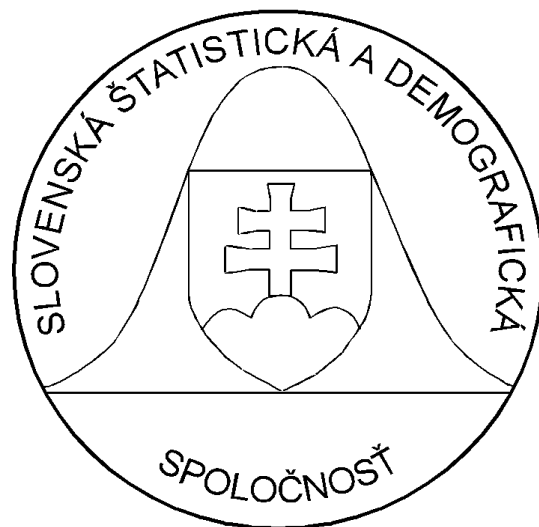


2/2008

# FORUM STATISTICUM SLOVACUM



ISSN 1336-7420



9 771336 742001



Slovenská štatistická a demografická  
spoločnosť Miletičova 3, 824 67  
Bratislava  
www.ssds.sk



## **Naše najbližšie akcie:**

(pozri tiež [www.ssds.sk](http://www.ssds.sk), blok Poriadané akcie)

### **NITRIANSKE ŠTATISTICKÉ DNI,**

18. – 19. 6. 2008, Podkylava

### **Aplikácie metód na podporu rozhodovania vo vedeckej, technickej a spoločenskej praxi,**

24. 6. 2008, STU Bratislava,

### **14. SLOVENSKÁ ŠTATISTICKÁ KONFERENCIA,**

tematické zameranie: *Regionálna štatistika*

17. – 19. 9. 2008, Strečno

### **FernStat 2008**

V. medzinárodná konferencia aplikovanej štatistiky

(Financie, Ekonomika, Riadenie, Názory)

tematické zameranie: *Aplikovaná, demografická, matematická štatistika, štatistické riadenie kvality.*

2. – 3. 10. 2008, hotel Lesák, Tajov pri Banskej Bystrici

### **17. Medzinárodný seminár VÝPOČTOVÁ ŠTATISTIKA,**

4. – 5. 12. 2008, Bratislava, Infostat

### **Prehliadka prác mladých štatistikov a demografov**

4. 12. 2008, Bratislava, Infostat

### **Regiónálne akcie,**

priebežne

### **12. SLOVENSKÁ DEMOGRAFICKÁ KONFERENCIA,**

tematické zameranie: *Využitie GIS v demografii*

rok 2009, Trenčiansky kraj

## **Pokyny pre autorov**

Jednotlivé čísla vedeckého časopisu FORUM STATISTICUM SLOVACUM sú prevažne tematicky zamerané zhodne s tematickým zameraním akcií SŠDS. Príspevky v elektronickej podobe prijíma zástupca redakčnej rady na elektronickej adrese uvedenej v pozvánke na konkrétne odborné podujatie Slovenskej štatistickej a demografickej spoločnosti. Názov word-súboru uvádzajte a posielajte v tvare: **priezvisko\_nazovakcie.doc**

**Forma:** Príspevky písané výlučne len v textovom editore MS WORD, verzia 6 a vyššia do verzie 2003, písmo Times New Roman CE 12, riadkovanie jednoduché (1), formát strany A4, všetky okraje 2,5 cm, strany nečíslovať. Tabuľky a grafy v čierno-bielom prevedení zaradiť priamo do textu článku a označiť podľa šablony. Bibliografické odkazy uvádzať v súlade s normou STN ISO 690 a v súlade s medzinárodnými štandardami. Citácie s poradovým číslom z bibliografického zoznamu uvádzať priamo v texte.

**Rozsah:** Maximálny rozsah príspevku je 6 strán.

**Príspevky sú recenzované.** Redakčná rada zabezpečí posúdenie príspevku členom redakčnej rady alebo externým oponentom.

**Štruktúra príspevku:** *(Pri písaní príspevku využite elektronickú šablónu: <http://www.ssds.sk/> v časti Vedecký časopis, Pokyny pre autorov.)*

**Názov príspevku v slovenskom jazyku** (štýl Názov: Time New Roman 14, Bold, centrovat')

**Názov príspevku v anglickom jazyku** (štýl Názov: Time New Roman 14, Bold, centrovat')

*Vynechať riadok*

Meno1 Priezvisko1, Meno2 Priezvisko2 (štýl normálny: Time New Roman 12, centrovat')

*Vynechať riadok*

**Abstract:** Text abstraktu v anglickom jazyku, max. 10 riadkov (štýl normálny: Time New Roman 12).

*Vynechať riadok*

**Key words:** Kľúčové slová v anglickom jazyku, max. 2 riadky (štýl normálny: Time New Roman 12).

*Vynechať riadok*

**Kľúčové slová:** Kľúčové slová v jazyku v akom je napísaný príspevok, max. 2 riadky (štýl normálny: Time New Roman 12).

*Vynechať riadok*

*Vlastný text príspevku v členení:*

1. **Úvod** (štýl Nadpis 1: Time New Roman 12, bold, zarovnať vľavo, číslovať')
2. **Názov časti 1** (štýl Nadpis 1: Time New Roman 12, bold, zarovnať vľavo, číslovať')
3. **Názov časti 1. . .**
4. **Záver** (štýl Nadpis 1: Time New Roman 12, bold, zarovnať vľavo, číslovať')

Vlastný text jednotlivých častí je písaný štýlom Normal: písmo Time New Roman 12, prvý riadok odseku je odsadený vždy na 1 cm, odsek je zarovnaný s pevným okrajom. Riadky medzi časťami nevynechávajú.

5. **Literatúra** (štýl Nadpis 1: Time New Roman 12, bold, zarovnať vľavo, číslovať')

[1] Písať podľa normy STN ISO 690

[2] GRANGER, C.W. – NEWBOLD, P. 1974. Spurious Regression in Econometrics. In: Journal of Econometrics, č. 2, 1974, s. 111 – 120.

**Adresa autora (-ov)** (štýl Nadpis 1: Time New Roman 12, bold, zarovnať vľavo, adresy vpísať do tabuľky bez orámovania s potrebným počtom stĺpcov a s 1 riadkom):

Meno1 Priezvisko1, tituly1  
Ulica1  
970 00 Mesto1  
meno1.priezvisko1@mail.sk

Meno2 Priezvisko2, tituly2  
Ulica2  
970 00 Mesto2  
meno2.priezvisko2@mail.sk

# FORUM STATISTICUM SLOVACUM

vedecký časopis Slovenskej štatistickej a demografickej spoločnosti

## *Vydavateľ*

Slovenská štatistická a demografická  
spoločnosť  
Miletičova 3  
824 67 Bratislava 24  
Slovenská republika

## *Redakcia*

Miletičova 3  
824 67 Bratislava 24  
Slovenská republika

## *Fax*

02/63812565

## *e-mail*

chajdiak@statis.biz  
Jan.Luha@statistics.sk

## *Registráciu vykonalo*

Ministerstvo kultúry Slovenskej republiky

## *Registračné číslo*

3416/2005

## *Tematická skupina*

B1

## *Dátum registrácie*

22. 7. 2005

## *Objednávky*

Slovenská štatistická a demografická  
spoločnosť  
Miletičova 3, 824 67 Bratislava 24  
Slovenská republika  
IČO: 178764  
Číslo účtu: 0011469672/0900

ISSN 1336-7420

## *Redakčná rada*

RNDr. Peter Mach – *predseda*

Doc. Ing. Jozef Chajdiak, CSc. – *šéfredaktor*

RNDr. Ján Luha, CSc. – *tajomník*

## *členovia:*

Ing. Mikuláš Cár, CSc.

Ing. Ján Cuper

Ing. Pavel Flák, DrSc.

Ing. Edita Holičková

Doc. RNDr. Ivan Janiga, CSc.

Ing. Anna Janusová

RNDr. PaedDr. Stanislav Katina, PhD.

Prof. RNDr. Jozef Komorník, DrSc.

RNDr. Samuel Koróny

Doc. Ing. Milan Kovačka, CSc.

Doc. RNDr. Bohdan Linda, CSc.

Prof. RNDr. Jozef Mládek, DrSc.

Doc. RNDr. Oľga Nánásiová, CSc.

Doc. RNDr. Karol Pastor, CSc.

Prof. RNDr. Rastislav Potocký, CSc.

Doc. RNDr. Viliam Páleník, PhD.

Ing. Iveta Stankovičová, PhD.

Doc. RNDr. Beata Stehlíková, CSc.

Prof. RNDr. Michal Tkáč, CSc.

Ing. Vladimír Úradníček, PhD.

Ing. Boris Vaňo

Doc. MUDr. Anna Volná, CSc., MBA.

Ing. Mária Vojtková, PhD.

Prof. RNDr. Gejza Wimmer, DrSc.

Mgr. Milan Žirko

## *Ročník*

IV.

## *Číslo*

2/2008

*Cena výtlačku* 500 SKK / 20 EUR  
*Ročné predplatné* 1500 SKK / 60 EUR

# ÚVOD

Vážené kolegyně, vážení kolegovia,  
druhé číslo štvrtého ročníka vedeckého časopisu Slovenskej štatistickej a demografickej spoločnosti je zostavené z príspevkov, ktoré sú obsahovo orientované v súlade s tematikou 22. školy štatistiky EKOMSTAT „Štatistické metódy vo vedecko-výskumnej, odbornej a hospodárskej praxi.“ Táto akcia sa uskutočnila v dňoch 1. – 6. júna 2008 v Domove speváckeho zboru slovenských učiteľov v Trenčianskych Tepliciach.

Akciu, z poverenia Výboru SŠDS, zorganizoval Organizačný a programový výbor: Doc. Ing. Jozef Chajdiak, CSc. – predseda, RNDr. Ján Luha, CSc. – tajomník, RNDr. Samuel Koróny, Doc. RNDr. Viliam Páleník, PhD, Ing. Vladimír Kvetan, Ing. Iveta Stankovičová, PhD.

Na príprave a zostavení tohoto čísla participovali: Doc. Ing. Jozef Chajdiak, CSc., RNDr. Ján Luha, CSc.

Recenziu príspevkov zabezpečili: Doc. Ing. Jozef Chajdiak, CSc., RNDr. Ján Luha, CSc., RNDr. Samuel Koróny.

Organizátori školy si považujú za milú povinnosť poďakovať za pomoc predsedníčke Štatistického úradu SR PhDr. Ľudmile Benkovičovej, CSc.

Výbor SŠDS

## Prvotná štatistická analýza kvalitatívnych dát

### Primary statistical analysis of qualitative data

Ján Luha

**Abstract:** The analysis of data from any research project seeks to answer the research question which was set out at the beginning of the project. This article identifies the steps involved in the statistical analysis of qualitative data which can be used to support data analysis. A guide is provided to the choice of appropriate statistics for studies involving qualitative data. The data analysis phase of any research project can be the most baffling, however the principle is simple - the data analysis answers the question which you stated at the start of the research. In this article the importance of seeking advice on data analysis from an experienced researcher and/or statistician is emphasised.

**Key words:** Qualitative attributes, qualitative data, primary statistical data analysis, design stage, steps of primary statistical analysis of qualitative data.

**Kľúčové slová:** Kvalitatívne znaky, kvalitatívne dáta, prvotná štatistická analýza dát, prípravná etapa, fázy prvotnej analýzy kvalitatívnych dát.

#### 1. Úvod

V príspevku sa venujeme otázkam čo je potrebné ako prvé realizovať pri štatistickej analýze dát. Stále je aktuálny problém – máme dáta, ktoré je potrebné štatisticky analyzovať a teraz čo s nimi. Problém je možno pojať komplexnejšie – od metodologických zásad pre zber dát, cez ich elektronický záznam až po realizáciu štatistických analýz a samozrejme aj z pohľadu dostupnosti vhodného štatistického softvéru.

Pri riešení teoretických alebo praktických problémov v rozličných vedných a aplikačných oblastiach využívame štatistické metódy. Úroveň aplikácie štatistických metód závisí od vedomostí riešiteľa a o vhodných metódach, od jeho schopnosti správnym spôsobom ich využiť. Môže samozrejme využiť konzultácie s odborníkmi – štatistikmi. ***Pri aplikácii je potrebné mať k dispozícii nielen vhodnú príručku štatistických metód, poprípade „vhodného“ štatistika ale aj vhodný štatistický softvér.***

Prvotná analýza dát predstavuje úvodnú etapu spracovania dát. Zaraďujeme do nej (okrem plánu daného projektu) zhromažďovanie údajov, ich záznam a čistenie, triedenie, tabeláciu a výpočty základných štatistických charakteristík prípadne aj plán komplexnej štatistickej analýzy. Etapu prvotnej štatistickej analýzy dát, rozdeľujeme, na niekoľko fáz, pričom jednotlivé fázy spolu úzko súvisia a jedna na druhú nadväzujú, prípadne sa môžu striedať. Uvažujeme tri fázy etapy prvotnej analýzy dát:

1. Prípravná fáza. Zahŕňa tú časť plánovanie projektu, ktorá súvisí so získaním empirických dát. Ide najmä o otázky prípravy zberu dát a ich záznamu.
2. Fáza kontroly dát, ich čistenie a prvý „pohľad“ na výsledky.
3. Výber vhodných štatistických metód na analýzu konkrétneho súboru dát, výpočet základných štatistických charakteristík, prípadne aj plán komplexnej štatistickej analýzy.

Keďže sa venujeme primárne otázke analýzy kvalitatívnych dát budeme skúmať dichotomické, nominálne a ordinálne znaky. V empirických výskumoch sa často stretávame aj s otázkami s viacerými možnými odpoveďami (multiresponse), ktoré nie sú štatistické

znaky v zmysle ich definície, budeme sa preto v určitej miere venovať aj problematike „multiresponse“ otázok.

Uvedené členenie, podľa typu štatistického znaku, môže napomôcť pri výbere vhodnej štatistickej metódy s ohľadom na povahu skúmaných javov a s ohľadom na spôsob (škálu) ich merania. Zo skúseností je známe, že práve v tomto dochádza často ku chybám, ktoré môžu viesť k falošným výsledkom a tiež k pochybnostiam o použiteľnosti štatistických metód.

Výsledky prvotnej štatistickej analýzy dát slúžia na doplnenie informácií o skúmaných otázkach, čo umožňuje formulovať ďalšie problémy a plán komplexnej štatistickej analýzy. V niektorých prípadoch môžu dokonca predstavovať finálne štatistické spracovanie, napr. keď úloha vyžaduje iba deskriptívne charakteristiky.

Štatistické softvéry obsahujú pomocníka (help), ktorý môže napomôcť pri analýze dát. Existujú štatistické softvéry (napr. SPSS), ktoré sa snažia vytvoriť akéhosi štatistického konzultanta, aby pomohli pri prvotnej analýze dát. Súčasťou sú aj vhodné grafické prostriedky, ktoré taktiež napomáhajú už pri prvotnej štatistickej analýze dát.

## 2. Kvalitatívne štatistické znaky a ich meranie

Uvažujme množinu (súbor)  $O$  objektov a  $H$  množinu hodnôt. Štatistický **znak** je jednoznačné **zobrazenie  $T: Z$  množiny  $O$  do množiny  $H$** .

Množina hodnôt znaku  $H$  nemusí byť vo všeobecnosti číselná množina. Podľa špecifických vlastností  $O$ ,  $Z$  a  $H$  definujeme jednotlivé typy štatistických znakov. Pri kvantitatívnych znakoch má množina  $H$  vlastnosti číselnej množiny.

O kvalitatívnych znakoch hovoríme keď množina  $H$  nie je číselná a teda medzi prvkami množiny  $H$  nemusia mať zmysel algebraické operácie sčítanie, odčítanie, násobenie a delenie. Prvky množiny  $H$  však môžu byť zviazané určitými vlastnosťami. Budeme sa zaoberať situáciami, keď množina hodnôt kvalitatívneho znaku je konečná. Potom možno jej prvky formálne okódovať navzájom rôznymi číslami, obyčajne budeme používať kódovanie číslami  $1, 2, \dots, r$ .

Štatistické znaky sú charakterizované o.i. škálami merania. Najznámejšie sú nominálna a ordinálna (poradová) pre kvalitatívne znaky, intervalová, pomerová a absolútna pre kvantitatívne znaky.

Množina hodnôt kvalitatívneho znaku môže mať rôzne vlastnosti, ktoré definujeme neskôr. Uvedieme príklady kvalitatívnych znakov. Nech  $O$  je súbor účastníkov EKOMSTATu, môžeme ako ich charakteristiky uvažovať kvalitatívne znaky:  $Z_1$ =pohlavie,  $H$ ={muž, žena},  $Z_2$ =vzdelanie,  $H$ ={základné, učňovské, stredné s maturitou, vysokoškolské},  $Z_3$ =zamestnanie,  $H$ =zoznam zamestnaní,  $Z_4$ =vojenská hodnosť,  $H$ ={vojak, ..., generál, nemá},  $Z_5$ =farba očí,  $H$ ={modrá, zelená, hnedá, ...}.

$$\text{Množinu } D = \{h = Z(o) : o \in O\}$$

budeme nazývať súbor kvalitatívnych dát určených znakom  $Z$ .  $D$  teda obsahuje prvky z  $H$ , avšak uvažované toľkokrát, koľko objektov  $o \in O$  sa zobrazí do príslušného prvku  $h \in H$ .

Systém  $R = \{R_1, R_2, \dots, R_r\}$  podmnožín množiny  $O$  nazývame rozkladom, keď:

1.  $R_i \cap R_j = \Phi$ , (symbolom  $\Phi$  sme označili prázdnu množinu) pre  $i \neq j$  (jednoznačnosť rozkladu),
2.  $\cup_{i=1}^r R_i = O$  (úplnosť rozkladu).

Množiny  $R_i$  nazývame triedami rozkladu.

Kvalitatívny znak  $Z$  s množinou hodnôt  $H=\{h_1, h_2, \dots, h_r\}$  vytvára na množine objektov  $O$  rozklad. Tomuto rozkladu zodpovedá príslušný rozklad na množine dát  $D$ . Triedy rozkladu sú definované:

$$R_i = \{o \in O : Z(o) = h_i\}, i=1, \dots, r.$$

Kvôli jednoduchosti budeme ďalej prvky množiny  $H$  označovať kódmi 1, 2, ...,  $r$ .

Napríklad v súbore  $O$  účastníkov EKOMSTAU znak pohlavie vytvára na množine  $O$  rozklad na dve triedy rozkladu a síce na podmnožinu mužov a žien.

Nech  $n$  je počet prvkov množiny  $O$  a  $n_i$  počet prvkov množiny  $R_i$ ,  $i=1, \dots, r$ . Početnosti  $n_i$ ,  $i=1, \dots, r$  nazývame početnosti rozkladu.

Veľičiny  $p_i = n_i/n$  charakterizujú (sú odhadom) pravdepodobnosti rozkladu. Platí

$$\sum_{i=1}^r n_i = n \quad \text{a} \quad \sum_{i=1}^r p_i = 1.$$

Vektor  $p=(p_1, \dots, p_r)$  nazývame rozdelenie rozkladu  $R$ , resp. znaku  $Z$ .

Keď uvažujeme dva kvalitatívne znaky  $Z_1, Z_2$  s odpovedajúcimi rozkladmi  $R^1, R^2$ , tak súčasné rozdelenie týchto znakov možno získať ako prienik rozkladov  $R^1$  a  $R^2$ . Takto možno jednoducho reprezentovať kontingenčnú tabuľku.

Definíciu kvalitatívneho znaku možno zovšeobecniť pomocou relácií. Vzťahy medzi prvkami množiny hodnôt  $H$  alebo odpovedajúce vzťahy medzi prvkami množiny  $O$  možno vyjadriť pomocou binárnych relácií. Binárna relácia  $\omega$  na  $H$  je definovaná ako ľubovoľná podmnožina karteziánskeho súčinu  $\omega \subset H \times H$ . Relácii  $\omega$  odpovedá relácia  $\rho_\omega = \cup_{(i,j) \in \omega} R_i \times R_j$  na  $O$ .

Príklady kvalitatívnych znakov zadaných reláciou  $\omega$  na  $H$ .

Nominálny znak je určený reláciou  $\omega = \{(i,i) : i \in H\}$  na  $H$ . Odpovedajúca relácia  $\rho_\omega$  definuje rozklad na  $O$ , preto má vlastnosti relácie ekvivalencie:

1.  $(o, o) \in \rho_\omega$  pre každé  $o \in O$  (vlastnosť reflexívnosti),
2. ak  $(o_1, o_2) \in \rho_\omega$ , tak aj  $(o_2, o_1) \in \rho_\omega$  pre všetky  $o_1, o_2 \in O$  (vlastnosť symetrie),
3. ak  $(o_1, o_2) \in \rho_\omega$ ,  $(o_2, o_3) \in \rho_\omega$ , tak aj  $(o_1, o_3) \in \rho_\omega$  pre všetky  $o_1, o_2, o_3 \in O$  (vlastnosť tranzitívnosti).

Relácia je ekvivalenciou, ak je reflexívna, symetrická a tranzitívna.

Pre nominálny znak platí:  $\rho_\omega = \cup_{i \in H} R_i \times R_i$ .

Ordinálny (poradový) znak je určený okrem rozkladu aj usporiadaním tried rozkladu na  $O$ , čomu zodpovedá usporiadanie na množine hodnôt  $H$ . Poradový znak je určený reláciou:  $\omega = \{(i,j) : i \leq j, i, j \in H\}$  na  $H$ . Tejto relácii odpovedá na množine  $O$  relácia kváziusporiadania, ktorá má vlastnosti:

1.  $(o, o) \in \rho_\omega$  pre každé  $o \in O$  (vlastnosť reflexívnosti),
2. ak  $(o_1, o_2) \in \rho_\omega$ ,  $(o_2, o_3) \in \rho_\omega$ , tak aj  $(o_1, o_3) \in \rho_\omega$  pre všetky  $o_1, o_2, o_3 \in O$  (vlastnosť tranzitívnosti).
3. pre každé  $o_1, o_2 \in O$  buď  $(o_1, o_2) \in \rho_\omega$ , alebo  $(o_2, o_1) \in \rho_\omega$  (lineárnosť).

Pre poradový znak platí:  $\rho_\omega = \cup_{i,j \in H} R_i \times R_j$ , kde  $i \leq j$ .

Znak vyjadrujúci vzťah susedstva je určený reláciou:  $\omega = \{(i,j) : |i - j| \leq 1, i, j \in H\}$  na  $H$ . Za susedné považujeme hodnoty, ktoré sú "vedľa" seba.

Znak zobrazujúci následnosť (postup) je určený reláciou:  $\omega = \{(i, i+1) : i=1, 2, \dots, r-1\}$  na  $H$ . Postup predstavuje presnú následnosť od počiatočného do cieľového stavu.

Znak vyjadrujúci stromovú štruktúru je určený reláciou:  $\omega = \{(i,j) : i, j \in H, \text{ tak, že } (i,j) \text{ leží na stromovom grafe}\}$  na  $H$ .

Kvalitatívne znaky možno vyjadriť pomocou incidenčných matíc a tiež pomocou dichotomických znakov. Dichotomizáciou zobrazíme znak  $Z$  pomocou  $m$  dichotomických znakov



$Z_i(o)=1$  , ak  $Z(o)=i$  , pre  $o \in O$ ,

$Z_i(o)=0$  , ak  $Z(o) \neq i$  ,  $i=1, \dots, r$ .

Dáta za súbor  $O$  pre znak  $Z$  možno zostaviť do matice  $X$  núl a jednotiek typu  $n \times r$ . Vyjadrenie kvalitatívnych znakov pomocou dichotomizácie umožňuje využívať určité algebraické operácie. Platí:

$1'_n \cdot X = (n_1, \dots, n_r)$ , kde  $1'_n = (1, 1, \dots, 1)$  je vektor rádu  $n$  zostavený z jednotiek. Výsledok je rozdelenie početností skúmaného znaku.

$X \cdot 1_r = 1_n$ , kde  $1_r$  je vektor rádu  $r$  zostavený z jednotiek.

Podrobnejšie môžeme dva základné typy škál kvalitatívnych znakov charaktizovať:

Nominálna škála: Zobrazenie  $T$  obsahuje všetky jedno-jednoznačné zobrazenia. Príklad: „farba očí“.  $H = \{\text{modrá, hnedá, sivá, zelená, ...}\}$

Špeciálny typ nominálnej škály je dichotomická škála. Príklad: pohlavie  $H = \{\text{muž, žena}\}$ .

Poradová škála:  $T$  obsahuje monotónne rastúce zobrazenia. Napríklad klasifikačná stupnica:  $H = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ .

Podstatný rozdiel je v tom, že nominálna škála nemá usporiadanie a ordinálna škála má definované usporiadanie reláciou usporiadania.

Väčšinou skúmame na množine  $O$  objektov viac štatistických znakov, preto rozšírime definíciu súboru kvalitatívnych dát o viacrozmerný aspekt. Uvažujme s  $k$  štatistickými znakmi, potom súbor dát určených znakmi  $Z_1, Z_2, \dots, Z_k$  je množina:

$$D = \{(h_1, h_2, \dots, h_k) : h_i = Z_i(o) : o \in O, i=1, 2, \dots, k\}.$$

Jednou zo zložitostí štatistickej analýzy súboru viacrozmerných dát spočíva v tom, že štatistické znaky  $Z_1, Z_2, \dots, Z_k$  môžu byť premenné s rôznymi typmi škál, vo všeobecnosti: nominálne, ordinálne a kvantitatívne (tie sú ďalej členené na: intervalové, pomerové a absolútne). Existujú už modely pre rôzne typy škál a štatistické softvéry, ktoré tieto modely realizujú (v príspevku sa budeme venovať aplikáciám v prostredí SPSS). Možno voliť aj prístup zjednotenia škál a to dvoma prístupmi:

1. Kvantitatívne premenné kategorizujeme a pri ordinálnych neuvažujeme s usporiadaním a tak môžeme aplikovať štatistické analýzy nominálnych znakov, ale so stratou informácie pri kvantitatívnych a ordinálnych znakoch.

2. Druhý prístup zjednotenia škál spočíva v prechode na kvantifikáciu kvalitatívnych znakov a v aplikácii metód analýzy kvantitatívnych znakov.

Ďalšie možnosti riešenia problému zmiešaných typov škál štatistických znakov:

- dichotomizácia,
- diferenciacia metód podľa typov škál,
- špecifické modely pre zmiešané typy znakov.

### 3. Prípravná fáza prvotnej štatistickej analýzy kvalitatívnych dát

Prípravná fáza prvotnej štatistickej analýzy dát zahŕňa tú časť plánovania projektu, ktorá súvisí so získaním empirických dát. Ide najmä o otázky prípravy a zberu dát a ich záznamu.

Aby výskum priniesol očakávané výsledky, je potrebné a dôležité venovať náležitú pozornosť a čas prípravnej etape. V závislosti od skúmaných problémov je potrebné realizovať:

- definíciu skúmaných súborov a ich objektov
- definovanie štatistických znakov
- postupne špecifikovať metódy spracovania dát.

Je taktiež potrebné mať stanovené technické, prípadne aj organizačné podmienky pre zber a záznam dát.

Napriek veľkej dôležitosti prvotnej štatistickej analýzy nevenuje sa jej často náležitá pozornosť. Je to iste aj preto, že táto práca je namáhavá a nepôsobí „vedecky“ ako napríklad riešenie konkrétnych špecifických úloh.

### 3.1 Zásady prípravy zberu dát

Najčastejšou formou záznamu kvalitatívnych dát je formulár, napríklad dotazník, anketový lístok. Môže mať tlačенú podobu ale aj elektronickú. Okrem spôsobu „papier + pero“ sa využívajú rôzne varianty elektronického zberu dát, napríklad telefonicky, pomocou SMS správ, internetom – buď priamo, alebo pomocou e-mailov, prípadne anketár zaznamenáva odpovede priamo do laptopu a pod.

Nech je už spôsob zberu akýkoľvek, je potrebné dodržiavať určité zásady pri príprave formulára na zber dát a poznať prípadné špecifiká rozličných spôsobov zberu dát.

Uvažujme dotazník ako základný nástroj na získanie dát. Dôležitý je vzhľad formulára a pokyny na vyplňanie aby nevznikali zbytočné zdroje chýb od začiatku zberu dát po ich elektronický záznam. Je dôležité aby otázky v dotazníku boli formulované zrozumiteľne. Jednoducho, pútavo aby „nútili“ respondenta pravdivo odpovedať. Príbuzné otázky je dobré usporiadať do blokov.

Na overenie zrozumiteľnosti je potrebné otestovať vyplnenie dotazníka pred jeho rozšírením.

Z hľadiska počítačového spracovania súboru kvalitatívnych dát je nutné dodržiavať zásady:

Dáta sú namerané (alebo inak získané) hodnoty štatistických znakov na skúmaných objektoch. Je potrebné aby:

- každý objekt mal jedno-jednoznačnú identifikáciu, pritom môžeme okrem identifikácie záznamu (napr. poradové číslo dotazníka) identifikovať aj subjekt, ktorý záznam získal a pod.
- každé pozorovanie musí byť kódované s presnosťou a akou bolo realizované meranie a s typom znaku v akom premennú uvažujeme (numerická, ordinálna, nominálna). V prípade numerických premenných môžeme kódovať s desatinnou bodkou (alebo čiarkou, podľa nastavenia klávesnice). Platný počet cifier musíme rozšíriť o desatinnú bodku.
- pre každú premennú treba rezervovať patričný rozsah, aby bolo možné zaznamenať všetky pozorovania.
- sme mali identifikované, prípadne aj špeciálne okódované chýbajúce hodnoty.
- preferujeme numerické kódovanie odpovedí (ich názvy (labelle), ako aj názvy premenných môžeme v profesionálnych softvéroch, ako napr. SPSS jednoducho definovať.
- bola jednoznačne rozlíšená 0 (nula) pri numerických premenných od chýbajúcich (missing) hodnôt.

- štatistický znak mal jednoznačne pridelené kódy odpovedí, výnimkou sú otázky s viacerými možnosťami odpovede (multiresponse).
- kódovanie a záznam multiresponse môžeme realizovať dvomi spôsobmi: Prvý spôsob: okódujeme všetky možnosti odpovedí od 1 po r a na záznam vytvoríme toľko stĺpcov, koľko je maximálny počet dovolených odpovedí, napr. m. Kódy v rozmedzí od 1 po r zaznamenávame do m stĺpcov. Druhý spôsob: Na záznam multiresponse otázky pripravíme r, stĺpcov kde r je maximálne možný počet odpovedí a zaznamenáme kód 1 v každom stĺpci pre záznam príslušnej odpovede, ak si túto respondent vybral. V prípade multiresponse otázok považujeme za chýbajúci údaj, keď sme od daného respondenta nezískali na túto otázku žiadnu odpoveď.
- pri zázname numerickej otázky uprednostňujeme záznam príslušnej numerickej odpovede. Ak je nutné kategorizovať, tak si kategorizáciu vytvoríme pomocou príslušného softvare.
- niekedy môžeme dve alebo niekoľko znakov skombinovať do jedného, bez straty informácie. Uvažujme jednoduchý príklad: „Pohlavie“: 1=muž, 2=žena. Ďalej „Ste bohatý“: 1=áno, 2=nie. Spojená otázka: pohlxbohaty musí mať odpovede, ktoré vzniknú „násobením“ kombinácií oboch otázok: 1=muž,bohatý, 2=muž,nebohatý, 3=žena,bohatá, 4=žena,nebohatá. Skombinovanie môže byť vhodné na redukciu počtu otázok dotazníka.
- okrem identifikácie sú pri populačných prieskumoch dôležitou súčasťou demografické otázky.
- na overenie spoľahlivosti respondentov využívame technické otázky, napríklad pri zvlášť dôležitých otázkach dotazníka.
- pred samotným zisťovaním je dôležité otestovať dotazník u niekoľkých dobrovoľníkov, prípadne pilotným zisťovaním.

### 3.2 Formulár na záznam dát

Je veľmi dôležitým nástrojom zberu dát, pričom jeho formu prispôbujeme spôsobu ich zberu v terénnej fáze prieskumu. Podstatné atribúty spočívajú v exaktnej príprave formulára, rozdiely podľa spôsobu zberu dát v tomto príspevku neskúmame.

Prípravu záznamu dát budeme ilustrovať na príklade dotazníka EKOMSTAT 2008:

Dotazník obsahuje všetky základné typy škál štatistických znakov: nominálnu, ordinálnu a numerickú a tiež základné typy otázok: uzatvorené, otvorená a tiež s viac možnými odpoveďami.

<b>1</b>	01 02 03	- - -	<b>Boli ste už na EKOMSTATe ?</b> áno raz áno viackrát som tu prvýkrát
<i>Na otázku č. 2 odpovedajú respondenti, ktorí na otázku č. 1 uviedli kódy 01 (áno raz) alebo 02 (áno viackrát).</i>			
<b>2</b>	01 02 03 04 05 06	- - - - - -	<b>Prečo ste prišli na EKOMSTAT znovu? (Uveďte iba jednu možnosť!)</b> páčia sa mi Trenčianske Teplice na EKOMSTATe býva dobrá atmosféra zaujímam sa o témy zaradené na tohtoročný EKOMSTAT mám tu frajera/frajerku iná odpoveď (uveďte) ..... neviem
<b>3</b>			<b>Čo si predstavujete pod pojmom prvotná štatistická analýza kvalitatívnych dát ?</b> .....

4	01 02 03 04 05	- - - - -	<b>Ste za zavedenie EURA v SR?</b> rozhodne ano viac ano ako nie viac nie ako ano rozhodne nie inã odpoveď (uveďte) .....
5	01 02 03 04 05 06	- - - - - -	<b>Povedzte, prosím, či ste čítali učebnicu „Žvábek J.: Výuka statistiky na internete. GRADA, Praha, 2006“?</b> áno, už 1. vydanie áno, 2. vydanie iba som ju prelistoval nie, ale už ju zháňam nepoznám tú knihu inã odpoveď (uveďte).....
6	01 02 03 04 05 06 07 08 09 10	- - - - - - - - - -	<b>Priznajte sa, ktorú stranu by ste volili?</b> Komunistickú stranu Slovenska (KSS) Kresťanskodemokratické hnutie (KDH) Ľudovú stranu – Hnutie za demokratické Slovensko (ĽS-HZDS) Slovenskú demokratickú a kresťanskú úniu -Demokratickú stranu (SDKÚ-DS) Slovenskú národnú stranu (SNS) Smer – sociálnu demokraciu (SMER) Stranu maďarskej koalície (SMK) inú politickú stranu, hnutie, koalíciu (uveďte)..... nezúčastnil by som sa volieb neviem
7			<b>Ktorému súčasnému politikovi aspoň trochu dôverujete?</b> (Možno uviesť tri odpovede) .....
8	01 02	- -	<b>Pohlavie:</b> muž žena
9			<b>Uveďte prosím, Váš vek:</b> .....
10	01 02 03	- - -	<b>Národnosť:</b> slovenská maďarská inã (uveďte) .....
11	01 02 03 04	- - - -	<b>Najvyššie ukončené vzdelanie:</b> základné stredné bez maturity stredoškolské s maturitou vysokoškolské
12			<b>Čím sa v súčasnosti živíte?</b> .....
13	01 02 03 04 05	- - - - -	<b>Veríte výskumom verejnej mienky?</b> rozhodne ano viac ano ako nie viac nie ako ano rozhodne nie inã odpoveď (uveďte) .....
14			<b>Doplňte:</b> <b>Najlepší je život krčka,</b> <b>cez deň spí a potom</b> .....
15	01 02 03 04 05	- - - - -	<b>Pokladáte tento dotazník za zaujímavý?</b> rozhodne ano viac ano ako nie viac nie ako ano rozhodne nie inã odpoveď (uveďte) .....
16	01 02 03 04	- - - -	<b>Páči sa Vám na EKOMSTATEc 2008?</b> áno nie inã odpoveď (uveďte)..... neviem

Uvádzame príklad, azda najdostupnejšieho formulára na záznam dát - v Exceli a ukážeme príklad jeho načítania do SPSS. Záznamový formulár doplníme o identifikáciu respondenta:

porcis	o1	o2	o3a	o3b	o3c	o4	o5	o6	o7a	o7b	o7c	o8	o9	o10	o11	o12a	o12b	o13	o14a	o14b	o15
1																					
2																					
3																					
.																					
.																					

Po vyplnení dostaneme súbor dát. Tento súbor načítame na spracovanie. Excel má tiež veľa možností na štatistické analýzy, ale na ilustráciu využijeme a predvedieme SPSS, vrátane konštrukcie „labelov“, teda textov otázok a variantov odpovedí.

#### 4. Druhá fáza prvotnej štatistickej analýzy kvalitatívnych dát

Fáza kontroly dát, ich čistenie a prvé „pohľady“ na výsledky je taktiež dôležitou súčasťou prvotnej štatistickej analýzy. Bez dôslednej kontroly datového súboru nie je možné získať bezchybné výsledky štatistického spracovania.

Tu možno ilustrovať prepojenosť fáz prvotnej štatistickej analýzy. Na kontrolu chybných a chýbajúcich dát využívame frekvenčné tabuľky a výpočet základných štatistických charakteristík, ale tiež kontingenčné tabuľky pre špecifické kontroly, napr. dodržania filtrov. Pritom frekvenčné tabuľky a výpočet základných štatistických charakteristík sú tiež súčasťou iných fáz prvotnej štatistickej analýzy a kontingenčné tabuľky sa využívajú pri skúmaní závislostí a i.

Výhodné je na kontrolu dát využiť SPSS tak, že využijeme datový súbor s „labelmi“.

Uvažujme, v tejto chvíli fiktívny, súbor účastníkov EKOMSTAT 2008, ktorý využijeme na ilustráciu identifikácie chybných a chýbajúcich dát. Kvôli úspore miesta uvažujeme iba prvé dve otázky dotazníka.

o1 Boli ste už na EKOMSTATE?					o2 Prečo ste prišli na EKOMSTAT znovu?						
		Frequency	Percent	Valid Percent	Cumulative Percent			Frequency	Percent	Valid Percent	Cumulative Percent
Valid	1 áno raz	6	28,6	30,0	30,0	Valid	1 páčia sa mi Trenč.Teplíce	1	4,8	6,3	6,3
	2 áno viackrát	6	28,6	30,0	60,0		2 na EKOMSTATE býva dobrá atmosféra	8	38,1	50,0	56,3
	3 som tu prvýkrát	7	33,3	35,0	95,0		3 zaujímam sa o témy	2	9,5	12,5	68,8
	6	1	4,8	5,0	100,0		4 mám tu frajera/frajerku	1	4,8	6,3	75,0
	Total	20	95,2	100,0			5 iné odpoved	3	14,3	18,8	93,8
	Missing	System	1	4,8				9	1	4,8	6,3
Total		21	100,0			Total	16	76,2	100,0		
						Missing	System	5	23,8		
						Total		21	100,0		

Vo frekvenčných tabuľkách ľahko identifikujeme chybné a chýbajúce dáta. V otázke č. 1 máme jeden chybný údaj. Keďže sme definovali „label“ v dátach, ľahko zistíme, že hodnota 6 je chybný údaj. Ďalej vidno, že v o1 jeden údaj chýba. V druhej otázke sme zistili 5 chýbajúcich údajov a jeden chybný- kód 9. Keďže máme identifikáciu jednotlivých dotazníkov môžeme zistiť ktoré čísla dotazníkov treba skontrolovať. Pri o1 je chybný údaj pri porcis=6 a chýbajúci pri porcis=14. Vyhľadáme príslušné dotazníky a údaje opravíme. Napr. hodnota 6 v o1 bude 1 a hodnota 9 v o2 bude 2. Takto postupujeme pri všetkých znakoch. Po oprave máme už správne výsledky:

o1 Boli ste už na EKOMSTATE?					o2 Prečo ste prišli na EKOMSTAT znovu?						
		Frequency	Percent	Valid Percent	Cumulative Percent			Frequency	Percent	Valid Percent	Cumulative Percent
Valid	1 áno raz	7	33,3	35,0	35,0	Valid	1 páčia sa mi Trenč.Teplice	1	4,8	6,3	6,3
	2 áno viackrát	6	28,6	30,0	65,0		2 na EKOMSTATE býva dobrá atmosféra	9	42,9	56,3	62,5
	3 som tu prvýkrát	7	33,3	35,0	100,0		3 zaujímam sa o témy	2	9,5	12,5	75,0
	Total	20	95,2	100,0			4 mám tu frajera/frajerku	1	4,8	6,3	81,3
Missing	System	1	4,8			5 iné odpoved	3	14,3	18,8	100,0	
Total		21	100,0			Total	16	76,2	100,0		
						Missing	System	5	23,8		
						Total		21	100,0		

Okrem tejto kontroly je nutné vykonať logickú kontrolu. V našom dotazníku máme filter – teda na otázku číslo 2 neodpovedajú všetci respondenti. Využijeme kontingenčnú tabuľku o1 s o2. Vieme, že na o2 nemali odpovedať respondenti, ktorí v o1 odpovedali kódom 3.

**o1 Boli ste už na EKOMSTATE? \* o2 Prečo ste prišli na EKOMSTAT znovu? Crosstabulation**  
Count

		o2 Prečo ste prišli na EKOMSTAT znovu?					Total
		1 páčia sa mi Trenč.Teplice	2 na EKOMSTATE býva dobrá atmosféra	3 zaujímam sa o témy	4 mám tu frajera/frajerku	5 iné odpoved	
o1 Boli ste už na EKOMSTATE?	1 áno raz	0	5	1	0	1	7
	2 áno viackrát	0	3	1	1	1	6
	3 som tu prvýkrát	1	0	0	0	1	2
Total		1	8	2	1	3	15

Z kontingenčnej tabuľky zistíme, že dvaja respondenti odpovedali na o2 i keď nemali. Nie je nutné ich identifikovať. Súbor v SPSS opravíme jednoduchou transformáciou:

```
***** filter po o1 na o2*****.
DO IF (o1=3) .
RECODE
  o2 (ELSE=SYSMIS) .
END IF .
EXECUTE .
```

## 5. Metódy prvej štatistickej analýzy kvalitatívnych dát

Budeme sa zaoberať metódami prvej štatistickej analýzy kvalitatívnych znakov podľa základných typov týchto znakov. Najprv však uvedieme metódy prvej štatistickej analýzy dát využívajúce frekvenčné tabuľky. Vzhľadom na úvod do problematiky sa budeme v príspevku venovať jednorozmernými metódami.

### 5.1 Frekvenčné tabuľky

Uvažujme kvalitatívnych znak  $Z=(Z_1, Z_2, \dots, Z_r)$ . Početnosti výskytu jednotlivých hodnôt prehľadne zapíšeme do frekvenčnej tabuľky:

<b>Z</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>...</b>	<b>r</b>	<b><math>\Sigma</math></b>
<b>abs. počet.</b>	$n_1$	$n_2$	<b>...</b>	$n_r$	<b>n</b>
<b>rel. počet.</b>	$p_1$	$p_2$	<b>...</b>	$p_r$	<b>1</b>

Platí:  $\sum_i n_i = n$  a  $\sum_i p_i = 1$ , kde  $p_i = n_i/n$ .

Štatistické softvér, napr. SPSS realizuje frekvenčné tabuľky v tvare:

#### Príklad: Najvyššie ukončené vzdelanie

	Frequency	Percent	Valid Percent	Cumulative Percent
Valid 1 základné	358	26,8	26,8	26,8
2 učňovské	396	29,7	29,7	56,5
3 stredné s mat.	445	33,3	33,3	89,8
4 vysokoskolské	136	10,2	10,2	100,0
Total	1335	100,0	100,0	

Kumulatívne početnosti majú význam pre ordinálne znaky.

Frekvenčné tabuľky slúžia na:

- analýzu chybných a chýbajúcich údajov
- analýzu „zle rozdeľujúcich znakov“
- odhad empirickej distribúcie kvalitatívneho znaku
- grafické znázornenie početností.

**Analýzu chybných a chýbajúcich dát** sme pre účely ich identifikácie skúmali v kapitole

4. Pri práci s chýbajúcimi dátami postupujeme niekoľkými spôsobmi:

1. Ak sú tieto dáta v originálnom dotazníku, tak ich jednoducho opravíme.
2. Pri menšom výskyte ich možno vylúčiť zo spracovania, pričom je dôležité, aby pri demografických znakoch neboli chýbajúce údaje, aby s prípadne nenarušila reprezentatívnosť a tiež tieto dáta chýbajú pri triedeniach podľa príslušných demografických znakov.
3. Chýbajúce údaje možno nahradiť. Metódy na nahrádzanie chýbajúcich dát sú viaceré. Môžeme nahrádzať niektorou charakteristikou polohy (pri kvalitatívnych znakoch napr. modus, medián), za podsúbor, ktorý je „najbližšie“ chýbajúcim dátam, alebo „susednou“ hodnotou.
4. Prípadne nahrádzame chýbajúcu hodnotu hodnotou určenou špecifickým modelom.

Pri príprave zberu dát môžeme obmedziť vznik chýbajúcich dát dodržaním určitých zásad, napr.:

- a) Už pri koncipovaní dotazníka tvoriť otázky tak, aby bol predpoklad, že všetci respondenti budú odpovedať a že majú možnosť voľby odpovede.
- b) Ak je možné počítať s možnosťou odmietnutia odpovede, tak priradíme kód aj takejto možnosti.

**Analýza „zle“ rozdeľujúcich dát.** Uvažujme kvalitatívny znak  $Z$  s  $r$  možnými odpoveďami a početnosťami  $n_1, n_2, \dots, n_r$ , resp. relatívnymi početnosťami  $p_1, p_2, \dots, p_r$ . V prípade, keď existujú kategórie odpovedí s veľmi malými početnosťami, čo môžeme vyjadriť napríklad splnením hypotézy  $H_0: p_j=0$ , pre niektoré  $j=1, 2, \dots, r$ .

Zle rozdeľujúci znak potom definujeme ako znak pre ktorý platí pre aspoň jedno  $j$  hypotéza  $H_0^j: p_j=0$ .

Kategória, pre ktorú je splnená nulová hypotéza je prakticky zbytočná a môžeme formulovať znak s menším počtom kategórií. Nech  $i$  ( $\leq k$ ) je počet nenulových kategórií znaku  $Z$ , potom:

1/ Ak  $i = 1$ , tak znak zle rozdeľuje a má prakticky iba jeden variant (kategóriu odpovede) a teda nemá rozptyl a je pre ďalšie analýzy zbytočný.

2/ Ak  $i = 2$ , tak skúmame dve početnosti, resp. relatívne početnosti  $p_1$  a  $p_2$ . Keďže platí  $p_1 + p_2=1$ , tak iba môže platiť najviac jedna nulová hypotéza. Ak teda platí pre  $i=1$ , alebo  $i=2$  nulová hypotéza, tak znak je zle rozdeľujúci a neuvažujeme ho v tejto podobe pre analýzy.

3/ Ak  $i > 2$ , tak testujeme všetky nulové hypotézy. Ak existuje  $j$ , také, že platí preň nulová hypotéza, tak je znak zle rozdeľujúci a je potrebné ho predefinovať – napr. vylúčením, alebo spojením kategórií.

Hypotézu  $H_0^j: p_j=0$  možno jednoducho testovať určením hornej hranice pre podiel  $p_j$ . Nech  $\alpha$  je zvolená úroveň významnosti, napr. 0,05, tak (pozri tiež [11]Luha J. (1985): Testovanie štatistických hypotéz pri analýze súborov charakterizovaných kvalitatívnymi znakmi. STV, Bratislava 1985.) platí:

$$p_{jh}=1 - \sqrt[n]{\alpha}.$$

Potom pre  $\alpha=0,05$  a  $n > 50$  dostaneme  $n_j$  rovné približne 3. ***Teda pre rozsahy výberu nad 50 musí byť  $n_j > 3$  aby znak v kategórii  $j$  zle rozdeľoval a túto kategóriu „treba riešiť“.***

**Odhad empirickej distribúcie znaku a overenie zhody s teoretickými predpokladmi.** Z frekvenčnej tabuľky, teda tabuľky početností ( $n_1, n_2, \dots, n_r$ ) získame odhad pravdepodobnostného rozdelenia kvalitatívneho znaku: ( $p_1, p_2, \dots, p_r$ ), kde maximálne vierohodný odhad pravdepodobností:

$$p_j=n_j/n, \text{ a } n=n_1 + n_2 + \dots + n_r.$$

Na overenie zhody s teoreticky predpokladaným rozdelením znaku využijeme testy dobrej zhody. SPSS poskytuje v rámci neparametrických testov Binomický test (pre znaky s dvoma variantami odpovede) a Chi-Square test pre znaky s viac ako dvomi variantami odpovede. Pre menšie rozsahy výberu je vhodnejší variant Exaktný test, ktorý poskytuje SPSS v module Exact tests.

Budeme overovať nulovú hypotézu:

$$H_0: p_j= p_j^0, \text{ pre } j=1, 2, \dots, r.$$

Špeciálnym prípadom je znak, ktorý má „rovnorné“ rozdelenie, kedy  $p_j^0=1/r$ .

Príklady:

Vo fiktívnom súbore Ekomstat 2008 overujeme hypotézu o rovnakom počte mužov a žien. Znak má dva varianty odpovede a teda použijeme Binomický test:



**Binomial Test**

		Category	N	Observed Prop.	Test Prop.	Exact Sig. (2-tailed)	Point Probability
o8 pohlavie	Group 1	1 MUŽ	11	,52	,50	1,000	,168
	Group 2	2 ŽENA	10	,48			
	Total		21	1,00			

Výsledok testu ukazuje takmer zhodu medzi zastúpením mužov a žien v skúmanom súbore.

Príklad znaku s viac než dvomi variantami odpovede. Overme či rozdelenie účastníkov Ekomstatu podľa otázky či boli na Ekomstate je rovnomerné:

Najprv vypočítame frekvenčnú tabuľku a potom Chí-kvadrát Exaktný test:

**o1 Boli ste uz na EKOMSTATE?**

		Frequency	Percent	Valid Percent	Cumulative Percent
Valid	1 áno raz	7	33,3	35,0	35,0
	2 áno viackrát	6	28,6	30,0	65,0
	3 som tu prvýkrát	7	33,3	35,0	100,0
	Total	20	95,2	100,0	
Missing	System	1	4,8		
Total		21	100,0		

**o1 Boli ste uz na EKOMSTATE?**

	Observed N	Expected N	Residual
1 áno raz	7	6,7	,3
2 áno viackrát	6	6,7	-,7
3 som tu prvýkrát	7	6,7	,3
Total	20		

**Test Statistics**

	o1 Boli ste uz na EKOMSTATE?
Chi-Square(a)	,100
df	2
Asymp. Sig.	,951
Exact Sig.	1,000
Point Probability	,114

a 0 cells (.0%) have expected frequencies less than 5. The minimum expected cell frequency is 6,7.

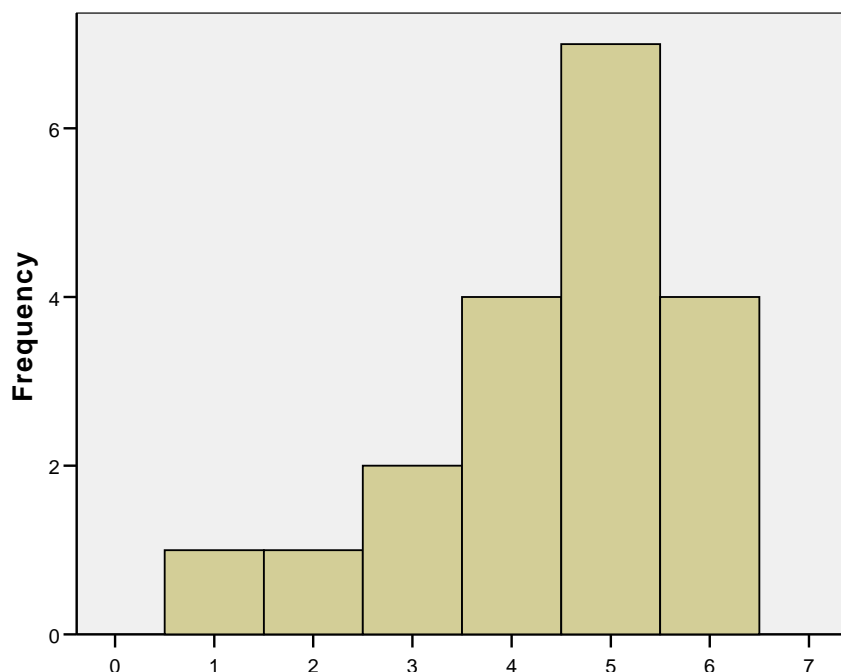
Výsledok testu ukazuje že hypotézu o rovnomernom rozdelení môžeme prijať.

**Grafické znázornenie početností môžeme ilustrovať histogramom.**

**o5 Povedzte, prosím, či ste čítali učebnicu „Žváček J.: Výuka statistiky na internete. GRADA, Praha, 2006“?**

		Frequency	Percent	Valid Percent	Cumulative Percent
Valid	1 áno, 1. vydanie	1	4,8	5,3	5,3
	2 áno, 2. vydanie	1	4,8	5,3	10,5
	3 iba som ju prelistoval	2	9,5	10,5	21,1
	4 nie, ale už ju zhľadám	4	19,0	21,1	42,1
	5 nepoznám tú knihu	7	33,3	36,8	78,9
	6 iná odpoveď	4	19,0	21,1	100,0
	Total	19	90,5	100,0	
Missing	System	2	9,5		
Total		21	100,0		

## Histogram



Mean =4,42□  
 Std. Dev. =1,387□  
 N =19

**Povedzte, prosím, či ste čítali učebnicu „Žváček J.: Výuka statistiky na internete.GRADA,Praha,2006“?**

**Otázky s viacerými možnosťami odpovede.** Multiresponse otázky sa často používajú pri sociologicky orientovaných výskumoch. SPSS má ich spracovanie vyriešené najpriateľskejšie pre používateľov. Kvôli úplnosti uvádzame príklad.

## Case Summary

	Cases					
	Valid		Missing		Total	
	N	Percent	N	Percent	N	Percent
\$politici(a )	1075	94,4%	64	5,6%	1139	100,0%

a. Group

## \$politici Frequencies

		Responses		Percent of Cases
		N	Percent	
\$politici(a )	1 žiadnemu	305	19,2%	28,4%
	2 M.Dzurinda	68	4,3%	6,3%
	3 I.Gašparovič	146	9,2%	13,6%
	4 R.Fico	335	21,1%	31,2%
	5 V.Mečiar	74	4,7%	6,9%
	6 M.Flašíková-Beňová	8	,5%	,7%
	7 J.Slota	95	6,0%	8,8%
	8 B.Bugár	73	4,6%	6,8%
	9 V.Tomanová	16	1,0%	1,5%
	10 D.Čaplovič	14	,9%	1,3%
	11 J.Počiatek	20	1,3%	1,9%

12 V.Palko	8	,5%	,7%
13 F.Mikloško	11	,7%	1,0%
14 P.Hrušovský	32	2,0%	3,0%
15 D.Lipšic	30	1,9%	2,8%
16 E.Kukan	8	,5%	,7%
17 P.Paška	12	,8%	1,1%
18 I.Mikloš	35	2,2%	3,3%
19 A.Belousovová	15	,9%	1,4%
20 I.Radičová	98	6,2%	9,1%
21 V.Veteška	6	,4%	,6%
22 R.Kaliňák	78	4,9%	7,3%
23 Z.Martináková	2	,1%	,2%
24 P.Csáky	30	1,9%	2,8%
25 iní	72	4,5%	6,7%
Total	1591	100,0%	148,0%

a Group

## 5. 2 Dichotomické znaky

Špeciálny prípad kvalitatívneho znaku je znak s dvomi variantami odpovede. Asi najčastejšie uvádzaným takýmto znakom je pohlavie. Pri kódovaní variantov dichotomického znaku môžeme využiť kódovanie nula/jedna. Dichotomický znak má mnohé vlastnosti numerického znaku a má zmysel preň počítať najmä pri kódovaní variantov odpovede 0/1.

Uvedieme príklad znaku pohlavie, ktorý sme mali hore. Chceme zistiť podiel mužov. Rekódujeme znak a dostaneme výsledok:

### o8 pohlavie

		Frequency	Percent	Valid Percent	Cumulative Percent
Valid	0 ŽENA	10	47,6	47,6	47,6
	1 MUŽ	11	52,4	52,4	100,0
	Total	21	100,0	100,0	

Vypočítame základné štatistické charakteristiky:

### Descriptive Statistics

	N	Minimum	Maximum	Mean	Std. Deviation
o8 pohlavie	21	0	1	,52	,512
Valid N (listwise)	21				

Z výsledkov je zrejmé, že sme dostali zmysluplný výsledok aj pre deskriptívne štatistiky – priemer vyjadruje podiel mužov v skúmanom súbore.

Označme  $p$  podiel výskytu skúmaného javu s kódom 1 a jeho početnosť  $n_1$ . Potom podiel druhého variantu dichotomického znaku je  $1 - p$  a početnosť  $n_2 = n - n_1$ . Za predpokladu nezávislosti výberu o rozsahu  $n$ , má znak  $Z$  binomické rozdelenie

$$P_n(Z = n_1, p) = \binom{n}{n_1} p^{n_1} (1-p)^{(n-n_1)}.$$

Odhad maximálnej vierohodnosti parametra  $p$  je podiel  $n_1/n$ .

Iný zápis pre binomické rozdelenie:

$$P_n(n_1, n_2, p) = \frac{n!}{n_1! n_2!} p^{n_1} q^{n_2}, \text{ kde } q = 1 - p.$$

V tabuľke uvádzame prehľad o výpočte P-hodnôt pre  $H_0:p=p_0$ , pri rôznych alternatívnych hypotézach. Kvôli zjednodušeniu zápisu označme  $r=n_1$ .

Nulová hypotéza	Alternatívna hypotéza	P-hodnota
$H_0: p = p_0$	$H_1: p > p_0$	$P = \sum_{i=r}^n P_n(i, p_0)$
	$H_1: p < p_0$	$P = \sum_{i=0}^r P_n(i, p_0)$
	$H_1: p \neq p_0$	$P = 2 \min \left\{ \sum_{i=r}^n P_n(i, p_0), \sum_{i=0}^r P_n(i, p_0) \right\}$

Nulovú hypotézu zamietame ak P-hodnota  $< \alpha$ .

Pre väčšie rozsahy výberu môžeme využiť aproximáciu binomického rozdelenia normálnym rozdelením.

Výpočet základných štatistických charakteristík dichotomického znaku. Vychádzame z definície alternatívneho znaku  $Z$ , ktorý nadobúda hodnotu 1 s pravdepodobnosťou  $p$  a 0 s pravdepodobnosťou  $q = 1 - p$ . Teda  $P(Z=1)=p$  a  $P(Z=0)=q$ , potom je stredná hodnota

$$E(Z) = p \cdot 1 + q \cdot 0 = p \text{ a rozptyl}$$

$$D(Z) = E(Z - E(Z))^2 = E(Z - p)^2 = E(Z^2) - 2 \cdot E(Z \cdot p) + E(p^2) = p - 2p^2 + p^2 = p - p^2 = p \cdot q.$$

Dichotomický znak môžeme vyjadriť ako súčet  $n$  nezávislých alternatívnych znakov s parametrom  $p$ ,  $Z = \sum_{i=1}^n Z_i$ .

Pre strednú hodnotu a rozptyl parametra  $p$  dichotomického znaku platí:  $E=p$  a  $D=p \cdot q/n$ .

### 5.3 Nominálne znaky

Analýza frekvenčných tabuliek je v kapitole 5.1. Okrem analýzy frekvenčných tabuliek je základnou úlohou pri analýze nominálnych znakov overenie rozdelenia. Táto úloha bola taktiež skúmaná v kapitole 5.1.

Preto sa v tejto kapitole budeme venovať výpočtu základných štatistických charakteristík nominálneho znaku.

Pre nominálny znak je charakteristikou polohy modus – čo je najpočetnejšia kategória znaku. Príklad: Zistíme modus pre znak vyjadrený o16 súboru Ekomstat 2008:

**o16 Páci sa Vám na EKOMSTATe 2008?**

		Frequency	Percent	Valid Percent	Cumulative Percent
Valid	1 áno	15	71,4	78,9	78,9
	3 iná odpoveď	1	4,8	5,3	84,2
	4 neviem	3	14,3	15,8	100,0
	Total	19	90,5	100,0	
Missing	System	2	9,5		
Total		21	100,0		

Modus je variant 1=áno.

Mieru variability nominálneho znaku definujeme:

$V_{\text{nom}} = \frac{1}{n^2} \sum_{i=1}^r n_i(n - n_i)$ , pohybuje sa v rozmedzí od 0 po  $\frac{r-1}{r}$ . Hodnotu 0 nadobúda, ak všetky odpovede predstavujú jedinú kategóriu, teda ak existuje  $i$ , také, že  $n_i = n$  a maximálnu hodnotu zase v prípade rovnomerného rozdelenia.

Ďalšou Mizerou variability kvalitatívneho znaku je empirická entropia:

$H_{\text{nom}} = - \sum_{i=1}^r \frac{n_i}{n} \log \frac{n_i}{n}$ . Entropia meria rozptýlenie nominálneho znaku v rozmedzí od 0, v rovnakom prípade ako  $V_{\text{nom}} = 0$  a maximum je  $\log(k)$  v prípade rovnomerného rozdelenia nominálneho znaku.

## 5.4 Ordinálne znaky

Odlíšnosť medzi nominálnymi a ordinálnymi znakmi spočíva v tom, že ordinálny znak má kategórie odpovedí usporiadané. Toto usporiadanie nemusia reprezentovať numerické kódy hodnôt znaku a preto často nemáme možnosť počítať napríklad priemer ordinálneho znaku.

