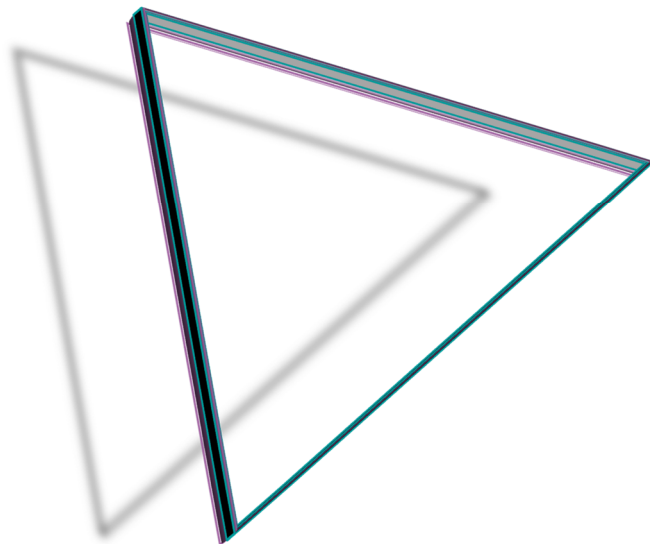
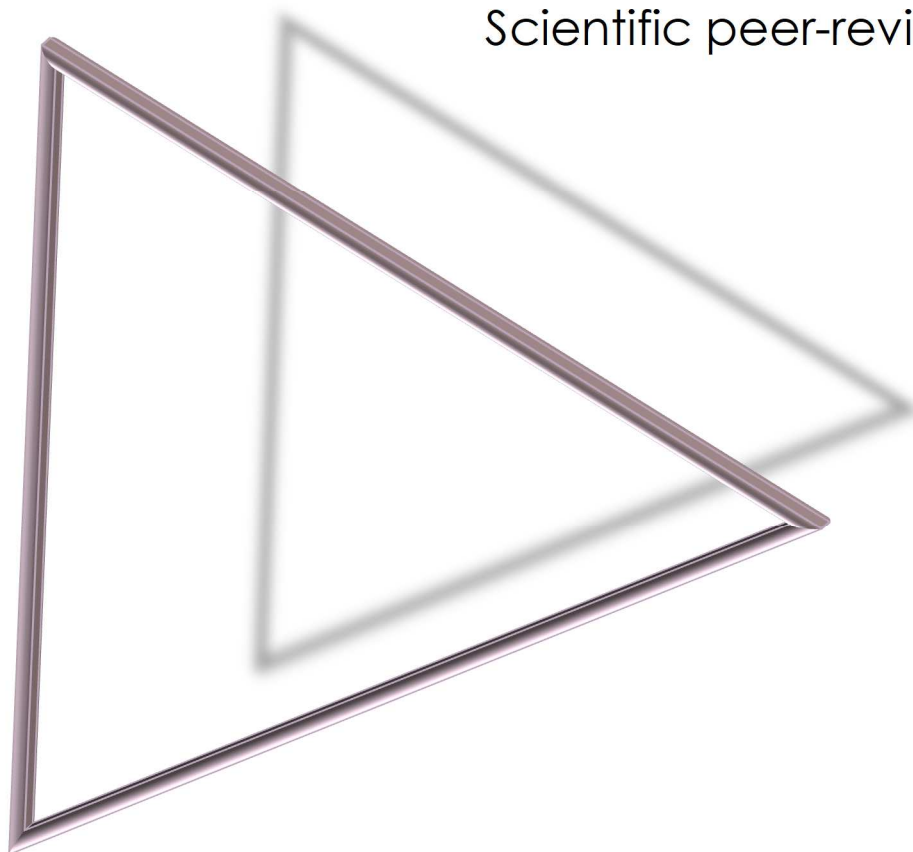


Slovenská štatistická a demografická spoločnosť
Slovak Statistical and Demographic Society

FORUM STATISTICUM SLOVACUM



Recenzovaný vedecký časopis
Scientific peer-reviewed journal



Číslo/Issue: 2/2020
Ročník/Volume: XVI



FORUM STATISTICUM SLOVACUM

recenzovaný vedecký časopis Slovenskej štatistickej a demografickej spoločnosti
scientific peer-reviewed journal of the Slovak Statistical and Demographic Society

Ročník/Volume: XVI (2020)

Číslo/Issue: 2

Editori / Editors

Iveta Stankovičová (Fakulta managementu Univerzity Komenského v Bratislave, Slovensko)

Martin Boďa (Ekonomická fakulta Univerzity Mateja Bela v Banskej Bystrici, Slovensko)

Redakčná rada / Editorial Board

Branislav Bleha (Prírodovedecká fakulta Univerzity Komenského v Bratislave, Slovensko)

Boris Burcin (Prírodovedecká fakulta Univerzity Karlovej v Prahe, Česko)

Joanna Dębicka (Fakulta manažmentu, informatiky a financií Ekonomickej univerzity vo Wroclawi, Poľsko)

Estefanía Mourelle Espasandín (Fakulta ekonómie a podnikania Univerzity v La Coruña, Španielsko)

Stanislav Katina (Ústav matematiky a štatistiky Masarykovej univerzity v Brne, Česko)

Jana Kubanová (Fakulta ekonomicko-správna Univerzity Pardubice, Česko)

Dagmar Kusendová (Prírodovedecká fakulta Univerzity Komenského v Bratislave, Slovensko)

Viera Labudová (Fakulta hospodárskej informatiky Ekonomickej univerzity v Bratislave, Slovensko)

Jitka Langhamrová (Fakulta informatiky a štatistiky Vysokej školy ekonomickej v Prahe, Česko)

Ivan Lichner (Ekonomický ústav Slovenskej akadémie vied, Slovensko)

Tomáš Löster (Fakulta informatiky a štatistiky Vysokej školy ekonomickej v Prahe, Česko)

Janka Medová (Fakulta prírodných vied Univerzity Konštantína Filozofa v Nitre, Slovensko)

Silvia Megyesiová (Podnikovohospodárska fakulta v Košiciach Ekonomickej univerzity v Bratislave, Slovensko)

Oľga Nanásiová (Fakulta elektrotechniky a informatiky Slovenskej technickej univerzity v Bratislave, Slovensko)

Viliam Páleník (Ekonomický ústav Slovenskej akadémie vied, Slovensko)

Marek Radvanský (Ekonomický ústav Slovenskej akadémie vied, Slovensko)

Hana Řezanková (Fakulta informatiky a štatistiky Vysokej školy ekonomickej v Prahe, Česko)

Ľubica Sipková (Fakulta hospodárskej informatiky Ekonomickej univerzity v Bratislave, Slovensko)

Mária Stachová (Ekonomická fakulta Univerzity Mateja Bela v Banskej Bystrici, Slovensko)

Anna Tirpáková (Fakulta prírodných vied Univerzity Konštantína Filozofa v Nitre, Slovensko)

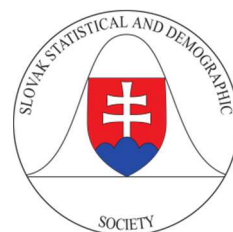
Vladimír Úradníček (Ekonomická fakulta Univerzity Mateja Bela v Banskej Bystrici, Slovensko)

Mária Vojtková (Fakulta hospodárskej informatiky Ekonomickej univerzity v Bratislave, Slovensko)

Tomáš Želinský (Ekonomická fakulta Technickej univerzity v Košiciach, Slovensko)



Vydavateľ: Slovenská štatistická a demografická spoločnosť, Miletičova 3, 824 67 Bratislava, Slovensko. **Publisher:** Slovak Statistical and Demographic Society, Miletičova 3, 824 67 Bratislava, Slovakia. **Adresa redakcie/Editorial office:** Miletičova 3, 824 67 Bratislava, Slovakia. **IČO/Company ID:** 00178764. **DIČ/Tax ID:** 2021504276. **Mailový kontakt/E-mail contact:** adm.ssds@ssds.sk **Web site/Webové sídlo:** <http://www.ssds.sk/>



Registráciu vykonalo Ministerstvo kultúry Slovenskej republiky. **Dátum registrácie:** 27. júla 2005. **Evidenčné číslo:** EV 3287/09. **Tematická skupina:** B1. **Periodicita:** minimálne dvakrát ročne. **ISSN:** 1336-7420.

Registered by the Ministry of Culture of the Slovak Republic. **Date of registration:** 27 July 2005. **Registration No:** EV 3287/09. **Topic group:** B1. **Periodicity:** at least two issues per year. **ISSN:** 1336-7420.

Otázky týkajúce sa hodnotenia šírenia koronavírusu

Questions concerning the coronavirus spread assessment

Mikuláš Cár

Slovenská štatistická a demografická spoločnosť, Miletičova 3, 824 67 Bratislava, Slovenská republika

Slovak Statistical and Demographic Society, Miletičova 3, 824 67 Bratislava, Slovak Republic
mikulas.car@gmail.com

Abstrakt: *Dlho trvajúca epidemiologická situácia kladie značné nároky nielen na rezort zdravotníctva, ale aj na manažment získavania údajov o vývoji koronavírusu a ich vyhodnocovanie pre riadiacu prax. S touto úlohou veľmi úzko súvisí aj výber a vytvorenie konzistentného systému vhodných ukazovateľov.*

Abstract: *The long-lasting epidemiological situation places considerable demands not on the the healthcare sector, but also on the management of data collection concerning the coronavirus spread and the assessment of data for management practice. This task is closely associated with selection and creation of a consistent system of suitable indicators.*

Kľúčové slová: *vývoj koronavírusu, hodnotenie, výber vhodných ukazovateľov*

Key words: *coronavirus spread, assessment, selection of suitable indicators*

1 Úvod a výber vhodných ukazovateľov na hodnotenie šírenia koronavírusu

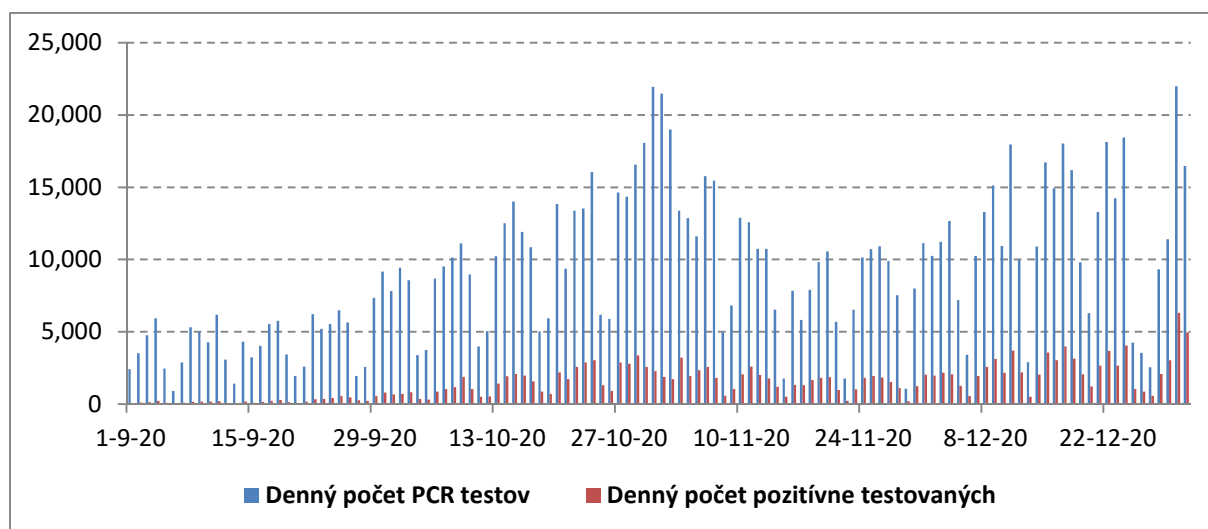
Pretrvávajúca nepriaznivej epidemiologickej situácie kladie zvýšené nároky aj na systém vybraných ukazovateľov, aby umožnili čo najreálnejšie odrážať jej doterajší vývoj a tiež poskytl spoľahlivé informácie pre odhadovanie možného vývoja na najbližšie obdobie.

Na pravidelné hodnotenie situácie o koronavírusu je využívaný celý súbor rôznorodých ukazovateľov. Medzi objektívne a korektné ukazovatele možno jednoznačne zaradiť údaje o počte hospitalizovaných na koronavírus, počet pacientov napojených na umelú pľúcnu ventiláciu, počet pacientov v kritickom stave, umiestnených na JIS, 7-dňový priemer počtu vykonaných testov, 7-dňový priemer podielu pozitívne testovaných v percentách aj reprodukčné číslo šírenia koronavírusu. Akceptovateľné sú tiež medzityždňové zmeny jednotlivých ukazovateľov. Okrem uvedených ukazovateľov sú do priebežných informácií zaradované aj údaje o počte a obsadenosti nemocničných lôžok v spojení s koronavírusom, ale aj menej príjemné údaje o počte úmrtí na koronavírus.

Medzi frekventované ukazovatele patria v súčasnosti aj napr. priemerný počet nových prípadov koronavírusu za 7 dní, 7-dňová incidencia i vážená 14-dňová incidencia. Na jednej strane 7-dňové, resp. 14-dňové priemery absolútnych hodnôt daných ukazovateľov do určitej miery poskytujú relatívne vyrovnané

hodnoty pôvodných pomerne variabilných hodnôt týchto ukazovateľov. Kľzavý priemer a kľzavý medián sú analytické nástroje, ktoré sa používajú pri vyrovňovaní, resp. pri vyhladzovaní časového radu hodnôt sledovaného ukazovateľa za účelom jednoznačnejšieho sledovania trendu jeho vývoja. Avšak voči týmto absolútnym ukazovateľom aj po čiastočnom vyrovnaní hodnôt ich časových radov pomocou 7-dňových alebo 14-dňových priemerov, možno mať v konkrétnych situáciách z odborného aj vecného hľadiska dosť zásadné výhrady.

Zásadnou výhradou k používaniu kľzavého mediánu alebo kľzavého priemeru počtu novo pozitívne testovaných osôb je výhrada, že tento ich počet nie je v jednotlivých dňoch počas uvažovaného obdobia proporcionálny k celkovému počtu testov, ktoré sa v jednotlivých dňoch počas uvažovaného obdobia denne vykonávajú. Zrejmé je to z grafu 1, v ktorom sú zaznamenané údaje od začiatku septembra 2020 do konca daného roka. Nekorektnosť kľzavých stredných hodnôt počtu pozitívne testovaných osôb je spôsobená vysokou a rozdielnou variabilitou denného počtu novo pozitívne testovaných (variačný koeficient $V_k=80,2\%$) a denného počtu vykonávaných testov ($V_k=56\%$) na koronavírus.

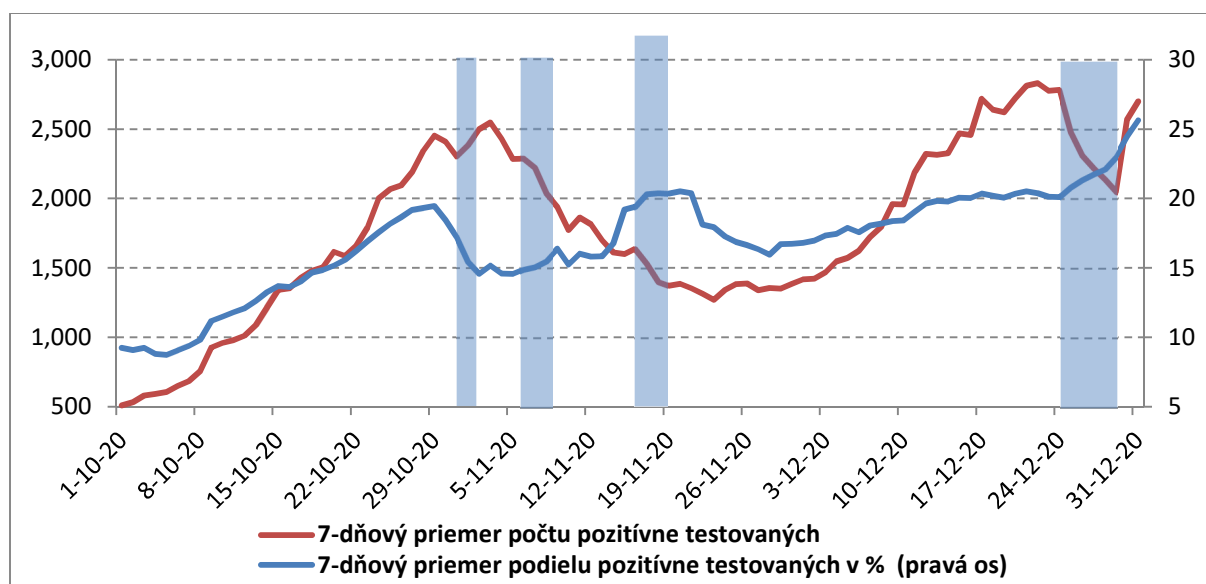


Graf 1 Vývoj denného počtu PCR testov a počtu pozitívne testovaných (Zdroj: Národné centrum zdravotníckych informácií, <http://www.nczisk.sk>)

Z nášho pohľadu je vhodnejšie sledovať a hodnotiť vývoj miery rizika koronavírusu pomocou pomerového ukazovateľa **počet pozitívne testovaných osôb na celkovom počte testovaných** (ďalej budeme používať aj pracovnú verziu **miera pozitívne testovaných osôb**). Ide o korektnejší ukazovateľ ako absolútny počet pozitívne testovaných alebo jeho variácie v podobe kľzavého priemeru, či kľzavého mediánu. Zásadným dôvodom nie celkom korektného vyjadrovania reálnej epidemiologickej situácie pomocou ukazovateľa 7-dňový priemer počtu

pozitívne testovaných osôb je výrazná asymetria medzi vývojom hodnôt počtu pozitívne testovaných a počtu vykonávaných PCR testov.

