

EKONOMICKÁ UNIVERZITA V BRATISLAVE

FAKULTA HOSPODÁRSKEJ INFORMATIKY

Evidenčné číslo : 103003/I/2016/0297443995

**Využitie priestorovej ekonometrie pri modelovaní
miezd v SR**

Diplomová práca

2016

Bc. Jana Kozáková

EKONOMICKÁ UNIVERZITA V BRATISLAVE
FAKULTA HOSPODÁRSKEJ INFORMATIKY

**Využitie priestorovej ekonometrie pri modelovaní
miezd v SR**

Diplomová práca

Študijný program: Informačný manažment

Študijný odbor: Kvantitatívne metódy v ekonómii

Školiace pracovisko: katedra operačného výskumu a ekonometrie FHI

Vedúci práce: Ing. Kvetoslava Surmanová PhD.

Bratislava 2016

Bc. Jana Kozáková

Čestné vyhlásenie

Čestne vyhlasujem, že záverečnú prácu som vypracovala samostatne a že som uviedla všetku použitú literatúru.

Dátum:

.....

Jana Kozáková

P O Ď A K O V A N I E

Ďakujem vedúcej záverečnej bakalárskej práce Ing. Kvetoslave Surmanovej PhD. za cenné a odborné rady, postrehy a pripomienky, ktorými mi pomohla pri písaní mojej záverečnej práce bez ktorých, by nebolo možné túto prácu úspešne dokončiť do úplného konca.

ABSTRAKT

KOZÁKOVÁ, Jana: *Využitie priestorovej ekonometrie pri modelovaní miezd v SR* – Ekonomická univerzita v Bratislave. Fakulta hospodárskej informatiky, Katedra operačného výskumu a ekonometrie FHI. – Vedúca záverečnej práce: Ing. Kvetoslava Surmanová PhD.- Bratislava: FHI EU, 2016, 58 s.

Hlavným cieľom tejto práce je využitie priestorových modelov pri modelovaní miezd v Slovenskej republike. Práca je rozdelená na päť kapitol. Prvá kapitola sa zaoberá problematikou miezd ako ekonomickej kategórie. Teoretickým spôsobom vymedzujeme trh práce a taktiež jeho dopady ovplyvňujúce vývoj miezd. Zároveň sme sa zamerali aj na jednotlivé determinanty, ktoré ovplyvňujú vývoj a tiež modelovanie miezd. Zdôraznili sme cenový vývoj, infláciu, produktivitu práce a nezamestnanosť. Súčasťou prvej kapitoly bol aj vývoj miezd na území Slovenskej republiky. Druhá kapitola pozostávala z definovaných cieľov a to hlavného cieľa práce ale aj čiastkových cieľov. Tretia kapitola sa sústredila na priestorovú ekonometriu. Vymedzili sme problematiku priestorových efektov, priestorových susedov a priestorových váh. Taktiež sme sa orientovali na priestorové prierezy modely a to konkrétne na SAR a SEM model. Súčasťou tretej kapitoly bola aj priestorová ekonometria pre modely s panelovými dátami. Štvrtá kapitola zdôrazňovala metodiku a metodológiu práce. V piatej kapitole sa vymedzili všetky nami dosiahnuté výsledky. Tie sme rozčlenili na základe obdobia, a taktiež aj využitého modelu. Poslednou časťou tejto kapitoly je vyhodnotenie a porovnanie výsledkov, ktoré boli dosiahnuté na základe jednotlivých modelov.

Kľúčové slová: mzda, priestorová ekonometria, modelovanie miezd, SAR model, SEM model.

ABSTRACT

KOZÁKOVÁ, Jana: *Use of spatial econometrics in modeling of wages in Slovakia* - University of Economics in Bratislava. Faculty of Business Informatics, DORE FHI - Department of Operations Research and Econometrics FHI. - Thesis Supervisor : Ing. Kvetoslava Surmanová PhD.- Bratislava : FEI UE, 2016, 58 p.

Main objective of this work is to apply use of spatial models for modeling of wages in the Slovak Republic. The work is divided into five chapters. The first chapter deals with wages as an economic category. We define the labor market as well as its impacts affecting development of wages. At the same time, we focus on individual determinants that influence the development and also modeling wages. We have emphasized price developments, inflation, labor productivity and unemployment. Part of the first chapter is devoted to the development of wages in the Slovak Republic. The second chapter consists of the defined objectives and the main objective of the work. The third chapter is focused on spatial econometrics. We have identified the problems of spatial effects, spatial neighbors and spatial weights. We also are focused on spatial models namely the SAR and SEM model. Part of the third chapter were the spatial econometrics models with panel data. The fourth chapter highlighted the methodology and work methods. In the fifth chapter are presented practical results of modelin with selected models. The last part of this chapter evaluate and compare the results that have been achieved on the basis of individual models.

Keywords: wages, spatial econometrics, modeling of wages, SAR model, SEM model

OBSAH

ÚVOD	9
1 MZDA AKO EKONOMICKÁ KATEGÓRIA	11
1.1 Trh práce a jeho vplyv na vývoj miezd	12
1.2 Determinanty ovplyvňujúce vývoj a modelovanie miezd	19
1.2.1 Cenový vývoj	20
1.2.2 Inflácia	20
1.2.3 Produktivita práce	21
1.2.4 Nezamestnanosť	22
1.3 Vývoj miezd na Slovensku	24
2 CIEĽ PRÁCE	30
3 PRIESTOROVÁ EKONOMETRIA	31
3.1 Priestorové efekty	32
3.1.1 Priestorová závislosť	32
3.1.2 Priestorová rôznorodosť	34
3.2 Priestorový susedia a priestorové váhy	35
3.2.1 Priestorový susedia	35
3.2.2 Priestorové váhy	37
3.3 Priestorové prierezné modely	38
3.3.1 Priestorový autoregresný model (SAR Model)	39
3.3.2 Model s priestorovými chybami (SEM Model)	41
3.4 Priestorová ekonometria pre modely s panelovými dátami	42
4 METODIKA A METODOLÓGIA PRÁCE	44
5 VÝSLEDKY	45
5.1 Klasický lineárny model – rok 2009	45
5.2 Autoregresný model – SAR – rok 2009	48
5.3 Klasický lineárny model – rok 2014	48

5.4 Autoregresný model – SAR – rok 2014	50
5.5 Vyhodnotenie a porovnanie výsledkov z jednotlivých modelov	51
ZÁVER.....	53
ZOZNAM LITERATÚRY.....	56

ÚVOD

Pod pojmom mzda rozumieme peňažnú hodnotu za vykonanú prácu. Vo všeobecnosti sa výraz mzda používa aj na vyjadrenie ostatných foriem odmien a kompenzácií za prácu. Cena práce sa chápe ako mzda, vznikajúca na pracovnom trhu a to prostredníctvom toho, že medzi sebou pôsobí ponuka práce ale aj jej dopyt. Od cien iných faktorov výroby sa odlišuje predovšetkým v špecifickom charaktere pracovnej sily. Jeho význam je určený na základe pôsobenia viacerých dimenzií a to sociálneho, vzdelanostného, ekonomického, kultúrneho charakteru a podobne.

V národnom hospodárstve sa vývoj miezd a ich úroveň považuje za výsledok ekonomickej výkonnosti a tiež funkčnosti pracovného trhu. Z iného hľadiska je potrebné poznamenať, že determinuje životnú úroveň občanov. Ak sú mzdy priveľké, môže dôjsť napokon k nerovnovážnemu stavu a taktiež k vytrateniu konkurencieschopnosti. Je však tiež dôležité dodať, že ak mzdy zaznamenali veľmi nízke sumy, môže to spôsobiť v konečnom dôsledku, že sa rozpadne sociálno-ekonomická súdržnosť. Z toho dôvodu je nevyhnutné, aby bola úroveň miezd ale tiež aj ich vývoj primeraného charakteru. Mzdovú politiku možno zaradiť k najzložitejším oblastiam, ktoré majú dopad na vývoj národného hospodárstva. Dopady sú nielen ekonomického ale aj sociálneho rozmeru.

Mzdový vývoj sa veľmi úzko týka vývoja iných makroekonomických veličín. Ku kľúčovým determinantom vývoja miezd je možné pričleniť najmä cenový vývoj, infláciu, nezamestnanosť a produktivitu prác.

V súčasnom období sa modely priestorovej ekonometrie vyzdvihujú, keďže tieto modely berú v úvahu mieru priestorovej interakcie medzi štatistickými jednotkami. Je nevyhnutné poznamenať, že táto miera interakcie nebola doteraz v tradičných modeloch dostatočným spôsobom zohľadňovaná, i keď je ovplyvnenie štatistických jednotiek medzi sebou zreteľné a evidentné.

Hlavným cieľom tejto práce je využitie priestorových modelov pri modelovaní miezd v Slovenskej republike.

Práca je rozdelená na päť kapitol. Prvá kapitola sa zaoberá problematikou miezd ako ekonomickej kategórie. Teoretickým spôsobom vymedzujeme trh práce a taktiež jeho dopady ovplyvňujúce vývoj miezd. Zároveň sme sa zamerali aj na jednotlivé determinanty, ktoré ovplyvňujú vývoj a tiež modelovanie miezd. Zdôraznili sme cenový vývoj, infláciu,

produktivitu práce a nezamestnanosť. Súčasťou prvej kapitoly bol aj vývoj miezd na území Slovenskej republiky.

Druhá kapitola pozostávala z definovaných cieľov a to hlavného cieľa práce ale aj čiastkových cieľov.

Tretia kapitola sa sústredila na priestorovú ekonometriu. Vymedzili sme problematiku priestorových efektov, priestorových susedov a priestorových váh. Taktiež sme sa orientovali na priestorové prierezné modely a to konkrétne na SAR a SEM model. Súčasťou tretej kapitoly bola aj priestorová ekonometria pre modely s panelovými dátami.

Štvrtá kapitola zdôrazňovala metodiku a metodológiu práce.

V piatej kapitole sa vymedzili všetky nami dosiahnuté výsledky. Tie sme rozčlenili na základe obdobia, a taktiež aj využitého modelu. Poslednou časťou tejto kapitoly je vyhodnotenie a porovnanie výsledkov, ktoré boli dosiahnuté na základe jednotlivých modelov.

1 MZDA AKO EKONOMICKÁ KATEGÓRIA

V rámci tejto kapitoly sa budeme venovať teoretickému spracovaniu problematiky. Zameriame sa na samotný trh práce a jeho dopad na vývoj miezd. Zameriame sa na 4 základné determinanty: cenový vývoj, infláciu, produktivitu práce a nezamestnanosť, charakterizujeme ich z pohľadu viacerých odborníkov. Rovnako sa v tejto kapitole venujeme vývoju miezd a to konkrétne na území Slovenskej republiky.

Cena práce sa chápe ako mzda, vznikajúca na pracovnom trhu a to prostredníctvom toho, že medzi sebou pôsobí ponuka práce ale aj jej dopyt. Od cien iných faktorov výroby sa odlišuje predovšetkým v špecifickom charaktere pracovnej sily. Jeho význam je určený na základe pôsobenia viacerých dimenzií a to sociálneho, vzdelanostného, ekonomického, kultúrneho charakteru a podobne. Tie vymedzujú aké bude postavenie vo výrobe taktiež aj to, aké správanie na pracovnom trhu (Karász, 2004).

Lisý (2007) v rámci tejto problematiky dodáva, že kategória mzda je všeobecný výraz pre mzdy, platy a iné podoby odmien či kompenzácie za prácu.

Aj Horeháiová, Marasová (2007) vyjadrili svoj názor uviedli, že v širšom chápaní sa mzda považuje za ekonomickú kategóriu. Prostredníctvom nej dochádza k vyjadreniu peňažnej hodnoty množstva a kvality práce, ktorá bola vykonaná za určitý časový úsek.

Z mikroekonomického pohľadu sa mzda vníma ako odmena za prácu, ktorá bola odvedená, respektíve vykonaná. V podstate s jedná o cenu podnikového výrobného faktora. Pre podnikateľský subjekt je to náklad, čím má dopad na výšku hospodárskeho výsledku (Ištvániková, 2002).

Na základe mzdy sa plnia rozličné funkcie. Do nich samotných je premietaný celý význam miezd. K sledovaniu jednotlivých funkcií je možné dôjsť v národnohospodárskej ale tiež aj podnikovohospodárskej oblasti, respektíve úrovni. V súvislosti s podnikovohospodárskou úrovňou dosahuje mzda najmä funkciu ekonomického charakteru. Tá disponuje nielen nákladovou ale aj stimulačnou – motivačnou stránkou. (Majtán, 2009).

V prípade, že ak je známa nákladová funkcia mzdy, môže sa týmto spôsobom napomôcť podnikateľskému subjektu v rámci znižovania mzdových nákladov a zefektívnenia živelnnej práce, ktorá bola vynaložená. (Majtán, 2009).

Ku sledovaniu ekonomickej funkcie je možné dôjsť v nasledujúcich rovinách:

- a) V národohospodárskej rovine, dochádza ku sledovaniu makroekonomických vzťahov predovšetkým v oblasti inflácie a tovarovo-peňažnej rovnováhy, vyjadrujúca rovnovážny stav medzi tým, aké množstvo tovaru je na trhu a taktiež tým, aká je výška disponibilných peňažných príjmov, vynakladané občanom na nákup tovaru či služieb. Je dôležité poznamenať, že k nárastu kúpyschopného dopytu domácností po tovare by nemalo dochádzať rýchlejším tempom ako množstva tovaru pôsobiaceho na trhu. Inflácia sa považuje za základnú príčinu, na základe ktorej je možné narušiť tento rovnovážny stav. V tomto pohľade sa mzda chápe ako dôchodok pracujúcich osôb, slúžiaci ako zdroj krytia ich požiadaviek.
- b) podnikovohospodárska rovina obsahuje nasledujúce funkcie:
- nákladovú – týkajúca sa toho, že mzda ako cena práce má dopad na výšku podnikových nákladov a považuje sa za jeden z druhov podnikových nákladov.
 - stimulačnú – tá je s nákladovou funkciou v úzkom prepojení. Na základe výšky mzdy sa stimuluje pracovný výkon, má dopad na smerovanie efektívneho využívania pracovnej sily, rovnako smeruje k tomu, aby rástol pracovný výkon.

Stimulačné hľadisko ekonomickej funkcie mzdy má dopad na pracovnú aktivitu zamestnancov. Ak je správne nastavená, môže dôjsť k stimulovaniu ich pracovného výkonu (kvalitatívnej aj kvantitatívnej stránky) (Majtán, 2009).

Sociálna funkcia mzdy sa uskutočňuje predovšetkým na národohospodárskej úrovni. K využitiu štátnej sociálnej politiky dochádza väčšinou v rámci usmerňovania minimálnej životnej úrovne, taktiež v rámci zabezpečovania sociálneho zmieru a tak ďalej. Z toho dôvodu sa musia zohľadňovať (v rámci určovania výšky mzdy a platu) nielen ciele samotnej organizácie ale tiež aj jednotlivých pracovníkov či ostatných subjektov – sociálnych partnerov a štátu (Ištvániková, 2002).

1.1 TRH PRÁCE A JEHO VPLYV NA VÝVOJ MIEZD

Pracovný trh sa považuje za neoddeliteľnú súčasť trhu výrobných faktorov. Do neho sa začleňuje spoločne s ním aj pôdny či kapitálový trh. Trh výrobných faktorov sa považuje za sekundárny trh, keďže predmetom kúpy a predaja sú v konečnom dôsledku výrobné faktory. Tie sú vymedzené ako vstupy do výrobných procesov (Kucharčíková, Tokarčíková, 2006).

K tvoreniu ponuky výrobných faktorov dochádza na základe domácnosti a k tvoreniu dopytu pomocou firiem. K odvodeniu dopytu po výrobných faktorov dochádza od dopytovania po výrobkoch či službách. Tie sa vyrábajú práve prostredníctvom nich (Ivanová, 2009).

K stanoveniu cien výrobných faktorov dochádza podľa vplyvu ponuky a dopytu na jednotlivé trhy. Za cenu práce sa považuje mzda, za cenu pôdy - renta a v neposlednom rade za cenu kapitálu sa považuje úrok (Lisý, 2007).

Pracovný trh je možné považovať za miesto, do vzájomných vzťahov vstupujú nielen domácnosti ale aj podniky, odbory ale taktiež aj štát. (Árendáš, 2007, s. 152)

Pracovný trh sa chápe ako špecifický trh a jeho špecifiká vychádzajú z tých skutočností, že práca sa chápe ako funkcia pracovnej sily a úzko súvisí s osobnosťou človeka. Pracovná sila disponuje predpokladmi pre rozličné pracovné pozície. Posudzujú sa v rámci ponuky a dopytu z hľadiska získaných zručností a schopností pracovnej sily (Mihalik, 2002).

