť finančných inovácií vychádza z neustále meniaceho sa prostredia finančných trhov. Výrazné zrýchlenie cyklov na komoditných, akciových, či realitných trhoch komplikuje plánovanie nielen pre veľkých investorov, ako sú poisťovne, fondy, či banky, ale i samotným investorom pri plánovaní a prehľadnosti. Znamená to, že nie všetky novovzniknuté riešenia sú vhodné pre každého klienta a nie každý ich dokáže vhodne využiť vo svojom portfóliu. Napriek tomu, však záujem o ne rastie.

V súčasnosti môže na finančných trhoch investovať ktokoľvek, kto má prebytočné množstvo finančných prostriedkov. Kým sa však investor rozhodne investovať svoju finančnú čiastku, mal by venovať svoj prvotný čas na získanie potrebných informácií o všetkých alternatívach, ktoré má k dispozícii. Okrem základných informácií o investovaní je tiež potrebné pochopiť samotný mechanizmus fungovania finančného trhu. Bez tejto znalosti sa ľahko môže stať, že investor získa negatívnu skúsenosť v podobe straty finančných prostriedkov.

Ak sa investor rozhodne investovať svoje voľné prostriedky do finančných aktív, musí vziať do úvahy rôzne skutočnosti. Dôležité je odpovedať na otázku, či je investor ochotný obetovať tieto finančné prostriedky na určitú dobu. Daná otázka je kladená z toho dôvodu, že nie je vhodné, a hlavne nákladné, vytvoriť takú stratégiu investovania, ktorá má trvať niekoľko rokov, pričom po niekoľkých mesiacoch sa investor rozhodne vybrať späť ním vloženú čiastku z akéhokoľvek dôvodu. Preto je dôležité sa daných prostriedkov vzdať. Tým nemyslíme o ne prísť, ale správať sa ako keby neboli.

1.1 Meranie výnosu

Pri úlohách výberu portfólia využívame očakávaný výnos aktíva získaný zo strednej hodnoty (Markowitz 1952). Pri konštrukcii modelov používame na vyhodnotenie očakávaného výnosu aktív, či portfólia miery výnosu. Na základe tohto vyhodnotenia boli definované axiómy, ktoré hovoria o koherentnosti miery očakávaného výnosu. Ak budeme vychádzať z axióm, musí platiť, že miera očakávaného výnosu je (Rachev a kol., 2008):

1. superaditívna,
2. pozitívne homogénna,
3. monotónna,
4. translačná invariancia.

Mieru očakávaného výnosu používame pri modeloch matematického programovania, pričom berieme v úvahu existenciu náhodnej premennej X .

1.2 Meranie rizika

Markowitz použil na meranie rizika ukazovateľ *štandardná odchýlka*. Riziko je definované ako situácia, keď sa skutočný výnos odlišuje od očakávaného výnosu, pričom neberie do úvahy odchýlku. V prvom rade je potrebné definovať rozptyl a následne z neho odvodíme ukazovateľ štandardnú odchýlku náhodnej premennej X .

Investor sa pri využívaní ukazovateľov rozptylu a štandardnej odchýlky snaží dosiahnuť výnos čo najbližšie k strednej hodnote. Čím je možnosť dosiahnutia výnosu vyššia, tým je riziko danej investície väčšie (Pekár, 2015).

Pre investora je v čase rozhodovania dôležité klásť dôraz na určitú úroveň rizika, pretože z hľadiska budúcnosti sú peňažné toky jednotlivých aktív neisté. Riziko tak predstavuje neistotu budúcich príjmov, ktoré možno znížiť diverzifikáciou. Investor sa môže rozhodnúť uložiť svoje finančné prostriedky nielen do jedného cenného papiera, ale do veľkého počtu cenných papierov, čím si vytvorí diverzifikované portfólio. Vychádzame z predpokladu, že každý investor má averziu voči riziku.

Na finančnom trhu sa môžeme stretnúť s viacerými typmi rizík ako sú (Jílek, 2000):

- trhové,
- menové,

- inflačné,
- operačné,
- riziko likvidity a
- riziko udalosti a jeho vysporiadania.

Trhové riziko je vyvolané vznikom straty finančných prostriedkov z dôvodu zmien trhových cien. Rozlišujeme dva druhy trhových rizík, a to systematické a špecifické riziko. Výhodou špecifického rizika je, že ho môžeme obmedziť vhodnou diverzifikáciou portfólia. Trhové riziko je nevýhodné hlavne v prípade pákových produktov disponujúcich knock-out (*stop-loss*) bariérou, čím môže v tomto prípade investor prísť o celú investovanú čiastku za pomerne krátky časový horizont. Výšku trhového rizika najvýraznejšie ovplyvňuje volatilita (*kolísavosť, nestálosť*) aktív.

Väčšina finančných produktov je uvádzaná v eurách, prípadne v dolároch. To znamená, že ak investujeme napríklad na českom finančnom trhu, v podobe českých korún, môže táto mena oproti euru prípadne doláru vzrásť a tým môžeme zaznamenať stratu. Vtedy hovoríme o *menovom riziku*.

Operačné riziko vzniká z dôvodu neadekvátneho a nesprávneho interného procesu, správaním ľudských zdrojov respektíve z dôvodu externých udalostí. V minulosti sa tento druh rizika počítal na základe expertných úvah, nakoľko neexistovali nástroje na meranie tohto rizika. V súčasnosti sa však zdokonaľovaním technológie zlepšili systémy uchovávania a spracovania informácií o nepredvídaných udalostiach, čo kedysi viedlo k stratám finančných prostriedkov.

V prípade, že aktívum obsiahnuté vo vytvorenom portfóliu nebude možné speňažiť na trhu včas alebo za primeranú sumu, vzniká *riziko likvidity*. Preto je potrebné, aby banky disponovali s dostatočným množstvom voľných finančných prostriedkov, čím by mohli v akomkoľvek čase uspokojiť klientov požadujúcich vyplatenie ich vkladov.

Riziko udalosti a riziko vysporiadania súvisí so stratou hodnoty aktív, respektíve majetku, nachádzajúcich sa v podielových fondoch a tým aj straty hodnoty podielového fondu. Dôvodom je vplyv nepriaznivých udalostí mimo finančného trhu a nevysporiadania niektorého aktíva nachádzajúcom sa vo fonde za dohodnutých podmienok.

1.3 Výkonnosť portfólia

Meranie výkonnosti portfólia je definované ako podiel dodatočného výnosu a rizika portfólia. Kvantifikuje výsledky dosiahnuté riešením jednokriteriálnej úlohy v čase investovania finančných prostriedkov. Hovorí o sumarizácii miery dosiahnutých výnosov, odhadnutí podstupeného rizika a schopnosti investora efektívne využiť riziko.

Meranie výkonnosti súvisí s modernou teóriou portfólia, ktorá kvantitatívne spojila riziko portfólia s jeho výnosom.

Prvé ukazovatele výkonnosti, miery závislé od rizika, vytvoril Sharpe v podobe Sharpeovej miery a informačného pomeru (Sharpe 1966, 1994).

Sharpeov pomer ako miera výkonnosti berie do úvahy rizikový profil investície. Hovorí o priemernej výkonnosti aktíva nad úrovňou výnosov bezrizikového aktíva, pričom berieme v úvahu existenciu náhodnej premennej X .

1.4 Portfólio a jeho stratégie

„Portfólio je súbor rôznych investícií. Investor ho vytvára preto, aby minimalizoval rizika spojené s investovaním a súčasne našiel ten najlepší možný pomer medzi výnosmi a rizikom.“¹

Zakladateľom teórie portfólia je predstaviteľ Markowitz (1952). Táto teória priniesla nový pohľad na rozhodovania o spôsobe investovania prostredníctvom matematických modelov. Ako prvý jasne a matematicky definoval pojem riziko a vysvetlil význam diverzifikácie portfólia ako investičnej stratégie.

Základom teórie výberu portfólia je kritérium očakávaného výnosu a riziko pri výbere investičnej stratégie. Prvé pokusy o zjednotení koncepcie očakávaného výnosu a rizika prebehli v prvej polovici 20. storočia. Avšak až Markowitzovi sa podarilo formulovať a riešiť úlohu výberu portfólia, aj keď doterajšie tvrdenia hovorili iba o maximalizácii výnosu, a tak nebrali do úvahy minimalizáciu rizika. Od predstavenia tohto modelu bolo vyvinutých ešte mnoho typov modelov výberu portfólia, vďaka čomu sa teória vylepšila.

Pojem portfólio chápeme ako majetok tvorený finančnými nástrojmi, inými cennými papiermi alebo peňažnými prostriedkami určených na kúpu finančných nástrojov alebo

¹ Chovancová, B. – Bačišin, V.: *Kolektívne investovanie*, Bratislava: IURA EDITION, 2005, ISBN 80-8078-062-5, str. 10

iných cenných papierov. Následne je hodnota portfólia stanovená ako súčet týchto nástrojov. Slúži na minimalizáciu rizika vyplývajúceho z investovania.

O riadenie portfólia klienta sa stará vybraná spoločnosť na základe Zmluvy o riadení portfólia. Vytvorený fond s cennými papiermi investuje podľa určitých zásad vo vopred definovanej investičnej stratégii. Obchody s finančnými nástrojmi sa následne uskutočňujú na regulovaných i neregulovaných trhoch. Zásady klienta vychádzajú z jeho investičných cieľov, regiónu obchodovania, odvetvia investovania, tiež rýchlosti rastu a podobne. Následne vďaka získaným informáciám o klientovi, je tiež vyhotovený dotazník *Zistenie vhodnosti a Rizikového profilu klienta*, čím spoločnosť určí vhodnú investičnú stratégiu pre klienta (IAD Investments, a.s.).

Rozlišujeme tri typy investičných stratégií.

Ako prvú môžeme spomenúť *konzervatívnu stratégiu*. Je charakteristická pre investorov, ktorí majú záujem o stabilný rast svojej investície a preferujú nízke riziko. Hlavným cieľom tejto stratégie je dosiahnuť v danom investičnom horizonte vyššiu výkonnosť ako ponúkajú termínované vklady v bankách, respektíve peňažné podielové fondy.

Stredná stratégia je *vyvážená stratégia*. Uprednostňuje vyvážený pomer medzi investíciami do dlhopisov a akcií, kde jedna časť prostriedkov sa investuje do dlhopisových nástrojov, prinášajúcich stabilný výnos, a druhá časť sa stane súčasťou investovania do rizikovejších nástrojov. Hovoríme o rizikovejších nástrojoch v podobe akcií bonitných spoločností s vyšším výnosovým potenciálom. Cieľom tejto stratégie je dosiahnuť v danom investičnom horizonte vyššiu výkonnosť ako ponúkajú termínované vklady v bankách, či peňažné a dlhopisové podielové fondy.

Tretia a zároveň posledná je *dynamická stratégia*. Hovoríme o stratégii, v ktorej investor uprednostňuje vysoké zhodnotenie investície, pričom akceptuje všetky riziká spojené s investovaním do akcií, predovšetkým veľké výkyvy ich cien. Znamená to, že podstatnú zložku portfólia tvoria akcie. Cieľom je dosiahnuť vyššiu výkonnosť ako ponúkajú zmiešané podielové fondy.