Dôležitým vecným argumentom na prednostné použitie pomerového ukazovateľa (miera pozitívne testovaných osôb) namiesto aj čiastočne vyrovnaného absolútneho ukazovateľa (7-dňový priemer počtu pozitívne testovaných osôb) pri hodnotení epidemiologickej situácie, sú **príklady nelogického trendu hodnôt 7-dňového priemeru počtu pozitívne testovaných osôb v mesiacoch október, november** (od 31.10.2020 do 2.11.2020, od 5.11.2020 do 9.11.2020 i od 19.11.2020 do 19.11.2020) a december 2020 (od 25.12.2020 do 29.12.2020). Názorne sú uvedené časové úseky vyznačené tieňovanými obdĺžnikmi v grafe 2.



Graf 2 Trendy šírenia koronavírusu podľa dvoch vybraných ukazovateľov (Zdroj: vlastné spracovanie na základe údajov z Národného centra zdravotníckych informácií, <http://www.nczisk.sk>)

Hlavne na začiatku novembra 2020 bolo znižovanie sa hodnôt 7-dňového priemeru počtu pozitívne testovaných osôb interpretované vládnymi predstaviteľmi ako „zlomenie krku“ pandémie. V skutočnosti sa však k reálnemu zlomu došlo už koncom mesiaca októbra 2020 a od prvých dní novembra 2020 sa začalo riziko šírenia koronavírusu opäť zvyšovať. Miera pozitívne testovaných osôb sa začala postupne mierne zvyšovať a 18.11.2020 dosiahol tento ukazovateľ nové maximum na úrovni 20,4 %. Po následnom miernom zlepšení situácie sa začala epidemiologická situácia na Slovensku od začiatku decembra opäť zhoršovať a k jej výraznému zhoršovaniu došlo od 25.12.2020. Podľa ukazovateľa 7-dňový priemer počtu pozitívne testovaných osôb sa však mala epidemiologická situácia v tom čase zlepšovať, čo ale nezodpovedalo realite. Reálne zhoršovanie

situácie pokračovalo až do konca roka 2020, kedy dosiahla 7-dňová miera pozitívne testovaných hodnotu 25,6 %.

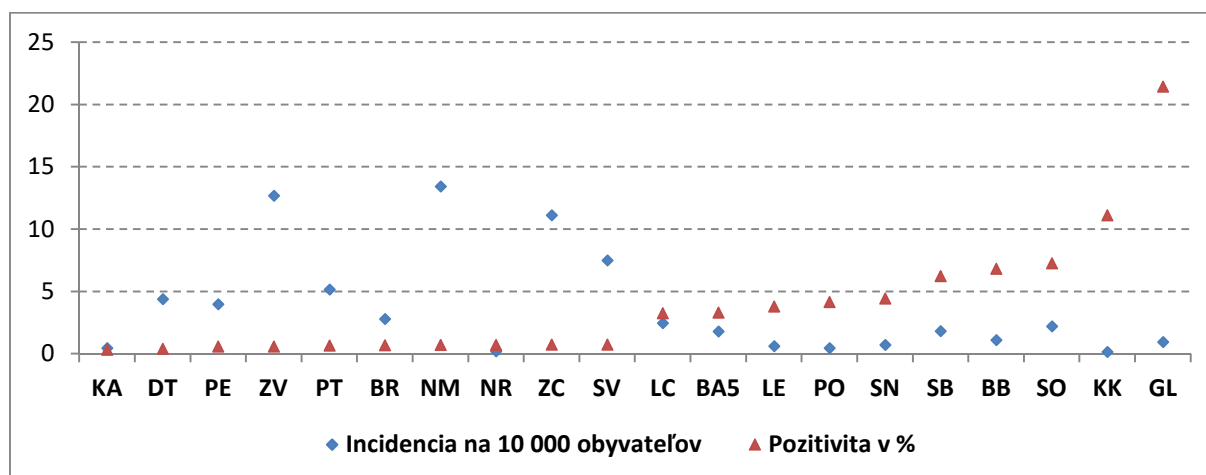
Z vyššie uvedeného dosť jednoznačne vyplýva, že vhodným ukazovateľom na hodnotenie epidemiologickej situácie je pomerový ukazovateľ miera pozitívne testovaných. Tento ukazovateľ omnoho reálnejšie odráža rizikovosť koronavírusu ako absolútny počet novo pozitívne testovaných hoci aj v podobe jeho 7-dňového priemeru alebo napríklad aj modifikovaný v prepočte na 10 tisíc, 100 tisíc, či milión obyvateľov.

Ukazovateľ 7-dňový priemer počtu pozitívne testovaných v prepočte na 10 tisíc obyvateľov má určité opodstatnenie pri hodnotení epidemiologickej situácie v regiónoch, ak nie sú z nejakých dôvodov dostupné údaje aj o celkovom počte zrealizovaných testov. Na Slovensku je takýto ukazovateľ pomerne frekventovaný medzi dátovými analytikmi a pracovne zvykne byť označovaný ako 7-dňová incidencia.

Naša výhrada platí aj pre jednorazové i kĺzavé stredné hodnoty takých absolútnych ukazovateľov, ktoré sú čiastočne upravené ich prepočtom napr. na 10 tisíc, 100 tisíc, či milión obyvateľov. Po danej úprave sa javí príslušný ukazovateľ ako pomerový, avšak vyššie naznačená nekorektnosť sa dostatočne neodstráni. Dôvod zostáva stále rovnaký, a to nezohľadnenie značnej variability počtu denne vykonávaných testov. Dá sa to jednoznačne dokázať na reálnych príkladoch.

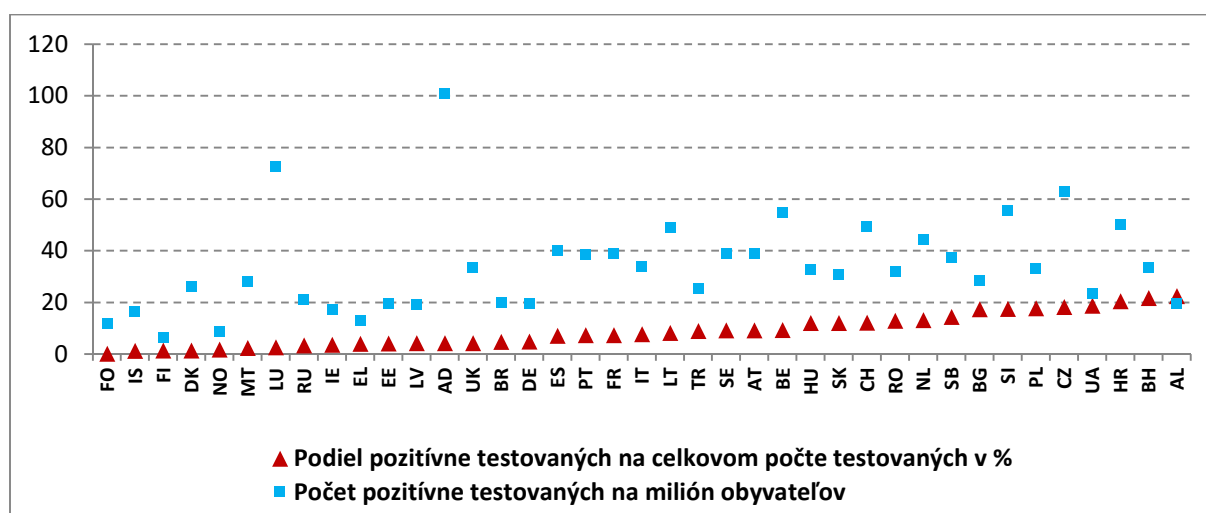
Na grafe 3 sú zobrazené reálne údaje z testovania pomocou antigénových testov (AG) za určitý deň vo vybraných slovenských okresoch, za ktoré boli k dispozícii údaje aj o celkovom počte vykonaných testov aj údaje o počte osôb s pozitívnym výsledkom testu. Pre prehľadnosť sme vybrali len 10 lepších a 10 horších okresov zoradených vzostupne podľa miery pozitívne testovaných osôb. Na prvý pohľad sú z grafu zrejmé značne odlišné výsledky okresov podľa incidencie (*počet pozitívne testovaných osôb na 10 tisíc obyvateľov daného okresu*) a podľa positivity (*podiel pozitívne testovaných na celkovom počte vykonaných testov*). Aj v tomto prípade na jednodňových údajoch sa potvrdzuje deformačný vplyv celkového počtu vykonaných testov na informáciu o riziku koronavírusu v jednotlivých okresoch pri ukazovateli incidencia na 10 tisíc obyvateľov.

Podobným spôsobom sa ešte pozrieme na hodnotenie rizika nákazy koronavírusom v európskych krajinách na konci roku 2020. Vychádzame nie z okamihových údajov, ale z kumulovaných údajov o počte pozitívne testovaných osôb a počte vykonaných PCR testov v jednotlivých krajinách od marca 2020 do konca roka 2020.



Graf 3 Hodnotenie šírenia koronavírusu vo vybraných okresoch (Zdroj: vlastné spracovanie na základe údajov z Národného centra zdravotníckych informácií, <http://www.nczisk.sk>)

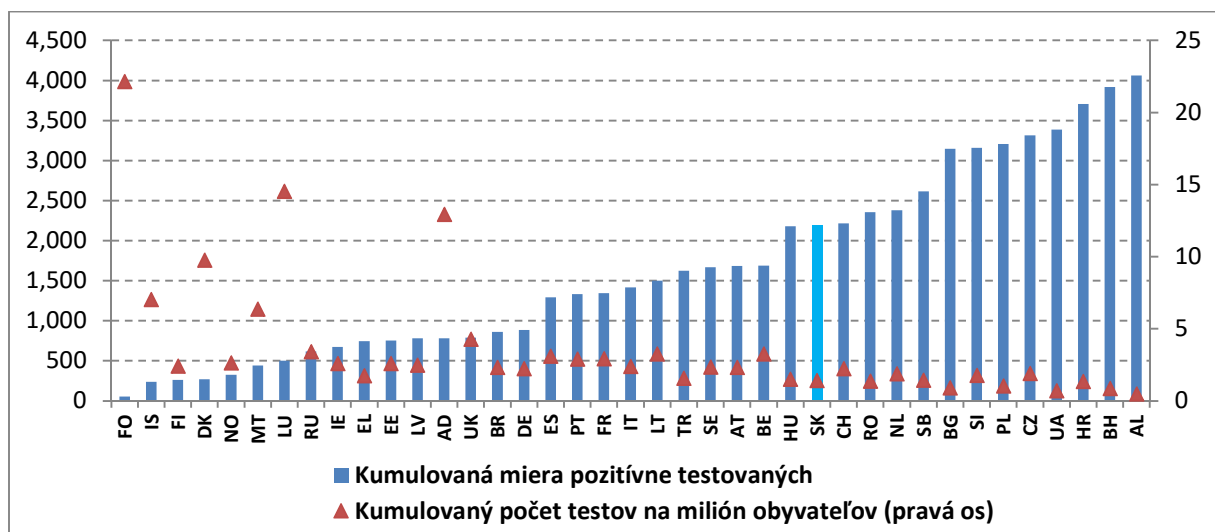
Z grafu 4 vyplýva, že hodnotenie epidemiologickej situácie v európskych krajinách je podľa modifikovaného absolútneho ukazovateľa (počet pozitívne testovaných na milión obyvateľov) a podľa pomerového ukazovateľa (podiel počtu pozitívne testovaných na celkovom počte testovaných) dosť rozdielne. Extrémne rozdiely v hodnotení podľa daných ukazovateľov možno sledovať hlavne v prípade Andorry (AD) a Albánska (AL). Andorra patrila podľa pomerového ukazovateľa na konci roka 2020 na popredné priečky v rebríčku relatívne bezpečných krajín, kým podľa kvantitatívneho ukazovateľa je vyhodnotená ako najrizikovejšia krajina. Opačne vyznievajú hodnotenia pomocou dvojice vybraných ukazovateľov pre Albánsko.



Graf 4 Hodnotenie šírenia koronavírusu v európskych krajinách (Zdroj: vlastné spracovanie na základe údajov z Worldometra, <http://www.worldometers.info/coronavirus>)

Dôvod rozdielov vypočítaných hodnôt použitej dvojice ukazovateľov budeme opäť hľadať v zohľadnení početnosti realizovaných PCR testov. Ak si pomôžeme ukazovateľom o kumulovanom počte vykonaných PCR testov v týchto krajinách, tak zistíme, že do konca roka 2020 pripadalo v Albánsku kumulatívne len zhruba 87 PCR testov na milión obyvateľov, kým v Andorre to bolo takmer 2330 PCR testov na milión obyvateľov. Pri intenzívnejšom testovaní sa reálne vyskytne aj vyšší počet novo pozitívne testovaných osôb. Európskym lídrom v intenzite testovania na koronavírus pomocou PCR testov boli ku koncu roka 2020 Faerské ostrovy s takmer 4 tisíc testami na milión obyvateľov a najmenej sa stále testuje v už spomínanom Albánsku.

Na reálnych údajoch sa dá veľmi názorne ukázať, že hodnota miery pozitívne testovaných osôb v jednotlivých európskych krajinách významne súvisí s intenzitou testovania pomocou PCR testov. Epidemiologicky relatívne bezpečné krajiny, ktoré mali ku koncu roka 2020 mieru pozitívne testovaných pod 5 %, väčšinou intenzívnejšie testovali ako zvyšok Európy.



Graf 5 Vzťah medzi mierou pozitívne testovaných a intenzitou testovania (Zdroj: vlastné spracovanie na základe údajov z Worldometra, <http://www.worldometers.info/coronavirus>)

Slovensko, ktoré patrilo k epidemiologicky najbezpečnejším krajinám v prvej vlne epidémie koronavírusu, si postupne zhoršovalo postavenie v rebríčku a na konci roka 2020 sa na základe ukazovateľa kumulovaná miera pozitívne testovaných zosunulo až do tretej desiatky medzi 39 porovnávanými krajinami. Podľa ukazovateľa kumulovaný počet pozitívnych testov na milión obyvateľov by patrila Slovensku „neobjektívna“ 18. priečka.

Na základe uvedených poznatkov možno dosť jednoznačne dospieť k záveru, že vhodnejším ukazovateľom na hodnotenie rizika nákazy koronavírusom je

pomerový ukazovateľ kumulovanej miery pozitívne testovaných osôb ako ukazovateľ počet pozitívne testovaných na milión obyvateľov.

Na problém nekorektného používania absolútneho ukazovateľa počet pozitívne testovaných osôb na koronavírus aj jeho kvázi vyrovnanej verzie v podobe 7-dňového priemeru počtu pozitívne testovaných i verzie počtu pozitívne testovaných osôb napríklad na milión obyvateľov sa snažíme poukazať už pomerne dlho, ale stále bez potrebnej odozvy. S našim postojom korešponduje aj názor Výboru Slovenskej štatistickej a demografickej spoločnosti, publikovaný v časopisu Slovenská štatistika a demografia č. 4/2020.

2 Stručná charakteristika sprísneného COVID automatu

Problematika používania korektných ukazovateľov pri sledovaní vývoja koronavírusu naberá na dôležitosti aj v súvislosti so zavedením vládou schváleného upraveného COVID automatu, podľa ktorého by sa mala manažovať procedúra sprísňovania a uvoľňovania opatrení v boji proti koronavírusu. Pôvodná verzia daného nástroja bola schválená vládou SR už v decembri 2020. Pred uvedením COVID automatu do praxe bolo potrebné upraviť už nevyhovujúce pôvodné parametre, a preto vláda SR začiatkom februára 2021 schválila jeho sprísnený variant. Hlavné ukazovatele a aktualizované parametre sú uvedené na nasledujúcich obrázkoch 1 a 2.

Medzi trojicou základných ukazovateľov pre celoštátnu úroveň figuruje aj ukazovateľ priemerný počet nových prípadov koronavírusu za 7 dní, ktorý je vlastne totožný s nami kritizovaným absolútnym ukazovateľom o počte novo pozitívne testovaných osôb v jeho rôznych modifikáciách.

Celoštátne limity	Monitoring	Stupeň ostražitosti I.	Stupeň ostražitosti II.	I. stupeň varovania	II. stupeň varovania	III. stupeň varovania	IV. stupeň varovania
Priemerný počet nových prípadov za 7 dní				800 – 1 200	1 200 – 2 400	2 400 – 4 000	> 4 000
Počet hospitalizovaných				> 1 500	2 000 – 2 500	2 500 – 3 000	> 3 000
Efektívne reprodukčné číslo				> 1.05	1.05 – 1.10	1.10 – 1.15	> 1.15

Obr. 1 Celonárodné indikátory a parametre na hodnotenie epidemiologickej situácie (Zdroj: Ministerstvo zdravotníctva Slovenskej republiky, https://www.uvzs.sk/docs/info/covid19/Covid_automat_2_2_2021.pdf)

S určitým syntetickým nástrojom na hodnotenie epidemiologickej situácie už majú praktické skúsenosti v Českej republike. V českom Protiepidemickom systéme (PES) bol pôvodne medzi štyrmi základnými hodnotiacimi ukazovateľmi aj ukazovateľ priemerná pozitivita testov na koronavírus za posledných 7 dní. Ďalšie hodnotiace ukazovatele sú: 14-dňový počet novo pozitívnych osôb na

koronavírus na 100 tisíc obyvateľov, 14-dňový počet novo pozitívnych osôb nad 65 rokov na 100 tisíc obyvateľov a reprodukčné číslo šírenia koronavírusu.