Pracovný trh zaradzuje súvislosti ekonomického a sociálneho charakteru a týka sa všetkých osôb, ktoré sú k dispozícii pre zamestnanie sa. Rovnako začleňuje podmienky, za ktorých sa môžu pracovné sily zamestnať. Ako príklad môžeme uviesť mzdy, pracovný čas a tak ďalej. Pracovné sily pôsobia v rozličných geografických územiach, z toho dôvodu jestvuje v rôznych podobách (Mihalik, 2002).

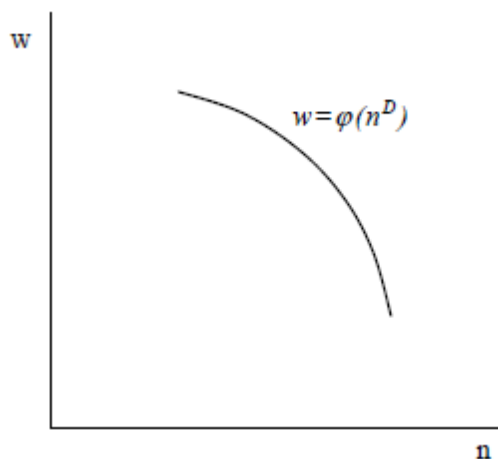
Domácnosti majú ten úmysel, aby zabezpečili potrebné zdroje, nevyhnutné na to, aby uspokojili svoje potreby a požiadavky. Z iného hľadiska je tiež dôležité dodať, že podniky tu získavajú prácu. Tá je významným výrobným faktorom pre samotné zabezpečenie výrobného procesu (Kucharčíková, Tokarčíková, 2006).

Prostredníctvom štátu a odborov dochádza k regulácii záujmov podnikov a domácností vo vzájomných tripartitných rokovaniach. Tie napomáhajú k tomu, aby riešili problémy v rámci nerovnovážneho stavu na pracovnom trhu (Árendáš, 2007).

Od pracovného trhu sa požaduje, aby došlo k naplneniu dvoch hlavných úloh. Tie by sa mali riešiť súbežne, teda obidve naraz. Najmä by mal zaistiť pre ekonomiku nevyhnutný počet pracovných síl v očakávanej štruktúre, ktoré sa participujú na tvorení statkov a služieb. Za druhú významnú úlohu (požadovaná a očakávaná od pracovného trhu) je zabezpečenie pracovných síl a to pomocou zodpovedajúcich prostriedkov, najmä však pracovnými príjmami. Je nevyhnutné doplniť, že k tomu dochádza v závislosti od toho, aký majú podiel na celkovej produkcii (Rievajová, 2009).

Na pracovnom trhu, rovnako ako aj na iných trhoch dochádza k stretu ponuky a dopytu. Aj v tomto prípade sa uplatňujú všeobecné trhové zákonitosti. Patria tu aj špecifiká, vyplývajúce z toho, o aký charakter práce sa jedná, respektíve z charakteru zvláštneho výrobného faktora, vzhľadom k tomu, že práca nejestvuje sama o sebe, ale za jej nositeľa sa považuje človek, ktorý disponuje schopnosťou pracovať.

V rámci stanovovania mzdy vychádzame z determinácie obidvoch trhových strán – dopytu aj ponuky. Na základe mikroekonomickej teórie sa dajú odvodiť krivky agregátneho dopytu či ponuky práce. Pomocou agregátneho dopytu po práci sa hovorí o tom, koľko pracovníkov (n^D) má zamestnávateľ ochotu prijať pri danej hladine reálnej ekonomickej mzdy.



Zdroj: Ištvániková, Lukáčik, Szomolányi (2002).

Graf 1 Krivka agregátneho dopytu po práci

Matematickým spôsobom sa dá funkcia agregátneho dopytu po práci vyjadriť nasledovným spôsobom, respektíve na základe nižšie uvedeného vzorca:

$$w = \frac{W}{P} = \varphi(n^D), \text{ resp. } W = P\varphi(n^D), \quad (1.1)$$

W - nominálna mzda,

P - cenová hladina,

φ - dopyt po práci.

Funkcia je klesajúceho a konkávneho charakteru. Z grafu 1 je zrejmé, že prostredníctvom toho, že bude dochádzať k poklesu reálnej mzdy, bude narastať záujem zamestnávateľov, a to takým spôsobom, že v prípade vyššej mzdovej úrovne dôjde

k menšiemu poklesu vyššieho nárastu dopytu ako by tomu bolo v prípade nižšej mzdovej úrovne.

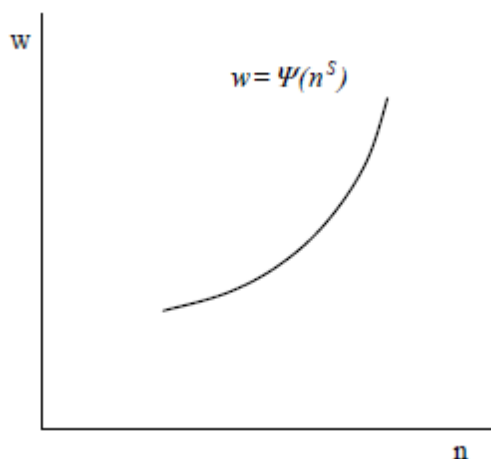
Agregátna pracovná ponuka poskytuje množstvo zamestnancov $(n)^S$ a to tých, ktorí majú ochotu predať svoju prácu za určitú reálnu mzdu w , ktorá sa očakáva.

Matematickým spôsobom sa dá funkcia agregátnej ponuky práce vyjadriť nasledovným spôsobom, respektíve na základe nižšie uvedeného vzorca:

$$w = \frac{W}{P} = \psi(n^S), \text{ resp. } W = P\psi(n^S) \quad (1.2)$$

ψ - funkcia pracovnej ponuky

Z nižšie uvedeného grafu 2 je zrejmé, že funkcia je nielen rastúca ale zároveň je aj konvexného charakteru, teda tým, že rastie reálna mzda dochádza aj nárastu ponuky zamestnancov a to tak, že v prípade nižšej úrovni mzdy malý nárast prinesie väčší nárast ponuky akoby tomu bolo v prípade vyššej úrovne mzdy.



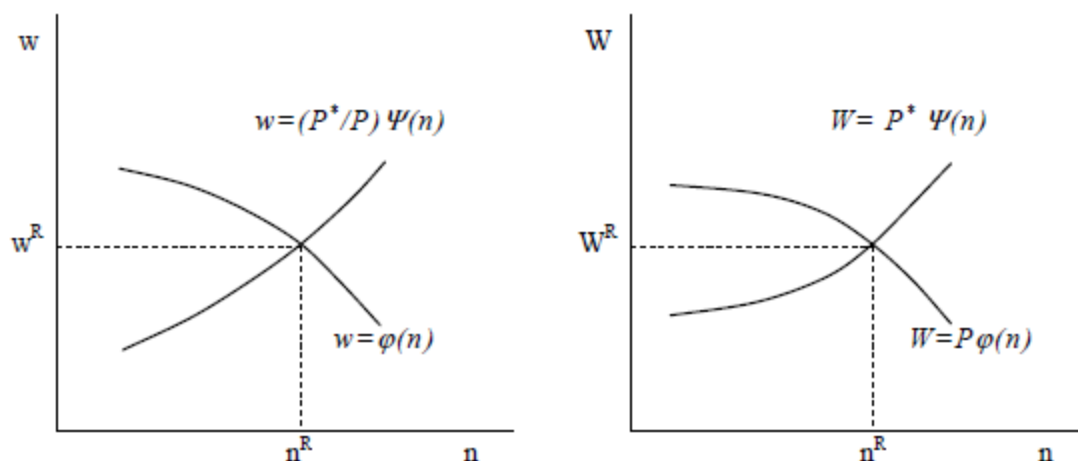
Zdroj: Ištvániková, Lukáčik, Szomolányi(2002)

Graf 2 Krivka agregátnej ponuky práce

K uzatváraniu zmlúv medzi zamestnávateľmi a zamestnancami dochádza jeden krát počas dlhšieho obdobia. Zamestnanci sa z toho dôvodu usilujú o to, aby začlenili očakávanú infláciu do vývoja nominálnych miezd, i napriek tomu, že disponujú dobrými predpokladmi v rámci správneho predvídania budúceho vývoja cien. Keďže nie sú rovnaké očakávania o budúcom cenovom vývoji zamestnávateľov (výrobcov) ale aj obyvateľstva je dôležité pristúpiť k upraveniu vzťahu ponuky práce. Uvádzame predpoklad, že očakávaný inflačný vývoj chápaný zamestnávateľom je P^{**} a očakávaný inflačný vývoj chápaný zamestnancami je P^* ; $1 \leq P^* < P^{**} \geq 1$.

Následne vzťah pracovnej ponuky bude disponovať nasledujúcim tvarom:

$$w^* = \frac{W}{P^*} = \psi(n^S), \text{ resp. } W = P^* \psi(n^S) \quad (1.3)$$



Zdroj: Ištvániková, Lukáčik, Szomolányi(2002)

Graf 3 Rovnováha na trhu práce

V uvedených podmienkach je rovnovážny stav na pracovnom trhu daný prostredníctvom bodu $[n^R, w^R]$. V prípade, že je pracovný trh v rovnovážnom stave, v oblasti ekonomiky sa zamestná n^R pracovníkov. Ich nominálna mzda bude W^R a reálna w^R .

Na vyššie uvedenom grafe 3 znázorňujeme rovnovážny bod. Ľavá časť vyjadruje kombináciu počtu zamestnaných osôb v oblasti ekonomiky a reálnej mzdy - bod $[n^R, w^R]$. Uvedená kombinácia je rovnovážneho charakteru. Pravá strana grafu predstavuje kombináciu počtu zamestnaných osôb v oblasti ekonomiky a nominálnej mzdy - bod $[n^R, W^R]$. Spomínaná kombinácia disponuje rovnovážnym stavom.

Z hľadiska očakávaní obyvateľov členíme kľúčové teórie ekonomiky. Jedná sa o:

- extrémnu keynesiánsku teóriu,
- všeobecnú keynesiánsku teóriu,
- klasickú teóriu.

Na základe extrémnej keynesiánskej teórie nemajú obyvatelia schopnosť v rámci predvídania miery inflácie a v konečnom dôsledku neberú v úvahu rozdiel medzi nominálnou a reálnou mzdou. Uplatňuje sa tu nasledujúci vzorec:

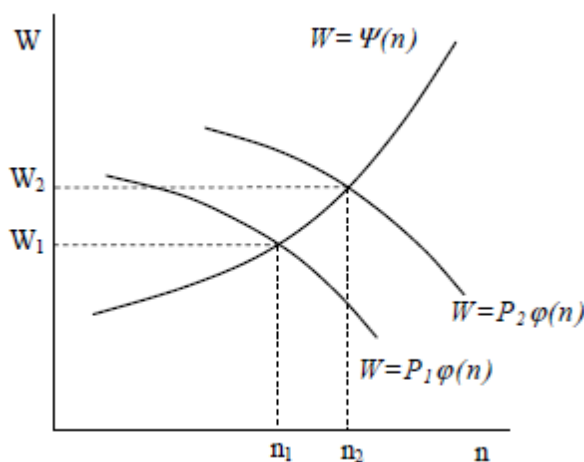
$$w^* = \psi(n^S) = W = \psi(n^S) \quad (1.4)$$

Rovnovážny stav na pracovnom trhu je daný na základe bodu $[n_1, W_1]$. V prípade, že je pracovný trh v rovnováhe, v oblasti ekonomiky je zamestnaných n_1 pracovníkov. Ich nominálna mzda je W_1 . Reálna mzda sa vypočítava nasledovne:

$$w_1 = \frac{W_1}{P_1} \quad (1.5)$$

V prípade, že dôjde k zvýšeniu očakávanej cenovej hladiny, $P_2 = P_1 + \Delta P$, dôjde zároveň k posunu dopytovej krivky po práci z $P_1\varphi(n)$ na $P_2\varphi(n)$, smerujúca doprava hore po nezmenenej krivke ponuky práce.

K obnoveniu rovnováhy dochádza v bode $[n_2, W_2]$. V prípade, že stúpne počet zamestnaných osôb, vzrastie aj nominálna mzda, avšak reálna mzda poklesne, keďže zvýšenie nominálnej mzdy nespôsobuje to, že sa cena zvýši. V rámci extrémneho keynesiánskeho prípadu zapríčiňuje inflácia rast zamestnanosti a nominálnych miezd a na druhej strane spôsobuje pokles reálnych miezd.



Zdroj: Ištvániková, Lukáčik, Szomolányi(2002)

Graf 4 Efekt zvýšenia očakávaných cien na trhu práce v extrémnom keynesiánskom prípade

Na základe všeobecnej keynesiánskej teórie majú obyvatelia schopnosť, aby predvídali inflačnú mieru. Prostredníctvom ich chápania nárastu cien sa uplatňujú vzťahy: $1 < P^* < P$. Rovnovážny stav je určený bodom $[n_1, W_1]$. Očakávaná inflácia sa vyjadruje P_1 . K výpočtu reálnej mzdy pracovníkov dochádza na základe nasledujúceho vzorca :

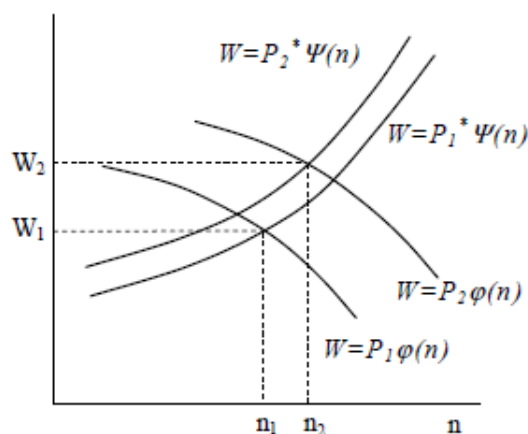
$$w_1 = \frac{W_1}{P_1} \quad (1.6)$$

V prípade, že v budúcom období dôjde k zvýšeniu očakávanej cenovej hladiny, $P_2 = P_1 + \Delta P$, dôjde k dopytovej krivky po práci z $P_1\varphi(n)$ na $P_2\varphi(n)$, smerom doprava hore. Očakávaná inflácia vo vnímaní obyvateľstva je P_1^* . Ďalšie zvyšovanie cien vníma obyvateľstvo nasledujúcim spôsobom:

$$P_2 = P_1^* + \Delta P^*; \Delta P^* < \Delta P \quad (1.7)$$

Krivka pracovnej ponuky sa posúva z $P_1^* \psi(n)$ na $P_2^* \psi(n)$, smerom doľava hore. K obnoveniu rovnovážneho stavu dochádza v bode $[n_2, W_2]$. Posun ponukovej krivky je miernejšieho charakteru ako posun dopytovej krivky, v súvislosti s: $P^* < P$.

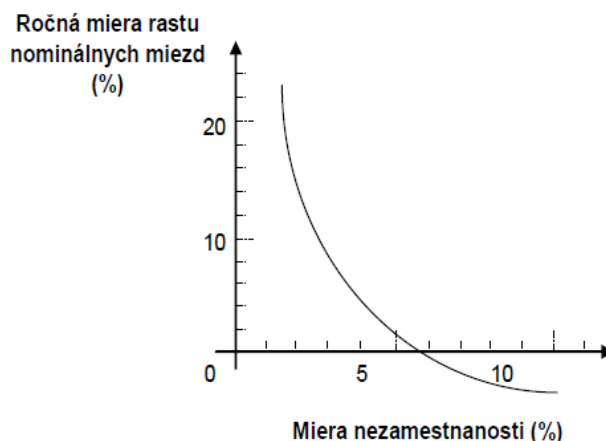
Na základe zvýšenia cien v tejto oblasti dochádza k rastu nominálnych miezd a to vo väčšom rozsahu ako v oblasti extrémnej keynesiánskej teórie, rast nominálnych miezd ani vo všeobecnom keynesiánskom prípade nestíha cenový rast a teda dochádza k poklesu reálnej mzdy, avšak v menšej miere a rozsahu ako v oblasti extrémneho keynesiánskeho prípadu.



Zdroj: Ištvániková, Lukáčik, Szomolányi (2002)

Graf 5 Efekt zvýšenia očakávaných cien na trhu práce vo všeobecnom keynesiánskom prípade

Na základe vyššie uvedeného môžeme konštatovať, že nominálne mzdy a zamestnanosť sú v priamom vzťahu. Ak dochádza k situácii, že je zamestnanosť nízka, sú v oblasti ekonomiky prítomné mzdy nižšieho charakteru (situácia platí aj naopak). A. W. Phillips ako prvý poukázal na uvedenú skutočnosť. Ten sa venoval predovšetkým empirickým vzťahom a to medzi samotnou zamestnanosťou a taktiež mierou zmien nominálnych miezd. Na základe Phillipsovej krivky sú vymedzené výsledky zo skúmania. Krivka je špecifická prostredníctvom svojho záporného sklonu, hyperbolického tvaru a priesečníka, ktorý má vodorovnú os. Tá zodpovedá takmer 6%-nej miere nezamestnanosti.