2 Cieľ

Práca sa zaoberá výberom portfólia s použitím miery rizika a výkonnosti na báze VaR. Pre lepšie zobrazenie problematiky čitateľovi, budú v práci stanovené hlavné a čiastkové ciele, ktoré budú predmetom nášho skúmania.

Modely výberu portfólia zaznamenali od zverejnenia Markowitzovej práce výrazný progres, preto hlavným cieľom záverečnej práce je poukázať na modely výberu portfólia pomocou jednej z najvyužívanejších mier rizika a to Value at Risk.

Cieľ diplomovej práce je zameraný na aplikáciu modelov výberu portfólia pre vybranú skupinu aktív s použitím mier rizika a výkonnosti vychádzajúcich z miery VaR.

V prvej kapitole je našim cieľom definovať súčasný stav riešenia problematiky doma i v zahraničí. Budeme sa v nej zároveň zaoberať čiastkovými cieľmi ako sú výnos a miery rizika aktív, ktoré sú súčasťou danej problematiky. Je potrebné čitateľovi priblížiť samotný pojem portfólio a jeho meranie výkonnosti.

V nasledujúcej kapitole je cieľ práce zameraný na tvorbu portfólia. Jej súčasťou je charakteristika vstupných dát, s ktorými budeme pracovať v praktickej časti práce. Definujeme v nej meranie výnosu, meranie rizika pomocou miery rizika VaR a CVaR a výkonnosť vybraných aktív. Zároveň v nej spomenieme modely výberu portfólia na báze VaR, s ktorými budeme pracovať na konkrétnych dátach.

Aplikovanie teoretických poznatkov na vybranú skupinu aktív z indexu NASDAQ Composite je cieľom štvrtej a zároveň poslednej kapitoly. Pomocou excelovských funkcií a jeho doplnku Risk Solver Platform vypočítame jednotlivé kroky tvorby portfólia, ktoré sme opísali v tretej kapitole.

Na záver práce kvôli lepšej prehľadnosti zosumarizujeme a zároveň interpretujeme získané výsledky. Tiež v nej zhrnieme, či hlavný a čiastkové ciele diplomovej práce boli dosiahnuté.

3 Proces tvorby portfólia

V tejto kapitole sa budeme zaoberať detailnejším popisom jednotlivých krokov potrebných na zostrojenie modelu vybraného portfólia. Zaujímať nás bude meranie výnosu a rizika na báze VaR. Následne charakterizujeme samotnú mieru rizika Value at Risk a s ním súvisiaci Conditional Value at Risk (CVaR). Na záver kapitoly teoreticky opíšeme vybrané modely portfólia, ktoré v štvrtej kapitole aplikujeme na reálne dáta akciových spoločností nami vybraného indexu.

Všeobecne predpokladáme, že máme k dispozícii náhodnú premennú X , ktorá bude reprezentovať výnos jednotlivých aktív. V našom prípade budú vstupné dáta vychádzať z reprezentovanej náhodnej premennej r , získanej z historických údajov aktív.

3.1 Meranie výnosu

Pojem výnos predstavuje súhrn všetkých budúcich príjmov a dôchodkov, ktoré sa dajú z investície získať. Môžeme doň zahrnúť nielen rozdiel medzi kúpnu a predajnou cenou aktíva, ale i úroky, dividendy, nájomné a podobne. Jeho výšku ovplyvňuje veľa faktorov.

„Markowitzov princíp investovania hovorí, že investor by mal pri rozhodovaní, ktoré portfólio kúpiť, hodnotiť tieto portfólia na základe ich očakávanej výnosnosti a rizika – smerodajnej odchýlky. To znamená, že investor by mal odhadnúť očakávanú výnosnosť a smerodajnú odchýlku každého portfólia a na základe relatívnej veľkosti týchto dvoch parametrov vybrať to lepšie.“²

V práci budeme výnos merať pomocou vstupných cien aktív. Prvý ukazovateľ, ktorý vypočítame na základe vstupných informácií je relatívne bohatstvo, ktoré slúži na výpočet výnosu r .

“Relatívne bohatstvo W_R (Wealth Relative) je definované ako podiel bežnej a pôvodnej hodnoty investície. W_R možno interpretovať ako percentuálne vyjadrenie pôvodnej hodnoty investície, ktoré sa vráti investorovi.“³ Na základe ukazovateľa W_R vieme vypočítať bežný výnos r investície podľa vzťahu:

² Chovancová, B. – Bačišin, V.: *Kolektívne investovanie*, Bratislava: IURA EDITION, 2005, ISBN 80-8078-062-5, str. 12

³ Mlynarovič, Vladimír: *Finančné investovanie*. 1.vyd., Bratislava. 2001, ISBN 80-89047-16-5, str. 41

$$r = W_R - 1$$

Očakávaný výnos portfólia je vážený priemer očakávaných výnosov aktív v portfóliu a váhy predstavujú podiel bežnej hodnoty cenných papierov na bežnej hodnote celého portfólia. Na výpočet strednej hodnoty E relatívneho bohatstva použijeme nasledujúci vzťah:

„Ak investor investoval do nejakej skupiny aktív, t.j. má v držbe nejaké portfólio aktív, často je pre neho dôležité, aby poznal jeho stredný výnos. Hoci aj v tejto situácii možno predpokladať dva rôzne prípady, a to buď rovnaké objemy investícií do všetkých aktív, alebo rôzne objemy investícií do jednotlivých aktív, výpočet strednej hodnoty E relatívneho bohatstva a výnosu spočíva na rovnakých základných vzťahoch:

$$E(W_R) = \sum_{k=1}^n w_k \cdot W_{Rk},$$

$$E(r) = E(W_R) - 1 = \sum_{k=1}^n w_k \cdot (W_{Rk} - 1) = \sum_{k=1}^n w_k \cdot r_k,$$

kde

$E(W_R)$ - stredná hodnota relatívneho bohatstva,

$E(r)$ - stredná hodnota výnosu,

W_{Rk} - relatívne bohatstvo aktíva k , $k = 1, 2, \dots, n$,

r_k - výnos aktíva k , $k = 1, 2, \dots, n$,

w_k - podiel zdrojov investovaných do aktíva k , $k = 1, 2, \dots, n$.⁴

Budeme predpokladať, že váhy, s ktorými budeme pracovať, budú kladné.

⁴ Mlynarovič, Vladimír: *Finančné investovanie*. 1.vyd., Bratislava. 2001, ISBN 80-89047-16-5, str. 46

3.2 Meranie rizika

Markowitz použil na meranie rizika ukazovateľ štandardná odchýlka náhodnej premennej. Riziko tak môže definovať možnosť, že sa skutočný výnos bude odlišovať od jeho očakávanej hodnoty, bez ohľadu na smer odchýlky.

„Predpokladajme existenciu spojitú náhodnej premennej X , reprezentovanej vektor $\mathbf{r}$ a jej funkciu hustoty pravdepodobnosti $f(x)$, $x \in X$. Všeobecne možno uvedené miery definovať ako:

$$\sigma^2(\mathbf{r}) = E[(\mathbf{r} - E(\mathbf{r}))^2] = \sum_{t=1}^T p_t(r_t - E(\mathbf{r}))^2$$

$$\sigma(\mathbf{r}) = \sqrt{\sigma^2(\mathbf{r})} \text{ „}^5$$

Meranie rizika pomocou rozptylu a štandardnej odchýlky reprezentuje záujem investora dosiahnuť výnos v čo najbližšom okolí ich strednej hodnoty.

3.2.1 Meranie rizika pomocou miery rizika VaR

Podstata obchodovania na finančných a kapitálových trhoch je rovnaká ako v prípade každého iného podnikania. Je preto potrebné prijať určitú mieru rizika, aby sme mohli dosiahnuť zisk. Najrozšírenejším ukazovateľom kvantifikujúcim riziko straty finančných prostriedkov v dôsledku pohybu trhových sadzieb sa stal ukazovateľ Value at Risk.

Hodnota Value at Risk sa začala používať v roku 1990, hoci pôvod jeho názvu nie je známy, pretože ani v akademickej oblasti vo finančnom svete nie je jednotný názor, čo by VaR reprezentoval.

Definíciu, hoci nie v matematickom duchu možno čerpať z The 1996 RiskMetrics Technical Document: „Value-at-risk meria maximálnu potenciálnu zmenu hodnoty portfólia finančných inštrumentov s danou pravdepodobnosťou vo vopred určenom časovom horizonte. VaR odpovedá na otázku: koľko môžeme stratiť s x % pravdepodobnosťou v danom časovom horizonte“.⁶

⁵ Pekár, J.: *Modely matematického programovania na výber portfólia*, Bratislava: EKONÓM, 2015, ISBN 978-80-225-4057-5, str. 22

⁶ Prvá sprístupnená komerčne využívaná metodológia VaR, priniesol ju J. P. Morgan v r. 1996, zdroj: Morgan J. P., Reuters: RiskMetrics Technical document, New York, 1996, Fourth Edition, str. 284

Na výber finančného portfólia, jeho tvorbu a zmenu sa vytvárajú matematické modely, ktoré slúžia na riadenie portfólia na základe rizika. Napríklad model matematického programovania založený na miere rizika Value at Risk (VaR). Podstatou modelu je, že symbolizuje zobrazenie reality.

Je potrebné, aby spĺňal určité predpoklady, pričom vychádza z analýzy časových radov, portfóliovej analýzy a podobne. Takéto modely nazývame VaR modely. V prípade, ak máme určenú mieru rizika VaR, je potrebné zabezpečiť vstupné dáta, vytvoriť vhodné operácie, uskutočniť výpočty pomocou softvéru a tie následne uložiť pre budúce skúmanie. Hoci sa špecifikácia miery VaR líši z mnohých dôvodov, postup spracovania výsledkov je rovnaký.

V súčasnosti sa miera VaR stala jedným zo štandardných nástrojov na meranie rizika. Na základe obľúbenosti merania rizika pomocou Value at Risk a jeho rôznych podôb, vychádzame zo skutočnosti, že Value at Risk sa vzťahuje k percentilom pravdepodobnostného rozdelenia. Meria maximálnu možnú stratu portfólia na určitom časovom intervale na konkrétnej pravdepodobnostnej úrovni, či už 95 % alebo 99 %.

„Nech X je náhodná premenná reprezentujúca výnosy a nech $L(X) = -X$ je funkcia strát, potom možno matematicky definovať Value at Risk (VaR) takto:

$$P(L(X) < VaR_{\alpha}) = 1 - \alpha$$

prípadne

$$P(-X < VaR_{\alpha}) = 1 - \alpha$$

kde

X - je náhodná premenná reprezentujúca hodnotu výnosov a

α - je hladina spoľahlivosti,⁷ kde $\alpha \in (0,1)$.