Overenie rozdelenia je rovnaké ako pri nominálnom znaku.

Výpočet základných štatistických charakteristík sa mierne líši. Okrem **modusu** môže mať zmysel hľadať **medián** ako kategóriu znaku  $i$  pre ktorú platí:

$$\sum_{j=1}^{i-1} p_j < \frac{1}{2} \leq \sum_{j=1}^i p_j.$$

Podobne možno definovať napríklad aj kvantilové kategórie ordinálneho znaku:

25% - 1. kvartil je kategória  $i$ , pre ktorú platí:

$$\sum_{j=1}^{i-1} p_j < \frac{1}{4} \leq \sum_{j=1}^i p_j.$$

75% - 3. kvartil je kategória  $i$ , pre ktorú platí:

$$\sum_{j=1}^{i-1} p_j < \frac{3}{4} \leq \sum_{j=1}^i p_j.$$

Variabilitu ordinálneho znaku definujeme:

$V_{\text{ord}} = \frac{1}{2} V_{\text{nom}}$ , preto je v rozmedzí od 0 po  $\frac{r-1}{2r}$ . Tento vzťah vyplýva zo všeobecnej teórie

nominálnych znakov – pozri napr. [12]Luha J. (2003): Skúmanie súboru kvalitatívnych dát. EKOMSTAT 2003. SŠDS Bratislava 2003, ISBN 80 – 88946 – 27 – 1.

## 6. Štatistický softvér na prvotnú analýzu dát

Na základe predošlých kapitol je jasné, že prakticky každý štatistický softvér poskytuje mnohé prostriedky na prvotnú štatistickú analýzu dát. V úvode bolo spomenuté, že existujú pokusy vytvárať pomoc pri „navigácii“ pri štatistickom spracovaní. Ak spracovateľ nie je dostatočne fundovaný v štatistike je nutné využiť konzultácie s odborníkmi – štatistikmi. Nebudeme sa zaoberať rôznymi štatistickými softvérmi. V tejto kapitole upozorníme na SPSS a aj jeho Statistics Coach. Tento sa pokúša riešiť a navigovať pri štatistickom spracovaní v prostredí SPSS. Začína oknom „Čo chcete robiť?“:

Industry	Mean	Sum
Government	\$2,525	\$1,252,641
Commercial	\$2,481	\$1,280,304
Academic	\$2,546	\$1,211,724
Total	\$2,517	\$3,744,669

Time on Hold	Frequency	Percent	Cumulative Percent
< 1 Minute	279	18.6	18.6
1-2 Minutes	352	23.5	42.1
2-4 Minutes	307	20.5	62.5
> 4 Minutes	562	37.5	100.0
Total	1500	100.0	

Time on hold	North	South	East	West
< 1 Minute	65	62	65	87
1-2 Minutes	93	89	89	81
2-4 Minutes	75	64	76	92
> 4 Minutes	149	130	145	138

**What do you want to do?**

- Summarize, describe, or present data
- Look at variance and distribution of data
- Create OLAP report cubes
- Compare groups for significant differences
- Identify significant relationships between variables
- Identify groups of similar cases
- Identify groups of similar variables

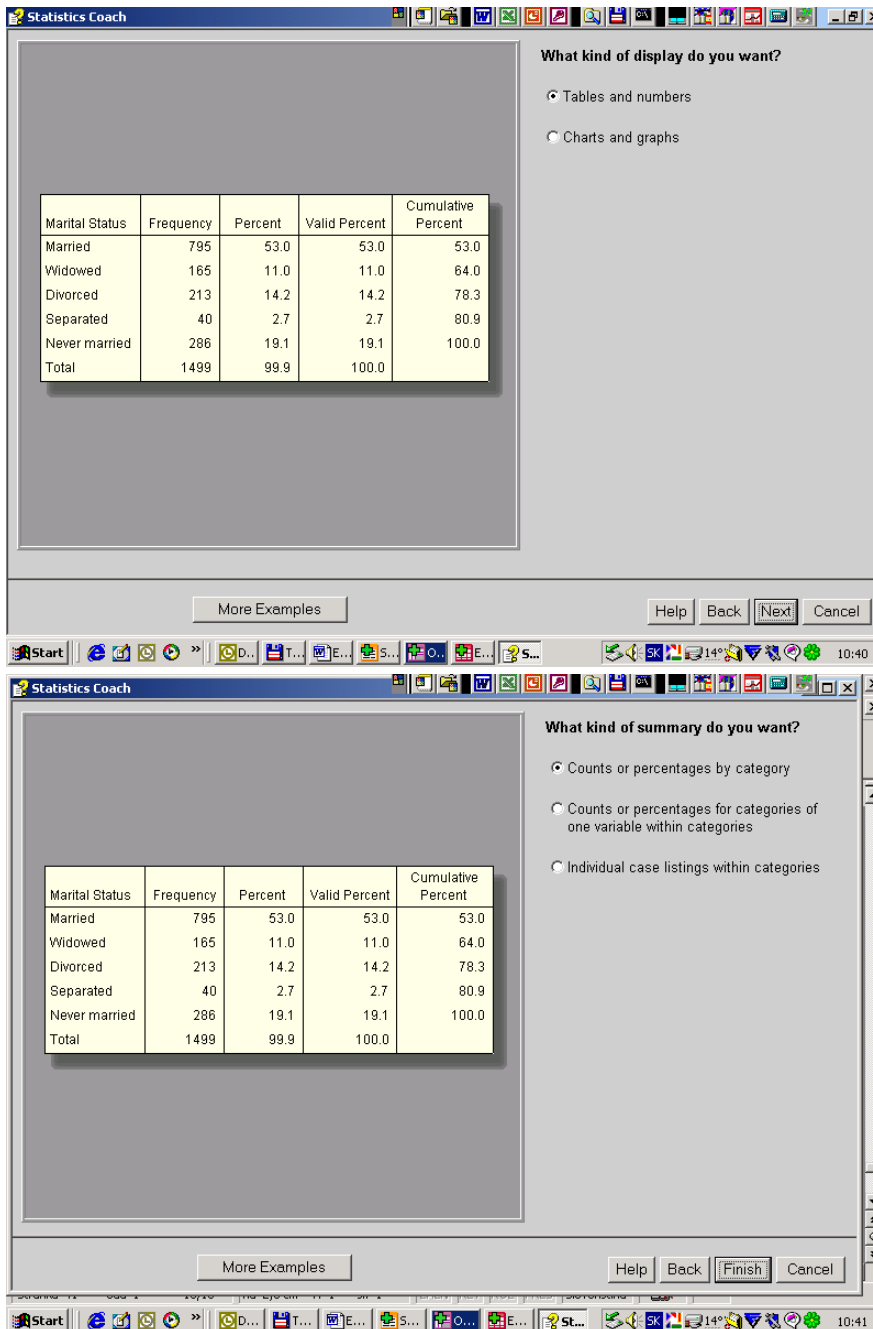
Vyberieme z ponuky v okne a pokračujeme. Kvôli úspore miesta uvedieme iba príklad:

**Data in Categories**

volume96	region
High	West
High	Central
Low	West
Medium	East

**What kind of data do you want to summarize?**

- Data in categories (nominal, ordinal)
- Scale, numeric data (interval, ratio)
- Scale, numeric variables within categories



Nasleduje rada:

**To Obtain a Frequency Table of Counts and Percents**

**From the menus choose:**

**Analyze**

**Descriptive Statistics**

**Frequencies...**

**Select one or more categorical variables.**

**The categorical variables can be string (alphanumeric) variables or numeric variables that use numeric codes to represent categories (e.g., 0=Male, 1=Female).**

When using Frequencies, you can use any variables as frequency variables. However, if you select statistics for your variables, they will only be calculated for numeric variables.

Some statistics, such as the mean and standard deviation, are only appropriate for scale (interval) data. Others, such as the median, minimum and maximum, are appropriate for ordinal or scale data. Select optional statistics that are appropriate for your frequency variables.

If your variables are all scale, you may want to disable display of frequency tables to avoid large, unwieldy tables in the output. In this case, only summary statistics are displayed.

Use one or more variables as variables for frequencies

industry	region	revenue
3	South	\$1,718
1	West	\$4,388
2	North	\$3,155

Variable(s): industry, region, revenue

Display frequency tables

Statistics... Charts... Format...

You can optionally disable the display of frequency tables, so that only summary statistics are displayed

Use the Statistics button to select optional statistics appropriate for your frequency variables

Back Next

Potom nasleduje podrobná inštrukcia ako realizovať výpočty v SPSS.

## 7. Literatúra

- [1] Afifi A. A., Azen S. P. (1979) : Statistical analysis. A computer oriented Approach. 2-nd ed. Academic Press, New York.
- [2] Bishop Y. M. M, Fienberg S. E., Holland P. W. (1975): Multivariate Analysis: Theory and Practice. M.I.T. Press, Cambridge.
- [3] Electronic Version: StatSoft, Inc. (2007). Electronic Statistics Textbook. Tulsa, OK: StatSoft. WEB: <http://www.statsoft.com/textbook/stathome.html>..
- [4] Chajdiak, J.(2003): Štatistika jednoducho. Statis Bratislava 2003, ISBN 808565928-X.
- [5] Chajdiak J. (2005): Štatistické úlohy a ich riešenie v Exceli. STATIS, Bratislava, ISBN 80-85659-39-5.
- [6] Kanderová, M. – Úradníček, V.(2007): Štatistika a pravdepodobnosť pre ekonómov. 1. časť. OZ Financ, Banská Bystrica 2007, ISBN 978-80-969535-5-4.
- [7] Kanderová, M. – Úradníček, V.(2007): Štatistika a pravdepodobnosť pre ekonómov. 2. časť. OZ Financ, Banská Bystrica 2007, ISBN 987-80-696535-6-1.
- [8] Kubáček L., Pázman A.(1979): Štatistické metódy v meraní. VEDA, Bratislava 1979.
- [9] Luha J. a kol. (1983): Metódy štatistickej analýzy kvalitatívnych znakov I. ÚVT VŠ, Bratislava.
- [10] Luha J. a kol. (1985): Metódy štatistickej analýzy kvalitatívnych znakov II. ÚVT VŠ, Bratislava.
- [11] Luha J. (1985): Testovanie štatistických hypotéz pri analýze súborov charakterizovaných kvalitatívnymi znakmi. STV, Bratislava.
- [12] Luha J. (2003): Skúmanie súboru kvalitatívnych dát. EKOMSTAT 2003. SŠDS Bratislava 2003, ISBN 80 – 88946 – 27 – 1.
- [13] Luha J.(2003): Matematickoštatistické aspekty spracovania dotazníkových výskumov. Štatistické metódy vo vedecko-výskumnej práci 2003, SŠDS, Bratislava 2003, ISBN 80-88946-32-8.
- [14] Luha J.(2005): Reprezentatívnosť vo výskumoch verejnej mienky. FORUM STATISTICUM SLOVACUM 2/2005. ISSN 1336-7420. SŠDS Bratislava 2005.



- [15]Luha J.(2007): Kvóťový výber. FORUM STATITICUM SLOVACUM 1/2007. str. 2-17, ISSN 1336-7420.
- [16]Pecáková I.(1995): Statistické aspekty terénných průskumů I. Skriptum VŠE Praha 1995.
- [17]Ritomský A.(1998): Základné funkcie SPSSWin. UK Bratislava 1998.
- [18]Řezanková A.(2007): Analýza dat z dotazníkových šetření. Proffessional Publishing, Praha 2007. ISBN 978-80-86946-49-8.
- [19]Stankovičová I., Vojtková M.(2007): Viacrozmerné štatistické metódy s aplikáciami. IURA EDITION, Bratislava 2007, ISBN 978-80-8078-152-1.
- [20]SPSS: [www.spss.com](http://www.spss.com), [www.sppsp.cz](http://www.sppsp.cz).
- [21]Williams A.C., Bower E. J., Newton J. T.(2004): Research in primary dental care. Part 6: Data analysis. The British Dental Journal, Volume 197, No 2, Pages 67 – 73, 24 July 2004. <http://www.nature.com/bdj/journal/v197/n2/full/4811467a.html>.

**Adresa autora:**

RNDr. Ján Luha, CSc.

Jan.Luha@statistics.sk

## Zahranický obchod ako zdroj ekonomického rastu v rokoch 2008 – 2015

### Foreign trade as a driving force of economic growth in 2008 - 2015

KVETAN, V. – RADVANSKÝ, M.<sup>1</sup>

**Abstract:** Foreign trade is a key factor that inflicts the economic growth of small opened economy of Slovakia. The first part of this article describes the changes in foreign trade of Slovakia during transition process. Second part is description of used model equations to forecast foreign trade indicators. Final part provides overview on the economic development forecast of the Institute of Economic Research, Slovak Academy of Sciences.

**Key words:** Foreign trade, economic modelling, economic forecast, Slovak republic

**Kľúčové slová:** Zahranický obchod, ekonomické modelovanie, ekonomické prognózy, Slovenská Republika

## 1 Úvod

Pre malú otvorenú ekonomiku Slovenska je vývoj zahraničného obchodu viac ako dôležitý. Je preto pochopiteľné, že jeho analýza je pre ekonomický rast veľmi významná. Jedným z dôležitých faktorov je prebiehajúca reštrukturalizácia priemyslu. Tradičné odvetvia, ktoré boli zamerané aj na súkromnú domácu produkciu sú postupne utlmované a nahrádzané vysoko proexportne orientovanými výrobami. Rovnako môžeme sledovať aj zmeny v štruktúre dovozu, ktorý je ťahaný ako spotrebnými tak investičnými statkami. V ostatnom čase je badateľný výrazný jav, keď je značná časť dovozu ťahaná vývozom, teda tovaru, ktorý je po spracovaní ďalej reexportovaný. Tento príspevok si kladie za úlohu rozanalyzovať dopad vývoja salda zahraničného obchodu na ekonomický rast SR.

V prvej časti bude rozanalyzovaný vývoj zahraničného obchodu od vzniku Slovenskej republiky, počas procesu transformácie ekonomiky až po súčasnosť. Bude popísaná hlavne zmena zahraničnoobchodných partnerov ako pri dovoze, tak vývoze. V druhej časti bude detailne popísaný blok zahraničného obchodu v modeli *SR BIER\_ECM\_07q4*. Záverečná časť sa bude venovať popisu východísk prognózy a samotnej strednodobej prognóze vývoja ekonomiky SR.

## 2 Transformácia zahraničného obchodu SR

Obdobie transformácie ekonomiky výrazne zmenilo charakter zahraničného obchodu. Hlavnými faktormi, ktoré vplývali na zmenu štruktúry dovozu bola liberalizácia zahraničného obchodu a voľná zameniteľnosť slovenskej koruny za zahraničné meny. Na druhej strane bol vývoz významne ovplyvnený rozpadom RVHP.

---

<sup>1</sup> Pracovisko autorov: Ekonomický ústav Slovenskej akadémie vied. Šancová 56, 811 06 Bratislava

### Dovoz

Jedným zo základných pilierov ekonomickej transformácie Slovenska bola liberalizácia zahraničného obchodu a voľná konvertibilita meny. Tieto administratívne opatrenia odbúrali základné colné a netarifné bariéry pre vstup zahraničných výrobkov na slovenský trh. Obdobie pred transformáciou bolo charakteristické výraznou podvýživou zo strany spotrebného, ale aj investičného tovaru „západnej proveniencie“. To spôsobilo výrazný nárast importov práve zo strany EÚ. V danom čase sa značka „západný“ stala hlavným obchodným artiklom. Vo väčšine prípadov sa jednalo o nedostatkový tovar. V mnohých prípadoch sa však jednalo o tovary, ktoré boli na slovenskom trhu výrazne nedostatkové (spotrebná elektronika, módne odevy). Často sa však pri dovozoch jednalo o tovar nižšej kvality aj v porovnaní s niektorými slovenskými produktmi (typickým príkladom boli potraviny, pracie prášky a bežný drogistický tovar). Významnú úlohu tu zohrával aj individuálny dovoz spotrebného tovaru. Rovnako dôležitý bol aj rast dovozov investičného charakteru, nakoľko bývalý „východný blok“ bol výrazne technologicky podkapitalizovaný z dôvodu politiky plnej zamestnanosti a z nej vyplývajúcej relatívne lacnej pracovnej sily. V danom období výrazne vzrástol autonómny dovoz – dovoz, ktorý nebol vyvolaný zmenami v príjmoch ani zmenami kurzu. *Páleník a kol (2005)*.

**Tabuľka 1: Vývoj teritoriálnej štruktúry dovozu SR**

	1993	1995	1997	1999	2001	2003	2005	2007
Japonsko	1,2%	1,5%	1,6%	1,6%	1,6%	1,9%	1,9%	1,6%
Taiwan	-	-	0,7%	0,7%	0,7%	0,7%	1,3%	2,3%
Rakúsko	6,2%	5,1%	5,0%	4,8%	4,1%	4,4%	3,9%	3,1%
Francúzsko	1,5%	2,4%	3,6%	3,9%	3,9%	4,2%	3,3%	3,9%
Taliano	3,0%	4,6%	5,8%	7,1%	6,4%	6,2%	4,8%	4,0%
Poľsko	1,9%	2,8%	2,5%	2,8%	3,2%	3,5%	4,1%	4,2%
Čína	0,5%	0,7%	1,0%	1,3%	1,6%	2,5%	3,3%	5,2%
Maďarsko	1,3%	2,2%	2,1%	2,3%	2,6%	3,4%	3,6%	5,4%
Ruská federácia	19,5%	16,6%	13,9%	12,0%	14,8%	10,8%	10,7%	9,4%
Česká republika	35,9%	27,7%	21,3%	16,7%	15,1%	14,3%	12,8%	11,5%
Nemecko	11,4%	14,3%	19,7%	26,1%	24,7%	25,5%	20,6%	19,9%
Ostatné	17,5%	22,1%	22,7%	20,7%	21,4%	22,5%	29,9%	29,4%

V Tabuľka 1 **Chyba! Nenalezen zdroj odkazů.** je zachytený časový priebeh vývoja teritoriálnej štruktúry slovenských dovozov za ostatných 15 rokov. Z tejto tabuľky je badateľný významný pokles váhy tradičných obchodných partnerov – Ruska a Českej republiky. Tento je spôsobený jednak zaniknutými väzbami medzi pôvodnými obchodnými partnermi a jednak nárastom dovozov od iných partnerov. výrazný nárast dovozov z Nemecka a Francúzska z dôvodu prílevu priamych zahraničných investícií do automobilového priemyslu. Zaujímavý je nárast dovozu z Maďarska a Poľska, ktorý hovorí o zvýšení aktivity v rámci susedných štátov. Na druhej strane dovoz z Rakúska, ktorý bol charakteristický najmä spomenutým dovozom spotrebného tovaru, po liberalizácii zahraničného obchodu výrazne poklesol. Tento obchodný partner stratil na význame jednak priamym zásobovaním obchodníkov od výrobcov a jednak poklesom individuálnych dovozov. Samozrejme sa nedá nespomenúť výrazný rast podielu Číny, Taiwanu a ostatných, najmä ázijských krajín.

**Tabuľka 2 Vývoj komoditnej štruktúry zahraničného obchodu.**

Podľa SITC rev. 3	Dovoz			Vývoz		
	1994	2000	2006	1994	2000	2006
Potraviny a živé zvieratá	6,9%	4,5%	4,3%	4,5%	2,5%	3,7%
Nápoje a tabak	1,3%	0,8%	0,6%	0,9%	0,4%	0,2%
Surové materiály, nepoživatelné s výnimkou palív	5,3%	3,9%	3,1%	5,1%	3,2%	2,4%
Nerastné palivá, mazivá a príbuzné materiály	19,3%	17,5%	14,3%	4,6%	7,0%	6,5%
Živočíšne a rastlinné oleje, tuky a vosky	0,3%	0,2%	0,2%	0,1%	0,1%	0,1%
Chemikálie a príbuzné výrobky	13,2%	11,0%	8,9%	12,9%	7,9%	5,5%
Trhové výrobky triedené hlavne podľa materiálu	16,8%	17,7%	17,1%	39,4%	26,7%	23,5%
Stroje a prepravné zariadenia	27,7%	35,7%	38,4%	19,0%	39,5%	48,6%
Rôzne priemyselné výrobky	9,1%	8,8%	12,8%	13,4%	12,4%	9,4%
Komodity a predmety obchodu inde nezatriedené	0,2%	0,0%	0,3%	0,1%	0,0%	0,1%

Pre zahraničný obchod je dôležitá aj komoditná štruktúra zahraničného obchodu. (Pri dovoze sú hlavné komodity stroje a prepravné zariadenia; nerastné palivá; trhové výrobky a rôzne priemyselné výrobky. Je teda zrejme vysoké zaťaženie dovozu ako priemyslom tak domácnosťami. Kúpna sila obyvateľstva spôsobila, že postupne rastú dovozy prepravných zariadení, trhových a priemyselných výrobkov na úkor základných surovín a materiálov.

#### Vývoz

Vývoz SR sa pochopiteľne odvíja od štruktúry priemyselnej výroby. V predtransformačnom období bol slovenský vývoz charakteristický hutníckymi produktmi, základnými materiálmi, polovýrobnkami, ťažkým strojárstvom a špeciálnou výrobou. Netreba zabúdať ani na elektrotechnický a chemický priemysel. Veľká časť týchto vývozov smerovala do krajín RVHP. Po rozpade tohto zoskupenia bolo treba hľadať nové odbytišťa pre slovenské výrobky. Aj napriek tomu, že v rámci RVHP boli naše exporty na vysokej technologickej úrovni, v kontexte svetového trhu sme mohli konkurovať iba cenou. Je treba pripomenúť, že zahraničný obchod bol v rámci ČSSR riešený podnikmi zahraničného obchodu so sídlom v Prahe. Tieto podniky uskutočňovali sprostredkovávali výmenu (najmä na západné trhy) a teda samotné výrobné podniky nemali kontakty so zahraničím. Po rozpade ČSFR tieto kapacity ostali v Prahe a teda Slovenské podniky si museli samostatne hľadať zahraničné odbytišťa.

**Tabuľka 3: Vývoj teritoriálnej štruktúry vývozu**

	1993	1995	1997	1999	2001	2003	2005	2007
Ukrajina	2,6%	2,2%	2,8%	1,3%	1,2%	1,0%	1,3%	1,4%
Ruská federácia	4,7%	3,9%	3,5%	1,0%	1,0%	1,2%	1,6%	2,3%
Holandsko	1,6%	1,8%	2,0%	3,1%	2,8%	2,7%	3,4%	3,6%
UK	1,0%	1,3%	1,7%	1,8%	2,5%	2,1%	3,1%	4,8%
Maďarsko	4,5%	4,6%	4,5%	4,5%	5,4%	4,9%	5,9%	5,7%
Rakúsko	5,0%	5,0%	7,2%	8,0%	8,1%	7,4%	7,1%	5,8%
Poľsko	2,9%	4,4%	5,2%	5,4%	5,8%	4,8%	6,3%	6,2%
Taliansko	2,7%	4,8%	6,0%	8,8%	8,8%	7,5%	6,6%	6,4%
Francúzsko	1,6%	2,0%	2,4%	4,8%	3,9%	3,5%	3,9%	6,8%
Česká republika	42,3%	35,2%	25,5%	18,1%	16,6%	12,8%	14,2%	12,4%
Nemecko	15,2%	18,8%	23,7%	27,7%	27,1%	30,8%	25,8%	21,5%
Ostatné	15,8%	16,1%	15,7%	15,7%	16,8%	21,3%	20,9%	23,2%

Výrazný odklon od tradičných exportných partnerov ukazuje aj Tabuľka 3. Je tu badateľný podobne ako u dovozu posun od exportov do Ruska a Českej Republike k vývozu do krajín EU15 ako aj do susedných štátov – Maďarska a Poľska. Veľký posun k exportu je badateľný práve do krajín pôvodu kľúčových PZI – Nemecka a Francúzska. Zaujímavý je opätovný nárast podielu vývozu do Ruska. Je však otázne, či sa jedná o jednorazový výkyv, alebo o náznaky nastoleného trendu.

Rozvoj automobilového priemyslu spôsobil výrazné zvýšenie podielu SITC stroje a prepravné zariadenia (Tabuľka 2) na celkovom dovoze z 19% v roku 1993 na takmer 49% v roku 2007. To charakterizuje k posunu vývozu od základných surovín a polovýrobov k sofistikovanejšej finálnej produkcii.

### 3 Modelovanie vzťahov v zahraničnom obchode

Blok zahraničného obchodu je jedným z kľúčových častí modelu s názvom *SR BIER\_ECM\_07q4*, ktorý je pravidelne aktualizovaný a zdokonaľovaný tímom ekonomického modelovania Ekonomického ústavu SAV. Vo všeobecnosti je tento model založený na štvrtročných dátach od prvého štvrtroku 1995 po štvrtý štvrtrok roku 2007, teda 52 pozorovaní. Prognóza je strednodobá do roku 2015. Zdrojmi údajov sú Štatistický úrad SR, Národná banka Slovenska a Ministerstvo financií SR. Model ako celok obsahuje 47 rovníc, z toho je 29 stochastických a 18 identít. V rovniciach je použitých 47 endogénnych a 18 exogénnych premenných (umelé premenné do modelu nezarátavame). Stochastické rovnice sú tvaru ECM (error-correction). V jednotlivých rovniciach sú použité integrované časové rady rovnakého rádu na základe testu na jednotkové korene (unit-root) a dlhodobá rovnováha je v rovniciach vyjadrená pomocou kointegračných vzťahov.

Základom bloku zahraničného obchodu sú rovnice pre výpočet cien a objemov dovozu a vývozu. V nasledovnej časti budú podrobnejšie tieto rovnice popísané.

#### Ceny zahraničného obchodu

Pre malú otvorenú ekonomiku sú kľúčové ceny dovozu, nakoľko zahŕňajú cenu dovážaných služieb a spotrebných statkov a takisto ceny výrobných vstupov. Je preto potrebné si uvedomiť, že sa následne odrážajú v indexe spotrebiteľských cien a v indexe priemyselných výrobcov. Je pochopiteľné, že ceny dovozu sa druhotne prejavíajú cez ceny priemyselných výrobcov aj do cien vývozu.

$$\begin{aligned} \Delta \ln(PMGSR) = & -1.38 - 0.58 * (\ln(PMGSR(-4))) - 1.52 * \ln(PEX\_EU15(-4)) - \\ & 0.65 * \ln(EURSKP(-4))) + 0.91 * \Delta \ln(PEX\_EU15, 0, 4) - 0.22 * \Delta \ln \\ & (EURSKP, 0, 4) + 0.04 UPMGSR \end{aligned} \quad (1)$$

Rovnica (1) pre výpočet cien dovozu *PMGSR* je založená na odhade pomocou cien vývozu EU 15 *PEX\_EU15* a výmenného kurzu EUR/SKK *EURSKP*. Ceny vývozu EU15 ako nášho hlavného obchodného partnera predstavujú významnú časť našich dovozových cien. To sa zhoduje s makroekonomickým termínom „dovezená inflácia“. Kurz EUR/SKK jednoznačne hovorí o tom, že ak koruna posilňuje, dovozy zlacnievajú a naopak.

$$\Delta \ln (PEGSR) = -0.03 - 0.53 * (\ln (PEGSR(-4))) - 0.64 * (\ln (PMGSR(-4))) - 0.25 * (\ln (PPI00(-4))) - 0.07 * (\ln (PIM\_EU15(-4))) + 0.34 * \Delta \ln (PPI00) + 0.03 * \Delta \ln (PIM\_EU15) + 1.01 * \Delta \ln (PMGSR) - 0.03 * UPEGSR \quad (2)$$

Ceny vývozu (rovnica (2)) sú v modeli vysvetľované na základe cien dovozu *PMGSR* cien priemyselných výrobcov *PPI00* a cien dovozu krajín EU15 *PIM\_EU15*. Ceny dovozu patria k významným činiteľom ovplyvňujúcim ceny exportu. Jednak pôsobia priamo a jednak sa odrážajú v cenách priemyselných výrobcov. V prípade rastu týchto cien rastú aj ceny vývozné. Na druhej strane je však slovenská ekonomika závislá od zahraničných odberateľov, preto významným elementom sú aj ceny dovozu krajín našich hlavných obchodných partnerov.

$$\Delta \ln (MGSR) = -0.12 - 0.28 * (\ln (MGSR(-1))) - 0.24 * (\ln (DD(-1))) - 0.83 * (\ln (EGSR(-1))) + 0.71 * \Delta \ln (DD) + 0.7 * \Delta \ln (EGSR) + 0.078 * T4 + 0.012 * UMGSR \quad (3)$$

Prognóza objemu dovozu *MGSR* je založená na vývoji vnútorného dopytu *DD* vývozu *EGSR* a sezónnej premennej pre štvrtý štvrťrok *T4*, ktorá popisuje mimoriadny výkyv dovozu v tomto období. Vnútorný dopyt pôsobí ako významný faktor z dôvodu vysokej dovoznej náročnosti ako konečnej spotreby domácnosti, či verejnej správy tak aj investícií (najmä technologických). Charakter slovenského priemyslu, ktorý je chudobný na primárne zdroje predurčuje rovnako vysokú dovoznú náročnosť vývozu. To znamená, že ak chceme vyviezť nejakú produkciu, je potrebné doviesť patričné suroviny a pod.

$$\Delta \ln (EGSR) = -9.43 - 0.26 * (\ln (EGSR(-1))) - 5.4 * (\ln (Y\_EU15(-1))) + 1.5 * \Delta \ln (Y\_EU15) + 0.78 * \Delta \ln (EURSKP) + 0.26 * \Delta \ln (PIM\_EU15/PEGSR) + 0.0769779139508 * UEGSR \quad (4)$$

Podľa modelovej rovnice je vývoz *EGSR* dlhodobovo závislý od celkovej produkcie EU15 *Y\_EU15*. Krátkodobé vplyvy majú popri výkyvom v HDP EU15 aj výmenný kurz *EURSKP* a relatívne ceny (*PIM\_EU15/PEGSR*). HDP EU15 predstavuje svetový dopyt, od ktorého je slovenský vývoz pochopiteľne závislý. Relatívne ceny vravia o tom, že ak sú naše ceny nižšie ako celkové ceny dovozu EU15 pozitívne to ovplyvní slovenský export a naopak, v prípade neproporcionálnych cien náš vývoz klesne.

#### 4 Predpoklady prognózy

Na základe modelu, ktorého súčasťou boli aj vyššie popísané rovnice bola vytvorená prognóza vývoja ekonomiky SR. Pri každej prognóze sú dôležité jej východiská. V nasledovnej časti sú zhrnuté základné predpoklady prognózy, ktoré je možno rozdeliť na predpoklady vonkajšieho sveta a predpoklady vývoja vnútorného prostredia.

Vo vývoji vonkajšieho prostredia predpokladáme dlhodobovo stabilný rast HDP EÚ15 na úrovni 2,2 % ročne a zahraničný rast cien na úrovniach okolo 1,8 %. Zároveň po dramatickom vývoji cien ropy a medziročnom raste presahujúcom 35 % očakávame stabilný vývoj s rastom cien 4 % ročne.

Vo vývoji vnútorného prostredia neočakávame výrazné zmeny vývoja hospodárskej politiky, ani výrazný rast regulovaných cien, či výrazné zmeny daňových sadzieb v priebehu prognózovaného obdobia. Pri prognóze výdavkov štátneho rozpočtu vychádzame

z postupného znižovania podielu deficitu štátneho rozpočtu na HDP smerom k 1,2 % v horizonte prognózy.

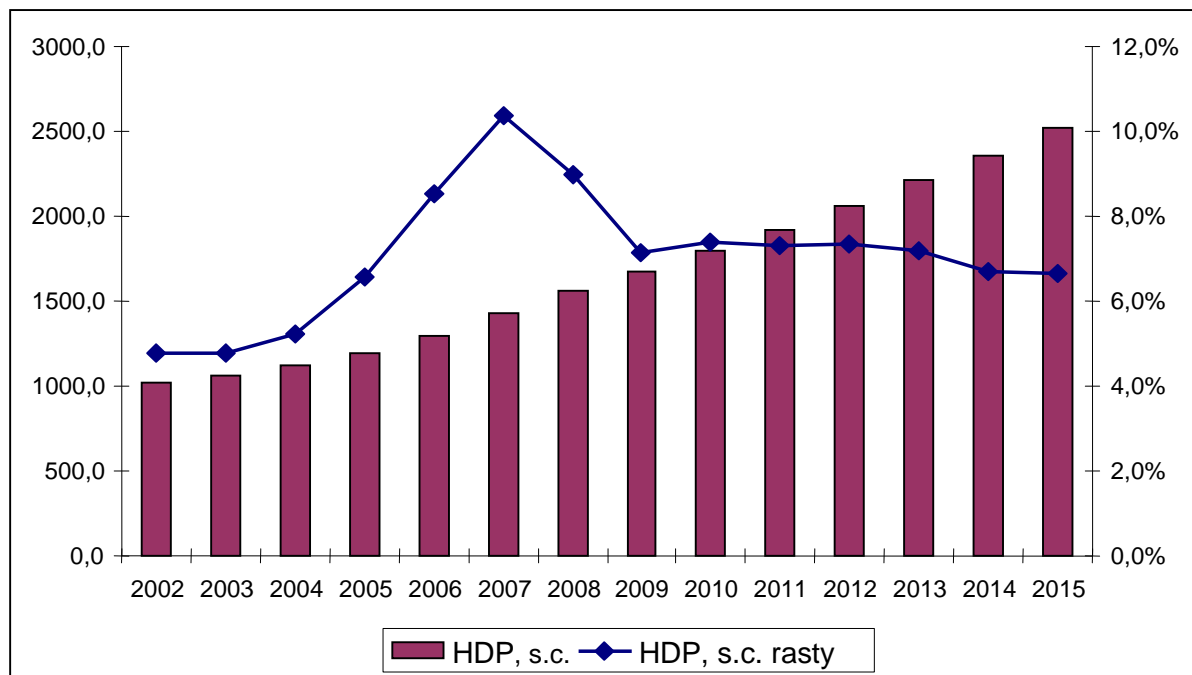
Prognóza ekonomicky aktívneho obyvateľstva vychádza z predpokladov stabilného demografického vývoja podľa stredného variantu prognózy Výskumného demografického centra *Vaňo (2004)* ho rastu miery participácie obyvateľstva. V horizonte prognózy nepredpokladáme zásadné zvýšenie objemu alebo efektívnosti vynakladania prostriedkov na aktívnu politiku trhu práce, ale len jej pozvoľné zlepšovanie.

V sektore domácností a podnikov očakávame rasty úverov poskytnutých podnikom na úrovniach medziročných rastov nepresahujúcich výrazne 10 % a rast úverov domácnostiam na medziročných rastoch vyšších ako 20 % s klesajúcou tendenciou.

## 5 Makroekonomická prognóza

V roku 2007 dosiahla slovenská ekonomika veľmi vysoké tempo rastu presahujúce 10%<sup>2</sup>. Podľa predloženej prognózy si ekonomika strednodobo udrží vysoké tempá rastu, avšak už nie na takejto úrovni<sup>3</sup>. Dynamiku očakávaného vývoja reálneho hrubého domáceho produktu zobrazuje *Graf 1, Tabuľka 4*.

**Graf 1: Hrubý domáci produkt a jeho medziročné tempá rastu**



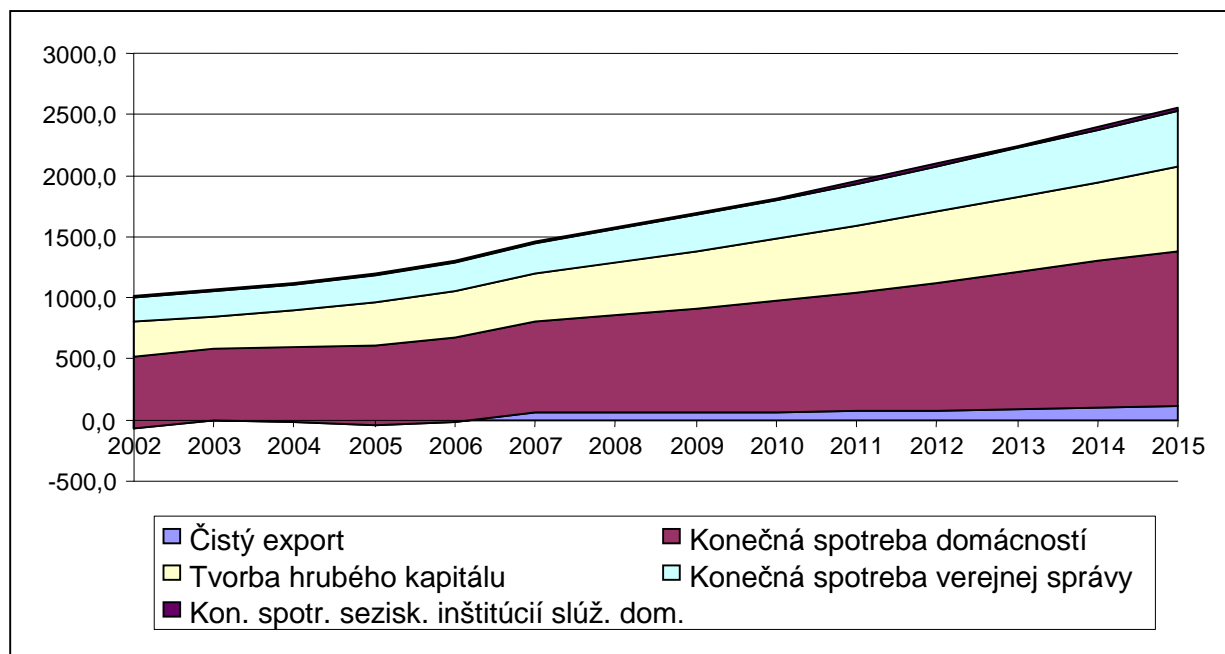
Vývoj hrubého domáceho produktu a zložiek jeho užitia je zobrazený na *Grafe 2*. Je v ňom zobrazená priaznivá tendencia čistého exportu, ktorý od roku 2007 prestal znižovať HDP a podľa prognózy sa tento priaznivý vývoj strednodobo nezvráti. Pri vizuálnej analýze vidieť, že rastú všetky ďalšie základné zložky HDP, konečná spotreba domácností, verejnej správy a aj tvorba hrubého fixného kapitálu. Analýza dynamiky zložiek HDP, uvedená

<sup>2</sup> Výsledky makroekonomickej prognózy sú zhrnuté v *Tabuľke č. 1*

<sup>3</sup> vid'. [2], [4], [5]

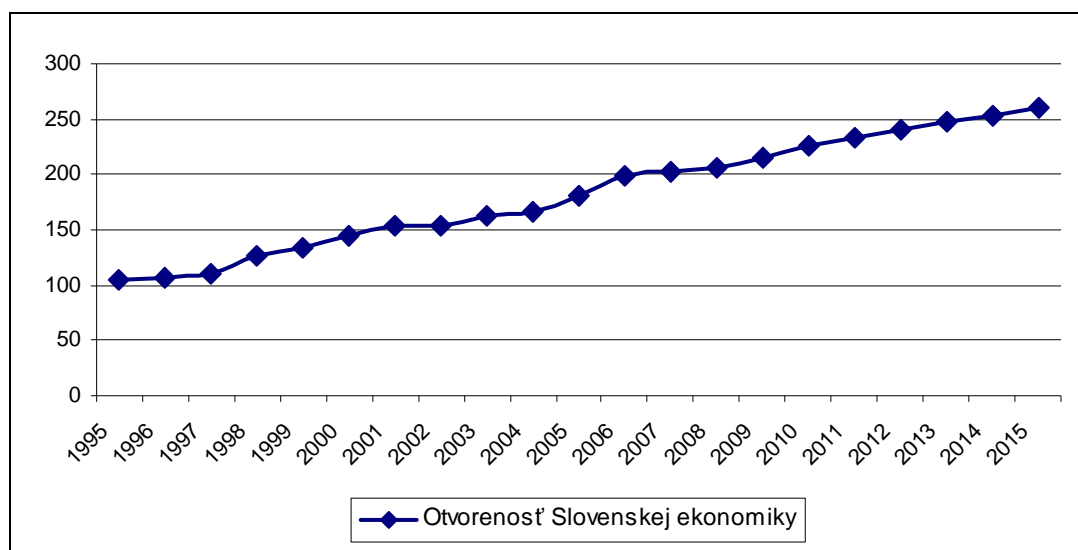
v *Tabuľke 1* ukazuje, že rast konečnej spotreby domácností v horizonte prognózy nepresiahne rast HDP.

**Graf 2: Vývoj hrubého domáceho produktu a zložiek jeho užitia**



Otvorenosť našej ekonomiky meraná ako podiel súčtu dovozu a vývozu na HDP neustále rastie. V roku 2007 prekročila 200 %, čo je na európske pomery veľmi vysoká úroveň. V horizonte prognózy vzrastie na 250%. Pri takejto otvorenosti aj malé výkyvy zahraničného obchodu vedú k výrazným zmenám domáceho makroekonomického vývoja.

**Graf 3: Vývoj otvorenosti slovenskej ekonomiky**





Tabuľka 4: Prognóza vývoja ekonomiky SR na roky 2007 – 2015

	Skutočnosť				2007	Prognóza, tempá rastu									
	2004	2005	2006	2007	tempo rastu	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015	Priemer 2008-15	
HDP, s.c.	1119.9	1193.4	1295.3	1429.5	10.4	9.0	7.1	7.4	7.3	7.3	7.2	6.7	6.7	7.3	
Konečná spotreba domácností, s.c.	615.6	655.8	694.3	743.3	7.1	7.1	6.5	7.2	7.1	7.3	7.1	6.7	6.0	6.9	
Konečná spotreba verejnej správy, s.c.	209.6	217.0	238.8	240.5	0.7	13.2	8.6	8.0	7.8	7.7	7.2	6.8	6.6	8.2	
Tvorba hrubého fixného kapitálu, s.c.	281.0	329.9	356.1	384.7	8.0	7.3	8.0	7.1	8.3	7.5	6.5	5.4	6.8	7.1	
Vývoz výrobkov a služieb, s.c.	927.3	1056.0	1277.9	1482.4	16.0	10.1	11.9	12.4	10.9	10.5	10.2	9.8	9.7	10.7	
Dovoz výrobkov a služieb, s.c.	944.2	1096.5	1290.6	1424.6	10.4	10.4	12.4	12.3	11.2	10.5	10.1	9.6	9.5	10.7	
Index cien priemyselných výrobcov, rast	3.37	3.93	8.00	2.78	x	3.4	2.9	2.9	3.0	3.1	3.0	2.9	2.5	2.96	
Index spotrebiteľských cien, rast	7.54	2.72	4.48	2.76	x	3.4	4.2	3.2	3.2	3.1	3.1	3.0	2.9	3.29	
Priemerná mesačná mzda, nominálna, Sk	15817	17260	18746	20137	7.4	9.3	9.0	8.6	8.9	9.2	8.8	8.7	7.4	8.73	
Priemerná mesačná mzda, reálna, Sk	12174	11919	12212	12971	4.5	5.7	4.6	5.2	5.5	5.9	5.6	5.5	4.3	5.28	
Zamestnanosť, tis. osôb, VZPS	2170	2216	2301	2357	2.4	1.8	1.9	1.8	1.4	1.2	0.8	0.7	0.0	1.19	
						absolútne hodnoty									
Saldo zahraničného obchodu, b.c.	-36.69	-68.14	-63.48	-8.66	x	-4.5	2.5	12.5	14.7	18.4	24.2	33.6	37.1		
Nezamestnanosť, v %, VZPS	18.1	16.2	13.3	11.0	x	10.3	9.2	8.1	7.2	6.2	5.6	5.0	5.0		
Dlhodobá nezamestnanosť, v %, VZPS	11.0	11.0	9.7	7.8	x	7.0	6.6	6.1	5.5	5.1	4.6	4.3	4.0		
Nezamestnanosť, tis. osôb, VZPS	481.2	427.3	353.1	292.1		275.6	247	218	194.8	169.6	151.5	135.8	135.1		
Dlhodobá nezamestnanosť, tis., VZPS	291.2	291.2	258.2	206.9		187.1	177.1	164.1	150	138.3	124.9	117.9	107.8		
Príjmy z DPH, b.c	99.6	122.4	128.5	136.0	x	147.8	160.0	172.3	186.0	200.5	215.2	230.1	245.4		
Príjmy štátneho rozpočtu	242.4	258.7	272.0	322.2	x	367.8	405.5	444.3	486.8	532.7	581.4	632.2	685.5		

**Literatúra:**

[1] Páleník V., Ďuraš J., Frank K., Hrivnáková J., Kvetan V, Ondko, P - Analytický popis správania tranzitívnej ekonomiky (prípady SR) : In: Morvay K.: Transformácia ekonomiky: skúsenosti Slovenska, USSE SAV, Bratislava 2005. - 328 s. - ISBN 80-7144-143-0

[2] VAŇO B. 2004, Prognóza vývoja obyvateľov v okresoch SR do roku 2025, Bratislava, Infostat, 2004

**6 Adresa autorov:**

Ing. Vladimír Kvetan  
Ekonomický ústav SAV  
Šancova 56  
81105 Bratislava  
[vladimir.kvetan@savba.sk](mailto:vladimir.kvetan@savba.sk)

Ing. Marek Radvanský  
Ekonomický ústav SAV  
Šancova 56  
81105 Bratislava  
[marek.radvansky@savba.sk](mailto:marek.radvansky@savba.sk)

## Modelovanie udržateľnosti financovania penzijného systému na Slovensku

### Modeling of sustainability of pension system in Slovak Republic

V. Kvetan - M. Radvanský<sup>1</sup>

**Abstract:** Demographic analyses warn of ageing as a serious problem across EU countries. One of the problems caused by ageing is changes in old dependency ratio. This means a serious risk to sustainability of public finance – especially in the deficit of the Pay As You Go based pension system (PAYG). This paper presents the estimations of the impact of introducing two pillar compulsory systems under different demographic assumptions. The two pillar system presents the pension system based partly on PAYG base and partly of funding based using private insurance companies. There are positive signs that the funding based significantly reduces the future burden of public finances. In this paper is 8 different scenarios used to analyze and compare impact of demographic changes to sustainability of pension system.

**Key words:** demographic changes, pension system, sustainability, public finance, ageing, second pillar

**Kľúčové slová:** demografické zmeny, dôchodkový systém, udržateľnosť, verejné financie, starnutie, druhý pilier

### Úvod

Demografické analýzy v rámci celej Európskej Únie vysielajú varovný signál ohľadne problematiky starnutia. Jeden z hlavných problémov spôsobuje index ekonomickej závislosti starých ľudí (počet osôb v poproduktívnom veku pripadajúcich na ľudí v produktívnom veku), ktorý predstavuje významné riziko vzhľadom na udržateľnosť verejných financií – hlavne deficit priebežného dôchodkového systému. Tento článok sa zaoberá dopadom zavedenia povinného dvojpilierového systému na deficit dôchodkového systému. Dvojpilierový dôchodkový systém je založený čiastočne na priebežnom financovaní a čiastočne využíva platby do súkromných dôchodkových poisťovní. Predpokladá sa pozitívny efekt dvojpilierového systému, ktorý má výrazne zredukovať budúcu záťaž na verejné financie.

Prvá časť článku sa zaoberá popisom modelu použitého na analýzu dôchodkového systému. Model je vytvorený na aktuárskom prístupe. Kľúčovým prvkom tohto modelu, ktorý ovplyvňuje ako príjmovú, tak i výdavkovú časť, je demografická prognóza. Príjem do systému je tvorený zamestnaným obyvateľstvom a zamestnávateľmi, ktorí prispievajú do priebežného systému. Výdavková časť sa odvíja od počtu dôchodcov, ktorí reprezentujú dopyt po prostriedkoch z dôchodkového systému. V tejto časti modelu je makroekonomický vývoj považovaný za exogénnu premennú. Hlavné trendy ekonomického vývoja jednotlivých premenných v krátkodobom a strednodobom horizonte sú výsledkom ekonometrického modelu, ktorý je vyvíjaný autormi článku a používaný na tvorbu prognóz pre decíznu sféru. Hlavné charakteristiky modelu sú v tejto časti taktiež uvedené.

---

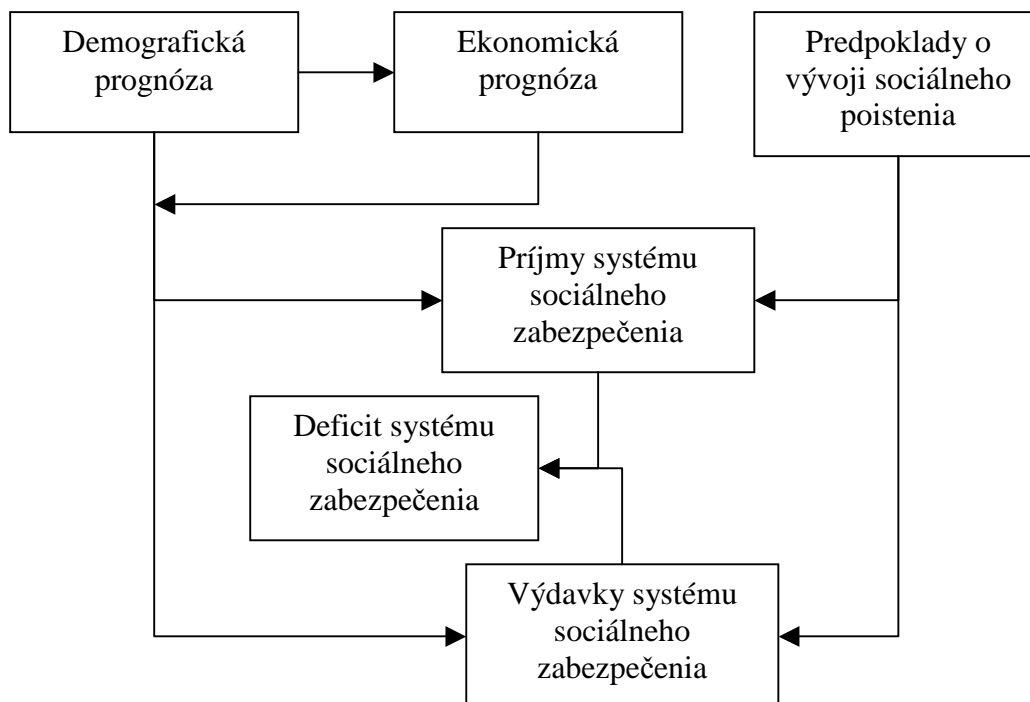
<sup>1</sup> Autori sú pracovníkmi Ekonomického ústavu SAV, [www.ekonom.sav.sk](http://www.ekonom.sav.sk)

Slovensko je v poslednom období jednou z najrýchlejšie rastúcich ekonomík v rámci EÚ. Reálny rast HDP v roku 2007 dosiahol úroveň 10,4 % pri relatívne nízkej miere inflácie (2,76%). Slovensko je vo svete rovnako známe niekoľkými významnými uskutočnenými reformami. Reforma penzijného systému je jednou z najodvážnejších, najkontroverznejších a zároveň v poslednom období najdiskutovanejších reforiem medzi politikmi, odbornou a laickou verejnosťou. Prezentovaný model bol použitý na hodnotenie jednotlivých scenárov možných zmien v penzijnom systéme na Slovensku. Modelový prístup a jeho výsledky sú popísané v druhej časti tohto článku. Jednotlivé scenáre sa odlišujú rozdielnymi predpokladmi o demografických trendoch. Boli vytvorené štyri hlavné scenáre s odlišným demografickým vývojom, a každý sa delí na dva podscenáre - prvý predstavuje čisto jednopilierový priebežný systém a druhý dvojpilierový systém (priebežný a kapitálový). Pomocou týchto scenárov môžeme získať hlbší pohľad na problémy a udržateľnosť dôchodkového systému na Slovensku.

## 1. Popis modelu

Autori vychádzali z myšlienok, ktoré boli hlbšie rozpracované v predchádzajúcich publikovaných prácach o vplyve demografických zmien na makroekonomický vývoj. Vplyv starnutia na výdavky na zdravotnú starostlivosť je uvedený v *Kvetan, Páleník, Radvanský, Mlýnek (2007)*. Spomínaný model je uverejnený v *Kvetan, Hrivnáková (2004)*. Použitý model bol prepracovaný pre potreby hodnotenia vplyvu zmien zákona o sociálnom poistení *Kvetan V., Mlýnek M., Páleník V., Radvanský M., Šikulová I (2007)*.

*Schéma 1 – Štruktúra modelu*



Použitý model je založený na aktuárskych princípoch. Pozostáva zo štyroch blokov. Blok demografického vývoja pozostáva z prognózy vývoja populácie podľa 5-ročných vekových skupín do roku 2050. Blok ekonomických predpokladov je rozdelený na dva podbloky. Prognóza makroekonomického vývoja jednotlivých premenných v krátkodobom a

strednodobom horizonte (do roku 2015) vychádza z výsledkov ekonometrického modelu B\_IER ECM\_08q1. Predpoklady o dlhodobom vývoji predstavujú ideálny ekonomický vývoj Slovenskej ekonomiky. Blok sociálneho poistenia vychádza z predpokladov o konštantnom podiele populácie vstupujúcej do druhého piliera, o stabilnej úrovni výšky odvodov do systému sociálneho zabezpečenia a zároveň o konštantnom podiele rozdelenia týchto príspevkov medzi priebežný a kapitálový pilier (pozri Schéma 1).

Blok predpokladaného *demografického* vývoja pozostáva z demografickej prognózy Slovenska do roku 2050. Prognóza predstavuje oficiálnu verziu demografickej prognózy vytvorenej Výskumným Demografickým Centrom publikovanej vo *Vaňo a koll (2005)*, s ohľadom na poslednú aktualizáciu *Bleha, Vaňo (2007)*. Demografické prognózy sú vytvorené pre 8 scenárov zo zreteľom na rozdielne očakávania o miere plodnosti, úmrtnosti, migrácie a pod. Zároveň je uvedený aj scenár bez migrácie. Tento blok pozostáva z prognóz pre 5-ročné vekové skupiny. Menením modelu vzhľadom na jednotlivé demografické scenáre dostávame rozdielne výsledky o rozpočte sociálnej poisťovne. Z týchto ôsmich scenárov sme na analýzu v tomto článku vybrali tri. Hlavný scenár reprezentuje stredný variant prognózy a najpravdepodobnejší demografický vývoj. Ďalej je zahrnutý veľmi vysoký a veľmi nízky variant, ktoré prezentujú krajné scenáre v realite ťažko prekročiteľné. Hlavné predpoklady demografickej prognózy budú prezentované v ďalšej časti.

Na prognózu krátkodobého a strednodobého makroekonomického vývoja SR bol na Ekonomickom ústave Slovenskej akadémie vied vytvorený ekonometrický model *BIER\_ECM\_08q1*. Model je vytvorený na štvrťročných dátach, od prvého kvartálu 1995 po posledný štvrťrok 2007, čo predstavuje 52 pozorovaní. Modelom bola vytvorená strednodobá prognóza do roku 2015. Zdrojmi štatistických údajov bol Štatistický úrad SR, Národná Banka Slovenska a Ministerstvo financií SR. Model je dopytovo orientovaný a založený na štandardných makroekonomických teóriách. Model pozostáva z piatich blokov (blok trhu práce, blok štátneho rozpočtu, blok cien, blok zahraničného obchodu a blok HDP). Jednotlivé bloky sú modelované v bežných cenách a jednotlivé komponenty HDP sú následne deflované pomocou cenových indexov. Model obsahuje 47 rovníc, z toho 29 stochastických a 18 identít. Stochastické rovnice sú typu ECM (error-correction). Jednotlivé časové rady použité v rovniciach sú integrované rovnakého rádu a testované na jednotkový koreň (unit root). Dlhodobá rovnováha je v rovniciach vyjadrená pomocou kointegračných vzťahov.

Blok predpokladov o sociálnom poistení predpokladá správanie sa obyvateľov na zmeny v zákone o sociálnom poistení. Pozostáva z podielov populácie po 5-ročných vekových skupinách na zapojení do sporenia v druhom pilieri. Prímy priebežného piliera  $I_t$  predstavuje sumu príspevkov  $I_t^{5y}$  platených zamestnanými v konkrétnej 5 ročnej vekovej skupine  $L_t^{5y}$  s ohľadom na podiel zamestnaných zapojených do druhého piliera  $pil_t^{5y}$ . Podiel obyvateľstva v druhom pilieri  $pil_t^{5y}$  prispieva na sociálne poistenie časťou svojej hrubej nominálnej mzdy  $W_t^{5y}$  založenej na celkovej miere odvodov  $r_t^{pens}$  zníženej o podiel príspevkov do druhého piliera  $r_t^{pens}$ . Zamestnanci, ktorí nevstúpili do druhého piliera platia celý odvod  $r_t^{pens}$  do Sociálnej poisťovne.

$$I_t^{5y} = W_t^{5y} L_t^{5y} * pil_t^{5y} * (r_t^{pens} - r_t^{pil}) + W_t^{5y} L_t^{5y} * (1 - pil_t^{5y}) * r_t^{pens}$$

$$I_t = \sum_{5y} I_t^{5y}$$

Poistenci štátu (nezamestnaní, postihnuté osoby, rodič na rodičovskej dovolenke) prispievajú do systému na rovnakej báze ako zamestnanci s tým rozdielom, že namiesto podielu z hrubej nominálnej mzdy sú ich odvody odvodené od výšky minimálnej mzdy. Výdavky priebežného piliera tvorí súčet penzií vyplatených počtu penzistov v 5-ročných vekových skupinách. Celkový počet ľudí oprávnených dostať penziu  $POP_t^{5y}$  pozostáva z dôchodcov zapojených do druhého piliera  $pil_t^{5y}$  a tých čo zostali v priebežnom systéme. Priemerná výška dôchodku  $PENS_t$  ľudí zapojených do druhého piliera je odvodená od príslušného rozdielu medzi dôchodkom z druhého piliera a priebežným dôchodkom. Dôchodcovia, ktorí nevstúpili do druhého piliera dostanú plnú penziu bez zrážok.

$$E_t^{5y} = POP_t^{5y} * (1 - pil_t^{5y}) * PENS_t + POP_t^{5y} * pil_t^{5y} * PENS_t * (r_t^{pens} - r_t^{pil})$$

$$E_t = \sum_{5y} E_t^{5y}$$

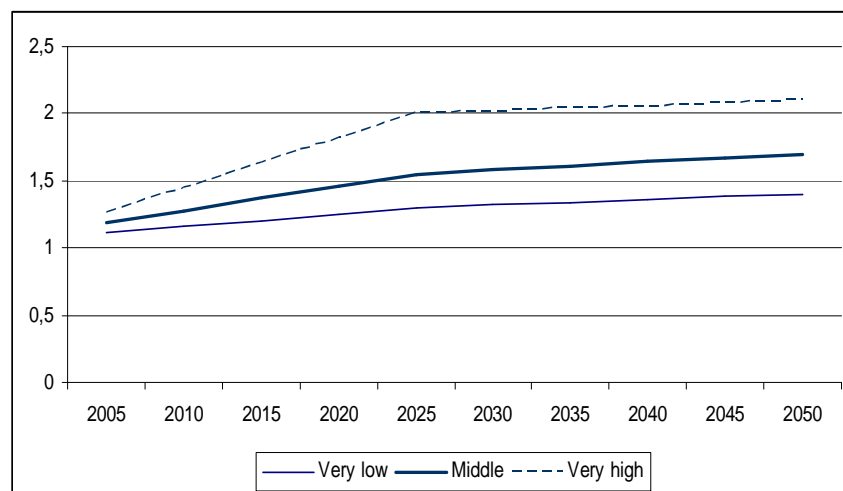
Saldo sociálneho systému je tvorené jedným rozdielom medzi príjmami a výdavkami systému.

$$B_t = I_t - E_t$$

## 2. Predpoklady modelu

Ako už bolo spomenuté, oficiálna *demografická* prognóza bola vytvorená pre niekoľko scenárov. Pre potreby tejto analýzy boli použité iba tri scenáre: stredný, veľmi vysoký a veľmi nízky. V nasledujúcej časti budú popísané predpoklady týchto scenárov. Ako môžeme vidieť z *grafu 1*, môžeme očakávať mierne zvýšenie celkovej miery plodnosti vo všetkých scenároch. Zvýšenie môžeme pozorovať po prudkom poklese na konci 90-tych rokov, čo bolo spôsobené tranzitívnou depresiou. Vo veľmi vysokom scenári je predpoklad o miere plodnosti väčšej ako 2.

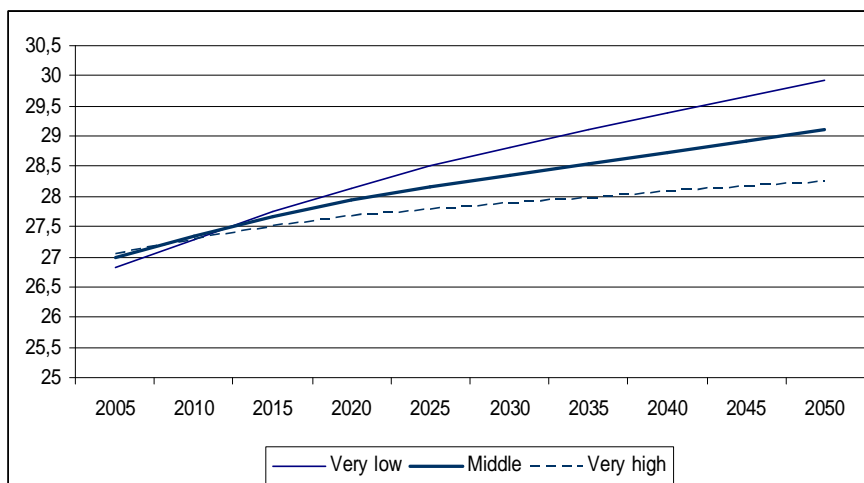
**Graf 1 – Vývoj celkovej miery plodnosti**



Zdroj: Výskumné demografické centrum

Graf 2 predstavuje priemerný vek žien pri pôrode. Predpokladom je, že táto hodnota sa postupne zvýši z dnešných viac ako 26 na takmer 30 rokov.