Zdroj: Ištvániková, Lukáčik, Szomolányi(2002)
Graf 6 Phillipsova krivka

Je dôležité poznamenať, že uvedená Phillipsova krivka bola aj kritizovaná zo strany monetaristov a v neskoršom období aj neoklasicistov. Tí vyslovili argumentáciu, že obyvatelia majú schopnosti očakávať cenové zmeny a cez odbory napomôcť k tomu, aby sa presadil primeraný rast miezd. Poukazuje práve na to klasická teória ponuky peňazí. V nej nemá dopad zmena cenovej hladiny na výšku zamestnanosti. V prípade, že dôjde k situácii, že stúpnu očakávania rastu cien, stúpnu, respektíve vzrastú v totožnej miere aj nominálne mzdy. Avšak k zmene reálnej mzde nedôjde. V klasickom prípade nedochádza k vzťahu medzi zamestnanosťou a taktiež rastom miezd.

Je evidentné, že vzťahy Phillipsovej krivky sa chápu za jeden z najviac sporných vzťahov v rámci ekonomických teórií. Z dlhodobého pohľadu môžu obyvatelia správnym spôsobom vymedziť cenový rast a následne presadiť adekvátny rast nominálnych miest. Phillipsova krivka je vertikálneho charakteru.

Prostredníctvom všeobecného keynesiánskeho prípadu dochádza k rozoberaniu týchto vzťahov zo strednodobého horizontu. V krátkom časovom období obyvateľstvo nemá schopnosť, aby mohlo reflektovať cenové zmeny. Spôsobilo to predovšetkým tvorenie zmlúv medzi zamestnávateľmi a zamestnancami jeden krát za pomerne dlhšie časové obdobie. Phillipsova krivka disponuje v uvedenom prípade klasickým tvarom.

1.2 DETERMINANTY OVPLYVŇUJÚCE VÝVOJ A MODELOVANIE MIEZD

V národnom hospodárstve sa vývoj miezd a ich úroveň považuje za výsledok ekonomickej výkonnosti a tiež funkčnosti pracovného trhu. Z iného hľadiska je potrebné poznamenať, že determinuje životnú úroveň občanov. Ak sú mzdy priveľké, môže dôjsť napokon k nerovnovážnemu stavu a taktiež k vytrateniu konkurencieschopnosti. Je však tiež

dôležité dodať, že ak mzdy zaznamenali veľmi nízke sumy, môže to spôsobiť v konečnom dôsledku, že sa rozpadne sociálno-ekonomická súdržnosť. Z toho dôvodu je nevyhnutné, aby bola úroveň miezd ale tiež aj ich vývoj primeraného charakteru. Mzdovú politiku možno zaradiť k najzložitejším oblastiam, ktoré majú dopad na vývoj národného hospodárstva. Dopady sú nielen ekonomického ale aj sociálneho rozmeru (Karász, 2004).

Mzdový vývoj sa veľmi úzko týka vývoja iných makroekonomických veličín. Ku kľúčovým determinantom vývoja miezd je možné priradiť najmä cenový vývoj, infláciu, nezamestnanosť a produktivitu práce (Lukáčiková, 2005).

1.2.1 Cenový vývoj

Cenovú hladinu je možné chápať za jeden z hlavných ukazovateľov, ktoré sú sledované na základe makroekonómie. Cenová hladina je všeobecnou úrovňou cien v rámci národného hospodárstva. V praktickej rovine je takmer nemožné, aby dochádzalo k sledovaniu cenového pohybu všetkých tovarov a služieb. Z toho dôvodu dochádza k výberu štatistickej vzorky. Tá sa tvorí podľa nákladov na spotrebný koš priemernej domácnosti.

V rámci ekonomickej teórie sa modelová spotreba typickej domácnosti vymedzuje na základe pojmu spotrebný koš. Ten je vybranou skupinou výrobkov a služieb. K jednotlivým položkám sa priručujú váhy na základe ich zastúpenia v oblasti spotreby priemernej domácnosti.

Aby mohlo dôjsť k zachytávaniu zmien cenovej hladiny, je dôležité použiť cenové indexy. K najznámejším a najpoužívanejším je možné zaradiť:

- index spotrebiteľských cien (CPI - Costumer Price Index),
- index cien výrobcov (PPI - Production Price Index)
- deflátor hrubého národného produktu (GNP - Gross National Product).

1.2.2 Inflácia

Inflácia sa vníma ako poruchový proces mikrorovnováhy a makrorovnováhy v oblasti ekonomiky (peňažnej aj reálnej). Samotný pojem inflácia predstavuje trvalé zvyšovanie cenovej hladiny v rámci národného hospodárstva. Zdôrazňuje sa trvalé zvyšovanie cenovej hladiny. Rast sa preukazuje ako tendencia a z toho dôvodu sa zvýšenie cenovej hladiny, ktoré nastane iba jeden krát nechápe ako inflácia. Rovnako sa inflačným prejavom nechápe ani tá skutočnosť, kedy dochádza k nárastu cien istej skupiny výrobkov či služieb, keďže tento

nárast sa môže kompenzovať prostredníctvom poklesu cien ostatných skupín tovarov a služieb. Žiadna zmena nenastáva v rámci agregátnej cenovej hladiny, ktorá v rámci sledovania inflácie je smerodajného charakteru.

Inflácia sa tiež chápe ako odraz nerovnovážneho stavu medzi hodnotovým a hmotným hľadiskom hrubého národného dôchodku. Tlaky, ku ktorým vzniklo na základe inflácie je možné redukovať a prostredníctvom toho, že dôjde k nárastu nezamestnanosti, eventuálne sa regulujú mzdy či ceny. Inflácia je kvantifikovaná prostredníctvom inflačnej miery. Tá je vyjadrením pre zmenu cenovej hladiny (zobrazená v percentách) a to za určitý čas, respektíve obdobie. Za najviac používanú mieru inflácie sa považuje index spotrebiteľských cien CPI.

Za osobitý faktor nárastu cien možno považovať nepodložený rast miezd. Ten je zvyčajne prameňom nákladovej inflácie.

1.2.3 Produktivita práce

V súvislosti s makroekonomickou úrovňou má produktivita dopad na použitie prameňov ekonomického charakteru. Rovnako poskytuje možnosť aby dochádzalo ku zvyšovaniu výroby, ku konkurencieschopnosti a taktiež k možnosti znižovať ceny.

Produktivita práce sa môže vyjadriť na základe dvoch spôsoboch:

1) priameho spôsobu, kedy je udávané množstvo výrobkov, ktoré boli vyrobené za jednotku času:

$$PP = \frac{Q}{T} \quad (1.8)$$

PP - produktivita práce

Q - objem úžitkových hodnôt

T - množstvo vynaloženej práce

2) nepriameho spôsobu, vyjadrujúceho, aká je spotreba času na jednotku výrobku. V uvedenom prípade sa jedná o ukazovateľ prácnosti (P).

$$P = \frac{T}{Q} \quad (1.9)$$

Je evidentné, že k mnohostrannému vzťahu dochádza medzi samotnou pracovnou produktivitou a taktiež priemernou mzdou (základný zdroj rastu HDP).

Od tempa rastu pracovnej produktivity je závislé tempo rastu aj celkový objem hrubého domáceho produktu, a týmto spôsobom aj tempo mzdového rastu. Nasledovne rast priemerných miezd ovplyvňuje rast pracovnej produktivity. Poznamenávame, že akýkoľvek rast nominálnych miezd (v prípade poklesu produktivity práce) by mohol spôsobiť nákladovú infláciu.

1.2.4 Nezamestnanosť

Na základe Philipsovej krivky je vyjadrený vzťah medzi cenou, nominálnou mzdou a napokon nezamestnanosťou. Prezентujeme vzťah medzi vývojom miery nezamestnanosti a taktiež premenami v rámci nominálnych miezd.

Uvedená krivka získala označenie po ekonómovi A. W. Phillipsovi z Nového Zélandu. Ten kvantifikoval faktory, na základe ktorých bola stanovená mzdová inflácia. Spomínaný ekonóm tiež došiel k poznaniu, respektíve k súvislosti medzi infláciou a nezamestnanosťou. Došiel k vedomosti, že s poklesom nezamestnanosti súbežne stúpa miera rastu miezd (Šálka a kol., 2009).

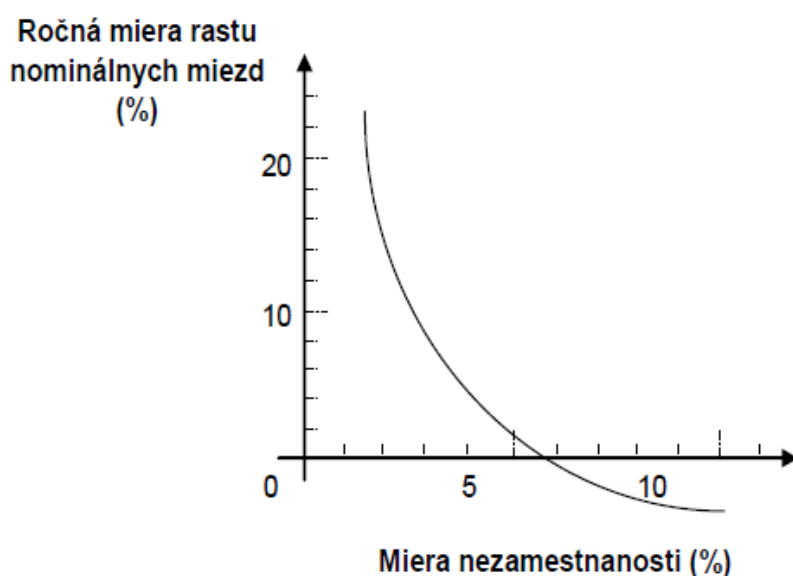
Pred týmto novozélandským ekonómom sa na samotnú infláciu a rovnako aj nezamestnanosť sa zameriavali aj iní ekonomickí odborníci, napríklad D. Hume, H. Thorton či Irving Fisher. Avšak dodávame, že ani jeden nepoložil spomínanú súvislosť medzi infláciou a nezamestnanosťou do takej roviny ako Phillips (Táncošová, 2005).

Pôvodne sa krivka do Philipsova zameriavala na predpoklad, že zmeny nominálnych miezd súvisia s mierou nezamestnanosti. Na základe jej tvaru je zrejmé, že relatívne malému poklesu miery nezamestnanosti zodpovedá rapídny nárast nominálnych mzdových sadzieb. Philipsova krivka sa uplatňuje v rámci inflácie, ktorá je potláčaná a taktiež potláčanej nezamestnanosti. Nie je ju však možné využiť v prípade pri chronickej inflácii. K jej zakriveniu došlo na základe menlivosti nominálnych miezd, ktoré dlhé obdobie rástli, respektíve sa zvyšovali v rastúcom sa dopyte po zamestnancoch, avšak nepatrným spôsobom dochádza ku znižovaniu rastúcej nezamestnanosti.

Na základe pôvodnej Philipsovej krivky na osi y je zobrazená miera rastu nominálnych miezd. Na osi x je zachytená miera nezamestnanosti. Špecifickou črtou tejto krivky je priesečník krivky, ktorý má vodorovnú os. Ten zodpovedá zhruba 6 % nezamestnanosti. Z toho vyplýva, že k stabilnej miere nezamestnanosti možno dôjsť v rámci dosiahnutiu zhruba 6%-nej nezamestnanosti. V tomto prípade sa miera zmeny rastu

nominálnych miezd bude rovnať nule. Ak dôjde k poklesu nezamestnanosti pod spomínaných 6 %, môže to spôsobiť rast miery nominálnych miezd. Platí to aj opačne. Pôvodná Phillipsova krivka sa považuje za základ v rámci inflačného výkladu v 50 -tych a 60 – tych rokoch 20. storočia.

V danom období sa uvádzalo, že jednotlivé štáty môžu zaistiť nižšiu úroveň nezamestnanosti na úkor vyššej miery inflácie. Na základe tvrdení P. A. Samuelsona a R. M. Solowa (v roku 1960) bola nahradená niekdajšia Phillipsova krivka mieru zmeny nominálnych miezd prostredníctvom inflačnej miery. Na nasledujúcom obrázku 7 uvádzame pôvodnú Phillipsovu krivku (Šálka a kol., 2009).



Zdroj: Ištvániková, Lukáčik, Szomolányi(2002)

Graf 7 Pôvodná Phillipsova krivka

Na základe obrázku môžeme konštatovať, že dochádza k poklesu tempa mzdovej inflácie a to súbežne s tým, ako narastá miery nezamestnanosti. Rovnako vidíme inverzný vzťah, ku ktorému dochádza medzi nezamestnanosťou a infláciou. V prípade, že miera nezamestnanosti narastá, inflácia upadá, respektíve klesá. Táto funkčnosť sa preukázala aj v opačnom prípade. (Šálka a kol., 2009).

V období 70-tych rokoch minulého storočia bolo tiež preukázané, že klasický vzťah Phillipsovej krivky nemožno uplatniť pre každú situáciu či obdobie. Návrh pôvodnej Phillipsovej krivky sa nahradil Friedmanovou teóriou prirodzenej miery nezamestnanosti. Uvedená teória pojednáva o tom, že očakávaná a skutočná inflačná miera sú totožné v rámci prirodzenej miery nezamestnanosti. Delí sa na Phillipsovu krivku, ktorá je krátkodobého a dlhodobého charakteru. Na základe krátkodobej Phillipsovej krivky je vyjadrená nepriama

závislosť medzi infláciou a nezamestnanosťou. Taktiež na základe krátkodobej Phillipsovej krivky je miera očakávanej inflácie konštantná. Na druhej strane vzťah medzi infláciou a nezamestnanosťou predpokladá, že sa mení očakávaná miera inflácie, ktorá je identická so skutočnou mierou inflácie. (Šálka a kol., 2009).

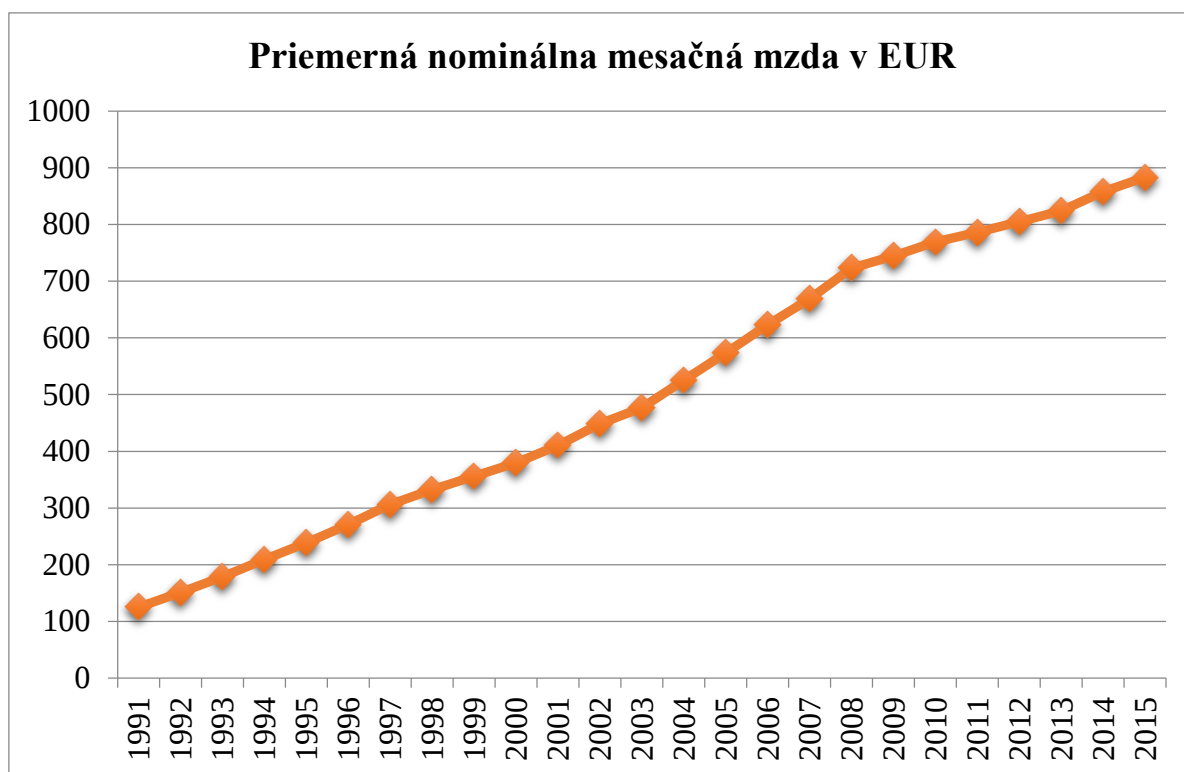
1.3 VÝVOJ MIEZD NA SLOVENSKU

Za priemernú nominálnu mesačnú mzdu sa považuje priemerná mzda zamestnancov v rámci celej slovenskej ekonomiky. Jedná sa o náklady, ktoré sú poskytované, respektíve vyplácané zamestnancov ako odmena za vykonanie určitej práce.