Môžeme ho získať aj v podobe riešenia úlohy:

$$VaR_{\alpha} = \inf\{l \in R: P(L(X) < l) \geq 1 - \alpha\}, \alpha \in (0,1)$$

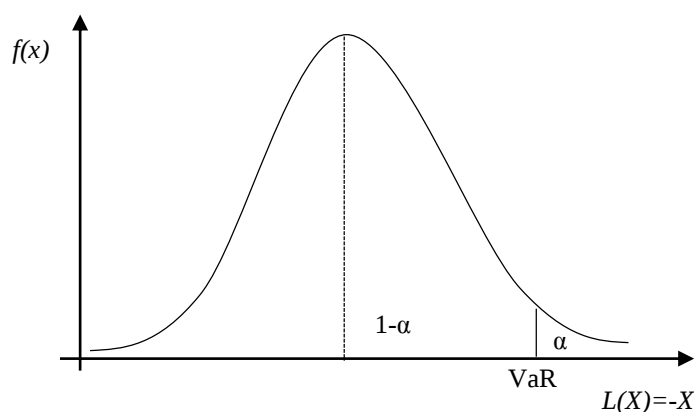
⁷ Pekár, J.: *Modely matematického programovania na výber portfólia*, Bratislava: EKONÓM, 2015, ISBN 978-80-225-4057-5, str. 26

prípadne

$$VaR_\alpha = \inf\{l \in \mathbb{R} : P(-X < l) \geq 1 - \alpha\}, \alpha \in (0,1)$$

VaR predstavuje jednostranný interval spoľahlivosti možných strát hodnoty investície, ktoré vznikajú pri vzniku zmien cenných papierov, úrokových mier, prípadne výmenných kurzov.

Obrázok 1: Grafické zobrazenie miery rizika VaR



Zdroj: vlastné spracovanie

3.2.2 Meranie rizika pomocou miery rizika CVaR

Vo finančnej literatúre môžeme Conditional Value at Risk nájsť pod pojmami: *Mean Excess Loss*, *Mean Shortfall* alebo *Tail VaR* (Uryasev, 2000). S mierou rizika v podobe CVaR sme sa mohli stretnúť predovšetkým v poisťovníctve. Avšak čoraz viac sa začína objavovať aj vo finančnom sektore.

Conditional, prípadne Podmienенý Value at Risk je úzko spojený s Value at Risk, ale poskytuje niekoľko výrazných výhod. CVaR je koherentnou mierou rizika pre akýkoľvek typ rozdelenia straty. Slúži na zmiernenie problémov, ktoré prináša VaR, tým že sa upriamuje na chvost normálneho rozdelenia strát. Výhodou je tiež, že pri riešení úloh výberu portfólia je možná transformácia na úlohu lineárneho programovania.

CVaR môžeme definovať ako očakávanú stratu presahujúcu hodnotu VaR. Znamená to, že berie do úvahy len tie hodnoty strát, ktoré sú vyššie ako hodnota VaR.

Hodnotu CVaR následne zapíšeme ako:

$$CVaR_\alpha(X) = E(L(X)|L(X)) \geq VaR_\alpha$$

prípadne

$$CVaR_{\alpha}(X) = E(-X | -X \geq VaR_{\alpha}) \geq VaR_{\alpha}$$

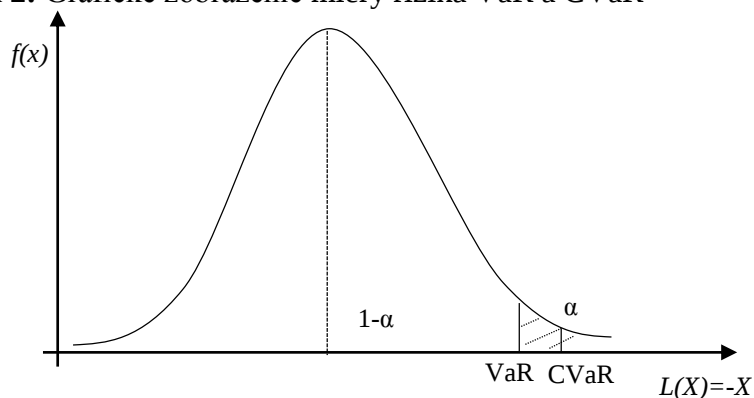
kde

X - predstavuje náhodnú premennú reprezentujúcu výnos,

$L(X)$ - funkciu strát náhodnej premennej X a

VaR_{α} - hodnotu zisku.

Obrázok 2: Grafické zobrazenie miery rizika VaR a CVaR



Zdroj: vlastné spracovanie

Využitie spomínaných alternatívnych mier rizika VaR a CVaR využívame pri tvorbe optimalizačných modeloch, napríklad v investičných spoločnosti, brokerskej spoločnosti, ako i v oblasti podielových fondoch.

3.3 Meranie výkonnosti portfólia

Pojem miera výkonnosti bola prvýkrát definovaná v teórii vypracovanej autorom Sharpe v roku 1994. Sharpeov pomer bol označovaný ako Reward-to-Variability Ratio (*odmena za volatilitu*). Berie do úvahy rizikový profil investície, pričom priemernú výkonnosť portfólia uvádza nad úrovňou výnosov bezrizikového aktíva. Čím je tento ukazovateľ vyšší, tým je výkonnosť portfólia vyššia vzhľadom na rizikovosť.

V nasledujúcich podkapitolách budeme vychádzať zo základného Sharpeovho (1964) matematického zápisu:

$$S_p(\mathbf{r}) = \frac{E(\mathbf{r}) - r_f}{\sigma(\mathbf{r})}$$

kde

$E(\mathbf{r})$ - očakávaný výnos portfólia,

r_f - výnos bezrizikového aktíva,

$\sigma(\mathbf{r})$ - štandardná odchýlka výnosov portfólia.

3.3.1 Miera výkonnosti na báze VaR

Analýza mier výkonnosti na báze Value at Risk vychádza z publikácie zo Sharpeovho pomeru, kde ako miery rizika sú použité VaR a CVaR namiesto rozptylu.

Meranie výkonnosti je výsledkom kvantifikácie vhodne zvolenej investičnej stratégie. Zaoberať sa budeme analýzou miery výkonnosti portfólia založeného na miere rizika VaR. Ako sme už spomínali, v uvedených výpočtoch budeme vychádzať z náhodnej premennej X reprezentovanej vektorom $\mathbf{r}$.

Ak budeme predpokladať existenciu spojitej náhodnej premennej X a jej funkciu hustoty pravdepodobnosti $f(x)$, $x \in X$, matematicky môžeme Value at Risk definovať ako $P(-X < VaR) = 1 - \alpha$, kde X reprezentuje náhodnú premennú hodnotu ziskov a strát a α predstavuje hladinu významnosti.

Potom môžeme výkonnosť portfólia určiť ako podiel výnosu aktíva zníženého o bezrizikovú mieru r_f a hodnoty VaR:

$$S_{VaR}(\mathbf{r}) = \frac{E(\mathbf{r}) - r_f}{VaR_{\alpha}(\mathbf{r})}$$

Avšak okrem VaR možno použiť ako mieru rizika i CVaR. Podmienenu hodnotu CVaR získame ako vážený priemer hodnôt X , ktoré sú menšie ako VaR. Následne určíme výkonnosť portfólia ako podiel výnosu aktíva zníženého o bezrizikovú mieru r_f a hodnoty CVaR:

$$S_{CVaR}(\mathbf{r}) = \frac{E(\mathbf{r}) - r_f}{CVaR_{\alpha}(\mathbf{r})}$$

3.4 Modely výberu portfólia na báze VaR

Vychádzame z predpokladu, že náhodná premenná X bude reprezentovaná výnosmi aktív označená vektorom $\mathbf{r}$, ako bolo vysvetlené na začiatku tretej kapitoly.

Pri tvorbe modelu portfólia je potrebné brať do úvahy určité riziko, ktoré sa snažíme minimalizovať. Kríza v roku 2008 spôsobila stratu nejednému investorovi, preto je potrebné finančný trh sledovať, aby investícia dosiahla čo najlepší výsledok.

Aby sa vedel investor správne rozhodnúť, budeme sa zaoberať určitými modelmi výberu portfólia, ktoré viac popíšeme v nasledujúcich podkapitolách. Zároveň na reálnych dátach ukážeme, aké riziko a výnos by priniesli nami vybrané akciové spoločnosti pri investovaní voľných finančných prostriedkoch.

Samotné výpočty budeme realizovať prostredníctvom príslušných funkcií MS Excelu a doplnku Risk Solver Platform, ktorý sme získali z oficiálnej stránky www.solver.com na výskumné účely.

3.4.1 Model výberu portfólia v priestore očakávaný výnos a CVaR

Pri optimalizácii skladby portfólia je hlavným cieľom úlohy matematického programovania nájsť takú hodnotu optimálnych váh, pri ktorej hodnota rizika CVaR bude čo najnižšia a hodnota výnosu najvyššia.

Odvolaním sa na definíciu CVaR v podkapitole 3.2.2 a pri stanovenej úrovni výnosu môžeme definovať úlohu matematického programovania nasledovne.

„Nech r_{jt} je t -ta zložka ($t = 1, 2, \dots, T$) diskkrétnej náhodnej premennej X_j reprezentovanej vektorom výnosov $\mathbf{r}_j$ pre $j = 1, 2, \dots, n$. Nech w_j je podiel j -teho aktíva na celkovej investícii. Funkcia CVaR pre diskkrétne náhodnú premennú má nasledujúci tvar:

$$CVaR_{\alpha}(\mathbf{w}) = VaR_{\alpha} - \frac{1}{\alpha} E[(\mathbf{r}^T \mathbf{w} + VaR_{\alpha})_-]$$

$$CVaR_{\alpha}(\mathbf{w}) = VaR_{\alpha} + \frac{1}{\alpha} \sum_{t=1}^T p_t \max(-VaR_{\alpha} - \sum_{j=1}^n r_{jt} w_j, 0) \text{ } ^{8}$$

⁸ Pekár, J.: *Modely matematického programovania na výber portfólia*, Bratislava: EKONÓM, 2015, ISBN 978-80-225-4057-5, str. 41

Úlohou matematického programovania je minimalizácia rizika v priestore CVaR a očakávaný výnos. Môžeme ju zapísať nasledovne:

$$\min \left\{ VaR_{\alpha} + \frac{1}{\alpha} \sum_{t=1}^T p_t \max(-VaR_{\alpha} - \sum_{j=1}^n r_{jt} w_j, 0) \right\}$$

za podmienok:

$$\sum_{j=1}^n E_j w_j \geq E_p$$

$$\sum_{j=1}^n w_j = 1$$

$$w_1, w_2, \dots, w_n \geq 0$$

Na zjednodušenie výpočtu úlohy môžeme použiť transformáciu vzťahu $\max(-VaR_{\alpha} - \sum_{j=1}^n r_{jt} w_j, 0)$ na premenné z_t , kde $z_t \geq 0$ ($t = 1, 2, \dots, T$), pričom budú nadobúdať hodnotu rozdielu medzi VaR a výnosom portfólia v čase t , ak je výnos nižší ako VaR, alebo sa budú rovnať nule. Následne úlohu matematického programovania zapíšeme ako:

$$\min \left\{ VaR_{\alpha} + \frac{1}{\alpha} \sum_{t=1}^T p_t z_t \right\}$$

za podmienok:

$$z_t + \sum_{j=1}^n r_{jt} w_j + VaR_{\alpha} \geq 0 \quad t = 1, 2, \dots, T$$

$$\sum_{j=1}^n E_j w_j \geq E_p$$

$$\sum_{j=1}^n w_j = 1$$

$$w_1, w_2, \dots, w_n \geq 0 \quad z_1, z_2, \dots, z_T \geq 0$$

Je zrejmé, že pri investovaní investor berie v úvahu určité riziko, ktoré je ochotný akceptovať. Na to, aby sa na základe averzie k riziku správne rozhodol, vygenerujeme efektívnu množinu portfólia. Môžeme ju charakterizovať ako množinu, na ktorej očakávame maximálnu výnosnosť pri rozličných úrovniach rizika alebo ako minimálne riziko podstupené pri rozličných úrovniach výnosnosti (Sharpe, 1994).