Od 5.1.2021 bol systém PES upravený a bude zohľadňovať i počty hospitalizovaných osôb, ktorým nákazu ochorením COVID-19 potvrdili až v nemocnici. Tento ukazovateľ nahradil parameter o percentách pozitívnych testov na toto ochorenie, a to vraj z dôvodu slabšej výpovednej hodnoty o aktuálnom stave epidémie. So zaradením nového ukazovateľa možno súhlasiť, avšak vyradenie ukazovateľa o priemernej pozitivite je diskutabilné.

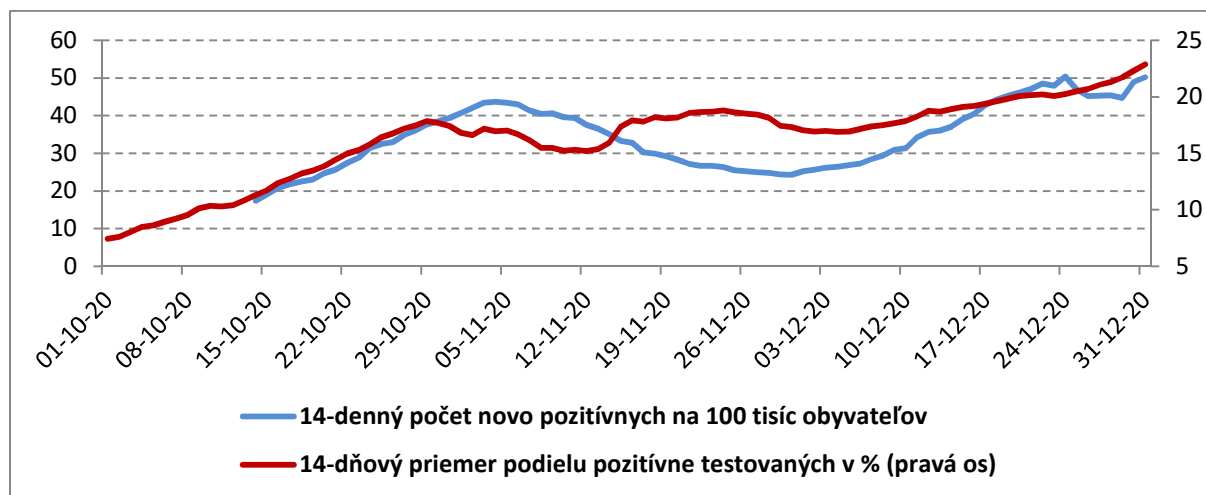
Regionálne charakteristiky	Monitoring	Stupeň ostražitosti I.	Stupeň ostražitosti II.	I. stupeň varovania	II. stupeň varovania	III. stupeň varovania	IV. stupeň varovania
Vážená 14 dňová incidencia*	< 40	40 - 80	80 - 120	120 - 240	240 - 800	800 - 1600	> 1600
Počet hospitalizovaných na 100 000 obyv.	< 3	3 - 5	5 - 10	10 - 20	20 - 40	40 - 60	> 60
Trend 7 dňovej incidence	0.5 - 0.7	0.7 - 0.9	0.9 - 1	1 - 1.2	1.2 - 1.5	1.5 - 2	> 2
Zhodnotenie situácie na okresnej úrovni (RÚVZ)	1	2	3	4	5	6	7

Obr. 2 Regionálne indikátory a parametre na hodnotenie epidemiologickej situácie (Zdroj: Ministerstvo zdravotníctva Slovenskej republiky, https://www.uvzsr.sk/docs/info/covid19/Covid_automat_2_2_2021.pdf)

Na regionálnom aj medzinárodnom príklade sme už skôr ukázali, že na hodnotenie rizika nákazy koronavírusom je vhodnejším pomerový ukazovateľ miery pozitívne testovaných osôb ako ukazovateľ počet pozitívne testovaných na 10 tisíc obyvateľov, resp. na milión obyvateľov. Ešte raz si to potvrdíme na porovnaní trendov vývoja 14-denného počtu novo pozitívnych osôb na 100 tisíc obyvateľov a 14-dňového priemeru podielu pozitívne testovaných alebo inými slovami 14-dňovej miery pozitívne testovaných. Ak si pozrieme vývoj počtu PCR testov na grafe 1 a prepojíme si to s krivkou 14-dňového počtu novo pozitívne testovaných na 100 tisíc obyvateľov na grafe 6, tak vidíme jednoznačnú podobnosť ich trendov. V prospech preferovania relatívneho ukazovateľa miery pozitívne testovaných pri hodnotení rizika koronavírusu vyznieva aj porovnanie trendov v grafoch 2 a 6.

Pointa spočíva v tom, že o skutočnom riziku koronavírusu reálnejšie vypovedá trend 14-dňovej miery pozitívne testovaných ako 14-dňový priemer počtu novo pozitívne testovaných aj ako jeho modifikácia 14-dňový priemer počtu novo pozitívne testovaných na 100 tisíc obyvateľov. Aj z grafu 6 vyplýva, že trend 14-dňového počtu novo pozitívne testovaných na 100 tisíc obyvateľov bol výrazne ovplyvnený, resp. deformovaný značnou variabilitou vykonaných PCR testov v mesiacoch október až december 2020. Podľa nás (podľa 14-dňovej miery

pozitívne testovaných osôb) došlo k prvému zníženiu rizika koronavírusu už 30. októbra 2020 (prvý deň celoplošného testovania) a nie po zhruba piatich dňoch v novembri 2020, ako to vyplýva z krivky 14-dňového počtu novo pozitívne testovaných na 100 tisíc obyvateľov v grafe 6. Nelogický vývoj oproti realite naznačuje tento modifikovaný absolútny ukazovateľ počas 10 dní aj v období zhruba od polovice novembra 2020, ako aj asi 5 dní od 24.12.2020 do 29.12.2020.



Graf 6 Trendy šírenia koronavírusu podľa dvoch vybraných ukazovateľov (Zdroj: vlastné spracovanie na základe údajov z Národného centra zdravotníckych informácií, <http://www.nczisk.sk>)

Na základe uvedených poznatkov si dovoľíme polemizovať o opodstatnenosti vyradenia pomerového ukazovateľa priemerná pozitivita testov na koronavírus za posledných 7 dní a o korektnosti použitia modifikovaných absolútnych ukazovateľov 14-dňový počet novo pozitívnych osôb na koronavírus na 100 tisíc obyvateľov a 14-dňový počet novo pozitívnych osôb nad 65 rokov na 100 tisíc obyvateľov v spomínanom českom protiepidemickom systéme PES.

V súvislosti so spustením COVID automatu na Slovensku je dôležité zdôrazniť potrebu správneho výberu a dobrého nastavenia parametrov ukazovateľov, od ktorých sa odvíja procedúra sprísňovania a uvoľňovania opatrení v boji s koronavírusom.

Zatiaľ sú na Slovensku s COVID automatom len minimálne skúsenosti z jeho pilotnej prevádzky. Jeho úpravy na začiatku februára 2021 ešte pred samotným oficiálnym uvedením do ostrej prevádzky signalizujú, že ide o pomerne krehký nástroj, ktorý bude potrebné postupne dopracovávať. Z nášho pohľadu máme aj voči aktualizovanej verzii automatu zásadnú výhradu, že medzi kľúčové ukazovatele na hodnotenie epidemiologickej situácie je zaradený aj odborné a vecne nekorektný ukazovateľ priemerný počet nových prípadov koronavírusu

za 7 dní. Z nášho pohľadu **pomerový ukazovateľ 7-dňová miera novo pozitívne testovaných osôb z odborného aj vecného hľadiska je vhodnejší** pre slovenský COVID automat ako navrhnutý ukazovateľ 7-dňový počet pozitívne testovaných osôb.

V prípade zaradenia pomerového ukazovateľa 7-dňová miera novo pozitívne testovaných osôb do slovenského COVID automatu, by bolo vhodné napr. pre I. stupeň varovania uvažovať s jej hodnotami pod 5 %, pre II. stupeň varovania s hodnotami od 5,1 % do 10 %, pre III. stupeň varovania s hodnotami od 10,1 % do 15 % a pre IV. stupeň varovania s hodnotami nad 15 %.

3 Záver

Naše poznatky z hodnotenia doterajšieho vývoja epidemiologickej situácie na Slovensku aj v európskych krajinách na základe reálnych údajov smerujú k pomerne jednoznačnému záveru, že vhodnejším ukazovateľom na hodnotenie rizika nákazy koronavírusom na celoštátnej aj regionálnej úrovni je pomerový ukazovateľ miery pozitívne testovaných osôb ako absolútny ukazovateľ počet pozitívne testovaných a jeho rôzne modifikované variácie.

Pri sledovaní a hodnotení epidemiologickej situácie v krajine, resp. v regióne je dôležité aby voľba ukazovateľov i analýza dostupných údajov preferovala odbornosť a vecnú korektnosť pred subjektívnou účelovosťou.

Využitie indexu relatívnej sily pri obchodovaní na akciových trhoch

Application of the Relative Strength Index in stock market trading

Tadeáš Chujac

Univerzita Komenského v Bratislave, Fakulta managementu, Katedra informačných systémov, Odbojárov 10, 820 05 Bratislava, Slovenská republika

Comenius University in Bratislava, Faculty of Management, Department of Information Systems, Odbojárov 10, 820 05 Bratislava, Slovak Republic

chujac1@uniba.sk

Abstrakt: Index relatívnej sily je jedným z najdôležitejších nástrojov technickej analýzy a predstaviteľov technických indikátorov. Obchodovanie na trhu s akciami sa stáva čoraz dostupnejším pre široké masy ľudí a práve index relatívnej sily býva populárnou voľbou nielen pre začínajúcich obchodníkov. Tento článok empiricky študuje úspešnosť indexu relatívnej sily pri obchodovaní na základe zaužívaných a modifikovaných parametrov. Na tvorbu modifikovaných parametrov využíva kvantilové hodnoty namiesto zaužívaných hodnôt prekúpených a prepredaných pásiem. Úspešnosť je demonštrovaná prostredníctvom na prípadovej štúdii obchodovania akcií siedmich spoločností s vysokou trhovou kapitalizáciou obchodovaných na americkom akciovom trhu počas obdobia 20 rokov od roku 2000 do roku 2019 a separátne za rok 2020.

Abstract: The relative strength index is one of the most important tools of technical analysis and representatives of technical indicators. Nowadays stock market trading is becoming more and more accessible to large masses of people, and it is the relative strength index that is a popular choice not only for beginning traders. This article studies empirically the success of the relative strength index in trading on the basis of conventional and modified parameters. Quantile values are used to create modified parameters instead of the conventional settings of overbought and oversold bands. The success is demonstrated in a case study of stock trading for seven high-cap companies traded on the US stock market over a period of 20 years from 2000 to 2019 and separately for 2020.

Kľúčové slová: index relatívnej sily, technická analýza, obchodovanie na akciovom trhu

Key words: relative strength index, technical analysis, stock market trading

1 Úvod

V posledných rokoch sa už aj na území Slovenskej republiky začalo intenzívnejšie rozprávať o potrebe investovania časti svojho kapitálu za účelom zabezpečenia svojich budúcich potrieb. Postupom rokov zaznamenáva rast aj popularita technickej analýzy, ako jeden z hlavných nástrojov pre dosiahnutie želaného zisku. Väčšina obyvateľstva siaha po pasívnej forme investovania, kedy zveria svoj kapitál inštitúcii, ktorá má zabezpečiť zhodnotenie vloženého

kapitálu, avšak nájdú sa aj takí jednotlivci, ktorí chcú mať väčšiu kontrolu nad zložením svojej investície. Dôležitým nástrojom pre takýchto investorov, resp. obchodníkov je nepochybne technická analýza. Práve index relatívnej sily má významné miesto medzi technickými indikátormi, ktoré sú jedným z nástrojov technickej analýzy.

Cieľom tohto článku je oboznámiť čitateľa s využitím objektívnych parametrov indexu relatívnej sily pri obchodovaní na akciových trhoch. Empirická štúdia sa zaoberá vyhodnotením úspešnosti signálov indexu relatívnej sily nielen pri zaužívaných, ale aj nových modifikovaných parametroch. Simulované obchodovanie prebieha pomocou obchodovania akcií siedmich nadnárodných spoločností s vysokou kapitalizáciou počas obdobia 20 rokov.

Tento článok tvorí stručný úvod to problematiky v 2. kapitole, v 3. kapitole je predstavený dizajn empirickej štúdie a 4. kapitola obsahuje priebeh, výsledky a vyhodnotenie obchodovania na základe základných a modifikovaných parametrov indexu relatívnej sily.

2 Technická analýza

Technická analýza predstavuje jeden z troch možných prístupov, ako predpovedať budúci vývoj cien finančných nástrojov. Okrem technickej analýzy tento súbor tvoria fundamentálna a informačná analýza. Na rozdiel od fundamentálnej analýzy, ktorá využíva na analýzu najmä vnútornú hodnotu aktíva a informačnej analýzy, ktorá používa voľne dostupné verejné alebo neverejné informácie, sa technická analýza sústreďuje na cenu aktív, výšku zobchodovaných objemov, sentiment resp. náladu na trhu, trhové cykly a mnohé ďalšie aspekty trhu (Lim, 2016).

Napriek tomu, že preukázateľná história technickej analýzy siaha až do 18. storočia do Japonska k japonskému úspešnému obchodníkovi s ryžou a striebrom, Sokyo Honma, ktorý ako prvý spísal pravidlá pre predpovedanie zajtrajšej ceny na základe cien počas predchádzajúcich dní, je veľmi ťažké nájsť ucelenú definíciu technickej analýzy, ktorú by používala väčšina autorov zaoberajúcich sa touto témou (Kirkpatrick a Dahlquist, 2011).

Jedna z najpoužívanejších definícií popisuje technickú analýzu ako štúdium trhových parametrov, primárne pomocou grafov, za účelom predpovedania budúcich cenových trendov. Pojem trhové parametre z pohľadu technickej analýzy zahŕňa 3 hlavné zdroje informácií dostupné technickému analytikovi, ktorými sú cena, objem a počet otvorených kontraktov (Murphy, 1999). Technická analýza býva označovaná aj ako umenie identifikovať zmeny v trende

v počiatočnom štádiu a následné udržanie investičného alebo obchodného postavenia, kým váha dôkazov nenaznačuje otočenie trendu (Pring, 2014).

2.1 Ciele a predpoklady fungovania technickej analýzy

Hlavný cieľ technickej analýzy je na základe skúmania historických cien akcií, menových párov alebo komodít predpovedať včas budúci cenový vývoj daného nástroja, pokračovanie trendu alebo jeho otočenie. Všetky tieto ciele napĺňa pomocou skúmania historických dát. Pri práci s historickými dátami je veľmi dôležité, aby predpoveď budúceho vývoja prišla v správnom čase a čo najskôr, aby investor mohol využiť ponúknutú príležitosť a včasne na trhu nakúpiť alebo prediť. Preto dodatočným cieľom technickej analýzy je správne načasovanie nákupu alebo predaja tak, aby investor nakupoval okolo trhových miním a predával okolo trhových maxím (Rockefeller, 2011).

Pre správne fungovanie a pochopenie technickej analýzy je potrebné najskôr vymedziť 3 nevyhnutné tézy a predpoklady, ktorými sa technická analýza riadi. Sú to tieto tézy, resp. predpoklady:

1. Trh diskontuje všetko.
2. Ceny sa pohybujú v trendoch.
3. História sa opakuje.

Prvý predpoklad sa nazýva aj stavebným kameňom technickej analýzy (Murphy, 1999). Vývoj cien finančných nástrojov ovplyvňuje celý rad racionálnych aj iracionálnych faktorov, ktoré sa odrážajú v zmenách dopytu a ponuky po aktíve. Technickí analytici sa riadia klasickou ekonomickou teóriou, že cenu určuje interakcia ponuky a dopytu. Ceny finančných nástrojov už v sebe zahŕňajú a odzrkadľujú všetky minulé dostupné informácie. Nakupujúci aj predávajúci disponujú pri obchodovaní racionálnymi informáciami, napr. zisk, úrokové miery, inflácia, vnútorná hodnota akcie, účtovné informácie firiem, rôzne štatistiky a ďalšie ekonomické faktory, ale disponujú aj iracionálnymi informáciami, akými sú ich budúce očakávania, emócie (chamtivosť, strach, nádej) a iné psychologické faktory (Veselá a Oliva, 2015).

Druhý predpoklad je sčasti vyústením tvrdenia, že ceny sa nesprávajú náhodne. Trend môžeme charakterizovať ako časový úsek, v ktorom sa cena pohybuje nepravidelným, ale pretrvávajúcim smerom (Pring, 2014). Cieľom každého analytika je odhaliť trend čo najskôr po jeho vzniku alebo dokonca ešte pred jeho vznikom. Vďaka striedaniu trendov môžeme na grafoch pozorovať vytváranie vzorov a formácií, ktoré vznikajú na základe zoskupovania trendov. Postupom času boli tieto formácie pomenované, podrobne popísané ich tvary,

podoby, charakteristické rysy a situácie, pri ktorých vznikali (Veselá a Oliva, 2015).