V grafe 8 sú uvedené hodnoty o výške priemernej nominálnej mesačnej mzdy v Slovenskej Republike v období 1991 – 2015.

Dáta, ktoré sú začlenené v grafickom zobrazení 8 sa týkajú každoročného rastu priemernej mesačnej mzdy v rámci ekonomiky Slovenskej republiky. Na základe dát môžeme konštatovať, že najdynamickejšie tempo zaznamenali nominálne mzdy v rámci slovenskej ekonomiky v roku 2004. Bola zaznamenaná nominálna mzda vo výške 525,29 Eur. Tento trend pokračoval až do roku 2008, kedy bola zaznamenaná nominálna mzda vo výške 723,03 Eur. Trend pozitívneho vývoja pokračoval aj v ďalšom období. Kým v roku 2009 bola výška nominálnej mzdy 744,50 Eur, v roku 2010 to bolo 769 Eur až do roku 2013 824 Eur. Priemerná nominálna mesačná mzda v tomto období medziročne rástla každý rok zhruba o 19 Eur.

V roku 2014 priemerná nominálna mesačná mzda zamestnanca bola 858 Eur a v roku 2015 priemerná nominálna mesačná mzda bola 883 Eur.



Zdroj: Vlastné spracovanie podľa
http://www.statistics.sk/pls/elisw/objekt.send?uic=1410&m_sso=2&m_so=15&ic=40

Graf 8 Priemerná nominálna mesačná mzda zamestnanca v EUR (1991 - 2015)

K zisteniu nárastu či poklesu priemernej mesačnej mzdy je možné dôjsť aj prostredníctvom porovnania so základným (bázickým) obdobím. Za základné obdobie bol považovaný rok 2004. K bázickému roku sme následným spôsobom pričleňovali aj ďalšie roky v sledovanom období 2004 – 2015. Pri výpočte sme vychádzali z nasledujúceho vzorca:

$$Bi = \frac{q_1}{q_0}, \frac{q_2}{q_0}, \frac{q_3}{q_0}, \dots, \frac{q_n}{q_0} \quad (1.10)$$

Bi – Bázický index vývoja priemernej nominálna mesačnej mzdy

q_0 – základné (bázické) obdobie;

$q_1, q_2, q_3, \dots, q_n$ – ostatné roky.

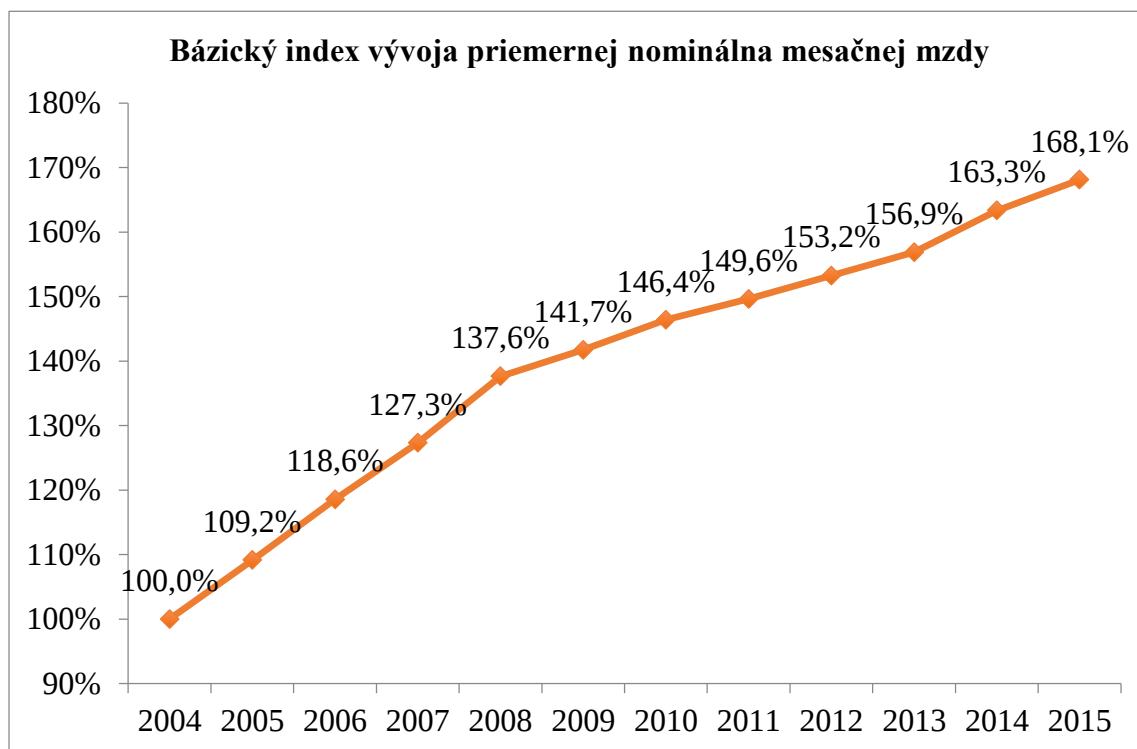
Tabuľka 1 Bázický index vývoja priemernej nominálnej mesačnej mzdy

Rok	Bázický index vývoja priemernej nominálnej mesačnej mzdy
2004	1
2005	1,092
2006	1,186
2007	1,273
2008	1,376
2009	1,417
2010	1,464
2011	1,496
2012	1,532
2013	1,569
2014	1,633
2015	1,681

Zdroj: Vlastné spracovanie podľa

http://www.statistics.sk/pls/elisw/objekt.send?uic=1410&m_sso=2&m_so=15&ic=40

Podľa výsledkov bazického indexu, hodnoty nižšie ako 1 hovoria o poklese v porovnaní s rokom 2004. V našich výsledkoch bola každá hodnota vyššia ako 1, čo poukazuje na to, že každý nasledujúci rok zaznamenal nárast oproti mzdy v roku 2004. Aj samotný graf poukazuje na nárast priemerných miezd v rámci Slovenskej republiky.



Zdroj: Vlastné spracovanie podľa

http://www.statistics.sk/pls/elisw/objekt.send?uic=1410&m_sso=2&m_so=15&ic=40

Graf 9 Bázický index vývoja priemernej nominálnej mesačnej mzdy

Pre účely našej práce bolo zaujímavé a relevantné kritérium vývoj mzdy v národnom hospodárstve na základe krajov. Dáta pre 79 slovenských okresov sme reálne nepoužili v tejto časti práce, nakoľko by sa jednalo iba o zbytočné rozširovanie textu práce. Priemerná mzda v SR je v každom kraji iná. V tabuľkovom spracovaní 2 uvádzame vývoj priemerných miezd v Slovenskej republike na základe jednotlivých krajov v rokoch 2009 – 2014.

Ako je vidieť, najvyššia priemerná mzda bola zaznamenaná v bratislavskom kraji. Druhá najvyššia priemerná mzda bola zaznamenaná v Trnavskom kraji, po ktorom ako tretí nasledoval košický kraj.

Tabuľka 2 Priemerná nominálna mesačná mzda zamestnanca v EUR podľa krajov (2009-2014)

Kraj	Priemerná nominálna mesačná mzda v Eur					
	2009	2010	2011	2012	2013	2014
Bratislavský kraj	1 178	1 160	1 124	1 159	1 182	1 286
Trnavský kraj	752	787	815	831	841	892
Trenčiansky kraj	688	732	774	797	809	863
Nitriansky kraj	678	707	753	783	782	829
Žilinský kraj	709	759	801	830	820	875
Banskobystrický kraj	675	702	756	783	779	837
Prešovský kraj	636	659	697	715	721	767
Košický kraj	761	792	848	851	855	908

Zdroj: www.statistics.sk

Naopak najnižšia miera priemerných miezd bola zaznamenaná v prešovskom kraji v období 2009-2014. Rozdiel oproti bratislavskému kraju v roku 2009 bol vo výške 540 eur. tento rozdiel v roku 2010 bol 501 Eur. Rozdiel v roku 2011 bol 427 eur a v roku 2012 to bolo 444 eur. V prešovskom kraji v roku 2013 dostávali zamestnanci mzdu o 461 eur nižšiu ako v bratislavskom kraji. Tento rozdiel v roku 2014 bol 519 eur.

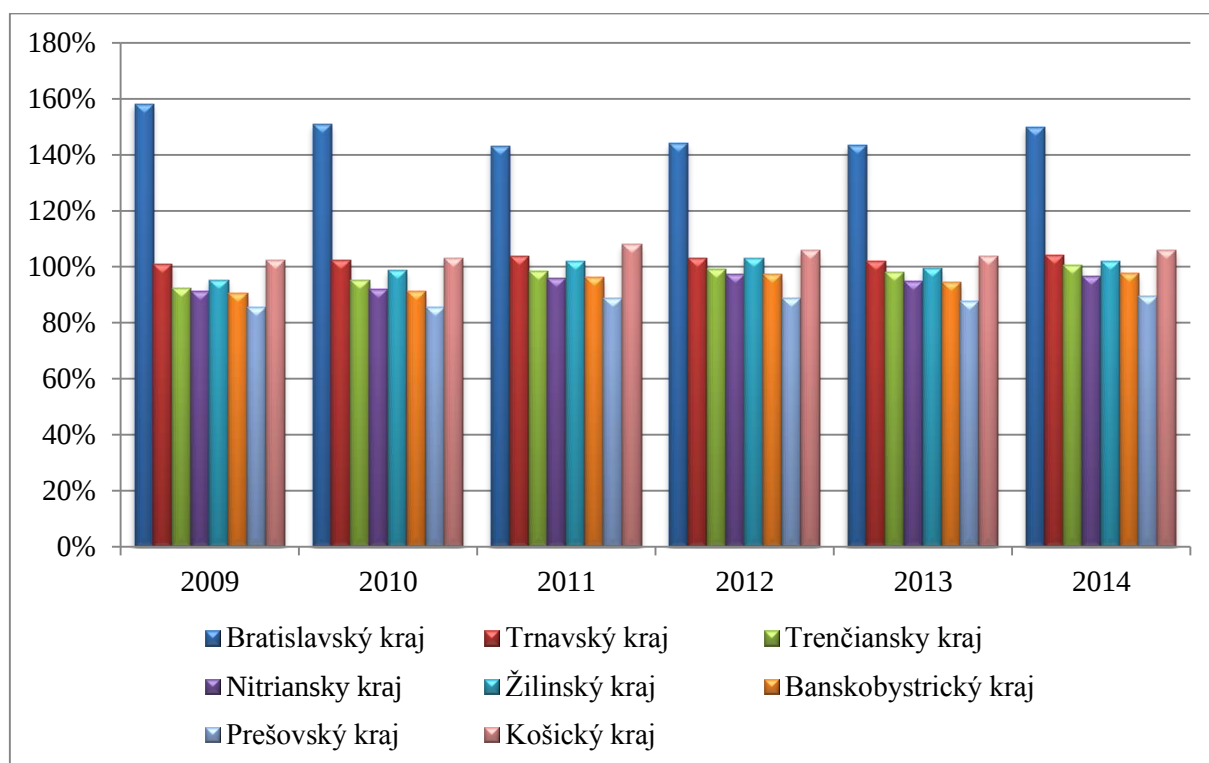
V rámci sledovania priemerných miezd na základe krajov boli zistené mzdové nerovnosti. Priemerné mzdy sú v každom kraji rôzne, čo nám preukazuje priestorovú diferenciáciu. Nasledujúca tabuľka 3 uvádza vývoj podielu priemernej nominálnej mzdy v krajoch k priemernej nominálnej mzde Slovenskej republiky v % .

Tabuľka 3 Vývoj podielu priemernej nominálnej mzdy v krajoch k priemernej nominálnej mzde SR v %

Kraj	Priemerná nominálna mesačná mzda zamestnanca v Eur					
	2009	2010	2011	2012	2013	2014
Bratislavský kraj	158,23%	150,85%	143,00%	143,98%	143,45%	149,88%
Trnavský kraj	101,01%	102,34%	103,69%	103,23%	102,06%	103,96%
Trenčiansky kraj	92,41%	95,19%	98,47%	99,01%	98,18%	100,58%
Nitriansky kraj	91,07%	91,94%	95,80%	97,27%	94,90%	96,62%
Žilinský kraj	95,23%	98,70%	101,91%	103,11%	99,51%	101,98%
Banskobystrický kraj	90,66%	91,29%	96,18%	97,27%	94,54%	97,55%
Prešovský kraj	85,43%	85,70%	88,68%	88,82%	87,50%	89,39%
Košický kraj	102,22%	102,99%	107,89%	105,71%	103,76%	105,83%

Zdroj: Vlastné spracovanie

Tento nepomer medzi priemernou mzdou za celú SR a priemernými mzdami v jednotlivých krajoch je zobrazený v grafe 10.



Zdroj: Vlastné spracovanie

Graf 10 Vývoj podielu priemernej nominálnej mzdy v krajoch k priemernej nominálnej mzde SR v %

Je dôležité poznamenať, že v období rokov 2009-2014 sa k priemernej mzde najviac priblížil trnavský a košický kraj. Pracovníci z trnavského kraja dostávali mzdu v priemere 752 Eur v roku 2009. V roku 2014 tomu bolo 892 Eur. Jedná sa o podiel na priemerných mzdách

Slovenskej republiky v sledovaných rokoch 101,01 % v roku 2009 a 103,96 % v roku 2014. V období skúmania (2009-2014) sa k priemerným mzdám priblížili aj zamestnanci z košického kraja. Tým bola vyplácaná priemerná mzda, ktorá dosahoval hodnotu od 102,22 % v roku 2009 do 105,83 % v roku 2014.

2 CIEĽ PRÁCE

Hlavným cieľom tejto práce je využitie priestorových modelov pri modelovaní miezd v Slovenskej republike.

K dosiahnutiu hlavného cieľa sme stanovili nasledujúce čiastkové ciele:

Ako prvý čiastkový cieľ sme definovali oboznámiť sa s teoretickou problematikou miezd a determinantov, ktoré ich ovplyvňujú.

Ďalším čiastkovým cieľom je analýza vývoja miezd v Slovenskej republike.

Následne sme ako tretí čiastkový cieľ stanovili vysvetliť základné princípy priestorovej ekonometrie.

Za štvrtý čiastkový cieľ sme si stanovili nadobudnúť teoretické vedomosti o modelovaní s použitím priestorového autoregresného modelu (SAR model) a modelu s priestorovými chybami (SEM model).

Posledný stanovený cieľ bol zvolený za účelom analýzy a spracovania modelu vývoja miezd na Slovensku s použitím vhodného softvéru na modelovanie.

3 PRIESTOROVÁ EKONOMETRIA

V rámci tejto časti práce sa budeme venovať úvodu k priestorovej ekonometrie, základným pojmom a modelom pre jednoduché dátové štruktúry, ktoré ďalej prevedieme na zložitejšie, panelové dáta.

Na základe priestorovej ekonometrie je pokrývaný súhrn techník, ktoré sa usilujú o to, aby sa vysporiadali so svojráznosťou zapríčinenou priestorovými efektmi v rámci štatistickej analýzy regionálnych modelov. Priestorová ekonometria sa venuje predovšetkým modelom, ich alternatívnym špecifikáciám, ich odhadu, predikcie a napokon vyhodnotenia (Anselin, 1999).

Teoreticky sú rozlíšené tri skupiny analýz v priestorovej ekonometrii. Jedná sa o:

- priestorový bodový proces (Spatial Point Pattern Analysis), sleduje umiestnenie vybranej udalosti v rámci selektovaného regiónu, kde sa pozoruje viacero bodových dát. Uvedený proces môžeme označiť ak stochastický. Existuje viacero použití týchto procesov. Najčastejšie majú svoje uplatnenie v oblasti krajinnej ekológie, analýzy trestnej činnosti a podobne. Prvý krát bol tento proces definovaný podľa odhadov priestorovej štatistickej hustoty dát, ktoré boli pozorované. Základný princíp spočíva v tom, že sa hodnotí, či údaje vykazujú nejaké priestorové delenie (v anglickom jazyku Spatial Clustering Pattern), prípadne priestorovú náhodnosť (v anglickom jazyku Complete Spatial Randomness).
- geoštatistiku (Geostatistics), pracuje s údajmi, ktoré teoreticky umožňujú byť merané na akomkoľvek mieste, respektíve lokalite, avšak preferuje sa spôsob obmedzeného merania na vybranom území. Podľa hodnôt nameraných údajov sa vykoná interpolácia údajov pre ostatné lokality, ktoré neboli pozorované.
- analýzu plošných dát (Analysing Areal Data) (Bivand, Pebesma, Gomez- Rubio, 2008), vykonáva sa v regiónoch, ktoré majú presne určené hranice. Pri každom pozorovaní sa tvoria hranice podľa vnímania pozorovateľa. Môžu byť tvorené na základe rôznych kritérií. Základná otázka, ktorá sa rieši pri analýze plošných dát je, či udalosť z jedného pozorovacieho regiónu má vplyv na ostatné udalosti, ktoré sa sledujú v iných regiónoch.