Efektívna množina posluží investorovi na vyjadrenie svojej preferencie v čase investovania, nakoľko averzia k riziku znamená, že investor je ochotný odmietnuť poctivú stávku (Mlynarovič, 2001).

3.4.2 Model výberu portfólia s použitím miery výkonnosti CVaR

Zaoberať sa budeme riešením jednokriteriálnej úlohy s odvolaním sa na začiatok tretej kapitoly a Sharpeovho pomeru. Následne definujeme model výberu portfólia použitím miery výkonnosti CVaR.

Na základe analýzy miery výkonnosti ako podielu dodatočného výnosu a CVaR môžeme zostrojiť model, kde uvažujeme o diskkrétnej náhodnej premennej r_{jt} ($t = 1, 2, \dots, T$) reprezentovanej ako vektor výnosov $\mathbf{r}_j$ pre $j = 1, 2, \dots, n$. Zároveň očakávanú hodnotu náhodnej premennej vyjadríme ako vážený priemer, pričom predpokladáme rovnakú pravdepodobnosť nastania jednotlivých javov. Podiel aktíva na celkovej investícii označíme ako w_j . Funkciu CVaR môžeme potom zapísať pomocou vzťahu:

$$CVaR_{\alpha}(\mathbf{w}) = VaR_{\alpha} + \frac{1}{\alpha} \sum_{t=1}^T p_t \max(-(VaR_{\alpha} + \sum_{j=1}^T r_{jt} w_j), 0)$$

Úlohou optimalizácie na takejto miere výkonnosti je minimalizácia rizika, ktorú definujeme ako podiel dodatočného očakávaného výnosu a CVaR. Preto spomínaná úloha má nasledovný tvar:

$$\max \left\{ \frac{\sum_{t=1}^T E_j w_j - r_f}{\left(VaR_\alpha + \frac{1}{\alpha} \sum_{t=1}^T p_t z_t \right)} \right\}$$

za podmienok:

$$z_t + \sum_{j=1}^n r_{jt} w_j + VaR_\alpha \geq 0 \quad t = 1, 2, \dots, T$$

$$\sum_{j=1}^n w_j = 1$$

$$w_1, w_2, \dots, w_n \geq 0 \quad z_1, z_2, \dots, z_T \geq 0$$

Počas riešenia tejto úlohy však dochádza k situácii, keď menovateľ môže nadobudnúť hodnotu rovnú nule, čo vedie k neriešiteľnosti úlohy. Použijeme teda transformáciu vstupných dát.

Vychádzame z predpokladu, že existuje výnos r_{jt} , j -tého aktíva ($j = 1, 2, \dots, n$) v čase t ($t = 1, 2, \dots, T$).

Určíme si hodnotu $h = \max \{ r_{jt}, j = 1, 2, \dots, n, t = 1, 2, \dots, T \}$, potom $r_{jt}^* = r_{jt} - h$, $j = 1, 2, \dots, n, t = 1, 2, \dots, T$ (Pekár, 2015).

Keďže pre uvedenú mieru výkonnosti platí vlastnosť translačnej invariance $\rho(X + a) = \rho(X) - a$, pre každé $c, X \in A$:

kde

ρ - funkcia rizika,

a - konštanta.

Predchádzajúcu operáciu možno realizovať na hodnotách výnosov v podobe zníženia všetkých výnosov, čo spôsobí zvýšenie rizika o hodnotu h pre všetky aktíva, pričom uvedená operácia ovplyvní výber portfólia.

Transformáciou sme získali stav, keď hodnota VaR nebude záporná a úloha je riešiteľná pomocou vzťahu:

$$\max \left\{ \frac{\sum_{t=1}^T E_j w_j - r_f}{(VaR_\alpha + \frac{1}{\alpha} \sum_{t=1}^T p_t z_t)} \right\}$$

za podmienok:

$$z_t + \sum_{j=1}^n r_{jt}^* w_j + VaR_\alpha \geq 0 \quad t = 1, 2, \dots, T$$

$$\sum_{j=1}^n w_j = 1$$

$$w_1, w_2, \dots, w_n \geq 0 \quad z_1, z_2, \dots, z_T \geq 0 \quad VaR_\alpha \geq 0$$

Riešením úlohy budú výsledné hodnoty podielov v jednotlivých aktívach z celkovej investovanej sumy.

4 Výber portfólia na báze VaR použitím údajov z NASDAQ

V tejto časti aplikujeme spomínanú teóriu na konkrétne dáta a získané výsledky sa pokúsime interpretovať. Najskôr sa budeme venovať výpočtu očakávaných výnosov a riziku, ktoré nami zvolené akciové spoločnosti na trhu podstupujú pri sledovaní denných dát. Následne sa zameriame na výkonnosť portfólia a výpočtom samotných modelov portfólia.

Cieľom každého portfólia je rozdeliť investície medzi viaceré aktíva tak, aby sme dosiahli čo najmenšie riziko investovania. Každý investor sa racionálne rozhoduje, do ktorých aktív chce investovať a do ktorých nie. Rozhodli sme sa, že ako príklad na vytvorenie konkrétneho portfólia použijeme akciové spoločnosti, ktorých výnos je charakterizovaný indexom. Indexy sú ukazovatele výnosnosti zahrňujúce akcie, dlhopisy, komodity a podobne, ktoré majú spoločnú charakteristiku, či už z geografického alebo technologického hľadiska.

Modelový príklad sa bude skladať z indexu NASDAQ Composite (*National Association of Securities Dealers Automated Quotations*). Index meria vývoj všetkých akcií obchodovaných na The Nasdaq Stock Market, a to i v prípade amerických a aj neamerických. V súčasnosti obsahuje viac ako 3000 spoločností, z ktorých sme vybrali 30 z rôznych odvetví. Vybrané spoločnosti spolu so skratkou používanou na trhu sme zobrazili v tabuľke 1.

Vybraný index vznikol 8. februára 1971. Pre zaradenie spoločností do NASDAQ Composite musí byť cenný papier kótovaný výhradne na akciovom trhu NASDAQ a spĺňať ďalšie kritéria stanovené spoločnosťou NASDAQ, ale nemusí mať sídlo na území Spojených štátov.

Nakoľko dve tretiny indexu tvoria technologické firmy, investori ho často používajú ako meradlo pre stanovenie zdravia technologických akcií. Patria sem zo svetovej rady giganty ako Apple, Amazon, Microsoft, Oracle, Google, Intel a iné.

Tabuľka 1: Prehľad vybraných spoločností

<i>P.č.</i>	<i>Názov spoločnosti</i>	<i>Skratka</i>	<i>Pôsobenie</i>
1.	Apple Inc.	AAPL	Elektronika
2.	B Communications Ltd	BCOM	Technológia
3.	Bank Mutual Corporation	BKMU	Finančný sektor
4.	Churchill Downs Inc.	CHDN	Služby – herné aktivity
5.	DepoMed Inc.	DEPO	Zdravotná starostlivosť
6.	Electronic Arts Inc.	EA	Multimédia
7.	Farmer Brothers Co.	FARM	Spracovanie a balenie tovaru
8.	First Citizens Bancshares Inc.	FCNCA	Finančný sektor
9.	German American Bancorp Inc.	GABC	Regionálne banky
10.	Hawaiian Holdings Inc.	HA	Regionálne aerolínie
11.	Intel Corporation	INTC	Technológia
12.	Juno Therapeutics Inc.	JUNO	Biotechnológia
13.	Kingstone Companies, Inc.	KINS	Poistenie
14.	Multi-Color Corp.	LABL	Obchodné služby
15.	Liberty Global plc	LBTYA	CATV služby
16.	MGP Ingredients Inc.	MGPI	Spracovanie a balenie tovaru
17.	Motorcar Parts of America, Inc.	MPAA	Autodiely
18.	Natural Health Trends Corp.	NHTC	Osobné produkty
19.	Orthofix International N.V.	OFIX	Zdravotnícke zariadenia
20.	Pool Corp.	POOL	Športový tovar
21.	Royal Gold, Inc.	RGLD	Zlato
22.	Gibraltar Industries, Inc.	ROCK	Oceľ a železo
23.	Seneca Foods Corp.	SENEA	Spracovanie a balenie tovaru
24.	Silicon Motion Technology Corp.	SIMO	Elektronika
25.	U.S. Concrete, Inc.	USCR	Všeobecný stavebný materiál
26.	Meridian Bioscience, Inc.	VIVO	Diagnostické látky
27.	WashingtonFirst Bankshares Inc.	WFBI	Regionálne stredo-atlantické banky
28.	The York Water Company	YORW	Vodárne
29.	Beneficial Bancorp, Inc.	BNCL	Regionálne severo-východné banky
30.	Atlantic Tele-Network, Inc.	ATNI	Telekomunikačné služby

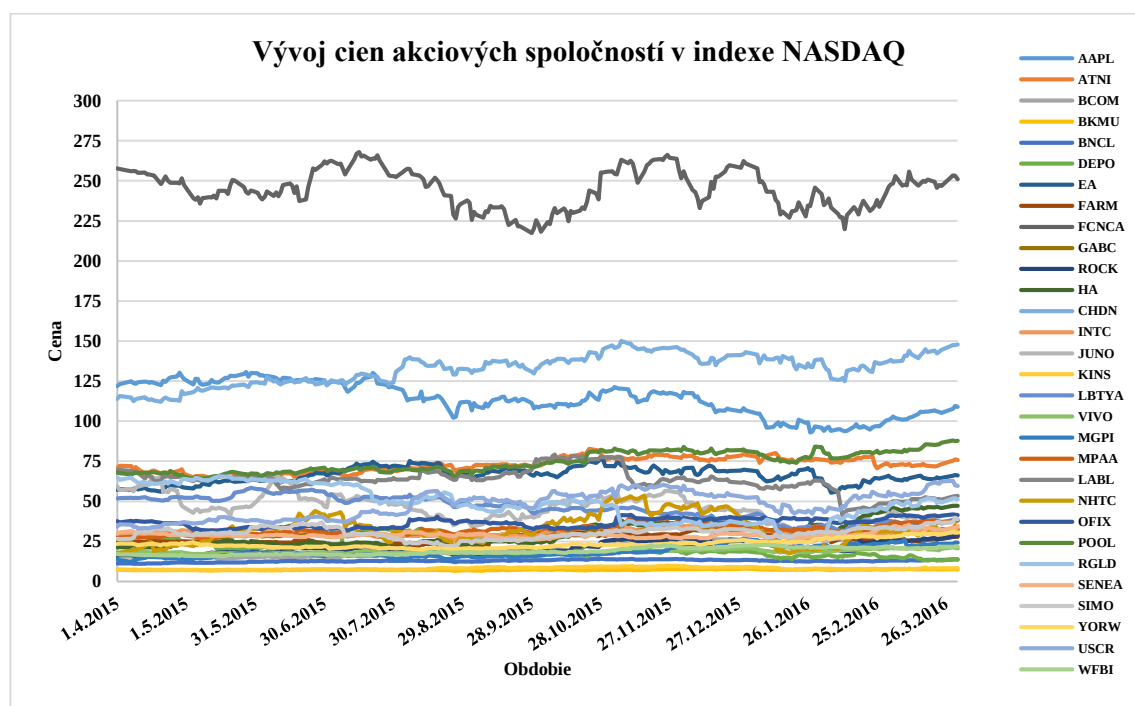
Zdroj: finance.yahoo.com

Skladá sa z komodít, derivátov, ETF fondov, dlhopisov a tiež i štruktúrovaných produktov. Avšak jeho nevýhodou je, že pracuje viac špekulatívne ako ostatné indexy. Kótované spoločnosti sú charakterizované vysokým rastovým potenciálom, čo je často sprevádzané vyšším rizikom takejto investície. Preto má index NASDAQ väčšiu volatilitu oproti iným indexom.