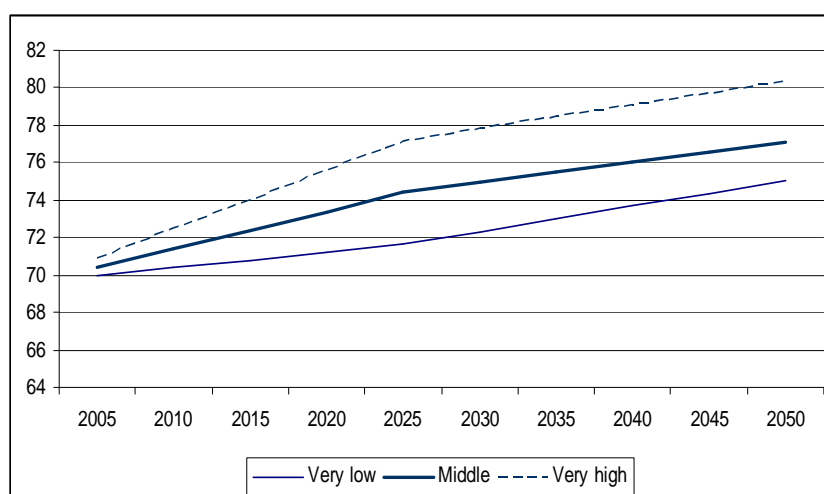
**Graf 2 – Priemerný vek žien pri pôrode**



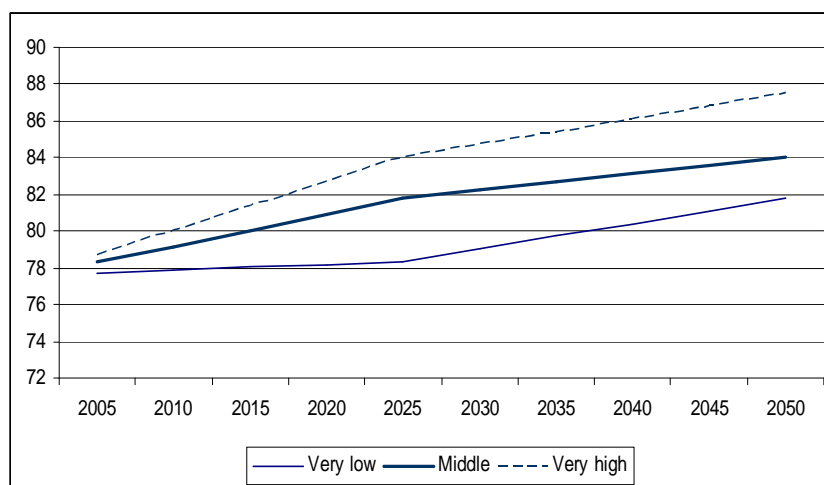
Zdroj: Výskumné demografické centrum

Predpoklad o postupnom narastaní strednej dĺžky života pri narodení je zrejмый (Graf 3; Graf 4). Scenáre sa medzi sebou odlišujú o 3 roky v oboch stredných dĺžkach života pri narodení – rovnako u mužov ako žien. Rovnako sa očakáva minimálny pokles rozdielov medzi strednou dĺžkou života pri narodení podľa pohlavia. Z ôsmich rokov v roku 2005 sa rozdiel za 45 rokov zníži približne o jeden rok.

**Graf 3 – Očakávaná dĺžka života pri narodení (muži)**



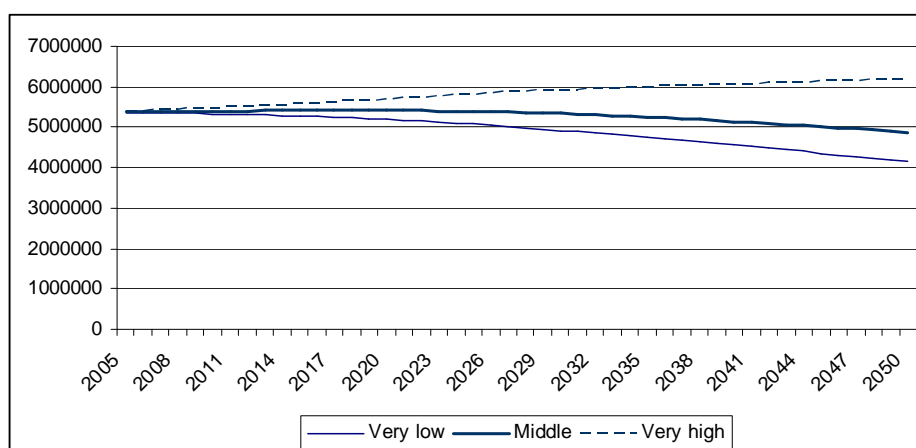
Zdroj: Výskumné demografické centrum

**Graf 4 – Očakávaná dĺžka života pri narodení (ženy)**

Zdroj: Výskumné demografické centrum

Predpoklady o migrácií sú založené na všeobecnej situácii v migračných trendoch. Odrážajú atraktivnosť Slovenska pre zahraničných migrantov, ako miesta pre začiatok nového života, ktorá nie je v skutočnosti veľmi vysoká. Slovensko, ako časť EÚ a schengenského priestoru je pre migrantov využívaná oveľa viac ako tranzitná krajina, než ako cieľová destinácia. Predpoklady o počte migrantov pre jednotlivé scenáre sú nasledovné: pri veľmi nízkom scenári sa očakáva prírvek 1000 migrantov ročne, 5000 ročne v strednom scenári a 15000 vo veľmi vysokom scenári.

Podľa týchto demografických predpokladov poklesne celková populácia Slovenska z 5,4 milióna obyvateľov v roku 2005 na 4,9 milióna v strednom scenári a na 4,2 milióna vo veľmi nízkom scenári v roku 2050. Nárast populácie nastáva iba pri veľmi vysokom scenári, kde sa celkový počet obyvateľov do roku 2050 zvýši na 6,2 milióna pri extrémne priaznivých predpokladoch. (pozri Graf 5).

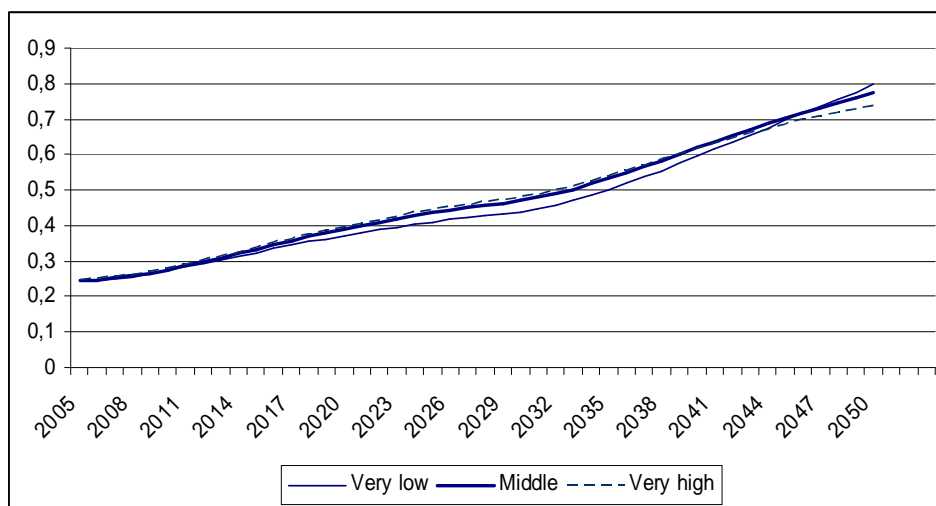
**Graf 5 – Celkový počet obyvateľov na Slovensku**

Zdroj: Výskumné demografické centrum



I keď sa jednotlivé scenáre výrazne líšia počtom obyvateľov, môžeme pri nich pozorovať rovnaký vývoj v zložení vekovej štruktúry. Index ekonomickej závislosti starých ľudí sa zvýši z 0,24 v roku 2005 takmer k 0,8 v roku 2050.

**Graf 6 - Index ekonomickej závislosti starých ľudí**



Zdroj: Výskumné demografické centrum

Predpoklady o strednodobom vývoji *ekonomických premenných* sú založené na predpokladoch o stabilnom vývoji vonkajšieho aj vnútorného prostredia. Prijatie Eura je očakávané v plánovanom termíne k 1.januáru 2009 pri parite 31,7 Skk/Eur. Očakávame výrazné zmeny v alokácii investícií zo štrukturálnych fondov, hlavne z Národného Strategického Referenčného Rámca (NSRR) pre obdobie 2007 – 2013 (očakávané alokácii sú vo výške viac ako 330 mld. Sk). Zároveň predpokladáme mierny pokles prílevu PZI v porovnaní s predchádzajúcimi rokmi.

Dlhodobé ekonomické predpoklady sú založené na očakávaní stabilného vývoja Slovenskej ekonomiky s postupnou kohéziou ku krajinám EÚ do roku 2050. V neskoršom období očakávame rastu HDP na podobných úrovniach ako pri ostatných vyspelých ekonomikách. Rast reálneho HDP na rožnej báze bude postupne klesať na úroveň 3 % ročne. Rast produktivity práce bude postupne klesať z hodnoty 5,7 % v roku 2010 na menej ako 4 % v horizonte prognózy. Rast reálnej mzdy očakávame mierne pod rastami produktivity práce. Rast dôchodkov je prepočítaný na základe súčasného systému do roku 2013 (polovica nárastu priemernej nominálnej mesačnej mzdy a polovica nárastu závisí od výšky inflácie, resp. indexu spotrebiteľských cien). Po tomto období bude nevyhnutné zmeniť tento systém výpočtu rastu dôchodkov, pretože podiel dôchodkov na mzde sa stane extrémne nízkym (pod 0,4). Hlavný dôvod je, že stabilizácia inflačných procesov nebude naďalej prispievať k rastu dôchodkov v dostatočnej miere. Zároveň situácia na trhu práce bude prispievať k vyššiemu rastu miezd. Z tohto dôvodu očakávame potrebu udržať túto úroveň minimálne na úrovni 0,4 do roku 2050.

**Tabuľka 1. Hodnoty hlavných ekonomických ukazovateľov použitých v analýze sociálneho systému**

	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015
Reálne HDP	10,40%	9,10%	8,10%	7,00%	6,50%	6,30%	6,20%	6,00%	6,10%
Produktivita práce	7,70%	7,50%	6,60%	5,70%	5,40%	5,40%	5,40%	5,40%	5,50%
Deflátor HDP	1,10%	3,10%	3,10%	3,00%	2,90%	2,80%	2,70%	2,60%	2,60%
CPI / inflácia	2,80%	3,20%	3,50%	3,30%	3,20%	3,00%	2,80%	2,70%	2,70%
Rast reálnej mzdy	4,50%	6,80%	5,00%	4,30%	4,10%	4,30%	4,40%	4,40%	4,70%

	2020	2025	2030	2035	2040	2045	2050
Reálne HDP	5,50%	4,80%	4,00%	3,50%	3,10%	2,80%	2,60%
Produktivita práce	5,80%	5,10%	4,70%	4,60%	4,40%	4,10%	3,70%
Deflátor HDP	2,10%	1,70%	1,70%	1,70%	1,70%	1,70%	1,70%
CPI / inflácia	2,20%	1,80%	1,80%	1,80%	1,80%	1,80%	1,80%
Rast reálnej mzdy	3,50%	3,80%	4,10%	4,10%	4,00%	3,80%	3,50%

*Zdroj: vlastné výpočty*

V horizonte prognózy neočakávame žiadny výrazný makroekonomický šok. Makroekonomické prostredie je zároveň rovnaké pre všetky použité scenáre analýzy vývoja sociálneho systému. Najrozdielnejšími hodnotami sú pomery medzi jednotlivými scenármi a rozdielny demografický vývoj, teda nie rozdiely v makroekonomickom vývoji.

### 3. Popis scenárov

V tomto článku sú analyzované štyri scenáre z rozdielnym demografickým vývojom. Hlavný scenár (najpravdepodobnejší) vychádza zo stredného scenára demografickej prognózy (S2). Dva doplnujúce scenáre (S2 a S3) predstavujú extrémne negatívne a extrémne pozitívne predpoklady o vývoji počtu obyvateľov SR. Scenár S1 predstavuje veľmi nízky variant a scenár S3 veľmi vysoký variant. Zahnutie krajných extrémnych hodnôt nám umožňuje analyzovanie všetkých mysliteľných hodnôt pre Slovensko. Scenár S4 je hypotetický a je založený na fiktívnej myšlienke, že demografické hodnoty zostanú na súčasnej úrovni (žiadne zmeny v štruktúre a počte obyvateľov). Tento scenár je použitý na porovnanie zmien systému fungujúceho pri súčasnom stave a systému z očakávanými demografickými zmenami. Rovnako ho môžeme vnímať ako variant postupného zvyšovania veku odchodu do dôchodku tak, aby zostal index ekonomickej závislosti starých ľudí na konštantnej úrovni.

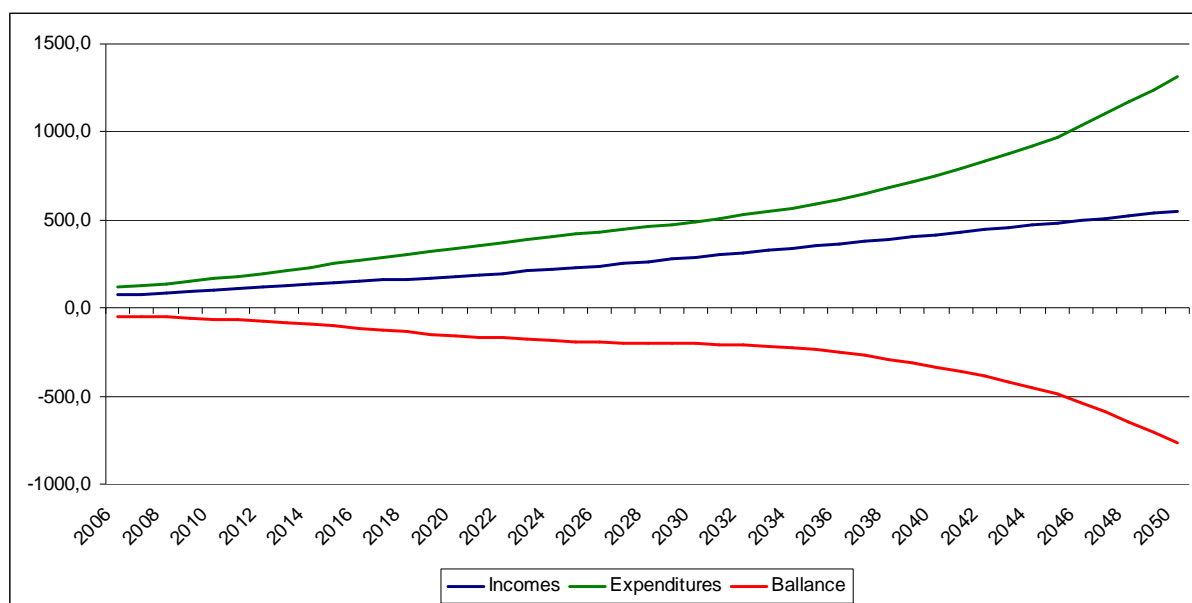
Každý scenár má dva varianty. Variant **a** predpokladá existenciu iba jedného (priebežného) piliera. Variant **b** predpokladá súčasný dvojpilierový systém (priebežný a kapitálový). Základná miera odvodov 18 % je rozdelená rovnako medzi oba piliere 50/50.

Ekonomická prognóza zostáva rovnaká pre všetky scenáre. Hlavným dôvodom je získať reakciu systému pri prístupe *ceteris paribus* a vyhodnotiť iba dopad demografických zmien. Použité ekonomické trendy predstavujú optimálny vývoj pri daných predpokladoch. Všetky ostatné ukazovatele (priemerná mesačná mzda, vyššia nezamestnanosť) povedie k poklesu príjmov systému sociálneho zabezpečenia.

#### 4. Analýza scenárov

Spolu boli analyzované štyri scenáre po dvoch variantoch,- spolu osem scenárov. Na porovnanie jednotlivých scenárov budeme uvádzať percentuálne zmeny oproti základnému scenáru tak, aby sme sa vyhli diskusiám o jednotlivých hodnotách vyjadrených na základe ekonomického vývoja. Základným scenárom je S2b – stredný demografický scenár s dvojpilierovým dôchodkovým systémom. Tento scenár predstavuje súčasť dôchodkový systém na Slovensku.

**Graf 7 – Makroekonomický vývoj pri základnom scenári S2b**

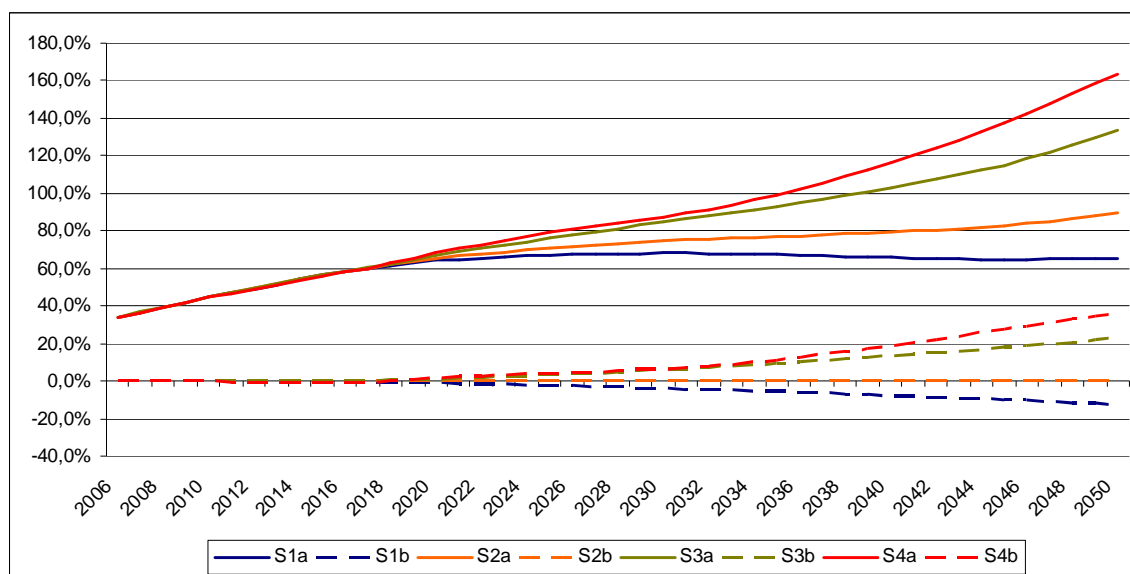


Zdroj: vlastné výpočty

Na Graf 7 môžeme vidieť makroekonomický vývoj dôchodkového systému pri zachovaní súčasného stavu (Scenár S2b). Celkový príjem zo sociálneho poistenia je rovnako rozdelený medzi príjmy do prvého a druhého piliera na základe počtu poistených. V tomto prípade môžeme vidieť nižšie príjmy dôchodkového systému do prvého piliera v porovnaní z objemom výdavkov. Výrazné vplyv druhého piliera na dôchodkový systém nastáva v hlavnej miere až po roku 2030, kedy sa do dôchodkového veku výraznejšie dostanú prví poistení.

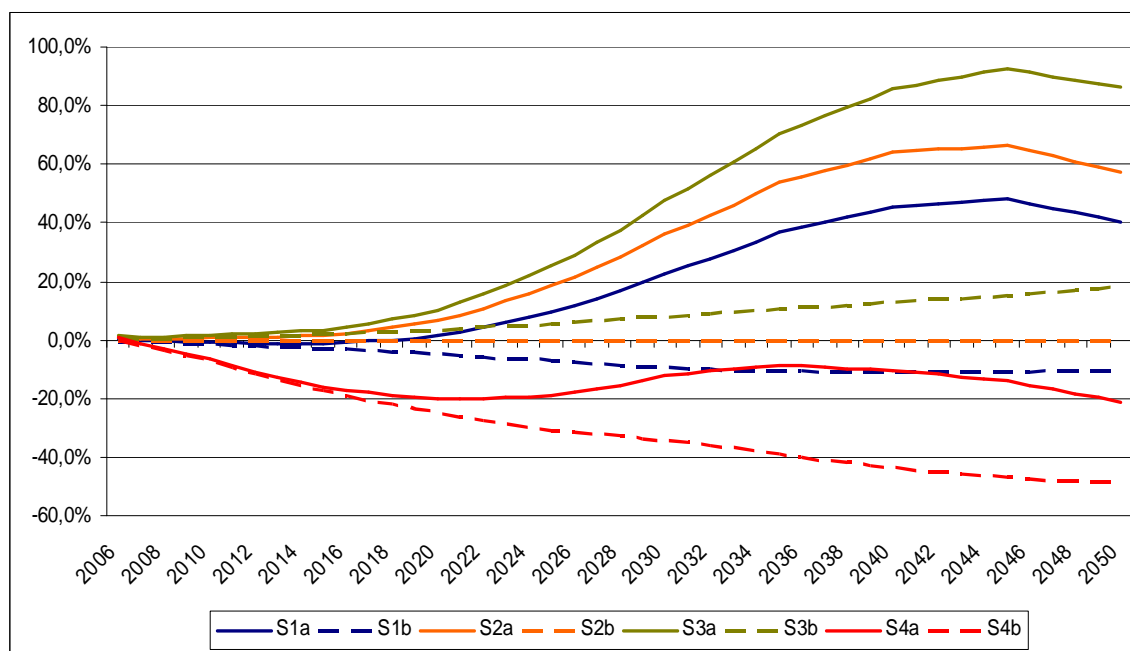
V rovnakom období (po roku 2030) môžeme pozorovať významný rast počtu dôchodcov, čo spôsobí významný nárast výdavkov dôchodkového systému aj napriek pozitívnemu vplyvu druhého piliera. Na základe tohto bude dôchodkový systém aj naďalej deficitný v celom horizonte prognózy. Z tohto dôvodu bude nevyhnutné prijať ďalšie opatrenia na zmiernenie negatívneho dopadu demografických zmien na dôchodkový systém.

Graf 8 predstavuje vývoj príjmov dôchodkového systému pre rozdielne scenáre. Je zrejmé, že zavedenie dvojpilierového systému spôsobí významný pokles príjmov do sociálnej poisťovne. Pozitívny demografický vývoj pomáha zvýšiť príjmy dôchodkového systému vo výraznej miere. Pri hypotetickom scenári S4, teda bez demografických zmien môžeme vidieť najpozitívnejší dopad na príjmy, pretože je eliminovaný faktor starnutia obyvateľstva a zostáva vysoký podiel ekonomicky aktívnych na obyvateľstve.

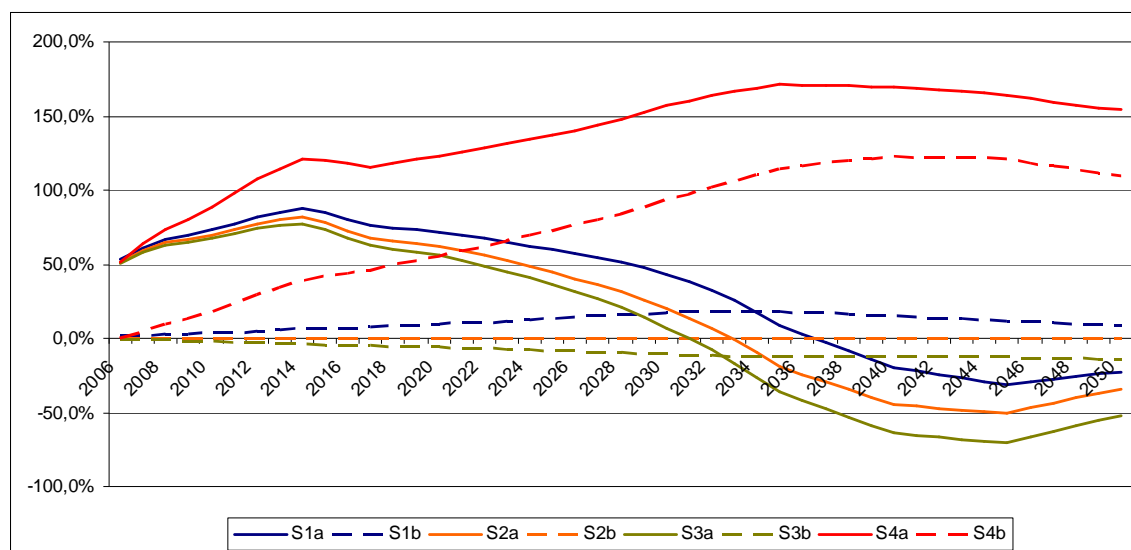
**Graf 8 – Porovnanie príjmov dôchodkového systému pre jednotlivé scenáre**

Zdroj: vlastné výpočty

Graf 9 zobrazuje hlavný dôvod zavedenia druhého piliera a tým je redukcia výdavkov na dôchodkový systém. Všetky tri varianty demografického vývoja majú významne nižšie výdavky pri zavedení druhého piliera. Hypotetický scenár S4 ukazuje, že priebežný systém (jednopilierový) má rovnako ako dvojpilierový nižšie výdavky ako základný scenár S2b.

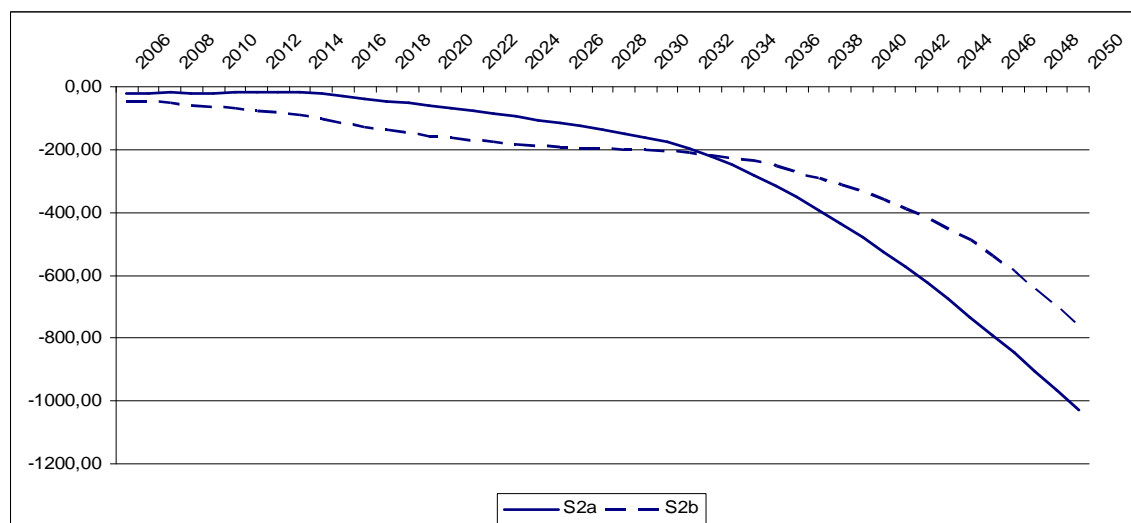
**Graf 9 – Porovnanie výdavkov dôchodkového systému pre jednotlivé scenáre**

Zdroj: vlastné výpočty

**Graf 10 – Porovnanie vývoja celkových nákladov na dôchodkový systém**

Zdroj: vlastné výpočty

Graf 10 zobrazuje vývoj celkových nákladov na dôchodkový systém pri rôznych predpokladoch. Graf dokazuje, že zavedenie dvojpilierového systému zvyšuje celkové výdavky sociálnej poisťovne v prvom období po zavedení (2005-2000) a zároveň prináša významnú redukciu deficitu v neskoršom období. V absolútnych hodnotách je vytvorený deficit po zavedení dvojpilierového systému nižší ako celkové ušetrené prostriedky v druhom období (2030-2050). Zároveň sa tento pozitívny efekt bude naďalej udržiavať a prinášať ďalšie úspory aj v neskorších obdobiach. Zároveň môžeme na scenári S4 ukázať, že ak by nedochádzalo ku starnutiu obyvateľstva, resp. by sa postupne zvyšoval vek odchodu do dôchodku, nebolo by potrebné zavádzať dvojpilierový systém, pretože za týchto podmienok vykazuje aj jednopilierový systém relatívne nízky deficit.

**Graf 11 – Porovnanie celkových nákladov na dôchodkový systém pre scenáre S2a a S2b**

Zdroj: vlastné výpočty

*Graf 11* zobrazuje rozdiel medzi jedno a dvojpilierovým systémom pri najpravdepodobnejšom demografickom vývoji na Slovensku. Je zrejmé, že i pri zavedení druhého piliera zostáva deficit vysoký a bude nevyhnutné zaviesť ďalšie opatrenie na znížovanie celkového deficitu systému sociálneho zabezpečenia.

## 5. Výsledky a záver

Scenáre bez druhého piliera vykazujú vyššie príjmy a zároveň vyššie výdavky zo systému sociálneho zabezpečenia (okrem scenára S4). V tomto prípade pri nezmenenej demografickej situácii (hypotetický scenár) zhorší prijatie dvojpilierového dôchodkového systému celkový deficit. V ostatných prípadoch pri všetkých možných demografických scenároch prinesie dvojpilierový systém zlepšenie hospodárenia sociálnej poisťovne z dlhodobého hľadiska.

Demografické zmeny majú zároveň výrazný vplyv na verejné financie. Možné spôsoby zlepšenia tohto stavu sú: zlacnenie systému zdravotnej starostlivosti, rozdielny vývoj dôchodkov, zmena redistribučného systému vo verejných výdavkoch.

Zároveň z týmito opatreniami pokladáme za nevyhnutné zvýšiť vek odchodu do dôchodku minimálne na 65 rokov. Je dôležité začať s týmito zmenami čo najskôr, aby tento prechod bol čo najmenej bolestivý a priniesol čo možno najvyšší efekt. Analýza ukázala, že ak by nedochádzalo k procesu starnutia, resp. by sa nezvyšovala ekonomická závislosť starých ľudí, tak Bismarckov systém je stále udržateľný. Ale pri demografickej depresii v rámci celej EÚ musíme zvážiť výhody dvojpilierového systému. Inak musíme očakávať veľmi silný tlak na udržateľnosť verejných financií.

## Literatúra

- [1]Kvetan V., Páleník V., Radvanský M., Mlýnek M.: Health expenditure scenarios in New Member states, country report on Slovakia, ENEPRI, Brussels, December 2007, ISBN 978-92-9079-765-4 27 p.
- [2]Kvetan V., Hrivnáková J.: Model of Health Care Expenditures, In. Vaňo B.: Our Demography – Present and Perspectives, 10<sup>th</sup> Statistic conference, SSDS, Bratislava, 2005 ISBN 80-88946-39-5
- [3]Kvetan V., Mlynek M., Páleník V., Radvanský M., Šikulová I., Macroeconomic Impacts of the Amendment in Social Security Act, EMPA, 2007, ISBN 978-80-969755-8-7
- [4]Vaňo B. et all: Forecast of population development in SR till the year 2050, INFOSTAT, Bratislava, 2002
- [5]Bleha B., Vaňo B.: Forecast of population development till 2025 (actualization), INFOSTAT, Bratislava, 2007

## Kontakt na autorov:

Ing. Vladimír Kvetan  
 Ekonomický ústav SAV  
 Šancova 56  
 81105 Bratislava  
[Vladimir.Kvetan@savba.sk](mailto:Vladimir.Kvetan@savba.sk)

Ing. Marek Radvanský  
 Ekonomický ústav SAV  
 Šancova 56  
 81105 Bratislava  
[Marek.Radvansky@savba.sk](mailto:Marek.Radvansky@savba.sk)

## Porovnanie Mundellových – Flemingových modelov vybraných európskych krajín

### Comparison of Mundell – Fleming’s models of particular European countries

Viliam Páleník, Lucia Pániková

**Abstract:** Mundell – Fleming model was applied on 21 European countries (Belgium, France, Italy, Netherlands, Denmark, Ireland, Spain, Slovenia, Austria, Sweden, Czech Republic, Estonia, Latvia, Hungary, Malta, Poland, Slovak Republic, Turkey, Iceland, Macedonia and Norway). In these countries was compared validity of Mundell – Fleming model and discussed functionality as well as level of important elasticities. Regression showed that functional dependencies are not valid in every economy, even though it is considered being market economy. On the other hand, comparison proved effectiveness of some dependencies as inclination to consumption and investments. Their level was different in each country. In general, low sum of inclination to consumption and investments appears most in countries with high level of government consumption, what imply indebtedness of given economy.

**Key words:** Mundell – Fleming model, generalize, estimation, qualitative analysis, basic multiplier, openness of an economy, partial derivation, results interpretation, monetary policy, fiscal policy.

**Kľúčové slová:** Mundell – Flemingov model, zovšeobecnenie, odhad, kvalitatívna analýza, základný multiplikátor, otvorenosť ekonomiky, parciálna derivácia, interpretácia výsledkov, menová politika, fiškálna politika.

## 1. Úvod

Mundell - Flemingov<sup>1</sup> model (ďalej MF model) je štandardný matematicky formalizovaný makroekonomický model otvorenej ekonomiky. Na základe matematických rovníc popisuje jednotlivé základné vzťahy v ekonomike, čím vzniká simultánny systém. Následnými úpravami sa určia vplyvy marginálnych zmien na daný ukazovateľ.

Cieľom práce je komparovať platnosť MF modelu vo vybratých krajinách Európskej únie a diskutovať platnosť jednotlivých súvislostí v jednotlivých krajinách a čiastočne aj výšku dôležitých elasticít. Pri komparácii budú využité modely, odhadnuté inými autorskými kolektívami, avšak s rovnakou štruktúrou.

## 2. Aplikovaný MF model

Pri našej analýze sme vychádzali z modelu malej otvorenej ekonomiky, ktorý bol popísaný v *Luptáčik a kol. (2006)*.

Tento zovšeobecnovaný model<sup>2</sup> môžeme ho zapísať nasledovne:

$$(IS) \quad Y = C(Y) + I(Y) + G + NX(\Delta\epsilon, FD, Y)$$

<sup>1</sup> Robert Mundell (1962, 1963) a Marcus Fleming (1962).

<sup>2</sup> Difúzia 3 verzií modelov: Romer, O. Blanchard (1997), B. Felderer – S. Homburg (1995).

$$(LM) \quad M/P = L(r, Y)$$

### Funkcie

$$Y = C + I + G + NX$$

$$C = a + bY^D$$

$$Y^D = Y + MAS^{DOM}$$

$$MAS = MAS^{DOM} + MAS^{SOC}$$

$$I = i_0 + i_1Y$$

$G$  – *exog.*

$$NX = EX - IM$$

$$EX = e_0 + e_1FD - e_2\Delta\varepsilon$$

$$IM = m_0 + m_1Y + m_2\Delta\varepsilon$$

$$L = l_0 + l_1Y - l_2r^v$$

$$\Delta P = p\Delta Y$$

### Premenné

$Y$  HDP

$C$  spotreba domácností

$I$  tvorba hrubého fixného kapitálu

$r$  nominálna úroková miera

$G$  verejná spotreba- exogénne daná

$\varepsilon$  nominálny výmenný kurz

$FD$  zahraničný dopyt (dovoz vyspelých krajín)

Predložený model charakterizuje základné mechanizmy fungovania ekonomiky – vnútorného dopytu, zahraničného obchodu a dopytu po peniazoch. V modeli neuvažujeme s redistribučným procesom zabezpečovaným cez fiškálne nástroje - dane a výdavky štátneho rozpočtu.

### **3. Analyzované krajiny**

MF model bol aplikovaný na 20 európskych krajín. Ťažisko je v krajinách Európskej únie, ale zahrnuté boli aj niektoré krajiny Európskeho hospodárskeho priestoru a kandidátske krajiny EÚ. Zoznam krajín a výsledky aplikácií sú v Tabuľke č. 1.



**Tabuľka 1: Zoznam krajín a výsledky aplikácie MF modelu<sup>3</sup>.**

<b>Krajiny v rámci EÚ</b>		
Belgicko	1958	Janková, Zajac
Francúzsko	1958	Kadlečíková, Kotmanová
Taliansko	1958	Markech, Míšaná
Holandsko	1958	Hromadková, Timočková
Dánsko	1973	Grivalská, Svienty
Írsko	1973	Mlynárik, Závodný
Španielsko	1986	Belanová, Švarda
Rakúsko	1995	Dobák, Fukasová
Švédsko	1995	Mikuláš, Varga
Česko	2004	Vojteková, Potisková
Estónsko	2004	Batmendijnová, Lafférs
Lotyšsko	2004	Lauko, Strapková
Maďarsko	2004	Kopilec, Horváth
Malta	2004	Ceľuchová, Tóth
Poľsko	2004	Šošková, Fíflíková
Slovensko	2004	Riešiteľský tím EÚ SAV
Slovinsko	2004	Novák, Petričková
<b>Krajiny mimo EÚ</b>		
Turecko		Kelemenová, Orsághová
Island		Sútorik, Holos
Macedónia		Klátik, Tunega
Nórsko		Kvašňáková, Polovková

V prílohe sú uvedené preukaznosti jednotlivých koeficientov. Z nej vidieť, že niektoré koeficienty boli významné vo všetkých, resp skoro všetkých krajinách. Naopak, niektoré boli nevýznamné vo väčšine krajín.

#### **4. Konečná spotreba domácnosti**

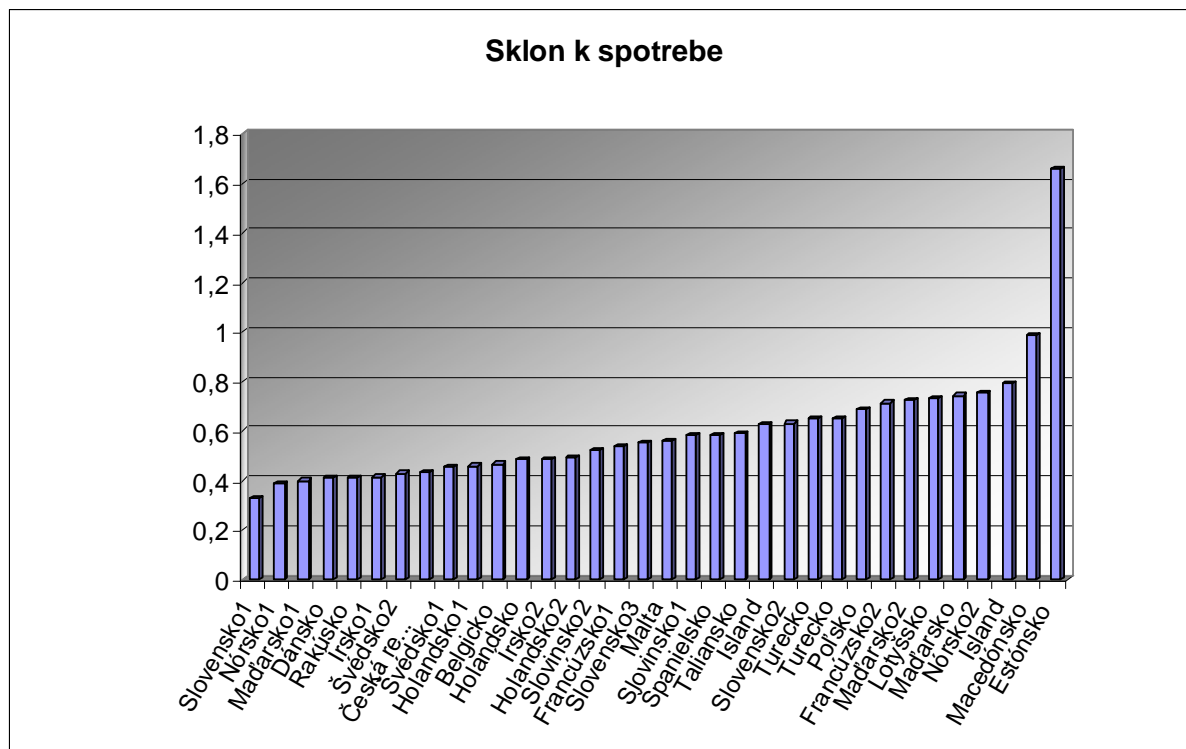
Sklon k spotrebe predstavuje tú časť dodatočného dôchodku, ktorá je spotrebovaná. Tento koeficient bol vo všetkých analyzovaných krajinách významný a jeho hodnoty sú uvedené v Tabuľke č. 2.

<sup>3</sup> Jednotlivé modely štátov boli odhadnuté v rámci ekonomického seminára EFM FMFI UK. Autorské kolektívy sú uvedené v poslednom stĺpci tabuľky.

Tabuľka 2: Signifikantnosť sklonu k spotrebe a jeho výška podľa krajín.

Krajina	Etapa	hladina významnosti	C(Y) = a + b*Y	
			Y	b
Slovensko	1993 - 1995	0,05	signif.	0,33
	1996 - 1998	0,05	signif.	0,63
	1999 - 2002	0,1	signif.	0,55
Nórsko	1993 - 1999	0,05	signif.	0,386
	2000 - 2006	0,1	signif.	0,755
Maďarsko	1995 - 2000	0,05	signif.	0,398
	2001 - 2006	0,1	signif.	0,726
	1995 - 2006	0,1	signif.	0,744
Dánsko	1988 - 2006	0,05	signif.	0,408
Belgicko	1995 - 2006	0,05	signif.	0,466
Island	1997 - 2001	0,1	signif.	0,626
	1997 - 2001	0,1	signif.	0,791
Francúzsko	1975 - 2006	0,05	signif.	0,537
	1999 - Q2 07	0,05	signif.	0,714
Česká republika	1996 - 2006	0,05	signif.	0,433
Macedónsko	2002 - Q2 07	0,05	signif.	0,988
Holandsko	etapa?	0,05	signif.	0,484
	1. etapa	0,1	signif.	0,458
	2.etapa	0,1	signif.	0,492
Švédsko	1980 - 1996	0,05	signif.	0,455
	1997 - 2006	0,05	signif.	0,428
Poľsko	1991 - 2006	0,05	signif.	0,686
Írsko	1997 - 2001	0,05	signif.	0,4125
	2002 - 2006	0,05	signif.	0,487
Rakúsko	1995-2006	0,05	signif.	0,409
Estónsko	1993 - 2005	0,05	signif.	1,66
Turecko	1986 - 2006	0,05	signif.	0,65
	1986 - 2006	0,1	signif.	0,65
Slovinsko	1996 - 1999	0,1	signif.	0,58
	2000 - 2004	0,05	signif.	0,52
Taliansko	1990 - 2006	0,05	signif.	0,59
Španielsko	1986 - 2007	0,05	signif.	0,58
Lotyšsko	1995 - 2007	0,05	signif.	0,73
Malta	2000 - 2007	0,1	signif.	0,56

Veľkosť sklonu k spotrebe je v jednotlivých krajinách rôzna, zo sledovaných krajín je najvyššia v Macedónsku a Estónsku a najnižšia na Slovensku a v Nórsku (vid' Obrázok 1).



**Obrázok 1: Sklon k spotrebe podľa krajín**

## 5. Sklon k investíciám

Sklon k investíciám predstavuje tú časť dodatočnej jednotky dôchodku, ktorá sa použije na investovanie. Rastúci sklonu k investíciám vo všeobecnosti zvyšuje budúci hospodársky rast. Sklon k investíciám je preukazný vo všetkých krajinách až na niektoré vývojové etapy Slovenska, Maďarska a Holandska (bližšie Tabuľka 3).

Tabuľka 3: Signifikantnosť sklonu k investíciám a jeho výška podľa krajín

Krajina	Etapa	hladina významnosti	$I(Y,r) = c - d1*r + d2*Y$		
			Y	r	d2
Slovensko	1993 - 1995	0,05	x	x	
	1996 - 1998	0,05	signif.	x	0,97
	1999 - 2002	0,1	signif.	signif.	0,47
Nórsko	1993 - 1999	0,05	signif.	x	0,515
	2000 - 2006	0,1	signif.	x	0,226
Maďarsko	1995 - 2000	0,05	x	x	0,18
	2001 - 2006	0,1	signif.	x	0,14
	1995 - 2006	0,1	signif.	signif.	0,1554
Dánsko	1988 - 2006	0,05	signif.	x	0,2484
Belgicko	1995 - 2006	0,05	signif.	x	0,1694
Island	1997 - 2001	0,1	signif.	x	0,3277
	1997 - 2001	0,1	signif.	x	0,8576
Francúzsko	1975 - 2006	0,05	signif.	signif.	0,1888
	1999 - Q2 07	0,05	signif.	signif.!	0,3147
Česká republika	1996 - 2006	0,05	signif.	x	0,254
Macedónsko	2002 - Q2 07	0,05	signif.	x	0,1543
Holandsko	etapa?	0,05	signif.	x	0,1912
	1. etapa	0,1	signif.	signif.!	0,2641
	2. etapa	0,1	x	x	
Švédsko	1980 - 1996	0,05	signif.	x	0,2335
	1997 - 2006	0,05	signif.	x	0,207
Poľsko	1991 - 2006	0,05	signif.	x	0,2439
Írsko	1997 - 2001	0,05	signif.	signif.	0,1926
	2002 - 2006	0,05	signif.	x	0,4219
Rakúsko	1995-2006	0,05	signif.	x	0,1487
Estónsko	1993 - 2005	0,05	signif.	x	0,46
Turecko	1986 - 2006	0,05	signif.	signif.	0,2
	1986 - 2006	0,1	signif.	signif.	0,2
Slovinsko	1996 - 1999	0,1	signif.	x	0,66
	2000 - 2004	0,05	signif.	x	0,38
Taliano	1990 - 2006	0,05	signif.	x	0,27
Španielsko	1986 - 2007	0,05	signif.	x	0,38
Lotyšsko	1995 - 2007	0,05	signif.	x	0,55
Malta	2000 - 2007	0,1	signif.	signif.	0,73



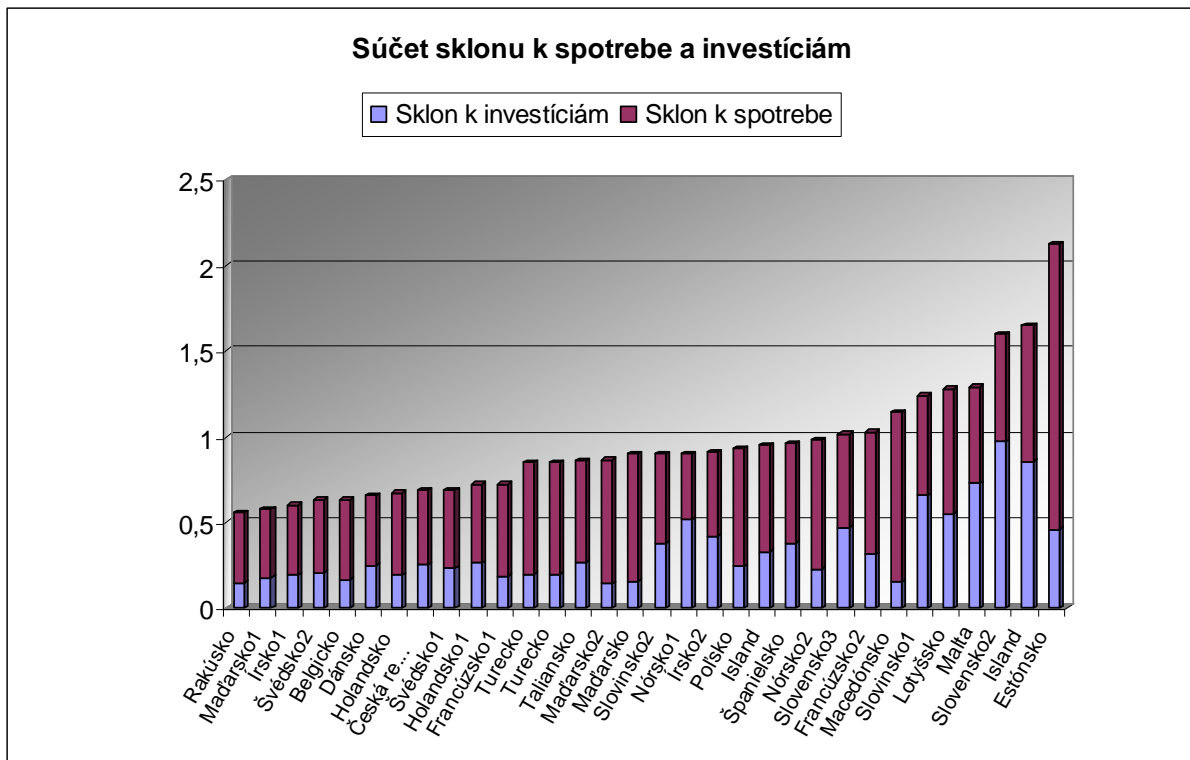
**Obrázok 2: Sklon k investíciám podľa krajín**

Z Obrázku 2 názorne vidieť, že sklon k investíciám je v jednotlivých krajinách veľmi rozdielny. Najnižší je v Maďarsku a Rakúsku a najvyšší v Írsku a na Slovensku.

## 6. Vybrané makroekonomické súvislosti

Pre uzavretú ekonomiku je súčet sklonu k spotrebe a k investíciám z definície menší ako jedna. Vplýva to z toho, že na súkromnú spotrebu a na investície musí ekonomika minúť menej, ako je jej celkový dôchodok. Zvyšok je vládna spotreba. V otvorenej ekonomike je situácia zložitejšia, lebo pôsobia aj príjmy zo zahraničia. Ďalšou faktorom je zadlžovanie ekonomiky.

Z Obrázku 3 vidieť, že súčet sklonu k spotrebe a k investíciám presahujúci 1 nie je výnimočný. Týka sa Slovenska, Lotyšska, Malty, Írska a Estónska. Extrémnym prípadom je Estónsko so súčtom cez 2. Pri takej hodnote ide pravdepodobne o výrazný prílev zahraničného kapitálu do podnikov, ale aj zadlžovanie vlády a domácností a dôchodky domácností zo zahraničia. Najnižší súčet mávajú krajiny s vysokým podielom vládnej spotreby.



**Obrázok 3: Súčet sklonu k spotrebe a k investíciám podľa krajín**

## 7. Záver

MF model je vo všeobecnosti akceptovaný makroekonomický model štandardnej trhovej ekonomiky. Komparácia jeho platnosti pre 21 krajín Európy ukázala, že nemožno konštatovať, že bezo zvyšku platí vo všetkých ekonomikách, ktoré sa vo všeobecne považujú za štandardné trhové ekonomiky. Na druhej strane komparácia ukázala, že niektoré závislosti platia veľmi spoľahlivo. Takýmto bol sklonu k spotrebe a k investíciám, ktorých výška bola následne diskutovaná. Nízky súčet sklonu k spotrebe a k investíciám sa vyskytuje hlavne v krajinách s veľkou vládnu spotrebou a vysoké hodnoty tohto súčtu indikujú zadlžovanie ekonomiky.

## 8. Literatúra

- [1] Luptáčik, M.; Páleník, V.; Kvetan, V.; Ďuraš, J.; Hrivnáková, J.; Ondko, P. (2006): Formalizovaný model tranzitívnej ekonomiky - prípad SR, Politická ekonomie, Roč. 54, č.2/200, str.227 – 246
- [2] Blanchard, O.: *Macroeconomics*. Prentice-Hall Inc, 1997.
- [3] Blanchard, O. - Illing, G.: *Makroökonómie*. Pearson Studium, 2004.
- [4] Dornbusch, R.: *Open Economy Macroeconomics*. Basic Books, Inc. Publishers, 1980.
- [5] Felderer, B. - Homburg, S.: *Makroekonomická a nová makroekonomika*. Bratislava, Elita 1995.
- [6] Luptáčik, I. - Frank, K. - Ďuraš, j. - Hrivnáková, J. - Ondko, P. - Páleník, V. - Kvetan, V. : *Analytický popis správania tranzitívnej ekonomiky (Prípad SR)* (Nepublikovaná pracovná verzia) ÚSSE SAV, Bratislava, 2004
- [7] Mankiw, N.G.: *Macroeconomics*. Third Edition, Worth Publishers, 1997.

[8] McKenna, C.J. - Rees, R.: *Economics: A Mathematical Introduction*. Oxford University Press, 1992.

[9] Páleník, M.: *Komparatívno statická analýza Mundell-Fleming modelu*. FMFI UK, Bratislava 2004.

**Adresa autorov:**

Viliam Páleník, doc. RNDr. PhD.  
Ekonomický ústav SAV  
Šancová 56  
811 07 Bratislava  
viliam.palenik@savba.sk

Mgr. Lucia Pániková  
Ekonomický ústav SAV  
Šancová 56  
811 07 Bratislava  
lucia.panikova@savba.sk

Tabuľka prílohy: Zoznam krajín a výsledky aplikácie MF modelu.

Krajina	Etapa	hladina významnosti	C(Y)		I(Y,r)		EX( $\epsilon$ ,FD)		IM( $\epsilon$ ,Y)		L(i,Y)	
			Y	Y	r	$\epsilon$	FD	$\epsilon$	Y	i	Y	
Slovensko	1993 - 1995	0,05	signif.	x	x	x	signif.	x	signif.	signif.	signif.	
	1996 - 1998	0,05	signif.	signif.	x	signif.	signif.	signif.	signif.	x	signif.	
	1999 - 2002	0,1	signif.	signif.	signif.	signif.	signif.	signif.	signif.	signif.	signif.	
Nórsko	1993 - 1999	0,05	signif.	signif.	x	x	signif.	x	signif.	x	x	
	2000 - 2006	0,1	signif.	signif.	x	x	signif.	x	signif.	x	signif.	
Maďarsko	1995 - 2000	0,05	signif.	x	x	x	signif.	x	signif.	x	x	
	2001 - 2006	0,1	signif.	signif.	x	x	signif.	signif.	signif.	signif.	x	
	1995 - 2006	0,1	signif.	signif.	signif.	signif.	signif.	signif.	signif.	signif.	x	
Dánsko	1988 - 2006	0,05	signif.	signif.	x	x	signif.	x	signif.	x	signif.	
Belgicko	1995 - 2006	0,05	signif.	signif.	x	x	signif.	x	signif.	nezaslaný menový agregát		
Island	1997 - 2001	0,1	signif.	signif.	x	signif.	signif.	signif.	signif.	signif.	x	
	2002 - 2007	0,1	signif.	signif.	x	x	signif.	x	signif.	signif.	x	
Francúzsko	1975 - 2006	0,05	signif.	signif.	signif.	signif.	signif.	x	signif.	x	signif.	
	1999 - Q2 07	0,05	signif.	signif.	signif.!	signif.	signif.	signif.	signif.	signif.	x	signif.
Česká republika	1996 - 2006	0,05	signif.	signif.	x	x	signif.	signif.	signif.	signif.	signif.	



<b>Macedónsko</b>	2002 - Q2 07	0,05	signif.	signif.	x	x	signif.	x	signif.	signif.	signif.
<b>Holandsko</b>	etapa?	0,05	signif.	signif.	x	signif.	signif.	x	signif.	x	signif.
	1. etapa	0,1	signif.	signif.	signif.!	x	signif.	signif.	signif.	signif.!	signif.
	2. etapa	0,1	signif.	x	x	signif.	signif.	x	signif.	signif.	signif.
<b>Švédsko</b>	1980 - 1996	0,05	signif.	signif.	x	x	signif.	x	signif.	bez analýzy	
	1997 - 2006	0,05	signif.	signif.	x	x	signif.	x	signif.	bez analýzy	
<b>Poľsko</b>	1991 - 2006	0,05	signif.	signif.	x	signif.!	signif.	signif.	signif.	signif.	x
<b>Írsko</b>	1997 - 2001	0,05	signif.	signif.	signif.	x	signif.	x	signif.	signif.	signif.
	2002 - 2006	0,05	signif.	signif.	x	x	signif.	signif.	signif.	signif.	signif.
<b>Rakúsko</b>	1995-2006	0,05	signif.	signif.	x	x	signif.	signif.!	signif.	x	signif.
<b>Estónsko</b>	1993 - 2005	0,05	signif.	signif.	x	x	signif.	x	signif.	x	signif.
<b>Turecko</b>	1986 - 2006	0,05	signif.	signif.	signif.	x	signif.	x	signif.	signif.	signif.
	1986 - 2006	0,1	signif.	signif.	signif.	signif.	signif.	signif.!	signif.	signif.	signif.
<b>Slovinsko</b>	1996 - 1999	0,1	signif.	signif.	x	x	signif.	x	signif.	signif.	signif.
	2000 - 2004	0,05	signif.	signif.	x	signif.	signif.	signif.	x	signif.	x
<b>Taliansko</b>	1990 - 2006	0,05	signif.	signif.	x	signif.	signif.	x	signif.	x	signif.
<b>Španielsko</b>	1986 - 2007	0,05	signif.	signif.	x	signif.	signif.	x	signif.	x	signif.
<b>Lotyšsko</b>	1995 - 2007	0,05	signif.	signif.	x	signif.	signif.	x	signif.	signif.!	signif.
<b>Malta</b>	2000 - 2007	0,1	signif.	signif.	signif.	x	signif.	x	signif.	signif.	signif.

**Vývoj slovenskej ekonomiky v roku 2007  
a vybrané výsledky prognózy jej vývoja v roku 2008  
(s výhľadom do roku 2011)**

**Slovak economy in 2007 and its forecast for 2008  
(with the outlook until 2011)**

*Ján Haluška - Michal Olexa*

**Abstract:** In 2007 Slovakia recorded the fastest economic growth in its history. Real GDP increased by 10.4%, what was by almost 2 percentage points more than in 2006. Despite this fact inflation declined from 4.5% in 2006 to 2.8% in 2007 (in average). The authors analyse recent trends in the macroeconomic development and outline the forecast for 2008 with the extension till 2011.

**Key words:** GDP and other basic macroeconomic indicators, chain linking

**Kľúčové slová:** HDP a ďalšie makroekonomické ukazovatele, reťazenie indexov

## 1. Úvod

V príspevku sú analyzované vývojové tendencie vybraných makroekonomických ukazovateľov slovenskej ekonomiky v roku 2007 a na začiatku roka 2008. Zároveň, na základe očakávaného vývoja jej relevantného vonkajšieho ekonomického prostredia, je v ňom prezentovaný očakávaný vývoj daných ukazovateľov v roku 2008, a to spolu s výhľadom ich vývoja do roku 2011 (tab. 1 a 2).

## 2. Základné trendy vývoja v roku 2007

Koncom novembra minulého roka zverejnil ŠÚ SR komplexne revidované údaje štvrťročných národných účtov od roku 1995. Ich revízia súvisela s revíziou údajov ročných národných účtov a zahŕňala viaceré obsahové, ale aj metodologické zmeny (prechod na chain linking). Revidované údaje potvrdili, že trend zrýchľovania rastu slovenskej ekonomiky pokračoval aj v minulom roku. Tvorba reálneho HDP sa vlni zvýšila o 10.4%, čo je historicky najvyšší medziročný prírastok makroekonomickej výkonnosti slovenskej ekonomiky [1].

K rastu reálneho HDP prispel rast domáceho dopytu (o 5.9%) aj vonkajšieho dopytu (o 16%). Zdrojom rastu domáceho dopytu bol hlavne rastúci investičný a spotrebiteľský dopyt, zatiaľ čo reálna konečná spotreba verejnej správy zostala na zhruba rovnakej úrovni ako v roku 2006. Kým rast domáceho dopytu v priebehu minulého roka akceleroval (zo 4.2% v 1. polroku na 7.3% v 2. polroku), rast vonkajšieho dopytu sa naopak spomalil (z vyše 20% v 1. polroku na cca 12% v 2. polroku). Čistý vývoz napriek tomu opäť prispel významnou mierou k zrýchleniu rastu reálneho HDP. Celkový vývoz aj celkový dovoz v stálych cenách zaznamenali vlni vysoký (dvojciferný) medziročný prírastok (o 16% resp. o 10.4%), ale oproti roku 2006 ide o prírastky menšie o 5 resp. 7 percentuálnych bodov.

Vývoj slovenskej ekonomiky v roku 2007 sa - popri vysokom ekonomickom raste - vyznačoval aj zmiernením vonkajšej nerovnováhy a poklesom inflácie. Deficit na bežnom účte platobnej bilancie sa znížil zo 7% HDP v roku 2006 na 5.3% HDP roku 2007. Dôvodom bolo najmä zníženie deficitu obchodnej bilancie, ktorý v minulom roku dosiahol len 1.2% HDP, kým v roku 2006 predstavoval až 4.5% HDP. K zlepšeniu vývoja obchodnej bilancie

prispela v rozhodujúcej miere produkcia nových exportne orientovaných výrobných kapacít, ktoré vznikli zásluhou PZI v automobilovom priemysle (Volkswagen, Peugeot, KIA) a elektrotechnickom priemysle (Samsung, Sony).

Index spotrebiteľských cien stúpol vlni v priemere o 2.8%, čo je o 1.7 percentuálneho bodu menej ako v roku 2006. Keďže jadrová inflácia mierne vzrástla, k poklesu celkovej inflácie došlo hlavne vplyvom spomalenia rastu regulovaných cien, ktoré bolo naopak veľmi výrazné<sup>1</sup>. V roku 2006 tieto ceny stúpili totiž o vyše 10%, v minulom roku však iba o 1.7%. Na druhej strane, nárast jadrovej inflácie - z 2.5% v roku 2006 na 2.9% v roku 2007 - ide predovšetkým na vrub dynamiky rastu cien potravín, ktorá sa v rovnakom období zvýšila z 1.5% na 4.0% (v priemere). Jedná sa o najvyšší rast cien potravín za posledných 6 rokov, za ktorý môže hlavne globálny rast cien potravinárskych komodít.