3.1 PRIESTOROVÉ EFEKTY

V rámci predloženej podkapitoly zdôrazníme priestorovú interakciu. Téma priestorovej interakcie, respektíve priestorových efektov je v teórii zo strany slovenských domácich autorov iba veľmi málo prezentovaná. Avšak vo vybraných publikáciách a štúdiách sa venujú nielen teoretickej ale aj aplikovanej ekonometrii. (Kusendová 2000, Bačík 2008)

Dôvod aplikácie priestorových efektov je samotný posun v názoroch subjektov, ktorí prijímajú rozhodnutia samostatne bez akýchkoľvek vplyvov z vonka a to napríklad spoločenských noriem, napodobňovania, očakávania a v neposlednom rade aj susednosti. Posun v uvažovaní spôsobil, aby sa platnosť predpokladov Gauss-Markovovej vety narušila. Na základe nej sa vytyčuje nevychýlenosť odhadu, ktorý sa dosiahol prostredníctvom metódy najmenších štvorcov.

Získanie odhadov sa preto otáča k alternatívnym metódam, medzi ktoré môžeme zaradiť metódu maximálnej vierohodnosti a metódu momentov (zovšeobecneného charakteru). Prínos priestorových efektov spočíva v tom, že tradičné modely neberú v úvahu fakt, že oblasti mesta, regiónu, štátu, ktoré fungujú v jednom hospodárskom celku sa medzi sebou ovplyvňujú a týmto ovplyvňujú aj konečný výsledok.

Problematike (definovania regiónov z teoretického a metodologického aspektu) sa venovalo početné množstvo prác, respektíve ich autorov. Ako príklad uvedieme práce a štúdie Bašovského a kol. (1986), Bašovského a Mládeka (1987), Benetta (1989), Koreca (2005). Na základe teórie sú priestorové efekty členené na dve skupiny:

- Autokoreláciu (priestorovú závislosť)
- Heterogenitu (priestorovú rôznorodosť)

3.1.1 Priestorová závislosť

Autokorelácia alebo priestorová závislosť nastáva v tom prípade, že pri pozorovaní dvoch oblastí sa zistí, že existuje korelácia medzi hodnotami pozorovaní. V prípade absencie korelácie dát medzi dvoma oblasťami, odmietame výskyt priestorovej korelácie.

Môžeme z teoretického aspektu hovoriť o kladnej a zápornej priestorovej autokorelácii. Kladná priestorová autokorelácia poukazuje na zhromažďovanie v priestore podobných hodnôt pozorovaní. Na druhej strane, záporná autokorelácia hovorí o zhromažďovaní odlišných hodnôt v priestore.

Moranov koeficient I stanovuje existenciu priestorovej autokorelácie. Vymedzuje sa pre konkrétny vektor x a má nasledujúci tvar:

$$I = \frac{n(\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_{ij}(x_i - \bar{x})(x_j - \bar{x}))}{(\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_{ij})(\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2)} \quad (2.1)$$

n - počet priestorových jednotiek,

x_i - hodnota premennej v regióne i ,

$\bar{x}$, - aritmetický priemer pre dané premenné x ,

w_{ij} - priestorová váha.

Interpretácia hodnôt Moranovho koeficientu je nasledovná. Pri hodnotách, ktoré sa blížia k 1, tvrdíme, že sa jedná o kladnú autokoreláciu. Ak sa hodnoty blížia k -1, môžeme hovoriť o zápornej priestorovej autokoreláci. V prípade, že sa hodnota Moranovho koeficientu rovná 0, tak sa autokorelácia nenachádza.

Ak je hodnota Moranovho koeficientu 0, pokračuje sa s modelmi, ktoré nepoužívajú priestorovú ekonometriu. Vo všetkých ostatných prípadoch sa tvorí priestorový model, ktorý je výrazne zložitejší.

Priestorová závislosť sa vyjadruje nasledujúcim vzťahom:

$$y_i = f(y_j), \quad i = 1, \dots, n, \quad j \neq i \quad (2.2)$$

Alternatívny zápis priestorovej autokorelácie, respektíve podobnosť hodnôt súvisiacu s podobnosťou polohy sa môže vyjadriť:

$$Cov(y_i, y_j) = E(y_i * y_j) - E(y_i) * E(y_j) \neq 0, \quad j = 1, \dots, n \quad (2.3)$$

Existuje otázka, na základe čoho sa očakáva, že hodnota jednotlivých pozorovaní bude závisieť od hodnôt iných pozorovaní. Pri priestorovej ekonometrii, hranice regiónov, oblastí či štátov (ktoré sú administratívne určené) nedokážu zakaždým presným spôsobom vymedziť skutočnú povahu procesu, pomocou ktorého dochádza ku generovaniu dát. Napríklad pracovná sila, teda zamestnanci sú v dnešnej dobe veľmi mobilní. Ich pracovisko je odlišné od adresy ich bydliska. Dokonca nemusí sídlo a pracovisko byť v tom istom meste, regióne či štáte.

Veľmi dôležitý faktor v rámci regionálneho modelovania je priestorový aspekt. Formovanie obchodu, vznik pracovných miest, infraštruktúra a jej výstavba sú veľmi ovplyvnené vzdialenosťou od ostatných regiónov, aj jeho geografickej polohy.

Pri štandardnom modelovaní sa rieši funkčná závislosť medzi vysvetľovanou premennou y a k regresormi x , $y_i = f(x_1^1, x_1^2, \dots, x_1^k)$ pomocou lineárnej regresnej rovnice:

$$y_i = X_i\beta + \varepsilon_i, \quad i = 1, \dots, n \quad (2.4)$$

i - región, $i = 1, \dots, n$

y_i - hodnota vysvetľovanej premennej,

X_i - $(1 \times k)$ vektor vysvetľujúcich premenných,

β - vektor parametrov (získa sa metódou najmenších štvorcov),

ε_i - náhodná chyba.

Vtedy, keď chceme poukázať na závislosť hodnôt vysvetľovanej premennej v jednej lokalite od hodnôt v iných lokalitách, musíme na pravú stranu rovnice (2.1) priradiť člen y_i . Týmto priradením sa poruší základný predpoklad Gauss-Markovovej vety. Predpokladom je, že hodnoty vysvetľujúcich premenných musia byť nestochastické. Tým sa automaticky naskytá požiadavka, aby sa metóda najmenších štvorcov zamenila inou metódou.

3.1.2 Priestorová rôznorodosť

Priestorová rôznorodosť zapríčiňuje nestabilitu v štruktúre modelovaného vzťahu. V takomto prípade uvažujeme o odlišnej funkčnej závislosti pre každý pozorovaný región. Ak tieto poznatky uplatníme na štandardný lineárny regresný vzťah, dostaneme nasledujúcu podobu vzorca:

$$y_i = X_i\beta + \varepsilon_i, \quad i = 1, \dots, n \quad (2.5)$$

Na rozdiel od rovnice (2.4) uvažujeme aj o vektore β_i , ktorý je rôzny pre každé pozorovanie i . Dodávame, že uvedené množstvo koeficientov je veľmi vysoké ak berieme v úvahu daný počet pozorovaní. Identifikáciou niekoľkých skupín (medzi ktorými sa vyskytuje funkčná závislosť) je možné znížiť počet koeficientov. Ako príklad z praxe môžeme uviesť, že pri analýze kontinentu môžeme nachádzať a následne analyzovať regresné vzťahy v rámci jednotlivých štátov.

V poradí ďalšia eventualita je úvaha o jednotnom regresnom vzťahu, ktorý disponuje nekonštantnou varianciou chýb. Očakáva sa, že variancia sa bude vyznačovať pomerne nižším počtom jej jednotlivých parametrov. Pri oboch prípadoch je možné sa vysporiadať

s určitými záležitosťami a to na základe metód, ktoré sú štandardného ekonometrického charakteru. Je však dôležité dodať, že za viac výhodné sa považuje explicitná úvaha o priestorovej heterogénnosti. Geografická poloha pri pozorovaní je najdôležitejšia pri určovaní formy nestability a taktiež aj skutočnosť, že heteroskedasticita sa môže ťažšie odlíšiť od priestorovej autokorelácie, kedy už nepostačujú štandardné metódy.

3.2 PRIESTOROVÝ SUSEDIA A PRIESTOROVÉ VÁHY

Prevažná časť modelov sa vyznačuje tým, že ich základom je stanovenie toho, či daný región je možné vnímať za priestorového suseda. Poznamenávame, že v rámci súvislej plochy sú všetky body považované za susedov, i napriek tomu, že fyzicky nie sú susedmi. Jestvuje mnoho definičných vymedzení na pojem „susedstvo“ v rámci priestorovej ekonometrie. Tým sa budeme venovať v nasledujúcej časti práce.

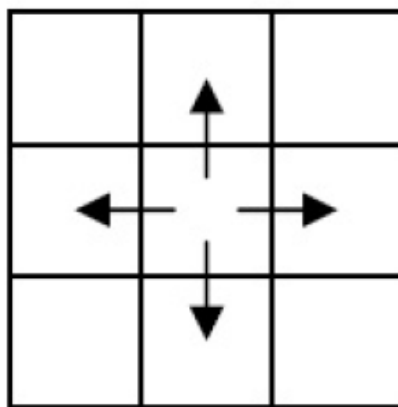
3.2.1 Priestorový susedia

Pri používaní plošných dát je dôležité, aby sa určili priestoroví susedia. Definujú sa vzťahy medzi pozorovaním, ktoré majú nenulové hodnoty (teda sú fyzickým spôsobom susedia). Podľa teórie sa vymedzuje niekoľko typov susedstva medzi dvoma regiónmi. O susedstve dvoch regiónoch môžeme hovoriť vtedy, ak majú spoločnú hranicu, ak majú vzájomnú vzdialenosť, ktorá je vopred definovaná, ak je vyhodnotenie o susedstve založené na grafe alebo podľa významovosti jednotlivých regiónov.

V našej predloženej práci sa zameriame na vytýčený jeden druh susedstva. Matica susednosti ktorá je symetrická $N \times N$ matica (kde N je počet regiónov) s elementmi (i, j) , bude založená na tom, či majú dva regióny fyzicky spoločnú hranicu. V prípade, že dve regióny majú fyzicky spoločnú hranicu, v matici bude pridaná hodnota 1. V prípade, že túto hranicu nemajú, pridá sa hodnota 0. Diagonálne elementy tejto matice budú 0.

Tento typ matrice sa tvorí podľa viacerých existujúcich pravidiel. Avšak pre zjednodušenie a ľahšie pochopenie problematiky, zdôrazníme dve základné typy matice. Jedná sa o maticu susedstva typu Rook (Rook contiguity) a susedstvo typu Queen (Queen contiguity) (Bivand, Pebesma, Gomez- Rubio, 2008).

Rook contiguity – tento typ susedstva uvádza, že regióny sú susedné, v prípade, že majú spoločnú nejakú časť hranice na ľubovoľnej strane (Obrázok 1).

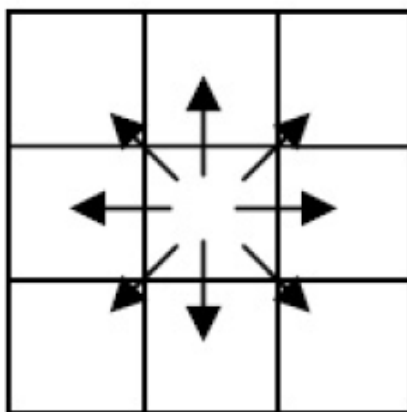


Zdroj: Slavík, Gráč, Klobučník (2011)

Obrázok 1 Zovšeobecnená priestorová štruktúra váh typu Rook

Pri tomto type susedstva je nevyhnutné, aby sa definovala samotná dĺžka hranice, respektíve „snap distance“, čo je nejaká minimálna dĺžka spoločnej hranice, ktorú musia mať dva regióny, aby sa mohli v konečnom dôsledku považovať za susedov.

Queen contiguity- je to ďalší typ susedstva, obdobného charakteru ako ten predchádzajúci. Tu je špecifické to, že sa nežadáva „snap distance“, teda nezáleží na dĺžke hranice (Obrázok 2).



Zdroj: Slavík, Gráč, Klobučník (2011)

Obrázok 2 Zovšeobecnená priestorová štruktúra váh typu Queen

Na rozdiel od Rook contiguity, dva regióny sú pri Queen contiguity susedmi, ak budú mať spoločný len jeden bod hranice.

Špecifikom v rámci prejednávanej problematiky priestorových susedov je prípad, keď existuje ostrov, ktorý je jedným z regiónov, ktorý sa skúma. Teoretici odporúčajú, aby sa takéto regióny vynechali z dátovej štruktúry.

Keď tvoríme maticu susednosti, je dôležité, aby sa nepostupovalo automatickým spôsobom ale je potrebné vybrať vyhovujúcu podmienku susedstva (podľa toho, čo bude predmetom skúmania). Napríklad použijeme Rook contiguity a vykreslí sa nám obrovské množstvo regiónov, ktoré budú iba zaťažovať výpočet, respektíve vytváranie modelu. Môže dôjsť ku klamlivej situácii, že sa vykreslia susedné regióny, ktoré pri riešení problematiky nemajú vplyv na nami skúmaný región.

Ako jeden zo spôsobov určovania kritérii susedstva regiónov je ich vzájomná vzdialenosť. Táto situácia sa rieši určením ťažiska. Najčastejšie sa pre ťažisko oblasti či regiónu stanovuje hlavné mesto a následne sa susednosť s ostatnými hlavnými mestami iných regiónov rieši na základe kritéria: vzdialenosti medzi nimi v kilometroch či hodinách po cestných komunikáciách.

Jedna z možností vytvárania matice susedností je stanovenie k najbližších susedov, kde k je od 1, ..., $N-1$. V mnohých situáciách sa týmto spôsobom vytvorí nesymetrická matica. Pozitívom však je, že každému regiónu sa určia susedia. Stanoví sa počet susedov, ktorý chceme nájsť pre každý región a následne sa nachádzajú minimálne vzdialenosti k nim.

Ďalší spôsob pre určenie susedných regiónov je vopred stanovená vzdialenosť, na ktorej budeme hľadať susedné regióny. Táto vzdialenosť sa vypočíta tak, aby každý región mal minimálne jedného suseda. S nárastom tejto hodnoty bude dochádzať aj k nárastu počtu susedov. V praxi existujú regióny, ktoré nie sú rovnomerne rozložené a táto minimálna vzdialenosť, ktorá by pre jeden región priniesla jedného suseda, pre druhý región tá istá vzdialenosť môže priniesť nespočetné množstvo susedných regiónov. V takomto prípade sa použije menšia vzdialenosť a vzniknú regióny, ktoré nemajú žiadneho suseda. To však v praxi nie je problém, nakoľko sú regióny viac menej rovnomerne rozložené. Nájde sa minimálne jeden sused pre každý región.

3.2.2 Priestorové váhy

Ako sme vyššie uviedli, pri modelovaní vplyvu medzi jednotlivými regiónmi je možné použiť maticu susedstva, ktorá sa vytvorila pri hľadaní priestorových susedov. Avšak v rámci priestorovej ekonometrie z dôvodu exaktnejšieho výpočtu sa používa transformovaná matica. Na transformáciu matice sa využívajú rôzne metódy, avšak najviac používanou je „riadková normalizácia“ (Viton, 2010).

V rámci riadkovej normalizácie, každý riadok matice priestorových váh má súčet rovný 1. Definujeme maticu priestorových susedov $\tilde{W}$ s elementmi $\tilde{W}_{ij}$. Po aplikácii riadkovej normalizácie, každý element v riadku je delený súčtom elementov v riadku. Z toho vyplýva, že matica váh priestorových susedov W s elementmi W_{ij} bude mať nasledujúci tvar:

$$W_{ij} = \frac{\tilde{W}_{ij}}{\sum_j \tilde{W}_{ij}} \quad (2.6)$$

Poznamenávame, že táto matica nie je symetrická.

Ak máme prípad (ako sme už vyššie načrtli) ostrova, ktorý podľa určitého kritéria nie je možné vynechať, vzorec sa upraví takto:

$$W_{ij} = \frac{\tilde{W}_{ij}}{\max(1, \sum_j \tilde{W}_{ij})} \quad (2.7)$$

Pri konštrukcii matice zo vzdialeností medzi regiónmi, kde d_{ij} je vzdialenosť medzi regiónmi i a j vytvorí sa táto rovnica:

$$\tilde{W}_{ij} = \begin{cases} 1 & d_{ij} < d \\ 0 & \text{inak} \end{cases} \quad (2.8)$$

Pre preddefinované d . Interpretujeme to za regióny i a j môžeme povedať, že sú priestoroví susedia, ak sú medzi sebou vzdialené d jednotiek.