Úspešnosť modelu závisí od vhodného výberu dĺžky časového obdobia, v ktorom sú sledované historické ceny akcií. Na základe týchto cien je následne vypočítaná priemerná miera výnosu.

V našom modeli sme sa rozhodli sledovať historické ceny v období od 1.4.2015 do 31.3.2016, ktorých vývoj vidíme na nasledujúcom obrázku.

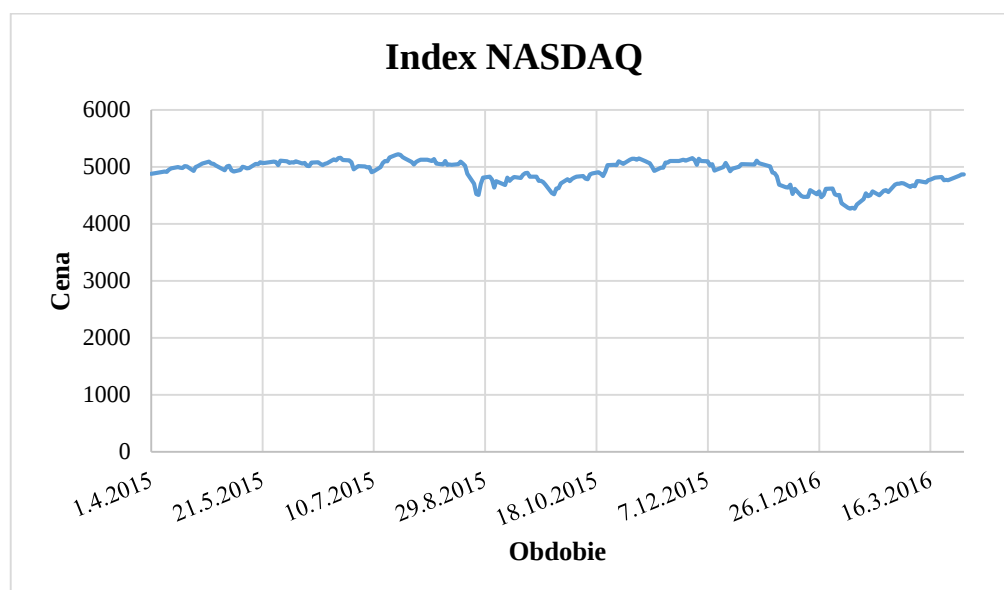
Obrázok 3: Vývoj cien spoločností od 1.4.2015 do 31.3.2016



Zdroj: vlastné spracovanie z finance.yahoo.com

Na základe obrázku vidíme, že priebeh vývoja cien samotných akciových spoločností zaznamenal niekoľko cenových poklesov, ktoré sú totožné s indexom vývoja cien zobrazeného na obrázku 4.

Obrázok 4: Vývoj indexu od 1.4.2015 do 31.3.2016



Zdroj: vlastné spracovanie z finance.yahoo.com

Výraznejšie straty indexu nastali na konci augusta a októbra 2015 a menší pokles zaznamenal aj vo februári 2016. Na konci sledovaného obdobia index vykazuje mierny nárast ceny na 4870 bodov. Celkový ročný výnos indexu je vo výške **1,55 %**.

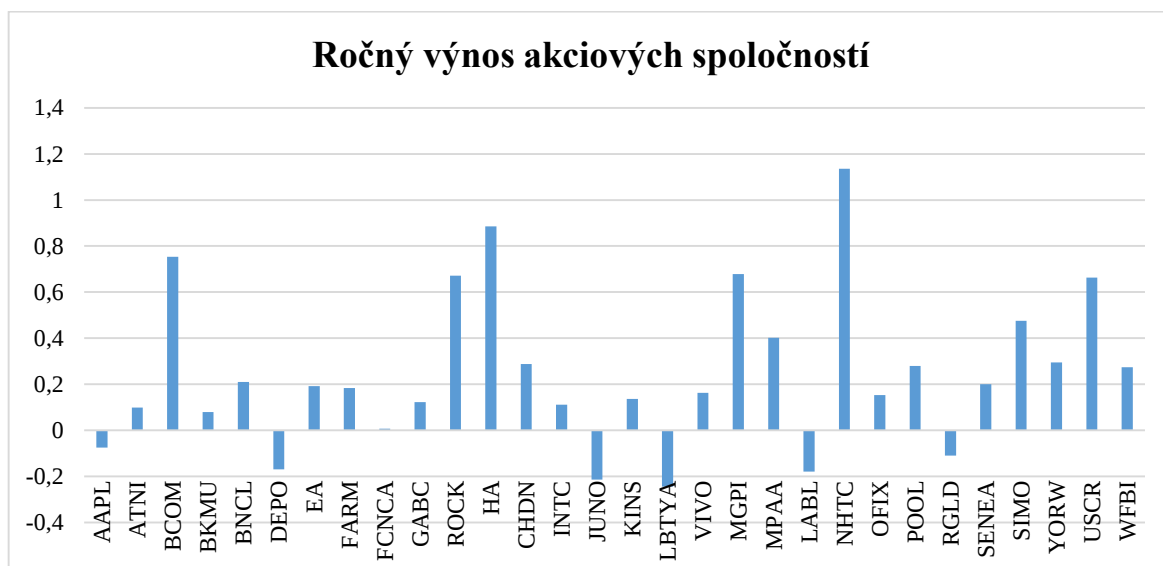
4.1 Výpočet výnosu a miery rizika CVaR

Na obrázku 3 môžeme vidieť, že vývoj cien vybraných akcií v priebehu roka nielen rástol, ale zaznamenal aj niekoľko pádov, čo môže byť spôsobené slabšou ekonomikou daných krajín zahrnutých v indexe NASDAQ.

Kvôli lepšej prehľadnosti sme zobrazili na obrázku 5 ročné výnosy jednotlivých akciových spoločností.

Vidíme, že najväčší ročný výnos nám priniesla akciová spoločnosť Natural Health Trends Corp. (NHTC) vo výške **113,59 %** a naopak najmenší výnos, dokonca až stratu priniesla spoločnosť Liberty Global plc (LBTYA) vo výške **24,55 %**.

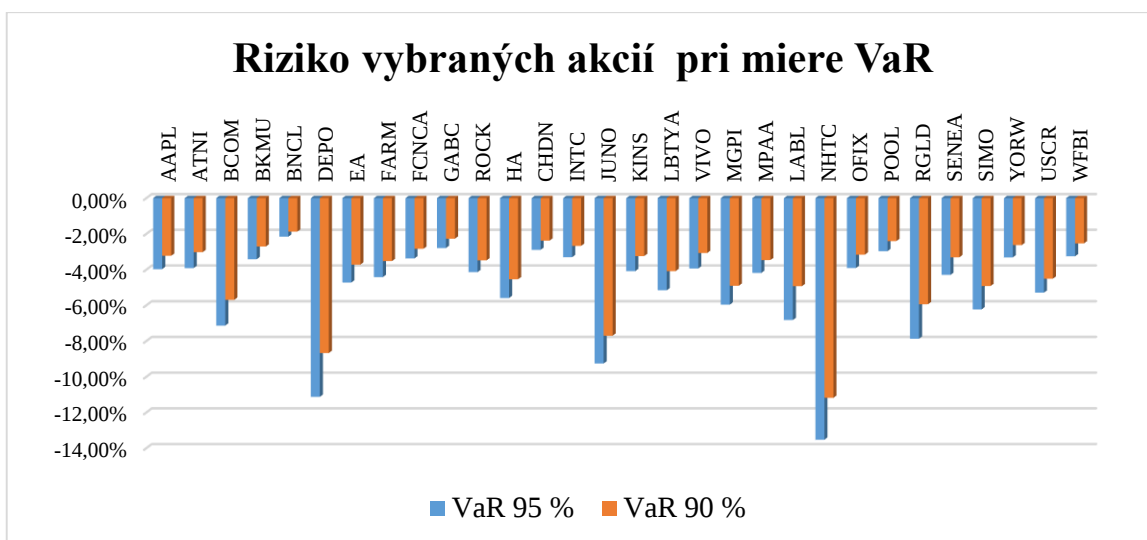
Obrázok 5: Výnos aktív od 1.4.2015 do 31.3.2016



Zdroj: vlastné spracovanie

Okrem výnosu je potrebné sledovať aj informácie ohľadom rizika straty finančných prostriedkov, ktoré priniesli akciové spoločnosti za sledované obdobie od 1.4.2015 do 31.3.2016. Kvôli lepšiemu prehľadu sme jednotlivé hodnoty zobrazili nižšie v obrázkoch samostatne pre miery rizika VaR a CVaR.

Obrázok 6: Riziko akcií pri miere VaR 90 % a 95 % reprezentujúca výnosy

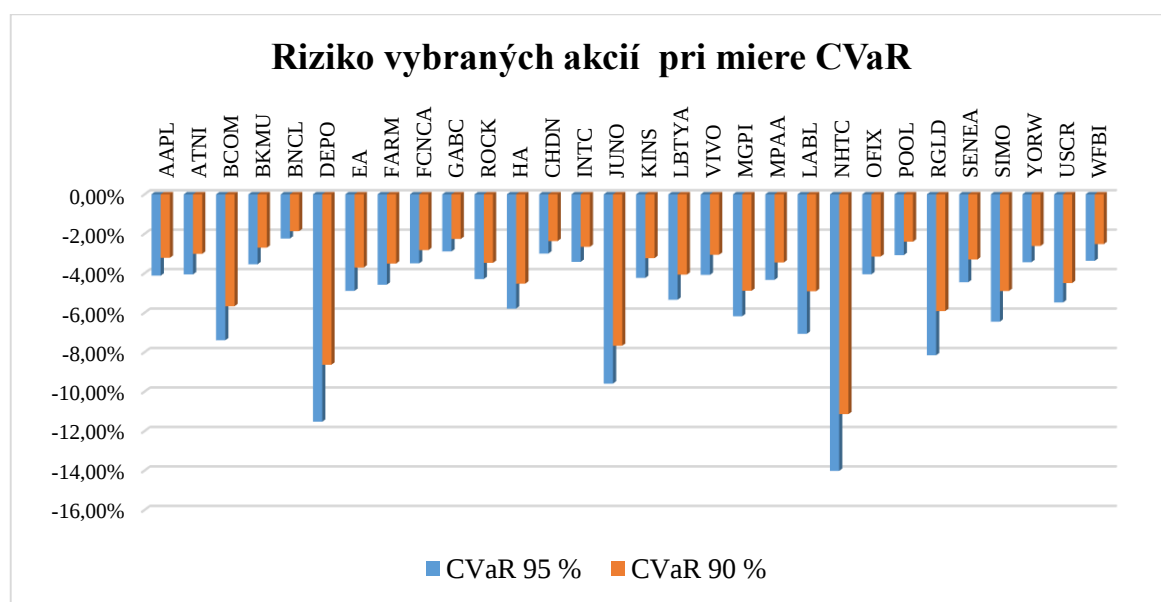


Zdroj: vlastné spracovanie

Miera VaR nám hovorí, aká bude strata investície s 5 % a 10 % pravdepodobnosťou. V prevedení na akciovú spoločnosť nám Natural Health Trends Corp. (NHTC) prinesie 10 % šancu straty investície pri zmene cien komodít vo výške minimálne **11,18 %** a vyššiu stratu.