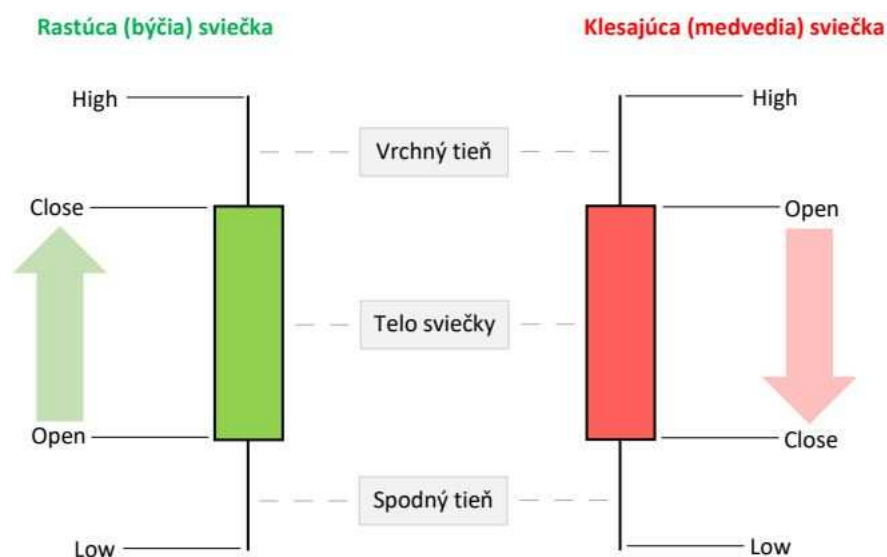
Tretí pilier technickej analýzy plynule nadväzuje na ten predchádzajúci a hovorí o tom, že história sa opakuje. Tento predpoklad vychádza zo psychológie ľudského správania. Je dokázané, že ak sa v nejakej konkrétnej situácii v minulosti človek zachoval istým spôsobom, tak v budúcnosti pri podobných okolnostiach bude výsledok jeho správania takmer totožný. Keďže cenu aktív tvorí interakcia medzi dopytom a ponukou a na oboch stranách stoja ľudia, tak kľúčom k porozumeniu budúcnosti je štúdium minulosti (Murphy, 1999).

2.2 Nástroje technickej analýzy

Počas desiatok rokov trvajúceho vývoja technickej analýzy bolo vytvorených množstvo nástrojov, prostredníctvom ktorých sa dá cenový vývoj skúmaných finančných inštrumentov analyzovať a predikovať ich budúci smer. Rozlišujeme 2 veľké skupiny nástrojov technickej analýzy, ktorými sú grafické metódy a technické indikátory.

Do prvej kategórie patrí celá veda zakresľovania údajov do grafov a ich následné čítanie, hľadanie štandardných formácií a vzorov. Pre tento cieľ sa v technickej analýze využíva viacero druhov grafov, ktoré v sebe obsahujú rozdielne množstvo dát a taktiež sú využívané v rôznych situáciách podľa toho, aký úmysel má technický analytik s grafom, resp. aké informácie na trhu hľadá. Medzi úplne základné grafy využívané technickou analýzou môžeme zaradiť čiarový graf (line chart) alebo stĺpcový graf (bar chart). Zástupcu komplexnejších grafov, ktoré dokážu v sebe obsiahnuť väčšie množstvo informácií predstavuje japonský sviečkový graf (japanese candlestick chart). Japonský sviečkový graf pozostáva z jednotlivých sviečok, ktoré je možné zostrojiť na základe štyroch hodnôt: otváracia cena (open), uzatváracia cena (close), najvyššia cena (high) a najnižšia cena (low). Na základe vzťahu medzi otváracou a uzatváracou cenou telo sviečky nadobúda zelenú alebo červenú farbu. Ukážka sviečkového grafu je na obrázku 1.

Interpretácia jednotlivých grafických metód býva často veľmi subjektívna. Naopak, technické indikátory naberajú oproti formáciám a vzorom mieru objektívnosti vďaka využitiu exaktných vzorcov a štatistiky. Pojem technické indikátory je možné zadefinovať ako množinu ukazovateľov, ktoré pomocou výpočtov a následnou analýzou výsledných hodnôt týchto ukazovateľov objektívne ukazujú a naznačujú, akým smerom sa trh hýbe, aká je sila trhu, aká na ňom panuje nálada, či je aktívum prekúpené (overbought) alebo prepredané (oversold). V súčasnosti existuje veľké množstvo technických indikátorov, ktorých rôznorodé funkcie a zameranie vytvára potrebu kategorizácie.



Obr. 1 Opis japonských sviečok a ich rozdelenie (Zdroj: Chujac, 2020)

2.3 Kategórie technických indikátorov

Prvým kritériom, na základe ktorého sa technické indikátory delia na dve skupiny je spôsob, akým pracujú s trendom. Je to jedna z najdôležitejších informácií pri každom z indikátorov. Z tohto hľadiska rozlišujeme prediktívne a oneskorené indikátory.

Prediktívne indikátory majú schopnosť predikovať smer, ktorým sa trh bude vyvíjať, či bude pokračovať v nastolenom trende a smere alebo nastane zmena. Do tejto skupiny patrí väčšina oscilátorov. Tento typ indikátorov je lepšie využívať na trhu, ktorý nemá výrazne silný trend.

Oneskorené indikátory majú ako hlavný cieľ investorov informovať o prebiehajúcom trende a smere vývoja na trhu. Majú tiež schopnosť informovať o zmene na trhu, avšak iba o tej, ktorá sa už udiala. Tento typ indikátorov je užitočnejšie využívať na trhu so silným a viditeľným trendom.

Druhým kritériom delenia technických indikátorov je skupina aspektov, do ktorej patrí spôsob konštrukcie, výpovedná schopnosť a využiteľnosť. Na základe týchto kritérií delíme technické indikátory na trendové, cenové a objemové (Veselá & Oliva, 2015).

2.4 Index relatívnej sily

Index relatívnej sily (relative strength index, RSI) sa zaraďuje medzi oscilátorické technické indikátory oscilujúce na štandardizovanej stupnici od 0 po 100. Ukážky sú na obrázkoch 2 a 3. Vyvinutý bol J. W. Wilderom primárne pre komoditný trh, ale rýchlo získal popularitu v komunite technických analytikov, ktorí ho využívajú pre technickú analýzu na všetkých druhoch trhov.

Index relatívnej sily meria vnútornú relatívnu silu skúmaného finančného inštrumentu na základe analýzy historického vývoja ceny a porovnáva silu časových úsekov rastu a poklesu, kde úsekom rastu je označený deň alebo iná časť sledovanej periódy, kde bola uzatváracia cena vyššia ako otváracia a poklesom sa rozumie časový úsek, kedy uzatváracia cena bola nižšia ako otváracia. To je hlavný dôvod, prečo sa zaraďuje medzi cenové indikátory, ktorých úlohou je popis sily kolísania cien, čo slúži pre identifikáciu sily prebiehajúceho trendu na trhu.

Konštrukčne patrí RSI medzi zložitejšie indikátory. V prvom rade je potrebné vypočítať súčet kladných (1) a záporných (2) percentuálnych zmien za jednotlivé úseky sledovanej periódy v cene inštrumentu vydelený dĺžkou periódy. Pomer týchto dvoch hodnôt označuje relatívnu silu cenového trendu (3), ktorá je následne štandardizovaná na stupnicu oscilácie 0 až 100 (4) (Kirkpatrick a Dahlquist, 2011). Postupne sa realizuje výpočet v tomto slede:

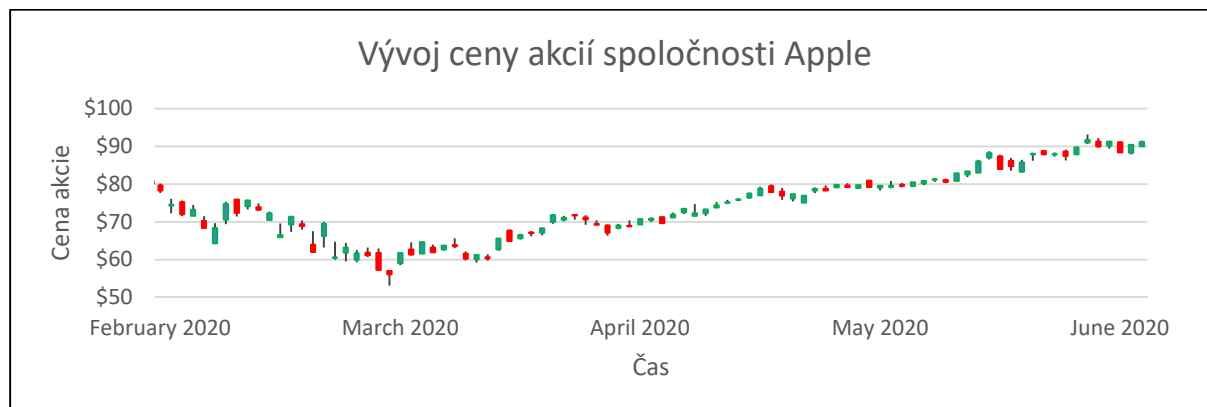
$$UPS = \frac{(Suma \text{ kladných zmien ceny za periódu } n)}{n} \quad (1)$$

$$DOWNS = \frac{(Suma \text{ záporných zmien ceny za periódu } n)}{n} \quad (2)$$

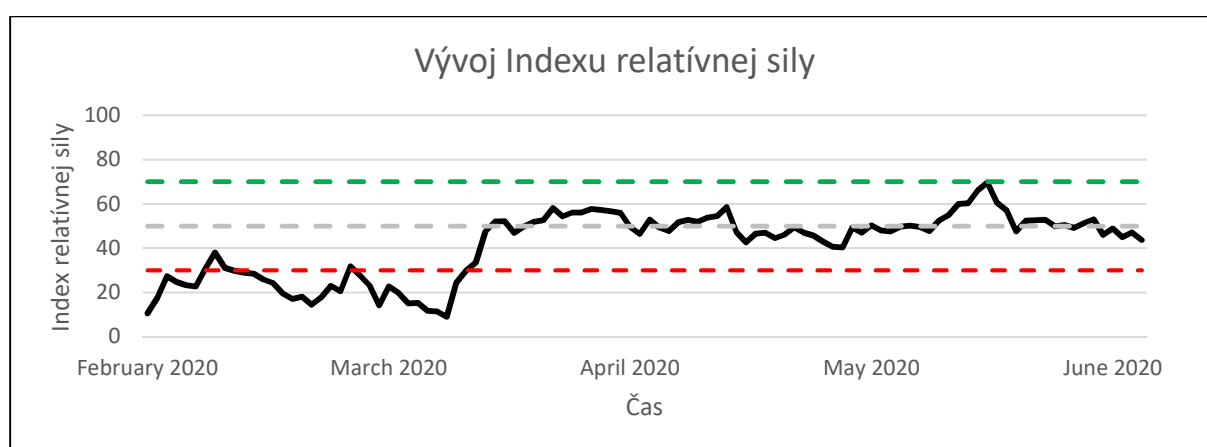
$$RS = \frac{UPS}{DOWNS} \quad (3)$$

$$RSI = 100 - \left[\frac{100}{(1 + RS)} \right] \quad (4)$$

Hodnota premennej n môže byť nastavená ľubovoľne, avšak samotný autor odporúča používať 14-dňovú periódu. Interpretácia RSI zostáva aj napriek zložitejšej konštrukcii pomerne jednoduchá. Relatívna vnútorná sila finančného inštrumentu závisí najmä od sily a smeru jeho cenových pohybov v sledovanej perióde. Hodnotu 0 nadobúda v prípade, keď sa počas sledovaného obdobia na trhu objavili iba dni so zápornou zmenou ceny, pre hodnotu blízku 100 je táto situácia presne opačná. Ďalšími dôležitými hodnotami tohto indikátora je aj hodnota 70, kedy môžeme aktívum považovať za prekúpené, hodnota 30, kedy aktívum považujeme za prepredané a hodnota 50 ako stred oscilačného intervalu považovaná za istú signálnu čiaru (Veselá a Oliva, 2015).



Obr. 2 Vývoj ceny akcií spoločnosti Apple za február až jún 2020 (Zdroj: vlastné spracovanie)



Obr. 3 Vývoj indexu relatívnej sily pre cenu akcií spoločnosti Apple za február až jún 2020 (Zdroj: vlastné spracovanie)

3 Dizajn empirickej štúdie

Cieľom tohto článku je oboznámiť čitateľa s využitím objektívnych parametrov indexu relatívnej sily pri obchodovaní na akciových trhoch. Zameranie sa na objektívne parametre, napríklad priesečníky hodnôt technického indikátora so signálnou líniou alebo identifikácia prekúpených a prepredaných pásiem, je dôležité z hľadiska replikovateľnosti výskumu, keďže technická analýza býva často chápaná ako umenie analytika subjektívne zhodnotiť vývoj trhu na základe grafu, čo znižuje objektivnosť tvrdení.

Štúdia pozostáva z troch nasledujúcich krokov:

1. Demonštrácia úspešnosti investičnej stratégie založenej na indexe relatívnej sily pri zaužívaných parametroch.
2. Formulácia modifikovaných parametrov na základe výsledkov empirickej štúdie.
3. Demonštrácia úspešnosti investičnej stratégie s modifikovanými parametrami.

V rámci zámeru popísania možností obchodovania na základe technických indikátorov bude článok zameraný na obchodovanie dlhých pozícií (long), ktoré pripomínajú investovanie, keďže v prípade otvorenia dlhej pozície sa špekuluje na rast cien obchodovaných aktív.

3.1 Výber dát

Výsledky analýzy a úspešnosť indexu relatívnej sily budú prezentované na historických dátach cien akcií siedmich firiem. Pri technickej analýze je dôležité vyvarovať sa prispôbeniu parametrov indikátora na historické dáta cien akcií jednej spoločnosti. Riskuje sa tým to, že na skúmaných historických dátach parametre fungujú podľa očakávaní, ale v realite sú výsledky obchodovania diametrálne odlišné. Preto je dôležité sledovať úspešnosť signálov technického indikátora na dátach väčšieho množstva akcií, ktorých odlišnosti sa postarajú o dostatočný heterogénny charakter podkladových dát.

Konzistentnosť signálov patrí medzi dôležité ukazovatele úspešných technických indikátorov. Pri skúmaní výsledkov technických indikátorov je podstatné vyhnúť sa voľbe takého obdobia, ktoré zahŕňa iba dlhodobý rastúci či klesajúci trend, iba silný alebo iba slabý trend na trhu. Preto podkladové dáta tvoria ceny akcií za obdobie dvoch desaťročí, od začiatku roka 2000 až po koniec roka 2019, čo je 5 031 obchodných dní, na ktorých boli parametre vytrénované. Testovaciu množinu tvorí vývoj cien akcií za desať mesiacov roku 2020 (obdobie od 1.1.2020 do 31.10.2020), čiže 211 obchodných dní, na ktorých bola úspešnosť parametrov otestovaná. Takto zvolené sledované obdobie obsiahne hodnoty z obdobia dlhodobého rastúceho trendu posledných rokov, veľkej finančnej krízy prebiehajúcej v rokoch 2007 až 2009, ale aj prasknutia internetovej bubliny v rokoch 2000 a 2001.

Skúmané historické dáta pozostávajú z cenového vývoja dobre etablovaných svetových firiem s vysokou trhovou kapitalizáciou. Výber analyzovaných spoločností ovplyvnila aj dĺžka sledovaného obdobia, keďže bolo nevyhnutné, aby firmy pôsobili na trhu s akciami minimálne 20 rokov. Správnou voľbou obchodovaných aktív môže investor taktiež aktívne znižovať riziko svojho portfólia. Obchodovaním akcií firiem s celosvetovou pôsobnosťou, ktoré sú významnými zástupcami v danom odvetví sa dá pomerne úspešne vyhnúť neúspešným a rizikovým obchodom, ktoré síce môžu priniesť krátkodobý vysoký zisk, ale dlhodobo sa viac oplatí stabilita veľkých nadnárodných korporácií. Podklady sledovaných akcií bude tvoriť mix siedmich spoločností z rôznych odvetví pochádzajúcich z USA aj Európy. Výber bol realizovaný na základe zoznamu 100 najväčších spoločností sveta podľa trhovej kapitalizácie, ktorý každoročne zverejňuje spoločnosť Pwc. Technologické firmy budú zastupovať dve americké spoločnosti, Apple a Intel, ktoré budú vyjadrovať dôležitosť tohto

odvetvia na súčasnom trhu. Priemysel bude zastupovať americká spoločnosť Boeing, ako významný predstaviteľ leteckého priemyslu. Zábavný priemysel a tzv. spotrebné služby bude reprezentovať americká firma Walt Disney a klasickým predstaviteľom spotrebného priemyslu bude americká spoločnosť s celosvetovou pôsobnosťou McDonald's. Európskych zástupcov tvoria druhý najväčší svetový sprostredkovateľ zdravotnej starostlivosti, švajčiarsky Novartis a európsky gigant ropného priemyslu, britská firma Royal Dutch Shell.

3.2 Sledované parametre úspešnosti

Nemenej dôležité je zadať sledované parametre úspešnosti signálov indexu relatívnej sily. V prvom rade jedným z najdôležitejších ukazovateľov je čistý zisk. Čistý zisk predstavuje súčet všetkých rozdielov hodnôt, ktoré boli zinkasované pri uzatváraní pozícií a hodnôt, ktoré predstavovali vklady pri otváraní pozícií. Vklad na obchod, čiže množstvo dolárov, s ktorými bol vždy vykonaný vstup do obchodu bol stanovený vo výške 1 000 amerických dolárov, čo znamená, že aj všetky hodnoty uvedené v tabuľkách sú v amerických dolároch. Manažment peňazí, burzové poplatky, swapové body, či menové konverzie sa v tomto článku nebrali do úvahy, keďže cieľom je zhodnotiť využitie a úspešnosť signálov indexu relatívnej sily, na čo najlepšie poslúžila konštantná výška vkladu investora do každého otvorenia pozície.

Druhým sledovaným ukazovateľom úspešnosti je pomer počtu ziskových a stratových obchodov, resp. podiel počtu ziskových obchodov na počte všetkých uskutočnených obchodoch. Tento parameter je esenciálny pre zhodnotenie úspešnosti signálov a výrazne pomáha v interpretácii výsledkov spolu s ďalším parametrom, ktorým bude priemerný zisk alebo strata na 1 uskutočnený obchod. Tieto parametre sú nemenej dôležité v porovnaní s čistým ziskom. Čistý zisk je síce veľmi dôležitý, ale stabilita systému a parametrov jednotlivých technických indikátorov je taktiež veľmi podstatná. Správne stabilné nastavenie parametrov zabráni tomu, aby indikátor dával veľa falošných signálov, ktoré môžu viesť k viacerým stratovým obchodom za sebou. Za veľmi dobrú sa považuje už 50% percentná úspešnosť indikátora spojená s vyššou priemernou hodnotou ziskového obchodu ako priemernou hodnotou stratového obchodu, keďže takéto nastavenia by pravidelne prinášali zisk vo výške rozdielu priemerného ziskového a stratového obchodu.