Pri definovaní pomeru dĺžky hranice regiónov i a j , teda b_{ij} dostávame, že

$$\tilde{W}_{ij} = \frac{b_{ij}^\alpha}{d_{ij}^\beta} \quad (2.9)$$

α a β sú špecifikované eventuálne odhadované konštanty.

3.3 PRIESTOROVÉ PRIEREZOVÉ MODELÝ

Anselin (1988) uvádza dve kľúčové formy priestorovej závislosti:

- forma priestorového oneskorenia, pri ktorej premenná pre daný región je ovplyvnená premennými zo susedných regiónov. Predpokladáme, že pri niektorých pozorovaniach sa preukazuje korelácia podľa umiestnení v priestore. Takýto výsledok sa vysvetľuje existenciou priestorových hierarchických vzťahov, priestorových presahov a ostatných typov priestorových interaktivít. Ide o priestorovú autokoreláciu, respektíve

priestorový autoregresný model (Spatial Autoregressive Model – SAR model). Ten popisuje priestorové oneskorenie,

- forma priestorových chýb: jestvujú faktory, ktoré sa nezačleňujú do modelu a ovplyvňujú všetky oblasti daného regiónu. Uvedené faktory smerujú ku chybám odhadov závislej premennej. Na základe takéhoto prístupu sa usiluje o to, aby bola zaznamenaná priestorová heterogenita, respektíve priestorový model chýb (Spatial Error Model – SEM model), taktiež Durbinov model, ale aj model SARAR (čo je v podstate kombinácia SAR a SEM modelu) (Anselin, 1988).

Obidve priestorové závislosti smerujú k problémom, ktoré disponujú klasickým regresným modelom. Ak dôjde k zanedbaniu priestorového oneskorenia, môže dôjsť následne k tomu, že sa vynechá priestorová premenná a zanedbajú sa priestorové chyby. To všetko smeruje k tomu, že odhad bude nekonzistentný. V prípade definovania priestorových prierezoých modelov, základom bude tradičná regresia, ktorá je začlenená v Gauss–Markovej vete:

$$\mathbf{y} = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \mathbf{u} \quad (2.10)$$

$\mathbf{y}$ - vektor N závislých pozorovaní,

$\mathbf{X}$ - matica $n \times k$ vysvetľujúcich premenných,

$\boldsymbol{\beta}$ - vektor parametrov,

$\mathbf{u}$ - vektor N stochastických chýb.

Maticu $\mathbf{X}$ a vektor $\boldsymbol{\beta}$ považujeme za fixné premenné. Kým vektor $\mathbf{u}$ opakovaným spôsobom spôsobuje narušenie vektora $\mathbf{y}$, ktorý je nami pozorovaný. V súvislosti s tým, že $\mathbf{X}$ a $\boldsymbol{\beta}$ sú fixné, vektor $\mathbf{y}$ bude mať kovarianciu rovnakú ako $\mathbf{u}$.

Dodatočné predpoklady súvisiace s variačnou štruktúrou nie sú totožné s tvrdením Gauss–Markovej vety. Dochádza k porušeniu stochastickosti Gauss–Markovej vety. Na základe priestorovej závislosti (vychádzajúca z interakčného vzťahu medzi jednotlivými regiónmi) je potrebné, aby sa modelovali nešpecifické funkcie priestorovej závislosti (LeSage, 1999).

3.3.1 Priestorový autoregresný model (SAR Model)

SAR model môžeme vyjadriť nasledujúcim vzťahom:

$$\mathbf{y} = \lambda \mathbf{W}\mathbf{y} + \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \mathbf{u} \quad (2.11)$$

y - je vektor vysvetľovanej premennej,

λ - priestorový autoregresný koeficient,

$\mathbf{W}$ - matica priestorových váh,

$\mathbf{X}$ - matica vysvetľujúcich premenných,

$\boldsymbol{\beta}$ - vektor koeficientov,

$\mathbf{u}$ - vektor náhodných chýb.

Zložka W_{ij} sa považuje za zložku priestorového oneskorenia relácie. Dochádza k tomu medzi závislou premennou v danom regióne so závislou premennou v susednom regióne. Parameter λ je smer a sila vzťahu medzi premenami (LeSage, Pace, 1999).

Využitie SAR modelu je pri určovaní existencie vnútromodelových priestorových interakcií. Spôsob správania daného regiónu je priamo závislý od správania susedných regiónov.

Z dôvodu aby nedošlo ku skresleniu výsledkov na základe výskytu vysvetľovanej premennej na obidvoch stranách, bol vytvorený vzťah (2.12) na základe vzťahu (2.11):

$$\mathbf{y} = (\mathbf{I} - \lambda \mathbf{W})^{-1} \mathbf{X} \boldsymbol{\beta} + (\mathbf{I} - \lambda \mathbf{W})^{-1} \mathbf{u} \quad (2.12)$$

Vektor náhodných chýb $\mathbf{u}^* = (\mathbf{I} - \lambda \mathbf{W})^{-1} \mathbf{u}$ nie je homoskedastického charakteru a s najväčšou pravdepodobnosťou ani lineárneho charakteru, keďže závisí od neznámeho parametra λ .

Predpokladom je, že sa na uvedený vzťah $(\mathbf{I} - \lambda \mathbf{W})$ uplatňuje:

$$\left(\frac{1}{s_{\max}} \right) \leq \lambda \leq \left(\frac{1}{s_{\min}} \right) \quad (2.13)$$

$s_{\max}$ a $s_{\min}$ - najväčšie a najmenšie hodnoty z matice priestorových váh $\mathbf{W}$.

Rovnako predpokladom je, že ak je matica priestorových váh $\mathbf{W}$ stochastická v riadkoch, platí:

$$-1 \leq \lambda \leq 1 \quad (2.14)$$

Dôležité je poznamenať, že nejestvuje žiadne teoretické vymedzenie toho, že matica $\mathbf{W}$ je stochastická v riadkoch.

Za predpoklad sa tiež považuje to, že pre vzťah $(\mathbf{I} - \lambda \mathbf{W})^{-1}$, pokiaľ $|\lambda| < 1$, platí:

$$(\mathbf{I} - \lambda \mathbf{W})^{-1} = \mathbf{I} + \lambda \mathbf{W} + \lambda^2 \mathbf{W}^2 + \lambda^3 \mathbf{W}^3 + \dots \quad (2.15)$$

W - priestorová matica váh určitého regiónu,

W^2 - matica váh susedného regiónu, ktorý susedí s iným regiónom,

W^3 - matica váh regiónu, ktorý susedí s iným regiónom a ten susedí s ďalším regiónom.

Podľa predpokladu vo vzťahu (2.14), nárast hodnoty nejakej premennej za určitý región by smeroval k poklesu tejto premennej v susedných regiónoch. Najskôr sa predpokladá, že tá premenná vyvolá klesajúce vplyvy pre celú sústavu. Podľa hore uvedeného môže uviesť, že:

$$y = X\beta + \lambda WX\beta + \lambda^2 W^2 X\beta + \lambda^3 W^3 X\beta + \dots \quad (2.16)$$

SAR Model, ktorý je zapísaný vo vzťahu (2.11) sa môže prepísať nasledovným spôsobom:

$$\begin{aligned} (I - \lambda W)y &= X\beta + u \\ Ay &= X\beta + u \end{aligned} \quad (2.17)$$

kde $A = (I - \lambda W)$, a kde sa náhodná premenná riadi rozdelením $u \sim N(0, \sigma^2 I)$.

3.3.2 Model s priestorovými chybami (SEM Model)

SEM model berie v úvahu priestor v súvislosti so spresnením reziduí. Oblasti sú ovplyvnené cez chybu rezidua, respektíve týmito faktormi, ktoré nie sú zahrnuté do modelu. Model je zapísaný ako:

$$y = X\beta + u, \quad u = \rho Wu + v \quad (2.18)$$

v - vektor náhodných chýb, pričom platí $v \sim N(0, vv^T I)$.

u - vektor závislý od vektora ρ , ktorý predpokladáme je nelineárny a zapisujeme ho ako:

$$(I - \rho W)u = v \text{ a následne } u = (I - \rho W)^{-1}v$$

po dosadení do (2.18)

$$y = X\beta + (I - \rho W)^{-1}v \quad (2.19)$$

Konštatujeme, že SEM model je jednoduchší ako SAR model, keďže v tomto modeli je problémom heteroskedasticita a nelinearita parametra ρ .

Prierezový model SEM sa zapisuje na základe (2.18) ako:

$$y = X\beta + u, Bu = (I - \rho W). \quad (2.20)$$

3.4 PRIESTOROVÁ EKONOMETRIA PRE MODELÝ S PANELOVÝMI DÁTAMI

V rámci tejto podkapitoly sa zameriame na oblasť priestorovej ekonometrie v panelových dátach. Objasníme, čo sa považuje za panelové dáta, aké je ich použitie a v neposlednom rade výhody v porovnaní s prierezovými dátami.

Panelové dáta disponujú viacerými dimenziami. Boli vytvorené prostredníctvom toho, že došlo ku spojeniu dvoch prípadov, a to takým spôsobom, že jedna dimenzia je časovo vymedzená ako t a druhá prierezová dimenzia vymedzená i . Samým uvedením dát v dvoch dimenziách môžeme konštatovať, že sa jedná o viac zložitú štruktúru.

Pri spracovaní praktickej časti budeme pozorovať 79 okresov v Slovenskej republike. Prierezová dimenzia je $i = 1, \dots, N$ (N je 79 okresov) a tieto pozorovania sú pre vybrané časové obdobie, pre $t = 1, \dots, T$ rokov (2009-2014).

Dáta spracované na základe tohto tvaru majú nasledujúce výhody:

1. panelové dáta umožňujú exaktnejšie spracovanie odhadu modelovaných parametrov. Majú viac stupňov voľnosti a rovnako aj menšiu multikolinearitu ako časové rady (ako panel s $N=1$) a prierezové dáta (ako panel s $T=1$).

2. Umožňujú návrh a testovanie viac zložitých hypotéz; dochádza ku kontrole dopadov na vynechané premenné, ktoré sú v korelácii s ostatnými, taktiež tu patrí aj k zisťovaniu dynamických vzťahov a odhadu presnejších predikcií.

3. Pri analýze nestacionárnych časových radoch umožňuje zjednodušiť výpočty a taktiež štatistické závery. (Hsiao, 2005).

V rámci modelovania s panelovými dátami je nevyhnutné brať v úvahu vnímať rozdiel medzi vyváženými a nevyváženými panelovými dátami. Za vyvážený panel sa považuje taký panel, kde existuje pre každú prierezovú jednotku totožný počet sledovaní (pre každé $i = 1, \dots, N$ je T totožné). V prípade nevyvážených paneloch to nie je tak ako sme uviedli v predchádzajúcom prípade. Za riešenie sa považuje to, že sa z nevyváženého panelu vykoná vyvážený a to takým spôsobom, že dôjde k vynechaniu tých prierezových jednotiek, ktoré nedisponujú kompletnými dátami.

Nasledujúci lineárny model je kľúčový v rámci modelovania panelových dát, ktoré sa používajú v rámci ekonometrie:

$$y_{it} = \alpha_{it} + \beta_{it}^T x_{it} + u_{it} \quad (2.21)$$

$i = 1, \dots, n$ je prierezový index,

$t = 1, \dots, T$ je časový index.

y_{it} je vysvetľovaná premenná i -tej prierezovej jednotky v čase t ,

x_{it} sú vysvetľujúca premenná i -tej prierezovej jednotky v čase t ,

u_{it} je náhodná zložka so strednou hodnotou 0.

Za najviac využívaný model sa považuje model, kde $\alpha_{it} = \alpha$ pre všetky i a t , a $\beta_{it} = \beta$ pre všetky i a t . Na základe uvedeného tvar štandardného lineárneho modelu sa zmení na:

$$y_{it} = \alpha + \beta^T x_{it} + u_{it}, \quad (2.22)$$

kde α je súhrnom vynechaných vplyvov pozorovaní.

Najčastejší predpoklad je, že náhodnú zložku tvoria dve časti a to zo zložky, ktorá je prierezová a nemení sa v čase. Uvedený model je známy ako “model nepozorovaných efektov” (Unobserved Effects Model)

$$y_{it} = \alpha + \beta^T x_{it} + \mu_i + \varepsilon_{it} \quad (2.23)$$

Pri riešení problémov súvisiacich s heterogenitou v modeloch s panelovými dátami sa vymedzujú nasledujúce dva modelové typy: model fixných efektov (Fixed Effects Model) a model náhodných efektov (Random Effects Model).

4 METODIKA A METODOLÓGIA PRÁCE

V praktickej časti sa najskôr zameriame na priestorové efekty a to priestorovú závislosť (autokoreláciu) a priestorovú rôznorodosť (heterogenitu). Ako základ pre praktickú časť, respektíve modelovanie vývoja miezd použijeme model s priestorovými chybami – SEM model a taktiež autoregresný model – SAR model. Oba modely uvádzame v kapitole č. 3, vzťahy (2.20) a (2.11).

Nakoľko priestorová ekonometria poskytuje rôzne možnosti pre odhad druhy modelu, ktoré sa môžu aplikovať na rôzne druhy dát, samotný proces modelovania a výpočtov by bol veľmi zdĺhavý, ak by sa uskutočňoval manuálnym spôsobom. Práve z toho dôvodu sme hľadali vhodný spôsob, ktorý by napomohol pri modelovaní miezd na Slovensku s použitím SAR a SEM modelu.

Jednou z prijateľnejších variant je použitie softvéru GEODA, ktorý umožňuje toto modelovanie uskutočniť.

Podmienky pre spracovanie údajov týmto softvérom sú nasledovné:

- zadefinovať za aké obdobie sa budú analyzovať dáta (tu je nutné, aby sme mali k dispozícii údaje o priemernej mzde na Slovensku)
- Nakoľko modelovanie v priestorovej ekonometrii požaduje, aby sme pracovali s určitým počtom regiónov, medzi ktorými by bola určitá korelácia, rozhodli sme sa porovnať tieto regióny s počtom okresov na Slovensku. Ku komparácii je nevyhnutné disponovať s dátami za určitý sled rokov a pre všetky okresy na Slovensku. Údaje sme získali z webu Štatistického úradu, kde je uvedená priemerná nominálna mzda (v EUR) vo všetkých okresoch na Slovensku za obdobie 2009-2014. Rozhodli sme sa pre túto možnosť, nakoľko sú všetky údaje spracované metodológiou Štatistického úradu SR a tým sme sa vyhli prípadu, že by došlo k stretu rôznych metodológií pri vykazovaní údajov za jednotlivé roky a okresy.
- Samotný softvér GEODA pracuje s mapou regiónov, na ktorých sa bude aplikovať modelovanie. Je dôležité v tomto smere na mape Slovenska (kde sú vymedzené všetky okresy) pridať všetky priemerné nominálne mzdy za obdobie 2009-2014.

Pri našom odhade modelov použijeme contiguity weight Queen, za susedné regióny (v našom prípade okresy) budeme považovať všetky regióny, s ktorým má vybraný región spoločnú hranicu nezávisle od jej dĺžky.

5 VÝSLEDKY

V nasledujúcej kapitole sa zameriame na modelovanie vývoja miezd na Slovensku v období 2009-2014. V predloženej práci sa budeme zaoberať odhadom modelu bez priestorových vplyvov a následne odhadneme model s priestorovými vplyvmi. Vypočítame tiež Moranov koeficient, v prípade, že sa nám preukáže kladná auto korelácia použijeme príslušný SAR alebo SEM model s priestorovou závislosťou, zameraný na závislosť výšky mzdy v okresoch Slovenskej republiky aj od miezd v susedných okresoch.

V modeli použijeme premennú mieru nezamestnanosti ako jeden z determinantov, ktoré majú vplyv na výšku mzdy. Ako sme to aj uviedli v podkapitole 1.2. Pri ďalších determinantoch sa vyskytol problém s dostupnosťou dát na regionálnej úrovni.

Budeme pracovať s dostupnými údajmi za všetkých 79 slovenských okresov.

Pri tvorbe modelu miezd budeme testovať základný model, pričom pre odhad použijeme najskôr údaje za rok 2009:

$$mzda_2009_i = \beta_0 + \beta_1 \cdot nez_2009_i + u_i,$$

kde $mzda_2009_i$ je priemerná nominálna mzda za uvedený rok pre i -ty okres,

nez_2009_i je miera nezamestnanosti za uvedený rok pre i -ty okres.

5.1 KLASICKÝ LINEÁRNY MODEL – ROK 2009

Klasický lineárny model je východiskový model v aplikačnej časti tejto práce. Závislou premennou je premenná $mzda_2009_i$ čo je priemerná nominálna mzda za uvedený rok pre príslušný okres. V našom modeli je nominálna mzda determinovaná mierou nezamestnanosti, t.j. nez_2009 .