Vplyvom stúpajúcich cien potravín a energetických surovín vykazuje od septembra 2007 rastúci trend aj harmonizovaný index spotrebiteľských cien, ktorý je smerodajný z hľadiska posudzovania plnenia inflačného kritéria pre vstup do EMÚ a prijatie eura. Toto kritérium splnila SR prvýkrát v auguste minulého roka. Napriek tomu, že podľa tohto indexu sa medziročná inflácia zvýšila z 1.2% v auguste až na 2.5% v decembri 2007, plnenie inflačného kritéria to neohrozilo. V decembri dosiahla totiž priemerná miera harmonizovanej inflácie za predchádzajúcich 12 mesiacov úroveň 1.9%, pričom referenčná hodnota inflačného kritéria predstavovala 2.8%.

Posun smerom k zmierneniu nerovnováhy bol v minulom roku zaznamenaný aj na trhu práce. Vysoký ekonomický rast a prílev PZI vygenerovali totiž viac ako 50 tisíc nových pracovných miest, čo z hľadiska celkovej zamestnanosti znamená medziročný prírastok o 2.4% (v metodike ILO). Rast dopytu na trhu práce sa odzrkadlil aj v poklese nezamestnanosti. Počet nezamestnaných osôb sa vo 4. štvrtroku 2007 znížil cca na 275 tisíc (v priemere), čomu zodpovedá pokles miery nezamestnanosti na 10.3% (v metodike ILO). Uvedený počet nezamestnaných je najnižší od 4. štvrtroka 1996, ale z hľadiska miery nezamestnanosti ide o pokles na historické minimum. Na historické minimum však vlni poklesla aj priemerná miera nezamestnanosti - za celý minulý rok dosiahla 11%, čo oproti roku 2006 predstavuje pokles o 2.3 percentuálneho bodu.

### 3. Základné trendy vývoja očakávané v roku 2008

Všeobecne sa predpokladá, že vysoký ekonomický rast v minulom roku bol kulmináciou viac rokov trvajúceho trendu zvyšovania makroekonomickej výkonnosti slovenskej ekonomiky. Zvyšovanie jej výkonnosti bude pokračovať aj tohto roku, ale ekonomický rast sa s veľkou pravdepodobnosťou spomalí, primárne v dôsledku nižšieho príspevku čistého vývozu k rastu reálneho HDP. Tieto predpoklady potvrdzuje rýchly odhad rastu reálneho HDP v 1. štvrtroku 2008 o 8.7%.

Hlavným faktorom ekonomického rastu by mal byť rast domáceho dopytu, v rámci ktorého by sa mal najrýchlejšie zvyšovať investičný dopyt, ale spotrebiteľský dopyt by si mal tiež udržať relatívne vysoký rast. Domáci dopyt by mal tohto roku stúpnuť o viac ako 6%, vonkajší dopyt by mal vyústiť k rastu celkového vývozu zhruba o 15%. Za uvedených predpokladov by agregátny dopyt stúpol takmer o 11%, čo by pri očakávanom raste celkového dovozu cca o 13% viedlo k rastu reálneho HDP o 7.6%. V ďalších troch rokoch by sa mal reálny HDP zvyšovať v priemere cca o 5.7% ročne (tab. 1).

<sup>1</sup> V tejto súvislosti je však potrebné spomenúť aj vplyv posilňovania výmenného kurzu, a to tak voči americkému doláru ako aj oproti euru. Nominálny výmenný kurz SKK/USD sa v minulom roku posilnil takmer o 17%, kurz SKK/EUR o vyše 9%. Posilňovanie výmenného kurzu viedlo aj k revalvácii centrálnej parity koruny voči euru o 7.8% v ERM II. Nová centrálna parita koruny voči euru bola v marci 2007 stanovená na úrovni 1 euro = 35.44 Sk.

Predpoklady pre udržanie relatívne vysokého rastu domáceho dopytu vytvára očakávaný rast celkovej zamestnanosti resp. pokles nezamestnanosti a rast reálnej mzdy. Rast zamestnanosti bude zrejme pomalší ako vlni (1.8% vs 2.4%), a preto sa priblíži aj dynamika znižovania miery nezamestnanosti (tab. 2). Znižovanie nerovnováhy na trhu práce by malo byť sprievodným javom vývoja slovenskej ekonomiky aj v ďalších rokoch.

V tomto roku by sa mal spomaliť aj rast reálnej mzdy (2.7% vs 4.4%), a to hlavne kvôli vyššej inflácii. Jej vzostup totiž pokračuje aj od začiatku tohto roka. Ak na konci minulého roka dosiahla medziročná miera inflácie 3.4%, vo februári tohto roka stúpila už na 4.0%, v marci na 4.2% a v apríli na 4.3%. V štruktúre spotrebiteľského koša vykazujú od začiatku roka najdynamickejší rast ceny potravín a nealkoholických nápojov. Ceny týchto komodít sa za január až apríl zvýšili na medziročnej báze v priemere o 8.5%, čo predstavuje viac ako dvojnásobok oproti priemernej dynamike rastu úhrnnej hladiny cien na spotrebiteľskom trhu v rovnakom období. Hlavne vplyvom rastu cien potravín a energetických surovín by mala inflácia tohto roku prekročiť 4% (v priemere), pričom v ďalších rokoch by mala priemerná inflácia dosahovať 3-4% (tab. 2).

Pokračuje aj trend rastu inflácie odvodenej z vývoja harmonizovaného indexu spotrebiteľských cien. Avšak napriek tomu, že v januári tohto roku prekročila miera tejto inflácie hranicu 3% a v marci stúpila na 3.6%, Slovensko splnilo inflačné kritérium pre vstup do EMÚ a prijatie eura s rezervou 1 percentuálneho bodu. V marci dosiahla priemerná miera harmonizovanej inflácie za predchádzajúcich 12 mesiacov 2.2%, zatiaľ čo referenčná hodnota inflačného kritéria predstavovala 3.2%. Od jesene 2007 má totiž inflácia rastúci trend aj v EÚ resp. v eurozóne, pričom hlavnou príčinou sú tiež rastúce ceny potravín a energií<sup>2</sup>.

Zásluhou produkcie nových a najmä exportne orientovaných výrobných kapacít v automobilovom a elektrotechnickom priemysle by sa mala vonkajšia nerovnováha tohto roku opäť zmierniť. Obchodná bilancia by mala vykazovať vysoký sklon k vyrovnanosti, pričom nemožno vylúčiť, že jej vývoj vyústi celoročne až k miernemu prebytku. Úmerne tomu by sa mal znížiť aj deficit na bežnom účte platobnej bilancie, a to z 5.3% HDP v roku 2007 na 2.5% HDP v tomto roku. Riziko však predstavuje bilancia výnosov, ktorej deficit sa vlni prehĺbil a dosiahol 4.3% HDP. Na financovaní deficitu bežného účtu by mal výraznou mierou podieľať prílev PZI. Očakávaný zvyšujúci sa prebytok obchodnej bilancie v nasledujúcich rokoch by mal byť hlavným faktorom, zásluhou ktorého by sa mal udržať trend znižovania vonkajšej nerovnováhy.

#### 4. Vnútropolitické aspekty a rizikové oblasti ekonomického vývoja

Spolu s inflačným kritériom plní Slovensko v súčasnosti aj všetky ostatné maastrichské kritéria s nasledovnými hodnotami:

deficit verejného sektora	2.3% HDP (r.2007)	referenčná hodnota	3.0%
úroková miera NBS	4.5%		6.4%
verejný dlh	30.6% HDP (r. 2007)		60.0%

Na začiatku apríla Slovensko odovzdalo oficiálnu žiadosť do EK a ECB na zhodnotenie našej pripravenosti zaviesť euro od 1.1.2009. Naša žiadosť bola prijatá a EK nás 7.5.2008 odporučila do „elitného klubu“. Súhlas, ktorý ešte musia dať všetky členské štáty únie, by už mal byť iba formálny krok.

Napriek určitým nesporným pozitívam v ekonomickom vývoji v posledných rokoch je Slovensko stále atakované najmä vysokou štrukturálnou nezamestnanosťou a výraznou regionálnou diferenciáciou ekonomického rastu a tým aj diferenciáciou ekonomickej úrovne.

<sup>2</sup> V marci stúpila inflácia v EÚ na 3.8% a v eurozóne na 3.6%, čo predstavuje vyše 10 ročné maximum

Výrazné regionálne rozdiely v úrovni ekonomického vývoja pretrvávajú už dlhé obdobie. Napr. v r. 2005 mal Bratislavský kraj (úroveň NUTS2) podiel HDP na obyvateľa na úrovni 147.9% priemeru EU-27 (v PPS), Západné Slovensko 57.0%, Stredné Slovensko 46.7% a Východné Slovensko iba 43.1%. V súlade s tým sa miera registrovanej nezamestnanosti pohybuje od menej ako 2% (okresy Bratislavy) po viac ako 25% (Okresy Revúca a Rimavská Sobota).

Špecifickým a dlho trvajúcim problémom slovenského pracovného trhu je dlhodobá nezamestnanosť, ktorá sa v posledných rokoch stále prehľbovala. Podiel dlhodobo nezamestnaných bol vysoký už pri vzniku samostatnej SR v r. 1993 (asi 40%). Odvtedy sa stále zvyšoval, pričom posledné roky sú alarmujúce; podľa výsledkov VZPS 68% v roku 2005, 73% v roku 2006 a 70.9% v roku 2007. Možno dúfať, že v roku 2007 nastal určitý obrat a uvedený podiel sa bude naďalej znižovať. V roku 2006 priemerný podiel dlhodobej nezamestnanosti v EU-27 bol 45%, z čoho vyplýva, že sme vysoko nad a vedíme tento nelichotivý európsky rebríček.

Z pohľadu prijatia eura nás v blízkej budúcnosti môžu atakovať tri potenciálne problémy:

### 1) Udržateľnosť inflácie

Niektorí európski politici hľadajú paralelu medzi vývojom v Slovinsku a na Slovensku po zavedení eura. V Slovinsku vzrástla inflácia z 3.0% v decembri 2006 na 6.4% vo februári 2008. Pravdou ale je, že Slovinská vláda aplikovala v roku 2006 (pred vstupom) značné regulačné zásahy do vývoja cien, ktoré na Slovensku neboli v tomto roku až také výrazné, skôr naopak.

Pri úvahách o budúcej možnej inflácii na Slovensku si však treba jednoznačne uvedomiť našu vstupnú pozíciu ako „najlacnejšej“ krajiny, ktorá doteraz vstúpila do eurozóny. Asi by bolo naivné predpokladať, že v nových podmienkach budeme dlhodobo schopní dosahovať infláciu pod 3%. Opak je asi pravdou, proces cenového dobiehania bude mať za následok vyššiu infláciu v porovnaní s priemerom EU-27. Stálo by podľa nášho názoru za úvahou, prečo si túto realitu nevedia osvojiť aj „európski analytici, ekonómovia a politici“ (najmä ak si uvedomíme, že medzi nimi už dlhší čas máme aj našich zástupcov – v EP aj v Európskom hospodárskom a sociálnom výbore).

### 2) Konverzný kurz SKK/EUR

Súčasnú spektrum názorov na konečný konverzný kurz nie je zásadne rozdielne. Zhodnocovanie koruny počas trvania ERM II a hlavne v poslednom období (najnovšia najnižšia hodnota kurzu 31.36 SKK/EUR) naznačuje, že názory bankových analytikov o konečnom kurze 31 SKK/EUR alebo aj menej sú opodstatnené a treba reálne počítať s konverziou pod úrovňou 31 SKK/EUR. Pri terajšej centrálnej parite 35.445 SKK/EUR je to síce ťažko akceptovateľné, ale stále vysoko reálne.

### 3) Verejný dlh/HDP

Ešte na jeseň 2007 táto otázka rezonovala ako „časovaná bomba“. Dnes sa ukazuje, že súčasná vláda pochybnosti o výške verejného deficitu zmietla zo stola a navyše v „určitom rozpore“ so svojimi politickými zameraniami sa usiluje o ďalšie znižovanie deficitu verejných financií. Otázkou ostáva, či popri plnení všetkých záväzkov v sociálnej oblasti, ktoré na seba zobrala, ostanú aj reálne zdroje na naplnenie tejto vízie. Podľa posledných

návrhov MF SR sa vláda bude usilovať o zníženie deficitu verejných financií v tomto roku na 2.0% (z plánovaných 2.3%).

## 5. Literatúra

1. Štatistická správa o základných vývojových tendenciách v hospodárstve SR v roku 2007. ŠÚ SR, marec 2008.

### Adresa autorov:

Ing. Ján Haluška, PhD.

Ing. Michal Olexa, PhD.

INFOSTAT

Dúbravská cesta 3

845 24 Bratislava 45

[haluska@infostat.sk](mailto:haluska@infostat.sk)

[olexa@infostat.sk](mailto:olexa@infostat.sk)

	2005	%chg	2006	%chg	2007	%chg	2008	%chg	2009	%chg	2010	%chg	2011	%chg
<b>A G R E G O V A N Ý D O P Y T (mld Sk, bežné ceny)</b>														
Konečná spotreba domácností (CP)	836,1	10,0	928,5	11,0	1020,1	9,9	1125,2	10,3	1226,4	9,0	1330,7	8,5	1435,8	7,9
Konečná spotreba nezisk. inštitúcií slúžiacich domácnostiam (NPISHP)	15,5	-0,7	14,6	-6,1	16,0	9,4	17,1	6,9	17,9	4,5	18,7	4,5	19,5	4,5
Konečná spotreba verejnej správy (GP)	272,8	0,6	315,3	15,6	325,9	3,3	344,3	5,7	364,6	5,9	386,8	6,1	407,5	5,4
Tvorba hrubého fixného kapitálu (IP)	394,3	20,6	436,2	10,6	476,3	9,2	522,9	9,8	571,9	9,4	621,3	8,6	673,0	8,3
Zmena stavu zásob + štatist. rozdiel (DJP)	41,2	*	28,5	*	22,2	*	30,7	*	22,9	*	22,0	*	33,9	*
Vývoz výrobkov a služieb (EGSP)	1136,9	11,6	1400,7	23,2	1599,0	14,2	1844,0	15,3	2022,3	9,7	2208,5	9,2	2402,5	8,8
Dovoz výrobkov a služieb (MGSP)	1211,5	14,8	1464,1	20,9	1607,7	9,8	1825,7	13,6	1982,7	8,6	2157,0	8,8	2344,1	8,7
Hrubý domáci produkt (YP)	1485,3	9,1	1659,6	11,7	1851,8	11,6	2060,0	11,2	2244,7	9,0	2431,9	8,3	2629,8	8,1
<b>A G R E G O V A N Ý D O P Y T (mld Sk, stále ceny roku 2000)</b>														
Konečná spotreba domácností (C)	655,8	6,5	694,3	5,9	743,3	7,1	790,0	6,3	833,5	5,5	877,6	5,3	921,5	5,0
Konečná spotreba nezisk. inštitúcií slúžiacich domácnostiam (NPISHP)	12,2	4,6	10,9	-10,4	11,7	6,8	12,1	3,6	12,3	2,0	12,6	2,0	12,8	2,0
Konečná spotreba verejnej správy (G)	217,0	3,5	238,8	10,1	240,5	0,7	245,7	2,2	251,8	2,5	259,4	3,0	265,9	2,5
Tvorba hrubého fixného kapitálu (I)	328,8	17,6	356,5	8,4	384,7	7,9	413,6	7,5	441,7	6,8	469,6	6,3	497,7	6,0
Zmena stavu zásob + štatist. rozdiel (DJ)	26,1	*	7,5	*	-8,3	*	35,7	*	44,7	*	50,6	*	62,5	*
Vývoz výrobkov a služieb (EGS)	1059,8	13,8	1277,9	20,6	1482,4	16,0	1701,2	14,8	1850,9	8,8	1993,4	7,7	2144,9	7,6
Dovoz výrobkov a služieb (MGS)	1106,2	16,6	1290,6	16,7	1424,6	10,4	1661,2	16,6	1804,1	8,6	1939,4	7,5	2086,8	7,6
Hrubý domáci produkt (Y)	1193,4	6,6	1295,3	8,5	1429,5	10,4	1537,8	7,6	1631,6	6,1	1724,6	5,7	1819,4	5,5

	2005	%chg	2006	%chg	2007	%chg	2008	%chg	2009	%chg	2010	%chg	2011	%chg
VYBRANÉ MAKROEKONOMICKÉ UKAZOVTELE														
Deflátor HDP (2000=1) (PY)	1,245	2,4	1,281	2,9	1,295	1,1	1,340	3,4	1,376	2,7	1,410	2,5	1,446	2,5
Index spotrebiteľských cien, priemer, (dec. 2000=1), (CPI)	1,305	2,7	1,363	4,5	1,401	2,8	1,459	4,2	1,510	3,5	1,564	3,5	1,618	3,5
Priemerná mesačná nominálna mzda, Sk (W)	17 333	9,2	18 772	8,3	20 137	7,3	21 545	7,0	22 982	6,7	24 470	6,5	26 007	6,3
Priemerná mesačná reálna mzda, Sk (W/CPI)	13 283	6,3	13 770	3,7	14 374	4,4	14 763	2,7	15 216	3,1	15 647	2,8	16 071	2,7
Počet zamestnaných osôb v NH, mil. osôb, priemer (L)	2,123	2,2	2,170	2,2	2,223	2,4	2,261	1,7	2,290	1,3	2,315	1,1	2,338	1,0
Počet pracujúcich, mil osôb, priemer (L_ILO)	2,216	2,1	2,301	3,8	2,357	2,4	2,403	2,0	2,430	1,1	2,455	1,0	2,478	0,9
Počet nezamestnaných, mil. osôb, priemer (LU_ILO)	0,427	-11,1	0,353	-17,3	0,292	-17,4	0,272	-6,9	0,266	-2,2	0,261	-1,7	0,260	-0,9
Miera nezamestnanosti, %, priemer (RU_ILO)	16,2	*	13,3	*	11,0	*	10,2	*	9,9	*	9,6	*	9,5	*
Miera nezamestnanosti z disponibil. počtu nezamestnaných, priemer (RU)	11,7	*	10,5	*	8,5	*	7,6	*	7,4	*	7,2	*	7,1	*
Produktivita práce, nominálna (YP/L)	699,7	6,7	764,9	9,3	833,1	8,9	911,3	9,4	980,2	7,6	1050,5	7,2	1124,7	7,1
Produktivita práce, reálna (Y/L)	562,2	4,3	597,0	6,2	643,2	7,7	680,3	5,8	712,5	4,7	744,9	4,5	778,1	4,5



# USPORIADANIE PODĽA ZLOŽENEJ VLASTNOSTI

## SORTING BY SYNTETIC FACILITY

Jozef Chajdiak – Zuzana Berčačinová

### Abstract:

The paper consists describe of some methods multidimensional scaling

**Key words:** syntetic facility, sorting

**Kľúčové slová:** Syntetická vlastnosť, usporiadanie

Často v rozhodovacích procesoch sú situácie, charakteristické svojou viacrozmernosťou a úlohou je vybrať najlepší variant alebo určiť umiestnenie príslušného variantu. Po opise syntetickej vlastnosti vyjadrujúcej kritérium pre viacrozmerné usporiadanie sú metódy rozdelené do dvoch skupín. V prvej skupine sú opísané postupy vychádzajúce z transformácie pôvodných hodnôt na normované hodnoty niektorou z metód viacrozmerného usporiadania. V druhej skupine sú metódy vychádzajúce z transformácie pôvodných hodnôt na normované hodnoty na základe mienky expertov (hodnotiteľov).

### 1 Syntetická vlastnosť

Pri rozhodovaní sa v konečnom dôsledku prijíma len jedno rozhodnutie. Nech pritom kritériom pri rozhodovaní je vlastnosť, ktorá sa len ťažko vyjadří jedným ukazovateľom. V ekonomickom živote chceme napríklad byť najväčšou firmou (syntetická vlastnosť **veľkosť**). To môže prakticky znamenať, že máme najviac zamestnancov, že máme najväčší objem kapitálu, že máme najväčší obrat, že máme najväčší objem pridanej hodnoty, že máme najväčší objem zisku, že máme najväčší podiel na trhu. Ktorý z týchto ukazovateľov najlepšie vyjadruje veľkosť firmy? Každý z nich niečo hovorí o veľkosti firmy, ale môžu byť aj situácie, že niektorý z ukazovateľov má vyššiu hodnotu a iné nižšiu hodnotu. Ktorá firma je najväčšia?

Usporiadanie podľa veľkosti, keď veľkosť vyjadruje len jeden ukazovateľ (napríklad obrat) je v princípe jednoduchá záležitosť a predpokladáme, že čitateľ takúto úlohu bez problémov zvládne. Zložitejšia je situácia, keď veľkosť súčasne vyjadruje viacero ukazovateľov (napríklad počet zamestnancov, objem celkového kapitálu a objem obratu). Máme jednu syntetickú, súhrnnú vlastnosť (veľkosť) a prakticky tri pomerne rôznorodé kritéria (počet zamestnancov, objem celkového kapitálu a objem obratu). Klasickým postupom určenia najväčšieho podniku je agregácia týchto troch lokálnych kritérií do spoločnej syntetickej premennej vyjadrujúcej veľkosť firmy jedným číslom.

Inú syntetickú vlastnosť vyjadruje pojem **efektívnosť**. Opäť je jasné, že chceme byť najefektívnejšou firmou, ale čo konkrétne pojem efektívnosť vyjadruje je pre nás dosť zložitá otázka. Je to veľkosť zisku, či ziskovosti alebo rentability vlastného imania? V súkromne vlastnených firmách možno aj áno. Ale vo firmách pôsobiacich vo verejnom záujme má zisk v úlohe cieľa veľmi sporné postavenie. V takýchto firmách je cieľom naplnenie konkrétneho obsahu verejného záujmu. Ekonomická efektívnosť má aj iné aspekty než zisk a z neho odvodené ukazovatele. Autor preferuje k vyjadreniu syntetickej vlastnosti  $Y$  zodpovedajúcej pojmu **ekonomická efektívnosť** päť ukazovateľov: ziskovosť (podiel zisku na výnosoch), rentabilitu vlastného imania (podiel zisku k vlastnému imaniu), finančnú produktivitu práce

(podiel pridanej hodnoty k osobným nákladov), podiel pridanej hodnoty na výnosoch a účinnosť celkového kapitálu meraná výnosmi (podiel objemu výnosov k objemu vlastného imania a záväzkov spolu). V silne špecifických firmách, k vyjadreniu efektívnosti z pohľadu ich špecifičnosti možno prípadne použiť aj ďalšie doplňujúce ukazovatele.

Zaujímavou syntetickou vlastnosťou je obsah vyjadrený pojmom **krása**. Je to pekný obraz, sú to krásne šaty, je to pekný muž, krásna žena, je to nádherná krajina, či krásna vila alebo báseň. Miera krásy je úmerná subjektívnemu pocitu hodnotiaceho. Jednému sa páči to, druhému ono. Ale zvyčajne pri krásnych objektoch je minimálne väčšinové zhodné hodnotenie, že sú krásne. Pri kráse žien v rôznych súťažiach o Miss, syntetickú vlastnosť Y zodpovedajúcu pojmu krásy vyjadrujú tri čiastkové ukazovatele zodpovedajúce jednotlivým kolám súťaže (forma prednesu textu – svojim spôsobom inteligencia ako prejav krásy; forma prednesu činnosti – svojim spôsobom práca ako prejav krásy; a promenáda v plavkách – svojim spôsobom telo ako prejav krásy). Opäť každé kolo môže predstavovať syntetickú vlastnosť, ale príslušným čiastkovým ukazovateľom X je napríklad hodnotiteľovo bodové hodnotenie na predpísanej bodovej stupnici krásy tela pri promenáde v plavkách.

Výber čiastkových ukazovateľov vyjadrujúcich syntetickú vlastnosť je zložitý problém. Mali by pokrývať čo najviac z celého spektra jednotlivých aspektov syntetickej vlastnosti. Treba však vidieť, že čím je ich viac, tým síce syntetickú vlastnosť vystihujeme v plnšej miere, ale na druhej strane, treba zisťovať a zohľadňovať viac údajov, v údajoch môžu byť vnútorné závislosti, časti informácie sa môžu prekrývať a pri agregácii čiastkových hodnôt do odhadu syntetickej vlastnosti môžeme tak niektoré aspekty preceniť, iné nedoceniť a tým výsledný odhad skresliť.

Tradičnou požiadavkou je, aby hodnoty čiastkových ukazovateľov boli navzájom nezávislé (t. j. kovariančná matica bola diagonálna s nulami mimo diagonály). Čiastkových ukazovateľov by nemalo byť príliš veľa, vhodným sa zdajú počty tri až päť, ale môže ich byť aj o niečo viac, aj o niečo menej.

Syntetická vlastnosť a aj každý z čiastkových ukazovateľov má svoj žiaduci smer vývoja. Túto skutočnosť by si mal rozhodovateľ uvedomiť.

Majme súbor N firiem ( $i = 1, 2, \dots, N$ ). Syntetickú vlastnosť Y, podľa hodnôt ktorej chceme usporiadať súbor firiem, nech tvorí M konkrétnych ukazovateľov  $X_1, X_2, \dots, X_M$ . Za každú firmu  $i$  ( $i = 1, 2, \dots, N$ ) a ukazovateľ  $X_J$  ( $J = 1, 2, \dots, M$ ) poznáme konkrétnu hodnotu  $X_{Ji}$ . Problémom môže byť, že hodnoty jednotlivých ukazovateľov  $X_J$  majú rozličné meracie jednotky (vo vyššie uvedenej vlastnosti veľkosť je počet zamestnancov v osobách, objem celkového kapitálu ako stavová (okamihová) veličina v korunách a obrat ako toková (intervalová) veličina tiež v korunách). Takýto problém sa rieši transformáciou hodnôt pôvodných ukazovateľov  $X_1, X_2, \dots, X_M$  na nové transformované premenné  $Z_1, Z_2, \dots, Z_M$ , ktorých hodnoty sú v rovnakých alebo prakticky dostatočne podobných meraciach jednotkách. Výsledná agregácia čiastkových ukazovateľov do hodnoty Y je potom:

$$Y = f(X_1, X_2, \dots, X_M) = g(Z_1, Z_2, \dots, Z_M)$$

Časť verzií transformácie hodnôt X na hodnoty Z a potom ich následnej agregácie do hodnôt Y si ukážeme v ďalších častiach kapitoly.

## 2 Tradičné postupy viacrozmerného usporiadania

Existuje viacero metód transformácie ukazovateľov X na umelé premenné Z. Najjednoduchší spôsob predstavuje použitie poradia  $i$ -tej hodnoty ukazovateľa X v súbore ako hodnoty umelej premennej Z (**metóda váženého súčtu poradí**). Pri určovaní poradia je dôležité špecifikovať žiaduci smer vývoja. V prípade žiaduceho smeru „rast“ sa využije

klesajúci (descending) poriadok (prvá je najvyššia hodnota a posledná najnižšia hodnota). V prípade žiaduceho smeru „pokles“ sa využije rastúci (ascending) poriadok (prvá je najnižšia hodnota a posledná najvyššia hodnota). V prípade, že v množine ukazovateľov  $X_1, X_2, \dots, X_M$  máme ukazovatele so žiaducim smerom rast, aj ukazovatele so žiaducim smerom pokles, žiaduce smery môžeme zjednotiť prenasobením hodnôt ukazovateľov druhej skupiny  $-1$ .

Poradia  $Z_1, Z_2, \dots, Z_M$  za jednotlivé ukazovatele  $X_1, X_2, \dots, X_M$  zjednotíme do súhrnnej premennej  $Y$  na základe vzťahu (1):

$$Y_i = a_1 * Z_{1i} + a_2 * Z_{2i} + \dots + a_M * Z_{Mi} \quad (1)$$

kde  $i$  je označenie firmy,  $a_1, a_2, \dots, a_M$  sú váhy jednotlivých ukazovateľov  $Z_1, Z_2, \dots, Z_M$ .

Súbor firiem usporiadame podľa vypočítaných hodnôt  $Y$  (vážené poradie z poradií podľa jednotlivých ukazovateľov).

Druhým spôsobom transformácie hodnôt pôvodných premenných  $X_1, X_2, \dots, X_M$  na hodnoty transformovaných premenných  $Z_1, Z_2, \dots, Z_M$  sú **metódy normovanej premennej**. Používajú sa dve metódy: metóda **normálneho normovania** a metóda **rovnomerného normovania**. V prípade, že hodnoty premennej  $X$  majú normálne rozdelenie  $N(\mu, \sigma^2)$  transformujeme ich na hodnoty premennej  $Z$  s normovaným normálnym rozdelením  $N(0,1)$  vzťahom (2)

$$z = \frac{x - \mu}{\sigma} \quad (2)$$

K výpočtu strednej hodnoty  $\mu$  môžeme použiť funkciu AVERAGE v Exceli a k výpočtu smerodajnej odchýlky  $\sigma$  funkciu STDEV v Exceli.

V prípade, že hodnoty premennej  $X$  majú rovnomerné rozdelenie z intervalu  $X_{\min}$  až  $X_{\max}$  použijeme rovnomerné normovanie vzťahom (3)

$$z = \frac{x - x_{\min}}{x_{\max} - x_{\min}} \quad (3)$$

K určeniu minimálnej a maximálnej hodnoty môžeme použiť funkcie MIN a MAX v Exceli.

Normované hodnoty v premenných  $Z_1, Z_2, \dots, Z_M$  agregujeme do syntetickej premennej  $Y$  na základe vzťahu (1).

### 3. Metóda Mahalanobisovej vzdialenosti od fiktívneho bodu

Otázky typu, ktorú metódu použiť, či aké váhy pri agregácii jednotlivých ukazovateľov použiť môže obísť použitie **metódy Mahalanobisovej vzdialenosti**.

Máme  $m$  – rozmerný priestor, ktorého jednotlivé rozmery vyjadrujú ukazovatele  $X_1, X_2, \dots, X_M$ . Z priestoru možných javov máme  $k$  dispozícií údaje za  $n$  javov (hodnoty ukazovateľov  $X_1, X_2, \dots, X_M$  pre každý z  $n$  javov (objektov, situácií, firiem, štatistických jednotiek)).

Variabilitu hodnôt jednotlivých ukazovateľov môžeme charakterizovať kovariančnou maticou. Jej odhadom je kovariačná matica  $S$ . Jej výpočet obsahuje prakticky každý špecializovaný profesionálny štatistický softvér, ale najjednoduchšie je použiť analytické nástroje v exceli, konkrétne nástroj Kovariance (Covariation). Jeho výstupom je odhad kovariančnej matice  $S$ .

Mahalanobisova vzdialenosť  $Y$  medzi javom  $i$  a javom  $j$  sa počíta podľa vzťahu (4)

$$Y = (x_i - x_j) * S^{-1} * (x_i - x_j)' \quad (4)$$

kde  $S^{-1}$  je inverzná matica k matici  $S$ . Opäť výpočet inverznej matice môžeme skúsiť aj „ručne“, ale najjednoduchším spôsobom výpočtu je použitie funkcie MINVERSE v exceli. K násobeniu vektora rozdielov hodnôt jednotlivých premenných v situácii  $i$  a  $j$  môžeme použiť funkciu MMULT.

Dôležitou je odpoveď na otázku, medzi čím počítame vzdialenosť, čo bude **i** a čo bude **j**. Odpoveď, čo bude **i** je jednoduchá – vektor skutočne napozorovaných hodnôt ukazovateľov  $X_1, X_2, \dots, X_M$  za **i**-tu situáciu (firmu, objekt, štatistickú jednotku, jednotku pozorovania). Čo bude **j** je zložitejší problém. Zdá sa, že najjednoduchšie prípustné riešenie je **fiktívny bod** – vektor maximálnych resp. minimálnych hodnôt (podľa žiaduceho smeru vývoja) ukazovateľov  $X_1, X_2, \dots, X_M$ . Fiktívny bod z maximálnych resp. minimálnych jednotlivých ukazovateľov  $X_1, X_2, \dots, X_M$  predstavuje potenciálne najlepší výsledok z pohľadu syntetickej vlastnosti, a veľkosť vzdialeností  $Y$  od tohto fiktívneho bodu je mierou syntetickej vlastnosti – najmenšia hodnota je najbližšie k fiktívnemu bodu a teda situácia zodpovedajúca tejto najmenšej hodnote je z pohľadu syntetickej vlastnosti najlepšia. Čím je vzdialenosť väčšia, tým je to z pohľadu syntetickej vlastnosti horšie.

Postup metódy Mahalsnobisovej vzdialenosti od fiktívneho bodu:

1. Zistíme vektor hodnôt  $(X_{1i}, X_{2i}, \dots, X_{Mi})$  ukazovateľov  $X_1, X_2, \dots, X_M$  za **n** situácií ( $i = 1, 2, \dots, n$ ).
2. Nájdeme fiktívny bod  $(X_{1f}, X_{2f}, \dots, X_{Mf})$ . Nech žiaduci smer vývoja je rast. Potom fiktívny bod určíme na základe vzťahu  $(X_{1f}, X_{2f}, \dots, X_{Mf}) = (X_{1MAX}, X_{2MAX}, \dots, X_{MAX})$
3. Vypočítame **n** vektorov vzdialeností jednotlivých situácií **i** od fiktívneho bodu **f**

$$(x_i - x_f) \quad \text{pre } i = 1, 2, \dots, n$$
4. Vypočítame kovariančnú maticu **S** (nástroj Kovariance).
5. Vypočítame inverznú maticu  $S^{-1}$  (funkcia MINVERSE).
6. Dvojnásobným použitím funkcie MMULT vypočítame vzdialenosť  $Y_i$  **i**-tej situácie od fiktívneho bodu ( $i = 1, 2, \dots, n$ ).
7. Výsledné hodnoty  $Y_i$  usporiadame podľa veľkosti resp. vstupného poradia a prezentujeme.

### Poznámky k výsledkom

Pri interpretácii výsledkov si treba jednoznačne uvedomiť, že umiestnenie a zodpovedajúce hodnoty, či v poradiach, či normovaných hodnotách sú určené len na základe hodnôt vo východiskovom súbore premenných  $X_1, X_2, \dots, X_M$  (matice hodnôt rozmeru  $N \times M$ ) a robiť iné závery, než o umiestnení v danom súbore môže byť dosť odvážne a často aj nie úplne korektné.

Iný problém interpretácie hodnôt  $Y_i$  predstavuje variabilita hodnôt  $Z_{1i}, Z_{2i}, \dots, Z_{Mi}$ . Čím je ich variabilita vyššia, tým je vypovedacia sila hodnoty  $Y_i$  menej spoľahlivá. Variabilitu môžeme posúdiť cez variačné rozpätie transformovaných hodnôt ( $Z_{max} - Z_{min}$ ) alebo priamo cez hodnotu smerodajnej odchýlky z hodnôt  $Z_{1i}, Z_{2i}, \dots, Z_{Mi}$ .

Tretí okruh problémov predstavuje fakt, že čo metóda to výsledok a často sú tieto výsledky dosť iné. Prvým zdrojom rozdielov je použitie nevhodnej metódy. Použitie normálneho normovania (2) na iné než normálne rozdelené premenné  $X_1, X_2, \dots, X_M$  nie je práve najšťastnejší prístup, ale v praxi sa napriek tomu, hoci nie korektné, často používa. Ďalším zdrojom je fakt, že jednotlivé z premenných  $X_1, X_2, \dots, X_M$  môžu mať aj normálne rozdelenie, ale niektoré aj úplne iné, než normálne rozdelenie.

Metódy poradií, normálneho normovania, rovnomerného normovania sú jednoduchšie metódy, ktoré vychádzajú z predpokladu nezávislosti hodnôt jednotlivých premenných  $X_1, X_2, \dots, X_M$ . V praxi je dostatočná nezávislosť nie až taký častý jav.

Často záujemcovia vypočítajú hodnoty syntetickej premennej  $Y$  a zodpovedajúce výsledné poradia na základe všetkých im známych metód a skúmajú vzájomnú závislosť poradií podľa jednotlivých metód. Úplná zhoda výsledkov je však veľmi zriedkavá, jednotlivé

výsledky dávajú aspoň čiastočne nespornú informáciu o umiestnení niektorých jednotiek, ale zvyšok jednoznačného usporiadania musí príslušný autor určiť aj tak sám.

Iný aspekt interpretácie predstavuje prezentácia hodnôt. Autor preferuje empirické pravidlo, že sumár výsledkov má byť na jednej strane alebo jednej obrazovke s dostatočne veľkými rozmermi písmen.

Formálne môžu byť výsledky viacrozmerného usporiadania prezentované dvoma spôsobmi. Prvý predstavuje usporiadanie riadkov podľa vstupného poradia (abecedné poradie, kódové poradie a pod.), druhý predstavuje usporiadanie riadkov typu „ligová tabuľka“, keď v prvom riadku je najlepšia firma (jednotka súboru) a na poslednom riadku najhoršia firma. Pri prezentácii treba zväžiť, či okrem názvu firmy (jednotky) a jej poradia uviesť aj hodnoty syntetickej premennej  $Y$ , transformovaných premenných  $Z_1, Z_2, \dots, Z_M$ , pôvodných premenných  $X_1, X_2, \dots, X_M$ , alebo aj vybrané štatistiky tak za riadky, ako aj za stĺpce tabuľky.

### Príklad 1

Nech za rok 2005 poznáme údaje o výnosoch ( $V$ ), výsledku hospodárenia ( $Z$ ), osobných nákladoch ( $ON$ ), pridanej hodnote ( $PH$ ), vlastnom imaní a záväzkoch spolu ( $CK$ ) a vlastnom imaní ( $VI$ ) v mil. Sk za jednotlivé oddiely (OKEČ2) podľa OKEČ priemyselnej výroby.

Úlohou je usporiadať oddiely OKEČ podľa ekonomickej efektívnosti metódami váženého súčtu poradií, normálne normovanej premennej, rovnomerne normovanej premennej a Mahalanobisovej vzdialenosti od fiktívneho bodu.

Východiskové údaje sú v tab. 1. Sú v mil. Sk. V závere tabuľky sú vypočítané hodnoty vybraných štatistík pre jednotlivé premenné slúžiace k charakteristike rozdelenia hodnôt jednotlivých premenných (minimum maximum, priemer, smerodajná odchýlka). Štatistika Spolu (úhrn) sa využije k výpočtu váženého tvaru relatívnych ukazovateľov efektívnosti, ktoré môžeme porovnať s jednoduchými tvarmi.

Syntetickú vlastnosť „ekonomická efektívnosť“ vyjadríme skupinou 5 relatívnych ukazovateľov efektívnosti:

$ZV = 100 * Z / V$  – ziskovosť (rentabilita výnosov),

$ZVI = 100 * Z / VI$  – rentabilita vlastného imania,

$PHON = PH / ON$  – finančná produktivita práce,

$PHV = 100 * PH / V$  – podiel pridanej hodnoty vo výnosoch,

$VCK = V / CK$  – účinnosť (produktivita) celkového kapitálu meraná výnosmi.

Vypočítané hodnoty relatívnych ukazovateľov sú v tab. 2. V závere tabuľky v riadku Spolu sú vypočítané hodnoty pre jednotlivé ukazovatele za Priemyselnú výrobu akocelok. Ďalej sú vypočítané vybrané štatistiky potrebné k medzivýpočtom v jednotlivých metódach (minimum, maximum, priemer a smerodajná odchýlka).

Tab. 1 Hodnoty absolútnych ukazovateľov v mil. Sk, rok 2005

OKEČ2	V	Z	PH	ON	CK	VI
15	86 297	-105	12 813	7 578	60 291	19 698
16	2 404	312	201	142	2 991	2 212
17	9 230	-75	2 846	2 309	7 993	2 189
18	9 873	68	3 865	3 484	6 376	2 225
19	13 348	317	2 973	2 285	6 213	1 043
20	21 124	-108	3 604	2 235	16 615	3 921
21	36 112	612	5 989	2 277	39 241	21 423

22	20 230	831	4 745	2 861	14 040	5 153
23	127 761	8 596	17 811	3 549	71 517	51 964
24	42 654	1 711	7 338	3 541	34 221	20 092
25	40 377	935	7 620	4 176	27 521	11 802
26	50 193	2 255	13 629	6 044	49 535	18 988
27	149 079	18 496	34 484	13 265	108 787	63 058
28	60 050	1 997	13 172	8 405	36 751	11 204
29	75 016	1 591	16 693	10 892	54 616	18 870
30	3 216	89	588	387	1 667	358
31	64 926	1 573	13 853	9 286	35 528	11 049
32	72 853	1 054	4 493	2 937	30 013	7 378
33	10 826	485	2 876	1 868	7 115	3 080
34	211 882	5 806	21 658	8 423	103 387	54 918
35	12 353	140	2 501	1 916	8 755	3 853
36	31 554	1 106	5 755	3 274	17 106	4 221
37	3 616	102	735	441	2 159	820
Spolu	1154971	47 788	200239	101 576	742 440	339 520
min	2 404	-108	201	142	1 667	358
max	211 882	18 496	34 484	13 265	108 787	63 058
priemer	50 216	2 078	8 706	4 416	32 280	14 762
std	52 842	4 113	8 285	3 557	30 732	18 078

Tab. 2 Hodnoty čiastkových ukazovateľov efektívnosti

OKEC2	ZV	ZVI	PHON	PHV	VCK
15	-0,12	-0,53	1,69	14,85	1,43
16	12,97	14,09	1,41	8,36	0,80
17	-0,82	-3,44	1,23	30,83	1,15
18	0,69	3,06	1,11	39,15	1,55
19	2,38	30,44	1,30	22,27	2,15
20	-0,51	-2,76	1,61	17,06	1,27
21	1,70	2,86	2,63	16,58	0,92
22	4,11	16,13	1,66	23,46	1,44
23	6,73	16,54	5,02	13,94	1,79
24	4,01	8,52	2,07	17,20	1,25
25	2,31	7,92	1,82	18,87	1,47
26	4,49	11,88	2,25	27,15	1,01
27	12,41	29,33	2,60	23,13	1,37
28	3,33	17,83	1,57	21,93	1,63
29	2,12	8,43	1,53	22,25	1,37
30	2,77	24,92	1,52	18,29	1,93
31	2,42	14,23	1,49	21,34	1,83
32	1,45	14,29	1,53	6,17	2,43
33	4,48	15,75	1,54	26,56	1,52
34	2,74	10,57	2,57	10,22	2,05
35	1,14	3,64	1,31	20,25	1,41
36	3,50	26,19	1,76	18,24	1,84

37	2,82	12,45	1,67	20,32	1,67
Spolu	4,14	14,08	1,97	17,34	1,56
Min	-0,82	-3,44	1,11	6,17	0,80
Max	12,97	30,44	5,02	39,15	2,43
priemer	3,35	12,28	1,87	19,93	1,53
Std	3,42	9,53	0,81	7,19	0,40

Tabuľky tab. 3 až 5 obsahujú výsledky podľa jednotlivých metód viacrozmerného usporiadania.

Tab. 3 Výsledky metódy váženého súčtu poradí

OKEC2	P1	P2	P3	P4	P5	YP	IYP
15	21	21	9	19	14	84	20
16	1	11	19	22	23	76	18
17	23	23	22	2	20	90	22
18	20	19	23	1	10	73	17
19	14	1	21	7	2	45	6
20	22	22	12	17	18	91	23
21	17	20	2	18	22	79	19
22	6	7	11	5	13	42	4
23	3	6	1	20	7	37	2
24	7	15	6	16	19	63	13
25	15	17	7	13	12	64	14
26	4	13	5	3	21	46	8
27	2	2	3	6	17	30	1
28	9	5	13	9	9	45	7
29	16	16	15	8	16	71	16
30	11	4	17	14	4	50	9
31	13	10	18	10	6	57	12
32	18	9	16	23	1	67	15
33	5	8	14	4	11	42	5
34	12	14	4	21	3	54	11
35	19	18	20	12	15	84	21
36	8	3	8	15	5	39	3
37	10	12	10	11	8	51	10
Spolu	6	12	7	16	10	51	

Poradia jednotlivých čiastkových premenných sú označené P1, P2, P3, P4 a P5, normálne normované hodnoty sú označené Z1, Z2, Z3, Z4 a Z5, rovnomerne normované hodnoty sú označené R1, R2, R3, R4 a R5. Predposledný stĺpec tabuliek začínajúci písmenom Y (YP, YZ a YR) obsahuje úhrn syntetickej funkcie Y vypočítanej pre príslušnú metódu podľa vzťahu (1). Posledný stĺpec tabuliek začínajúci písmenom I (IYP, IYZ a IYR) obsahuje poradie oddielu OKEČ v súbore oddielov za priemyselnú výrobu SR.

Tab. 4 Výsledky metódy normálne normovanej premennej

OKEC2	Z1	Z2	Z3	Z4	Z5	YZ	IYZ
15	-1,02	-1,34	-0,22	-0,71	-0,26	-3,54	22
16	2,81	0,19	-0,56	-1,61	-1,85	-1,02	15
17	-1,22	-1,65	-0,78	1,52	-0,96	-3,09	21
18	-0,78	-0,97	-0,93	2,67	0,04	0,03	12
19	-0,28	1,91	-0,70	0,33	1,55	2,80	3
20	-1,13	-1,58	-0,31	-0,40	-0,67	-4,08	23
21	-0,48	-0,99	0,94	-0,47	-1,55	-2,55	20
22	0,22	0,40	-0,25	0,49	-0,24	0,62	8
23	0,99	0,45	3,89	-0,83	0,64	5,13	2
24	0,19	-0,39	0,26	-0,38	-0,73	-1,05	16
25	-0,30	-0,46	-0,05	-0,15	-0,17	-1,13	17
26	0,33	-0,04	0,48	1,00	-1,32	0,46	10
27	2,65	1,79	0,91	0,45	-0,42	5,37	1
28	-0,01	0,58	-0,37	0,28	0,25	0,74	7
29	-0,36	-0,40	-0,41	0,32	-0,41	-1,26	18
30	-0,17	1,33	-0,43	-0,23	1,00	1,50	5
31	-0,27	0,21	-0,46	0,20	0,74	0,41	11
32	-0,56	0,21	-0,41	-1,91	2,26	-0,42	14
33	0,33	0,36	-0,40	0,92	-0,03	1,18	6
34	-0,18	-0,18	0,87	-1,35	1,30	0,47	9
35	-0,65	-0,91	-0,69	0,04	-0,31	-2,51	19
36	0,04	1,46	-0,13	-0,24	0,78	1,92	4
37	-0,16	0,02	-0,24	0,05	0,35	0,03	13
Spolu	0,23	0,19	0,13	-0,36	0,05	0,24	

Tab. 5 Výsledky metódy rovnomerne normovanej premennej

OKEC2	R1	R2	R3	R4	R5	YR	IYR
15	0,05	0,09	0,15	0,26	0,39	0,19	22
16	1,00	0,52	0,08	0,07	0,00	0,33	15
17	0,00	0,00	0,03	0,75	0,22	0,20	21
18	0,11	0,19	0,00	1,00	0,46	0,35	14
19	0,23	1,00	0,05	0,49	0,83	0,52	3
20	0,02	0,02	0,13	0,33	0,29	0,16	23
21	0,18	0,19	0,39	0,32	0,07	0,23	20
22	0,36	0,58	0,14	0,52	0,39	0,40	8
23	0,55	0,59	1,00	0,24	0,61	0,60	2
24	0,35	0,35	0,25	0,33	0,27	0,31	16
25	0,23	0,34	0,18	0,39	0,41	0,31	17
26	0,39	0,45	0,29	0,64	0,13	0,38	11
27	0,96	0,97	0,38	0,51	0,35	0,63	1
28	0,30	0,63	0,12	0,48	0,51	0,41	7
29	0,21	0,35	0,11	0,49	0,35	0,30	18
30	0,26	0,84	0,10	0,37	0,69	0,45	5



31	0,23	0,52	0,10	0,46	0,63	0,39	9
32	0,16	0,52	0,11	0,00	1,00	0,36	13
33	0,38	0,57	0,11	0,62	0,44	0,42	6
34	0,26	0,41	0,37	0,12	0,77	0,39	10
35	0,14	0,21	0,05	0,43	0,37	0,24	19
36	0,31	0,87	0,17	0,37	0,64	0,47	4
37	0,26	0,47	0,14	0,43	0,54	0,37	12
Spolu	0,36	0,52	0,22	0,34	0,46	0,38	

K výpočtu Mahalanobisovej vzdialenosti musíme určiť bod  $f$ , od ktorého budeme počítať vzdialenosť. Nech týmto fiktívnym bodom je bod  $s$  s maximálnymi hodnotami jednotlivých relatívnych ukazovateľov:

$(ZV_f, ZVI_f, PHON_f, PHV_f, VCK_f) = (12,97; 30,44; 5,02; 39,15; 2,43)$

Rozdiely vektorov konkrétneho  $i$ -teho pozorovania a fiktívneho pozorovania  $f$  sú v tab. 6.

Tab. 6 Vektory rozdielov od fiktívneho bodu

OKEC2	ZV	ZVI	PHON	PHV	VCK
Xf	12,97	30,44	5,02	39,15	2,43
(X15-Xf)	-13,09	-30,97	-3,33	-24,30	-1,00
(X16-Xf)	0,00	-16,35	-3,61	-30,79	-1,62
(X17-Xf)	-13,78	-33,88	-3,79	-8,31	-1,27
(X18-Xf)	-12,28	-27,39	-3,91	0,00	-0,88
(X19-Xf)	-10,59	0,00	-3,72	-16,87	-0,28
(X20-Xf)	-13,48	-33,21	-3,41	-22,09	-1,16
(X21-Xf)	-11,27	-27,59	-2,39	-22,56	-1,51
(X22-Xf)	-8,86	-14,31	-3,36	-15,69	-0,99
(X23-Xf)	-6,24	-13,90	0,00	-25,20	-0,64
(X24-Xf)	-8,96	-21,93	-2,95	-21,94	-1,18
(X25-Xf)	-10,65	-22,52	-3,19	-20,27	-0,96
(X26-Xf)	-8,47	-18,57	-2,76	-11,99	-1,41
(X27-Xf)	-0,56	-1,11	-2,42	-16,01	-1,06
(X28-Xf)	-9,64	-12,62	-3,45	-17,21	-0,79
(X29-Xf)	-10,85	-22,01	-3,49	-16,89	-1,05
(X30-Xf)	-10,20	-5,52	-3,50	-20,86	-0,50
(X31-Xf)	-10,55	-16,21	-3,53	-17,81	-0,60
(X32-Xf)	-11,52	-16,16	-3,49	-32,98	0,00
(X33-Xf)	-8,49	-14,69	-3,48	-12,58	-0,91
(X34-Xf)	-10,23	-19,87	-2,45	-28,92	-0,38
(X35-Xf)	-11,83	-26,80	-3,71	-18,90	-1,02
(X36-Xf)	-9,46	-4,25	-3,26	-20,91	-0,58
(X37-Xf)	-10,15	-18,00	-3,35	-18,82	-0,75
(XSp-Xf)	-8,83	-16,37	-3,05	-21,81	-0,87

K vlastným výpočtom potrebujeme ďalej kovariačnú maticu  $S$ , ktorej konkrétny tvar je nasledujúci:

COV	ZV	ZVI	PHON	PHV	VCK
ZV	0,95652	0,5321	0,33	-0,215	-0,231
ZVI	0,53206	0,9565	0,1346	-0,103	0,4526
PHON	0,32995	0,1346	0,9565	-0,293	0,0161
PHV	-0,21506	-0,103	-0,293	0,9565	-0,217
VCK	-0,23128	0,4526	0,0161	-0,217	0,9565

a inverznú kovariančnú maticu  $S^{-1}$ , ktorej tvar je nasledujúci:

COV <sub>inv</sub>	ZV	ZVI	PHON	PHV	VCK
ZV	4,08694	-3,415	-0,674	0,9891	2,8401
ZVI	-3,41548	4,236	0,3605	-0,891	-3,038
PHON	-0,67415	0,3605	1,2981	0,2148	-0,307
PHV	0,98915	-0,891	0,2148	1,462	0,9889
VCK	2,84009	-3,038	-0,307	0,9889	3,3994

Prenásobením matice odchýlok od fiktívneho bodu s inverznou maticou  $S^{-1}$ , a prenasobením výsledku transponovanou maticou odchýlok od fiktívneho bodu dostaneme vektor  $Y$  s hodnotami vzdialeností jednotlivých situácií od fiktívneho (najlepšieho, s najvyššími hodnotami čiastkových ukazovateľov efektívnosti) bodu. Konkrétne hodnoty  $Y$  ( $Y_{mah}$ ) sú uvedené v tab. 7.

Tabuľka 7 obsahuje súhrn výsledkov viackriteriálneho usporiadania podľa ekonomickej efektívnosti oddielov OKEČ patriacich do priemyselnej výroby v SR v roku 2005 podľa jednotlivých metód. V stĺpcoch začínajúcich písmenom  $Y$  sú hodnoty syntetickej premennej pre jednotlivé oddiely OKEČ vypočítané podľa metódy váženého súčtu poradí (YP), metódy normálneho normovania (YZ), metódy rovnomerného normovania (YR) a metódy Mahalanobisovej vzdialenosti od fiktívneho bodu (YMah) a v stĺpcoch začínajúcich písmenom  $I$  zodpovedajúce poradia oddielu OKEČ podľa dosiahnutej ekonomickej efektívnosti zodpovedajúcej príslušnej metóde. Riadky v tabuľke sú usporiadané podľa výsledkov Mahalanobisovej metódy.

Tab. 7 Súhrnná tabuľka výsledkov jednotlivých metód

OKEC2	YP	YZ	YR	YMah	IYP	IYZ	IYR	IYMah
27	30	5,37	0,63	420	1	1	1	1
33	42	1,18	0,42	488	5	6	6	2
22	42	0,62	0,40	585	4	8	8	3
28	45	0,74	0,41	635	7	7	7	4
26	46	0,46	0,38	670	8	10	11	5
31	57	0,41	0,39	753	12	11	9	6
37	51	0,03	0,37	866	10	13	12	7
23	37	5,13	0,60	1003	2	2	2	8
29	71	-1,26	0,30	1026	16	18	18	9
30	50	1,50	0,45	1067	9	5	5	10
36	39	1,92	0,47	1092	3	4	4	11

25	64	-1,13	0,31	1202	14	17	17	12
19	45	2,80	0,52	1246	6	3	3	13
24	63	-1,05	0,31	1265	13	16	16	14
18	73	0,03	0,35	1444	17	12	14	15
35	84	-2,51	0,24	1513	21	19	19	16
34	54	0,47	0,39	1534	11	9	10	17
16	76	-1,02	0,33	1672	18	15	15	18
21	79	-2,55	0,23	1716	19	20	20	19
32	67	-0,42	0,36	1821	15	14	13	20
15	84	-3,54	0,19	2147	20	22	22	21
17	90	-3,09	0,20	2191	22	21	21	22
20	91	-4,08	0,16	2327	23	23	23	23
Spolu	51	0,24	0,38	943				

Pri pohľade na tabuľku môžeme jednoznačne konštatovať, že najlepšiu efektívnosť dosiahol oddiel 27 Výroba kovov. Podľa všetkých metód sa umiestnil na prvom mieste. Naopak najhoršiu pozíciu má oddiel 20 Spracúvanie dreva a výrobkov z dreva ... . Dosť jednoznačné je aj zlé umiestnenie oddielov 15 (Výroba potravín a nápojov) a 17 (Výroba textílií). Medzi 2. a 20. miestom máme zmes výsledkov a je na individuálnom riešiteľovi, pre ktorú verziu výsledkov sa rozhodne. Autor preferuje metódu Mahalanobisovej vzdialenosti, ktorá v svojej podstate ( $S^{-1}$ ) berie do úvahy aj mieru vzájomnej závislosti individuálnych hodnôt medzi jednotlivými ukazovateľmi.

K posúdeniu miery vzájomnej závislosti medzi výsledkami jednotlivých metód môžeme použiť korelačnú maticu (nástroj Correlation v Exceli). Výsledky pozri v tab.8

Tab. 8 Korelačná matica medzi výsledkami jednotlivých metód

	YP	YZ	YR	Ymah	IYP	IYZ	IYR	IYMah
YP	1							
YZ	-0,91	1						
YR	-0,91	1,00	1					
Ymah	0,86	-0,72	-0,72	1				
IYP	0,99	-0,91	-0,91	0,83	1			
IYZ	0,94	-0,96	-0,96	0,73	0,94	1		
IYR	0,94	-0,95	-0,97	0,74	0,94	0,99	1	
IYMah	0,84	-0,70	-0,70	0,99	0,82	0,71	0,72	1

Pri analýze hodnôt korelačnej matice môžeme zistiť, že výsledky metódy Mahalanobisovej vzdialenosti sa trochu odlišujú od ostatných metód. Aj tak, je najnižšia dosiahnutá hodnota koeficientu korelácie vyše 0,7 dosť vysoká.

#### 4 Expertné postupy viacrozmerného usporiadania

Inú situáciu predstavuje viackriteriálne hodnotenie, v ktorom objekt hodnotíme podľa syntetickej vlastnosti  $Y$ , ktorú vyjadruje určitá bodovacia stupnica  $Z$  a rozmernosť úlohy predstavuje počet expertov, ktorý odhadujú syntetickú vlastnosť na základe počtu pridelených bodov  $Z_j$  jednotlivými expertmi ( $j = 1, 2, \dots, M$ ). Môžeme mať jedného alebo viac expertov.

Experti môžu hodnotiť syntetickú vlastnosť Y priamo ako jeden ukazovateľ alebo sprostredkovane cez čiastkové ukazovatele

#### 4.1 Transformácia skúmanej situácie do expertného hodnotenia

Jednou zo zásadných otázok na riešenie je, akú **bodovaciú stupnicu** použijeme na vyjadrenie expertného hodnotenia konkrétnej situácie. Bodovacia stupnica by mala byť rovnaká pre všetkých hodnotiteľov (predpokladá sa, že hodnotiteľmi sú experti, ale hodnotiteľmi môže byť aj ľubovoľná množina hodnotiteľov – samozrejme sa predpokladá, že vieme čo chceme hodnotením dosiahnuť). Tradičné sú stupnice typu:

- 1 – dobre
- 2 – stredne
- 3 – zlé

alebo

- 1 – veľmi dobre
- 2 – dobre
- 3 – priemerne resp. vyhovujúco
- 4 – zle
- 5 – veľmi zle

Poriadok od dobrého k zlému môžeme vymeniť na poriadok od zlého k dobrému.

Iné stupnice predstavujú bodové systémy od 1 po 10 bodov prípadne od 0 po 10 bodov. Najnižšia hodnota predstavuje najnižšiu intenzitu vlastnosti Y a najvyššia hodnota predstavuje najvyššiu intenzitu vlastnosti Y. Často sa vyskytujú bodové stupnice od 0 resp. od 1 po 100 bodov. Problémom je, že čím je viac bodov a čím je viac hodnotiteľov, tým je aj viac možností výkladu toho istého počtu bodov pri rôznych hodnotiteľoch.

Ďalšiu verziu bodových systémov predstavujú systémy s kladným, aj s zápornými bodmi. Napríklad ak máme zadanú cieľovú hodnotu, ktorú by sme mali dosahovať a odchýlky na jednu aj druhú stranu zhoršujú situáciu môžeme použiť stupnicu:

- 2 - nevyhovujúce neopraviteľné
- 1 - nevyhovujúce opraviteľné
- 0 - vyhovujúce
- +1 - dobré
- +2 - výborné
- +1 - dobré
- 0 - vyhovujúce
- 1 - nevyhovujúce opraviteľné
- 2 - nevyhovujúce neopraviteľné

V slovnej podobe sa podrobnejšie definuje stav +2 (výborne) a slovné definície odchýlok na jednu aj druhú stranu – slovne by mali byť podľa strany odchýlky iné, hoci bodová hodnota je rovnaká.

Tradičnými bodovými stupnicami sú stupnice typu:

- +2 – veľmi dobre
- +1 – dobre
- 0 – stredne resp. priemerne
- 1 – zle
- 2 – veľmi zle

s prípadnou možnosťou hodnotení s krokom pol boda až desatinu boda, alebo stupnica

- +3 – veľmi dobre
- +2 – dobre
- +1 – lepšie
- 0 – stredne resp. priemerne
- 1 – horšie
- 2 – zle
- 3 – veľmi zle

Tieto stupnice majú **nepárny** počet vymenovaných situácií a stred v nule. Keďže často v skupine menej „expertných“ resp. opatrných hodnotiteľov je silná tendencia prezentovať neutrálny postoj (t. j. dať počet bodov 0 – ani dobre, ani zle), pri vyhodnocovaní výsledkov hodnotenia môžeme mať stredné hodnotenie s výrazne väčšou početnosťou než je v skutočnosti.

Problém explicitnej nuly v bodovej stupnici môžeme potlačiť jej vylúčením z hodnotenia, čiže použijeme páry počet hodnotiacich situácií, pričom prvá polovica z hodnotení bude hodnotiť kladné stavy a druhá polovica záporné stavy. Napríklad

- +5 – výborne
- +3 – výrazne lepšie
- +1 – trochu lepšie
- 1 – trochu horšie
- 3 – výrazne horšie
- 5 – zle

alebo v trochu jednoduchšej podobe

- +3 – výrazne lepšie
- +1 – trochu lepšie
- 1 – trochu horšie
- 3 – výrazne horšie

Hodnotiteľ nemá k dispozícii stredné resp. priemerné hodnotenie a musí zaujať v svojom hodnotení kladný alebo záporný postoj.