4 Obchodovanie s indexom relatívnej sily

Index relatívnej sily patrí do kategórie cenových technických indikátorov, ktoré by mali byť podľa teoretických východísk pružnejšie a mali by mať rýchlejšie reakcie ako trendové indikátory. Takisto by mali dávať rovnako dobré signály aj počas pohybu trhu do šírky (trading), čo označuje podmienky na trhu,

kedy neexistuje na trhu silný prevládajúci trend. Pre správne fungovanie indexu relatívnej sily a jeho signálov by teda nemali byť potrebné podmienky na trhu so silným prevládajúcim trendom (trending).

Keďže RSI patrí medzi oscilátory, tak aj systém obchodovania sa mierne líši od ostatných, najmä trendových indikátorov. Cenové indikátory nedávajú signály pri priesečníkoch ich hodnôt s cenovým vývojom, pretože oscilujú na stupnici, ktorá sa vykresľuje mimo grafu cenového vývoja. Obchodovať na základe indexu relatívnej sily sa dá rôznymi spôsobmi. Najpopulárnejším spôsobom je vytváranie signálov na základe prekúpených a prepredaných pásiem, čo aj bude predmetom skúmania v nasledujúcich podkapitolách.

4.1 Výsledky základných parametrov

Základným nákupným signálom (open long) je priesečník hodnôt RSI a pásma prepredanosti (30 bodov) v smere zdola nahor, čo bude signalizovať otvorenie dlhej pozície. Základným predajným signálom (close long) je priesečník hodnôt RSI a pásma prekúpenosti (70 bodov) v smere zhora nadol, čo bude signalizovať uzavretie dlhej pozície a ukončenie obchodu.

Výsledky základných parametrov sú uvedené v tabuľkách 1 a 2.

Tab. 1 Výkonnosť indexu relatívnej sily pri základných parametroch (Zdroj: vlastné spracovanie)

Akcia	Typ signálu	Počet signálov	Typ obchodu		Počet obchodov	Zisk	Priemer	Čistý zisk	Priemer	Úspešnosť
Apple	Open LONG	35	LONG	ziskové	10	2953,66	295,37	1768,43	136,03	77%
	Close LONG	13		stratové	3	-1185,23	-395,08			
Boeing	Open LONG	49	LONG	ziskové	14	4093,45	292,39	2503,72	147,28	82%
	Close LONG	17		stratové	3	-1589,73	-529,91			
Walt Disney	Open LONG	44	LONG	ziskové	13	4019,29	309,18	4009,57	286,40	93%
	Close LONG	14		stratové	1	-9,72	-9,72			
Intel	Open LONG	66	LONG	ziskové	20	4907,45	245,37	4455,67	212,17	95%
	Close LONG	21		stratové	1	-451,78	-451,78			
McDonald's	Open LONG	52	LONG	ziskové	21	3141,13	149,58	3141,13	149,58	100%
	Close LONG	21		stratové	0	0,00	0,00			
Novartis	Open LONG	51	LONG	ziskové	22	3355,01	152,50	3045,65	132,42	96%
	Close LONG	23		stratové	1	-309,36	-309,36			
Royal Dutch Shell	Open LONG	59	LONG	ziskové	17	3345,11	196,77	2462,55	129,61	89%
	Close LONG	19		stratové	2	-882,56	-441,28			

Index relatívnej sily dosiahol nadpriemerné výsledky. Čistý zisk bol zaznamenaný pri všetkých zo siedmich sledovaných aktív. Úspešnosť signálov dosahuje taktiež nadpriemerné hodnoty, kedy dokonca pri obchodovaní akcií

spoločnosti McDonald's nadobudla až 100 % podiel ziskových obchodov, kedy ani jeden z obchodov neskončil stratou. Celkovo výsledky základného nastavenia technického indikátora (index relatívnej sily) dosiahli nadmieru uspokojivé výsledky. Za povšimnutie stojí fakt, že investor, ktorý by chcel obchodovať na základe takejto stratégie, tak pre dosiahnutie simulovaných výsledkov by musel do jedného obchodu vstúpiť niekoľkokrát, kým by prišiel signál na uzavretie obchodu. Preto je odporúčané nevkladať celý svoj obchodný kapitál do jedného obchodu, ale isté percento svojej celej investície. Znižuje to podstupované riziko a taktiež vytvára väčší manévrovací priestor aj v prípade viacerých nákupných signálov za sebou.

Tab. 2 Výkonnosť indexu relatívnej sily pri základných parametroch na základe časového rozdelenia a podmienok na trhu (*Zdroj: vlastné spracovanie*)

Akcia	Ukazovateľ	2000 - 2009		2010 - 2019		TRADING		TRENDING	
		ziskové	stratové	ziskové	stratové	ziskové	stratové	ziskové	stratové
Apple	Počet obchodov	4	2	6	1	0	0	10	3
	Zisk/Strata	1380,84	-982,92	1572,81	-202,31	0,00	0,00	2953,66	-1185,23
Boeing	Počet obchodov	6	2	8	1	4	0	10	3
	Zisk/Strata	1814,46	-1491,12	2278,99	-98,60	1028,06	0,00	3065,39	-1589,73
Walt Disney	Počet obchodov	6	0	7	1	5	0	8	1
	Zisk/Strata	2515,13	0,00	1504,16	-9,72	1818,48	0,00	2200,81	-9,72
Intel	Počet obchodov	9	0	11	1	6	0	14	1
	Zisk/Strata	2330,86	0,00	2576,59	-451,78	1452,93	0,00	3454,53	-451,78
McDonald's	Počet obchodov	10	0	11	0	10	0	11	0
	Zisk/Strata	1767,26	0,00	1373,86	0,00	1546,84	0,00	1594,29	0,00
Novartis	Počet obchodov	9	0	13	1	13	0	9	1
	Zisk/Strata	1885,75	0,00	1469,26	-309,36	2197,66	0,00	1157,35	-309,36
Royal Dutch Shell	Počet obchodov	9	1	8	1	8	2	9	0
	Zisk/Strata	1809,91	-622,98	1535,19	-259,58	1717,58	-882,56	1627,53	0,00

4.2 Formulácia návrhov na zlepšenie

Základné parametre priniesli síce výborné výsledky z pohľadu úspešnosti signálov, stability výkonnosti a dokonca aj čistého zisku. Avšak, počet uzatvorených obchodov vo väčšine prípadov nepresiahol ani počet jedného obchodu na rok. Investor, ktorý by mal záujem zhodnocovať svoj kapitál obchodovaním má pravdepodobne predstavu o frekventovanejšej realizácii obchodov. Príčinou nízkej frekvencie vstupu (na úrovni 2 až 3 vstupy za rok) obchodov je uniformné nastavenie signálnej hranice na úrovni 30 bodov. V čase konjunktúry hodnoty RSI zriedkavo klesnú pod túto hodnotu, čo spôsobuje nízky

počet nákupných signálov. Rozumnejším riešením pre určenie prepredaných a prekúpených pásiem sa javí použiť kvantily.

Pomocou kvantilov je možné rozdeliť všetky hodnoty nadobudnuté indexom relatívnej sily počas 20 rokov na rovnako veľké časti pre jednotlivé akcie. Takýto prístup prináša pre investora, ktorý by sa ním riadil, viacero výhod. Okrem ľahšej interpretovateľnosti, prečo daný investor vstupuje alebo uzatvára obchod, jednoduchšej manipulácie so systémom podľa aktuálneho nastavenia rizika portfólia až po zlepšenie adaptability systému na rôznorodosť akcií.

V tabuľke 3 prezentujúcej hodnoty vybraných kvantilov je možné pozorovať, že žiadna z dvoch zvolených akcií nemá rovnaké hodnoty dolného kvartilu a 95% kvantilu. Práve tieto dve hodnoty poslúžia ako modelový príklad investora, ktorý chce síce vstupovať do obchodov častejšie, vždy, keď sa hodnota RSI dostane z pásma 25 % najnižších hodnôt, ale chce predávať menej často, iba keď sa hodnota RSI dostane z pásma 5 % nadobudnutých hodnôt počas posledných 20 rokov, keďže verí, že akcie budú pokračovať v dlhodobom trende rastu. Týmto dosiahne správne načasovanie vstupu do obchodov, kedy sa cena RSI pohybuje pomerne nízko oproti zvyčajným hodnotám. Naopak správne načasovanie uzatvorenia obchodu dosiahne vtedy, keď sa hodnoty podkladového aktíva považujú za prekúpené. Avšak, tieto hodnoty môžu byť ľubovoľne posúvané na základe vnímania rizika jednotlivých investorov, v čom sa skrýva výhoda používania kvantilov oproti univerzálne nastaveným hraniciam 30 a 70 bodov. Zvýšená prispôbitelnosť systému hodnotám jednotlivých akcií by mala mať za následok aj zlepšenie jednotlivých sledovaných parametrov úspešnosti.

Tab. 3 Hodnoty sledovaných kvantilov indexu relatívnej sily jednotlivých akcií (*Zdroj: vlastné spracovanie*)

Kvantil	Apple	Boeing	Walt Disney	Intel	McDonalds	Novartis	Royal Dutch Shell
Dolný kvartil	46,24	45,34	45,09	43,64	45,38	44,39	43,47
95 % kvantil	76,46	73,07	70,50	71,30	71,44	70,66	70,59

4.3 Formulácia modifikovaného nastavenia parametrov a jeho výsledky

Nákupným signálom bude priesečník hodnoty indikátora RSI a dolného kvartilu jeho historických hodnôt smerom zdola nahor, čo bude signalizovať nákup aktíva a vstup do dlhej pozície.

Predajným signálom bude priesečník hodnoty indikátora RSI a 95 % kvantilu jeho historických hodnôt smerom zhora nadol, čo bude signalizovať uzavretie dlhej pozície a ukončenie obchodu.

Výsledky modifikovaných parametrov indexu relatívnej sily znázornené v tabuľke 4 naplnili očakávania. Vďaka nastaveniu signálov pomocou kvantilov sa niekoľkonásobne zvýšil počet nákupných signálov, kedy simulovaný investor vstupoval do obchodu v priemere viac ako 10-krát ročne. Rast počtu obchodov so sebou priniesol výrazný rast čistého zisku. Rast čistého zisku ovplyvnil aj fakt, že pri modifikovaných parametroch pripadá na jeden uzatvorený obchod v priemere oveľa viac nákupných signálov. Čistý zisk teda rástol najmä preto, lebo bolo investovaných aj výrazne vyššie množstvo kapitálu. Táto skutočnosť mala za následok aj rast výšky priemerného zisku alebo straty. Pozitívnu správou je zachovanie si vysokej úspešnosti obchodov. V štyroch zo siedmich prípadov síce pozorujeme mierne zníženie úspešnosti, ale pri modifikovanom nastavení parametrov sú úspešnosti vyrovnanejšie vďaka použitiu prispôbovaných hodnôt hraničných hodnôt jednotlivým aktívam.

Tab. 4 Výkonnosť Indexu relatívnej sily pri modifikovaných parametroch (Zdroj: vlastné spracovanie)

Akcia	Typ signálu	Počet signálov	Typ obchodu		Počet obchodov	Zisk	Priemer	Čistý zisk	Priemer	Úspešnosť
Apple	Open LONG	234	LONG	ziskové	23	38557,10	1676,40	32085,12	1283,40	92%
	Close LONG	25		stratové	2	-6471,98	-3235,99			
Boeing	Open LONG	234	LONG	ziskové	24	20705,42	862,73	7823,91	269,79	83%
	Close LONG	29		stratové	5	-12881,51	-2576,30			
Walt Disney	Open LONG	230	LONG	ziskové	29	13359,50	460,67	8116,88	253,65	91%
	Close LONG	32		stratové	3	-5242,63	-1747,54			
Intel	Open LONG	249	LONG	ziskové	31	26126,53	842,79	18153,22	533,92	91%
	Close LONG	34		stratové	3	-7973,32	-2657,77			
McDonald's	Open LONG	232	LONG	ziskové	30	17125,09	570,84	11594,42	341,01	88%
	Close LONG	34		stratové	4	-5530,67	-1382,67			
Novartis	Open LONG	260	LONG	ziskové	25	11687,93	467,52	9279,95	320,00	86%
	Close LONG	29		stratové	4	-2407,98	-601,99			
Royal Dutch Shell	Open LONG	264	LONG	ziskové	31	11922,05	384,58	5310,34	156,19	91%
	Close LONG	34		stratové	3	-6611,71	-2203,90			

Index relatívnej sily pri modifikovaných parametroch dosiahol zlepšenie vo viacerých pozorovaných ukazovateľoch úspešnosti, akými bol čistý zisk, priemerný zisk na obchod, ale aj vyrovnanejšia úspešnosť. Avšak, pozorovaný bol aj výrazný nárast stratových obchodov a ich výška. Aj napriek tomu modifikované parametre prinášajú investorovi niekoľko výhod v podobe adaptability systému a vysokej možnosti prispôbovania sa úrovni averzie rizika každého investora. Problémom môže byť vysoko nastavená signálna hodnota pre predaj, ktorú nedosiahne trh pri zmene trendu z rastúceho na klesajúci, čo následne spôsobuje vysoké straty. Odporúčaním je používať ako súčasť svojho obchodného systému

príkazy na zastavenie straty a okamžitého uzatvorenia obchodu pri dosiahnutí straty, ktorú je investor ochotný tolerovať, čím sa stane systém ešte stabilnejším. Index relatívnej sily sa ale aj napriek tomu ukázal byť potenciálne dobrou súčasťou komplexnejšieho obchodného systému, ktorý nie je založený iba na obchodovaní na základe signálov jediného indikátora, ale využíva signály viacerých technických indikátorov pre potvrdenie otvorenia alebo uzavretia obchodov.

V nasledujúcej Tab. 5 sú viditeľné výrazné zmeny správania modifikovaného nastavenia parametrov oproti základnému. Väčšina akcií si lepšie viedla v druhom desaťročí, okrem dvoch akcií európskych firiem. To môže mať súvis s iným smerovaním trhu v Európe a USA v posledných 10-tich rokoch. Výkony pri rôznych podmienkach na trhu sú kolísavé a na prvý pohľad nie je jasné, či modifikované parametre fungujú lepšie pri „trading“ alebo „trending“ fáze trhu.

Tab. 5 Výkonnosť indexu relatívnej sily pri modifikovaných parametroch na základe časového rozdelenia a podmienok na trhu (*Zdroj: vlastné spracovanie*)

Akcia	Ukazovateľ	2000 - 2009		2010 - 2019		TRADING		TRENDING	
		ziskové	stratové	ziskové	stratové	ziskové	stratové	ziskové	stratové
Apple	Počet obchodov	10	1	13	1	0	1	23	1
	Zisk/Strata	21517,45	-6089,14	17039,65	-382,84	0,00	-6089,14	38557,10	-382,84
Boeing	Počet obchodov	13	3	11	2	12	1	12	4
	Zisk/Strata	9809,75	-11386,34	10895,68	-1495,17	10933,49	-609,48	9771,93	-12272,03
Walt Disney	Počet obchodov	12	2	17	1	18	2	11	1
	Zisk/Strata	5161,37	-5238,71	8198,14	-3,92	8467,97	-5238,71	4891,53	-3,92
Intel	Počet obchodov	11	2	20	1	15	0	16	3
	Zisk/Strata	17790,39	-6346,38	8336,15	-1626,94	15405,04	0,00	10721,49	-7973,32
McDonald's	Počet obchodov	16	1	14	3	17	2	13	2
	Zisk/Strata	9432,72	-5231,23	7692,37	-299,44	11211,30	-196,71	5913,79	-5333,96
Novartis	Počet obchodov	11	2	14	2	17	3	8	1
	Zisk/Strata	5889,10	-373,57	5798,83	-2034,41	9386,04	-2276,89	2301,88	-131,09
Royal Dutch Shell	Počet obchodov	15	1	16	2	21	3	10	0
	Zisk/Strata	6119,05	-655,47	5803,00	-5956,24	8465,65	-6611,71	3456,40	0,00

4.4 Úspešnosť modifikovaných parametrov v roku 2020

Rok 2020 bol a stále je jedným z najturbulentnejších rokov posledného obdobia. Vďaka celosvetovej pandémie spôsobenej rozšírením koronavírusu boli ovplyvnené takmer všetky sféry života miliárd ľudí. Táto neistá situácia sa odzrkadlila aj vo veľkých výkyvoch na finančných trhoch, kedy v marci 2020 takmer všetky aktíva zažili obrovský pokles nasledovaný rýchlym rastom na predkrízové hodnoty poháňaný vysokými objemami tlačených peňazí

centrálnymi bankami. Kebyže investor začne obchodovať začiatkom roka 2020 na základe odporučených modifikovaných nastavení parametrov, aká by bola jeho situácia 31.10.2020?

Na základe výpočtov prezentovaných v Tab. 6 sa dá zhodnotiť, že aj v roku 2020 dokázali modifikované parametre priniesť zhodnotenie vloženého kapitálu investorom. V troch prípadoch nebol uzatvorený žiaden obchod a pozície sú naďalej otvorené. Systém obchodovania zatiaľ nevydal žiaden predajný signál, čo môže ešte pár mesiacov trvať, kým sa dostane život opäť do normálu. V týchto dátach sa ešte nestihli odzrkadliť pozitívne správy ohľadom vyvinutia vakcíny a jej blízkeho uvedenia do praxe, čo malo za následok výrazný rast naprieč všetkými trhmi. Ako pozitívum však treba vnímať, že náš systém identifikoval nákupné signály počas poklesov na trhu, ktoré majú potenciál priniesť v budúcnosti vysoko ziskové obchody.