V prípade 5 % hladiny významnosti máme šancu stratiť hodnotu investície minimálne vo výške **13,53 %** a vyššiu stratu.

Obrázok 7: Riziko akcií pri miere CVaR 90 % a 95 % reprezentujúca výnosy



Zdroj: vlastné spracovanie

Priemerná očakávaná strata akciovej spoločnosti Natural Health Trends Corp. (NHTC) na 5 % hladine významnosti bude vo výške **14,02 %**. Na 10 % hladine významnosti bude priemerná očakávaná strata vo výške **11,14 %**.

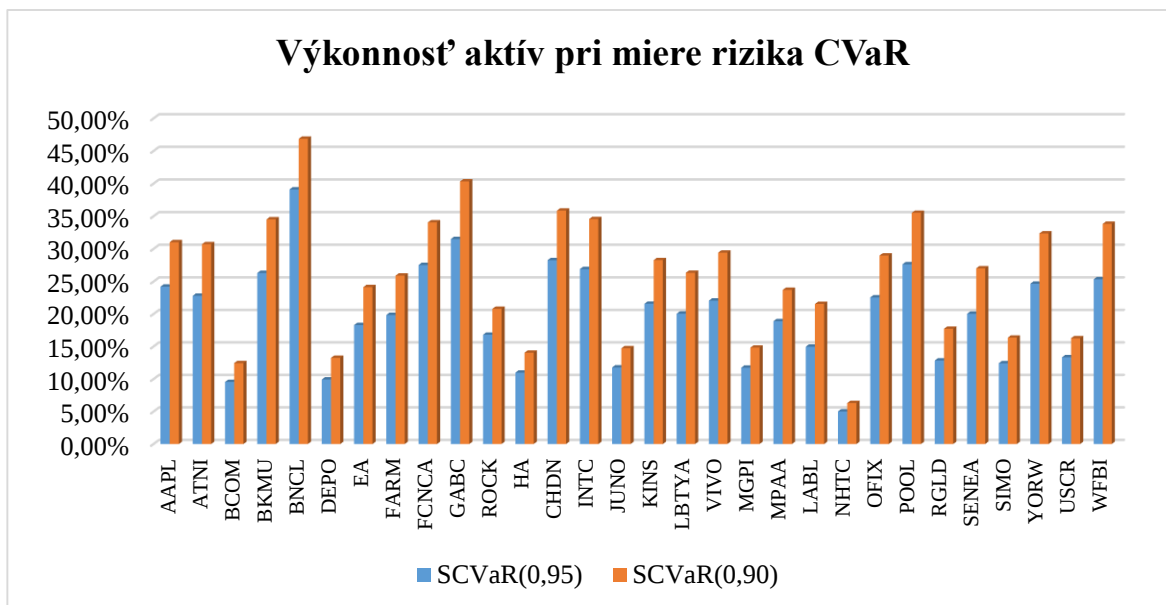
4.2 Výkonnosť jednotlivých aktív v portfóliu

Na základe vybraných akciových spoločností nás ako investora zaujíma, akú výkonnosť dosahujú aktíva pomocou miery rizika CVaR.

Vzorec, ktorý sme uviedli v podkapitole 3.3.1 hovorí o tom, že na to, aby sme získali výkonnosť portfólia, je potrebné zohľadniť aj bezrizikovú úrokovú mieru. Ako bezrizikovú úrokovú mieru r_f s hodnotou **0,95 %** sme použili spoločnosť Goldcorp Inc. (GG).

Hladina významnosti je na úrovni 5% a 10 %.

Obrázok 8: Výkonnosť aktív v portfóliu



Zdroj: vlastné spracovanie

Vidíme, že pri hladine významnosti 10 % je výkonnosť aktív vyššia ako pri hladine významnosti 5 %, čo spôsobilo väčší počet pozorovaní. Najväčšiu výkonnosť zo všetkých aktív zabezpečuje spoločnosť s Beneficial Bancorp, Inc. (BNCL) v podobe **46,87 %** na 10 % hladine významnosti a pri 5 % hladine vo výške **39,11 %**.

V opačnom prípade, najmenšiu výkonnosť pri 10 % hladine významnosti získame pri spoločnosti Natural Health Trends Corp. (NHTC) so **6,31 %** a na 5 % hladine vo výške **5,01 %**.

4.3 Generovanie efektívnej množiny výberu portfólia v priestore očakávaný výnos a CVaR

V podkapitole 3.4.1 sme sa zaoberali minimalizačnou úlohou matematického programovania na výpočet optimálnych váh pri minimálnou riziku. Bolo potrebné určiť hladinu významnosti α , čo pri vybraných aktívach indexu NASDAQ bude vo výške 10 %.

Aby bolo možné vygenerovať efektívnu množinu, museli byť splnené podmienky optimálnosti.

Riešenie optimalizačnej úlohy sme získali použitím excelovského doplnku Risk Solver Platform, ktoré sme zobrazili nižšie v tabuľke. Uvažovali sme o investícií bez krátkodobých predajov a bez možnosti investovania do bezrizikového aktíva.

Tabuľka 2: Generovanie množiny portfólia vybraných aktív

<i>Výnos</i>	35,00%	40,00%	45,00%	50,00%
<i>Riziko</i>	18,89%	18,87%	18,95%	19,27%
<i>AAPL</i>	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
<i>ATNI</i>	0,28%	0,00%	0,00%	0,00%
<i>BCOM</i>	0,00%	0,00%	2,58%	1,29%
<i>BKMU</i>	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
<i>BNCL</i>	3,70%	13,60%	11,39%	0,00%
<i>DEPO</i>	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
<i>EA</i>	3,19%	1,16%	0,00%	2,21%
<i>FARM</i>	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
<i>FCNCA</i>	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
<i>GABC</i>	5,08%	0,00%	0,00%	0,00%
<i>ROCK</i>	0,00%	2,53%	1,97%	0,86%
<i>HA</i>	16,33%	19,77%	21,20%	22,43%
<i>CHDN</i>	10,31%	8,39%	9,66%	0,00%
<i>INTC</i>	9,88%	0,00%	0,00%	0,00%
<i>JUNO</i>	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
<i>KINS</i>	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
<i>LBTYA</i>	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
<i>VIVO</i>	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
<i>MGPI</i>	0,00%	0,00%	0,00%	4,27%
<i>MPAA</i>	0,00%	0,34%	1,69%	2,87%
<i>LABL</i>	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
<i>NHTC</i>	0,38%	0,17%	1,34%	4,07%
<i>OFIX</i>	4,16%	0,00%	0,00%	0,00%
<i>POOL</i>	15,39%	16,63%	12,83%	17,19%
<i>RGLD</i>	0,00%	1,63%	0,00%	0,00%
<i>SENEA</i>	2,74%	1,57%	2,67%	4,69%
<i>SIMO</i>	1,41%	0,00%	0,00%	0,00%
<i>YORW</i>	11,06%	11,26%	6,08%	8,57%
<i>USCR</i>	0,49%	1,50%	4,75%	6,60%
<i>WFBI</i>	15,58%	21,46%	23,84%	24,93%

Zdroj: vlastné spracovanie

Môžeme skonštatovať, že ak budeme očakávať výnos portfólia vo výške **40 %**, naša investícia sa rozdelí na týchto **13 aktív**. Beneficial Bancorp, Inc. (BNCL) vo výške 13,6 %, Electronic Arts Inc. (EA) s 1,16 %, Gibraltar Industries, Inc. (ROCK) s 2,53 %. Do Hawaiian Holdings Inc. (HA) vložíme 19,77 % investície, Churchill Downs Inc. (CHDN) 8,39 %,

Motorcar Parts of America, Inc. (MPAA) 0,34 %, o niečo menej s 0,17 % bude tvoriť portfólio akciová spoločnosť Natural Health Trends Corp. (NHTC). 16,63 % bude patriť spoločnosti Pool Corp. (POOL), 11,26 % The York Water Company (YORW) a 21,46 % spoločnosti WashingtonFirst Bankshares Inc. (WFBI). Zvyšné percentá sa rozdelia medzi spoločnosti Royal Gold, Inc. (RGLD) vo výške 1,63 %, Seneca Foods Corp. (SENEA) s 1,57 % a U.S. Concrete, Inc. (USCR) vo výške 1,5 %.

Takáto kombinácia aktív bude vo vytvorenom portfóliu predstavovať mieru rizika straty finančných prostriedkov vo výške **18,87 %**, ktorá sa s nárokom na vyšší výnos bude postupne zvyšovať.

Vygenerovali sme efektívnu množinu výberu portfólia na vybraných akciových spoločnostiach. Obrázok 9 hovorí o situácii, kde pri snahe získať maximálny výnos podstúpime zároveň aj najväčšie riziko. Výber portfólia je individuálne rozhodnutie investora, ktoré závisí od jeho averzie k riziku.

Obrázok 9: Efektívna množina výberu portfólia na vybraných aktívach



Zdroj: vlastné spracovanie

Nakoľko pracujeme s dvomi hladinami významnosti, na porovnanie si zobrazíme situáciu, aké riziko a rozdelenie aktív by bolo v prípade 5 % a 10 % hladiny významnosti s očakávaným výnosom **0,4 %**. Použijeme na to tabuľku číslo 3, ktorú sme získali opäť pomocou Solveru.