Všetkým hodnotiteľom by malo byť jasné, čo hodnotia (sformulované v ciele viackriteriálneho usporiadania) a na základe svojho hodnotiteľského posúdenia situácie (stavu čiastkového ukazovateľa alebo priamo podľa ich predstavy o stave syntetickej vlastnosti) pridelia počet bodov.

#### 4.2 Výber expertov – hodnotenie situácie a mienka o situácii

Máme dve zásadné situácie. Buď chceme **expertné hodnotenie** situácie alebo chceme zistiť **názor** zúčastnených na situáciu. Expertné hodnotenie predpokladá účasť znalých expertov, kým hodnotiť situáciu môže a v realite aj, nezávisle na našej úlohe, hodnotí hocikto.

Expert musí byť aspoň jeden ( $M \geq 1$ ). V prípade jedného experta ide o ohodnotenie jedného objektu s jednou vlastnosťou jedným číslom. V prípade, že máme expertov viac ( $M$ ), každý ponúkne svoje bodové ohodnotenie  $Z_j$  a úlohou je zjednotiť tieto individuálne bodové hodnotenia  $Z_j$  do syntetickej premennej  $Y$ . Keďže bodovacia stupnica je rovnaká pre všetkých expertov, môžeme k určeniu hodnoty  $Y$  použiť vážený úhrn (4.2-1) alebo vážený priemer hodnôt (4.2-2).

$$Y = a_1 * Z_1 + a_2 * Z_2 + \dots + a_M * Z_M \quad (4.2-1)$$

resp.

$$Y = \frac{(a_1 * Z_1 + a_2 * Z_2 + \dots + a_M * Z_M)}{\sum_{j=1}^M a_j} \quad (4.2-2)$$

kde  $a_j$  sú váhy jednotlivých čiastkových ukazovateľov.

Jednou zo zásadných otázok je, **koľko expertov** bude hodnotiť. V prípade, že ide o zistenie názoru súboru hodnotiteľov, pri určení počtu hodnotiteľov ide o úlohu o úlohu reprezentatívnosti súboru hodnotiteľov. V prípade expertného hodnotenia ide o iný aspekt úlohy. Určenie počtu expertov je zvyčajne určené tým, koľko ich máme. Ale kto je expert? Veľmi ťažká otázka. Vyriešime ju jednoduchou nič nehovoriacou a zároveň všetko hovoriacou odpoveďou: Expert je expert. Pri vyhodnocovaní je lepšie, keď  $M$  - počet expertov je nepárne číslo a autor preferuje aspoň päť expertov ( $M \geq 5$ ) hoci pripúšťa, že aj jeden dobrý expert bohato stačí a možno jeho hodnotenie je kvalitnejšie ako hodnotenie skupiny expertov. Čím viac expertov, tým je väčší predpoklad, že ich skupina nie je dostatočne homogénna, a že musíme určiť váhy  $a_j$  jednotlivých expertov v hodnotiacej funkcii  $Y$  vo vzťahoch (4.2-1) resp. (4.2-2) a nastupuje problém váh  $a_j$  názoru  $j$ -teho experta (pre problém váh platí posledný odsek pred príkladom 4.1).

Vyhodnotenie postojov jednotlivých hodnotiteľov (expertov) sa môže použiť vážený úhrnný počet bodov (4.2-1) alebo vážený priemerný počet bodov (4.2-2). K bodovej stupnici  $a_j$  s jej už pred hodnotením vypracovanou interpretáciou má **samozrejme podstatne bližšie hodnotenie na základe** priemerného počtu bodov (4.2-2).

Hodnotenia objektu u jednotlivých hodnotiteľov majú svoju variabilitu. Jednak je rôznorodá kvalita schopnosti hodnotiť u jednotlivých hodnotiteľov, jednak je rôznorodá znalosť hodnoteného objektu, môžu sa vyskytnúť aj skresľujúce (náhodné, aj systematické) záujmy pri hodnotení. Časť tejto variability sa odstraňuje kombinovaným vyhodnotením. Napríklad sa škrtne najlepšie a najhoršie hodnotenie a z ostatných sa vypočíta úhrnný (4.2-1) alebo priemerný (4.2-2) počet bodov (napríklad výsledné hodnotenie krasokorčuliara na súťaži). Menej časté je výsledné hodnotenie na základe mediánu počtu bodov v súbore hodnotiteľov. Medián, podobne ako škrtnutie najlepšieho a najhoršieho individuálneho hodnotenia, svojou podstatou potláča vplyv extrémnych hodnotení v súbore hodnotení.

K celkovému hodnoteniu objektu a jeho kvality (samozrejme pri dostatočnom počte hodnotiteľov – aspoň 5) je okrem špecifikácie priemerného bodového hodnotenia (4.2-2) vhodné toto hodnotenie doplniť o hodnotu mediánu, minimálnu a maximálnu hodnotu a o smerodajnú odchýlku hodnotení. Zhoda priemeru a mediánu svedčí o nezošikmenosti rozdelenia individuálnych hodnotení, nízka smerodajná odchýlka a variačné rozpätie (rozdiel maximálneho a minimálneho hodnotenia) o blízkosti hodnotení jednotlivých hodnotiteľov.

### 4.3 Postup: jeden expert – jeden ukazovateľ

Najjednoduchšia je situácia keď hodnotíme syntetickú vlastnosť  $Y$  len jedným expertom.

Syntetickej vlastnosti zhruba všetci rozumejú, ale keď príde na detailnejší pohľad „stav: problematike vcelku rozumiem“ sa mení na „stav: problematike vcelku nerozumiem“. V takýchto situáciách k hodnoteniu syntetickej vlastnosti môžeme použiť experta, ktorý stav situácie vyjadrí, napríklad, na bodovej stupnici od -2 (veľmi zle) po +2 (veľmi dobre). A tak, keď si jednoduchý občan vypočuje, že expert ohodnotil situáciu známku -1 vie, že situácia je zlá, do neutrálnej nuly je dosť ďaleko a zhruba rovnako ďaleko (ale z opačnej strany) je do -2 (veľmi zlé – horšie už byť nemôže).

### Príklad 4.1

Budeme analyzovať roky 2006 a 2007 a miesto Slovenskej republiky v Európskej únii. Všetci vieme, že situácia so zamestnanosťou a nezamestnanosťou v Slovenskej republike nie je zrovna růžová, zdá sa, že sa zlepšuje (lebo miera nezamestnanosti sa zdá dosť výrazne znížila). Časť z nás ani netuší, že analýza zamestnanosti a analýza nezamestnanosti sú dve rozličné úlohy. Málokto má konkrétnejšiu predstavu, čo je to Výberové zisťovanie pracovných síl, prípadne čo je to Ústredie práce, sociálnych vecí a rodiny. Nieкто možno spomenie nejaké číslo okolo 10 % (ale z čoho to už bude asi neriešiteľná otázka). A keď sa povie Eurostat, tak sme síce vystúpili z národnej úrovne na európsku, ale môže nastať problém, či pojem Eurostat je spojený s peňažnou jednotkou eurom alebo dôležité je to „stat“ (a čo to vôbec je?).

Zásadná otázka znie: Ako sme na tom s nezamestnanosťou v rokoch 2006 a 2007 z pohľadu Európskej únie?

K riešeniu úlohy použijeme jedného experta, ktorý situáciu Slovenskej republiky v oblasti nezamestnanosti oznámkuje na bodovej stupnici od -2 (veľmi zlá) po +2 (veľmi dobrá).

Oznámkovanie experta je nasledujúce:

rok 2006: -1,9 bodu

rok 2007: -2 body

t.j. z veľkej biedy v roku 2006 sme sa dostali na úroveň -2 (tak zle, že horšie už byť nemôže).

Pre väčšinu radových občanov je to dosť nečakaný záver. Situácia v oblasti nezamestnanosti sa v SR v roku 2007 oproti roku 2006 výrazne zlepšila a napriek tomu hodnotenie roku 2007 je -2 (horšie už nemôže byť). Je to hodnotenie experta správne alebo môžeme porozprávať nejaký vtíp charakterizujúci tiež kvalitu experta?

Po tejto pripomienke sa expert zamyslel nad svojimi kvalitami, nad svojím oznámkovaním situácie a známokovanie a závery nezmenil (zmena známokovania alebo záverov svedčí skôr o nižšej spoľahlivosti experta). Čím argumentuje v prospech svojho známokovania a hodnotenia situácie?

1. Ide o postavenie Slovenska v EU a nie vnútorný vývoj v SR.
2. Podľa

Eurostatu:

([http://epp.eurostat.ec.europa.eu/portal/page?\\_pageid=1090,30070682,1090\\_3307657\\_6&\\_dad=portal&\\_schema=PORTAL](http://epp.eurostat.ec.europa.eu/portal/page?_pageid=1090,30070682,1090_3307657_6&_dad=portal&_schema=PORTAL)), v časti tabuliek (TABLES), v časti Structural indicators – full view, v časti Employment/unemployment rate-total sa dá zistiť, že miera nezamestnanosti – spolu (v rovnakej metodike Eurostatu pre všetky krajiny EU) bola v roku 2006 v hodnotách: EU27 – 8,2 %, EU25 – 8,2 %, najlepšia krajina – 3,9%, najhoršia krajina – 13,8 % a Slovenská republika – 13,4 % a v roku 2007 v hodnotách: EU27 – 7,1 %, EU25 – 7,2 %, najlepšia krajina – 3,2%, najhoršia krajina – 11,3 % a Slovenská republika – 11,3 %.

V roku 2006 bola Slovenská republika v miere nezamestnanosti na druhom najhoršom mieste, tesne pred Poľskom a expert oznámkoval toto umiestnenie známkou -1,9 bodu. V roku 2007 sa oproti roku 2006 situácia v nezamestnanosti v SR aj v Poľsku aj v EU zlepšila. Miera zlepšenia v Poľsku bola vyššia ako v SR a tak si krajiny SR a Poľsko v roku 2007 vymenili miesto a poslednou je Slovenská republika. Na bodovej stupnici od -2 po +2 tomu zodpovedá známka -2 (veľmi zle – horšie ako posledné miesto už nemôže byť).

### 4.4 Postup: jeden expert – viac ukazovateľov

Situácia je dosť podobná hodnotenie postupom: jeden expert – jeden ukazovateľ opísanej v predchádzajúcej časti. Na rozdiel, keď hodnotil syntetickú vlastnosť priame teraz expert hodnotí úroveň syntetickej vlastnosti Y nepriamo prostredníctvom transformácie

množiny čiastkových ukazovateľov  $X_1, X_2, \dots, X_M$  vyjadrujúcej syntetickú vlastnosť  $Y$  na množinu transformovaných ukazovateľov  $Z_1, Z_2, \dots, Z_M$  s bodovými hodnotami, napríklad, na stupnici od -2 po +2. K agregácii transformovaných hodnôt  $Z_1, Z_2, \dots, Z_M$  na hodnotu syntetickej premennej  $Y$  sa použije vážený priemer

$$Y = \frac{(a_1 * Z_1 + a_2 * Z_2 + \dots + a_M * Z_M)}{\sum_{j=1}^M a_j} \quad (4.2-2)$$

kde  $a_j$  sú váhy jednotlivých čiastkových ukazovateľov a dostávame priemerný počet bodov na jeden ukazovateľ (od -2 po +2). V prípade, že váhy sú jednotkové (resp. rovnaké) vážený tvar je zhodný s jednoduchým.

Praktickú ukážku predstavuje postup pre len jedného experta (hodnotiteľa) v odseku o postupe v situácii viac expertov – viac ukazovateľov v časti 4.6.

#### 4.5 Postup: viac expertov – jeden ukazovateľ

Máme jeden objekt, ktorý hodnotíme podľa syntetickej vlastnosti  $Y$  vypočítanej z bodovacej premennej  $Z$  a  $M$  expertov, ktorí hodnotia.

Syntetická vlastnosť ( $Y$ ) musí byť pomerne jednoznačne popísaná (efektívny; veľký; spoľahlivý; kvalitný; a pod.), pričom je veľmi ťažko ju vyjadriť hodnotou jedného konkrétneho ukazovateľa. K jej vyjadreniu použijeme priame vyjadrenie syntetickej vlastnosti ( $Y$ ) pomocou počtu bodov.

Riešenie úlohy viackriteriálneho hodnotenia podľa syntetickej vlastnosti  $Y$  na prvý pohľad sa zdá byť jednoduché, predsa len pri praktickej realizácii je tu niekoľko problémov. Postup si ukážeme na príklade, v ktorom ide o zistenie názoru súboru hodnotiteľov na syntetickú vlastnosť  $Y$ .

#### Príklad 4.2

V roku 2003 v rámci vedecko-výskumnej úlohy Ekonomickej univerzity č. 190005/02 „Reflexie študentov a absolventov na štúdium na Ekonomickej univerzite v Bratislave“ v rámci dotazníkového prieskumu bola položená aj otázka č. 14: Na predloženej stupnici (podobne ako je známkovanie v škole) uveďte, za aké náročné pokladáte Vy osobne štúdium na Ekonomickej univerzite (V porovnaní so štúdiom na iných univerzitách):

	veľmi náročné			veľmi ľahké	
	1	2	3	4	5

Dotazník vyplňovalo 842 respondentov a jednotlivé odpovede boli nasledujúce:

Náročnosť	Počet
1	14
2	126
3	460
4	200
5	40
bez odpovede	2
Spolu	842

Z odpovedí vidíme, že najvýraznejšiu skupinu predstavuje odpoveď 3 (t.j. ani náročné, ani ľahké – stredné, priemerné). Posuv k náročnosti predstavuje 140 odpovedí (14+126) a posuv



k ľahkosti predstavuje 240 odpovedí (200+40). Z týchto odpovedí možno urobiť záver o skôr ľahkom ako ťažkom štúdiu na EU. Aj syntetická premenná Y – súhrnné hodnotenie náročnosti štúdia na EU počtom bodov medzi 1 až 5 – sa rovná 3.14 (trochu ďalej za stredom rovným 3 bodom smerom k ľahšiemu štúdiu). Hodnotu 3.14 sme vypočítali ako úhrn pridelených bodov (2646) delené počet odpovedajúcich respondentov (840 – dvaja neodpovedali).

Bodovú stupnicu môžeme transformovať z verzie +5 (najmenej náročné) až +1 (veľmi náročné) na stupnicu od -2 (veľmi zle) po +2 (veľmi dobre). Stred +3 v použitej stupnici zodpovedá stred 0 v transformovanej stupnici.

Iným spôsobom celkového hodnotenia je vynechanie prostredných hodnôt (3 - t. j. ani náročné, ani ľahké – stredné, priemerné) a agregátne hodnotenie konštruovať ako pomer, v čitateli ktorého je rozdiel počtu kladných a záporných hodnotení (jednoduchý alebo vážený) a v menovateli je súčet počtu kladných a záporných hodnotení (jednoduchý alebo vážený). Od chýbajúcich hodnôt sa abstrahuje. Pôvodná stupnica od 1 po 5 resp. od 5 po 1 bod sa transformuje na stupnicu od -2 po +2 od najhoršieho hodnotenia po najlepšie hodnotenie.

Nevážený koeficient k1 vypočítame

$$k1 = \frac{(+1 * 14 + 1 * 126 + 0 * 460 - 1 * 200 - 1 * 40)}{(+1 * 14 + 1 * 126 + 0 + 1 * 200 + 1 * 40)} = \frac{-100}{380} = -0.26$$

Váhy oboch stupňov kladných odpovedí sú +1, váhy oboch stupňov záporných odpovedí sú -1.

Vážený koeficient k2 vypočítame

$$k2 = \frac{(+2 * 14 + 1 * 126 + 0 * 460 - 1 * 200 - 2 * 40)}{(+2 * 14 + 1 * 126 + 0 + 1 * 200 + 2 * 40)} = \frac{-126}{434} = -0.29$$

Vo váženom tvare váhy predstavujú počty bodov na novej transformovanej stupnici. V oboch prípadoch koeficienty vyšli mierne až stredne záporne (žaduci smer vývoja je vyššia náročnosť štúdia).

Všeobecný zápis **koeficienta hodnotenia situácie k2** je nasledujúci:

$$k2 = \frac{\sum z_i n_i}{\sum |z_i| * n_i}$$

kde je i – stupeň hodnotenia,  $z_i$  – počet bodov na transformovanej bodovej stupnici od -2 po +2,  $n_i$  – počet hodnotiacich stupňom hodnotenia do stupňa i. Koeficient nadobúda hodnotu 0 ak vážený súčet je kladných hodnotení je v absolútnej hodnote rovný váženému súčtu záporných odpovedí. Ak sú len kladné odpovede, koeficient k2 sa rovná +1, ak sú len záporne odpovede, koeficient k2 sa rovná -1.

#### 4.6 Postup: viac expertov – viac ukazovateľov

Môžu byť zložené situácie, keď hodnotenie objektu syntetickou vlastnosťou Y vyjadrujeme cez niekoľko čiastkových podvlastností Y1, Y2, ..., YM a hodnotenie každej z týchto čiastkových podvlastností Y1, Y2, ..., YM vyjadrujeme bodovým hodnotením skupiny N expertov. Výsledkom je bodové hodnotenie skúmanej syntetickej vlastnosti Y vychádzajúce z hodnotení N expertov a M podvlastností YJ, kde J = 1, 2, ..., M (M čiastkových ukazovateľov) reprezentujúcich syntetickú vlastnosť Y. V jednom hodnotení sa spájajú postupy z predchádzajúcich častí 3.3.

V takomto zložitejšom prípade je potreba homogénosti súboru expertov (z pohľadu schopnosti **hodnotiť** príslušnú syntetickú vlastnosť Y a ich vzájomnej nezávislosti) výrazne naliehavejšia. Rozumný počet expertov je nepárny počet a podľa autorovho názoru nie viac ako 7 alebo použiť skupinu hodnotiteľov. V druhom prípade zisťovania **názoru** na skupinu expertov (hodnotiteľov) nie sú požiadavky, problematika ich počtu je však otázkou

reprezentatívni výberu hodnotiteľov z pohľadu zloženia súboru, za ktorý chceme zistiť príslušný názor.

Ďalší okruh problematiky predstavuje špecifikácia syntetickej vlastnosti Y. Nech napríklad syntetickú vlastnosť Y predstavuje stav ekonomiky Slovenskej republiky v roku 2004 z pohľadu EU. Je zrejmé, že stav ekonomiky je zložitý štruktúrovaný jav, meraný množstvom ukazovateľov, ktorých hodnoty bežný smrteľník ťažko zvládne označiť ako dobré alebo zlé, a že stav ekonomiky je niečo iné ako vývoj ekonomiky.

Nech stav ekonomiky SR v roku 2004 (syntetická vlastnosť Y) budeme vyjadrovať nasledujúcimi podvlastnosťami:

- produkčná schopnosť ekonomiky vyjadrená hrubým domácim produktom na obyvateľa v eurách (Y1),
- nezamestnanosťou vyjadrená mierou nezamestnanosti (Y2),
- úrovňou cenových zmien meraných CPI resp. ročnou infláciou (Y3),
- úrovňou hospodárenia štátneho rozpočtu vyjadrenou podielom salda štátneho rozpočtu na objeme HDP (Y4),
- úrovňou objemu salda zahraničného obchodu na objeme HDP (Y5).

K hodnoteniu stavu ekonomiky a aj každej podvlastnosti použijeme päťstupňovú škálu:

- +2 – veľmi dobrý stav
- +1 – dobrý stav
- 0 – stredný resp. priemerný stav
- 1 – zlý stav
- 2 – veľmi zlý stav

t.j. stav a aj každá podvlastnosť stavu ekonomiky Slovenskej republiky v roku 2004 nadobúda body od -2 po +2. Pre expertov môže byť počet stupňov rovný päť dosť nedostatočný a svoje hodnotenia môžu dať aj s presnosťou na päť desatín (polovicu bodu) a na podstate hodnotenia sa prakticky nič nemení.

Syntetickú vlastnosť Y vyjadríme ako jednoduchý aritmetický priemer z hodnôt podvlastností Y1, Y2, Y3, Y4 a Y5

$$Y = \frac{Y1 + Y2 + Y3 + Y4 + Y5}{5} \quad (4.3-1)$$

alebo váženým aritmetickým priemerom

$$Y = \frac{(a1 * Y1 + a2 * Y2 + \dots + a5 * Y5)}{\sum_{j=1}^5 a_j}$$

kde  $a_j$  ( $j = 1, 2, \dots, 5$ ) sú váhy jednotlivých podvlastností Y1, Y2, ..., Y5. V prípade, že váhy  $a_j$  sú jednotkové, tvary jednoduchého aj váženého priemeru sú rovnaké. (V ďalšom riešení použijeme jednotkové váhy).

Hodnoty jednotlivých podvlastností YJ ( $J = 1, 2, \dots, 5$ ) vyjadríme počtom bodov, ktoré jednotlivým podvlastnostiam ( $J = 1, 2, \dots, 5$ ) pridelia jednotliví hodnotitelia ( $i = 1, 2, \dots, N$ ).

Pre hodnotenie expertov je tiež dôležité v akom **rámci** majú príslušný objekt hodnotiť. V podmienkach hodnotenia stavu ekonomiky Slovenskej republiky je otázkou, či ide o hodnotenie v porovnaní s:

- ostatným krajinami sveta,
- ostatnými krajinami Európy,
- ostatnými krajinami Európskej únie,
- ostatnými novoprijatými krajinami Európskej únie,
- či s iným vymedzením krajín.

Je zrejmé, že hodnotenie SR v rámci sveta bude asi trochu iné v porovnaní s hodnotením SR v rámci EÚ. Aj zloženie EU sa vyvíja. V EU27 sa asi umiestnime o niečo lepšie ako v EU25 a určite lepšie v porovnaní s EU15.

Východiskom celkového hodnotenia je matica obsahujúca N riadkov s hodnoteniami jednotlivých expertov (hodnotiteľov), pričom v jej stĺpcoch sú označenia hodnotiteľov, pridelené body jednotlivým podvlastnostiam Y1, Y2, ..., Y5, hodnota syntetickej premennej Y vypočítaná ako priemer z podvlastností Y1, Y2, ..., Y5. V poslednom riadku spolu sú hodnoty mediánov  $Y_{1,0.50}$ ,  $Y_{2,0.50}$ , ...,  $Y_{5,0.50}$  za jednotlivé podvlastnosti Y1, Y2, ..., Y5.

K celkovému hodnoteniu za súbor hodnotiteľov môžeme použiť dve štatistické miery:

- **medián  $Y_{0.50}$  z individuálnych expných hodnotení** syntetickej vlastnosti Y alebo
- **priemer z medianov** hodnotení jednotlivých podvlastností YJ.

Autor preferuje prvú zo štatistík – **medián priemerov**, ale v rámci komplexnejšieho hodnotenia počíta aj druhú štatistiku – **priemer mediánov**. Ak sú ich hodnoty zhodné, je jedno, ktorá sa použije. Ak sú rozličné, je otázkou, či od rozdielu výsledkov môžeme bez problémov abstrahovať, alebo rozdiel vyvoláva potrebu podrobnejšej analýzy jednotlivých oцenení.

Pri posúdení výsledného hodnotenia treba okrem samotnej hodnoty Y a nej zodpovedajúcej situácie ako niečo medzi veľmi dobrým (+2) a veľmi zlým (-2) treba posúdiť aj variabilitu hodnotení jednotlivých expertov a aj variabilitu vyplývajúcu z hodnotení jednotlivých podvlastností. Pozrieme na zhodu priemerov a mediánov, pozrieme na minimálne a maximálne hodnoty, pozrieme na smerodajné odchýlky. Veľké odchýlky, veľké rozdiely, veľké variability vnášajú do interpretácie výsledkov príslušnú mieru nedôveryhodnosti.

### Príklad 4.3

Na prednáške z predmetu Podpora rozhodovacích procesov dňa 27. 10. 2005 dostali prítomní študenti úlohu zhodnotiť stav ekonomiky Slovenskej republiky v roku 2004 v podmienkach Európskej únie na bodovej stupnici od -2 (veľmi zlý) po +2 (veľmi dobrý) s členením po pol bode. K hodnoteniu mali určených päť vyššie uvedených ukazovateľov. Za každý ukazovateľ bola prezentovaná dosiahnutá hodnota za EU25, najväčšia hodnota, hodnota Slovenskej republiky a najmenšia hodnota príslušného ukazovateľa dosiahnutá v roku 2004 (tab. 4.3).

Tab. 4.3 Hodnoty ukazovateľov ekonomiky v EU v roku 2004.

	Y1 (HDP/1 obyv)	Y2 (NEZ)	Y3 (INF)	Y4 (ŠR/HDP)	Y5 (ZO/HDP)
EU25	22 400		2,4 %	-2,4 %	-0,6 %
max	56 500	18,0 %	7,4 %	+2,0 %	+9,7 %
SR	6 200	17,3 %	5,8 %	-3,6 %	-5,0 %
min	4 800	4,4 %	0,1 %	-9,7 %	-12,7 %

Tab. 4.4 Hodnotenie stavu ekonomiky SR za rok 2004 súborom študentov

PC	Meno	Priezvisko	Y1	Y2	Y3	Y4	Y5	Spolu	Priemer
1	Martin	Koroš	0.5	0	1	0	1	2.5	0.50
2	Alibek	Nurpeissov	-0.5	-1	1	-0.5	0	-1	-0.20
3	Dávid	Popellár	-1.5	-1.5	-1.5	0	-1	-5.5	-1.10
4	Katarína	Gregová	-0.5	-2	0.5	-1	-1.5	-4.5	-0.90
5	Stano	Kováčik	-1	-0.5	-0.5	0	-1	-3	-0.60
6	Ján	Lettrich	-0.5	-1.5	1	0	-1	-2	-0.40

7	Martin	Kublíniak	-1	-1.5	1	1.5	0	0	0.00
8	Marek	Michaliak	0.5	-2	-0.5	0	0	-2	-0.40
9	Silvia	Weisová	-0.5	-2	-0.5	0	0	-3	-0.60
10	Juraj	Caňo	-1	-1.5	-0.5	0.5	-0.5	-3	-0.60
11	Pavol	Barta	-0.5	-1.5	-1	0.5	-0.5	-3	-0.60
12	Štefan	Cibula	1	-2	0	-1.5	0.5	-2	-0.40
13	Branislav	Rasčáni	-1	-1	-0.5	0	-1	-3.5	-0.70
14	Pavol	Skalák	0	-1.5	-0.5	-0.5	-1	-3.5	-0.70
15	Miloš	Luknár	0	1	1.5	-0.5	-0.5	1.5	0.30
16	Roman	Stehlík	1.5	-1.5	1.5	-1.5	-0.5	-0.5	-0.10
17	Pavol	Malacký	-1.5	-2	0	-1	0	-4.5	-0.90
18	Matúš	Serdula	-1	-1.5	-1.5	-1	-2	-7	-1.40
19	Štefan	Cmar	-0.5	-2	-0.5	0	-1	-4	-0.80
20	Michal	Šoka	-1	-0.5	-1	-1	-0.5	-4	-0.80
21	Vladimíra	Hanáková	-1	-2	-0.5	-0.5	-1	-5	-1.00
22	Radoslav	Mráz	-0.5	-1.5	1.5	0.5	-0.5	-0.5	-0.10
23	Juraj	Bukvaj	-1	-1	0.5	-0.5	-1.5	-3.5	-0.70
24	Ján	Celec	-1.5	-1.5	-1	0	0	-4	-0.80
25	David	Kožurík	0.5	-1	0	1.5	0	1	0.20
26	Pavel	Krcho	0	-2	1	0	-1	-2	-0.40
27	Peter	Mácel	-1	-2	0	0.5	0	-2.5	-0.50
28	Peter	Orság	-1	-2	-0.5	-0.5	-1	-5	-1.00
29	Ján	Mészáros	-1	-2	0	1	0	-2	-0.40
30	Matej	Krištofík	-1.5	-1	-1	0	-1.5	-5	-1.00
31	Rastislav	Kriška	-1.5	-2	-1.5	-0.5	0	-5.5	-1.10
min			-1.5	-2	-1.5	-1.5	-2	-7	-1.4
max			1.5	1	1.5	1.5	1	2.5	0.5
priemer			-0.58	-1.42	-0.08	-0.15	-0.55	medián	-0.55
medián			-1	-1.5	-0.5	0	-0.5	priemer	-0.7
std			0.76	0.70	0.91	0.73	0.66	2.19	0.44

**Cieľom** hodnotenia bolo zistiť názor skupiny študentov na **stav** ekonomiky Slovenskej republiky v roku 2004 a posúdiť primeranosť názorov študentov k reálnemu stavu ekonomiky.

Pri pohľade na výsledky hodnotenia stavu ekonomiky SR v roku 2004 v rámci Európskej únie vidíme, že výsledné bodové hodnotenie typu medián priemerných hodnotení Y v riadku priemer v poslednom stĺpci je  $-0.55$  (o niečo horšie ako stred a o niečo lepšie ako zlé) a podľa priemer mediánov hodnotení je  $-0.70$  (o niečo viac horšie ako stred a o niečo menej lepšie ako zlé).

Za najhorší čiastkový stav je považované hodnotenie nezamestnanosti (sme druhý po Poľsku). Najlepšie študenti hodnotia podiel salda štátneho rozpočtu k HDP (stredné hodnotenie – ani dobre, ani zle, s náznakom skôr k horšiemu hodnoteniu). Najvyššia variabilita hodnotení je u hodnotenia inflácie, najväčšia zhoda hodnotení je podiele salda obchodnej bilancie k HDP.

Zdá sa, že študenti hodnotili reálny stav ekonomiky SR v roku 2004 lepšie než je skutočnosť. Vo všetkých ukazovateľoch je úroveň Slovenskej republiky horšia ako za celú Európsku úniu (EU25), t. j. jednotlivé bodové hodnotenia by mali byť v záporných bodoch, prípadne pri optimistickom hodnotení s nulovým počtom bodov. V tabuľke zo 155 krát pridelených bodov je 25 hodnotení viac ako 0 bodov a 30 hodnotení presne nula bodov. Pritom pri všetkých ukazovateľoch je hodnotenie počtom  $-1$  skôr výrazom optimizmu

hodnotiteľa než odrazom reality a pri nezamestnanosti (druhá najhoršia hodnota) a objeme HDP v eurách na obyvateľa (štvrtá najhoršia hodnota) je aj hodnotenie  $-1,5$  skôr optimistické ako realistické, či dokonca pesimistické. V týchto súvislostiach si môže čitateľ jasnejšie uvedomiť rozdiel medzi „hodnotením (ocenením)“ a „názorom“.

#### Príklad 4.2

Na konferencii Pohľady na ekonomiku Slovenska (aktuálny ročník pozri: [www.ssds.sk](http://www.ssds.sk), blok Organizované akcie) zúčastnení prednášajúci majú za úlohu oceniť stav ekonomiky Slovenskej republiky za posledne ukončený rok. K vyjadreniu stavu ekonomiky SR (syntetický ukazovateľ Y) v rámci EU používajú päť podvlastností (ukazovatele Y1 až Y5) z bezprostredne predchádzajúceho textu. Stav vyjadrujú na bodovej stupnici od  $-2$  po  $+2$ .

Expertné ocenenia prednášajúcich a ich priemerné hodnotenia sú v nasledujúcej tabuľke tab. 4.3.

### *Expertné hodnotenie stavu a vývoja ekonomiky Slovenska za rok 2006 a oproti roku 2005*

Základom expertného hodnotenia ekonomiky boli použité názory expertov (účastníkov konferencie Pohľady na ekonomiku Slovenska 2007) na stav a trend piatich ukazovateľov (pozri Tabuľka 1) charakterizujúcich stav a vývoj ekonomiky SR ako celku.

**Tabuľka 1: Zoznam hodnotených indikátorov**

X1	Hrubý domáci produkt na obyvateľa,
X2	Medziročná inflácia spotrebiteľských cien
X3	Miera nezamestnanosti podľa VZPS
X4	Saldo štátneho rozpočtu k HDP
X5	Saldo zahraničného obchodu k HDP.

Na hodnotenie stavu a vývoja jednotlivých ukazovateľov bola použitá bodová stupnica s hodnotami od  $-2$  (veľmi zle) cez  $0$  (neutrálny stav alebo vývoj) po  $+2$  (veľmi dobre), s krokom po pol bode. Intenzita počtu bodov sa **pridelovala** v porovnaní SR so stavom a vývojom v EÚ. Ďalej sa za každého experta určilo celkové hodnotenie stavu a vývoja ekonomiky SR ako priemer z bodov pridelených jednotlivým ukazovateľom (resp. pojmom).

Na celkové hodnotenie stavu resp. vývoja ekonomiky SR sme použili medián z pridelených hodnotení jednotlivých expertov (prostrednú hodnotu).

**Tabuľka 2: Hodnotenie stavu hospodárstva v roku 2006**

	x1	x2	x3	x4	x5	Priemer
EÚ SAV	-1,5	-1,0	-0,5	-0,5	-0,5	-0,8
Gábriš	1,0	-1,0	2,0	2,0	-2,0	0,4
Haluška	-1,5	-1,5	-2,0	1,0	-2,0	-1,2
Chajdiak	-2,0	-1,5	-1,5	-1,0	-1,5	-1,5
IFP MF SR	-2,0	-2,0	-2,0	0,0	-2,0	-1,6
Olexa	-1,5	-1,5	-2,0	1,0	-2,0	-1,2
Ševčovic	-1,0	-1,0	-2,0	0,0	-1,0	-1,0
Toth	0,0	-1,0	1,0	0,0	-1,0	-0,2
Spolu (Medián)						-1,1

Tabuľka 3: Hodnotenie trendu vývoja ekonomiky (rok 2006 oproti roku 2005)

	x1	x2	x3	x4	x5	Priemer
EÚ SAV	2,0	-0,5	2,0	0,0	1,0	0,9
Gábriš	1,0	-1,0	2,0	2,0	-2,0	0,4
Haluška	2,0	-1,5	2,0	1,5	-2,0	0,4
Chajdiak	2,0	-1,5	2,0	1,0	-1,0	0,5
IFP MF SR	2,0	-2,0	2,0	-1,0	-1,0	0,0
Olexa	2,0	-1,5	2,0	1,5	-2,0	0,4
Ševčovic	2,0	-1,0	1,5	-1,0	1,0	0,5
Toth	2,0	0,0	2,0	1,0	-1,0	0,8
Spolu (Medián)						0,5

**Stav** ekonomiky SR v roku 2006 hodnotia experti priemernými známkami od +0,4 po -1,6 pri výslednej prostrednej hodnote **-1,1** (Tabuľka 2). Za rok 2005 bolo výsledné hodnotenie **-1,2**, t.j. stav sa podľa expertov zlepšil.

**Vývoj** ekonomiky SR v roku 2006 oproti roku 2005 hodnotia experti priemernými známkami od 0,0 po +0,9 pri výslednej prostrednej hodnote **+0,5** (Tabuľka 3). V hodnotení vývoja roku 2005 oproti 2004 bol výsledok **+0,9**, t.j. pozitívny vývoj sa spomalil.

#### Literatúra:

Chajdiak, J. - Chajdiak, J.. Metódy na podporu rozhodovania. Bratislava, Statis 2008 (v tlači)

Stankovičová I., Vojtková M.(2007): Viacrozmerné štatistické metódy s aplikáciami.

IURA EDITION, Bratislava 2007, ISBN 978-80-8078-152-1.

Kanderová, M. – Úradníček, V.(2007): Štatistika a pravdepodobnosť pre ekonómov. 1. časť. OZ Financ, Banská Bystrica 2007, ISBN 978-80-969535-5-4.

Kanderová, M. – Úradníček, V.(2007): Štatistika a pravdepodobnosť pre ekonómov. 2. časť. OZ Financ, Banská Bystrica 2007, ISBN 987-80-696535-6-1.

Luha J.: Meranie úrovne objektov charakterizovaných ordinálnymi znakmi. EKOMSTAT 2004. Bratislava SŠDS 2004.

Kontakt na autorov:

[chajdiak@statis.biz](mailto:chajdiak@statis.biz), ÚM STU Bratislava

[bercacinova@patria.sk](mailto:bercacinova@patria.sk)

## **Analýza hodnotenia ekonomickej efektívnosti v leasingových spoločnostiach súborom hodnotiteľov**

**Analysis of valuation of economic effectiveness in leasing companies  
with evaluative approach**

Zuzana Berčačinová

**Abstract:** Contribution is oriented on analysis of valuation of economic effectiveness in leasing companies with evaluative approach.

**Keywords:** frequency table, economic effectiveness, dotting, evaluators.

**Kľúčové slová:** frekvenčná tabuľka, ekonomická efektívnosť, bodovanie, hodnotitelia.

K dispozícii tejto analýzy sme mali homogénny súbor hodnotiteľov, ktorý na základe vyplneného dotazníka hodnotili ekonomickú efektívnosť v leasingovej spoločnosti. V tomto prípade sme si stanovili syntetickú vlastnosť Y – ekonomická efektívnosť v leasingovej spoločnosti. Nakoľko ekonomická efektívnosť je štruktúrovaný jav, meraný množstvom čiastkových ukazovateľov, zvolili sme si pomocné čiastkové ukazovatele. Ekonomickú efektívnosť budeme vyjadrovať pomocou ukazovateľov:

- Y1 – ziskovosť,
- Y2 – rentabilita vlastného imania,
- Y3 – produktivita celkového kapitálu,
- Y4 – finančná produktivita práce,
- Y5 – podiel pridanej hodnoty na výnosoch,
- Y6 - úrokové krytie.

Na hodnotenie ekonomickej efektívnosti a jej jednotlivých ukazovateľov sme použili päťstupňovú škálu s polbodovým krokováním:

- +2 - veľmi dobrá hodnota ukazovateľa
- +1 - dobrá hodnota ukazovateľa
- 0 - stredná, priemerná hodnota ukazovateľa
- 1 - zlá hodnota ukazovateľa
- 2 - veľmi zlá hodnota ukazovateľa.

Hodnotitelia – zamestnanci mali zhodnotiť ekonomickú efektívnosť v danej leasingovej spoločnosti v roku 2006. k hodnoteniu mali určených šesť vyššie uvedených ukazovateľov ekonomickej efektívnosti. Za každý ukazovateľ bola prezentovaná dosiahnutá hodnota za rok 2005 v tej istej leasingovej spoločnosti a hodnota za celý leasingový trh v roku 2005. (tab. č. 1).

Tabuľka č.1 - Hodnoty ukazovateľov ekonomickej efektívnosti za leasingový trh na Slovensku a leasingovú spoločnosť v roku 2005 a 2006.

Ukazovateľ	Výpočet ukazovateľa	Hodnota ukazovateľa leasingového trhu 2005	Hodnotenie	Hodnota ukazovateľa BOF 2005	Hodnotenie	Hodnota ukazovateľa BOF 2006	Hodnotenie
ziskovosť	$100 \cdot (\text{zisk} / \text{výnosy})$	1,84		21,18		18,45	
rentabilita vlastného imania	$100 \cdot (\text{zisk} / \text{vlastné imanie})$	-15,26		13,09		11,37	
produktivita celkového kapitálu	$\text{výnosy} / \text{celkový kapitál}$	0,99		0,15		0,13	
finančná produktivita práce	$\text{pridaná hodnota} / \text{osobné náklady}$	22,50		4,99		5,27	
podiel pridanej hodnoty na výnosoch	$100 \cdot (\text{pridaná hodnota} / \text{výnosy})$	25,00		62,81		66,45	
úrokové krytie	$(\text{nákladové úroky} + \text{zisk}) / \text{nákladové úroky}$	1,93		2,28		1,86	

Tabuľka č.2 Hodnotenie ekonomickej efektívnosti za rok 2006 v leasingovej spoločnosti súborom zamestnancov

P.č.	Y1	Y2	Y3	Y4	Y5	Y6	Spolu	Priemer
1.	2,0	2,0	0,5	0,0	2,0	1,0	7,5	1,25
2.	-1,0	0,5	-1,0	1,0	-0,5	1,0	0,0	0,00
3.	1,0	0,5	-0,5	1,5	-1,0	1,5	3,0	0,50
4.	1,5	-0,5	1,0	1,0	1,5	1,0	5,5	0,92
5.	1,5	1,0	1,0	0,5	1,5	1,0	6,5	1,08
6.	1,5	1,5	1,5	0,5	1,0	0,0	6,0	1,00
7.	1,5	1,0	1,5	0,5	2,0	0,0	6,5	1,08
8.	2,0	2,0	1,0	2,0	0,0	1,5	8,5	1,42
9.	2,0	2,0	0,5	1,0	1,5	-0,5	6,5	1,08
10.	2,0	2,0	0,5	1,0	1,5	-1,0	6,0	1,00
11.	2,0	2,0	1,0	2,0	1,5	0,0	8,5	1,42
12.	1,5	1,5	0,5	1,0	2,0	1,0	7,5	1,25
13.	1,5	1,0	1,0	1,0	1,5	0,0	6,0	1,00
14.	1,5	0,5	0,5	0,5	1,0	1,0	5,0	0,83
15.	1,5	1,0	0,0	0,0	1,5	1,0	5,0	0,83
16.	0,5	-1,0	0,5	1,0	1,0	-0,5	1,5	0,25
17.	2,0	0,5	2,0	1,5	1,0	0,0	7,0	1,17
18.	1,5	-0,5	1,0	1,0	1,5	1,0	5,5	0,92
19.	1,5	1,0	1,0	0,5	1,5	1,0	6,5	1,08



20.	1,5	1,5	1,5	0,5	1,0	0,0	6,0	1,00
21.	1,5	1,0	1,5	0,5	2,0	0,0	6,5	1,08
22.	2,0	2,0	1,0	2,0	0,0	1,5	8,5	1,42
23.	2,0	2,0	0,5	1,0	1,5	-0,5	6,5	1,08
24.	2,0	2,0	0,5	1,0	1,5	-1,0	6,0	1,00
25.	2,0	2,0	1,0	1,0	1,5	-1,0	6,5	1,08
26.	2,0	2,0	1,0	2,0	1,5	-1,0	7,5	1,25
27.	2,0	2,0	0,5	0,5	2,0	1,5	8,5	1,42
28.	1,5	1,0	0,0	1,0	1,5	1,0	6,0	1,00
29.	1,0	1,0	0,5	0,5	1,0	1,0	5,0	0,83
30.	1,5	1,0	0,0	0,0	1,5	1,5	5,5	0,92
31.	0,0	-2,0	1,0	1,5	1,5	0,0	2,0	0,33
32.	1,5	0,0	1,5	2,0	1,5	0,5	7,0	1,17
33.	1,0	0,5	1,0	1,0	1,5	1,0	6,0	1,00
34.	1,5	1,5	2,0	1,0	2,0	-1,5	6,5	1,08
35.	1,5	2,0	1,0	2,0	1,5	-1,0	7,0	1,17
36.	1,0	2,0	1,5	1,0	1,5	-1,0	6,0	1,00
37.	0,5	1,0	0,5	1,0	1,5	0,5	5,0	0,83
38.	1,5	1,0	0,5	2,0	1,0	1,0	7,0	1,17
39.	2,0	2,0	1,0	0,0	1,5	-2,0	4,5	0,75
40.	2,0	2,0	1,0	1,0	2,0	0,5	8,5	1,42
41.	1,0	0,5	1,0	1,5	1,0	0,5	5,5	0,92
42.	1,0	2,0	1,0	2,0	1,5	1,5	9,0	1,50
43.	1,0	0,5	-0,5	1,0	1,0	1,5	4,5	0,75
44.	1,5	2,0	1,0	1,0	1,0	1,5	8,0	1,33
45.	1,5	1,0	1,5	0,5	2,0	0,0	6,5	1,08
46.	2,0	2,0	1,0	2,0	0,0	1,5	8,5	1,42
47.	2,0	2,0	0,5	1,0	1,5	-0,5	6,5	1,08
48.	2,0	2,0	0,5	1,0	1,5	-1,0	6,0	1,00
49.	2,0	2,0	1,0	1,0	1,5	-1,0	6,5	1,08
50.	2,0	2,0	1,0	2,0	1,5	-1,0	7,5	1,25
51.	2,0	2,0	0,5	0,5	2,0	1,5	8,5	1,42
<b>Min</b>	-1,0	-2,0	-1,0	0,0	-1,0	-2,0	0,0	0,0
<b>Max</b>	2,0	2,0	2,0	2,0	2,0	1,5	9,0	1,5
<b>priemer</b>	<b>1,51</b>	<b>1,25</b>	<b>0,80</b>	<b>1,05</b>	<b>1,31</b>	<b>0,30</b>		<b>1,04</b>
<b>medián</b>	<b>1,5</b>	<b>1,5</b>	<b>1,0</b>	<b>1,0</b>	<b>1,5</b>	<b>0,5</b>		<b>1,08</b>
<b>std</b>	0,59	0,91	0,58	0,59	0,63	0,98	1,79	0,30

Tabuľka č. 3 – Frekvenčná tabuľka ziskovosti

	n	f	kn	kf
-1,75	0	0,0%	0	0,0%
-1,25	0	0,0%	0	0,0%
-0,75	1	2,0%	1	2,0%
-0,25	0	0,0%	1	2,0%
0,25	1	2,0%	2	3,9%
0,75	2	3,9%	4	7,8%
1,25	7	13,7%	11	21,6%
1,75	20	39,2%	31	60,8%
viac	20	39,2%	51	100,0%
Spolu	51	100,0%		

Tabuľka č. 4 – Frekvenčná tabuľka rentability vlastného imania

	n	f	kn	kf
-1,75	1	2,0%	1	2,0%
-1,25	0	0,0%	1	2,0%
-0,75	1	2,0%	2	3,9%
-0,25	2	3,9%	4	7,8%
0,25	1	2,0%	5	9,8%
0,75	7	13,7%	12	23,5%
1,25	12	23,5%	24	47,1%
1,75	4	7,8%	28	54,9%
viac	23	45,1%	51	100,0%
Spolu	51	100,0%		

Tabuľka č. 5 – Frekvenčná tabuľka produktivity celkového kapitálu

	n	f	kn	kf
-1,75	0	0,0%	0	0,0%
-1,25	0	0,0%	0	0,0%
-0,75	1	2,0%	1	2,0%
-0,25	2	3,9%	3	5,9%
0,25	3	5,9%	6	11,8%
0,75	15	29,4%	21	41,2%
1,25	21	41,2%	42	82,4%
1,75	7	13,7%	49	96,1%
viac	2	3,9%	51	100,0%
Spolu	51	100,0%		

Tabuľka č. 6 – frekvenčná tabuľka finančnej produktivity práce

	n	f	kn	kf
-1,75	0	0,0%	0	0,0%
-1,25	0	0,0%	0	0,0%
-0,75	0	0,0%	0	0,0%
-0,25	0	0,0%	0	0,0%
0,25	4	7,8%	4	7,8%
0,75	11	21,6%	15	29,4%
1,25	22	43,1%	37	72,5%
1,75	4	7,8%	41	80,4%
viac	10	19,6%	51	100,0%
Spolu	51	100,0%		

Tabuľka č. 7 – Frekvenčná tabuľka podielu pridanej hodnoty na výnosoch

	n	f	kn	kf
-1,75	0	0,0%	0	0,0%
-1,25	0	0,0%	0	0,0%
-0,75	1	2,0%	1	2,0%
-0,25	1	2,0%	2	3,9%
0,25	3	5,9%	5	9,8%
0,75	0	0,0%	5	9,8%
1,25	10	19,6%	15	29,4%
1,75	27	52,9%	42	82,4%
viac	9	17,6%	51	100,0%
Spolu	51	100,0%		

Tabuľka č. 8 – Frekvenčná tabuľka úrokového krytia

	n	f	kn	kf
-1,75	1	2,0%	1	2,0%
-1,25	1	2,0%	2	3,9%
-0,75	9	17,6%	11	21,6%
-0,25	4	7,8%	15	29,4%
0,25	9	17,6%	24	47,1%
0,75	4	7,8%	28	54,9%
1,25	13	25,5%	41	80,4%
1,75	10	19,6%	51	100,0%
viac	0	0,0%	51	100,0%
Spolu	51	100,0%		

Tabuľka č. 9 – Frekvenčná tabuľka priemerov hodnotení zamestnancov

	n	f	kn	kf
-1,75	0	0,0%	0	0,0%
-1,25	0	0,0%	0	0,0%
-0,75	0	0,0%	0	0,0%
-0,25	0	0,0%	0	0,0%
0,25	2	3,9%	2	3,9%
0,75	4	7,8%	6	11,8%
1,25	36	70,6%	42	82,4%
1,75	9	17,6%	51	100,0%
viac	0	0,0%	51	100,0%
Spolu	51	100,0%		

A ako vidieť z poslednej frekvenčnej tabuľky číslo 9, až 36 hodnotiteľov dalo známku +1 a 9 hodnotiteľov známku +1,5 → čo v konečnom dôsledku znamená kladné, čiže dobré hodnotenie ekonomickej efektívnosti v roku 2006 v leasingovej spoločnosti zamestnancami spoločnosti.

#### Literatúra:

Chajdiak, J.: Štatistické úlohy a ich riešenie v Exceli, Bratislava, STATIS, 2005, ISBN: 80-85659-39-5

Chajdiak, J.: Ekonomická analýza stavu a vývoja firmy, Bratislava, STATIS, 2004, ISBN: 80-85659-32-8

Berčacinová, Z.: Kvantitatívna analýza ekonomických výsledkov lízingových spoločností. In: Štatistické metódy vo vedecko-výskumnej práci 2003, Bratislava, SŠDS, 2003, ISBN: 80-88946-32-8, s.67-69

Berčacinová, Z.: Hodnotenie ekonomickej efektívnosti v leasingových spoločnostiach expertným hodnotením. FernStat 4/ 2007, ISSN 1336-7420

Adresa autora:

**bercacinova@patria.sk**

## Univerzálna schéma pre riešenie problémov v praxi

### Universal scheme for problem solving in practice

Samuel Koróny

#### Abstract:

Paper deals with general scheme approach to problem solving. What is important at the beginning is to decide whether problem really exists and thus has to be solved. Then one can use scheme by right classification of problem aspects.

**Key words:** problem solving, decision support

**Kľúčové slová:** riešenie problémov, podpora rozhodovania

#### 1. Úvod

Príspevok uvádza určitý všeobecný postup pri riešení problémov, pri ktorom má dominantné postavenie podpora rozhodovania a analýza dát. V živote a hlavne v práci sa stretávame s problémami (obrazne a niekedy doslova) na každom kroku. Sú konkrétne (s autom nie je niečo v poriadku a ocitli ste sa na opustenom mieste) aj abstraktné (nadriadený Vám zadal úlohu a vy neviete ani ako k nej máte pristúpiť, o riešení ani nehovoriac). Niekedy máme pocit, že život je nie nič iné ako postupnosť problémov, ktoré je potrebné riešiť.

Sú dva krajné prístupy k problémom:

optimistický = „...človek rastie s každým vyriešeným problémom...“,

pesimistický = „...zase treba niečo riešiť. Kedy to už skončí?“ (Odpoveď je jasná.)

Život nás učí, že pravda je niekde uprostred, Pokiaľ kvantita a kvalita problémov nepresiahne rozumnú medzu, tak sú problémy naozaj výzva na ich vyriešenie. Relatívne kľudné obdobia nášho života sa striedajú s hektickými a práve prítomnosť alebo absencia problémov pri tomto zohráva primárnu úlohu.

Ak počítame za „kultúrnu“ históriu ľudstva posledných 5 000 rokov, tak to je zhruba 250 generácií, ktoré tu žili a zanechali nám zachované svedectvo aj o riešení problémov.

Je dôležité ujasniť si rozdiel medzi dvomi základnými spojeniami - zvládnutie problému a riešenie problému. Zvládnutie problému je celý proces zaoberania sa s problémom, ktorý má niekoľko etáp. Riešenie problému je jednou z nich.

Ďalej postupne uvedená schéma je v podstate sebestačná, preto k nej uvádzame len niekoľko dopĺňujúcich poznámok, postrehov a príkladov.

Schéma má mnoho krokov určených na vyriešenie problému, ale nie všetky sú vždy potrebné. Závisí to hlavne od veľkosti a druhu problému (od kvapkania vodovodu až po makroekonomickú prognózu vývoja hospodárstva).

Prvá vec, ktorú musíme urobiť, ak chceme vyriešiť problém, je jeho klasifikácia (Lipták 1987).

#### 2. Klasifikácia problému

1. Aký problém? (druh problému: malý, stredný, veľký, zatiaľ nezvládnuteľný (kozmičský let s ľudskou posádkou na Mars), principiálne nezvládnuteľný (zostrojiť perpetuum mobile), pseudoprotblémy)
2. Čí problém? (koho sa problém týka: jednotlivca (interakcia s prírodným alebo spoločenským okolím), skupiny (rodiny, kolektívy na pracoviskách, organizácie, záujmové skupiny), konkrétne skupiny (určitá rodina, organizácia, kolektív)

3. Kde je zdroj problému? (zakotvenie problému: práca, štúdium, veda a výskum, osobný život)
4. Kde problém? (teritórium osobné, územné, oblastné, krajiny, kontinentu, planéty (od bytu (zatekanie) až po celú Zem (globálne otepľovanie))
5. Kedy problém? (časová dimenzia: teraz pôsobiaci, z minulosti, v budúcnosti,,,, krátko pôsobiaci alebo dlho pôsobiaci)
6. Prečo problém? (príčina)
7. Čo s problémom? (cieľom je zvládnutie problému, čo je buď odstránenie jeho negatívneho pôsobenia alebo jeho zmiernenie alebo aspoň zabránenie jeho šíreniu)

K 1. bodu: Zvládnuteľnosť je často zradný znak problému. Je zvládnuté lietanie do vesmíru a čoskoro sa začne realizovať vesmírna turistika. To je nie len možnosť, ale aj skutočnosť. A pritom je nemožné vytvoriť systém odmeňovania v podniku tak, aby boli všetci spokojní. Veľkým problémom je pseudovidenie niektorých (hlavne riadiacich) pracovníkov, takže často „vidia“ (pseudo)problémy, ktoré nejestvujú. Sprievodným znakom pseudovidenia je interpretácia podstatných problémov ako nepodstatných a naopak. Následkom toho sa neriešia skutočné problémy a riešia podružné.

K 3. bodu: Problémy sa väčšinou objavujú v zhlukoch, nie izolovane.

K 5. bodu: Sú problémy, ktoré zasahujú z minulosti cez prítomnosť do budúcnosti. Ale sú aj také, ktoré sa objavia v súčasnosti alebo v budúcnosti. Dnešné problémy nemusia byť aj problémami minulými alebo budúcimi. Ale každý súčasný problém súvisí s minulosťou a budúcnosťou.

K 6. bodu: Pri riešení problémov sa musí vychádzať z poznania ich príčin. Niekedy je však potrebné najprv vyriešiť následok a až potom sa zaoberať jeho príčinou.

K 7. bodu: Nie vždy je nutné hneď začať riešiť problém. Mnohé problémy sa vyriešia akoby sami od seba. Vtedy stačí počkať. Umenie je rozpoznať, kedy je to možné.

### 3. Vymedzenie problému

1. Identifikovanie problému je množina signálov naznačujúcich problémové situácie (poruchy, disharmónie, ohrozenia, príležitosti, možnosti)
2. Orientačná analýza (cieľavedomé zhromažďovanie informácií pre zistenie dĺžky trvania, rozsahu a dosahu pôsobenia problému)
3. Posudzovanie zložitosti a náročnosti (metódy na jeho riešenie, jednou z nich je aj pozorovanie jeho vývoja a následné zaujatie nového názoru na jeho zvládnutie)
4. Vystihnutie podstaty a povahy (výskum príčiny, genézy vývoja, kvantity, kvality)
5. Pracovné definovanie problému = vlastné vymedzenie problému

### 4. Vytvorenie sociotechnického systému na zvládnutie problému

1. Formulovanie rámcových cieľov procesu zvládnutia problému (žadúce výsledky)
2. Analýza záujmov a cieľov zainteresovaných subjektov formou výmeny informácií a vzájomných konzultácií a spoločná formulácia cieľov
3. Posúdenie metodologickej náročnosti zvládnutia problému (organizácia tímovej práce a možnosti uplatnenia osvedčených alebo nutnosť vývoja nových prístupov)
4. Voľba stratégie riešenia (organizácia práce, zázemie pre zvládnutie problému, motivácia účastníkov...)
5. Rámcový opis a dekompozícia zložitého problému na podproblémy (strom parciálnych cieľov) z hľadiska vecného, obsahového, metodologického, inštitucionálneho, pracovného ap.
6. Zadaní úloh riešiteľom

K 1. bodu: Častou chybou je nejasné zadanie cieľa. Nedá sa potom očakávať, že k nemu budú viesť jasne definované aktivity.

## 5. Štúdium a riešenie problému

1. Informačná príprava tvorby námetov a riešení (osvojenie nutných poznatkov a známych riešení, zváženie obmedzení na zdroje, návrh časového rozvrhu)
2. Prognóza budúceho vývoja (podľa typu problému a možností buď kvantitatívna alebo expertná)
3. Prípadné predefinovanie problému (nové definovanie cieľov)
4. Tvorba súboru námetov na riešenie (optimálne riešenia sú originálne riešenia s vysokou inovačnou hodnotou)
5. Vyhodnotenie námetov a rozvinutie možných alternatív riešenia
6. Odhad očakávaných efektov a možných nepriaznivých dôsledkov pre každú z možných alternatív riešenia
7. Formulovanie súboru kritérií na hodnotenie výhod a nevýhod možných alternatív v súlade so stanovenými cieľmi (mali by v ňom byť obsiahnuté aj obmedzenia)
8. Analýza spoľahlivosti odhadu budúcich parametrov riešenia (v zásade pravdepodobnostná, pretože taká je budúcnosť)
9. Spresnenie chápania problému a cieľov riešenia (na princípe spätnej väzby)
10. Analýza realizovateľnosti alternatív z hľadiska dostupnosti zdrojov, rezerv a reakcií objektu alebo procesu, ktorého sa problém týka (vylúčenie neprijateľných alebo nereálnych spôsobov riešenia)
11. Hodnotenie užitočnosti nevyradených reálnych alternatív (hlavne kvantitatívnymi metódami; pri kvalitatívnych parametroch, javoch alebo hodnotách sa kvantifikujú pomocou vhodných hodnotiacich stupníc)
12. Analýza rizík nežiadúcich javov, ktoré ohrozujú realizácie nevylúčených alternatív (jej výstupom je zostavenie systému vhodných preventívnych a korekčných aktivít s cieľom minimalizovania ohrozenia dosiahnutia cieľa)
13. Analýza citlivosti reakcie systému a jeho okolia na budúcu realizáciu každého z alternatívnych riešení aj s cieľom zvýšenia účinnosti reálnych alternatív procesu zvládnutia problému
14. Analýza opraviteľnosti prijatého riešenia kvôli priestoru na možné zmeny pre každú alternatívu osobitne
15. Komplexné posúdenie alternatív a voľba realizačného variantu (pri definitívnom výbere sa používa vzťah užitočnosť verzus rizikovosť; dôležitá je možnosť korekcie, ak vybraný variant má závažné nedostatky, potom prednosť majú alternatívy umožňujúce korekcie))
16. Interpretácia problému vo svetle výsledného rozhodnutia systémom spätnej väzby

## 6. Výsledok riešenia

1. Formulovanie a schválenie realizačného variantu s odporúčaným zapojením vlastných realizátorov plánovaných zmien
2. Utvorenie zdrojov (personálnych, finančných, materiálových, energetických, kapacitných, informačných, organizačných ...) na zabezpečenie realizácie
3. Vypracovanie súboru aktivít pre prevenciu nežiadúcich javov (ohrozujúcich realizovanie zvolenej alternatívy)
4. Vypracovanie systému kontrolných operácií a informácií pre zvládnutie realizácie

## 7. Odstránenie problému

1. Rozvinutie zvolenej alternatívy do realizačného projektu zmien (príprava (organizačná, technická, psychosociálna, ergonomická, personálna...) systému na zmeny, určenie zodpovedných účastníkov za realizáciu)

2. Vlastná realizácia prijatého riešenia = realizácia návrhov na zmeny vrátane kontroly priebehu realizácie, sledovania prínosu, využívania zdokonaleného systému
3. Zhodnotenie skúseností získaných v procese zvládnutia problému s cieľom zdokonalenia riešiteľa problému (toto je kriticky dôležité, lebo mnohí robia stále tie isté chyby).

## **8. Záver**

Podpora rozhodovania je jeden z mála vedných odborov, ktorý má aplikácie aj v bežnom osobnom alebo pracovnom živote. Uvedená schéma je dostatočne rozsiahla a všeobecná a tým poskytuje značnú mieru istoty pri riešení problémov rôzneho rozsahu a zložitosti. Na problémy spojené s výskumom je orientovaná voľne dostupná publikácia od Edmunda. U nás v poslednom čase vydaná publikácia (Chajdiak 2006) pojednáva o aplikáciách podpory rozhodovania v ekonómii.

## **9. Literatúra**

EDMUND, N.W.2006. The Complete Method of Creative Problem Solving. 2006,  
URL: [www.scientificmethod.com](http://www.scientificmethod.com), prístup 17.2.2008

LIPTÁK, F.1987. Čo s problémom. Bratislava : Obzor, 1987

CHAJDIAK, J. – GRELL, M.2006. Podpora rozhodovacích procesov. Bratislava : STATIS, 2006, ISBN 80-85659-42-5

### **Adresa autora:**

RNDr. Samuel Koróny  
Ústav vedy a výskumu UMB  
Cesta na amfiteáter 1  
974 01 Banská Bystrica  
Email: [samuel.korony@umb.sk](mailto:samuel.korony@umb.sk)

## Použitie Friedmanovho testu pri analýze procesu adaptácie detí na školu

### The using of Friedman's test for the analysis of the children's adaptation on the school

Anna Tirpáková, Tatiana Slezáková

**Abstract:** The contribution describes pedagogical investigation on primary schools from the west Slovakia. The aim of this investigation was analysis of the children's adaptation on the school by using Friedman's test.