Tab. 6 Výkonnosť indexu relatívnej sily pri modifikovaných parametroch v roku 2020 (*Zdroj: vlastné spracovanie*)

Akcia	Typ signálu	Počet Signálov	Typ obchodu		Počet Obchodov	Zisk	Priemer	Čistý zisk	Priemer	Úspešnosť
Apple	Open LONG	9	LONG	ziskové	1	813,15	813,15	813,15	813,15	100%
	Close LONG	1		stratové	0	0,00	0,00			
Boeing	Open LONG	9	LONG	ziskové	1	882,35	882,35	882,35	882,35	100%
	Close LONG	1		stratové	0	0,00	0,00			
Walt Disney	Open LONG	9	LONG	ziskové	1	170,35	170,35	170,35	170,35	100%
	Close LONG	1		stratové	0	0,00	0,00			
Intel	Open LONG	8	LONG	ziskové	0	0,00	0,00	0,00	0,00	
	Close LONG	0		stratové	0	0,00	0,00			
McDonald's	Open LONG	8	LONG	ziskové	2	1006,83	503,42	1006,83	503,42	100%
	Close LONG	2		stratové	0	0,00	0,00			
Novartis	Open LONG	8	LONG	ziskové	0	0,00	0,00	0,00	0,00	
	Close LONG	0		stratové	0	0,00	0,00			
Royal Dutch Shell	Open LONG	15	LONG	ziskové	0	0,00	0,00	0,00	0,00	
	Close LONG	0		stratové	0	0,00	0,00			

5 Záver

Cieľom tohto článku bolo demonštrovať možnosť využitia modifikovaných parametrov indexu relatívnej sily pomocou kvantilov pri obchodovaní na trhu s akciami na základe uskutočnenia empirickej štúdie vykonanej prostredníctvom obchodovania akcií siedmich nadnárodných spoločností s vysokou trhovou kapitalizáciou obchodovaných na americkom akciovom trhu.

Modifikované nastavenie signálov na základe prechodu z pásma prepredanosti určeného na úrovni dolného kvartilu a pásma prekúpenosti na úrovni 95 % kvantilu prinieslo výrazne lepšie výsledky z pohľadu čistého zisku, výšky priemerného výnosu z obchodu a stabilnejšej úspešnosti signálov oproti obchodovaniu na základe pevne stanovenej hranice prepredanosti na úrovni 30 a 70 bodov. Ľahko nastaviteľné hranice pomocou kvantilov prinášajú výhody investorom v oblasti lepšej interpretovateľnosti nastavených parametrov, ľahšej manipulácie, zvýšenej adaptability systému podkladovým aktívam, ale aj riziku investora. Je však potrebné upozorniť, že takto nastavený systém často dáva viac ako jeden nákupný signál na obchod, čo si vyžaduje investovanie iba časti kapitálu. Taktiež boli zaznamenané výrazne vyššie straty ako pri základnom nastavení parametrov, hoci tie boli vyrovnané na druhej strane vyššími ziskami.

Štúdia sa zaoberala porovnaním zaužívaných a novo navrhnutých modifikovaných parametrov pri obchodovaní pomocou indexu relatívnej sily. Je preto dôležité upozorniť, že čistý zisk by sa v realite mohol líšiť po zohľadnení nákladov spojených s obchodovaním v závislosti od využívanej platformy. Avšak v kontexte štúdie uskutočnenej v tomto článku nebolo potrebné zohľadňovať tieto náklady. Článok bol takisto zameraný primárne na obchodovanie jednotlivých akcií, ale modifikované parametre by sa rovnako mohli využiť aj na obchodovanie portfólia tvoreného podielmi viacerých spoločností.

Systém obchodovania založený na základe signálov indexu relatívnej sily priniesol kladné obchodné výsledky aj počas turbulentného roka 2020. Index relatívnej sily tak jednoznačne potvrdil svoju užitočnosť ako vhodný nástroj pre generovanie nákupných a predajných signálov.

6 Literatúra

- Chujac, T. (2020). *Využitie technických indikátorov pri obchodovaní na trhoch*. Diplomová práca. Bratislava : Univerzita Komenského v Bratislave.
- Kirkpatrick, C. D., Dahlquist, J. R. (2011). *Technical analysis: The complete resource for financial market technicians*. Upper Saddle River : Financial Times Press.
- Lim, M. A. (2016). *The handbook of technical analysis: The practitioner's comprehensive guide to technical analysis*. Singapore : Wiley.
- Murphy, J. J. (1999). *Technical analysis of the financial markets : A comprehensive guide to trading methods and applications*. New York : New York Institute of Finance.
- Pring, M. J. (2014). *Technical analysis explained: The successful investor's guide to spotting investment trends and turning points*. New York : McGraw-Hill Education.
- Rockefeller, B. (2011). *Technical analysis for dummies*. 2. vyd. Hoboken : Wiley.
- Veselá, J., Oliva, M. (2015). *Technická analýza na akciových, menových a komoditných tržích*. Praha : Ekopress.

Vybrané metodologické aspekty aplikácie DEA pri meraní efektívnosti jednotiek

Selected methodological aspects of applying DEA in measuring efficiency of units

Viera Mendelová^a, Pavol Král^a

^a Univerzita Mateja Bela v Banskej Bystrici, Ekonomická fakulta, Katedra kvantitatívnych metód a informačných systémov, Tajovského 10, 975 90 Banská Bystrica, Slovenská republika.

^a Matej Bel University in Banská Bystrica, Faculty of Economics, Department of Quantitative Methods and Information Systems, Tajovského 10, 975 90 Banská Bystrica, Slovakia.

viera.mendelova@umb.sk, pavol.kral@umb.sk

Abstrakt: DEA (data envelopment analysis) predstavuje flexibilný nástroj merania relatívnej efektívnosti jednotiek. Príspevok stručne prezentuje jednotlivé kroky aplikácie DEA a poskytuje prehľad možných problémov, ktoré pri jej aplikácii môžu nastať spolu s odkazmi na relevantnú literatúru. Príspevok navyše systematizuje základné metodické postupy DEA v snahe zracionalizovať proces výberu vhodného DEA modelu vzhľadom na špecifické podmienky riešeného problému.

Abstract: DEA (data envelopment analysis) is a flexible tool for measuring relative efficiency of units. The paper presents a concise guidance through individual steps of DEA application. It includes overview of possible issues together with recommendations of possible solutions supported by references to relevant literature. In addition, the paper systematizes the basic methodological procedures of DEA in an effort to streamline the process of selecting a suitable DEA model in relation to the specific conditions of the problem investigated.

Kľúčové slová: efektívnosť, DEA, kroky analýzy.

Key words: efficiency, data envelopment analysis, steps of analysis.

1 Úvod

DEA (data envelopment analysis), ktorá bola prvýkrát predstavená v práci Charnesa et al. (1978) predstavuje metodiku lineárneho programovania (LP) určenú na meranie relatívnej efektívnosti súboru tzv. samostatne rozhodovacích jednotiek (decision making units – DMUs). DEA vychádza z neparametrickej Farrellovej (1957) konštrukcie hranice produkčných možností (production possibility frontier – PPF), pričom hlavná myšlienka spočíva v stanovení mier relatívnej efektívnosti DMUs na základe ich vzdialenosti od takto skonštruovanej PPF.

V posledných štyroch desaťročiach vzniklo množstvo článkov a kníh o teórii DEA a jej aplikáciách na rôzne oblasti rozhodovania. Prehľad tých najvýznamnejších možno nájsť napr. v práci Cooka a Seiforda (2009) či Liua et al. (2013). DEA sa stala teoreticky fundovanou metodológiou s preukázaným

počtom úspešných aplikácií. To všetko robí túto metódu atraktívnym nástrojom na podporu rozhodovania v najrôznejších reálnych aplikáciách.

Pomerne veľké množstvo dostupných softvérových nástrojov a zdanlivo nenáročné požiadavky kladené na vstupné údaje však vytvárajú dojem, že aplikácia DEA je jednoduchá a univerzálne použiteľná. Treba však zdôrazniť, že korektná a zmysluplná aplikácia DEA nie je priamočiara a je nutné podrobne analyzovať všetky aspekty, ktoré na hodnotenie efektívnosti daných DMUs môžu mať vplyv. Každý, kto má v úmysle správne používať DEA ako podporný nástroj rozhodovania, by mal mať aspoň základné vedomosti o teórii, ktorá stojí za rôznymi modelmi DEA a/alebo mať možnosť konzultovať jej použitie s odborníkom na problematiku DEA.

Samotná aplikácia DEA vo všeobecnosti predstavuje niekoľko po sebe nasledujúcich krokov, ktorých definovaniu sa venovalo už viacero autorov (napr. Golany a Roll, 1989; Ramanathan, 2003; Ozbek et al., 2009; Emrouznejad a De Witte, 2010). V každom z týchto krokov existujú určité kľúčové predpoklady a postupy, ktoré je potrebné dodržať. V jednotlivých krokoch analýzy však môžu nastať i rôzne problémy a v záujme dosiahnutia dôveryhodných výsledkov je ich potrebné zodpovedajúcim spôsobom riešiť. V tejto súvislosti môžu zohrať dôležitú úlohu metodicky zamerané články, ktoré sumarizujú dôležité aspekty metodiky a poskytujú návody na to, kde nájsť odpoveď na konkrétny problém. Cieľom tohto príspevku je poskytnúť stručný návod na to, ako je potrebné postupovať pri jednotlivých krokoch aplikácie DEA a systematizovať základné metodické postupy DEA v snahe zracionalizovať proces výberu vhodného DEA modelu vzhľadom na špecifické podmienky riešeného problému.

2 Kroky aplikácie metódy DEA

Z metodologického hľadiska, samotná aplikácia metódy DEA by sa mala realizovať v určitom slede na seba nadväzujúcich krokov: (1) formulácia problému a stanovenie cieľového stavu, (2) definovanie a výber DMUs, (3) definovanie a výber vstupov a výstupov, (4) výber a formulácia DEA modelu, (5) kalkulácia DEA modelu, (6) analýza stability výsledkov a (7) prezentácia a analýza výsledkov.

2.1 Formulácia problému a stanovenie cieľového stavu

Základným predpokladom uplatnenia DEA je existencia určitého problému. Vo všeobecnosti je základným cieľom každého rozhodovania budúci, želaný stav určitého problému. Tento cieľ nadobúda pri uplatnení DEA predovšetkým formu identifikácie najefektívnejších jednotiek (podnikov, pobočiek, oddelení, zamestnancov, procesov, a pod.) a/alebo identifikácie odporúčaní na zvýšenie ich relatívnej efektívnosti. Nevyhnutným predpokladom aplikácie DEA je teda

pomerne presná formulácia cieľového stavu riešeného problému, ktorý sa má analýzou dosiahnuť.

Keďže DEA poskytuje neparametrické odhady PPF, základným predpokladom jej aplikácie je, aby každý takýto problém zahrňal istým spôsobom určitý *transformačný proces*. Tento transformačný proces môže byť buď *skutočný*, v ktorom sú dobre známe vstupy a výstupy, alebo *umelý*, kde existuje len niekoľko poznatkov o tom, aké premenné v ňom môžu hrať úlohu vstupov a výstupov. Aj keď v oboch prípadoch možno DEA použiť, druh transformačného procesu (skutočný alebo umelý) stanovuje limity pre interpretáciu alebo aplikáciu DEA výsledkov. Výsledky získané z DEA, pri skutočnom transformačnom procese poskytujú bezpochyby jasnejšiu a priamočiarejšiu interpretáciu a môžu byť jednoduchšie transformované do poznatkov, aké sú kľúčové zdroje identifikovanej neefektívnosti DMUs a aké úpravy vstupov a/alebo výstupov sú potrebné na zvýšenie ich relatívnej efektívnosti.

2.2 Definovanie a výber DMUs

Ak riešený problém zahŕňa nejaký druh transformačného procesu, následne je potrebné identifikovať všetky objekty záujmu, ktorých relatívna efektívnosť nás zaujíma, tzn. identifikujú sa všetky potenciálne DMUs. Súbor porovnávaných DMUs by mal predovšetkým spĺňať podmienku nezávislosti a homogénosti (porovnateľnosti).

Podmienka homogénosti

Podmienka homogénosti je kľúčovým predpokladom DEA a je možné ju dosiahnuť napríklad splnením nasledujúcich kritérií (Dyson et al., 2001; Ozbek et al., 2009; Golany a Roll, 1989):

- 1 DMUs by mali plniť podobný charakter úloh s podobnými cieľmi,
- 2 vstupno-výstupné premenné charakterizujúce činnosť DMUs by mali byť identické, s výnimkou rozdielov v ich intenzite alebo rozsahu a
- 3 DMUs by mali fungovať v rovnakých trhovách a environmentálnych podmienkach.

Zatiaľ čo prvé dve kritériá predstavujú kritériá homogénosti samotných DMUs, tretie kritérium predstavuje kritérium homogénosti prostredia DMUs. V mnohých prípadoch je však homogénosť DMUs alebo homogénosť prostredia zriedka prítomná. V prípade, že nie je splnená podmienka homogénosti, je potrebné použiť niektorú zo špeciálnych techník navrhovaných pre dané prípady. Aplikácia konvenčných DEA postupov môže mať v týchto prípadoch za následok to, že miery efektívnosti budú odrážať skôr heterogénosť daných DMUs ako nejakú formu neefektívnosti.

Kým Molinero et al. (2008), Li et al. (2016) a Cook et al. (2013) poskytujú špeciálne prístupy využiteľné v prípade nehomogenosti DMUs, prehľad tradičných prístupov aplikovateľných v prípade nehomogénneho prostredia poskytuje napr. Coelli et al. (2005).

Podmienka nezávislosti

Všeobecne sa predpokladá, že DMUs sú navzájom nezávislé, tzn. že každá DMU má svoje vlastné množstvá vstupov a výstupov. V prípade nezávislosti DMUs, zníženie vstupov alebo zvýšenie výstupov jednej DMU nemá vplyv na vstupy alebo výstupy ostatných DMUs. Tento prirodzený predpoklad však nie je v skutočných podmienkach vždy splnený. Podmienka vzájomnej nezávislosti DMUs nie je napríklad splnená v prípadoch, keď (1) DMUs majú nejaké spoločné (zdieľané) vstupy, alebo (2) existujú nejaké interné alebo prepojovacie činnosti medzi DMUs.

Pre prípad existencie spoločných (zdieľaných) vstupov Avilés-Sacoto et al. (2020) vyvinuli novú metodológiu podobnú DEA a ilustrovali ju na súbore katedier v prostredí univerzity, kde sú katedry zoskupené pod rôznymi fakultami.

Príkladom porušenia nezávislosti z dôvodu existencie určitých interných alebo prepojovacích činností medzi DMUs je, že veľa spoločností pozostáva z niekoľkých divízií, ktoré sú prepojené nejakými medziproduktmi alebo činnosťami. Niektoré DMUs v tejto viacstupňovej štruktúre spotrebúvajú výstupy vygenerované inými DMUs a naopak niektoré DMUs zas generujú výstupy, ktoré sú spotrebúvané inými DMUs. Jeden faktor preto môže pre niektoré DMUs vystupovať ako výstup a pre iné DMUs ako vstup. Meranie efektívnosti vzájomne prepojených DMUs sa stáva zložitou a náročnou úlohou z dôvodu potreby zaoberať sa viacerými medziproduktmi a integrovať a koordinovať efektívnosť hodnotených DMUs. V kontexte DEA bolo vyvinutých niekoľko špeciálnych prístupov, ktoré sú v týchto prípadoch aplikovateľné. Färe a Whittaker (1995) vyvinuli tzv. sieťovú DEA (Network DEA) na modelovanie všeobecných viacstupňových procesov. Počet sieťových modelov DEA zaznamenal v posledných rokoch prudký nárast. Všeobecná klasifikácia sieťových DEA modelov je spracovaná napr. v štúdii Kaoa (2014).

2.3 Definovanie a výber vstupov a výstupov

Na účely merania efektívnosti je v tomto kroku potrebné definovať okruh relevantných vstupov a výstupov, ktoré charakterizujú transformačný proces porovnávaných DMUs. Počiatočný zoznam vstupov a výstupov by mal obsahovať všetky relevantné a vhodné faktory, ktoré ovplyvňujú efektívnosť DMUs a ktoré úzko súvisia so stanovenými cieľmi DMUs (Golany a Roll, 1989; Ozbek et al., 2009]). Avšak pri nízkom počte porovnávaných DMUs nie je možné túto

požiadavku úplne uspokojiť. Vysoký počet vstupov a výstupov vo vzťahu k počtu uvažovaných DMUs môže v praxi viesť k zníženiu diskriminačnej schopnosti DEA. V DEA literatúre existuje niekoľko verzií podmienok týkajúcich sa počtu pozorovaní (n) vo vzťahu k počtu vstupov (m) a počtu výstupov (s). Napríklad Golany a Roll (1989) navrhli, aby n bolo väčšie ako $2 \times (m + s)$, zatiaľ čo napr. Cooper et al. (2007) navrhli, aby n bolo väčšie ako $3 \times (m + s)$. Dyson (2001) a Ozbek et al. (2009) zas odporúčajú, aby n bolo väčšie ako $2 \times m \times s$.