Tabuľka 3: Porovnanie rizika pri očakávanom výnose 0,4 %

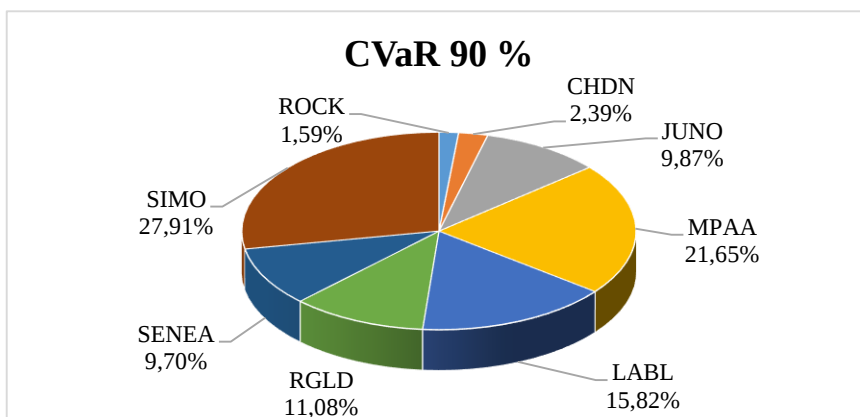
	<i>VaR(90 %)</i>	<i>VaR(95 %)</i>
<i>Riziko</i>	16,43%	8,73%
<i>AAPL</i>	0,00%	0,00%
<i>ATNI</i>	0,00%	0,00%
<i>BCOM</i>	0,00%	0,00%
<i>BKMU</i>	0,00%	0,00%
<i>BNCL</i>	0,00%	0,00%
<i>DEPO</i>	0,00%	0,00%
<i>EA</i>	0,00%	0,00%
<i>FARM</i>	0,00%	0,00%
<i>FCNCA</i>	0,00%	0,00%
<i>GABC</i>	0,00%	0,00%
<i>ROCK</i>	1,59%	13,60%
<i>HA</i>	0,00%	0,00%
<i>CHDN</i>	2,39%	0,00%
<i>INTC</i>	0,00%	0,00%
<i>JUNO</i>	9,87%	0,00%
<i>KINS</i>	0,00%	4,78%
<i>LBTYA</i>	0,00%	0,00%
<i>VIVO</i>	0,00%	0,00%
<i>MGPI</i>	0,00%	0,00%
<i>MPAA</i>	21,65%	0,00%
<i>LABL</i>	15,82%	0,00%
<i>NHTC</i>	0,00%	0,00%
<i>OFIX</i>	0,00%	0,00%
<i>POOL</i>	0,00%	0,00%
<i>RGLD</i>	11,08%	0,00%
<i>SENEA</i>	9,70%	11,97%
<i>SIMO</i>	27,91%	30,31%
<i>YORW</i>	0,00%	0,00%
<i>USCR</i>	0,00%	26,34%
<i>WFBI</i>	0,00%	12,99%

Zdroj: vlastné spracovanie

Vidíme, že pri zvolenej hladine významnosti 10 % je riziko CVaR vyššie, čo spôsobilo aj väčší počet pozorovaní najvyšších strát.

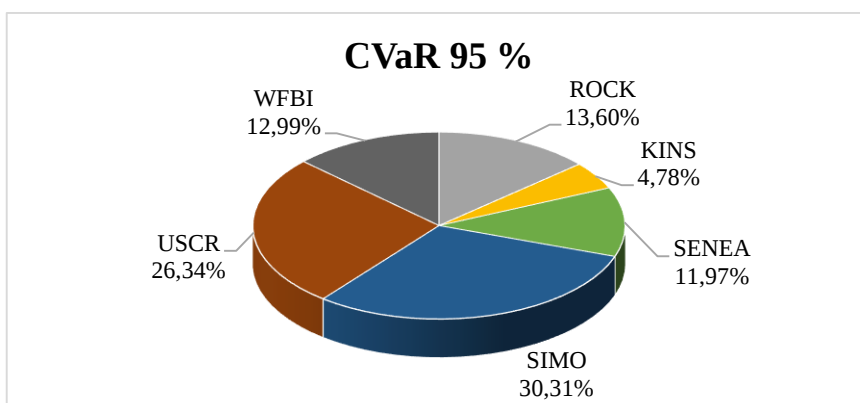
V prípade, ak budeme brať do úvahy $VaR_{0,95}$, kde dosahuje naša investícia menšie riziko, rozdelíme ju do **6 akciových spoločností**. Pri $VaR_{0,90}$ by bola investícia rozdelená do **8 akciových spoločností**. Optimálne rozloženie investície sme zobrazili pri minimálnom riziku CVaR na nasledujúcich obrázkoch 10 a 11.

Obrázok 10



Zdroj: vlastné spracovanie

Obrázok 11



Zdroj: vlastné spracovanie

Na obrázku 10 vidíme, že najväčší podiel na celkovej investícii majú spoločnosti Silicon Motion Technology Corp. (SIMO), Motorcar Parts of America, Inc. (MPAA), Multi-Color Corp. (LABL) a Royal Gold, Inc. (RGLD), čo v prípade obrázku 11 patrí tento podiel spoločnostiam Silicon Motion Technology Corp. (SIMO) a U.S. Concrete, Inc. (USCR).

Najmenší podiel na investícií patrí pri VaR 90 % akcii Gibraltar Industries, Inc. (ROCK) a Churchill Downs Inc. (CHDN), čo v prípade VaR 95 % akcii Kingstone Companies, Inc. (KINS).

4.4 Výber portfólia s použitím miery výkonnosti založenej na CVaR

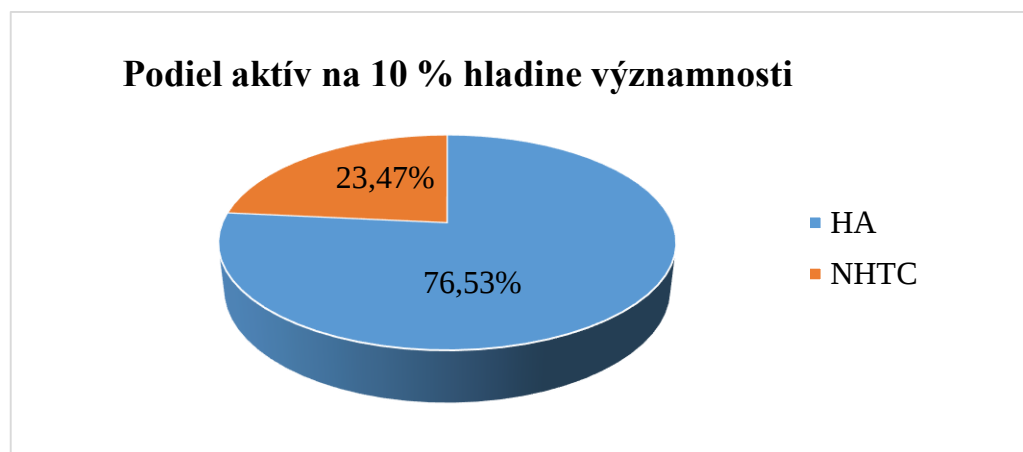
Aby bolo možné získať model výberu portfólia charakterizovaného v podkapitole 3.4.2 pomocou miery výkonnosti založenej na CVaR, bolo potrebné uskutočniť transformáciu výnosov a upraviť ich o hodnotu **0,13506** pre všetky aktíva. Získali sme ju výberom maximálnej hodnoty z bežného výnosu aktív, v prípade ak výber portfólia uskutočníme na 10 % hladine významnosti

Po úprave sme pokračovali výpočtami potrebných ukazovateľov pre riešenie jednokriteriálnej maximalizačnej úlohy.

Do úvahy budeme brať aj bezrizikovú úrokovú mieru spoločnosti Goldcorp Inc. s hodnotou 0,95 %.

Na výpočet sme opäť použili doplnok Risk Solver Platform, kde bolo potrebné uviesť okrem cieľa aj príslušné podmienky úlohy. Výsledným riešením je podiel jednotlivých aktív z celkovej investovanej sumy, ktoré sme zobrazili na obrázku číslo 12.

Obrázok 12: Podiel aktív v portfóliu s použitím miery výkonnosti CVaR



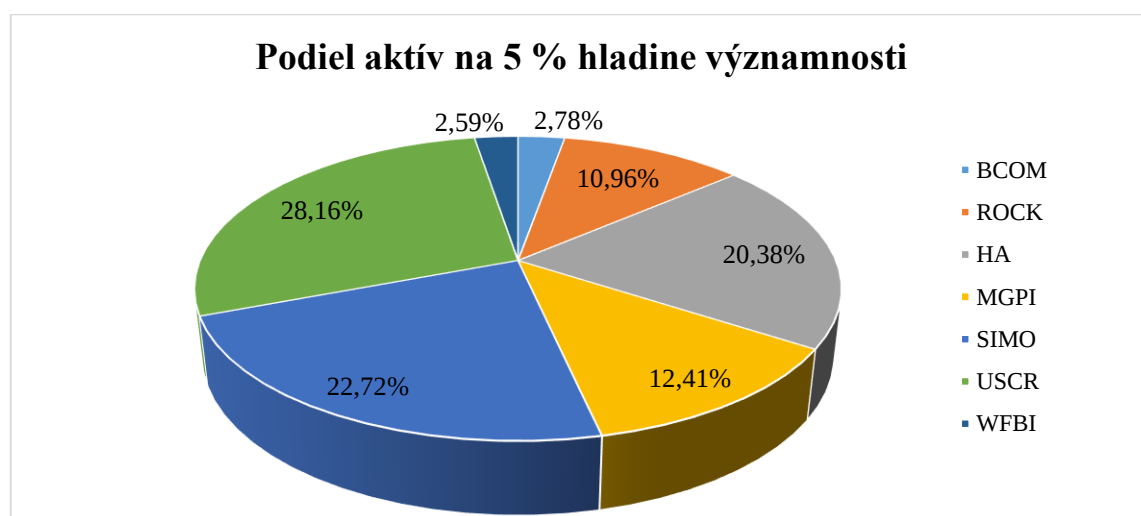
Zdroj: vlastné spracovanie

Toto portfólio dosiahne najväčšiu výkonnosť na 10 % hladine významnosti pri rozdelení investície do dvoch aktív. Výkonnosť, ktorú vytvorené portfólio získa je vo výške **33,73 %**. Vidíme, že najväčší podiel na 10 % hladine významnosti patrí akciovej spoločnosti Natural Health Trends Corp. (NHTC) so **76,53 %** a **23,47 %** patrí spoločnosti Hawaiian Holdings Inc. (HA).

Do úvahy však berieme aj 5 % hladinu významnosti. Opäť bolo potrebné uskutočniť transformáciu výnosov a upraviť ich hodnotu o **0,11818** pre všetky aktíva, ktorú sme získali výberom maximálnej hodnoty z bežného výnosu aktív na 5 % hladine významnosti.

Po zadaní modelu a podmienok optimálnosti, sme získali použitím Risk Solver Platform riešenie v podobe podielov jednotlivých aktív na celkovej investovanej sume. Pre lepšiu prehľadnosť sme vytvorili nasledujúci obrázok.

Obrázok 13: Podiel aktív v portfóliu s použitím miery výkonnosti CVaR



Zdroj: vlastné spracovanie

Získaná kombinácia siedmich aktív bude vo vytvorenom portfóliu predstavovať výkonnosť portfólia vo výške **23,03 %**. Vidíme, že najväčší podiel na 5 % hladine významnosti získala akciová spoločnosť U.S. Concrete, Inc. (USCR) s 28,16 %. Ako druhá je s podielom 22,72 % spoločnosť Silicon Motion Technology Corp. (SIMO), ďalej získali podiel Hawaiian Holdings Inc. (HA) s 20,38 %, MGP Ingredients Inc. (MGPI) s 12,41 %, Gibraltar Industries, Inc. (ROCK) s 10,96 %. S minimálnou zásluhou budú tvoriť podiel na investícii spoločnosti B Communications Ltd (BCOM) s 2,78 % a WashingtonFirst Bankshares Inc. (WFBI) s 2,59 %.

Na záver môžeme skonštatovať, že model zobrazuje konkrétne portfólia pri určitej výkonnosti modelu. Pri výbere portfólia pomocou miery výkonnosti založenej na CVaR, na hladine významnosti 10 % bude výkonnosť modelu väčšia v porovnaní s 5 % hladinou významnosti, čo ovplyvnil väčší počet pozorovaní.

4.5 Výsledky práce a porovnaní

Na vybraných 30 aktívach indexu NASDAQ Composite sme poukázali v podobe reálnych dát, aký výnos a riziko na báze VaR nám prinesie investícia spojená s týmito akciovými spoločnosťami.