**Key words:** pedagogical investigation, preparedness on the school, children's adaptation on the school, Friedman's test.

**Kľúčové slová:** pedagogický výskum, pripravenosť na školu, adaptácia detí na školu, Friedmanov test.

#### 1. Úvod

Začiatok školskej dochádzky predstavuje jednu z najdôležitejších etáp v živote dieťaťa po stránke sociálno-psychologickej aj fyziologickej. Prevzatím spoločensky povinnej roly žiaka sa menia podmienky života dieťaťa. Dieťa prechádza z obdobia hier a voľnosti do obdobia naplneného povinnosťami, očakávaniami zo strany rodičov, učiteľov, spolužiakov a pod. Škola kladie na dieťa požiadavky, ktoré si vyžadujú veľké nároky či už v oblasti intelektovej, sociálno-emocionálnej alebo fyzickej. Jedným z problémov pedagogickej teórie, ale aj praxe je otázka vzťahu medzi požiadavkami školy a vývojovými možnosťami dieťaťa zvládnuť tieto požiadavky. Od kvality zvládnutia požiadaviek, vyplývajúcich z roly žiaka, bude v mnohom závisieť úspešnosť adaptácie dieťaťa na nové podmienky školy i jeho školská úspešnosť.

V rokoch 2000 – 2002 sme na základných školách v okresoch Nitra, Levice a Hlohovec realizovali pedagogický výskum, ktorého cieľom bolo zistiť celkovú úroveň školskej pripravenosti dieťaťa a analyzovať proces adaptácie detí na požiadavky školy. V článku [2] sme pomocou dvojjvýberového Wilcoxonovho testu a  $\chi^2$ - test analyzovali úroveň pripravenosti detí na školu z hľadiska ich predpokladov osvojiť si základy počítania. V tomto príspevku analyzujeme priebeh adaptácie dieťaťa na nové prostredie školy z časového faktora. Zaujímá nás, či časový faktor má vplyv na priemerné hodnoty pozorovaných znakov (pracovno-vôľová pripravenosť, intelektuálna pripravenosť a sociálno-emocionálne prejavy v správaní dieťaťa). Pre vyhodnotenie výsledkov výskumu pomocou štatistických metód sme použili okrem popisnej štatistiky aj neparametrické testovacie metódy, a to Friedmanov test a Tukeyho metódu ([3]). Výpočty boli realizované pomocou programu STATISTICA

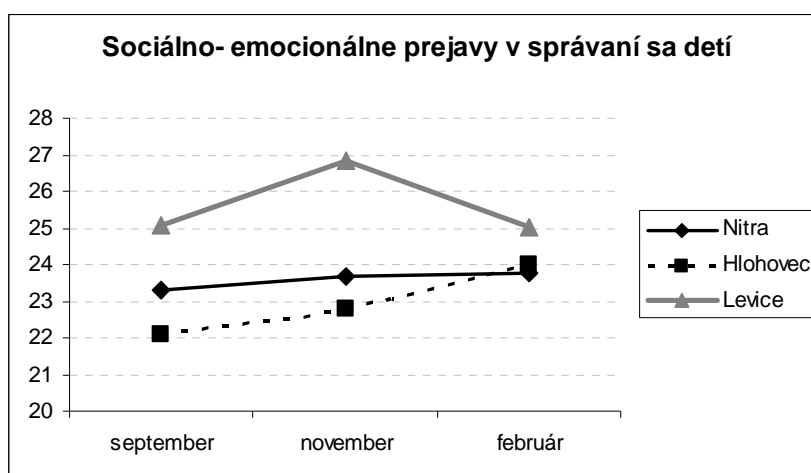
#### 2. Charakteristika sledovaných súborov a použité metódy

Pedagogický výskum bol realizovaný formou nepriameho pozorovania podľa kategoriálnych systémov. V priebehu mesiacov september, november a február bol u každého dieťaťa zaznamenávaný do pozorovacích hárkov priebeh adaptácie v jednotlivých kategóriách: sociálno – emocionálne prejavy v správaní sa detí (prispôsobenie sa školskému poriadku, sebahodnotenie sa v novom prostredí, vzťah k učiteľke, vzťah k spolužiakom, vzťah ostatných k dieťaťu, emocionálne prejavy v správaní sa), ďalej sme sledovali priebeh adaptácie v oblasti pracovne – vôľovej. Tu sme pozorovali také kategórie ako záujem dieťaťa o učenie, samostatnosť pri vykonávaní činností, garfomotorické zručnosti a schopnosť

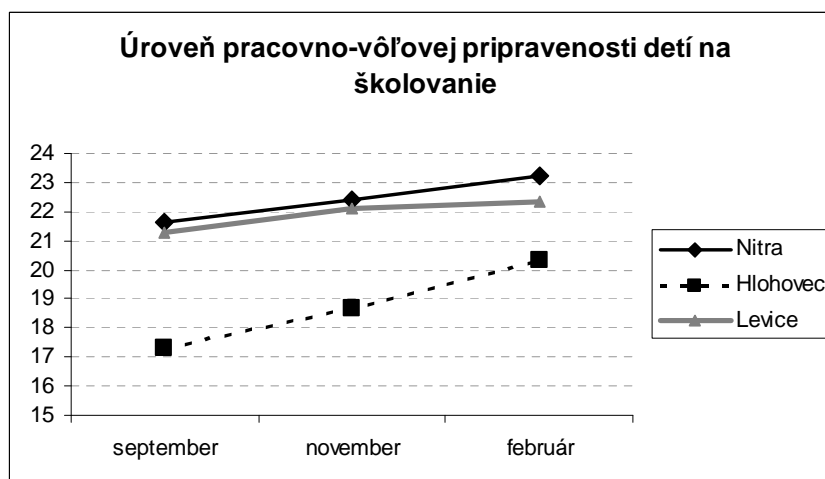


pracovať v skupine. Poslednou oblasťou bola intelektuálna pripravenosť dieťaťa, kde sme zisťovali priebeh adaptácie v závislosti od kvality jazykového prejavu dieťaťa, jeho úrovne poznávacích procesov a úrovne rozvoja predpokladov dieťaťa na zvládnutie základov gramotnosti (orientácia v najbližšom okolí, schopnosť pochopiť inštrukcie učiteľa, zapamätať si ich, schopnosť nachádzať totožné a rozdielne znaky medzi predmetmi a javmi a pod).

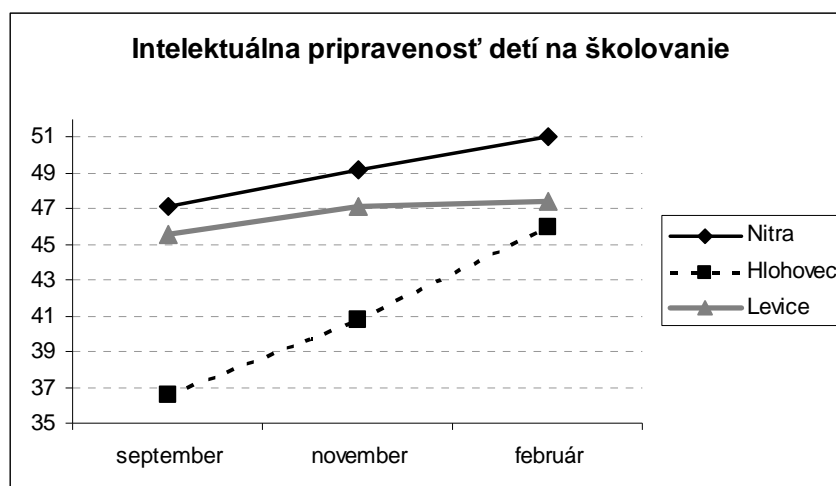
Uvedené kategórie boli pozorované v školskom roku 2001/2002 u žiakov 1. ročníka vo vybraných základných školách v okresoch Nitra (141 žiakov), Levice (141 žiakov) a Hlohovec (54 žiakov). Cieľom pozorovania bolo overiť, či nastali pozitívne zmeny v úrovni sledovaných znakov v závislosti od časového faktora. Výsledky nepriameho pozorovania boli spracované najskôr pomocou metód popisnej štatistiky. Pre ilustráciu uvádzame grafické vyhodnotenie jednotlivých okruhov výskumu (obr. 1 – 3).



*Obrázok 1: Sociálno-emocionálne prejavy v správaní sa detí vo vybraných školách*



*Obrázok 2: Úroveň pracovno-vôľovej pripravenosti detí na školovanie*



Obrázok 3: Intelektuálna pripravenosť detí na školovanie vo vybraných školách

### 3. Vyhodnotenie výsledkov pozorovania pomocou Friedmanovho testu

Na základe grafického porovnávania môžeme vidieť, že hodnoty pozorovaných znakov sú v jednotlivých mesiacoch rozdielne. Pomocou štatistických metód chceme zistiť, ktoré s uvedených rozdielov sú štatisticky významné. Chceme zistiť, či časový faktor má vplyv na priemernú hodnotu pozorovaného znaku. Úrovne faktora budú predstavovať jednotlivé časové obdobia. Ak počet porovnávaných súborov (počet úrovní faktora) je  $k$ , potom problém môže byť sformulovaný v tvare štatistických hypotéz nasledovne. Testovanou hypotézou je hypotéza  $H_0$ : rozdelenia  $k$  základných súborov sú identické. Oproti testovanej hypotéze kladieme alternatívnu hypotézu  $H_1$ : nie všetkých  $k$  rozdelení je identických. Ekvivalentne môže byť testovaný problém sformulovaný nasledovne  $H_0$ : priemerné hodnoty pozorovaného znaku nezávisia od úrovni faktora,  $H_1$ : priemerné hodnoty závisia od úrovni faktora.

Keďže nie je opodstatnený predpoklad o normálnom rozdelení pozorovaných znakov a porovnáваме niekoľko základných súborov na základe závislých výberových súborov, na testovanie nulovej hypotézy bol použitý neparametrický Friedmanov test.

Friedmanov test spočíva v tom, že sa pozorovania na každom bloku usporiadajú zvlášť a určí sa poradie  $T_{ij}$  hodnoty  $x_{ij}$  v rámci  $i$ -teho bloku. Ako testovacie kritérium použijeme štatistiku

$$Q = \frac{12}{n(n+1)} \cdot \sum_{j=1}^k \left( \sum_{i=1}^n T_{ij} \right)^2 - 3n(k+1),$$

ktorá má asymptoticky  $\chi^2$ -rozdelenie s  $k-1$  stupňami voľnosti. Testovanú hypotézu  $H_0$  zamietame na hladine významnosti  $\alpha$ , ak hodnota testovacieho kritéria  $Q \geq \chi_{\alpha}^2(k-1)$ , kde  $\chi_{\alpha}^2(k-1)$  sú kritické hodnoty  $\chi^2$ -rozdelenia ([5]). Ak zamietneme testovanú hypotézu  $H_0$  v prospech alternatívnej hypotézy  $H_1$ , ktorá znamená, že ošetrenia neprinášajú rovnaký efekt, ostáva nezodpovedaná otázka, ktoré výbery sa od seba štatisticky významne líšia. Na porovnávanie rozdielov medzi jednotlivými súbormi pri Friedmanovom teste použijeme Tukeyho metódu. Pri Tukeyho metóde porovnáme  $i$ -ty a  $j$ -ty súbor pre každé  $i, j$ ,

$i, j = 1, 2, \dots, k, i \neq j$ , podľa nasledujúceho postupu. Pre každú dvojicu porovnávaných súborov vypočítame priemerné poradia

$$\bar{T}_i = \frac{T_i}{n_i} \text{ a } \bar{T}_j = \frac{T_j}{n_j}.$$

Testovacím kritériom nulovej hypotézy  $H_0$ , že rozdelenia súborov  $i$  a  $j$  sú rovnaké, je absolútna hodnota rozdielu ich priemerných poradí:

$$D = |\bar{T}_i - \bar{T}_j|.$$

Testovanú hypotézu  $H_0$  zamietame na hladine významnosti  $\alpha$ , ak  $D > C$ , kde

$$C = \sqrt{\chi_\alpha^2(k-1) \cdot \frac{n(n+1)}{12} \left( \frac{1}{n_i} + \frac{1}{n_j} \right)}.$$

Pre ilustráciu uvedieme vyhodnotenie výsledkov pozorovania, ktoré boli získané u 141 žiakov 1. ročníka ZŠ v Nitre v oblasti sociálno – emocionálnych prejavov v správaní sa detí. Pozorovaným znakom sú sociálno – emocionálne prejavy v správaní sa dieťaťa. Pomocou programu STATISTICA sme dostali nasledujúce vyhodnotenie Friedmanovho testu:

<b>Friedmanova ANOVA N = 141</b>		
<u>Premenná</u>	<u>Priemerné poradia</u>	<u>Súčet poradí</u>
september	1,80	255
november	2,07	292
február	2,12	299
Test statistic = 14,109		p = 8,6 E-4

Vo výstupnej zostave sú uvedené priemerné poradia pre každú úroveň, hodnota testovacej štatistiky a hodnota pravdepodobnosti  $p$  ( $p$  – hodnota je pravdepodobnosť chyby, ktorej sa dopustíme ak zamietneme testovanú hypotézu). Ak hodnota  $p$  je menšia ako 0,05, na hladine významnosti  $\alpha = 0,05$  zamietame testovanú hypotézu. Keďže v našom prípade je  $p = 8,6 \text{ E-}4$ , nulovú hypotézu  $H_0$  zamietame. To znamená, že sociálno – emocionálne prejavy v správaní sa detí závisia od časového faktora. Aby sme zistili, ktoré súbory (mesiace) sa navzájom líšia, použijeme Tukeyho test. Keďže  $n_1 = n_2 = n_3 = 141$ , pre každú dvojicu súborov je kritická hodnota  $C$  rovnaká:

$$C = \sqrt{\chi_\alpha^2(k-1) \cdot \frac{n(n+1)}{12} \left( \frac{1}{n_i} + \frac{1}{n_j} \right)} = 35,67.$$

Hodnotu  $\chi_\alpha^2(k-1) = \chi_{0,05}^2(2) = 5,99$  sme vyhľadali v tabuľke č.12.4 ([3]). Vypočítame hodnoty testovacieho kritéria  $D$  pre každú dvojicu súborov:

$$\text{september – november: } D = |255 - 292| = 37 *$$

$$\text{november – február: } D = |292 - 299| = 7$$

$$\text{september – február: } D = |255 - 299| = 44 *$$

Testom bol potvrdený štatisticky významný rozdiel v úrovni sociálno – emocionálnych prejavov v správaní sa detí v ZŠ v Nitre medzi mesiacmi september

a november a september a február. Na základe rozhovoru s pedagógmi sme zisťovali príčiny takéhoto priebehu adaptácie v prvých ročníkoch na vybraných základných školách v Nitre. V pozorovaných nitrianskych školách sme zaznamenali vyšší počet detí s nepravidelnou dochádzkou do materskej školy a doporučeným odkladom školskej dochádzky. Deťom spôsobovalo problémy hlavne sebaapresadzovanie sa v novom prostredí školy. Je dôležité, aby dieťa, ktoré prichádza do prvého ročníka si vedelo vytvoriť primeraný status v skupine, aby dokázalo nadviazať kontakt nielen s učiteľom, ale aj so spolužiakmi.

Rovnakým spôsobom boli vyhodnotené výsledky pozorovania získané u 54 žiakov 1. ročníka ZŠ v Hlohovci a u 141 žiakov 1. ročníka ZŠ v Leviciach. Dostali sme nasledovné výsledky. Na vybraných základných školách v Hlohovci vyšli štatisticky významné rozdiely v priebehu adaptácie detí na školu medzi mesiacmi september a február. U niektorých detí sa objavili výrazne adaptačné ťažkosti hlavne v prispôsobovaní sa školskému poriadku a vo vzťahu ostatných k dieťaťu. Išlo predovšetkým o deti zo sociálne slabších rodín a deti rómskeho pôvodu. Pre dieťa je veľmi bolestivé, ak ho ostatné deti odmietajú. Učiteľ musí nájsť vhodný spôsob, ako ostatným deťom priblížiť hodnotu každého dieťaťa. Je dôležité viesť deti k tolerancii k inakosti a priznaniu práva každého dieťaťa na jedinečnosť. Máme na mysli deti so socio – kultúrnym alebo so zdravotným handicapom, prípadne detí, ktoré sú menej krajšie oblečené, ktoré majú skromnejšie školské pomôcky. To sú niektoré z kritérií utvárania vzťahov detí na začiatku školskej dochádzky k ostatným deťom.

Zaujímavé výsledky vyšli v Leviciach, kde boli preukázané štatisticky významné rozdiely medzi mesiacmi september a február a mesiacmi november a február. Hlavne v mesiaci február bol pozorovaný výrazný pokles stredných hodnôt u niektorých detí. Jednalo sa hlavne o deti s doporučeným odkladom školskej dochádzky, ktoré boli napriek tomu zapísané do prvého ročníka. Tieto deti mali výrazné adaptačné ťažkosti aj pri rešpektovaní školského poriadku, sebaapresadzovaní sa v novom prostredí, pri nadväzovaní kontaktov s učiteľom. Boli pozorované i úzkostné stavy a strach u niektorých detí zo školy. Išlo o deti, ktorých rodičia mali prehnané nároky. V niektorých prípadoch boli potvrdené sklony k úzkostnému správaniu sa.

V závere môžeme konštatovať, že niekedy nielen učelia, ale i rodičia nevenujú dostatočnú pozornosť formovaniu sociálnych kompetencií budúceho školáka. Nedostatočne posilňujú zdravé sebavedomia dieťaťa, jeho vieru vo vlastné schopnosti pri zdolávaní prekážok, ktoré sa môžu objavovať v školskom prostredí či už pri dosahovaní školských výsledkov, pri nadväzovaní kontaktov s dospelými alebo vrstovníkmi.

V ďalšom sme pozorovali priebeh adaptácie detí na požiadavky v oblasti pracovno – vôľovej. Tu sme zisťovali jednak počiatočnú úroveň i vývoj postoja detí k plneniu si povinností, vytrvalosť pri vykonávaní školských činností, ich samostatnosť, prípadne vyhľadávanie neustálej pomoci učiteľa. Zamerali sme sa na úroveň rozvoja niektorých zručností a schopností detí, ako je narábanie s nožnicami, úroveň grafomotoriky, schopnosť pracovať s ostatnými v skupine a pod. Pomocou Friedmanovho testu sme dostali nasledovné výsledky. V Nitre a v Leviciach vyšli štatisticky významné rozdiely v pozorovaných kategóriách medzi mesiacmi september a november, medzi mesiacmi november a február, ako aj medzi mesiacom september a február. Môžeme konštatovať, že faktor času mal pozitívny vplyv, nakoľko dochádzalo k postupnej adaptácii detí na požiadavky v tejto oblasti. Opäť väčšie ťažkosti boli zaznamenané u detí s odkladom školskej dochádzky a deťmi, ktoré nenavštevovali materskú školu, prípadne chodili nepravidelne. Tieto deti neboli dostatočne motivované na učenie sa v škole. Nevedeli sa primerane sústrediť na prácu, doviesť ju do konca a pod. V Hlohovci boli preukázané štatisticky významné rozdiely v mesiacoch september a február a november a február. Niektoré deti potrebovali dlhší časový úsek, aby sa prispôbili požiadavkám v danej oblasti. Je dôležité poznamenať, že detí, ktoré nie sú

spôsobilé na školskú dochádzku, môžu mať nedostatočne sformované vôľové úsilie pri vykonávaní rôznych činností. Často dochádza u týchto detí k motivačnému konfliktu, ktorý je dôsledkom istého rozporu medzi tlakom povinností a tendenciou uspokojovať svoje aktuálne potreby. Niektoré deti môžu mať i vývojovo nižšiu toleranciu k záťaži. Sú rýchlejšie unaviteľnejšie. Učiteľ musí zohľadňovať tento fakt pri vytváraní vhodných edukačných podmienok nielen v škole, ale dať isté odporúčenia i rodičom pri domácej príprave žiaka.

V poslednej oblasti sme pomocou štatistických metód overovali vplyv časového faktora na intelektuálnu pripravenosť detí na školovanie. Sledovali sme v priebehu mesiacov september, november a február rozvoj jazykového prejavu u detí (správnosť vo výslovnosti, spisovnosť vo vyjadrovaní, používanie dialektu pri komunikácii, úroveň slovnej zásoby). Ďalej sme pozorovali schopnosť detí sústrediť sa, zapamätať si krátky text, zreprodukovať jeho obsah. Orientáciu dieťaťa v prostredí, schopnosť analýzy, triedenia, porovnávania. Použitím Friedmanovho testu boli potvrdené štatisticky významné rozdiely na všetkých vybraných školách a to vo všetkých pozorovaných mesiacoch. Vyššie stredné hodnoty boli namerané na vybraných školách v Leviciach a v Nitre. Aj v tejto oblasti časový faktor zohral dôležitú úlohu. Deti sa postupne v jednotlivých mesiacoch adaptovali na požiadavky učiteľa.

#### 4. Záver

V závere nášho výskumu by sme chceli zdôrazniť, že v príprave budúcich školákov je dôležité sa sústrediť nielen na kognitívny vývoj dieťaťa, ale hlavne na sociálno - emocionálnu stránku jeho osobnosti (schopnosť nadväzovať kontakty, vedieť sa presadiť v skupine, zdravé sebavedomie dieťaťa). Je dôležité podporovať jeho záujem o učenie, o poznávanie nového. V neposlednom rade zvyšovať u dieťaťa odolnosť voči záťaži. V našom príspevku sme sa zamerali len na dieťa a jeho pripravenosť adaptovať sa na školu. Zastávame však názor, že nielen dieťa má byť pripravené na školu, ale aj učiteľ a rodič, ktorí mu vytvárajú podmienky na úspešný štart na jeho dlhej dráhe poznávania.

#### 5. Literatúra

- [1]ANDĚL, J.: Statistické metody. MATFYZPRESS, Praha (2003), ISBN 80-86732-08-9
- [2]TIRPÁKOVÁ, A. - MARKECHOVÁ, D. - SLEZÁKOVÁ, T.. Použitie niektorých neparametrických metód matematickej štatistiky pri vyhodnocovaní výsledkov pedagogického výskumu. Zborník vedeckých prác z medzinár. vedec. konf. Matematika vo výučbe, výskume a praxi 2003, FEM SPU, 2003, 227 – 231, ISBN 80-8069-203-3
- [3]TIRPÁKOVÁ, A. - MARKECHOVÁ, D.: *Štatistika v praxi*. FPV UKF v Nitre (2008), 390 strán, ISBN 978-80-8094-283-0
- [4]VÁGNEROVÁ, M.: Kognitívni a sociální psychologie žáka základní školy. Praha: Portál. (2001), 304 strán, ISBN 80-246-0181-8
- [5]Holúbek, I. – Serenčes, R. 2005. Vybrané kapitoly zo základov ekonómie. Nitra: UKF Prírodovedec, 2005. 124 s. ISBN 80-8050-921-2.

#### Adresa autora (-ov):

Anna Tirpáková, Doc. RNDr., CSC.  
Katedra Matematiky UKF  
Tr. A.Hlinku 1  
949 01 Nitra1  
[atirpakova@ukf.sk](mailto:atirpakova@ukf.sk)

Tatiana Slezáková, PeadDr., PhD  
Katedra pedagogiky  
UKF Trieda A. Hlinku 1, 949 01 Nitra  
[tslezakova@ukf.sk](mailto:tslezakova@ukf.sk)

## Overovanie efektívnosti nových prístupov k vyučovaniu grafického programu GIMP s podporou IKT na vybraných katedrách UKF v Nitre

### Verification of effectiveness of innovated methods to teaching graphical program GIMP with support of IKT at selected departments UCP in Nitra

Anna Tirpáková, Miroslav Šebo

**Abstract:** The contribution describe an application of informational technologies in university studies with accent on humane studies. To verify innovated methods of teaching, we used statistical methods.

**Key words:** informational and communication technologies, pedagogical research, nonparametric test

**Kľúčové slová:** informačné a komunikačné technológie, pedagogický výskum, neparametrické testy

#### 1. Úvod

Výsledky vzdelávacieho procesu je možné ovplyvňovať integráciou informačných a komunikačných technológií (IKT) a ich služieb, vrátane e-learningu, do tradičného vyučovacieho procesu. Už dnes môžeme súhlasiť so všeobecne akceptovanou skutočnosťou, že uľahčujú vyučovací proces, zefektívňujú a zatraktívňujú procesy získavania a osvojovania si nových poznatkov ([1]).

Predmet základy výpočtovej techniky je nosným predmetom v príprave študentov, ktorí chcú získať vedomosti a zručnosti v ovládaní informačných technológií. Na Katedrách masmediálnej komunikácie a reklamy a Katedre výtvarnej výchovy UKF v Nitre bol realizovaný výskum, ktorého cieľom bolo vytvoriť a v praxi overiť systém vyučovania založený na aplikácii informačných technológií v štúdiu. V rámci experimentu sa mapovala aktuálna úroveň vedomostí a zručností študentov oboch katedier.

Na základe výsledkov výskumu bol vypracovaný doplnok úpravy profilu absolventa týchto katedier, ktorý navrhoval nové možnosti využívania informačných technológií ako prostriedku na dosiahnutie vyššieho stupňa zručností a ovládania a práce s grafickým programom GIMP. GIMP (GNU Image Manipulation Program) je program na tvorbu bodovej (vektorovej) grafiky, vytváranie obrázkov pre web, úpravu fotografií. Obsahuje veľké množstvo filtrov, stôp, prechodov a vzoriek, ktoré sa dajú ďalej rozširovať pomocou balíčkov a upravovať podľa vlastných potrieb. K jeho najväčším prednostiam patrí kompletná lokalizácia do slovenčiny a práca s vrstvami.

Pre študentov oboch katedier boli navrhnuté minimálne požiadavky, ktoré musia splniť, aby zvládli prácu s PC na požadovanej úrovni. Efektívnosť navrhnutých nových prístupov na zvládnutie práce s počítačom a grafickým programom GIMP sme overili pomocou Wilcoxonovho dvojitýberového testu([2]).

---

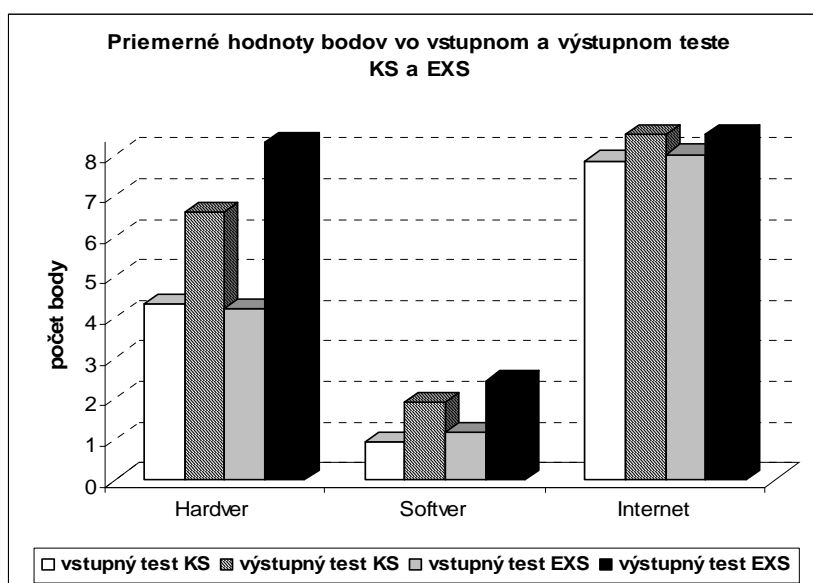
<sup>1</sup> GNU GPL - GNU's Not Unix General Public License – licencia na šírenie programov, ktorá umožňuje chrániť autorov a ich zdrojové texty programov.

## 2. Charakteristika sledovaných súborov a použité metódy

Výberový súbor tvorilo 102 študentov katedry masmediálnej komunikácie a reklamy a 26 študentov katedry výtvarnej výchovy. Predmetom výskumu bolo zistenie vplyvu informačných technológií na kvalitu práce s počítačom a práce s grafickými programami (GIMP). Pred začatím experimentu boli študenti náhodným výberom rozdelení do dvoch skupín: kontrolnej a experimentálnej skupiny. Oboj skupinám bol zadaný vstupný vedomostný test, ktorý pozostával s troch tematických častí: *Hardvér*, *Softvér* a *Sieť*. Vstupným testom bola sledovaná vedomostná úroveň študentov pred výučbou v predmete Základy výpočtovej techniky. Obsahová stránka testu bola zameraná na zistenie vedomostí v oblasti hardvéru, softvéru a siete Internet. Pýtali sme sa na vstupné, výstupné a vstupno-výstupné zariadenia počítača, ďalej na prídavné počítačové komponenty, na akých médiách sa ukladajú informácie v počítači a aké sú výhody a nevýhody jednotlivých záznamových médií. V druhom bloku položiek sme zisťovali vedomostnú úroveň respondentov z oblasti operačných systémov. Tretí blok bol orientovaný na možnosti využitia siete Internet, na internetové vyhľadávače, výhody a nevýhody elektronickej pošty a na spôsoby komunikácie prostredníctvom siete Internet. Test obsahoval 25 otázok a študent mohol získať maximálne 25 bodov (hardvér – 10 bodov, softvér – 5 bodov a sieť – 10 bodov). Okrem prehľadu o vedomostiach študentov sme na základe analýzy výsledkov vo vstupnom teste sme chceli zistiť, či sú obe skupiny: kontrolná aj experimentálna rovnocenné v úrovni vedomostí.

Študenti oboch skupín navštevovali predmet „Základy výpočtovej techniky“ počas jedného semestra. Kým prvá skupina študentov (kontrolná) bola vyučovaná klasickými vyučovacími metódami, druhá skupina (experimentálna) bola vyučovaná s podporou nami navrhnutých informačných technológií. Priebeh experimentu bol objektivizovaný tým že výučbu realizoval ten istý pedagóg v oboch skupinách (kontrolná i experimentálna). Výučba všetkých študentov (v kontrolnej i experimentálnej skupine) prebiehala v tom istom prostredí. Študenti mali k dispozícii rovnaké hardvérové a softvérové vybavenie. Po skončení experimentu obe skupiny písali výstupný test, ktorý rovnako ako vstupný test pozostával z troch tematických okruhov. Maximálny počet bodov, ktorý mohol študent v tomto teste dosiahnuť bol 25.

Výsledky vstupného a výstupného testu, ktoré dosiahli obe skupiny v troch tematických oblastiach sú znázornené na nasledovnom grafe:



Obrázok 1: Výsledky vstupného a výstupného testu kontrolnej a experimentálnej skupiny

### 3. Vyhodnotenie výsledkov výskumu pomocou neparametrických testov

Na základe grafického porovnávania (obr.1) môžeme vidieť, že hodnoty, ktoré dosiahli obe skupiny v jednotlivých tematických okruhoch vo vstupnom teste sú veľmi podobné. Pozorovaným znakom je počet správnych odpovedí vo vedomostnom teste. Keďže predpoklad o normálnom rozdelení početností správnych odpovedí v testoch nie je opodstatnený, na testovanie rozdielov vo vedomostnej úrovni žiakov experimentálnej a kontrolnej skupiny sme použili dvojvýberový Wilcoxonov test. Tento test patrí medzi najpoužívanejšie neparametrické metódy matematickej štatistiky. Používa sa ako neparametrická alternatíva parametrického t-testu pre dva nezávislé výberové súbory v prípade ak neplatí niektorý z predpokladov použitia parametrickej štatistickej metódy (predpoklad o normálnom rozdelení, predpoklad rovnakej variability a iné). Tieto predpoklady by mali byť overené predtým, ako sa príslušný test použije. Ak príslušná štatistická metóda je použitá neoprávnene, potom závery, vyvedené pomocou tejto metódy z experimentálnych údajov, môžu byť skreslené. Veľakrát sú k dispozícii údaje, pri ktorých nie je možné overiť, či pre ne platia predpoklady pre použitie niektorej parametrickej metódy. V takýchto prípadoch je výhodné použiť niektorú z neparametrických metód, ktorých použitie predpokladá splnenie menej prísnych podmienok. Platí teda pravidlo, že ak nie sú splnené predpoklady použitia parametrickej metódy, dávame prednosť parametrickej metóde pred metódou neparametrickou ([3]).

Wilcoxonov test sme realizovali pomocou programu STATISTICA. Po zadaní vstupných údajov vo výstupnej zostave počítača dostaneme pre zvolený dvojvýberový Wilcoxonov test tieto výsledky: hodnotu testovacieho kritéria  $z$  a hodnotu  $p$ , čo je pravdepodobnosť chyby, ktorej sa dopustíme, keď zamietneme testovanú hypotézu. Ak je vypočítaná hodnota pravdepodobnosti  $p$  dostatočne malá ( $p < 0,05$  resp.  $p < 0,01$ ), testovanú hypotézu  $H_0$  o rovnosti stredných úrovní pozorovaných znakov zamietame (na hladine významnosti 0,05 resp. 0,01). V opačnom prípade hypotézu  $H_0$  nemôžeme zamietnuť, pozorované rozdiely nie sú štatisticky významné. Po zadaní výsledkov vedomostných testov sme dostali nasledujúce výsledky (*Hardvér*):  $z = 0,49$ ;  $p = 0,622$ . Keďže vypočítaná hodnota  $p > 0,05$ , nulovú hypotézu  $H_0$  nemôžeme zamietnuť, pozorované rozdiely nie sú štatisticky významné. Na základe výsledkov vstupného testu sme zistili, že medzi kontrolnou a experimentálnou skupinou nie sú štatisticky významné rozdiely v úrovni vedomostí z tematického celku *Hardvér*. K rovnakým výsledkom sme dospeli aj pri analýze rozdielov vo vedomostnej úrovni v tematických oblastiach *Softvér* a *Internet*. Uvedené výsledky potvrdili rovnakú vedomostnú úroveň oboch skupín študentov - kontrolnej aj experimentálnej pred začatím experimentu.

Po skončení experimentu obom skupinám študentov bol zadaný výstupný vedomostný test, ktorého výsledky sú tiež znázornené na obr.1. Pozorované rozdiely v úrovni vedomostí medzi oboma skupinami sme opäť testovali pomocou Wilcoxonovho dvojvýberového testu a to v každej tematickej oblasti. Po zadaní údajov do počítača sme dostali nasledujúce výsledky (*Hardvér*):  $z = -3,962$ ;  $p = 0,000074$ . Keďže vypočítaná hodnota  $p < 0,05$ , nulovú hypotézu  $H_0$  zamietame na hladine významnosti  $\alpha = 0,01$ . To znamená, že medzi kontrolnou a experimentálnou skupinou je štatisticky významný rozdiel vo výsledkoch výstupného testu – konkrétne v úrovni vedomostí v tematickej oblasti *Hardvér*. K rovnakým záverom sme dospeli aj pri analýze rozdielov vo vedomostnej úrovni v tematických oblastiach *Softvér* a *Internet*. Uvedené výsledky potvrdili štatisticky významný rozdiel vo vedomostnej úrovni medzi kontrolnou a experimentálnou skupinou študentov. Porovnanie výsledkov kontrolnej a experimentálnej skupiny vo výstupnom didaktickom teste ukázalo, že výsledky



respondentov pracujúcich v experimentálnej skupine sú vo všetkých položkách štatisticky významne lepšie.

Okrem spomínaného výstupného testu, po skončení experimentu obe skupiny písali aj vedomostný test, zameraný na posúdenie vedomostnej úrovne študentov po výučbe v predmete Základy výpočtovej techniky. K úspešnému zvládnutiu predmetu Základy výpočtovej techniky sme predpokladali zvládnutie vedomostí a zručností učiacich z problematiky ovládania programu GIMP. Položky didaktického testu na program GIMP boli konštruované tak, aby sme ich vyhodnotením zistili:

1. vedomosti o programe GIMP,
2. vedomostnú úroveň terminológie z grafického programu GIMP.

Test bol zameraný na získanie informácií o vedomostiach respondentov z problematiky ovládania programu GIMP ide o kognitívny, výstupný, CR-rozlišujúci, neštandardizovaný didaktický test. Pri tvorbe položiek testu bol zohľadnený obsah učiva v predmete Základy výpočtovej techniky na Katedre technickej výchovy a informačných technológií v 1. ročníku vyučovaný v rozsahu 14 hodín. Počet položiek v teste sme stanovili na 38 pri zohľadnení výučbových tematických celkov. Pri kvantitatívnom hodnotení položiek testu sme použili binárne skórovanie: jeden bod pridelený za správnu odpoveď, nula bodov za nesprávnu, neúplnú alebo vynechanú odpoveď. Spolu mohol vo výstupnom teste dosiahnuť každý respondent maximálne skóre 38 bodov.

Naším cieľom bolo na základe dosiahnutých výsledkov vo vedomostnom teste, zameranom na zvládnutie programu GIMP, poukázať na rozdielnosť v schopnostiach práce so špecializovanými programami (GIMP) u študentov, ktorí pri štúdiu využívajú informačné technológie, (experimentálna skupina) a u študentov vyučovaných tradičným spôsobom (kontrolná skupina). Túto rozdielnosť sme rovnako ako predchádzajúcich prípadoch testovali pomocou Wilcoxonovho dvojvýberového testu. Pozorovaným znakom boli výsledky testu v oboch skupinách: kontrolnej aj experimentálnej. Po zadaní údajov do počítača sme dostali nasledujúce výsledky:  $Z = -4,4821$  a  $p = 0,000007$ . Keďže hodnota pravdepodobnosti  $p < 0,01$ ,  $H_0$  zamietame, t.j. kontrolná a experimentálna skupina sa štatisticky významne líšia v schopnostiach práce so špecializovanými programami GIMP. Študenti experimentálnej skupín dosiahli v didaktickom teste zameranom na používanie grafického programu GIMP štatisticky významne lepšie výsledky ako študenti kontrolnej skupiny.

#### 4. Záver

Použitím Wilcoxonovho dvojvýberového testu sme dokázali, že navrhnutý vyučovací model riešenia je efektívny. Úroveň vedomostí schopností študentov v oblasti počítačovej grafiky sa realizáciou tohto modelu vo vyučovaní štatisticky významne zlepšila. Na základe výsledkov výskumu sme dospeli k záveru že nami navrhovaný spôsob výučby má viaceré pozitíva a budeme ho aplikovať v pedagogickej praxi a prostredníctvom publikačnej činnosti odporúčať i ostatným kolegom, ktorí sa zaoberajú podobnou problematikou.

#### 5. Literatúra

- [1]SOTÁK, V.–ŠEBO, M.: Sieť internet ako vzdelávací nástroj v predmete technika a životné prostredie. Zborník z medzinárodnej konferencie “IKT v technickom vzdelávaní“, PF UKF v Nitra (2007), s. 71-77, ISBN 978-80-8083-529-3
- [2]TIRPÁKOVÁ, A.- MARKECHOVÁ, D.: Štatistika v praxi. FPV UKF v Nitre (2008), 390 strán, ISBN 978-80-8094-283-0

- [3]TIRPÁKOVÁ, A. - MARKECHOVÁ, D. - SLEZÁKOVÁ, T.: Použitie niektorých neparametrických metód matematickej štatistiky pri vyhodnocovaní výsledkov pedagogického výskumu. Zborník vedeckých prác z medzinárodnej konferencie “Matematika vo výučbe, výskume a praxi 2003” (4. 6. 2003), KM FEM SPU (2003), s. 227-232, ISBN 80-8069-203-3

**Adresa autora (-ov):**

Anna Tirpáková, Doc. RNDr., CSc.  
Katedra Matematiky UKF  
Tr. A.Hlinku 1  
949 01 Nitra1  
[atirpakova@ukf.sk](mailto:atirpakova@ukf.sk)

Miroslav Šebo  
Katedra techniky a informačných technológií  
UKF  
Drážovská 2  
949 01 Mesto2  
[msebo@ukf.sk](mailto:msebo@ukf.sk)

## Finančné časové rady Financial time series

Marta Urbaníková

**Abstract:** The paper deals with some statistical analysis methods of time series with emphasis on time series analysis from the finance practice. It models and forecasts of stocks index PX of Prague stock exchange evolution.

**Key words:** Time series, financial time series, stock index, Box- Jenkin's methodology, forecast.

**Kľúčové slová:** časové rady, finančné časové rady, akciový index, Box- Jenkinsonová metodológia, predpoveď

### 1. Úvod

Jednou z najvýznamnejších aplikácií štatistických metód v ekonómii, a nielen v ekonómii, je analýza časových radov. Ekonomická veda je v podstate veda o rozhodovaní. Jej cieľom je nájsť rozhodovacie kritériá, ktoré umožnia nájsť najlepšie možné riešenia, ktoré maximalizujú zisk firmy, úžitok spotrebiteľa, minimalizujú riziká, optimalizujú makroekonomické ciele vlády a podobne. Pre všetky tieto rozhodnutia sú potrebné znalosti o budúcom vývoji sledovaných ukazovateľov, o závislosti medzi nimi. Dnes o význame modelovania rôznych reálnych situácií niet pochýb. Rastie dopyt po kvalitných analýzach zistených štatistických údajov a prognózach budúceho vývoja. Tieto prognózy sú nenahraditeľné v ekonomickej a finančnej praxi. Značná časť ekonomických dát je predkladaná v tvare časových radov. Čoraz väčší význam nadobúdajú časové rady sociálnych, ekonomických a finančných ukazovateľov.

### 2. Časové rady

Časový rad je tvorený hodnotami, ktoré sú pozorované alebo merané chronologicky v čase, v rovnako dlhých časových intervaloch. Môžeme ho chápať aj ako usporiadanú množinu dvojíc  $(t, y_t)$ , kde  $t$  je hodnota časovej premennej a  $y_t$  je hodnota premennej  $Y$  pozorovaná v čase  $t$ .

Metódy analýzy časových radov možno rozdeliť na dve skupiny. Jednu skupinu tvoria metódy, keď vývoj modelovaného ukazovateľa závisí len od času. Ide o dekompozičné metódy, Box-Jenkinsonové modely a spektrálnu analýzu. Druhú skupinu tvoria ekonometrické metódy modelovania, keď modelujeme naraz vývoj množiny niekoľkých ukazovateľov v čase. Ekonometrické modely sa členia na jednorovnicové a viacrovnicové. Jednorovnicový ekonometrický model predstavuje jednu viacnásobnú regresnú rovnicu.

Dekompozičné metódy zahŕňajú regresné metódy a metódy exponenciálneho vyrovnávania.

Podstatou regresných metód je vyjadrenie závislosti hodnôt skúmaného ukazovateľa  $Y$  od času. Regresné metódy sú vhodné, ak charakter vývoja časového radu  $Y$  je jasný a zreteľný.

Podstatou metód exponenciálneho vyrovnávania je používanie rôznych váh jednotlivých pozorovaní v časovom rade. Čím je pozorovanie vzdialenejšie do minulosti, tým má menšiu váhu. Metódy exponenciálneho vyrovnávania dokážu pomerne veľmi presne vyrovnáť časový rad. Používa sa jednoduché, dvojité, trojité exponenciálne vyrovnávanie a Holtova-Wintersova metóda exponenciálneho vyrovnávania. Vo väčšine softvérových produktov sa tieto metódy nachádzajú.

Box-Jenkinsonové modely predstavujú nový prístup k modelovaniu časových radov. Kým pri predchádzajúcich metódach sa vychádzalo z trendovej a sezónnej zložky časového radu, pri Box-Jenkinsonových modeloch sa vychádza z náhodnej zložky. Pri ich konštrukcii sa vychádza z autoregresívnych tvarov AR a modelov kĺzavých súčtov MA. Keďže pri jasných časových radoch je vhodnejšie použiť regresné modely, Box-Jenkinsonové modely sa používajú na modelovanie nejasných časových radov, kde okrem ich nejasnosti je aj zložitejšie intuitívne predpovedať ich budúci vývoj.

Spektrálna analýza vychádza z idey, že každý časový rad možno rozdeliť na nekonečné množstvo sínusoid a kosínusoid. Využíva sa Fourierova transformácia časového radu a na jej základe sa snažíme odhadnúť budúci vývoj. Od časového radu sa vyžaduje stacionárnosť. Spektrálna analýza je pomerne náročná na dĺžku časového radu.

Ekonometrické modely okrem časovej premennej berú do úvahy viac ukazovateľov. Jednorovnicový ekonometrický model má skôr teoretický ako praktický význam. Viacrovnicové ekonometrické modely umožňujú modelovať budúci vývoj vychádzajúc z previazaných vzťahov medzi jednotlivými ukazovateľmi. Sú síce podstatne náročnejšie ako modely pri jednoduchých časových radoch, ale spoľahlivosť ich prognóz by mala byť väčšia.

### 3. Finančné časové rady

Finančný trh je miesto, kde sa stretáva ponuka a dopyt voľných peňazí a kapitálu. Finančné trhy môžu byť dlhopisové, akciové a devízové. Základnými informáciami, ktoré trhy poskytujú sú ceny akcií, dlhopisov, kurzy mien. Tieto informácie sú sledované v určitých časových okamihoch a teda tvoria časové rady. Tieto časové rady a rady vychádzajúce z cien, alebo charakterizujúce ceny a ich vývoj, označujeme ako finančné časové rady.

Základným rysom finančných časových radov je vysoká frekvencia sledovania ich hodnôt. Najčastejšie sa sledujú denné údaje. Okrem systematických faktorov majú na ne vplyv aj nesystematické faktory, čo sa prejavuje v ich relatívne vysokej a premenlivej variabilite. Zo zložiek spôsobených pôsobením systematickými faktormi sa výrazne prejavuje predovšetkým cyklická a trendová zložka. Sezónna zložka sa vyskytuje zriedkavejšie.

Závažnou skutočnosťou pri finančných časových radoch je, že jednotlivé pozorovania nemusia byť navzájom nekorelované. Tento problém rieši Box – Jenkinsonova metodológia.

Box-Jenkinsonov prístup uvažuje reziduálnu zložku, ktorá môže byť tvorená závislými pozorovaniami. V Box-Jenkinsonovej metodológii možno modelovať iba stacionárne časové rady. Tento predpoklad nie je veľmi obmedzujúci, nakoľko pomocou rôznych transformácií je možné veľa nestacionárnych radov z praxe previesť na stacionárne rady.

Základom Box – Jenkinsovej metodológie je predpoklad, že časový rad je realizáciou lineárneho procesu a dá sa interpretovať nasledovne:

$$y_t = \varepsilon_t + \psi_1 \varepsilon_{t-1} + \psi_2 \varepsilon_{t-2} + \dots,$$

kde  $\varepsilon_t$  je biely šum s nulovou strednou hodnotou a rozptylom  $\sigma_\varepsilon^2$  a  $\psi_k$  sú parametre. Ak sa lineárny proces dá zapísať ako lineárna kombinácia minulých hodnôt časového radu a bieleho šumu

$$y_t = \varphi_1 y_{t-1} + \varphi_2 y_{t-2} + \dots + \varepsilon_t,$$

kde  $\varphi_k$  sú reálne parametre, hovoríme, že proces je invertibilný.

Metodológia vyžaduje časový rad s dĺžkou najmenej 50 rovnako vzdialených pozorovaní, čo pri finančných časových radoch býva splnené, pričom musia byť ošetrované chýbajúce a extrémne hodnoty. Pomocou vhodnej transformácie údajov časového radu je ďalej potrebné dosiahnuť jeho stacionaritu. Modely Box – Jenkinsovej metodológie sú:

- autoregresný proces p-teho rádu AR(p)

- proces kĺzavých priemerov  $q$ -teho rádu  $MA(q)$
- zmiešaný model  $ARMA(p,q)$
- integrovaný model  $ARIMA(p,d,q)$  - používa sa v prípade, že časový rad má výrazne nestacionárny charakter. Na časový rad najprv aplikujeme diferecovanie  $d$ -teho rádu a potom použijeme model  $ARMA(p,q)$ .

Výstavba modelu má tri fázy:

1. identifikácia modelu
2. odhad parametrov modelu
3. testovanie vhodnosti modelu, prípadne modifikácia modelu.

Po overení vhodnosti modelu môžeme tento model použiť na prognózy ďalšieho vývoja sledovaného časového radu. Bližšie viď. [1].

#### 4. Burzové indexy a index PX

Burzový index ukazuje správanie sa trhu, na ktorý sa vzťahuje. Rast hodnôt indexu znamená rast výkonnosti trhu a pokles hodnôt indexu znamená pokles cenovej hladiny cenných papierov. Aby kurzový index fungoval náležite, mal by zahŕňať všetky cenné papiere. V dôsledku veľkosti trhu a problémov s obchodovateľnosťou všetkých cenných papierov sa často vyberie len jedna skupina cenných papierov, ktoré reprezentujú správanie sa trhu ako celku.

Index PX je oficiálnym indexom Burzy cenných papierov v Prahe, a.s. Referenčným dňom výpočtu PX sa stal 5. apríl 1994, ku ktorému bola stanovená báza 50 emisií a nastavená hodnota indexu 1000 bodov. Výpočet indexu vychádza z nasledujúceho vzorca:

$$PX(t) = K(t) \cdot \frac{M(t)}{M(0)} \cdot 1000,$$

kde  $M(0)$  je trhov kapitalizácia bázy v referenčnom dni 5. apríl 1994,

$K(t)$  je faktor, ktorý zohľadňuje zmeny prevedené v báze indexu,

$M(t)$  je trhov kapitalizácia bázy v čase  $t$ , ktorá je definovaná vzorcom:

$$M(t) = \sum_{i=1}^{N(t)} q_i(t) \cdot p_i(t),$$

kde  $g_i(t)$  označuje počet cenných papierov  $i$ -tej bázickej emisie v čase  $t$ ,

$p_i(t)$  je kurz  $i$ -tej bázickej emisie v čase  $t$ ,

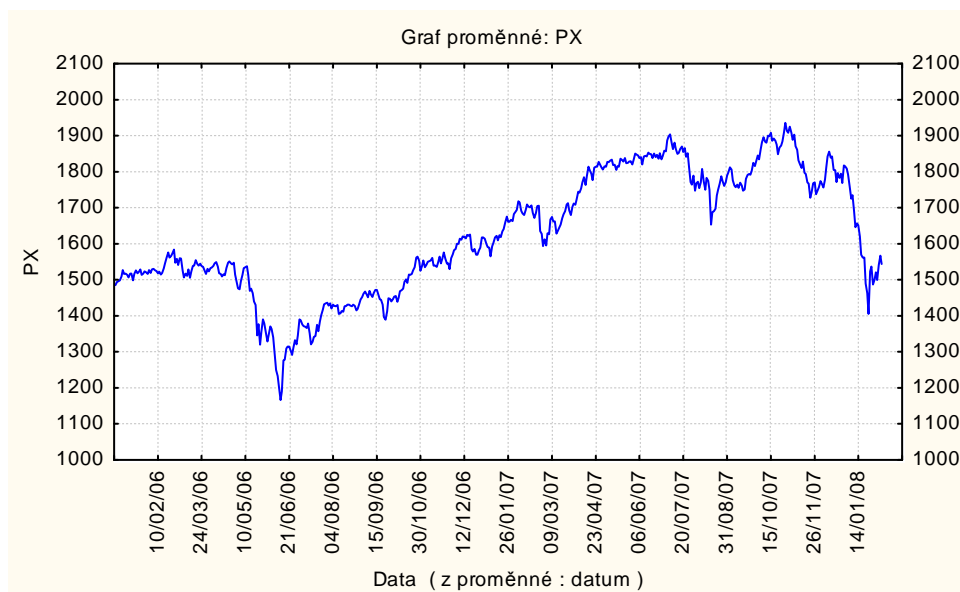
$N(t)$  predstavuje počet bázických emisií v čase  $t$ .

#### 5. Modelovanie a predikcia indexu PX

Majme k dispozícii denn hodnoty o vývoji indexu PX za obdobie 2.1.2006 – 5.2.2008. Pre rozsiahlosť ich neuvádzame. Možno ich získať na [www.bcphp.cz](http://www.bcphp.cz). Našou úlohou je analyzovať dan časov rad a nájsť vhodn model, ktorý rad aproximuje. Po overení modelu treba vypota predpovede na ďalšie obdobie.

Pri analýze časových radov je nutné pouit niektor zo špecilizovaných softvérových produktov (Statistica, Mathematica, SAS, Statgraphic). Vzhľadom k objektívnemu charakteru naprogramovaných metód, odlišnosti sú hlavne v syntaxe zápisu programu, alebo zodpovedajúcich výstupov. My v predkladanom príspevku využijeme balík Statistika cz.

Po vytvoren dátového súboru (premenn nazveme napríklad PX) zistíme zkladn štatistick údaje a vykreslíme časov rad (obr. 1).



**Obrázok 1: Vývoj akciového indexu PX**

Základné štatistické údaje radu:  $n = 526$ ,  $\bar{y} = 1624,810$ ,  $\sigma = 169,3334$ .

Daný časový rad neobsahuje trend ani sezónnu zložku, ale ako väčšina ekonomických procesov vykazuje cyklickú zložku. Významné cyklické periódy zistíme pomocou spektrálnej analýzy. Výsledkom tejto analýzy sú významné periódy, frekvencie a odhady príslušných regresných koeficientov.

Časový rad obsahujúci cyklickú zložku potom možno zapísať v tvare

$$y_t = \bar{y} + \sum_{k=1}^p (A_k \cdot \cos(2\pi f_k \cdot t) + B_k \cdot \sin(2\pi f_k \cdot t)) + e_t,$$

kde  $f_k$  je frekvencia (počet cyklov za jednotku času), perióda sa vypočíta ako  $1/f_k$  a znamená počet pozorovaní v jednom cykle,

$A_k$  ( $B_k$ ) sú príslušné regresné kosínusové (sínusové) koeficienty

$e_t$  je reziduálna zložka.

Skúmaný časový rad PX má podľa výsledkov spektrálnej analýzy päť významných periód (526 dní; 131,5 dní; 105,2 dní; 58,4444 dní a 52,6 dní) uvedených v nasledujúcej tabuľke.

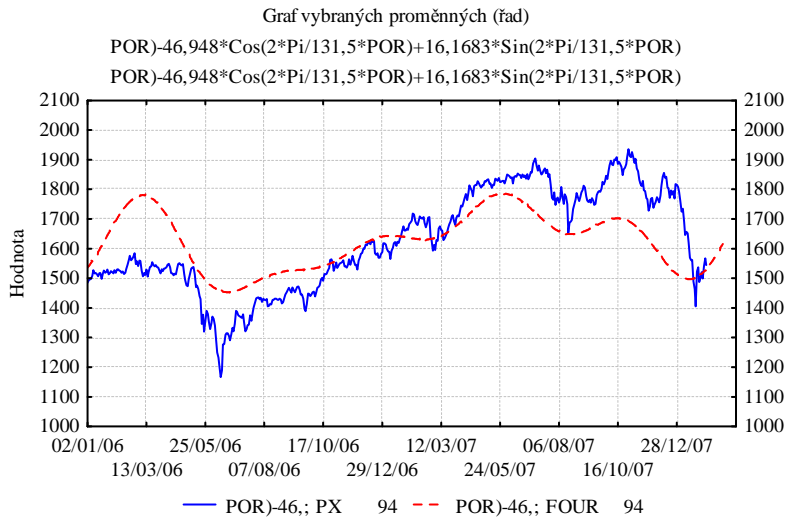
**Tabuľka 1: Spektrálna analýza**

Spektrálna analýza: PX : -M=1625, (Tabulka1) Počet prípadů:						
	Frekven.	Perioda	Kosínové	Sínové	Periodogram	Hodnoty Hamming
<b>0</b>	0,000000		-0,0000	0,000	0	6214391 0,035714
<b>1</b>	0,001901	526,0000	-2,1657	-221,290	12880112	6226085 0,241071
<b>4</b>	0,007605	131,5000	-47,7854	-18,879	694282	448751 0,035714
<b>5</b>	0,009506	105,2000	-44,7205	-1,202	526361	407195
<b>9</b>	0,017110	58,4444	-25,9268	-10,358	205006	118875
<b>10</b>	0,019011	52,6000	-17,2504	6,073	87963	92630

Odhad cyklickej zložky má tvar:

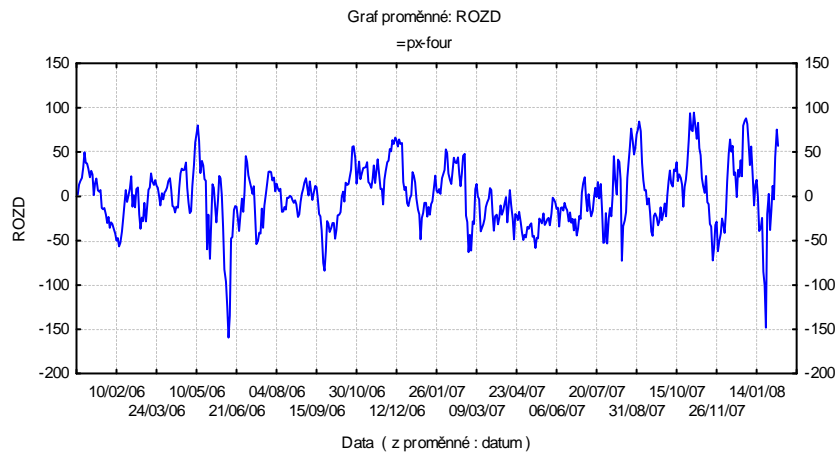
$$\hat{C}_t = 1625 - 2,1657 \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{526} \cdot t\right) - 221,290 \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{526} \cdot t\right) - 47,7854 \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{131,5} \cdot t\right) - 18,879 \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{131,5} \cdot t\right) - 44,7205 \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{105,2} \cdot t\right) - 1,202 \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{105,2} \cdot t\right) - 25,9268 \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{58,4444} \cdot t\right) - 10,358 \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{58,4444} \cdot t\right) - 17,2504 \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{52,6} \cdot t\right) + 6,073 \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{52,6} \cdot t\right)$$

a spolu s pôvodným časovým radom je graficky znázornený na obrázku 2.



**Obrázok 2: Pôvodný časový rad PX a odhad jeho cyklickej zložky**

Po odstránení cyklickej zložky z časového radu máme rad rezíduí  $e_t$  (premenná ROZD, obr.3)



**Obrázok 3: Graf rezíduí po odstránení cyklickej zložky**

Rezíduá budeme modelovať pomocou modelov Box-Jenkinsovej metodológie. Našou ďalšou úlohou teda bude zvoliť vhodný typ a rád ARMA modelu. Pomôže nám tvar autokorelačnej a parciálnej autokorelačnej funkcie. V štartovacom paneli označíme z dostupných premenných premennú ROZD a vyberieme ARIMA modelovanie



Po niekoľkých pokusoch sme zistili, že správny model pre odhad nášho časového radu rezíduí je ARMA(2,1). Výsledky odhadu parametrov modelu zobrazí STATISTICA v okne „Single Series ARIMA Results“.

Model ARMA(2,1) má tvar:

$$\hat{e}_t = 0,903525 \cdot e_{t-1} - 0,05563892 \cdot e_{t-2} + \varepsilon_t + 0,999897 \varepsilon_{t-1}$$

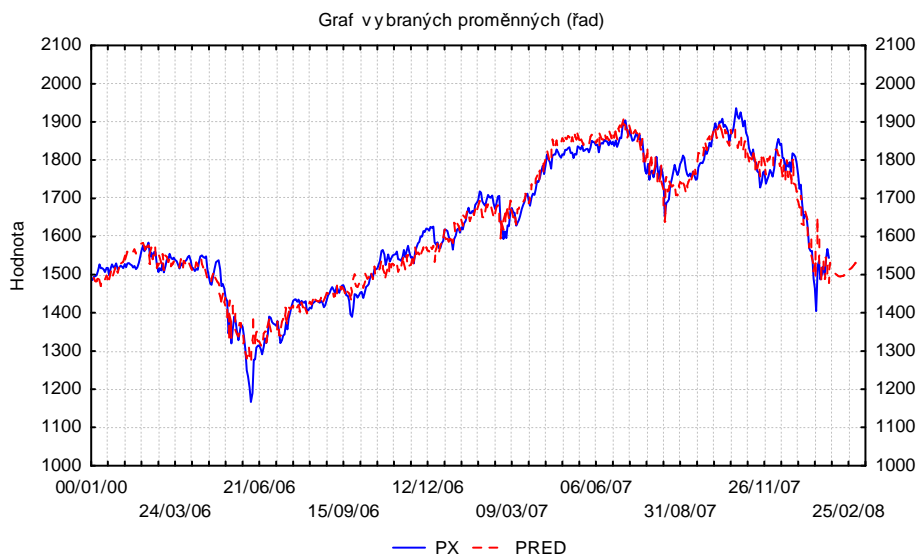
$\varepsilon_t$  ( $t = 2, \dots, n$ ) je biely

Predpovede si môžeme pozrieť v tabuľke (Forecast cases) alebo ich graficky znázorniť spolu s pôvodným časovým radom (Plot series & forecasts). Nezabúdajme však, že v našom prípade je pôvodným radom rad rezíduí  $e_t$  po odstránení cyklickej zložky radu a teda aj predpovede predstavujú hodnoty rezíduí.

Aby sme mohli vypočítať predpovede indexu PX, musíme vytvoriť model:

$$\hat{y}_t = \hat{C}_t + ARMA(2,1),$$

čiže k odhadnutému modelu ARMA(2,1) pripočítame odhad cyklickej zložky časového radu. Pôvodný časový rad a hodnoty určené pomocou získaného modelu sú graficky znázornené na obrázku 4.