Veľmi často nemôžeme využiť všetky premenné týkajúce sa transformačného procesu a musíme sa obmedziť na výber vhodných vstupných a výstupných premenných, ktoré môžu alebo nemusia byť vhodnou reprezentáciou transformačného procesu. Ak transformačný proces prebieha, zvyčajne sa to prejaví existenciou korelácií medzi niektorými premennými nameranými na DMUs. Ak ide o skutočný transformačný proces, očakáva sa prítomnosť významných korelácií medzi premennými identifikovanými ako vstupy a premennými identifikovanými ako výstupy. Zároveň sa očakáva identifikácia slabých alebo neexistujúcich korelácií medzi vstupnými premennými a medzi výstupnými premennými. Na druhej strane, ak je transformačný proces umelý, prítomnosť alebo nedostatok korelácií možno použiť na usmernenie identifikácie a výberu vhodných vstupov a výstupov. Tu je však nutné poznamenať, že absencia alebo (ne)prítomnosť párových korelácií v údajoch by sa však nemala používať ako nástroj na rozhodnutie, či by sa DEA môže alebo nemôže pri danom probléme použiť. Úloha korelácií je skôr podporná a orientačná. Možno len predpokladať, že ak sú v dátach korelácie koherentné s našimi predpokladmi o transformačnom procese, je pravdepodobnejšie, že výsledky a interpretácie DEA budú zmysluplnejšie.

Okrem spomenutej analýzy korelácii sa v DEA literatúre vyvinulo niekoľko ďalších špecializovaných prístupov k výberu vhodných premenných. Možno ich klasifikovať do nasledujúcich troch skupín:

- 4 prístupy založené na ex-ante výbere podmnožín pôvodných premenných (napr. Golany a Roll, 1989; Banker, 1996 a Simar a Wilson, 2001),
- 5 prístupy založené na nahradení pôvodných premenných agregovanými premennými (napr. Simar a Wilson, 2001; Adler a Golany, 2001; Nataraja a Johnson, 2011),
- 6 prístupy založené na zahrnutí dodatočných podmienok priamo do DEA úlohy LP, aby sa automaticky vybrali vhodné vstupy a výstupy (napr. Limleamthong a Guillen-Gosalbez, 2018; Peyrache et al., 2020).

2.4 Výber a formulácia DEA modelu

Voľba správneho DEA modelu na riešenie skúmaného problému je veľmi dôležitá a rozhodne netriviálna otázka. K dnešnému dňu bolo vyvinuté veľké množstvo rôznych DEA prístupov, takže poskytnúť úplný prehľad o všetkých by bolo nereálne. Z tohto dôvodu bude v tejto časti venovaná hlavná pozornosť základným oblastiam, ktoré by mohli analytika viesť tým správnym smerom. Pri výbere vhodného DEA modelu sú kritickými oblasťami najmä: (1) voľba radiálneho, neradiálneho alebo hybridného DEA prístupu, (2) voľba orientácie DEA modelu a (3) voľba predpokladu o výnosoch z rozsahu.

Voľba radiálneho, neradiálneho alebo hybridného DEA prístupu

V DEA existujú dva základné typy prístupov: radiálny a neradiálny. Radiálny prístup, zastúpený napr. modelmi CCR (Charnes et al., 1978) a BCC (Banker et al., 1984), poskytuje radiálnu mieru efektívnosti, ktorá sa zvykne označovať ako Farrellova efektívnosť (pri CCR modeli) alebo ako čistá technická efektívnosť (pri BCC modeli). Na druhej strane, neradiálny prístup, zastúpený napr. aditívnym modelom (Charnes et al., 1985) alebo SBM modelom (Tone, 2001) meria neradiálnu efektívnosť, ktorá sa zvykne označovať ako Paretova-Koopmansova efektívnosť.

Oba prístupy majú určité výhody, ale aj nevýhody. Zatiaľ čo radiálne prístupy nezahŕňujú do miery efektívnosti neradiálne (neproporcionálne) vstupné a výstupné sklzy, neradiálne prístupy zanedbávajú radiálne charakteristiky vstupov a/alebo výstupov. Z tohto dôvodu je potrebné podrobne zvážiť, ktorý z týchto prístupov použiť vo vzťahu k špecifikám riešeného problému. Konečný výber by mal byť založený predovšetkým na zvážení potenciálnych rozdielov v charaktere vstupov a výstupov. Všeobecné pravidlo často formulované v DEA literatúre je, že ak majú neradiálne sklzy dôležitú úlohu pri hodnotení efektívnosti, mali by sa uprednostniť neradiálne prístupy, zatiaľ čo ak je strata pôvodnej proporcionality vstupov a/alebo výstupov pre analýzu nežiadúca, sú vhodnejšie radiálne prístupy. Takto formulované pravidlo je však v praxi pomerne ťažko čitateľné nakoľko v mnohých prípadoch je pomerne náročné zhodnotiť, čo je „dôležitá úloha“ alebo čo znamená „pôvodná proporcionalita“. Pri hľadaní odpovede na to, aký prístup je vhodný vzhľadom na daný problém možno uplatniť nasledujúcu úvahu.

Základným predpokladom DEA je, že všetky vstupy a výstupy sú do istej miery substituovateľné. Na tomto predpoklade DEA konštruje PPF, vzhľadom ku ktorej je efektívnosť DMUs meraná. Je však zrejmé, že nie všetky vstupy a výstupy musia byť rovnako dobre substituovateľné. Možnosti substitúcie vstupov (transformácie výstupov) môžu byť pre rôzne vstupy (výstupy) rôzne. Pri

relatívne dobrej substitúcii vstupov (transformácii výstupov) existuje nekonečné množstvo ich vzájomných kombinácií, ktoré sú rovnako efektívne. Preto ak sú všetky vstupy a výstupy uvažované v analýze dobré substitúty (v DEA literatúre označované aj ako *radiálne premenné*), nie je dôvod hľadať nevhodné proporcie medzi nimi a mal by sa uprednostniť radiálny prístup k meraniu efektívnosti. Na druhej strane však môžu existovať aj tzv. zlé substitúty (v DEA literatúre označované aj ako *neradiálne premenné*), pri ktorých je substitúcia pomerne zložitá a je možné voliť iba obmedzený počet ich vzájomných kombinácií. Možným príkladom je, že na produkciu nejakého výstupu sú prípustné určité kombinácie dvoch vstupov, ktoré sú rovnako efektívne, no pre dané vstupy existujú určité dolné limity, ktoré udávajú minimálne potrebné množstvá vstupov na produkciu danej úrovne výstupu. Tieto dolné limity pre vstupy ohraničujú oblasť efektívnych kombinácií medzi vstupmi. Ak sa použije dolný limit pre prvý vstup, dodatočné zvyšovanie druhého vstupu neprispieje k zvýšeniu výstupu, a je teda znakom neefektívnosti. Použitie vstupov v iných proporciách, ako sú tie, ktoré sú ohraničené dolnými hranicami vstupov, možno považovať za znak neefektívnosti. Podobnú úvahu možno uplatniť aj pri výstupoch, kde možnosti technickej transformácie nemusia byť dobré a môžu existovať určité limity výstupov. V prípadoch, keď substitúcia (transformácia) všetkých vstupov a výstupov je pomerne zložitá, v záujme zachytenia neradiálnej (neproporcionálnej) neefektívnosti (v DEA literatúre označovanej aj ako *mix efektívnosť*) je vhodnejšie voliť neradiálny prístup. Ten zachytí prípadnú nevhodnosť proporcií medzi vstupmi a výstupmi.

V reálnych podmienkach však vstupy a/alebo výstupy rôznych DMUs zvyčajne neobsahujú iba jeden typ premenných. V aplikáciách, v ktorých navzájom úzko súvisia iba niektoré zo vstupov a/alebo výstupov, tzn. sú prítomné radiálne aj neradiálne premenné, je v záujme dosiahnutia zmysluplných výsledkov potrebné aplikovať niektorý z pokročilejších prístupov (napr. Tone, 2004; Mehdiloo a Podinovski, 2019). Za pomerne jednoduchý a praktický prístup aplikovateľný v týchto prípadoch možno považovať prístup Tonea (2004)¹, ktorý integroval radiálne a neradiálne prístupy do jednotného rámca a navrhol tzv. hybridný DEA model. Ten umožňuje pracovať s podskupinami radiálnych a neradiálnych premenných a poskytuje tzv. hybridnú mieru efektívnosti, ktorú možno v záujme hľadania zdrojov neefektívnosti rozložiť na radiálnu efektívnosť a neradiálnu efektívnosť.

¹ Tento prístup bol neskôr hlbšie rozpracovaný Cooperom et al. (2007).

Voľba orientácie DEA modelu

Voľba orientácie DEA modelu v prvom rade závisí od formulovaného cieľa analýzy. V prípade, že sú cieľom analýzy odporúčania na strane vstupov, je vhodné voliť vstupne orientovaný DEA model. A naopak, v prípade, že sú cieľom analýzy odporúčania na strane výstupov, je vhodné voliť výstupne orientovaný DEA model. V prípade, že cieľom analýzy sú odporúčania na oboch stranách, je vhodné voliť neorientovaný DEA model.

Pri výbere orientácie DEA modelu môžu byť nápomocné i nasledujúce úvahy Golanyho a Rolla (1989) či Ramanathana (2003). V aplikáciách, kde sú vstupy pomerne nepružné, tzn. sú do istej miery určené vyššími manažérskymi úrovňami a teda nie úplne pod kontrolou DMUs, by bol vhodnejší výstupne orientovaný DEA model. Na druhej strane v aplikáciách, ktoré zahŕňajú nepružné výstupy, ktoré napr. úzko súvisia s cieľmi stanovenými manažmentom alebo sú obmedzené environmentálnymi podmienkami, môže byť vhodnejší DEA model zameraný na vstupy.

Voľba predpokladu o výnosoch z rozsahu

Jedným z najdôležitejších krokov pri výbere DEA modelu je identifikácia charakteru výnosov z rozsahu (returns to scale – RTS). V zásade možno predpokladať buď konštantné výnosy z rozsahu (constant returns to scale – CRS) alebo variabilné výnosy z rozsahu (variable returns to scale – VRS). Identifikácia RTS je jednou z najdiskutovanejších oblastí v DEA. Na tomto mieste je potrebné zdôrazniť, že sa tak deje na dvoch úrovniach: (1) na technologickej úrovni označovanej ako technologické výnosy z rozsahu (technological returns to scale – TRTS) a (2) na úrovni samotných DMUs. V procese výberu vhodného modelu DEA je dôležitá najmä prvá z nich tzn. identifikácia TRTS. Problematika identifikácie RTS na úrovni DMUs spočíva v identifikovaní RTS pre samotné DMUs a je v podstate až následnou procedúrou po aplikácii určitého DEA modelu. Na rozdiel od identifikácie RTS na úrovni DMUs, identifikáciu TRTS skúmalo iba niekoľko autorov. V DEA literatúre existujú dva hlavné prístupy k určeniu TRTS: (1) *subjektívny*, kde sú TRTS určené expertnými odhadmi a (2) *objektívny*, kde sú TRTS identifikované pomocou štatistických (napr. Banker, 1996; Banker a Natarajan, 2011) alebo neštatistických (napr. Alirezaee et al., 2018) metód.

Pri *subjektívnom prístupe* musí analytik vziať do úvahy to, že DEA modely pri predpoklade CRS neumožňujú potenciálnu existenciu úspor z rozsahu. Ak sa teda neočakáva, že výkonnosť DMUs môže závisieť od rozsahu činnosti (napr. porovnanie niekoľkých veľkých monopolov), voľba CRS predpokladu sa javí byť vhodnejšia. DMUs však môžu byť príliš malé (veľké) na to, aby fungovali s maximálnou produktivitou. VRS modely boli vyvinuté špeciálne na zohľadnenie

efektu rozsahu činností DMUs pri analýze. Je dobre známe, že VRS model bude vždy obaľovať údaje bližšie ako model CRS, bez ohľadu na to, či VRS existujú. Ak sa použije VRS model v prípade, kde neexistujú žiadne inherentné efekty rozsahu, bude mať efektívnosť malých a veľkých DMUs tendenciu byť nadhodnotená. A naopak, ak sa použije CRS model v prípade, kde sú zjavné inherentné efekty rozsahu, môžu byť malé a veľké DMUs veľmi diskriminované. Z tohto dôvodu je vhodné, ak nie je *a priori* známe, či technológia vykazuje CRS alebo VRS, použiť niektoré z *objektívnych prístupov*, ktoré testujú údaje osobitne z hľadiska efektov rozsahu.

Systemizácia základných metodologických postupov DEA

Výber a formulácia vhodného DEA modelu závisí predovšetkým od formulovaného problému a stanoveného cieľového stavu. Ako bolo spomenuté, pri výbere vhodného DEA modelu sú kritickými oblasťami najmä: (1) voľba radiálneho, neradiálneho alebo hybridného DEA prístupu, (2) voľba orientácie DEA modelu a (3) voľba predpokladu o výnosoch z rozsahu. Keďže výber DEA modelu na základe týchto troch oblastí je založený na predpoklade aspoň čiastočného poznania ekonomickej teórie efektívnosti a základnej DEA terminológie, na účely určitého zautomatizovania procesu výberu vhodného DEA modelu pre analytikov z rôznych oblastí riadenia bolo naším ďalším cieľom vytvoriť *jednoduchý algoritmus výberu DEA modelu*. Jeho účelom by malo byť uľahčenie relatívne náročného procesu výberu DEA modelu.

Algoritmus výberu DEA modelu bol zostavený formou otázok, ktoré sa štrukturalizujú podľa troch základných oblastí: (1) voľba radiálneho, neradiálneho alebo hybridného DEA prístupu, (2) voľba orientácie DEA modelu a (3) voľba výnosov z rozsahu. Štruktúru algoritmu bližšie prezentuje Tab. 1.

Tab. 1 Štruktúra algoritmu výberu DEA modelu (*Zdroj: vlastné spracovanie*)

Otázka	Varianty odpovedí	
(1) Voľba radiálneho, neradiálneho alebo hybridného DEA prístupu		
Sú všetky vstupy rovnakého charakteru (radiálne alebo neradiálne)?	Áno	Nie
Sú všetky výstupy rovnakého charakteru (radiálne alebo neradiálne)?	Áno	Nie
Možno všetky vstupy považovať za radiálne?	Áno	Nie
Možno všetky výstupy považovať za radiálne?	Áno	Nie
(2) Voľba orientácie DEA modelu		
Sú vstupy priamo pod kontrolou DMUs a je cieľom analýzy zistiť efektívnosť ich využívania?	Áno	Nie
Sú výstupy priamo pod kontrolou DMUs a je cieľom analýzy zistiť efektívnosť ich generovania?	Áno	Nie
(3) Voľba RTS		
Môže mať rozsah činnosti DMUs vplyv na ich výkonnosť?	Áno	Nie

zodpovedaní všetkých otázok priamo vygenerovaný názov toho DEA modelu, ktorý je vzhľadom na daný problém relatívne najvhodnejší, čo dosvedčuje obrázok 1d.

2.5 Kalkulácia DEA modelu

Na trhu existuje relatívne mnoho softvérových programov, ktoré umožnia kalkuláciu DEA modelu bez akýchkoľvek dodatočných technických zariadení. Tabuľka 2 prezentuje prehľad vybraných špecializovaných komerčných a nekomerčných programov určených na kalkuláciu DEA.

Tab. 2 Štruktúra algoritmu výberu DEA modelu (*Zdroj: vlastné spracovanie*)

Komerčné balíky		Nekomerčné balíky	
Program	Autor	Program	Autor
DEA-Solver-Pro™	K. Tone (Saitech, Inc.)	DEA-Solver-LV	K. Tone
Frontier Analyst®	Banxia Software Ltd.	DEAP	T. Coelli
PIM-DEAssoft	A. Emrouznejad, E. Thanassoulis	EMS	H. Scheel
xIDEA	Productivity Tools (www.prodtools.com)	PIONEER	T. McCloud, R. Barr
DEAFrontierTM	J. Zhu	MaxDEA Basic	Beijing Realworld Software Company Ltd.

Navyše, keďže DEA predstavuje metódu založenú na riešení úloh LP, možno okrem špecializovaných softvérových produktov, využiť taktiež univerzálny a relatívne dostupný tabuľkový editor Microsoft Excel, v ktorom pomocou doplnku Riešiteľ (Solver) možno riešiť úlohy lineárneho a nelineárneho programovania. Táto možnosť má podstatný význam najmä v prípade, že na meranie efektívnosti je nutné využiť DEA model, ktorý obsahuje viacero špeciálnych nastavení.

2.6 Analýza stability výsledkov DEA

Výsledky DEA ako neparametrickej a neštatistickej metódy merania efektívnosti sú vo všeobecnosti relatívne citlivé tak na samotný výber DMUs, ako aj na výber uvažovaných vstupov a výstupov. Výsledky DEA by preto mali byť použité len po adekvátnej analýze citlivosti jej výsledkov. Analýza citlivosti (stability alebo robustnosti) je jednou z pomerne často študovaných tém v DEA literatúre. Niektorými zo základných postupov analýzy citlivosti (navrhnuté Smithom a Maystonom, 1987; Ahn a Seiford, 1993; Ramanathan, 2003) sú: (1) analýza založená na zvyšovaní a znižovaní počtu vstupov a výstupov, (2) analýza založená na zvyšovaní a znižovaní počtu DMUs a (3) analýza založená na použití rôznych DEA modelov.

3 Záver

Cieľom príspevku bolo poskytnúť stručný návod na to, ako je potrebné postupovať jednotlivými krokmi aplikácie DEA. Pre každý krok procesu aplikácie DEA boli načrtnuté niektoré všeobecné zásady, ako aj hlavné prístupy, ktoré sa v rámci nich najčastejšie využívajú. Príspevok obsahuje pomerne široký zoznam užitočných odkazov na literatúru, ktorý môže analytika, ktorý chce DEA využiť nasmerovať správnym smerom. V záujme zracionalizovať proces výberu vhodného DEA modelu vzhľadom na špecifické podmienky riešeného problému, bol v príspevku vytvorený algoritmus výberu DEA modelu na báze programu Microsoft Excel. Vytvorený algoritmus poskytuje prehľadný spôsob výberu DEA modelu vzhľadom na skúmaný problém. V závere je však nutné povedať, že vytvorený algoritmus poskytuje orientáciu len medzi základnými DEA modelmi a v prípade, že skúmaný problém má ďalšie špecifiká je nutné aplikovať pokročilejšie DEA prístupy.