Pri analýze využívame údaje za 79 slovenských okresov. Pri našom odhade modelov použijeme contiguity weight Queen, za susedné regióny budeme považovať všetky regióny, s ktorým má vybraný región spoločnú hranicu nezávisle od jej dĺžky.

Výsledky získané z odhadu modelu metódou najmenších štvorcov sú nasledovné:

SUMMARY OF OUTPUT: ORDINARY LEAST SQUARES ESTIMATION				
Data set	:	hranice_okresy_1		
Dependent Variable	:	mzda_2009	Number of Observations:	79
Mean dependent var	:	691.787	Number of Variables	2
S.D. dependent var	:	163.228	Degrees of Freedom	77
R-squared	:	0.393162	F-statistic	49.8871
Adjusted R-squared	:	0.385281	Prob(F-statistic)	6.31245e-010
Sum squared residual	:	1.27729e+006	Log likelihood	-494.883
Sigma-square	:	16588.2	Akaike info criterion	993.766
S.E. of regression	:	128.795	Schwarz criterion	998.505
Sigma-square ML	:	16168.3		
S.E of regression ML	:	127.154		

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Probability
CONSTANT	902.7774	33.20136	27.19097	0.00000
nez_2009	-14.99388	2.122851	-7.063084	0.00000

REGRESSION DIAGNOSTICS				
MULTICOLLINEARITY CONDITION NUMBER		4.352730		
TEST ON NORMALITY OF ERRORS				
TEST	DF	VALUE		PROB
Jarque-Bera	2	78.1010		0.00000

DIAGNOSTICS FOR HETEROSKEDASTICITY				
RANDOM COEFFICIENTS				
TEST	DF	VALUE		PROB
Breusch-Pagan test	1	9.3903		0.00218
Koenker-Bassett test	1	3.2881		0.06979

DIAGNOSTICS FOR SPATIAL DEPENDENCE				
FOR WEIGHT MATRIX : hranice_okresy_1.gal				
(row-standardized weights)				
TEST	MI/DF	VALUE		PROB
Moran's I (error)	0.4627	6.8082		0.00000
Lagrange Multiplier (lag)	1	39.8348		0.00000
Robust LM (lag)	1	3.3148		0.06866
Lagrange Multiplier (error)	1	38.4143		0.00000
Robust LM (error)	1	1.8942		0.16872
Lagrange Multiplier (SARMA)	2	41.7291		0.00000

===== END OF REPORT =====				
---------------------------	--	--	--	--

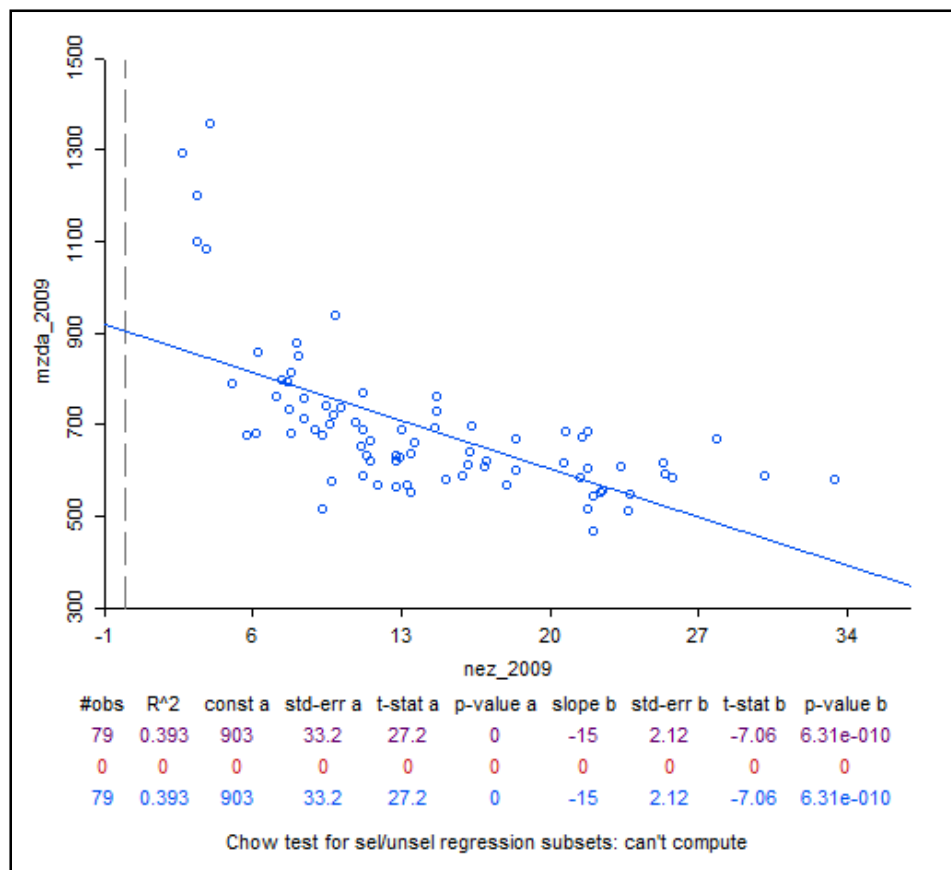
Obrázok 3 Výsledky odhadu nepriestorového modelu

Na základe výsledkov dostávame nasledujúci tvar modelu:

$$\widehat{mzda_2009}_i = 902,7774 - 14,9938 \cdot nez_2009_i$$

Odhadnutý model zachytáva 39,31 % z celkovej variability závislej premennej *mzda_2009*. Parametre modelu sú štatisticky významné na 5% hladine významnosti a tiež model ako celok je štatisticky významný.

Taktiež uvádzame aj bodový graf, týkajúci sa vplyvu nezamestnanosti na mzdu.



Obrázok 4 Bodový graf distribúcie

Po spracovaní lineárneho modelu je dôležité, aby sme vypočítali Moranov koeficient, ktorým určujeme prítomnosť priestorovej autokorelácie. Ako sme uviedli v podkapitole 2.1.1, ak sa hodnota Moranovho koeficienta blíži k 1, hovoríme o kladnej a keď sa blíži k -1 o zápornej priestorovej autokorelácií.

Výsledok Moranovho koeficientu je 0,4627 čo poukazuje na kladnú priestorovú autokoreláciu.

Na základe výpočtu Moranovho koeficientu môžeme konštatovať, že priestorové usporiadanie jednotlivých prierezových jednotiek je dôležité. Na základe Lagrange Multiplier štatistiky uvedenej v regresnej analýze – vyhodnotenie a komparácia Robust Lagrange Multiplier (error) a (lag) môžeme vyhodnotiť, že bude vhodnejšie odhadnúť model SAR.

$$\text{Probability Robust LM (lag)} < \text{Probability Robust LM (error)}$$

5.2 AUTOREGRESNÝ MODEL – SAR – ROK 2009

Uvádžame výsledky pre autoregresný model- SAR Model. Podľa modelu sme mali 79 pozorovaní. Výsledky získané z odhadu modelu sú nasledovné:

SUMMARY OF OUTPUT: SPATIAL LAG MODEL – MAXIMUM LIKELIHOOD ESTIMATION				
Data set	:	hranice_okresy_1		
Spatial Weight	:	hranice_okresy_1.gal		
Dependent Variable	:	mzda_2009	Number of Observations:	79
Mean dependent var	:	691.787	Number of Variables	3
S.D. dependent var	:	163.228	Degrees of Freedom	76
Lag coeff. (Rho)	:	0.696671		
R-squared	:	0.677753	Log likelihood	-475.3
Sq. Correlation	:	-	Akaike info criterion	956.6
Sigma-square	:	8585.76	Schwarz criterion	963.708
S.E of regression	:	92.6594		

Variable	Coefficient	Std. Error	z-value	Probability
W_mzda_2009	0.6966707	0.07845034	8.880403	0.00000
CONSTANT	303.4416	72.33324	4.19505	0.00003
nez_2009	-6.959524	1.846476	-3.769083	0.00016

REGRESSION DIAGNOSTICS				
DIAGNOSTICS FOR HETEROSKEDASTICITY				
RANDOM COEFFICIENTS				
TEST	DF	VALUE	PROB	
Breusch-Pagan test	1	6.7147	0.00956	

DIAGNOSTICS FOR SPATIAL DEPENDENCE				
SPATIAL LAG DEPENDENCE FOR WEIGHT MATRIX : hranice_okresy_1.gal				
TEST	DF	VALUE	PROB	
Likelihood Ratio Test	1	39.1661	0.00000	

===== END OF REPORT =====

Obrázok 5 Výsledky odhadu autoregresného model

Začlenením priestorových vplyvov do modelu sa variabilita modelu výrazne zlepšila, R^2 vzrástlo z 39,31 % na 67,77%. Parametre modelu sú štatisticky významné a ekonomicky interpretovateľné.

5.3 KLASICKÝ LINEÁRNY MODEL – ROK 2014

Rovnako, ako sme odhadli závislosť miezd od miery nezamestnanosti pre rok 2009 urobíme odhad aj pre rok 2014. Pri tvorbe modelu miezd budeme testovať základný model, pričom pre odhad použijeme údaje za rok 2014:

$$mzda_{2014_i} = \beta_0 + \beta_1 \cdot nez_{2014_i} + u_i$$

Závislou premennou je premenná $mzda_{2014_i}$, čo je priemerná nominálna mzda za uvedený rok pre príslušný okres. V našom modeli je nominálna mzda determinovaná mierou nezamestnanosti, t.j. nez_{2014_i} .

Výsledky získané z odhadu modelu metódou najmenších štvorcov sú nasledovné:

SUMMARY OF OUTPUT: ORDINARY LEAST SQUARES ESTIMATION				
Data set	:	hranice_okresy_1		
Dependent Variable	:	mzda_2014	Number of Observations:	79
Mean dependent var	:	845.215	Number of Variables	2
S.D. dependent var	:	157.205	Degrees of Freedom	77
R-squared	:	0.393199	F-statistic	49.895
Adjusted R-squared	:	0.385319	Prob(F-statistic)	6.2971e-010
Sum squared residual	:	1.18469e+006	Log likelihood	-491.91
Sigma-square	:	15385.6	Akaike info criterion	987.82
S.E. of regression	:	124.039	Schwarz criterion	992.559
Sigma-square ML	:	14996.1		
S.E of regression ML	:	122.459		

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Probability
CONSTANT	1073.645	35.22145	30.48269	0.00000
nez_2014	-17.382	2.46077	-7.063641	0.00000

REGRESSION DIAGNOSTICS				
MULTICOLLINEARITY CONDITION NUMBER		4.841136		
TEST ON NORMALITY OF ERRORS				
TEST	DF	VALUE	PROB	
Jarque-Bera	2	43.8098	0.00000	
DIAGNOSTICS FOR HETEROSKEDASTICITY				
RANDOM COEFFICIENTS				
TEST	DF	VALUE	PROB	
Breusch-Pagan test	1	8.7558	0.00309	
Koenker-Bassett test	1	3.9475	0.04694	
DIAGNOSTICS FOR SPATIAL DEPENDENCE				
FOR WEIGHT MATRIX : hranice_okresy_1.gal				
(row-standardized weights)				
TEST	MI/DF	VALUE	PROB	
Moran's I (error)	0.4207	6.2206	0.00000	
Lagrange Multiplier (lag)	1	33.0736	0.00000	
Robust LM (lag)	1	2.9246	0.08724	
Lagrange Multiplier (error)	1	31.7498	0.00000	
Robust LM (error)	1	1.6008	0.20579	
Lagrange Multiplier (SARMA)	2	34.6744	0.00000	
===== END OF REPORT =====				

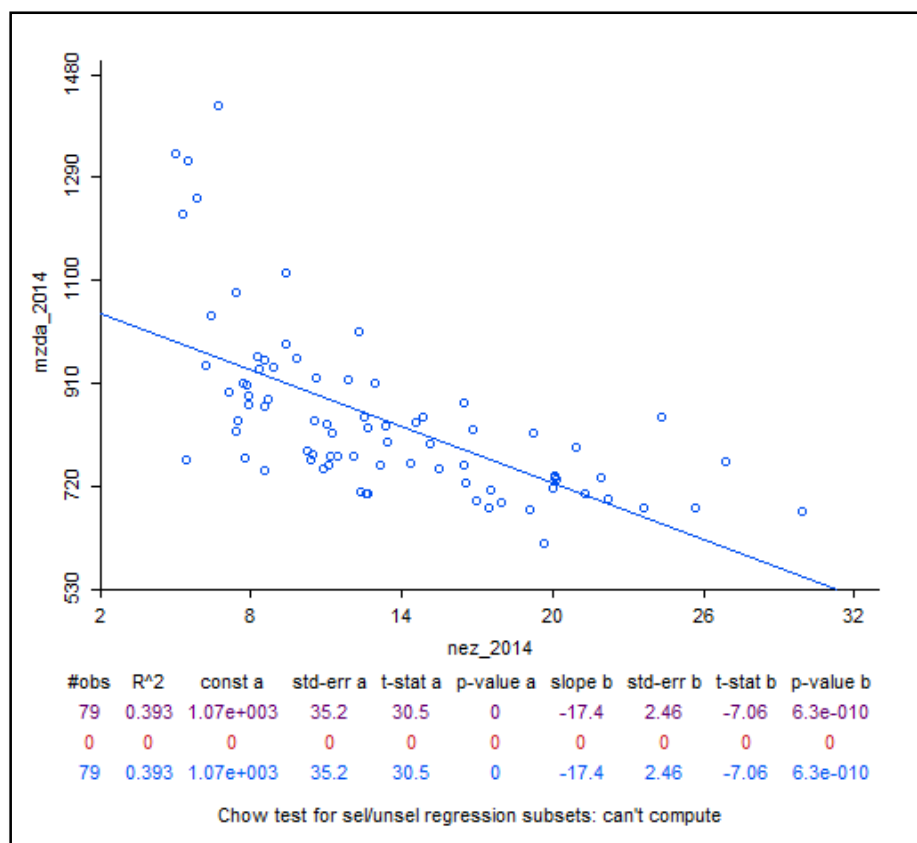
Obrázok 6 Výsledky odhadu nepriestorového modelu

Na základe výsledkov dostávame nasledujúci tvar modelu:

$$\widehat{mzda}_{2014_i} = 1073,645 - 17,382 \cdot nez_{2014_i}$$

Podľa výsledkov odhadu nepriestorového modelu môžeme tvrdiť, že model zachytáva 39,31% z celkovej variability závislej premennej *mzda_2014*. Parametre modelu sú štatisticky významné na 5% hladine významnosti a tiež model ako celok je štatisticky významný.

Taktiež uvádzame aj bodový graf, týkajúci sa vplyvu nezamestnanosti v roku 2014 na priemernú nominálnu mzdu v tom istom roku.



Obrázok 7 Bodový graf distribúcie

Výsledok Moranovho koeficientu je 0,4207, čo poukazuje na kladnú priestorovú autokoreláciu. Taktiež konštatujeme, že priestorové usporiadanie jednotlivých prierezných jednotiek je dôležité. Na základe Lagrange Multiplier štatistiky uvedenej v regresnej analýze pri komparácii Lagrange Multiplier (error) a (lag) nemôžeme vyhodnotiť, ktorý model je výhodnejšie použiť, nakoľko hodnoty sú v oboch prípadoch 0.

Pri vyššie uvedenom prípade môžeme rozhodnúť, ktorý model použijeme na základe porovnania hodnôt probability Robust LM (lag) a probability Robust LM (error). Hodnota probability Robust LM (lag) 0.08724 je menšia ako hodnota 0.20579 probability Robust LM (error). Vyhodnocujeme, že bude vhodnejšie odhadnúť model SAR.

5.4 AUTOREGRESNÝ MODEL – SAR – ROK 2014

Uvádzame výsledky pre autoregresný model- SAR Model. Podľa modelu sme mali 79 pozorovaní. Výsledky získané z odhadu modelu sú nasledovné:

SUMMARY OF OUTPUT: SPATIAL LAG MODEL - MAXIMUM LIKELIHOOD ESTIMATION				
Data set	:	hranice_okresy_1		
Spatial Weight	:	hranice_okresy_1.gal		
Dependent Variable	:	mzda_2014	Number of Observations:	79
Mean dependent var	:	845.215	Number of Variables	3
S.D. dependent var	:	157.205	Degrees of Freedom	76
Lag coeff. (Rho)	:	0.620275		
R-squared	:	0.625370	Log likelihood	-476.905
Sq. Correlation	:	-	Akaike info criterion	959.81
Sigma-square	:	9258.37	Schwarz criterion	966.919
S.E of regression	:	96.2204		
Variable	Coefficient	Std. Error	z-value	Probability
W_mzda_2014	0.6202751	0.09025833	6.87222	0.00000
CONSTANT	441.9508	97.70345	4.52339	0.00001
nez_2014	-9.336188	2.325203	-4.015214	0.00006
REGRESSION DIAGNOSTICS				
DIAGNOSTICS FOR HETEROSKEDASTICITY				
RANDOM COEFFICIENTS				
TEST		DF	VALUE	PROB
Breusch-Pagan test		1	6.5421	0.01053
DIAGNOSTICS FOR SPATIAL DEPENDENCE				
SPATIAL LAG DEPENDENCE FOR WEIGHT MATRIX : hranice_okresy_1.gal				
TEST		DF	VALUE	PROB
Likelihood Ratio Test		1	30.0102	0.00000
===== END OF REPORT =====				

Obrázok 8 Výsledky odhadu autoregresného model

Začlenením priestorových vplyvov do modelu sa variabilita modelu výrazne zlepšila, R^2 vzrástlo z 39,31% na 62,53%. Parametre modelu sú štatisticky významné a ekonomicky interpretovateľné.