**Obrázok 3: Porovnanie hodnôt pôvodného časového radu a modelu**

Prognózy indexu PX uvádzame v nasledujúcej tabuľke

**Tabuľka 2: Predpovede**

dátum	ARMA(2,1)	$\hat{C}_t$	Predpoveď
6.2.2008	47,56	1483,55	1531,11
7.2.2008	40,10	1480,77	1520,87
8.2.2008	33,88	1478,80	1512,68
11.2.2008	28,68	1477,62	1506,30
12.2.2008	24,33	1477,22	1501,54
13.2.2008	20,68	1477,56	1498,24
14.2.2008	17,63	1478,61	1496,24
15.2.2008	15,08	1480,33	1495,40



## 6. Záver

Podľa vypočítaných predpovedí možno očakávať pokles českého indexu pričom jeho nárast sa očakáva od konca februára. Kolísanie akciových indexov je spôsobené globálnymi ekonomickými faktormi, predovšetkým americkou hypotekárnou krízou a celkovou nestabilitou finančných trhov. Preto aj vzdialenejšie predpovede sú menej presné.

## 7. Literatúra

- [1]ANDEL, J.: Statistická analýza časových řad. SNTL, Praha 1976 ISBN 0-13-7246659-5.
- [2]ARTL, J.- ARTLOVÁ, M.: Finanční časové řady, Grada, 2003, ISBN 80-247-0330-0
- [3]CIPRA, T.: Analýza časových řad s aplikacemi v ekonomii, SNTL, ALFA, Praha,1986
- [4]URBANÍKOVÁ,M.- VRÁBELOVÁ,M.: Modelovanie ekonomických a finančných procesov . FPV UKF NITRA, 2005, ISBN 80-8050-929-8
- [5][www.bcpp.cz](http://www.bcpp.cz)

### Adresa autora:

Marta Urbaníková, doc.,RNDr.,CSc.  
Levická 72  
949 01 Nitra  
murbanikova@ukf.sk

## Kernel smoothing in nonparametric regression\*

Štefan Varga

**Abstract:** In this paper predictions of the observed variable in the nonparametric regression are studied. We focused on the kernel smoother where we proposed a set of kernel functions and showed how to use them in prediction procedure.

**Key words:** Nonparametric regression, Prediction, Kernel smoother, Kernel function.

### 1. Introduction

Three typical situations are usually studied in regression analysis where the dependence of the response variable  $y$  is a function of the variable  $x$  and the unknown parameters  $a_1, a_2, \dots, a_m$

$$y = g(x, a_1, \dots, a_m).$$

First is regression linear in parameters when the function  $g$  is a sum of products of known functions ( $f_i$ ) and unknown parameters ( $a_i$ )

$$g(x, a_1, \dots, a_m) = a_1 f_1(x) + a_2 f_2(x) + \dots + a_m f_m(x).$$

The second situation is regression nonlinear in parameters. Type of the function  $g$  is known, number ( $m$ ) of unknown parameters is known too but the unknown parameters are inside the function  $g$ . In this paper we were interested in the third option (nonparametric regression) when we nothing know on the function  $g$ . We do not know both, the type and the number of parameters of this function. We have only observations  $y_i$  in points  $x_i$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ) of the dependence and the aim is to predict the value of the observed variable  $y$  in the point  $x$ . We proposed the set of kernel functions and showed their utilization in the prediction.

### 2. Model of nonparametric regression

The model of nonparametric regression is usually studied in the form

$$y_i = g(x_i) + e_i$$

where  $y_i$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ) are independent observations of the response variable  $Y$  in the points  $x_i$  ( $x$  is a predictor) and  $e_i$  are errors of the observations. We assume that the function  $g$  in the model of nonparametric regression is an unknown function (type is unknown and number of parameters is unknown). Other reasonable assumption is that the function  $g$  is a continuous (with continuous derivatives) and smooth function.

The main problem in the studied model is to estimate (to smooth, to predict) the values  $g(x_i)$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ), or  $g(x)$ ;  $x \notin \{x_1, \dots, x_n\}$  of the function  $g$ . The solution of the problem is usually searched in the form

---

\* This paper was supported by the grant VEGA 1/2005/05, by the APVV 0375-06 and by the project Kniha.sk

$$\hat{g}(x) = \arg \min_{\hat{g}(x) \in R} \sum_{i=1}^n w_i \varphi(y_i - \hat{g}(x_i)) + \alpha \int_a^b (\hat{g}''(x))^2 dx$$

where  $\varphi$  is a suitable function (dependent on a type of estimation) of the residuals (differences between the observed values  $y_i$  and the estimated values  $\hat{g}(x_i)$ ). If the function  $\varphi(x) = x^2$  we will get the classical estimator of the response variable  $Y$ , but on the other hand, if the function  $\varphi(x)$  increases to infinity more slowly than the function  $x^2$  we will get a robust estimator of the response variable  $Y$ . The value  $w_i$  is a weight of the observation  $y_i$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ) and  $\alpha$  is a parameter of smoothing.

Because the estimators of the response have usually less variable than original observed values of the response, the result called a smooth, and procedures for producing such fits are called smoothers. The most known of them are introduced for example in [1], [2], [3], [4]. We focus our interest to the kernel smoothing where we introduce a new set of kernel functions for computation of weights of observations  $w_i$  in the smoother  $\hat{g}(x)$ .

### 3 Kernel smoothing

The value of the kernel smoother is a linear combination of the observations

$$\hat{g}(x_i) = \sum_{j=1}^n w_{ij} y_j .$$

More precisely, for each target point  $x_i$  in predictor space, it is calculated as a weighted average of the observations in a neighborhood of the point  $x_i$ . The weights

$$w_{ij} = \frac{K\left(\frac{x_i - x_j}{b}\right)}{\sum_{k=1}^n K\left(\frac{x_i - x_k}{b}\right)}, \quad \sum_{j=1}^n w_{ij} = 1$$

are defined by a kernel function  $K$  [5]. This is a nonnegative symmetric real function with the properties

$$K(t) \geq 0, \quad K(-t) = K(t), \quad \lim_{t \rightarrow \infty} t K(t) = 0, \quad \int_{-\infty}^{\infty} K(t) dt = 1 .$$

The parameter  $b$  in the formula of the weights is a bandwidth parameter, which determines how large a neighborhood of the target point  $x_i$  is used to calculate the estimator  $\hat{g}(x_i)$ . A large  $b$  generates a smoother curve, while a small  $b$  generates a wigglier curve.

The most known kernel functions are box, triangle, Gaussian. Now we define the new two parametric set of kernel functions

$$K(t) = \begin{cases} c (1 - |t|^m)^n & t \in [-1, 1] \\ 0 & elsewhere \end{cases}$$

where  $n \in (0, \infty)$ ,  $m \in (0, \infty)$  are two parameters. It is evident that any function from the set satisfies the first three properties of kernel functions. The fourth property is satisfied only if the constant

$$c = \frac{\Gamma(1+n+1/m)}{2 \Gamma(1+1/m) \Gamma(1+n)}.$$

As it is known, the gamma function is defined as an integral  $\Gamma(m) = \int_0^{\infty} x^{m-1} e^{-x} dx$ . It is not hard to see that if the parameter  $m = 1$ , we have only one parametric set of kernel functions

$$K(t) = \begin{cases} c (1-|t|)^n & t \in [-1, 1] \\ 0 & elsewhere \end{cases}$$

with the constant

$$c = \frac{1+n}{2}.$$

On the other hand, if both parameters are equal to one ( $n = 1$ ,  $m = 1$ ) the constant  $c = 1$  too and the kernel function  $K(t)$  is a triangle.

#### 4. Comparison of the kernel smoothers

The choice of the kernel function from the set (the choice of the parameters  $m$ ,  $n$ ) is very subjective. The question is exists there some "optimal" combination of the parameters  $m$ ,  $n$  for prediction of the response variable in nonparametric regression. For a direct comparison of the kernel smoothers, we considered the artificial data with the known dependence. We randomly chose 100 values  $x_i$  ( $i = 1, \dots, 100$ ) of the predictor  $x$  from the interval  $[0, 10]$ . The values  $y_i$  of the response variable  $Y$  satisfy the equation

$$y_i = 11 - 5x_i + 2x_i^2 - 0,27x_i^3 + 0,012x_i^4 + e_i$$

where the distribution of the random errors  $e_i$  is the normal distribution  $N(\mu = 0, \sigma = 0,3)$ . The best smooth regression curve for predictions of the response variable  $Y$ , we got for the kernel function with  $m = 2,2$  and  $n = 3,1$ . The predictions were made on the interval  $[0,2; 9,8]$  by the step 0,2 (fourth column in the table 1). The table 1 more contains the values of the predictor (first column), the real values of the response variable (second column) and the predictions obtained by the known model (third column).

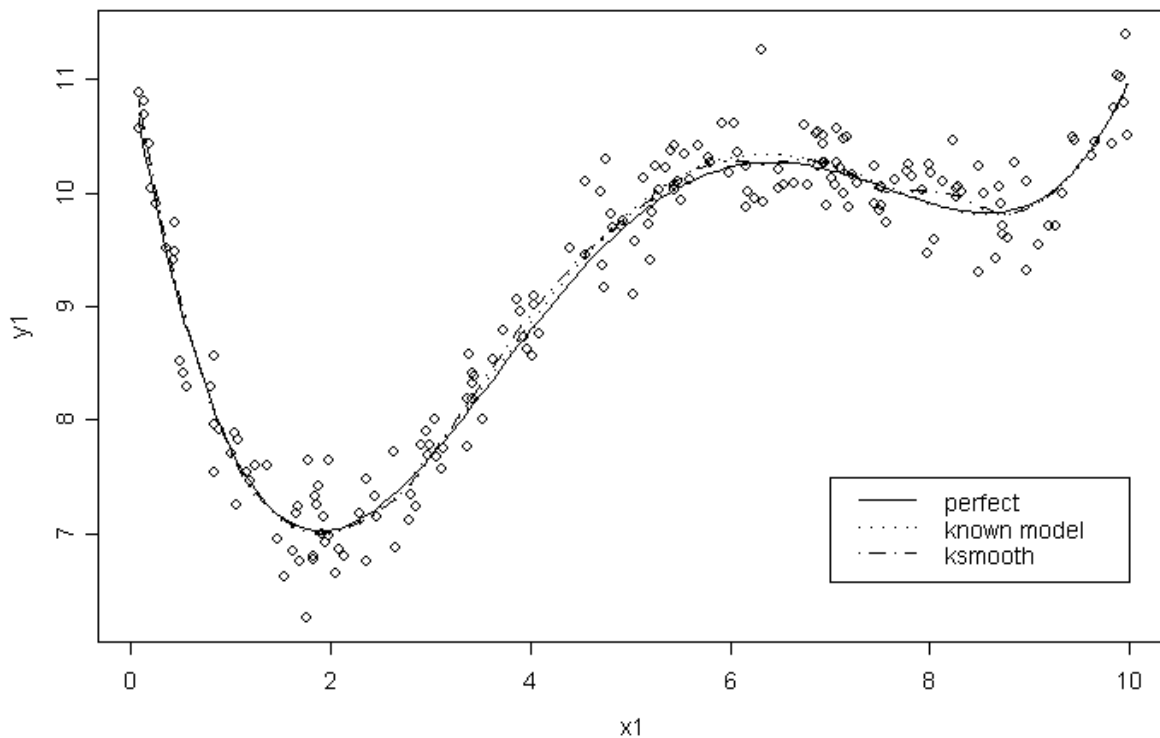
The sums of squares of differences of the real values and the predictions show us that there is very small difference between the predictions by the known model and the kernel predictions when the model is unknown (0,147 ; 0,169). In the figure 1 we can see that all three curves are practically the same.

**Table 1: Comparison of the predictions**

$x$ predictor	Real values of the response $y$	Predictions of the response $y$ (using known model)	Predictions of the response $y$ (using kernel smoother)
0,2	10,08	10,16	10,17
0,4	9,30	9,36	9,41
0,6	8,66	8,69	8,65
0,8	8,15	8,16	8,20
1,0	7,74	7,74	7,76
...	...	...	...
9,0	9,90	9,88	9,87
9,2	10,00	9,98	10,03
9,4	10,15	10,14	10,19
9,6	10,36	10,36	10,33
9,8	10,64	10,65	10,65
$\sum_i (y_i - \hat{y}_i)^2$		0,147	0.169

## 5. Conclusion

To compare the kernel smoothers we can calculate the sums of squares of differences between the real values and the predicted values of the response variable  $Y$ . The best result we obtained for the kernel function with the parameters  $m = 2,2$  and  $n = 3,1$ . The suggested set of

**Figure 1: Artificial data and smoothing**

the functions is suitable for predictions of a response variable in nonparametric regression. The problem is how to find the optimal choice of the parameters  $m, n$  when the model is unknown.

### References

- [1] HARDLE, W. 1981. Smoothing Techniques with Implementation in S. New York, Springer - Verlag 1981.
- [2] KRISHNAIAH, P.R. - SEN, P.K. 1984. Handbook of statistics 4, Nonparametric methods. Amsterdam, North Holland 1984.
- [3] VENABLES, W.N. - Ripley, B.D. 1994. Modern Applied Statistics with S-plus. New York, Springer - Verlag 1994.
- [4] VARGA, Š. 2004. Nonparametric regression and smoothing. In *Proc. Prastan 2004*, Kočovce, 2004, 105-108.
- [5] VARGA, Š. – HLADÍKOVÁ, M. 2007. Neural networks versus nonparametric regression. *Forum Statisticum Slovacum 2/2007*, 229-233.

### Author's address:

Štefan Varga, Doc., RNDr., CSc.

Department of Mathematics

Faculty of Chemical and Food Technology STU

Radlinského 9

812 37 Bratislava

[stefan.varga@stuba.sk](mailto:stefan.varga@stuba.sk)

## Využitie metódy hlavných komponentov na klasifikáciu krajín The Use of the Principal Component Method for the Classification of Countries

Marta Vrábellová

**Abstract:** The paper deals with the use of the principal component method for the classification of European countries in the transition from available statistics.

**Key words:** principal components, classification countries, countries in transition.

**Klíčové slová:** hlavné komponenty, klasifikácia krajín, krajiny v prechodovom období.

### 1. Úvod

Slovenská republika stojí pred prijatím eura, z krajín Vyšehradskej skupiny prijala toto rozhodnutie ako prvá. Mnoho sa hovorí o kladoch a záporoch prijatia eura a o pripravenosti k tomuto kroku. Cieľom tohto článku je zistiť, ktoré európske krajiny v prechodovom období boli najpodobnejšie vzhľadom na niektoré ekonomické ukazovatele. Zistíme, že nie náhodou Slovinsko pristúpilo k prijatiu eura ako prvé. Ďalej sa pozrieme na štáty EU, ktoré euro už prijali a na štáty, ktoré stoja, alebo by mohli stať pred prijatím eura.

### 2. Krajiny v prechodovom období v r. 2003

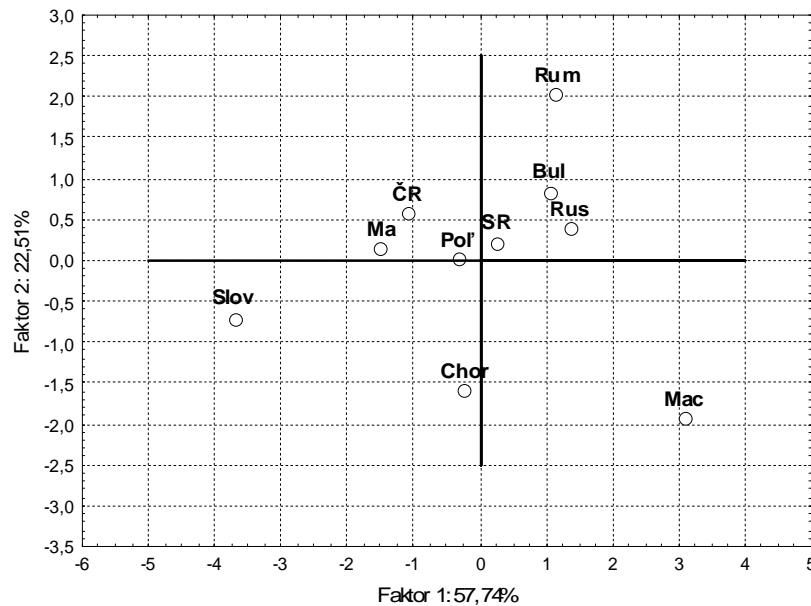
K meraniu hospodárskeho rastu sa používa buď reálny hrubý domáci produkt alebo hrubý domáci produkt na hlavu, nezamestnanosť je druhým najsledovanejším reálnym ukazovateľom o stave ekonomiky ([2]). Sledujú sa však aj ďalšie ukazovatele. Ku klasifikácii krajín v prechodovom období sme použili štatistiky z databázy XHandbook of statistics (Countries in transition, interný materiál FSV UK, Praha).

Sledovali sme tieto znaky:

- populácia na km<sup>2</sup> (U1),
- HDP na jedného obyvateľa (U2),
- reálne tempo rastu HDP (U3),
- miera nezamestnanosti (U4),
- priemerná hrubá mesačná mzda (U5),
- štátny schodok rozpočtu (U6),
- celkový zahr. trh na obyvateľa (U7),
- tempo rastu exportu (U8),
- tempo rastu importu (U9),
- priemerný kurz meny (U10).

Ako premenné pre analýzu metódou hlavných komponentov sme použili premenné U2,U4,U5,U7,U8,U9 a ako doplnkové premenné U1,U3,U6,U10. Pri daných premenných pre analýzu získame najvyššie percento variability vysvetlenej dvoma faktormi a to 80,25% a súčasne len dve vlastné čísla sú väčšie ako 1. Z tabuľky korelácií faktorov a premenných sme zistili, že najsilnejšie, ale nepriamo, s prvým faktorom korelujú premenné U2 (-0,957892), U5 (-0,874778), U7 (-0,874778). Teda, čím má krajina vyššie HDP, vyššiu priemernú hrubú mzdu a vyšší zahraničný trh, tým je hodnota faktora 1 nižšia (krajina sa zobrazí viac vľavo). Prvý faktor má pomerne vysoké kladné korelácie s premennými U4 (0,652151), U9 (0,613134), to znamená, ak má krajina vysokú mieru nezamestnanosti a vysoké tempo rastu importu, zobrazí sa viac vpravo. Prvý faktor (komponent resp. os  $x$ ) by sme mohli charakterizovať ako HDP verzus miera nezamestnanosti. S druhým faktorom nepriamo koreluje, i keď korelácia nie je silná, premenná U4 (-0,514217) (čím má krajina vyššiu mieru nezamestnanosti, tým sa zobrazí nižšie) Druhý faktor má jedinou vysokú kladnú koreláciu s premennou U8 (0,839891) (čím je tempo rastu exportu vyššie, tým sa krajina zobrazí vyššie). Projekciu krajín do roviny obsahuje obrázok 1.

Slovensko sa na obrázku 1 ocitlo pomerne ďaleko (vľavo) od ostatných krajín práve vďaka vysokým hodnotám U2, U5, U7. Vytvoril sa zhluk krajín Ma, ČR, Pol, SR, Bul, Rus. SR je najbližšie k Poľsku. Špecifické postavenie majú Rumunsko s vysokým tempom rastu exportu, Chorvátsko s nízkym tempom rastu exportu a Macedónsko s najnižším tempom rastu exportu, s najnižším tempom rastu importu a vysokou mierou nezamestnanosti.



Obrázok 1: Projekcia krajín do faktorovej roviny

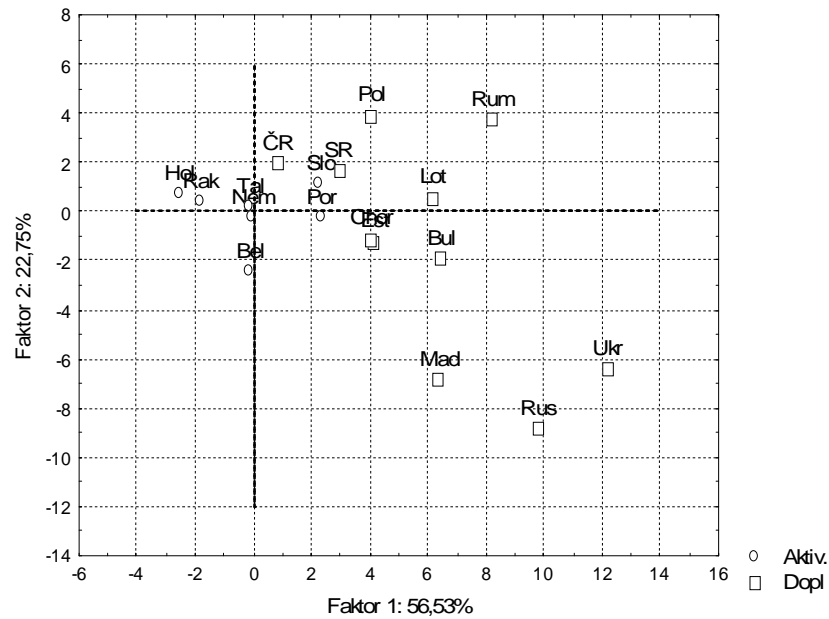
### 3. Krajiny s euro verzus krajiny v prechodovom období

V tejto časti pomocou metódy hlavných komponentov zobrazíme krajiny EU (Belgicko, Holandsko, Nemecko, Portugalsko, Rakúsko, Slovensko, Taliansko), ktoré už používajú euro ako svoju menovú jednotku a ako neaktívne prípady zobrazíme krajiny bývalého socialistického bloku (Česká republika, Estónsko, Chorvátsko, Lotyšsko, Maďarsko, Rumunsko, Rusko, Slovenská republika, Poľsko, Ukrajina). Zdrojom údajov sledovaných v rokoch 2005-2007 bola [www stránka \[5\]](#).

Pre analýzu sme použili premenné: HDP na hlavu (HDPNH), reálne tempo rastu HDP (RTR), inflácia (INF), nezamestnanosť (NEZ), zamestnanosť v servise (ZSERV) a zamestnanosť v poľnohospodárstve (ZPOL). Ako premennú aktívnych prípadov sme použili premennú EURO s aktívnym kódom ANO.

Dve najväčšie vlastné čísla 3,39 a 1,36 vysvetľujú 79,27 % celkového rozptylu. S prvým faktorom silne nepriamo koreluje premenná HDPNH (-0,973171) a ZSERV (-0,829756), kladne koreluje s premennými NEZ (0,830416), ZPOL (0,763274) a INF (0,663741). Druhý faktor záporne koreluje s premennými INF (-0,577365) a ZSERV (-0,504240) a kladne s premennou RTR (0,777809). Projekcia krajín do faktorovej roviny je na obrázku 2. Krajiny s euro vytvorili samostatný zhluk podľa očakávania. SR sa nachádza na jeho okraji v blízkosti Slovenska, ČR je aj blízko Talianska a Nemecka. Pomerne blízko sa nachádza ešte Chorvátsko a Estónsko, zatiaľ čo vzdialenosť Maďarska, Ruska a Ukrajiny je od tohto zhluku pomerne veľká a to hlavne vzhľadom na ich vysoké miery inflácie.





Obrázok 2: Projekcia krajín s euro a krajín v prechodovom období do faktorovej roviny

#### 4. Záver

Na základe výstupov metódy hlavných komponentov sa potvrdilo, že v roku 2003 malo Slovinsko vzhľadom na sledované ekonomické ukazovatele dosť odlišné postavenie oproti SR, ale SR sa priblížila k Slovinsku vzhľadom na znaky sledované v rokoch 2005-2007. Na obrázkoch 1 a 2 ešte môžeme porovnať postavenie Maďarska. Kým v roku 2003 vytvára zhluk spolu s ČR, SR a Poľskom, v ďalšom období sa priblížilo skôr k Rusku. Treba však povedať, že sme v dvoch časových obdobiach nesledovali úplne rovnaké ukazovatele a pre tvorbu komponentov sme v druhej časti použili ako aktívne premenné krajiny s menovou jednotkou euro, a tak z výsledkov nemôžeme robiť závažné ekonomické závery. Článok skôr poukazuje na niektoré možnosti využitia metódy hlavných komponentov. Teoretické základy tejto viacrozmernej štatistickej metódy možno nájsť v knihách [1], [3] a v skriptách [4].

#### 5. Literatúra

- [1] ANDĚL, J. 1985. Matematická statistika. Praha: SNTL, 1985.
- [2] CAHLÍK, T. 1998. Makroekonomie.. Praha: Karolinum, 1998.
- [3] LAMOŠ, F. - POTOCKÝ, R. 1989. Pravdepodobnosť a matematická štatistika, štatistické analýzy. Bratislava: ALFA, 1989.
- [4] MARHOLD, K. – SUDA, J. 2001. Analýza multivariačných dat v taxonomii (fenetické metódy), Praha: FPV UK, 2001.
- [5] <http://www.infoplease.com/countries.html>.

#### Adresa autora:

Marta Vráblová, doc. RNDr., CSc.  
 KM FPV UKF, Tr. A. Hlinku 1  
 949 74 Nitra  
 mvrabelova@ukf.sk

# Odhad parametrov modelu logistickej regresie metódou maximálnej vierohodnosti

## Maximum Likelihood Estimation of Parameters for Logistic Regression Model

Iveta Stankovičová

**Abstract:** Binomial (binary) logistic regression is a form of regression, which is used when the dependent is a dichotomy and the independents are of any type. Logistic regression can be used to predict a dependent variable on the basis of continuous and/or categorical independents. Logistic regression applies maximum likelihood estimation after transforming the dependent into a logit variable (the natural log of the odds of the dependent occurring or not). It is common in fitting logistic regression models to have problems with convergence. This occurs because maximum likelihood estimates are determined using an iterative algorithm in the LOGISTIC procedure. A common cause of convergence problems is quasi-complete separation. Quasi-complete separation occurs when the level of a categorical predictor variable perfectly predict the response.

**Key words:** logistic regression, logit, odds ratio, maximum likelihood estimation, complete and quasi-complete separation of data, SAS system.

**Kľúčové slová:** logistická regresia, logit, pomer šancí, metóda maximálnej vierohodnosti, úplná a kvázi-úplná separácia dát, SAS systém.

### 1. Úvod

Logistická regresia je metóda vhodná na modelovanie jednostrannej závislosti medzi premennými. Ako závislá premenná v modeli vystupuje kategoriálna premenná a ako vysvetľujúce môžu byť premenné spojitého alebo kategoriálneho typu. Ide o modelovanie podmienenej pravdepodobnosti jednej obmeny závislej kategoriálnej premennej v závislosti od iných premenných. V príspevku sa obmedzíme na výklad problematiky spojenej s logistickými modelami s binárnou závislou premennou, pretože problematika je veľmi rozsiahla. Sústreďíme sa na problémy s odhadmi parametrov metódou maximálnej vierohodnosti a na posúdenie kvality týchto modelov. Článok je pokračovaním príspevku z EKOMSTATu 2007 [8].

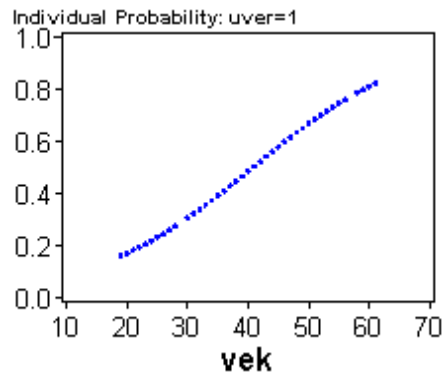
### 2. Model binárnej logistickej regresie

Logistická regresia je veľmi podobná lineárnej regresii. Aj logistická regresia je založená na štatistickom rozdelení a patrí medzi robustné nástroje pre tvorbu modelov. Hlavný rozdiel je v tom, že závislá premenná nie je spojitá, ale je diskretná, resp. kategoriálna. Aby sa dala použiť regresia, tak sa závislá premenná transformuje na spojitú hodnotu, ktorá je funkciou pravdepodobnosti výskytu udalosti. Logistická regresia je špeciálnym prípadom zovšeobecného lineárneho modelu (GLM = General Linear Model).

Označme ako  $\mathbf{x}$  vektor nezávislých premenných. Označme ako  $Y$  binárnu závislú premennú, ktorá nadobúda dve možné hodnoty 0 (neúspech, resp. želaná udalosť nenastala) a 1 (úspech, resp. želaná udalosť nastala). Označme symbolom  $p$  pravdepodobnosť výskytu želanej udalosti  $Y=1$ , teda hodnotu, ktorú modelujeme. Potom  $p = P(Y=1/\mathbf{x})$  je podmienená pravdepodobnosť výskytu želanej udalosti za podmienky výskytu vektora nezávislých premenných  $\mathbf{x}$ . Podiel  $p/(1-p)$  vyjadruje šance (odds) výskytu želanej udalosti (úspechu)

k výskytu neželanej udalosti (neúspechu). Šance a pravdepodobnosť predstavujú tie isté informácie, len v iných podobách, resp. inými slovami.

Vzťah medzi pravdepodobnosťou  $p$  a vysvetľujúcou premennou  $X$  nie je lineárny. Grafickým zobrazením závislosti je logistická sigmoidná krivka, tzv. S-krivka (Obrázok 1).



**Obrázok 1:** S-krivka vyjadrujúca závislosť pravdepodobnosti pridelenia úveru od veku

Pre finálnu transformáciu závislej premennej na spojitú premennú sa vypočíta logaritmus šancí, tzv. **logit**( $p$ ) =  $\ln(p/(1-p))$ . Vzťah medzi logitom a vektorom vysvetľujúcich premenných má už lineárny charakter. Rovnica logistického modelu má nasledovný tvar:

$$\text{logit}(p) = \ln\left(\frac{p}{1-p}\right) = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \dots + \beta_k X_k \quad (1)$$

Vzťah medzi pravdepodobnosťou a vektorom vysvetľujúcich premenných dostaneme spätnou transformáciou a má nelineárny charakter. Je to druh exponenciálnej funkcie:

$$p = \frac{e^{(\beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \dots + \beta_k X_k)}}{1 + e^{(\beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \dots + \beta_k X_k)}} = \frac{1}{1 + e^{-(\beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \dots + \beta_k X_k)}} \quad (2)$$

Logitovou transformáciou dostávame z nelineárnej závislosti závislosť lineárnu. Kým hodnoty pravdepodobností  $p_i$  sú z intervalu (0,1), hodnoty podielov  $p_i/(1-p_i)$  sú nezáporné hodnoty, tak hodnoty logitov môžu nadobúdať akékoľvek reálne hodnoty z intervalu  $(-\infty, \infty)$ .

Okrem najčastejšie používanej logitovej transformácie sa v teórii vyskytujú aj iné druhy transformácií, tzv. linkových funkcií, v logistických modeloch. Systém SAS ponúka okrem logitu aj probit (resp. normit) a komplementárnu log-log funkciu. Prehľad vzorcov pre tieto transformácie podmienenej pravdepodobnosti  $p$  sú nasledovné:

- Logitová funkcia má tvar  $g(p) = \ln(p/(1-p))$  a k nej inverzná funkcia, čiže jej distribučná funkcia, je  $F(x) = 1/(1 + \exp(-x)) = \exp(x)/(1 + \exp(x))$

- Probitová (resp. aj normit) funkcia má tvar  $g(p) = \Phi(x)^{-1}$ .  $\Phi(x)$  v tomto prípade znamená distribučnú funkciu normovaného normálneho rozdelenia. Probitová funkcia zvyčajne obsahuje aj pripočítanú konštantu 5.

- Komplementárna log-log funkcia má tvar  $g(p) = \ln(-\ln(1-p))$ . Jej inverziou sa získa distribučná funkcia, ktorá sa tiež volá Gompertzova funkcia a rovnica má nasledovný tvar:  $F(x) = 1 - \exp(-\exp(x))$ .

### 3. Odhad parametrov modelu logistickej regresie

Modely logistickej regresie môžu obsahovať rôzne druhy vysvetľujúcich premenných (prediktorov  $X_i$ ). Charakter vysvetľujúcich premenných je podstatný pre konštrukciu modelu, pre odhad jeho parametrov, hodnotenie jeho kvality a aj využitie. Dôležité je, či sú

kombinácie vysvetľujúcich premenných jedinečné (tak ako je to pri spojitych premenných), a tak môžeme na konštrukciu logistického modelu použiť netriedené údaje. Keď uvažujeme len s vysvetľujúcimi premennými kategoriálneho typu, tak je možné vytriediť údaje do viacrozmernej kontingenčnej tabuľky a potom ich použiť pre modelovanie. Logistická regresia sa v prípade, že nezávislou premennou je len jedna kategoriálna premenná, redukuje na analýzu kontingenčnej tabuľky.

Na odhad parametrov modelu logistickej regresie sa dnes najčastejšie používa metóda maximálnej vierohodnosti. Táto metóda sa mohla začať používať až s rozvojom výpočtovej techniky, lebo je výpočtovo veľmi náročná. Je vhodná na odhad parametrov nelineárnych modelov, medzi ktoré patrí aj logistická regresia. V minulosti sa na odhad parametrov logistických modelov používala aj metóda diskriminačnej funkčnej analýzy, ktorá vyžaduje podmienku normality rozdelenia pre vysvetľujúce premenné (tak ako metóda najmenších štvorcov). V prípade, že niektorá vysvetľujúca premenná je kategoriálna, metóda diskriminačnej funkčnej analýzy dáva skreslené (resp. vychýlené) výsledky, zvyčajne sa to prejaví tak, že odhady pomerov šancí (*odds ratio*) sú veľmi vysoké. Metóda maximálnej vierohodnosti (ML) nemá žiadne požiadavky na nezávislé premenné a tie môžu byť nominálne, poradové (ordinálne), alebo intervalové (diskrétne alebo spojité).

Poznáme dva typy metódy maximálnej vierohodnosti (ML): podmienenú (conditional) a nepodmienenú (unconditional) ML. Tieto dva typy vyžadujú aj rôzne počítačové programy. Systém SAS a tiež jeho interaktívna aplikácia SAS Enterprise Guide (ďalej len SAS EG) v procedúre LOGISTIC používa nepodmienenú metódu.

Nepodmienená metóda je štatistikmi preferovaná vtedy, keď počet parametrov modelu je relatívne nízky k rozsahu vzorky dát (napr. 12 parametrov k rozsahu vzorky  $n = 700$ ). Podmienená metóda je preferovaná v opačnom prípade, kedy počet parametrov logistického modelu je vysoký k rozsahu vzorky (napr. 103 parametrov a len  $n = 200$ ), čo sa môže vyskytnúť v modeloch s interakčnými premennými.

Pri odhade parametrov logistického modelu metódou maximálnej vierohodnosti sa často vyskytujú problémy s konvergenciou v jej iteračnom algoritme. V procedúre LOGISTIC v systéme SAS je iteračný proces úspešný (limit je 25 iterácií), keď maximálna zmena odhadovaných parametrov medzi iteráciami je menšia ako určené číslo (nastavená (*default*) hodnota je  $1E-4$ ). Príčinou neúspešného iteračného procesu, kedy nie je nájdená konvergencia parametrov, je úplná (*complete*) a kvázi-úplná (*quasi-complete*) separácia výberových dát. V takýchto prípadoch dostaneme nekonečné odhady parametrov logistického modelu, lebo neexistuje maximálne vierohodný odhad.

Maximálne vierohodný odhad existuje a riešenie je jedinečné, keď sa dátové body vo výberovom priestore prekrývajú (*overlap*). Úplná alebo kvázi-úplná separácia dát vo výberovom priestore často nastáva v malých vzorkách dát, a to práve pri kategoriálnych dátach. Takáto situácia nemôže nastať, keď premenné sú spojité. (Podrobne viď napr. v [1].)

Uvažujme teda binárnu závislú premennú  $Y$ , ktorá nadobúda hodnoty 0 a 1. Nech  $y_j$  sú namerané hodnoty  $Y$  na  $j$  subjektoch vzorky a  $\mathbf{x}_j$  je vektor vysvetľujúcich nezávislých premenných (vrátane konštanty 1, ktorá predstavuje lokujúcu konštantu). Existujú tri druhy vzájomne sa vylučujúcich a vyčerpávajúcich typov dátových konfigurácií:

- *Úplná (complete) separácia* dát nastáva vtedy, keď dátové body sú pomocou vektora bodových odhadov parametrov  $\mathbf{b}$  korektne rozmiestnené do skupín podľa hodnôt závislej premennej a to je vtedy, keď platí  $\mathbf{b}'\mathbf{x}_j > 0$  pre  $y_j = 1$  a  $\mathbf{b}'\mathbf{x}_j < 0$  pre  $y_j = 0$ . Ak aj iteračný proces hľadania maxima vierohodnostnej funkcie nie je prerušený, matica disperzií je neohraničená a logaritmus vierohodnostnej funkcie je znížený až na nulu. Táto konfigurácia dát dáva nejednoznačné nekonečné odhady parametrov logistického modelu.

- *Kvazi-úplná (quasi-complete)* separácia dát nastáva vtedy, keď dátové body nie sú úplne separovateľné a to je vtedy, keď platí  $\mathbf{b} \cdot \mathbf{x}_j \geq 0$  pre  $y_j=1$  a  $\mathbf{b} \cdot \mathbf{x}_j \leq 0$  pre  $y_j=0$ . V tomto prípade sa najmenej jeden dátový bod (štatistická jednotka) nachádza v oboch skupinách predikovanej premennej. Ak aj iteračný proces hľadania maxima vierohodnostnej funkcie nie je prerušený, matica disperzií je neohraničená a logaritmus vierohodnostnej funkcie klesá až na nenulovú konštantu. Táto konfigurácia dát prináša tiež nejednoznačné nekonečné odhady parametrov logistického modelu.

- *Prekrytie (overlap)* dát nastáva vtedy, keď výberové dátové body sa prekrývajú, čiže nenastáva prípad ani úplnej ani kvazi-úplnej separácie dát. Pri tejto konfigurácii dát existuje len jeden maximálne vierohodnostný odhad parametrov logistického modelu.

Riešenie problémov s úplnou a kvazi-úplnou separáciou dát v procese preverovania premenných pomocou kontingenčných tabuliek poskytujú nasledujúce postupy:

- Iná kategorizácia premenných, resp. zníženie (zlúčenie) pôvodného počtu kategórií pri tých vysvetľujúcich premenných u ktorých sa v kontingenčných tabuľkách objavili bunky s nulovými frekvenciami.
  - Vykonanie exaktnej logistickej regresie.
  - Použitie týchto kategoriálnych premenných nie ako *CLASS* premenných ale ako kvantitatívnych spojitéch premenných (len voľba *MODEL*) ak sú ordinálneho typu.
  - Pridanie malej konštanty do buniek kontingenčnej tabuľky.

#### 4. Stratégia tvorby modelu logistickej regresie

Dobrý a kvalitný model logistickej regresie vytvoríme len vtedy, keď dodržiavame nasledovný postup (stratégiu):

1. Urobiť jednorozmernú analýzu všetkých premenných.
2. Nakresliť si grafy logitov pre spojité a poradové vysvetľujúce premenné a analyzovať ich.
3. Vykonať stratifikovanú analýzu na identifikáciu interakcií medzi vysvetľujúcimi premennými a na identifikáciu „mäťúcich“ premenných (*confounders*).
4. Použiť rôzne selekčné metódy na identifikáciu niekoľkých prijateľných modelov.
5. Identifikovať extrémne (*outliers*) a vplyvné (*influential*) hodnoty.
6. Zhodnotiť kvalitu modelu.

#### 5. Modelovanie pridelovania úverov pomocou logistickej regresie

K dispozícii máme SAS dátový súbor *UVER.sas7bdat*, ktorý obsahuje vzorku údajov o poskytnutí úveru 391 fyzickým osobám v minulom období. Súbor obsahuje 7 premenných (stĺpcov). Obsah dátového súboru je popísaný v tabuľke 1.

**Úloha:** Vytvorte viacnásobný regresný model závislosti binárnej premennej o poskytnutí úveru od ostatných premenných: vek (prípadne vekové kategórie), vyživované osoby, platové kategórie, trvanie zamestnania a pohlavie. Zistite, ktoré premenné sú významné ( $\alpha=0,05$ ).

**Tabuľka 1: Obsah dátového súboru UVER.sas7bdat**

Názov premennej a jej hodnoty	Kódovanie hodnôt
<b>POHL = pohlavie</b>	
Muž	0
Žena	1
<b>VEK = vek v rokoch</b>	
<b>VEK_KAT = veková kategória</b>	
Vek do 21 rokov vrátane	0
Vek od 21 do 24 rokov	1
Vek od 24 do 27 rokov	2
Vek od 27 do 31 rokov	3
Vek od 31 do 36 rokov	4
Vek od 36 do 45 rokov	5
Vek od 45 do 54 rokov	6
Vek od 54 do 64 rokov	7
<b>VYZ_OSOPY = počet vyživovaných osôb (kategória)</b>	
žiadna vyživovaná osoba	0
1 vyživovaná osoba	1
2 - 4 vyživované osoby	2
viac ako 4 vyživované osoby	3
<b>PLAT_KAT = platová kategória</b>	
<5.000 SKK	0
5.000 - 9.999 SKK	1
10.000 - 14.999 SKK	2
15.000 - 19.999 SKK	3
20.000 - 24.999 SKK	4
25.000 - 29.999 SKK	5
30.000 - 34.999 SKK	6
35.000 - viac	7
<b>TRVANIE_ZAM = trvanie zamestnania (kategória)</b>	
< 2 roky	0
>= 2 < 5 rokov	1
>= 5 < 10 rokov	2
>= 10 < 25 rokov	3
>= 25 rokov	4
<b>UVER = pridelenie úveru (kód)</b>	
úver nepridelený	0
úver pridelený	1

**Riešenie:**

Úlohou je vytvoriť regresný model závislosti. Pretože závislá premenná UVER je binárna, použijeme model logistickej, a nie lineárnej regresie. Pre odhad parametrov modelu logistickej regresie použijeme v systéme SAS procedúru LOGISTIC. SAS kód je nasledovný:

```
/*logistický model pre úvery 1, všetky premenné ako hlavné efekty,
kategoriálne premenné pohl vyz_osoby plat_kat trvanie_zam ako CLASS
premenné*/
PROC LOGISTIC DATA=UVER DESCENDING ;
CLASS pohl vyz_osoby plat_kat trvanie_zam (PARAM=EFFECT);
MODEL uver=vek pohl vyz_osoby plat_kat trvanie_zam /
```

```

SELECTION=NONE
LINK=LOGIT
/* nastavenie volby pre výpočet intervalov spoľahlivosti pre pomery šancí
obidvoma metódami - Profile likelihood, Individual Wald tests */
CLODDS=BOTH
ALPHA=0.05 ;
RUN;

```

Závislú premennú UVER zoradíme zostupne (voľba *DESCENDING*), lebo chceme modelovať hodnotu UVER=1 (pridelenie úveru). Premennú POHL (pohlavie) zaradíme ako vysvetľujúcu klasifikačnú premennú, lebo je nominálneho typu (voľba *CLASS*). Všetky ostatné vysvetľujúce premenné sú síce číselné (okrem veku v rokoch), ale sú to kategoriálne poradové premenné a vhodné je zaradiť ich do modelu tiež ako klasifikačné premenné (voľba *CLASS*). Po spustení takto zadaných vysvetľujúcich premenných však získame vo výstupnom okne varovanie, že neexistuje maximálne vierohodný odhad (*Warning: The maximum likelihood estimate may not exist.*). Je to spôsobené tým, že vysvetľujúce premenné väčšinou nie sú spojité ale kategoriálne. Bola zistená len kvázi-úplná separácia dát a systém nás na to upozorňuje. Získavame nekonečné odhady parametrov pre platové kategórie (Tabuľka 2) a takéto riešenie nie je použiteľné.

Model Convergence Status
Quasi-complete separation of data points detected.

**Tabuľka 2:** Odhady pomerov šancí modelu s *CLASS* premennými s kvázi-úplnou separáciou

Odds Ratio Estimates			
Effect	Point Estimate	95% Wald Confidence Limits	
		vek	1.08
pohl 0 vs 1	0.86	0.49	1.49
vyz_osoby 0 vs 3	0.25	0.05	1.33
vyz_osoby 1 vs 3	0.57	0.11	3.05
vyz_osoby 2 vs 3	1.45	0.29	7.26
plat_kat 0 vs 7	<0.001	<0.001	>999.999
plat_kat 1 vs 7	<0.001	<0.001	>999.999
plat_kat 2 vs 7	<0.001	<0.001	>999.999
plat_kat 3 vs 7	<0.001	<0.001	>999.999
plat_kat 4 vs 7	<0.001	<0.001	>999.999
plat_kat 5 vs 7	<0.001	<0.001	>999.999
plat_kat 6 vs 7	0.45	<0.001	>999.999
trvanie_zam 0 vs 4	0.05	0.01	0.46
trvanie_zam 1 vs 4	0.11	0.03	0.35
trvanie_zam 2 vs 4	0.34	0.18	0.65
trvanie_zam 3 vs 4	0.91	0.45	1.87

Ako dôkaz kvázi-úplnej separácie dát uvádzame aj kontingenčné tabuľky pre modelovanú binárnu premennú UVER a kategoriálne vysvetľujúce premenné. Na vytvorenie týchto tabuliek použijeme procedúru FREQ a SAS kód je nasledovný:

```

PROC FREQ DATA=UVER;
TABLES plat_kat*uver pohl*uver trvanie_zam*uver vek_kat*uver vyz_osoby*uver/
NOROW NOCOL NOPERCENT NOCUM SCORES=TABLE
ALPHA=0.05;
RUN;

```

Na základe kontingenčných tabuliek sme zistili, že až pre dve kategoriálne premenné (platové a vekové kategórie) sa dáta o úveroch separujú kvázi-úplne, pretože obsahujú bunky s nulovými početnosťami (Tabuľka 3). V modeli úver 1 sme ako vysvetľujúcu premennú použili aj PLAT\_KAT, ktorá nám spôsobila túto situáciu.

**Tabuľka 3: Kontingenčné tabuľky pre úver na základe platových a vekových kategórií**

Table of plat_kat by uver			
plat_kat	uver		Total
	0	1	
0	2	0	2
1	103	36	139
2	95	66	161
3	14	36	50
4	7	15	22
5	5	4	9
6	0	4	4
7	0	4	4
<b>Total</b>	226	165	391

Table of vek_kat by uver			
vek_kat	uver		Total
	0	1	
0	15	1	16
1	24	0	24
2	35	6	41
3	48	23	71
4	33	29	62
5	37	65	102
6	27	39	66
7	7	2	9
<b>Total</b>	226	165	391

Riešením tohto problému je, že premennú PLAT\_KAT v procedúre LOGISTIC zaradíme medzi kvantitatívne premenné, lebo ide o poradovú kategoriálnu premennú. Kategórie sú odstupňované po 5000 Sk, čiže ich šírka je rovnaká. Iné riešenie by bolo, keby sme znížili počet platových kategórií a tak by sme odstránili bunky s nulovými početnosťami.

Ďalej sme tiež zistili, že pohlavie nie je významná premenná (p-hodnota=0.81 a interval spoľahlivosti pre pomer šancí je (0.49, 1.49), čiže obsahuje číslo 1). Premennú POHL teda vynecháme a použijeme zmenený SAS kód:

```

/* logistický model pre úvery 1, všetky premenné ako hlavné efekty */
PROC LOGISTIC DATA=UVER DESCENDING ;
  MODEL uver=vek vyz_osoby plat_kat trvanie_zam /
  SELECTION=NONE
  LINK=LOGIT
/* nastavenie voľby pre výpočet intervalov spoľahlivosti pre pomery šancí
obidvoma metódami - Profile likelihood, Individual Wald tests */
  CLODDS=BOTH
  ALPHA=0.05 ;
/* nastavenie voľby pre mernú jednotku premennej vek na 1, 5 a 10 rokov*/
  UNITS vek =1 5 10;
RUN;

```

Získali sme výsledky, na základe ktorých môžeme konštatovať, že pre modelovanie pravdepodobnosti pridelenia úveru (UVER=1) sú všetky zaradené vysvetľujúce premenné významné na hladine významnosti  $\alpha=0,05$  (Tabuľka 4). Výsledky 95%-ných intervalových odhadov pomerov šancí vypočítaných obidvoma spôsobmi (Wald Confidence Limits, Profile Likelihood Confidence Limits) sme zlúčili do jednej tabuľky (Tabuľka 5). Vidíme, že intervaly sa len nepatrne odlišujú, lebo tento výberový súbor nemôžeme považovať za malý, má až 391 štatistických jednotiek. Záverom môžeme konštatovať, že šance na získanie úveru sa zvyšujú v závislosti od vzhľadu kategórie pre všetky vysvetľujúce premenné v pomere asi 2 ku 1.

Čo sa týka kvantitatívnej premennej VEK, vidíme, že so zvyšovaním veku o rok sa nepatrne zvyšuje aj šanca na získanie úveru. Aby sme zlepšili predikčnú schopnosť tejto premennej je vhodné buď zmeniť jej jednotku, pre ktorú sa počíta logit, alebo túto premennú vhodne kategorizovať a tak ju zaradiť do modelu. Výsledky odhadnutých pomerov šancí pre



vek pri mernej jednotke 1, 5 a 10 rokov môžeme zistiť z tabuľky 6. Vidíme, že pri zvyšovaní veku v 5-ročných intervaloch sa šance na pridelenie úveru zvyšujú priemerne 1,4-násobne a pri 10-ročných intervaloch až skoro 2-násobne.

**Tabuľka 4:** Testy významnosti parametrov modelu úvery 1

Analysis of Maximum Likelihood Estimates					
Parameter	DF	Estimate	Standard Error	Wald Chi-Square	Pr > ChiSq
Intercept	1	-7.307	0.826	78.258	<.0001
plat_kat	1	0.698	0.127	30.250	<.0001
vyz_osoby	1	0.838	0.153	29.947	<.0001
trvanie_zam	1	0.644	0.119	29.442	<.0001
vek	1	0.067	0.014	21.547	<.0001

**Tabuľka 5:** Bodové a intervalové odhady pomerov šancí modelu úver 1

Effect	Unit	Confidence Interval for Adjusted Odds Ratios					
		Estimate	Profile Likelihood 95% Confidence Limits		Estimate	Wald 95% Confidence Limits	
vyz_osoby	1	2.31	1.73	3.15	2.31	1.71	3.12
vek	1	1.07	1.04	1.10	1.07	1.04	1.10
plat_kat	1	2.01	1.58	2.61	2.01	1.57	2.58
trvanie_zam	1	1.90	1.52	2.42	1.90	1.51	2.40

**Tabuľka 6:** Odhady parametrov modelu úver 1 pre premennú vek (rôzne merné jednotky)

Confidence Interval for Adjusted Odds Ratios							
Effect	Unit	Estimate	Profile Likelihood 95% Confidence Limits		Estimate	Wald 95% Confidence Limits	
vek	1	1.069	1.04	1.101	1.069	1.039	1.1
vek	5	1.398	1.217	1.616	1.398	1.213	1.61
vek	10	1.954	1.481	2.611	1.954	1.472	2.592

Iné riešenie je vytvorenie kategórií veku v podobe poradovej premennej. Dáta *UVER.sas7bdat* nám ponúkajú už jednu kategorizáciu veku (premenná *VEK\_KAT*). Na základe kontingenčnej tabuľky s úverom (Tabuľka 3) však musíme konštatovať, že táto kategorizácia nie je dobrá, lebo vedie ku kvázi-úplnej separácii dát, čo nie je vhodné pre odhad parametrov metódou maximálnej vierohodnosti. Vytvoríme si preto inú kategorizáciu veku tak, že zlúčime kategórie premennej *VEK\_KAT* a tak vznikne nová premenná *VEK\_KAT2*. Výsledok uvádzame v podobe kontingenčnej tabuľky (Tabuľka 7), v ktorej sa nenachádza už žiadna bunka s počtnosťou 0.

**Tabuľka 7:** Vytvorenie premennej *vek\_kat2* zlúčením kategórií premennej *vek\_kat*

Table of vek_kat2 by uver			
vek_kat2	uver		Total
	0	1	
0 = (0, 21>	15	1	16
1 = (21, 27>	59	6	65
2 = (27, 36>	81	52	133
3 = (36, 54>	64	104	168
4 = (54, 64>	7	2	9
Total	226	165	391

Novú kategoriálnu premennú použijeme v SAS kóde ako *CLASS* premennú. Táto voľba nám umožní porovnať aj významnosť jednotlivých vekových kategórií pri pridelení úveru. Použijeme referenčné kódovanie a ako základnú kategóriu veku, ku ktorej budeme porovnávať ostatné vekové kategórie sme si na základe kontingenčnej tabuľky (Tabuľka 7) zvolili tretiu kategóriu, lebo je najpočetnejšia. (Pozri tabuľku 9, kde v matici dizajnu pre kategórie sú v riadku pre 3. kategóriu samé nuly.) SAS kód pre model úverov č. 2 je nasledovný:

```
/*logistický model pre úvery 2, všetky premenné ako hlavné efekty, vek_kat2
ako CLASS premenná*/
PROC LOGISTIC DATA=UVER DESCENDING ;
/*vek_kat2 ako CLASS premenná, kódovanie referenčné, porovnávanie efektov s
vekovou skupinou č.3 (37 až 54 ročných)*/
CLASS vek_kat2 (PARAM=ref ref='3');
MODEL uver=vyz_osoby plat_kat trvanie_zam vek_kat2 /
SELECTION=NONE
LINK=LOGIT ;
/*nastavenie voľby pre výpočet intervalov spoľahlivosti pre pomery šancí
obidvoma metódami - Profile likelihood, Individual Wald tests*/
CLODDS=BOTH
ALPHA=0.05 ;
/*nastavenie voľby pre výpočet predikcií a ich uloženie do súboru
PREDPOVED2*/
OUTPUT OUT=SASUSER.PREDPOVED2 PREDPROBS=INDIVIDUAL;
RUN;
```

Na základe výsledkov (Tabuľka 8) môžeme konštatovať, že všetky zvolené premenné sú významné pre modelovanie pridelenia úveru. Pri zvyšovaní kategórií premenných počet vyživovaných osôb, platová kategória a trvanie zamestnania sa pravdepodobnosť pridelenia úveru zvyšuje v priemere asi dvojnásobne .

Čo sa týka vekových kategórií, tak tu môžeme urobiť podrobnejšiu analýzu. Premenná VEK\_KAT2 je významná ako celok (vid' Tabuľka 8, p-hodnota<0.001). Keď sa však pozrieme na jednotlivé kategórie a porovnáme ich s treťou kategóriou 37 až 54-ročných klientov, tak významne nižšie šance na pridelenie úveru majú klienti z 1. a 2. vekovej kategórie. Ich intervaly spoľahlivosti pre pomery šancí obsahujú čísla nižšie ako 1. O klientoch z krajných vekových kategórií (t.j. veľmi mladí a starí klienti) sa to však nedá povedať. Ich intervaly spoľahlivosti sú (0.02, 1.12) a (0.03, 1.10), čiže obsahujú číslo 1 čo znamená, že šance nie sú významne rozdielne na pridelenie úverov v porovnaní s referenčnou kategóriou 3. Tento výsledok je spôsobený tým, že v týchto krajných vekových skupinách sme mali len málo dát (vid' Tabuľka 7, 16 u mladých a 9 u starých klientov).

**Tabuľka 8:** Významnosť premenných pre model úver 2

Type 3 Analysis of Effects			
Effect	DF	Wald Chi-Square	Pr > ChiSq
vyz_osoby	1	22,4645	<.0001
plat_kat	1	28,2866	<.0001
vek_kat2	4	31,7793	<.0001
trvanie_zam	1	29,8031	<.0001

**Tabuľka 9:** Matica pre referenčné kódovanie premennej vek\_kat2 (referenčná kategória je 3)

Class Level Information					
Class	Value	Design Variables			
vek_kat2	0	1	0	0	0
	1	0	1	0	0
	2	0	0	1	0
	3	0	0	0	0
	4	0	0	0	1

**Tabuľka 10:** Odhady pomerov šancí pre model úvery 2

Odds Ratio Estimates			
Effect	Point Estimate	95% Wald Confidence Limits	
		vyz_osoby	2,17
plat_kat	2,00	1,55	2,58
vek_kat2 0 vs 3	0,13	0,02	1,12
vek_kat2 1 vs 3	0,11	0,04	0,30
vek_kat2 2 vs 3	0,32	0,19	0,55
vek_kat2 4 vs 3	0,19	0,03	1,10
trvanie_zam	1,95	1,53	2,48

**Úloha:** Vytvorte viacnásobný regresný model závislosti binárnej premennej o poskytnutí úveru od ostatných premenných aj s interakciami 2. stupňa. Zistite, ktoré premenné sú významné ( $\alpha=0,05$ ).

**Riešenie:**

Vyskúšame aj model s interakciami 2. stupňa medzi vysvetľujúcimi premennými. Ako selekčnú metódu použijeme metódu STEPWISE s hladinou významnosti 0.05 pre zaradenie (SLE=0.05) a vyradenie (SLS=0.05) premenných z modelu, lebo vstupných premenných je veľa. SAS kód pre model úverov s interakciami č. 3 je nasledovný:

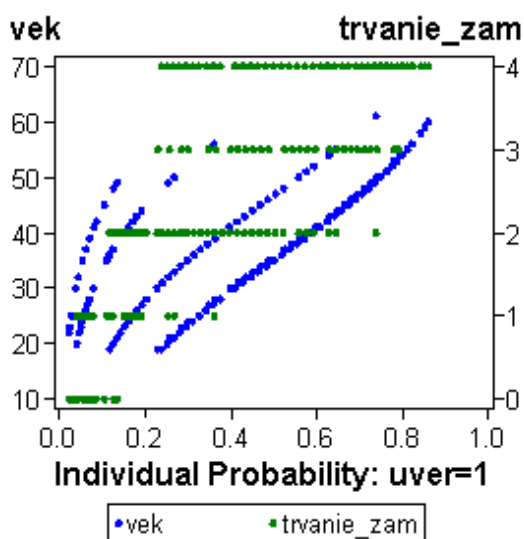
```
/*logistický model pre úvery 3, interakcie 2. stupňa, STEPWISE */
PROC LOGISTIC DATA=UVER DESCENDING ;
  MODEL uver=pohl vek vyz_osoby plat_kat trvanie_zam pohl*vek pohl*vyz_osoby
  pohl*plat_kat pohl*trvanie_zam vek*vyz_osoby vek*plat_kat vek*trvanie_zam
  vyz_osoby*plat_kat vyz_osoby*trvanie_zam plat_kat*trvanie_zam /
  SELECTION=STEPWISE
  SLE=0.05
  SLS=0.05
/*nastavenie voľby pre výpočet intervalov spoľahlivosti pre pomery šancí
obidvoma metódami - Profile likelihood, Individual Wald tests*/
  CLODDS=BOTH
  ALPHA=0.05 ;
/*nastavenie voľby pre výpočet predikcií a ich uloženie do súboru
PREDPOVED3*/
  OUTPUT OUT=SASUSER.PREDPOVED3 PREDPROBS=INDIVIDUAL;
RUN;
```

**Tabuľka 11:** Parametre modelu úvery 3 s interakciou

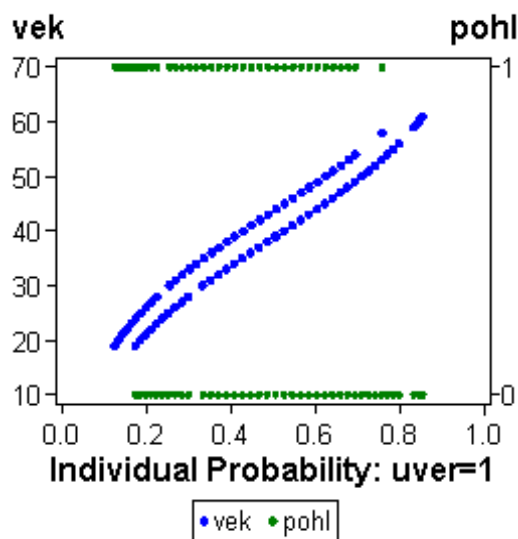
Analysis of Maximum Likelihood Estimates					
Parameter	DF	Estimate	Standard Error	Wald Chi-Square	Pr > ChiSq
Intercept	1	-14,49	2,42	35,74	<.0001
vek	1	0,25	0,06	19,45	<.0001
vyz_osoby	1	0,90	0,16	32,49	<.0001
trvanie_zam	1	2,75	0,64	18,31	<.0001
plat_kat	1	0,71	0,13	29,65	<.0001
vek*trvanie_zam	1	-0,05	0,02	11,84	0,0006

Vo výslednej tabuľke 11 môžeme vidieť, že len jedna interakcia sa ukázala ako významná (vek \* trvanie zamestnania) a znižuje odhadovaný logit. Ako dôkaz uvádzame graf závislosti pre predikovanú pravdepodobnosť pridelenia úveru (*Individual Probability: uver=1*) od týchto dvoch vysvetľujúcich premenných (Obrázok 2). S-krivky, ktoré znázorňujú závislosť pravdepodobnosti pridelenia úveru od veku nie sú rovnobežné. Úroveň a tiež variabilita pravdepodobnosti podľa kategórií trvania zamestnania je rozdielna medzi

niektorými kategóriami. Pre porovnanie na vedľajšom obrázku je znázornená nevýznamná interakcia medzi vekom a pohlavím na pravdepodobnosť pridelenia úveru. S-krivky sú rovnobežné a úroveň a variabilita pravdepodobnosti pridelenia úveru podľa pohlavia nie je významne rozdielna.



**Obrázok 2:** Graf závislosti pravdepodobnosti pridelenia úveru od veku a trvania zamestnania (významná interakcia)



**Obrázok 3:** Graf závislosti pravdepodobnosti pridelenia úveru od veku a pohlavia (nevýznamná interakcia)

**Úloha:** Porovnajzte kvalitu vytvorených modelov logistickej regresie pre pridelovanie úverov a vyberte výsledný model.