Zistili sme, že v časovom intervale od 1.4.2015 do 31.3.2016 preukáže najväčší prínos spoločnosť Natural Health Trends Corp. (NHTC) v podobe 113,59 %. Treba podotknúť, že okrem výnosu môžeme rýchlo prísť aj vloženú investíciu, pretože na 10 % hladine významnosti vyšla táto spoločnosť zároveň ako najrizikovejšia, so stratou 11,18 %.

Výkonnosť jednotlivých aktív, konštruovaná na základe výnosu, bezrizikového aktíva vo výške 0,95 % a miery rizika CVaR, poukázala na skutočnosť, že najväčší prínos pri investovaní finančnej čiastky sme získali zásluhou spoločnosti Beneficial Bancorp, Inc. (BNCL) v podobe 46,87 % na 10 % hladine významnosti a pri 5 % hladine významnosti vo výške 39,11 %.

Pri generovaní efektívnej množiny výberu portfólia v priestore očakávaný výnos a CVaR sme pri snahe dospieť k výnosu vo výške 40 %, podstúpili riziko straty investície vo výške 18,87 %. Výber portfólia na základe vygenerovanej efektívnej množiny závisí od individuálneho prístupu investora vzhľadom na jeho averziu k riziku.

Riešením minimalizačnej úlohy matematického programovania sme dospeli k záveru, že napríklad pri stanovenej hodnote výnos na dosiahnutie 40 % výnosu z investovanej čiastky budeme musieť diverzifikovať riziko medzi 13 aktívami, ktoré sú: Beneficial Bancorp, Inc. (BNCL), Electronic Arts Inc. (EA), Gibraltar Industries, Inc. (ROCK), Hawaiian Holdings Inc. (HA), Churchill Downs Inc. (CHDN), Motorcar Parts of America, Inc. (MPAA), Natural Health Trends Corp. (NHTC), Pool Corp. (POOL), The York Water Company (YORW), WashingtonFirst Bankshares Inc. (WFBI), Royal Gold, Inc. (RGLD), Seneca Foods Corp. (SENEA) a U.S. Concrete, Inc. (USCR). Hodnoty podielov sú uvedené v tabuľke 2. Ostatné spoločnosti získali 0 % zastúpenie, pri takto vytvorenom portfóliu.

Na záver sme pomocou transformácie výnosov skonštruovali konkrétny model výberu portfólia s použitím miery výkonnosti založenej na CVaR.

Ukázalo sa, že na 10 % hladine významnosti bude najlepšie portfólio dosahovať výkonnosť vo výške 33,73 % pri skladbe z dvoch aktív, a to z Natural Health Trends Corp. (NHTC) a Hawaiian Holdings Inc. (HA) s hodnotami uvedenými na obrázku 12. Zvyšné

akciové spoločnosti na takto vytvorenom portfóliu s danou výkonnosťou budú mať 0 % zastúpenie.

Na hladine významnosti 5 % sme získali portfólio s maximálnou výkonnosťou 23,03 %, ktoré sa skladá zo siedmich aktív v zastúpení týchto akciových spoločností: U.S. Concrete, Inc. (USCR), Silicon Motion Technology Corp. (SIMO), Hawaiian Holdings Inc. (HA), MGP Ingredients Inc. (MGPI), Gibraltar Industries, Inc. (ROCK), B Communications Ltd (BCOM) a WashingtonFirst Bankshares Inc. (WFBI) s hodnotami uvedenými na obrázku 13. Ostatné spoločnosti získali 0 % zastúpenie vo vytvorenom portfóliu.

Záver

Hlavným cieľom diplomovej práce bolo poukázať na modely výberu portfólia pomocou jednej z najvyužívanějších mier rizika, Value at Risk.

Na to, aby sme mohli riešiť danú problematiku, bolo potrebné teoretické poznatky získané v jednotlivých kapitolách, aplikovať na reálne dáta.

Rozhodli sme sa pracovať s indexom NASDAQ Composite, kde sme vybrali 30 akciových spoločností z rôznych odvetví. Vstupné dáta sme získali zo stránky www.finance.yahoo.com a časový interval, s ktorým sme pracovali bol v rozmedzí od 1.4.2015 do 31.3.2016. Na lepšie porovnávanie výsledkom sme používali v celej praktickej časti 5 % a 10 % hladinu významnosti.

Aby sme mohli splniť všetky čiastkové ciele, bolo potrebné jednotlivé výpočty realizovať pomocou excelovských funkcií a doplnku Risk Solver Platform.

Ako prvé sme definovali výnos a meranie rizika jednotlivých aktív pri miere rizika VaR a CVaR. Aplikovaním na reálne dáta sme zistili, že najväčší výnos a zároveň aj riziko je sprevádzané akciovou spoločnosťou Natural Health Trends Corp., so skratkou NHTC.

Ďalším cieľom práce bolo zistiť výkonnosť jednotlivých aktív vo vytvorenom portfóliu, skonštruovanej pomocou výnosu, bezrizikového aktíva a miery rizika CVaR. Ukázalo sa, že pri tvorbe portfólia sa oplatí investovať do akciovej spoločnosti Beneficial Bancorp, Inc., so skratkou BNCL.

Použitím výnosu a rizika jednotlivých aktív sme skonštruovali dvojkriteriálnou úlohou matematického programovania. Výber portfólia z efektívnej množiny závisí od individuálneho prístupu investora vzhľadom na jeho averziu k riziku.

Posledným cieľom práce bolo zobrazenie modelu výberu portfólia s použitím miery výkonnosti založenej na CVaR. Portfólia, ktoré sme získali, zobrazujú konkrétne modely výberu portfólia na hladine významnosti 5 % a 10 %.

Portfólio s maximálnou výkonnosťou na hladine významnosti 5 % je rozdelené medzi sedem aktív, ktoré dosahuje výkonnosť vo výške 23,03 %. Na tejto výkonnosti majú zásluhu tieto akciové spoločnosti v rôznych percentuálnych podieloch. Sú to: U.S. Concrete, Inc. (USCR), Silicon Motion Technology Corp. (SIMO), Hawaiian Holdings Inc. (HA), MGP

Ingredients Inc. (MGPI), Gibraltar Industries, Inc. (ROCK), B Communications Ltd (BCOM) a WashingtonFirst Bankshares Inc. (WFBI). Spoločnosti, ktoré sme nespomenuli, majú nulový percentuálny podiel na takto vytvorenom portfóliu.

Ak je však naším cieľom maximalizovať výkonnosť portfólia, tak pri hladine významnosti 10 % je maximalizácia na úrovni 33,73 %. Pri tejto úrovni maximalizácie je potrebné rozdeliť investíciu medzi dve aktíva, a to: Natural Health Trends Corp. (NHTC) a Hawaiian Holdings Inc. (HA). V takto vytvorenom modeli je prítomnosť ostatných akciových spoločností nepodstatná.

Na záver môžeme zhodnotiť, že všetky ciele, ktoré sme stanovili v druhej kapitole boli dosiahnuté a interpretované v závere štvrtej kapitoly.

Zoznam použitej literatúry

Knižné publikácie:

- [1] BUTLER, C.: *Mastering Value at Risk*, Financial Times Prentice Hall, 1. vyd., Great Britain, 1998, ISBN-10: 0-273-63752-5, str.: 242
- [2] DOWD, K.: *Measuring Market Risk*, Wiley Finance, 2. vyd., 2005, ISBN: 978-0-470-01303-8, str. 410
- [3] HOLTON, GLYN A.: *Value at Risk: Theory and Practice*, 1. vyd., USA: ACADEMIC PRESS, 2003, ISBN 0-12-354010-0 , str.: 406
- [4] HOLTON, GLYN A.: *History of Value-at-Risk: 1922-1998*, working paper, 25.07.2002, USA, str.: 27
- [5] CHOVANCOVÁ, B. – BAČIŠIN, V.: *Kolektívne investovanie*, Bratislava: IURA EDITION, 2005, ISBN 80-8078-062-5, str. 10 – 12
- [6] JÍLEK, J.: *Finanční rizika*, GRADA Publishing 2000, ISBN 80-7169-579-3, str. 640
- [7] JORION, P.: *Value at Risk: The New Benchmark for Controlling Derivative Risk*, 3. vyd., Chicago, Irwin Professional Publishing, 1996, ISBN: 978-0786308484, str. 332
- [8] MARKOWITZ, H.: 1952, Portfolio Selection, In *Journal of Finance*, 1952, 7. ročník, číslo 1, str.: 77 – 91
- [9] MLYNAROVICH, V.: *Finančné investovanie*, 1.vyd., Bratislava. 2001, ISBN 80-89047-16-5, str. 41 – 46
- [10] PACHAMANOVA, D. J., FABOZZI, F. J.: *Simulation and optimization in finance: modelin with MATLAB, @RISK, or VBA*, John Wiley & Sons, Inc., USA 2010, ISBN: 978-0-470-37189-3, str.: 766
- [11] PEKÁR, J.: *Modely matematického programovania na výber portfólia*, Bratislava: EKONÓM, 2015, ISBN 978-80-225-4057-5, str.: 67
- [12] SHARPE, W. F.: *Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium under Conditions of Risk*, JSTOR, 1964, str. 425-442

- [13] Uryasev, S.: *Conditional Value at Risk: Optimization Algorithms and Applications*, IEEE, New York, 2000, ISBN: 0-7803-6429-5, str.: 14
- [14] ANDREAS DE VRIES, 2005, The Value at Risk, In *D. Satish (ed.), Value at Risk - A Conceptual Framework*, ICFAI University Press, Hyderabad 2005, ISBN 978-81-7881-577-0, str.: 10
- [15] MÁTE ANDREJ, 4/2014, Wealth management, In *Private Banking*. V. ročník, I. číslo, str.: 23 – 28
- [16] MORGAN J.P., REUTERS: *RiskMetrics Technical documnet*, New York, 1996, str.: 284. Dostupný na internete:
<<https://www.msci.com/documents/10199/5915b101-4206-4ba0-ae2-3449d5c7e95a>>
- [17] ROCKERFELLAR R. T. – URYASEV S., 2002, Conditional Value-At-Risk for General Loss Distributions, In *Journal of Banking and Finance* 26, sr.: 29. Dostupné na internete: <http://www.ise.ufl.edu/uryasev/files/2011/11/cvar2_jbf.pdf>
- [18] STRNAD PETR, 2/2009, Riziko tržní likvidity a jeho zohlednění v ukazateli Value at Risk, In *ACTA OECONOMICA PRAGENSIA*. Dostupné na internet:
<<https://www.vse.cz/aop/11>>

Internetové stránky:

- [19] <http://www.euroekonom.sk/>
- [20] <http://finance.yahoo.com/>
- [21] <https://www.highsky.sk/trhy/akciove-trhysk/nasdaqsk#buttonsTop>
- [22] http://www.iad.sk/_img/Documents/AttachedDocuments/ISA/Dotazn%C3%ADky%20-%20Rizikov%C3%BD%20profil%20%C4%8Das%C5%A5%201.pdf
- [23] <http://www.investopedia.com/articles/06/capm.asp>
- [24] <http://www.solver.com/>
- [25] <http://www.value-at-risk.net/>
- [26] http://www.yieldcurve.com/Mktresearch/files/Holton_VarChapter2.pdf