5.5 VYHODNOTENIE A POROVNANIE VÝSLEDKOV Z JEDNOTLIVÝCH MODELOV

Na základe vyššie uvedených odhadov uvádzame prehľadnú tabuľku s vybranými výsledkami.

Tabuľka 4 Vybrané výsledky jednotlivých modelov

	lineárny 2009	SAR 2009	lineárny 2014	SAR 2014
β_0	902,77	303,44	1073,64	441,95
β_1	-14,99	-6,96	-17,382	-9,33
λ	-	0,6966	-	0,6202
R2	0,3931	0,6777	0,3931	0,6253
F stat	49,88		49,89	
Moran's I	0,4627		0,4207	
Robust LM (lag)	3,31		2,92	
Robust LM (error)	1,89		1,608	

Môžeme skonštatovať, že zachytením priestorového vplyvu sa v oboch modeloch SAR podstatne výrazne znížila absolútna úroveň priemernej mzdy, čo odráža podľa nášho názoru lepšie mzdový vývoj v okresoch SR. Naopak pri SAR modeloch došlo k zvýšeniu koeficienta pri miere nezamestnanosti, čo znamená, že pri zvýšení miery nezamestnanosti nenastane až taký vysoký pokles v priemerných mzdách, ako to preukazujú odhady parametrov β_1 v prípade lineárnych modelov.

Vzájomnou komparáciou mzdového vývoja v okresoch SR v roku 2009 a v roku 2014 môžeme vidieť, že v roku 2014 dochádza pri zvýšení miery nezamestnanosti o 1 p.b. k väčšiemu poklesu priemerných miezd, ako v roku 2009, t. j. mzda reaguje citlivejšie na zmeny v nezamestnanosti v roku 2014.

Porovnaním Moranovho koeficientu je priestorová autokorelácia stabilná v oboch sledovaných obdobiach.

ZÁVER

Hlavným cieľom tejto práce bolo využitie priestorových modelov pri modelovaní miezd v Slovenskej republike. K dosiahnutiu hlavného cieľa sme stanovili čiastkové ciele. Ako prvý čiastkový cieľ sme definovali oboznámiť sa s teoretickou problematikou miezd a determinantov, ktoré ich ovplyvňujú. Ďalším čiastkovým cieľom bola analýza vývoja miezd v Slovenskej republike. Následne sme ako tretí čiastkový cieľ stanovili vysvetliť základné princípy priestorovej ekonometrie. Za štvrtý čiastkový cieľ sme si stanovili nadobudnúť teoretické vedomosti o modelovaní s použitím priestorového autoregresného modelu (SAR model) a modelu s priestorovými chybami (SEM model). Posledný stanovený cieľ bol zvolený za účelom analýzy a spracovania modelu vývoja miezd na Slovensku s použitím vhodného softvéru na modelovanie.

Počas štúdia tejto problematiky sme dospeli k záveru, že na pracovnom trhu, rovnako ako aj na iných trhoch dochádza k stretu ponuky a dopytu. Rovnako aj v rámci stanovovania mzdy vychádzame z determinácie obidvoch trhových strán – dopytu aj ponuky. Na základe mikroekonomickej teórie sa dajú odvodiť krivky agregátneho dopytu či ponuky práce.

Na základe vyššie uvedeného môžeme konštatovať, že nominálne mzdy a zamestnanosť sú v priamom vzťahu. Ak dochádza k situácii, že je zamestnanosť nízka, sú v oblasti ekonomiky prítomné mzdy nižšieho charakteru (situácia platí aj naopak). Ekonóm A. W. Phillips ako prvý poukázal na uvedenú skutočnosť.

Je dôležité poznamenať, že uvedená Phillipsova krivka bola aj kritizovaná zo strany monetaristov a v neskoršom období aj neoklasicistov. Tí vyslovili argumentáciu, že obyvatelia majú schopnosti očakávať cenové zmeny a cez odbory napomôcť k tomu, aby sa presadil primeraný rast miezd. Poukazuje práve na to klasická teória ponuky peňazí. V nej nemá dopad zmena cenovej hladiny na výšku zamestnanosti. V prípade, že dôjde k situácii, že stúpnu očakávania rastu cien, stúpnu, respektíve vzrastú v totožnej miere aj nominálne mzdy. Avšak k zmene reálnej mzdy nedôjde. V klasickom prípade nedochádza k vzťahu medzi zamestnanosťou a taktiež rastom miezd.

Rovnako nám z práce vyplynulo, že mzdový vývoj sa veľmi úzko týka vývoja iných makroekonomických veličín. Ku kľúčovým determinantom vývoja miezd je možné pričleniť najmä cenový vývoj, infláciu, nezamestnanosť a produktivitu práce.

V rámci predloženej práce sme tiež zdôraznili priestorovú interakciu. Téma priestorovej interakcie, respektíve priestorových efektov je v teórii zo strany slovenských domácich autorov iba veľmi málo prezentovaná.

Taktiež sme sa zamerali na priestorové efekty. Dôvodom ich aplikácie bol samotný posun v názoroch subjektov, ktorí prijímajú rozhodnutia samostatne bez akýchkoľvek vplyvov z vonka a to napríklad spoločenských noriem, napodobňovania, očakávania a v neposlednom rade aj susednosti.

V praktickej časti sme sa najskôr zamerali na priestorové efekty a to priestorovú závislosť (autokoreláciu) a priestorovú rôznorodosť (heterogenitu). Ako základ pre praktickú časť, respektíve modelovanie vývoja miezd sme použili model s priestorovými chybami – SEM model a taktiež autoregresný model – SAR model. Oba modely uvádzame v kapitole č. 3, vzťahy (2.20) a (2.11).

Nakoľko priestorová ekonometria poskytuje rôzne možnosti pre odhad druhov modelov, ktoré sa môžu aplikovať na rôzne druhy dát, samotný proces modelovania a výpočtov by bol veľmi zdĺhavý, ak by sa uskutočňoval manuálnym spôsobom. Práve z toho dôvodu sme hľadali vhodný spôsob, ktorý by napomohol pri modelovaní miezd na Slovensku s použitím SAR a SEM modelu. Za najviac prijateľnú variantu sa považoval v tomto prípade softvér GEODA. Do samotného modelu bola nasadená miera nezamestnanosti ako jeden z determinantov, ktorý ovplyvňuje výšku mzdy. Ako sme to aj uviedli v podkapitole 1.2. Pracovali sme s dostupnými údajmi zo všetkých 79 okresoch Slovenskej republiky.

Môžeme skonštatovať, že zachytením priestorového vplyvu sa v oboch modeloch SAR podstatne výrazne znížila absolútna úroveň priemernej mzdy, čo odráža podľa nášho názoru lepšie mzdový vývoj v okresoch SR. Naopak pri SAR modeloch došlo k zvýšeniu koeficienta pri miere nezamestnanosti, čo znamená, že pri zvýšení miery nezamestnanosti nenastane až taký vysoký pokles v priemerných mzdách, ako to preukazujú odhady parametrov β_1 v prípade lineárnych modelov.

Vzájomnou komparáciou mzdového vývoja v okresoch SR v roku 2009 a v roku 2014 môžeme vidieť, že v roku 2014 dochádza pri zvýšení miery nezamestnanosti o 1 p.b. k väčšiemu poklesu priemerných miezd, ako v roku 2009, t.j. mzda reaguje citlivejšie na zmeny v nezamestnanosti v roku 2014.

Uvedená analýza by bola zaujímavá, ak by boli dostupné na úrovni okresov ešte ďalšie determinanty, ktoré sme uviedli v kapitole 1. Nedostupnosť takýchto údajov považujeme za

hlavný problém. Rovnako by sme rovnaké modely mohli odhadovať aj pre ďalšie obdobia a zistiť ako sa vyvíjal skúmaný vzťah počas celého obdobia 2009 – 2014.

ZOZNAM LITERATÚRY

1. ANSELIN, L. 1988. Spatial econometrics: Methods and models. Boston: Kluwer Academic Publishers, 1988, 284 p. ISBN 90-247-3735-4
2. ANSELIN, L. 1999. *Spatial Econometrics*. [online]. Richardson: University of Texas at Dallas, 1999. [cit. 2016-03-30] Dostupné na internete: <<http://www.scribd.com/doc/6917442/spatial-econometricsanselin>>
3. BAČÍK, V., 2005 WebGIS a verejná správa na Slovensku. In: Geografické aspekty stredoevropského priestoru. Geografie XVI. Brno: Masarykova univerzita, Pedagogická fakulta, s. 133-144.
4. BAČÍK, V., 2007: Využitie vybraných technológií pre distribúciu výsledkov zo sčítania obyvateľov, domov a bytov na príklade bratislavských obcí. Demografie, 49, 4, s. 321-333.
5. BAČÍK, V., 2008: Vizualizácia geodát v prostredí internetu – teoretické východiská a praktické riešenia na vybranom príklade. Zborník prác CEVASTATu. Bratislava: INFOSTAT.
6. BALTAGI, Badi. H. 2005. Econometric Analysis of Panel Data. West Sussex, England: John Wiley & Sons, Ltd. ISBN 0-470- 01456-3
7. BAŠOVSKÝ, O. a kol. 1986: Sociogeografická regionalizácia SSR: (Hierarchia sídelného systému SSR). HZ 45/86 - VČ. Bratislava: Prírodovedecká fakulta UK, 118 s.
8. BAŠOVSKÝ, O. – MLÁDEK, J. 1987: Sociogeografická regionalizácia SSR II. Hierarchia sídelného systému a vymedzenie aglomerácií SSR. Bratislava: Prírodovedecká fakulta UK, 39 s. + mapová príloha.

9. BENNETT, R. J., 1989: Territory and administration in Europe. London: Printer Publishers limited.

10. BIVAND, R.S. - PEBESMA, E.J. - GÓMEZ-RUBIO, V. 2008. Applied Spatial Data Analysis with R (Use R!). Secaucus, N.J.: Springer, 2008. ISBN 978-0-387-78170-9.

11. BRABYN, L. – SKELLY, C., 2001: Geographical Access to services, health gash: modeling population Access to New Zealand Public Hospitals. In: Whigham, P. A., ed. Proceedings: Thirteenth Annual Colloquium of the Spatial Information Research Centre, 2. – 5. Dec., Dunedin. New Zealand: University of Otago, pp. 163-174

12. DIGGLE, P.J. 2003. Statistical Analysis of Spatial Point Patterns. London: Arnold 2003. ISBN 0-340-74070-1.

13. ELHORST, P. 2010. Spatial Panel Data Models [online] Dostupné na internete : <https://www.york.ac.uk/media/economics/documents/seminars/2011-12/Elhorst_November2011.pdf>

14. ELHORST, P. 2010. MATLAB software for spatial panels [online] Dostupné na internete : <http://www.rug.nl/research/portal/files/15643137/Matlab_paper.pdf>

15. ELHORST, Paul. 2010b. Applied spatial econometrics: raising the bar. Spatial Economic Analysis 5:1, 9-28.

16. FINGLETON, B. 2001. Theoretical economic geography and spatial econometrics: dynamic perspectives. Journal of Economic Geography: Apr 1, 2001; 1,2. Oxford University Press.

17. FRAZIER, CH. - KOCKELMAN, K.M. 2005. Spatial Econometric Models for Panel Data: Incorporating Spatial and Temporal Data. [online] In: Transportation Research Record: Journal of the Transportation Research Board 1902. Washington: Transportation Research Board Business Office, 2005. Dostupné na internete: <http://www.ce.utexas.edu/prof/kockelman/public_html/TRB05satdata.pdf>
18. HAMPL, M., 2005: Geografická organizace společnosti v České republice: Transformační procesy a jejich obecný kontext. Praha: Přírodovědecká fakulta UK.
19. HSIAO, Ch. 2005. Why Panel Data?. [online]. In: *IEPR Working Paper 05.33*. California: Institute of Economic Policy Research, 2005. [cit. 2016-03-30] Dostupné na internete: <http://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=820204>
20. IŠTVÁNIKOVÁ, A., LUKÁČIK, M., SZOMOLÁNYI, K. 2002. Mzda v hospodárstve – teória a prognóza [online] Bratislava : Katedra operačného výskumu a ekonometrie FHI EU, 2002. [cit. 2016-03-19] Dostupné na internete:<<http://www.fhi.sk/files/katedry/kove/veda-vyskum/prace/2002/Istvanikova-Lukacik-Szomolanyi2002.pdf>>
21. IVANIČOVÁ, Z. – CHOCHOLATÁ, M. – SURMANOVÁ, K. 2010. : Ekonometrické modelovanie. Bratislava: EKONÓM 2012, ISBN 978-80-225-3381-2
22. KOREC, P., 2005: Regionálny rozvoj Slovenska v rokoch 1989 – 2004. Bratislava: Geografika.
23. KURICOVÁ, K.. 2010. Využitie priestorovej ekonometrie na modelovanie hrubého domáceho produktu SR. Diplomová práca. Bratislava: Univerzita Komenského. 56 s.

24. KUSENDOVÁ, D., 1998: Štátne geoinformačné systémy z pohľadu geografa. In: Aktivita v kartografii '98. Zborník referátov. Bratislava, (Kartografická spoločnosť SR a Geografický ústav SAV), s. 39-51.
25. KUSENDOVÁ, D., 2000: Využitie geografických informačných systémov v humánno-geografickom výskume. In: Sborník referátů z konference s mezinárodní účastí GIS Ostrava 2000. Ostrava, Institut ekonomiky a systémů řízení, HGF VŠB - Technická univerzita Ostrava, s. 236-245.
26. LeSAGE, J. PACE, R. K.. Introduction to Spatial Econometrics Boca Raton. US: CRC Press Taylor & Francis Group. ISBN 1-4200-6426-X
27. LeSAGE, J. P., 1999. The Theory and Practice of Spatial Econometrics [online]. University of Toledo, 1999, Department of Economics, 309 p. [cit. 2016-04-10] Dostupné na internete: <<http://www.spatial-econometrics.com/html/sbook.pdf>>
28. LeSAGE, J. P., Pace, R.K. 2009. Introduction to Spatial Econometrics. Texas State University-San Marcos, Texas.Louisiana State University, Baton Rouge, Louisiana. Taylor & Francis Group, LLC. 2009. ISBN: 978-1-4200-6424-7
29. LUKÁČIKOVÁ, A., LUKÁČIK, M. 2008. Ekonometrické modelovanie s aplikáciami. Bratislava: Vydavateľstvo EKONÓM, 2008. 343 s. ISBN 978-80-225-2614-2.
30. LUKÁČIK, M., LUKÁČIKOVÁ, A., SZOMOLÁNYI, K. 2011. Ekonometrické modelovanie v programoch EViews a Gretl. Bratislava: Vydavateľstvo EKONÓM, 2011. 330 s. ISBN 978-80-225-3320-1.
31. OBTULOVIČ, P. 2010. Ekonometria Nitra : Slovenská poľnohospodárska univerzita, 2010. 174 p. ISBN 978-80-552-0389-8

32. SLAVÍK, V. GRÁČ, R., KLOBUČNÍK, M. 2011. Priestorová autokorelácia – metóda vymedzovania a klasifikácie regiónov v kontexte sociálno-ekonomickej regionalizácie Slovenskej republiky In Sociológia 2011, Roč. 43, č. 2, s. 183-204. ISSN 0049 – 1225.
33. ŠÁLKA, J. a kol. 2009. Makroekonómia. 1. vydanie, Zvolen: vydavateľstvo Technická univerzita vo Zvolene, 2009, 161 s., ISBN 978-80-228-2068-4.
34. TÁNCOŠOVÁ, J. 2005. Inflácia . Bratislava : IURA EDITION, 2005. 128 s. ISBN 80-8078-044-7.
35. VITTON, P.A. 2010. *Notes on Spatial Econometric Models*. [online] Columbus: The Ohio State University, 2010. [cit. 2016-03-30] Dostupné na internete: <<http://facweb.knowlton.ohio-state.edu/pviton/courses2/crp8703/spatial.pdf>>