**Riešenie:**

Na základe štatistík porovnania modelov (Tabuľka 12) je zrejmé, že všetky tri modely sú dobré. Percento zhodných párov je okolo 83-84% a hodnota  $c$  štatistiky je vysoká, až 0.83-0.84. Štatistiky AIC a SC, ktoré majú penalizačný charakter sú najnižšie pre model č. 3 (model s interakciou). Tento model sa však zložitejšie interpretuje, lebo obsahuje interakčnú premennú. Výber výsledného modelu závisí do určitej miery aj od subjektívneho rozhodnutia analytika a potrieb praxe.

**Tabuľka 12:** Štatistiky porovnania modelov

Statistic	Model 1	Model 2	Model 3
Percent Concordant	82,8	83,7	83,7
Percent Discordant	17	15,3	16,1
Percent Tied	0,2	1	0,2
Pairs	37290	37290	37290
Somers' D	0,658	0,683	0,676
Gamma	0,659	0,69	0,677
Tau-a	0,322	0,334	0,331
c	0,829	0,842	0,838
AIC	396,123	389,321	384,808
SC	415,967	421,07	408,621
-2 Log L	386,123	373,321	372,808

## 6. Záver

Modely logistickej regresie majú v praxi, a aj v ekonomickej praxi, široké použitie. Pri ich vytváraní treba dodržať určité postupy. Dôležitá je vhodná kategorizácia premenných, ktoré sa budú používať ako vysvetľujúce premenné, lebo od toho mnoho ráz závisí ich predikčná schopnosť a využiteľnosť pri modelovaní.

Metóda maximálnej vierohodnosti, ktorá sa používa na odhad parametrov modelov logistickej regresie v systéme SAS má problém s úplnou a kvázi úplnou separáciou dát modelovanej premennej na základe kategoriálnych premenných. V takýchto prípadoch sa iteračný proces odhadu parametrov preruší. Riešením je použitie iných kategórií pre danú premennú, alebo zaradenie poradovej kategoriálnej premennej do modelu ako kvantitatívnej premennej. Binárna kategoriálna premenná sa môže vždy zaradiť ako kvantitatívna premenná, lebo sa jedná len o jednotkovú zmenu.

## 7. Literatúra

- [1] ALBERT, A., ANDERSON, J.A. : On the Existence of Maximum Likelihood Estimates in Logistic Regression Models. In: *Biometrika*, 71 (1984), p. 1-10.
- [2] KLEINBAUM, DAVID G.: *Logistic regression. A Self-Learning Text*. Springer. 1994
- [3] ŘEZANKOVÁ, H.: *Analýza kategoriálních dat*. Nakladatelství Oeconomica. VŠE Praha. 2005. ISBN 80-245-0926-01
- [4] ŘEZANKOVÁ, H.: *Analýza dat z dotazníkových šetření SPSS Professional Publishing*. Praha. 2007. ISBN 978-80-86946-49-8.
- [5] SHARMA, S.: *Applied Multivariate Techniques*. New York, John Wiley & Sons, Inc., 1996.
- [6] STANKOVIČOVÁ, I.: Grafy interakcií. Zobrazovanie výsledkov logistických modelov. In: *Výpočtová štatistika*. Bratislava : SŠDS, 2003. Str. 105-109. ISBN 80-88946-29-8
- [7] STANKOVIČOVÁ, I.: Logická regresia a hĺbková analýza dát (Data Mining). In: *Štatistické metódy v praxi*. Bratislava: SŠDS 2002. ISBN 80-88946-19-0
- [8] STANKOVIČOVÁ, I.: Logistická regresia a jej využitie v ekonomickej praxi. In: *Forum Statisticum Slovacum*. - Roč. 3, č. 1/2007, s. 42-54. ISSN 1336-7420.
- [9] STANKOVIČOVÁ, I., VOJTKOVÁ, M.: *Viacrozmerne štatistické metódy s aplikáciami*. Iura Edition. Bratislava, 2007.
- [10] SAS ONLINEDOCUMENTATION. Dostupné na:  
<<http://support.sas.com/onlinedoc/913/docMainpage.jsp>>

### Adresa autorky:

Ing. Iveta Stankovičová, PhD.  
 Katedra informačných systémov  
 Fakulta managementu UK v Bratislave  
 Odbojárov 10, P. O. Box 95  
 820 05 Bratislava 25  
 iveta.stankovicova@fm.uniba.sk

# Sledovanie životností stavív jednotlivých agregátov hutníckeho priemyslu pomocou štatistických metód.

## Evaluation of lifetime of equipments at metallurgical industry with statistic methods.

**Bujňáková Zuzana, Rusinko Peter**

### Abstract

The article deals with the use of statistic methods for results lifetime of equipments. It describes the use of regulation and korrelation diagrams, explicitly analyses korrelations between output parameters and lifetime of bricks.

**Kľúčové slová:** životnosť agregátov, oceliarské liace panvy (OLP), spoločnosť USSKE, regulačný diagram

**KEY words:** lifetime of equipments, steel ladles, USSKE, quality control chart

### 1. Úvod.

Od zavedenia štatistického riadenia kvality v roku 1998 sa v spoločnosti vo veľkej miere využívajú regulačné a korelačné diagramy, Paretova analýza a QFD.

Všetky údaje sú analyzované štatistickým softwarom *QI ANALYST* a graficky vyhodnocované. Pri hodnotení sa sleduje spôsobilosť procesu pomocou indexov spôsobilosti  $C_P$  a  $C_{PK}$ . Spôsobilosť procesu sa sleduje hlavne pri procesoch mletia, miešania a lisovania. V týchto procesoch sú schválenými metódami regulačné individuálne diagramy, v ktorých sú spracovateľom technologického predpisu určené špecifické medze *USL*, *LSL*.

Spracované údaje sú vyhodnocované realizačným tímom, odborom Riadenia kvality a Radou kvality, kde sa prijímajú nápravné opatrenia a zároveň sa vykonáva kontrola prijatých opatrení.

### 2. Teoretická časť.

#### 2.1 Regulačné diagramy.

Diagram obsahuje strednú priamku (*CL* – Central Line), ktorá je umiestnená v referenčnej hodnote sledovaného znaku kvality (obyčajne dlhodobá stredná hodnota znaku) a dve štatisticky určené regulačné medze, hornú regulačnú medzu (*Upper Control Limit* – *UCL*) a dolnú regulačnú medzu (*Lower Control Limit* – *LCL*).

Na hodnotenie spôsobilosti sa používajú *indexy spôsobilosti* (*Capability Index*):  $C_P$ ,  $C_{PK}$ ,  $C_{PK}$ ,  $C_{PL}$ ,  $C_{PM}$ .

$$C_P = \frac{USL - LSL}{6\sigma}$$

Hodnoty indexu  $C_p$  sa interpretujú nasledovne:

- $C_p > 2$  – prehnane dobré, čo môže byť spôsobené príliš zhovievavými požiadavkami zákazníka, alebo nevhodným určením regulačných medzí (šírka pásu  $USL - LSL > 12 \cdot \sigma$ )
- $C_p > 1,66$  – veľmi dobré dodržiavanie spôsobilosti procesu (šírka pásu  $USL - LSL > 10 \cdot \sigma$ )
- $C_p \geq 1,33$  – dobré dodržiavanie spôsobilosti procesu (šírka pásu  $USL - LSL > 8 \cdot \sigma$ )
- $C_p = 1$  - šírka pásu  $USL - LSL \approx 6 \cdot \sigma$
- $C_p < 1$  - spôsobilosť procesu sa nedodržiava
- $C_p < 0,66$  - spôsobilosť sa veľmi nedodržiava (šírka pásu  $USL - LSL < 4 \cdot \sigma$ )

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^{n_j} (x_{ij} - \bar{x}_i)^2}{\sum_{i=1}^k (n_i - 1)}}$$

Index spôsobilosti  $C_p$  vyjadruje schopnosť výrobného procesu dodržiavať predpísanú variabilitu. Porovnáva sa šírka tolerančného pásu ( $USL-LSL$ ) so šiestimi smerodajnými odchýlkami reálneho výrobného procesu ( $6 \cdot \sigma$ ).

Nedodržanie spôsobilosti znamená, že v súbore nameraných hodnôt je veľmi vysoká variabilita a je potrebné prijať opatrenia na jej zníženie.

## 2.2 Korelačné diagramy.

Párový korelačný diagram zobrazuje vzájomnú súvislosť (väzbu) dvoch premenných (dvoch vlastností nameraných súčasne na všetkých štatistických jednotkách skúmaného súboru). Pomáha nájsť súvislosť (koreláciu) medzi dvoma znakmi toho istého súboru. Pri analýze je potrebné určiť, či ide o lineárnu (pozitívnu, negatívnu), nelineárnu alebo žiadnu koreláciu. V prípade potvrdenia závislosti môžeme podniknúť kroky k regulácii kľúčových premenných tak, aby bol proces pod kontrolou.

Lineárna korelácia, pri ktorej body v korelačnom diagrame vytvárajú zoskupenie, je dobre aproximovateľná priamkou. Tesnosť lineárneho vzťahu premenných  $X$  a  $Y$  číselne vyjadruje koeficient korelácie  $R_{XY}$ .

$$R_{xy} = \frac{n \cdot \sum_{i=1}^n X_i \cdot Y_i - \left( \sum_{i=1}^n X_i \right) \cdot \left( \sum_{i=1}^n Y_i \right)}{\sqrt{\left[ n \cdot \sum_{i=1}^n X_i^2 - \left( \sum_{i=1}^n X_i \right)^2 \right] \cdot \left[ n \cdot \sum_{i=1}^n Y_i^2 - \left( \sum_{i=1}^n Y_i \right)^2 \right]}}$$

kde  $X_i$  a  $Y_i$  sú jednotlivé  $i$ -te hodnoty parametrov  $X$ ,  $Y$ .

Koeficient korelácie nadobúda hodnoty z intervalu  $\langle -1, 1 \rangle$ . Čím je absolútna hodnota väčšia, tým je lineárna závislosť tesnejšia. Pri záporných hodnotách ide o nepriamu a pri kladných o priamu závislosť. Stupeň vzájomnej väzby je:

- mierny, ak  $0,3 \leq |R_{XY}| < 0,5$
- významný, ak  $0,5 \leq |R_{XY}| < 0,7$
- vysoký, ak  $0,7 \leq |R_{XY}| < 0,9$
- veľmi tesný, ak  $0,9 \leq |R_{XY}|$ .

### 2.3 EWMA diagramy (Exponentially Weighted Moving Average)

Rozlišujeme 2 druhy EWMA diagramov : klasický (zaviedol Roberts v roku 1959)  
dynamický

#### Klasický EWMA

Exponenciálne vážené kĺzavé priemery (EWMA) sú podkladom pre regulačný diagram pre sledovanie kvantitatívneho akostného znaku. Je užitočný predovšetkým pre detekciu malých zmien strednej hodnoty. Algoritmus EWMA automaticky predikuje chovanie sa najbližšieho merania, tzn. odhaduje hodnotu ďalšieho pozorovania. Uskutočňuje predikciu ďalšieho správania sa procesu.

Patrí k regulačným diagramom s pamäťou, ktorá je neobmedzená a nerovnomerná. Jej vlastnosť určuje parameter zabúdania  $\lambda$ ,  $0 < \lambda < 1$ . Ak  $\lambda = 1$ , váhu má len posledná hodnota, ak  $\lambda = 0$ , každá hodnota má rovnakú váhu. Geometrický kĺzavý priemer v čase  $t$  je daný:

$$G_t = \lambda \cdot \bar{x}_t + (1 - \lambda) \cdot G_{t-1}$$

Na základe výpočtu geometrického kĺzavého priemeru dostaneme regulačné hranice:

$$UCL = \bar{x} + 3 \cdot \sqrt{\frac{\lambda}{n \cdot (2 - \lambda)} \cdot [1 - (1 - \lambda)^{2t}]}$$

$$LCL = \bar{x} - 3 \cdot \sqrt{\frac{\lambda}{n \cdot (2 - \lambda)} \cdot [1 - (1 - \lambda)^{2t}]}$$

Regulačný diagram exponenciálne vážených kĺzavých priemerov je založený na koncepcii podobnej regulačnému diagramu kĺzavých priemerov.

### 3. Praktická časť.

Koncom roka 2001 vznikol v spoločnosti odbor Obchodno – technický servis (OTS), ktorý zabezpečuje servisnú činnosť agregátov u väčšiny našich významných odberateľov resp. na požiadanie zákazníka.

Úlohou odboru je okrem zabezpečovania servisu, aj odborný dohľad pri aplikácii resp. murovaní daného agregátu, poradenská činnosť a takisto vyhodnocovanie kvality stavív vo vzťahu k ich životnostiam. Medzi najčastejšie sledované agregáty patria kyslíkové konvertory, oceliarské liace panvy, nalievacie panvy a pojazdné miešače.

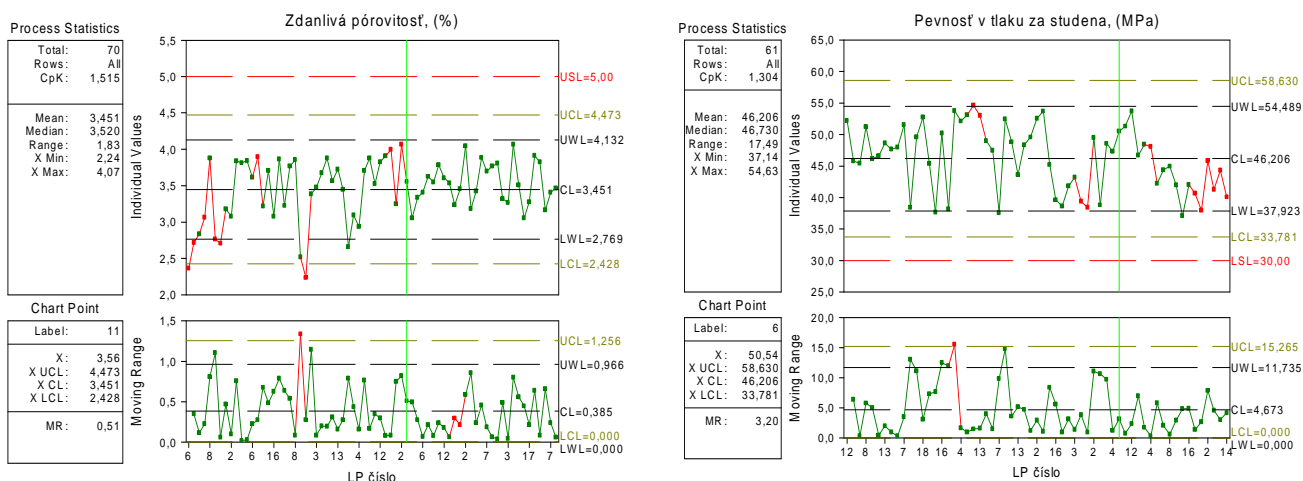
Spoločnosti u ktorých sa táto servisná činnosť prevádzkuje, zabezpečujú takmer neobmedzený prístup k technickým údajom sledovaných na jednotlivých agregátoch. Na základe týchto údajov sa hlavne pomocou regulačných, korelačných a EWMA diagramov sleduje správanie a kvalita použitých stavív.

#### 3.1. Sledovanie agregátov v spoločnosti USS Košice.

Príkladom podrobného sledovania sú oceliarské liace panvy (OLP) v spoločnosti USSKE.

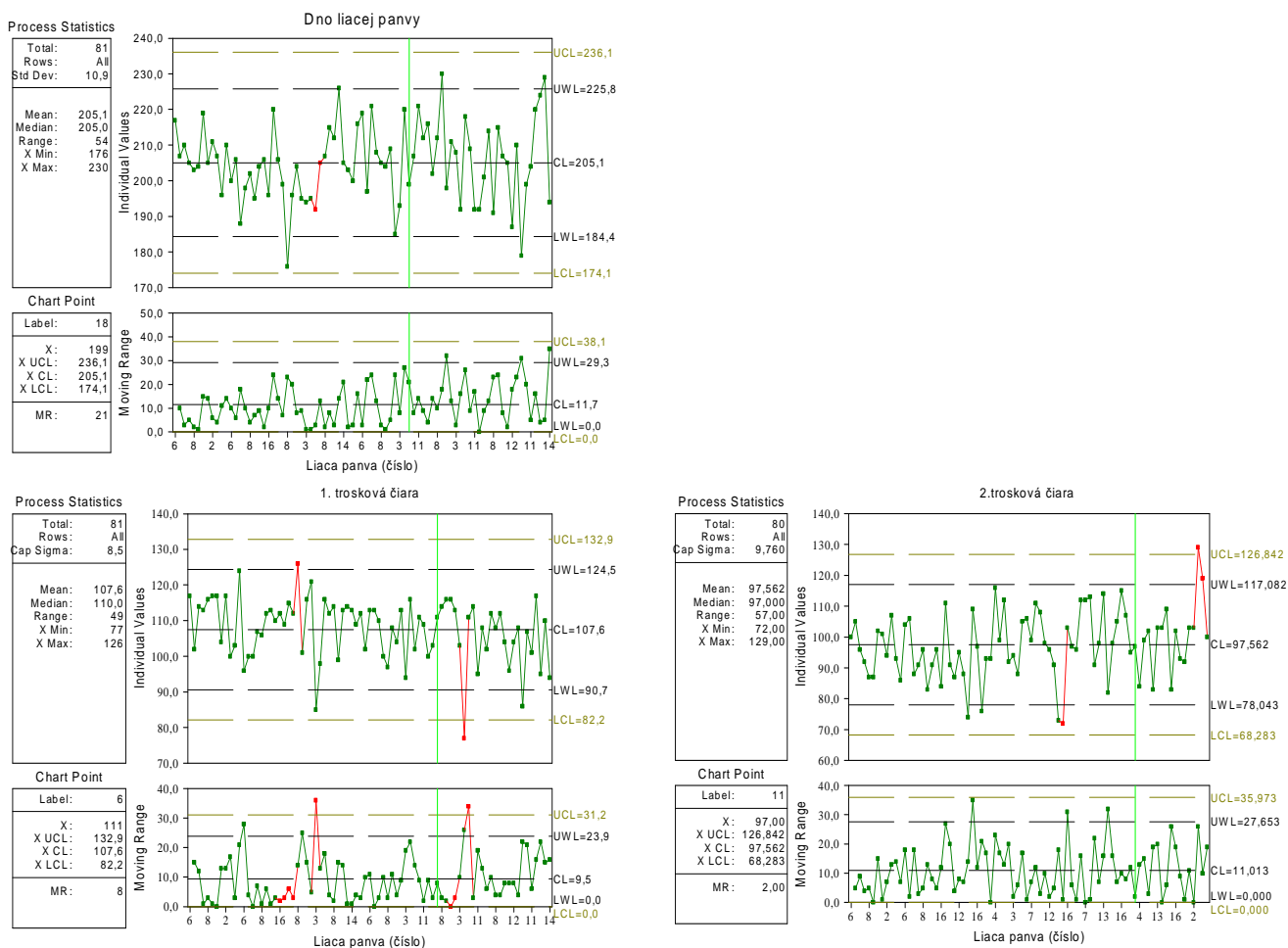
V prípade akýchkoľvek kvalitatívnych problémov v agregáte je možné na základe tohto sledovania jednotlivých OLP definovať presné výstupné parametre použitých stavív a tým vylúčiť podozrenie na nekvalitu aplikovaných stavív.





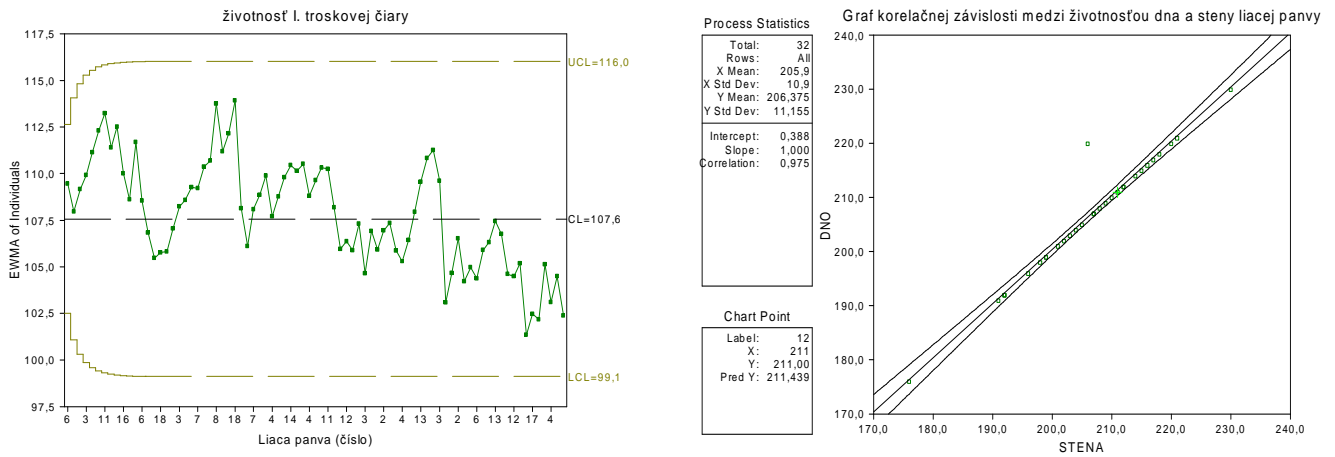
Obrázok 1: Výstupné parametre stavín použitých do sledovaných agregátov.

Medzi ukazovatele ktoré majú najväčšiu vypovedaciu schopnosť z hľadiska životnosti, patria jednoznačne údaje o počte naliatí ocele do panvy bez akejkoľvek opravy výmurovky.



Obrázok 2: Nepriame ukazovatele kvality aplikovaných stavín.

Štatistické metódy sa v istej miere využívajú aj na predikciu chýb, hlavne EWMA diagramy, ktoré umožňujú predpokladať správanie sa meranej veličiny. Pri poklese životnosti pri zachovaní výstupných parametrov nastáva overovanie vhodnosti kvality a samozrejme prevádzkových podmienok agregátu. V tomto prípade ide o zmenu kvality ocele.



Obrázok 3: Ďalšie využitie štatistických metód.

Tabuľka 1: Technické údaje sledované na danom agregáte

QI Analyst DB - [OC1.SPC]

File Edit Data Gallery Chart Point Setup Preferences Window Help

83:začiatok

	začiatok	ukoncenie	LP	Stena/t/d	prev.dni	1.tr.č/kv	ltr.č/živ	1.tr.č.t/d	2.tr.č/kv	2.tr.č/živ	2.tr.č.t/d	stena/kv	stena/živ	dno/živ	PTL/stav	ZP/stav
50	6.9.2007	23.10.2007	3	6,70	29	KL7224	94	6,30	KL7224	72,00	5,10	AMC	193		43,24	3,91
51	16.9.2007	30.10.2007	16	5,60	39	KL7224	116	4,80	KL7224	103,00	6,70	AMC	220		39,41	4,00
52	12.9.2007	6.11.2007	18	3,40	58	KL7224	102	3,40	KL7224	97,00	6,50	AMC	199	199,00	38,45	3,25
53	21.9.2007	9.11.2007	2	4,20	49	KL7224	111	3,90	KL7224	96,00	6,90	AMC	207	207,00	49,52	4,07
54	28.9.2007	17.11.2007	11	4,40	50	KL8824	109	4,50	KL7224	112,00	6,20	AMC-S-C	221	221,00	38,82	3,56
55	12.10.2007	29.11.2007	7	4,50	47	KL7224	100	7,70	KL7224	112,00	6,20	AMC	212	212,00	48,59	3,06
56	8.10.2007	1.12.2007	4	4,00	54	KL7224	103	5,40	KL7224	113,00	5,10	AMC	216	216,00	47,34	3,34
57	30.9.2007	1.12.2007	6	3,20	63	KL7224	111	3,60	KL7224	91,00	6,00	AMC	202	202,00	50,54	3,41
58	18.10.2007	8.12.2007	8	4,10	51	KL7224	114	4,60	KL7224	98,00	6,10	AMC	212	212,00	51,33	3,63
59	28.10.2007	15.12.2007	13	4,80	48	KL7224	116	6,10	KL7224	114,00	5,40	AMC	230	230,00		3,55
60	1.11.2007	22.12.2007	14	3,80	52	KL7224	116	4,30	KL7224	82,00	5,50	AMC	198	198,00		3,79
61	21.10.2007	29.12.2007	12	3,00	70	KL7224	113	3,50	KL7224	98,00	6,10	AMC	211	211,00	53,73	3,61
62	1.11.2007	30.12.2007	3	3,50	60	KL7224	103	4,70	KL7224	105,00	5,00	AMC	208	208,00	46,73	3,54
63	27.11.2007	9.1.2008	16	4,40	43	KL7224	77	5,10	KL7224	115,00	6,00	AMC	192	192,00		3,24
64	19.11.2007	13.1.2008	18	3,90	55	KL7224	111	4,20	KL7224	107,00	5,00	AMC	218	218,00		3,46
65	22.11.2007	17.1.2008	2	3,70	56	KL7224	114	5,40	KL7224	95,00	5,00	AMC	209	209,00		4,05
66	2.12.2007	26.1.2008	11	3,50	55	KL7224	95	4,10	KL7224	97,00	5,40	AMC	192	192,00	48,47	3,19
67	14.12.2007	27.1.2008	4	4,40	44	KL7224	108	5,70	KL7224	84,00	3,60	AMC	192	192,00	48,12	3,43
68	19.12.2007	2.2.2008	6	5,30	38	KL7225	102	4,60	KL7225	99,00	6,20	AMC	201	201,00	42,28	3,89
69	17.12.2007	12.2.2008	7	5,20	41	KL7226	112	4,70	KL7226	102,00	6,00	AMC	214	214,00	44,37	3,70
70	1.1.2008	14.2.2008	8	5,50	35	KL7227	108	5,70	KL7227	83,00	5,20	AMC	191	191,00	44,97	3,77
71	1.1.2008	18.2.2008	13	5,70	38	KL7228	112	4,90	KL7228	103,00	6,90	AMC	215	215,00	42,01	3,81
72	3.2.2008	29.2.2008	14	5,30	39	KL7229	104	5,00	KL7229	103,00	5,70	AMC	207	207,00	37,14	3,32
73	15.1.2008	3.3.2008	3	5,30	39	KL7224	96	4,00	KL7224	109,00	7,30	AMC	205			3,27
74	13.1.2008	9.3.2008	12	5,10	37	KL7224	104	4,20	KL7224	83,00	6,90	AMC	187			4,07
75	27.1.2008	16.3.2008	16	5,70	37	KL7224	108	4,70	KL7224	102,00	7,30	AMC	210		42,06	3,51
76	30.1.2008	19.3.2008	18	5,60	32	KL7224	86	5,10	KL7224	93,00	6,20	AMC	179		40,68	3,06
77	4.2.2008	19.3.2008	17	5,50	36	KL7224	107	5,10	KL7224	92,00	6,10	AMC	199		37,98	3,28
78	12.2.2008	4.4.2008	11	3,90	52	KL7224	101	4,60	KL7224	103,00	6,00	AMC	204			3,92
79	28.1.2008	5.4.2008	2	3,20	68	KL7224	117	3,70	KL7224	103,00	7,40	AMC	220		45,87	3,83
80	17.2.2008	15.4.2008	4	3,80	58	KL7224	95	3,70	KL7224	129,00	6,70	AMC	224		41,28	3,17
81	25.2.2008	19.4.2008	7	4,20	54	KL7224	110	4,60	KL7224	119,00	6,30	AMC	229		44,34	3,41
82	12.3.2008	30.4.2008	14	4,00	48	KL7224	94	4,50	KL7224	100,00	5,60	AMC	194		40,12	3,47
83																

83 rows

Start | Zuzana Bujakov... | Windows Comman... | EKOMSTAT 2008... | QI Analyst DB - ... | Windows Media Pl... | 11:00

#### 4. Záver.

Toto sledovanie stavív poskytuje veľmi dobré informácie nielen o finálnej kvalite stavív na základe výstupných parametrov, ale aj o správaní sa stavív po zabudovaní do daného agregátu.

Životnosť stavíva priamo poukazuje na vhodnosť zvolenej kvality pre dané použitie. V prípade poklesu životnosti stavív aj napriek vyhovujúcim výstupným parametrom je potrebné zvážiť vhodnosť zvolenej kvality t.j. jej zvýšenie.

Tieto údaje je možné nepriamo využiť aj ako podklad pre ďalší vývoj nových kvalít. Pri súčasnom trende znižovania nákladov spoločností na prevádzkovanie agregátov je potrebné meniť používané kvality vzhľadom na ceny surovín. Tieto zmeny uľahčujú práve informácie o životnostiach. Kvality u ktorých životnosť vysoko prekračuje nami garantované hodnoty, nám dávajú priestor na zníženie ceny použitím nižšej kvality vstupnej suroviny, pri zachovaní garantovaných životností.

#### 5. Literatúra.

1. Jozef Chajdiak (2003) : Štatistika jednoducho
2. Michal Tkáč (1998) : QI Analyst 3.0 a štatistické riadenie procesov
3. Jozef Staroň, František Tomšů (2000) : Žiaruvzdorné materiály, výroba, vlastnosti a použitie
4. Jozef Chajdiak (1998) : Štatistické riadenie kvality

#### Kontakt

Zuzana Bujňáková Ing., Peter Rusinko

REFRAKO

Vstupný areál USS, Košice 045 44

[zbujnakova@sk.uss.com](mailto:zbujnakova@sk.uss.com)

[prusinko@sk.uss.com](mailto:prusinko@sk.uss.com)

## Z histórie Ekomstatov

Jozef Chajdiak, Ján Luha

Pri príležitosti konania 20-teho Ekomstatu sme si pripomenuli nedokonalosť našej pamäte a rozhodli sa spísať aspoň chronológiu tejto akcie. Pripájame ďalší (22 druhý) dielik do skladačky prehľadu Ekomstatov.

Koncom augusta v roku 1987 sa v Liptovskom Jáne uskutočnil x-tý ročník PROBASTATu (PROBAbility and STATistics), kde sa o.i. zúčastnili aj autori tohoto príspevku. J. Chajdiak za hlavný prínos z účasti na PROBASTate považuje svoju ideu zorganizovať týždňovú školu štatistiky EKOMSTAT (EKOnoMická ŠTATistika) so zameraním na aplikáciu štatistických metód a postupov na analýzu javov a procesov v sociálno-ekonomickej praxi. Diskusný kolektív na PROBATSTATE vyberal z názvov EKONSTAT, EKOMSTAT, EKOSTAT a iných (ktoré ihneď zamietol) a nakoniec rozhodol, že bude EKOMSTAT.

Idea našla svoje praktické vyjadrenie v organizácii jarnej školy štatistiky v júni 1988 v Domove speváckeho zboru slovenských učiteľov v Trenčianskych Tepliciach. Hlavní organizátori prvého ročníka J. Chajdiak a J. Kvetko navštívili v apríli 1988 potenciálne miesto konania akcie, prezreli si Domov SZSU aj kúpeľné mesto Trenčianske Teplice a prišli k záveru, že „to je ono“.

Prvý ročník mal prísny organizačný priebeh, začínalo sa v presne určených hodinách a minútach. Prednášajúci mali obleky a kravaty, resp. šaty. Okrem denných zamestnaní prebiehali v pondelok a utorok aj večerné zamestnania do 22,00 hodiny. Časom sa formálny charakter, večerné zamestnania a čiastočne aj presnosť začiatkov vytratili a v procese výučby sa sústreďujeme najmä na obsahové otázky. Popri odbornom programe je súčasťou školy aj spoločenský program.

Postupom času sa ustálil rozvrh zamestnaní v týždňovej škole štatistiky. Prednášky odborníkov z oblasti štatistiky, ekonomiky a príbuzných disciplín na určené témy prebiehajú každý deň v pondelok až v piatok v čase od 8,00 do 12,00, s častým predĺžením až do 12,30. V pondelok, utorok a vo štvrtok, v čase od 16,00 do 17,30, prebiehajú ďalšie prednášky a krátke vystúpenia účastníkov školy.

Každý pracovný deň vo večerných hodinách prebiehajú neformálne diskusie k rôznym odborným, spoločenským a aj súkromne-životným okruhom problémov, v rámci panelových diskusií, či opekaní pri ohníčku. V prvých ročníkoch sa večerné zamestnanie „opekanie“ uskutočňovalo na peknej lúke obkolesenej lesom, na hornom okraji Trenčianskych Teplíc. Zostarnutím a spohodnením nemenovaných účastníkov sa akcia „opekanie“ presunula na prvú terasu v areáli Domova SZSU. V stredu popoludní majú účastníci školy voľno, ktoré niekoľkokrát využili na spoločný výstup na Vapeč, vrchol s pekným širokým výhľadom na okolitú prírodu, asi 20 km od Domova SZSU, či iné výlety do okolia. Poobedňajší voľný čas časť účastníkov trávil na Zelenej žabe (kým fungovala) alebo ho využila na prechádzky po Trenčianskych Tepliciach a okolí a vzorní účastníci školy na samoštúdium (často to bola prázdna množina). EKOMSTAT sa uskutočňuje v bezprostrednom susedstve „národnej kultúrnej pamiatky ELEKTRA“. Niektorí a niekoľkokrát sme naživo videli aj jej majiteľa.

Vynikajúca atmosféra na Ekomstate podniecuje nielen skvelé spoločenské a pracovné kontakty, ale tiež „vynachádzanie“ nových zákonov. Nameraný spoluautor tohoto príspevku (J.L.) objavil o.i. zákon troch fernetov, zákon najkrajšieho obzerania a iné zákony, ktoré neboli na veľkú škodu zaznamenané. Pripomenieme iba zmenu úrovne významnosti z  $\alpha=0.05$  na  $\alpha=0.04$  (pretože v mnohých reštauráciách sa objem poldecákov scvrkol).

Prvé ročníky zabezpečoval J. Chajdiak s J. Kvetkom. Od 90-tych rokov organizovanie prevzala dvojica J. Chajdiak, J. Luha. V súčasnosti už viac rokov Programový a organizačný výbor pracuje v zložení: J. Chajdiak – predseda, J. Luha – tajomník, S. Koróny a V. Páleník – členovia a najnovšie aj I. Stankovičová. Zborník zostavujú J. Chajdiak a J. Luha. Recenzie príspevkov: J. Chajdiak, J. Luha, S. Koróny a P. Mach.

Ekomstatu sa pravidelne zúčastňuje 20 až 30 účastníkov. V zozname účastníkov je uvedené nominálne maximum, reálny počet v Domove SZSU je o niečo nižší. Okrem účastníkov zo Slovenska, hlavne v prvých ročníkoch, to boli aj kolegovia z Pražskej katedry štatistiky VŠE a z Univerzity Pardubice, vzácna bola účasť dekana Moskovského inžinierno-štatistického inštitútu akademika Vladimíra Mchitariana.

Výborná atmosféra, odborné zameranie a družný odborný kolektív spôsobujú, že veľa účastníkov sa školy rád zúčastní viackrát. Dokumentuje to aj dotazník EKOMSTAT, ktorý už viac rokov pripravuje J. Luha. Účastníci tento dotazník vyplnia a v záverečné dni školy si so záujmom pozrú výsledky získané z ich vlastných odpovedí.

Úspešní účastníci školy štatistiky EKOMSTAT (zatiaľ, chvála Pánu Bohu alebo Matke Prírody, či intenzívnemu štúdiu, resp. samoštúdiu, t.j. všetci) získavajú Osvedčenie Slovenskej štatistickej a demografickej spoločnosti o úspešnom absolvovaní školy.

## **O jednotlivých ročníkoch EKOMSTATu**

### **(1.) Jarná škola štatistiky EKOMSTAT´ 88 „Využitie štatistických metód v sociálno-ekonomickej praxi“**

6.-10. 6. 1988, v zozname účastníkov je zapísaných 39 osôb, z ktorých sa vyše 30 aj EKOMSTATu zúčastnilo.

Zborník zostavil J. Chajdiak, má 42 strán, obsahuje 16 odborných príspevkov.

V odbornom programe sme sa sústredili na výklad použitia systému SPSS, vybraných štatistických metód a ich aplikácií v sociálno-ekonomickej praxi a iné.

### **2. Jarná škola štatistiky EKOMSTAT´ 89 „Využitie štatistických metód v sociálno-ekonomickej praxi“**

5. – 9. 6. 1989, v zozname účastníkov je zapísaných 31 osôb.

Zborník zostavil J. Chajdiak, má 40 strán, obsahuje 13 odborných príspevkov.

V odbornom programe sme sa sústredili na výklad viacrozmerných štatistických metód a ich aplikácií v sociálno-ekonomickej praxi, prezentovaná bola tiež práca so systémom SYSTAT a Statgraphics a iné.

### **3. Škola štatistiky EKOMSTAT´ 90 „Využitie štatistických metód v sociálno-ekonomickej praxi“**

25. – 29. 6. 1990.

Zborník zostavil J. Chajdiak, má 40 strán, obsahuje 11 odborných príspevkov.

V odbornom programe sme sa sústredili na výklad problematiky analýzy časových radov, aplikácie štatisticko-matematických metód v sociálno-ekonomickej praxi, prezentovaná bola práca so systémom Statgraphics, SAS a Systat a iné.

#### **4. Škola štatistiky EKOMSTAT´ 91 „Využitie štatistických metód v sociálno-ekonomickej praxi“**

3. – 7. 6. 1991.

Zborník zostavil J. Chajdiak, má 55 strán, obsahuje 14 odborných príspevkov.

V odbornom programe sme sa sústredili na výklad práce so systémom SAS a metódy štatistickej kontroly akosti, aplikácie štatisticko-matematických metód v sociálno-ekonomickej praxi a iné.

#### **5. Škola štatistiky EKOMSTAT´ 92 „Využitie štatistických metód v sociálno-ekonomickej praxi“**

1. – 5. 6. 1992, v zozname účastníkov je zapísaných 22 osôb.

Zborník zostavil J. Chajdiak, má 14 strán, obsahuje 4 odborné príspevky.

V odbornom programe sme sa sústredili na výklad plánovania experimentov, štatistické riadenie kvality a na aplikácie štatisticko-matematických metód v sociálno-ekonomickej praxi a iné.

#### **6. Škola štatistiky EKOMSTAT´ 93 „Využitie štatistických metód v sociálno-ekonomickej praxi“**

30.5. – 4. 6. 1993, v zozname účastníkov je zapísaných 17 osôb.

Zborník zostavil J. Chajdiak, má 34 strán, obsahuje 9 odborných príspevkov.

V odbornom programe sme sa sústredili na výklad rodinných účtov, analýzu kvalitatívnych znakov a meranie asociácie a na aplikácie štatisticko-matematických metód v sociálno-ekonomickej praxi a iné.

#### **7. Škola štatistiky EKOMSTAT´ 94 „Využitie štatistických metód v sociálno-ekonomickej praxi“**

29.5. – 3. 6. 1994.

Zborník zostavil J. Chajdiak, má 22 strán, obsahuje 6 odborných príspevkov.

V odbornom programe sme sa sústredili na výklad metód výberového skúmania, makroekonomické modely Slovenska, prácu a grafickým softvérom a na aplikácie štatisticko-matematických metód v sociálno-ekonomickej praxi a iné.

#### **8. Škola štatistiky EKOMSTAT´ 95 „Kapitálový trh – analýzy a prognózy“**

5. – 9. 6. 1995, v zozname účastníkov je zapísaných 29 osôb.

Zborník zostavil J. Chajdiak, má 55 strán, obsahuje 12 odborných príspevkov. ISBN 80 – 967343 – 0 - X

V odbornom programe sme sa sústredili na výklad anlyzy a prognózy na kapitálovom trhu, metódy spektrálnej analýzy, Box-Jenkonsovu metodológiu. Práca so systémom SAS, SPSS a INFINITY. Aplikácie štatisticko-matematických metód v sociálno-ekonomickej praxi a iné.

#### **9. Škola štatistiky EKOMSTAT´ 95 „Štatistické riadenie kvality“**

4.9. – 8. 9. 1995, v zozname účastníkov je zapísaných 28 osôb.

Zborník zostavil J. Chajdiak, má 58 strán, obsahuje 9 odborných príspevkov. ISBN 80 – 967343 – 1 – 8.

V odbornom programe sme sa sústredili na výklad štatistického riadenia kvality, súvisiaca práca so systémom SAS a na aplikácie štatisticko-matematických metód v sociálno-ekonomickej praxi a iné.

#### **10. Škola štatistiky EKOMSTAT´ 96 „Finančno – ekonomické analýzy“**

3.6. – 7. 6. 1996, v zozname účastníkov je zapísaných 21 osôb.

Zborník zostavil J. Chajdiak, má 68 strán, obsahuje 6 odborných príspevkov. ISBN 80 – 967343 – 5 – 0.

V odbornom programe sme sa sústredili na výklad štatistických metód analýzy finančných ukazovateľov, indexy pre ordinálne znaky a na aplikácie štatisticko-matematických metód v sociálno-ekonomickej praxi a iné.

#### **11. Škola štatistiky EKOMSTAT´ 97 „Aplikácia štatistických metód v transformujúcej sa ekonomike“**

2.6. – 6. 6. 1997, v zozname účastníkov je zapísaných 26 osôb.

Zborník zostavil J. Chajdiak, má 120 strán, obsahuje 11 odborných príspevkov. ISBN 80 – 967658 – 1 – 7. Recenzenti: J. Chajdiak, J. Luha, S. Koróny.

V odbornom programe sme sa sústredili na výklad štatistickú reguláciu výrobného procesu, ekonomické prognózy Slovenska, bayesovské odhady v poisťovníctve, štatistické a metodologické aspekty tvorby a analýzy dotazníkov a na aplikácie štatisticko-matematických metód v sociálno-ekonomickej praxi a iné.

#### **12. Škola štatistiky EKOMSTAT´ 98 „Aplikácia štatistických metód v transformujúcej sa ekonomike“**

1.6. – 5. 6. 1998, v zozname účastníkov je zapísaných 23 osôb.

Zborník zostavil J. Chajdiak, má 136 strán, obsahuje 12 odborných príspevkov. ISBN 80 – 967658 – 2 – 5. Recenzenti: J. Chajdiak, J. Luha, S. Koróny.

V odbornom programe sme sa sústredili na výklad korešpondenčnej analýzy, megatrendov v ekonomike, štatistické skúmanie analýzy kvalitatívnych znakov, rozdelenia početnosti vybraných ukazovateľov priemyslu, štatistickú reguláciu výrobného procesu, a na aplikácie štatisticko-matematických metód v sociálno-ekonomickej praxi a iné.

#### **13. Škola štatistiky EKOMSTAT´ 99 „Aplikácie štatistických metód v hospodárskej praxi“**

31.5. – 4. 6. 1999, v zozname účastníkov je zapísaných 18 osôb.

Zborník zostavil J. Chajdiak, má 132 strán, obsahuje 13 odborných príspevkov. ISBN 80 – 967658 – 9 – 2. Recenzenti: J. Chajdiak, J. Luha, S. Koróny.

V odbornom programe sme sa sústredili na výklad analýzy súboru nameraných hodnôt, exporačnú analýzu, analýzu štruktúry ekonomiky, výberové štatistické zisťovania, konjunkturálne prieskumy a na aplikácie štatisticko-matematických metód v sociálno-ekonomickej praxi a iné.

#### **14. Škola štatistiky EKOMSTAT´ 2000 „Aplikácie štatistických metód v hospodárskej praxi“**

5.6. – 9. 6. 2000, v zozname účastníkov je zapísaných 17 osôb.

Zborník zostavili J. Chajdiak a J. Luha, má 196 strán, obsahuje 21 odborných príspevkov. ISBN 80 – 88946 – 04 – 2. Recenzenti: J. Chajdiak, J. Luha, S. Koróny. Programový výbor: J. Chajdiak – predseda, J. Luha – tajomník, V. Bakošová a S. Koróny – členovia.

V odbornom programe sme sa sústredili na výklad modelovanie príčinnej závislosti, logistické regresné modely, modelovania makroekonomického vývoja SR, analýza

nominálnych a ordinálnych znakov a na aplikácie štatisticko-matematických metód v sociálno-ekonomickej praxi a iné.

### **15. Škola štatistiky EKOMSTAT´ 2001 „Aplikácie štatistických metód v hospodárskej praxi“**

4.6. – 8. 6. 2001, v zozname účastníkov je zapísaných 16 osôb.

Zborník zostavili J. Chajdiak a J. Luha, má 162 strán, obsahuje 14 odborných príspevkov. ISBN 80 – 88946 – 10 – 7. Recenzenti: J. Chajdiak, J. Luha, S. Koróny. Programový a organizačný výbor: J. Chajdiak – predseda, J. Luha – tajomník, V. Bakošová, B. Linda a V. Páleník – členovia.

V odbornom programe sme sa sústredili na výklad teórie rozhodovania, analýzu rentability, makroekonomický vývoj SR, štatistické metódy výskumu verejnej mienky, rozdelenia podnikov podľa hodnôt vybraných ukazovateľov a na aplikácie štatisticko-matematických metód v sociálno-ekonomickej praxi a iné.

### **16. Škola štatistiky EKOMSTAT´ 2002 „Štatistické metódy v marketingovom výskume I.“**

2.6. – 7. 6. 2002, v zozname účastníkov je zapísaných 20 osôb.

Zborník zostavili J. Chajdiak a J. Luha, má 167 strán, obsahuje 14 odborných príspevkov. ISBN 80 – 88946 – 18 – 2. Recenzenti: J. Chajdiak, J. Luha, S. Koróny. Programový a organizačný výbor: J. Chajdiak – predseda, J. Luha – tajomník, V. Bakošová, S. Koróny a V. Páleník – členovia.

V odbornom programe sme sa sústredili na výklad korešpondenčnej analýzy, viackriteriálne hodnotenie, dotazníkový výskum – metódy organizácie a metódy analýzy dát, analýzu makroekonomického vývoja a na aplikácie štatisticko-matematických metód v sociálno-ekonomickej praxi a iné.

### **17. Škola štatistiky EKOMSTAT´ 2003 „Štatistické metódy v marketingovom výskume II.“**

1.6. – 6. 6. 2003, v zozname účastníkov je zapísaných 25 osôb.

Zborník zostavili J. Chajdiak a J. Luha, má 182 strán, obsahuje 18 odborných príspevkov. ISBN 80 – 88946 – 27 – 1. Recenzenti: J. Chajdiak, J. Luha, S. Koróny. Programový a organizačný výbor: J. Chajdiak – predseda, J. Luha – tajomník, S. Koróny a V. Páleník – členovia.

V odbornom programe sme sa sústredili na výklad skúmania súboru kvalitatívnych dát, zhlukovú analýzu, klasifikačnú analýzu, analýzu makroekonomického vývoja a na aplikácie štatisticko-matematických metód v sociálno-ekonomickej praxi a iné.

### **18. Škola štatistiky EKOMSTAT´ 2004 „Štatistické metódy v praxi.“**

23.5. – 28. 5. 2004, v zozname účastníkov je zapísaných 29 osôb.

Zborník zostavili J. Chajdiak a J. Luha, má 139 strán, obsahuje 17 odborných príspevkov. ISBN 80 – 88946 – 35 – 2. Recenzenti: J. Chajdiak, J. Luha, S. Koróny. Programový a organizačný výbor: J. Chajdiak – predseda, J. Luha – tajomník, S. Koróny a V. Páleník – členovia.

V odbornom programe sme sa sústredili na výklad merania úrovne objektov charakterizovaných ordinálnymi znakmi, metód výberového skúmania, ANOVA, štatistické riadenia kvality, analýzu makroekonomického vývoja a na aplikácie štatisticko-matematických metód v sociálno-ekonomickej praxi a iné.



**19. Škola štatistiky EKOMSTAT 2005 „Štatistické metódy v praxi.“**

22.5. – 27. 5. 2005, v zozname účastníkov je zapísaných 18 osôb.

Zborník zostavili J. Chajdiak a J. Luha, má 135 strán, obsahuje 16 odborných príspevkov. ISBN 80 – 88946 – 43 – 3. Recenzenti: J. Chajdiak, J. Luha, S. Koróny. Programový a organizačný výbor: J. Chajdiak – predseda, J. Luha – tajomník, S. Koróny a V. Páleník – členovia.

V odbornom programe sme sa sústredili na výklad viacrozmerných štatistických metód analýzy kvalitatívnych znakov, diskriminačnú analýzu, lineárny regresný model, použitie Box-Jenkonsovej metodológie, analýzu makroekonomického vývoja a na aplikácie štatisticko-matematických metód v sociálno-ekonomickej praxi a iné.

**20. Škola štatistiky EKOMSTAT 2006 „Štatistické metódy v praxi.“**

21.5. – 26. 5. 2006, v zozname účastníkov je zapísaných 29 osôb.

Príspevky účastníkov sú publikované v časopise SŠDS FORUM STATISTICUM SLOVACUM 2/2006, ISSN 1336-7420. Publikáciu zostavili J. Chajdiak a J. Luha, má 226 strán, obsahuje 27 odborných príspevkov. Recenzenti: J. Chajdiak, J. Luha, P. Mach, S. Koróny. Programový a organizačný výbor: J. Chajdiak – predseda, J. Luha – tajomník, S. Koróny a V. Páleník – členovia.

Vzhľadom k jubilejnému charakteru školy štatistiky tematické zameranie je širokospektrálne s cieľom poukázať na bohatosť štatistiky a jej aplikácií a iné.

**21. Škola štatistiky EKOMSTAT 2007 „Štatistické metódy v praxi.“**

3.6. – 8. 6. 2007, v zozname účastníkov je zapísaných 34 osôb.

Príspevky účastníkov sú publikované v časopise SŠDS FORUM STATISTICUM SLOVACUM 1/2007, ISSN 1336-7420. Publikáciu zostavili J. Chajdiak a J. Luha, má 205 strán, obsahuje 24 odborných príspevkov. Recenzenti: J. Chajdiak, J. Luha, S. Koróny. Programový a organizačný výbor: J. Chajdiak – predseda, J. Luha – tajomník, S. Koróny, V. Páleník a V. Kvetan – členovia.

V odbornom programe sme sa sústredili na výklad: metódy kvótových výberov, štatistického riadenie výroby netvarovaných materiálov v spoločnosti Refrako, analýzy meracích systémov, modelovania príčinnej závislosti viacrozmernými regresnými modelmi, logistickej regresie a jej využitie v ekonomickej praxi, metód zhlukovej analýzy a faktorovej analýzy, kvantitatívnych metód analýzy postavenia podniku na trhu, analýzy makroekonomického vývoja a aplikácií štatisticko-matematických metód v sociálno-ekonomickej praxi a iné.

**22. Škola štatistiky EKOMSTAT 2008 „ Štatistické metódy vo vedecko-výskumnej, odbornej a hospodárskej praxi.“**

1.6. – 6. 6. 2008, v zozname účastníkov je zapísaných 20 osôb.

Príspevky účastníkov sú publikované v časopise SŠDS FORUM STATISTICUM SLOVACUM 2/2008, ISSN 1336-7420. Publikáciu zostavili J. Chajdiak a J. Luha, má 142 strán, obsahuje 16 odborných príspevkov. Recenzenti: J. Chajdiak, J. Luha, S. Koróny. Programový a organizačný výbor: J. Chajdiak – predseda, J. Luha – tajomník, S. Koróny, V. Páleník a V. Kvetan – členovia.

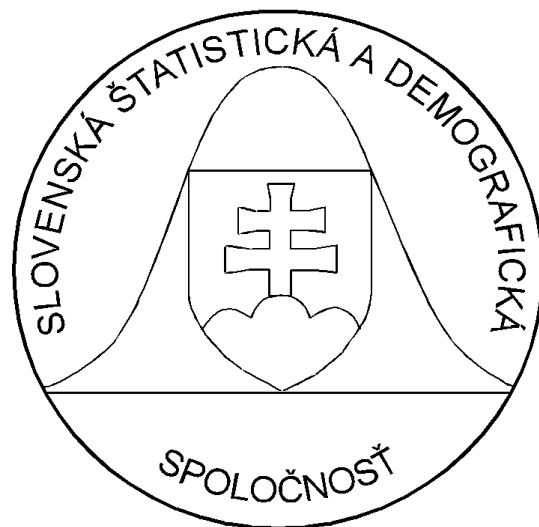
V odbornom programe sa venujeme najmä: prvotnej štatistickej analýze dát, sledovaniu životnosti stavív agregátov hutníckeho priemyslu pomocou štatistických metód, metódam prognózovania počtu obyvateľov, modelu EIS Slovensko, logistickej regresii a jej využitiu v ekonomickej praxi, makroekonomickým prognózam vývoja SR, usporiadaniu súboru ekonomických jednotiek.

## Zoznam účastníkov 22. Školy štatistiky EKOMSTAT 2008, 1.-6.6.2008

P.C.	Priezvisko,meno	Pracovisko
1	Bakošová Viera	SCB, Bratislava
2	Bujňáková Zuzana	Refrako, Košice
3	Haluška Ján	INFOSTAT, Bratislava
4	Chajdiak Jozef	Statis, Bratislava
5	Chovancová Zuzana	ZSE, Bratislava
6	Kašubová Renáta	DataCentrum, Bratislava
7	Koróny Samuel	UMB, Banská Bystrica
8	Kvetan Vladimír	EÚ SAV, Bratislava
9	Luha Ján	ÚVVM pri ŠÚ SR, Bratislava
10	Marková Jana	SCB, Bratislava
11	Olexa Michal	INFOSTAT, Bratislava
12	Páleník Viliam	EÚ SAV, Bratislava
13	Radvanský Marek	EÚ SAV, Bratislava
14	Rusinko Peter	Refrako, Košice
15	Stankovičová Iveta	FM UK, Bratislava
16	Sasková Tamara	DataCentrum, Bratislava
17	Vagaský Martin	SCB, Bratislava
18	Vaňo Boris	INFOSTAT, Bratislava
19	Velikanič Vladimír	DataCentrum, Bratislava
20	Vester Miroslav	SCB, Bratislava

2/2008

# FORUM STATISTICUM SLOVACUM



ISSN 1336-7420



9 771336 742001



Slovenská štatistická a demografická  
spoločnosť Miletičova 3, 824 67  
Bratislava  
www.ssds.sk



## **Naše najbližšie akcie:**

(pozri tiež [www.ssds.sk](http://www.ssds.sk), blok Poriadané akcie)

### **NITRIANSKE ŠTATISTICKÉ DNI,**

18. – 19. 6. 2008, Podkylava

### **Aplikácie metód na podporu rozhodovania vo vedeckej, technickej a spoločenskej praxi,**

24. 6. 2008, STU Bratislava,

### **14. SLOVENSKÁ ŠTATISTICKÁ KONFERENCIA,**

tematické zameranie: *Regionálna štatistika*

17. – 19. 9. 2008, Strečno

### **FernStat 2008**

V. medzinárodná konferencia aplikovanej štatistiky

(Financie, Ekonomika, Riadenie, Názory)

tematické zameranie: *Aplikovaná, demografická, matematická štatistika, štatistické riadenie kvality.*

2. – 3. 10. 2008, hotel Lesák, Tajov pri Banskej Bystrici

### **17. Medzinárodný seminár VÝPOČTOVÁ ŠTATISTIKA,**

4. – 5. 12. 2008, Bratislava, Infostat

### **Prehliadka prác mladých štatistikov a demografov**

4. 12. 2008, Bratislava, Infostat

### **Regiónálne akcie,**

priebežne

### **12. SLOVENSKÁ DEMOGRAFICKÁ KONFERENCIA,**

tematické zameranie: *Využitie GIS v demografii*

rok 2009, Trenčiansky kraj

## **Pokyny pre autorov**

Jednotlivé čísla vedeckého časopisu FORUM STATISTICUM SLOVACUM sú prevažne tematicky zamerané zhodne s tematickým zameraním akcií SŠDS. Príspevky v elektronickej podobe prijíma zástupca redakčnej rady na elektronickej adrese uvedenej v pozvánke na konkrétne odborné podujatie Slovenskej štatistickej a demografickej spoločnosti. Názov word-súboru uvádzajte a posielajte v tvare: **priezvisko\_nazovakcie.doc**

**Forma:** Príspevky písané výlučne len v textovom editore MS WORD, verzia 6 a vyššia do verzie 2003, písmo Times New Roman CE 12, riadkovanie jednoduché (1), formát strany A4, všetky okraje 2,5 cm, strany nečíslovať. Tabuľky a grafy v čierno-bielom prevedení zaradiť priamo do textu článku a označiť podľa šablony. Bibliografické odkazy uvádzať v súlade s normou STN ISO 690 a v súlade s medzinárodnými štandardami. Citácie s poradovým číslom z bibliografického zoznamu uvádzať priamo v texte.

**Rozsah:** Maximálny rozsah príspevku je 6 strán.

**Príspevky sú recenzované.** Redakčná rada zabezpečí posúdenie príspevku členom redakčnej rady alebo externým oponentom.

**Štruktúra príspevku:** *(Pri písaní príspevku využite elektronickú šablónu: <http://www.ssds.sk/> v časti Vedecký časopis, Pokyny pre autorov.)*

**Názov príspevku v slovenskom jazyku** (štýl Názov: Time New Roman 14, Bold, centrovať)

**Názov príspevku v anglickom jazyku** (štýl Názov: Time New Roman 14, Bold, centrovať)

*Vynechať riadok*

Meno1 Priezvisko1, Meno2 Priezvisko2 (štýl normálny: Time New Roman 12, centrovať)

*Vynechať riadok*

**Abstract:** Text abstraktu v anglickom jazyku, max. 10 riadkov (štýl normálny: Time New Roman 12).

*Vynechať riadok*

**Key words:** Kľúčové slová v anglickom jazyku, max. 2 riadky (štýl normálny: Time New Roman 12).

*Vynechať riadok*

**Kľúčové slová:** Kľúčové slová v jazyku v akom je napísaný príspevok, max. 2 riadky (štýl normálny: Time New Roman 12).

*Vynechať riadok*

*Vlastný text príspevku v členení:*

- 1. Úvod** (štýl Nadpis 1: Time New Roman 12, bold, zarovnať vľavo, číslovať)
- 2. Názov časti 1** (štýl Nadpis 1: Time New Roman 12, bold, zarovnať vľavo, číslovať)
- 3. Názov časti 1. . .**
- 4. Záver** (štýl Nadpis 1: Time New Roman 12, bold, zarovnať vľavo, číslovať)

Vlastný text jednotlivých častí je písaný štýlom Normal: písmo Time New Roman 12, prvý riadok odseku je odsadený vždy na 1 cm, odsek je zarovnaný s pevným okrajom. Riadky medzi časťami nevynechávajú.

- 5. Literatúra** (štýl Nadpis 1: Time New Roman 12, bold, zarovnať vľavo, číslovať)

[1] Písať podľa normy STN ISO 690

[2] GRANGER, C.W. – NEWBOLD, P. 1974. Spurious Regression in Econometrics. In: Journal of Econometrics, č. 2, 1974, s. 111 – 120.

**Adresa autora (-ov)** (štýl Nadpis 1: Time New Roman 12, bold, zarovnať vľavo, adresy vpísať do tabuľky bez orámovania s potrebným počtom stĺpcov a s 1 riadkom):

Meno1 Priezvisko1, tituly1  
Ulica1  
970 00 Mesto1  
meno1.priezvisko1@mail.sk

Meno2 Priezvisko2, tituly2  
Ulica2  
970 00 Mesto2  
meno2.priezvisko2@mail.sk

# FORUM STATISTICUM SLOVACUM

vedecký časopis Slovenskej štatistickej a demografickej spoločnosti

## *Vydavateľ*

Slovenská štatistická a demografická  
spoločnosť  
Miletičova 3  
824 67 Bratislava 24  
Slovenská republika

## *Redakcia*

Miletičova 3  
824 67 Bratislava 24  
Slovenská republika

## *Fax*

02/63812565

## *e-mail*

chajdiak@statis.biz  
Jan.Luha@statistics.sk

## *Registráciu vykonalo*

Ministerstvo kultúry Slovenskej republiky

## *Registračné číslo*

3416/2005

## *Tematická skupina*

B1

## *Dátum registrácie*

22. 7. 2005

## *Objednávky*

Slovenská štatistická a demografická  
spoločnosť  
Miletičova 3, 824 67 Bratislava 24  
Slovenská republika  
IČO: 178764  
Číslo účtu: 0011469672/0900

ISSN 1336-7420

## *Redakčná rada*

RNDr. Peter Mach – *predseda*

Doc. Ing. Jozef Chajdiak, CSc. – *šéfredaktor*

RNDr. Ján Luha, CSc. – *tajomník*

## *členovia:*

Ing. Mikuláš Cár, CSc.

Ing. Ján Cuper

Ing. Pavel Flák, DrSc.

Ing. Edita Holičková

Doc. RNDr. Ivan Janiga, CSc.

Ing. Anna Janusová

RNDr. PaedDr. Stanislav Katina, PhD.

Prof. RNDr. Jozef Komorník, DrSc.

RNDr. Samuel Koróny

Doc. Ing. Milan Kovačka, CSc.

Doc. RNDr. Bohdan Linda, CSc.

Prof. RNDr. Jozef Mládek, DrSc.

Doc. RNDr. Oľga Nánásiová, CSc.

Doc. RNDr. Karol Pastor, CSc.

Prof. RNDr. Rastislav Potocký, CSc.

Doc. RNDr. Viliam Páleník, PhD.

Ing. Iveta Stankovičová, PhD.

Doc. RNDr. Beata Stehlíková, CSc.

Prof. RNDr. Michal Tkáč, CSc.

Ing. Vladimír Úradníček, PhD.

Ing. Boris Vaňo

Doc. MUDr. Anna Volná, CSc., MBA.

Ing. Mária Vojtková, PhD.

Prof. RNDr. Gejza Wimmer, DrSc.

Mgr. Milan Žirko

## *Ročník*

IV.

## *Číslo*

2/2008

*Cena výtlačku* 500 SKK / 20 EUR  
*Ročné predplatné* 1500 SKK / 60 EUR