4 Literatúra

- Adler, N., Golany, B. (2001). *Evaluation of deregulated airline networks using data envelopment analysis combined with principal component analysis with an application to Western Europe*. European Journal of Operational Research, 132(2), 260-273.
- Ahn, T., Seiford, L. M. (1993). *Sensitivity of DEA to models and variable sets in a hypothesis test setting: The efficiency of university operations*. In Creative and innovative approaches to the science of management, Ijiri, Y. (eds.), New York : Quorum Books, 1993, pp. 191-208.
- Alirezadee, M., Hajinezhad, E., Paradi, J. C. (2018). *Objective identification of technological returns to scale for data envelopment analysis models*. European Journal of Operational Research, 266(2), 678-688.
- Avilés-Sacoto, S. V., Cook, W. D., Güemes-Castorena, D., Zhu, J. (2020). *Measuring efficiency in DEA in the presence of common inputs*. Journal of the Operational Research Society, 71(11), 1710-1722.
- Banker, R. D. (1996). *Hypothesis tests using data envelopment analysis*. Journal of Productivity Analysis, 7(2-3), 139-159.
- Banker, R. D., Charnes, A., Cooper, W. W. (1984). *Some models for estimating technical and scale inefficiencies in data envelopment analysis*. Management Science, 30(9), 1078-1092.
- Banker, R. D., Natarajan, R. (2011). *Statistical tests based on DEA efficiency scores*. In Handbook on data envelopment analysis, Cooper, W. W., Seiford, L. M., Zhu, J. (eds.), Boston : Springer, 2011, pp. 273–295.
- Coelli, T. J., Rao, D. S. P., O'Donnell, C., Battese, G. (2005). *An Introduction to efficiency and productivity analysis*. New York : Springer, 2005, 349 p.
- Cook, W. D., Harrison, J., Imanirad, R., Rouse, P., Zhu, J. (2013). *Data envelopment analysis with nonhomogeneous DMUs*. Operations Research, 61(3), 666–676.
- Cook, W. D., Seiford, L. M. (2009). *Data envelopment analysis (DEA) – thirty years on*. European Journal of Operational Research, 192(1), 1-17.

- Cooper, W. W., Seiford, L. M., Tone, K. (2007). *Data envelopment analysis: A comprehensive text with models, applications, references and DEA-Solver software*. Boston : Springer, Second Edition, 2007, 492 p.
- Dyson, R., Allen, R., Camanho, A., Podinovski, V., Sarrico, C., Shale, E. (2001). *Pitfalls and protocols in DEA*. European Journal of Operational Research, 132(2), 245-259.
- Emrouznejad, A., De Witte, K. (2010). *COOPER-framework: A unified process for nonparametric projects*. European Journal of Operational Research, 207(3), 1573-1586.
- Farrell, M. J. (1957). *The measurement of productive efficiency*. Journal of the Royal Statistical Society, Series A, 120, Part III, 253-281.
- Färe, R., Whittaker, G. (1995). *An intermediate input model of dairy production using complex survey data*. Journal of Agricultural Economics, 46(2), 201-213.
- Golany, B., Roll, Y. (1989). *An application procedure for DEA*. Omega, 17 (3), 237-250.
- Charnes, A., Cooper, W. W., Golany, B., Seiford, L., Stutz, J. (1985). *Foundations of data envelopment analysis for Pareto-Koopmans efficient empirical production functions*. Journal of Econometrics, 30(1-2), 91-107.
- Charnes, A., Cooper, W., Rhodes, E. (1978). *Measuring the efficiency of decision making units*. European Journal of Operational Research, 2(6), 429-444.
- Kao, C. (2014). *Network data envelopment analysis: A review*. European Journal of Operational Research, 239(1), 1-16.
- Li, W., Liang, L., Cook, W. D., Zhu, J. (2016). *DEA models for non-homogeneous DMUs with different input configurations*. European Journal of Operational Research, 254(3), 946-956.
- Limleamthong, P., Guillén-Gosálbez, G. (2018). *Mixed-integer programming approach for dimensionality reduction in data envelopment analysis: Application to the sustainability assessment of technologies and solvents*. Industrial & Engineering Chemistry Research, 57(30), 9866-9878.
- Liu, J. S., Lu, L. Y., Lu, W. M., Lin, B. J. (2013). *A survey of DEA applications*. Omega, 41(5), 893-902.
- Mehdiloo, M., Podinovski, V. V. (2019). *Selective strong and weak disposability in efficiency analysis*. European Journal of Operational Research, 276, 1154-1169.
- Molinero, C. M. (2008). *Non-homogeneity in data envelopment analysis*. Working paper Number 163, Canterbury : University of Kent Canterbury.
- Nataraja, N. R., Johnson, A. L. (2011). *Guidelines for using variable selection techniques in data envelopment analysis*. European Journal of Operational Research, 215(3), 662-669.
- Ozbek, M. E., de la Garza, J. M., Triantis, K. (2009). *Data envelopment analysis as a decision-making tool for transportation professionals*. Journal of Transportation Engineering, 135(11), 822-831.
- Peyrache, A., Rose, C., Sicilia, G. (2020). *Variable selection in data envelopment analysis*. European Journal of Operational Research, 282, 644-659.
- Ramanathan, R. (2003). *An introduction to data envelopment analysis*. New Delhi : Sage Publications, 2003, 201 p.
- Simar, L., Wilson, P. W. (2001). *Testing restrictions in nonparametric efficiency models*. Communications in Statistics – Simulation and Computation, 30(1), 159-184.

- Smith, P., Mayston, D. (1987). *Measuring efficiency in the public sector*. Omega, 15(3), 181-189.
- Tone, K. (2001). *A slack-based measure of efficiency in data envelopment analysis*. European Journal of Operational Research, 130(3), 498-509.
- Tone, K. (2004). *A hybrid measure of efficiency in DEA*. GRIPS Policy Information Center, Research Report 1-2004-0003. [Dostupné na: <http://www3.grips.ac.jp/~pinc/pdf/l-2004-0003.pdf>]

5 Poďakovanie

Tento príspevok je publikovaný v rámci projektu VEGA [1/0843/18 Metodologické aspekty aplikácie DEA na hodnotenie efektívnosti produkčných jednotiek.]

Statistické programování v jazyku R v prostředí modulu BASE softwarového systému SAS

Statistical programming in the R language in the BASE module environment of the SAS software system

Roman Pavelka

Štatistický úrad Slovenskej republiky, Odbor metód štatistických zisťovaní, Miletičova 3,
824 67 Bratislava, Slovenská republika

Statistical Office of the Slovak Republic, Statistical Surveys and Methodology Department,
Miletičova 3, 824 67 Bratislava, Slovak Republic

roman.pavelka@statistics.sk

Abstrakt: Předkládaný příspěvek popisuje jednoduché programové rozhraní vytvořené pomocí příkazů SAS, které umožňuje vkládat a spouštět příkazy jazyka R v rámci základního modulu programu SAS v operačním systému Windows. Vytvořené programové rozhraní vykoná uživatelem definovanou posloupnost příkazů jazyka R v dávkovém režimu v základním modulu programového systému SAS. Vytvořená syntaxe příkazů také dokáže automaticky převádět data mezi datovými tabulkami systému SAS a datovými rámci programu R tak, že data a výsledky z jednoho statistického prostředí mohou být využita druhým statistickým prostředím. Cílem příspěvku je ukázat čtenářům, že lze několika způsoby využívat schopností programovacího jazyka R v rámci programového systému SAS, a to už na úrovni základních modulů prostředí SAS. Navíc toto rozhraní také pomáhá statistickým programátorům naučit se nový statistický jazyk při pobytu ve známém prostředí systému SAS. Článek obsahuje několik alternativních možností, jakým způsobem lze spouštět příkazy jazyka R v prostředí systému SAS, a ukázkový příklad příkazů programovacího jazyka R, kterými budou reprezentovány základní schopnosti vytvořeného programového rozhraní.

Abstract: This paper describes a simple program interface created using SAS statements that allows you to insert and execute R language commands within the basic modules of the SAS program in the Windows operating system. The created program interface executes the user-defined sequence of R language commands in batch mode in the basic module of the SAS program system. These created macros can also automatically convert data between SAS data tables and R data frames so that data and results from one statistical environment can be used by another statistical environment. The aim of this paper is to show that it is possible to use the capabilities of the R programming language within the SAS programming system in several ways, already at the level of the basic modules of the SAS environment. In addition, this interface also helps statistical programmers learn a new statistical language while staying in the familiar SAS environment. The article also contains some sample example of R programming language commands running in SAS environment, which will represent basic abilities of created programming interface.

Klíčové slová: dávkový režim, HTML, makro, ODS, R, SAS, R.

Key words: batch mode, HTML, macro, ODS, R, SAS, R.

1 Úvod

Jelikož počet programovacích jazyků a platforem pro analýzu dat rapidně vzrostl, je mnohdy pro programátory-analytiky dat stále více žádoucí volat určitý programovací jazyk z jiného softwarového prostředí. Četné úsilí v tomto směru umožnilo statistickým analytikům používat svůj oblíbený programovací jazyk v jiném softwarovém prostředí. Například projekt R (R Development Core Team, 2008), přední open-source statistický výpočetní jazyk a prostředí, poskytuje moduly pro integraci nativního C ++ (Eddelbuettel a Francois, 2011) a kódu SQL (Groethendieck, 2017). Programátoři Pythonu vyvinuli různé metody, které umožňují přístup k bohatým statistickým balíčků projektu R v prostředí Pythonu (Xia et al., 2010). V komerční sféře je široce používaný systém pro správu dat a statistickou analýzu, to programový systém SAS. V rámci produktu SAS umožňuje procedura SQL programátorům účinně provádět manipulaci s daty pomocí strukturovaného dotazovacího jazyka v rámci platformy SAS (SAS Institute Inc., 2016a).

S ohledem na zvyšující se význam projektu R ve statistických výpočtech firma SAS před několika lety vytvořila softwarové rozhraní mezi R označované jako SAS/IML (SAS Institute Inc., 2016c). V programovém systému SAS je modul SAS/IML (Wicklin, 2010) zaměřený na výpočet matic (SAS Institute Inc., 2018). Bohužel základní modul BASE systému SAS, který je základem všech programových modulů SAS a má mnohem větší komunitu uživatelů než modul SAS/IML, postrádá uživatelsky přívětivé a dobře zdokumentované programové rozhraní pro vkládání příkazů pro programování v jazyku R. Z tohoto důvodu je integrace programovacího rozhraní základního modulu SAS/BASE a R je velmi žádoucí, protože uživatelé základních modů SAS často potřebují přístup k novým statistickým, resp. vizualizačním nástrojům, které byly vyvinuty v projektu open source R a dosud nebyly implementovány v programovém systému SAS.

V předkládaném článku je představováno jednoduché programovací rozhraní SAS, ve kterém lze v rámci relace programu SAS psát a vykonávat příkazy jazyka R a výsledný textový a grafický výstup jazyka R je přístupný za pomoci příkazů SAS. Toto jednoduché programovací rozhraní SAS je tvořeno funkční sekvencí příkazů pro programovací jazyk R založenou na využívání příkazů v dávkovém režimu jazyka R a uživatelsky definovaném programovém kódu. Po spuštění programu SAS jsou příkazy jazyka R vykonány prostřednictvím relace dávkového režimu pomocí příkazového řádku. Textový a grafický výstup programu R lze odeslat do vhodného výstupu SAS. Toto se realizuje pomocí tzv. výstupního systému (anglicky „Output Destination system“- ve zkratce ODS).

2 Nejdůležitější principy propojení jazyka R a programového systému SAS

Cílem tohoto článku není popis programovacího jazyka R. Pro další text je však důležité přiblížit některé možnosti programového prostředí jazyka R, které jsou důležité pro spolupráci s programovým systémem SAS. Programovací jazyk R je možné používat s využitím některého z několika grafických rozhraní² nebo v režimu tzv. dávkového zpracování.

Programovací jazyk R pracuje s několika typy objektů, jako jsou například datové rámce (dataframe), matice a seznamy, které využívá k ukládání dat a manipulaci s nimi. Programový systém SAS využívá k ukládání dat objekty jako jsou datové soubory (dataset), které jsou velmi podobné datovým rámcům jazyka R. Zatímco jazyk R pro uložená data používá pojmy „sloupce“ a „řádky“, programový systém SAS „proměnné“ a „pozorování“. Na rozdíl od programovacího systému SAS jazyk R rozlišuje v názvech proměnných, funkcí a dalších objektů velká a malá písmena. I formátování proměnných je v programovacím prostředí R a systému SAS odlišné. Z tohoto důvodu je pro export datových souborů SAS ke zpracování jazykem R a importu zpracovaných výsledků do systému SAS vhodné použití textových souborů, nejlépe ve formátu CSV³ nebo TXT⁴. V současné době programové prostředí jazyka R již obsahuje některé specializované programové moduly, které umožňují v jazyku R přímé načtení databází programového systému SAS⁵. Grafické výstupy jazyka R lze importovat do programu SAS nejlépe jako grafické soubory.

3 Dávkový režim jazyka R

Dávkový režim neboli dávkové zpracování (anglicky „batch processing“), představuje zpracování jednoho nebo více příkazů programu najednou a nasměrování výsledků tohoto zpracování do jiného souboru, případně souborů. Posloupnost příkazů, která realizuje požadovanou činnost a může současně využívat již definovaných objektů z pracovního prostoru programovacího jazyka, se nazývá dávka příkazů. Příkazy se mohou vytvořit v libovolném textovém editoru, pouze název souboru, do něhož se příkazy ukládají, musí mít příponu R (např. *avka.R*). Programovací jazyk R lze

² Mezi nejznámější grafická rozhraní pro jazyk R jsou například *RStudio* nebo *RCommander*.

³ Jedná se o označení *comma separated values* (česky čárkou oddělené údaje), podle normy IETF RFC4180, což je jednoduchý a standardizovaný textový formát pro reprezentaci tabulkových dat. Díky jednoduchosti, nenáročnosti a čitelnosti i bez specializovaného software se tento formát používá pro výměnu informací mezi různými systémy.

⁴ Soubory s příponou TXT jsou označovány jako prostý text, protože pro formátování textu používají pouze znaky konce řádku, mezery a tabulátory.

⁵ Jedná se zejména o doplňkové programové moduly jazyka R *haven* a *sas7bdat*, které umožňují načítat databáze ve formátu *sas7bdat* (nativní formát SAS) a speciální exportní formát ve tvaru SAS XPORT (jedná se o soubory s koncovkou XPT).

v dávkovém režimu spustit na příkazovém řádku operačního systému (například Windows nebo jiných operačních systémů) pomocí příkazu ve tvaru „R [parametry] [<davka.R] [>vystup.out]“. Symbol „R“ představuje spustitelný soubor („R.exe“) jazyka R, „davka.R“ tvoří soubor posloupnosti příkazů a soubor „vystup.out“ je souborem výstupním, do něhož se ukládají výsledky dávkového zpracování. V prostředí operačního systému Windows lze dávkové zpracování příkazů jazyka R na příkazové řádce lze spustit pomocí syntaxe:

```
R CMD BATCH "--args arg1 arg2" davka.R output.out (1)
```

Parametr CMD vyjadřuje použití příkazové řádky operačního systému. Parametr --args uvozuje sadu vstupních parametrů arg1 arg2, které vstupují do vstupního vektoru parametrů. Cestu ke spustitelnému souboru „R.exe“ i k souborům vstupu a výstupu zpracování posloupnosti příkazů je nutno nastavit podle aktuální struktury adresářů. Příkladem příkazu k dávkovému zpracování jazykem R může být výraz:

```
"C:\Program Files\R\R-4.0.3\bin\x64\R.exe" CMD BATCH --no-save --quiet < myprog.r > myprog.out. (2)
```

Po spuštění výše uvedeného příkazu se v prostředí jazyka R vykoná sekvence příkazů uložených v souboru „myprog.r“ a výsledky dávkového zpracování jazykem R se zaznamenají do výstupního souboru „myprog.out“. Parametry --no-save --quiet slouží k nastavení módu dávkového zpracování jazyka R. Parametr „no save“ určuje, že se na konci dávkového zpracování jazykem R datové soubory ukládat nemají, a parametre „quiet“ znamená, že se nebude zobrazit počáteční copyright a uvítací hlášení v okamžiku spuštění jazyka R.

4 Spouštění jazyka R v programovém systému SAS

Základním principem zpracování příkazů programovacího jazyka R v rámci programového systému SAS je spouštění jazyka R na úrovni příkazového řádku. Funkcionalitu příkazového řádku v prostředí SAS lze vyvolat více způsoby, které jsou zabudovány již v základním modulu BASE systému SAS. V rámci tohoto modulu existuje několik příkazů, jejichž pomocí lze programovací jazyk R volat, předat požadované příkazy i převzít výsledky operací jazyka R.

V prostředí SAS lze pomocí systémových parametrů explicitně nastavit externí proces běhu jazyka R tak, aby se ukončoval zpracováním předávané dávky příkazů anebo aby jeho ukončení a návrat do systému SAS proběhlo zásahem uživatele. Je-li aktivní možnost automatického ukončení činnosti jazyka R a návratu do systému SAS, vykonáním dávky příkazů se programové prostředí R uzavře. V opačném případě je prostředí jazyka R ukončeno až zásahem uživatele. Při dávkovém zpracování příkazů je zpravidla vhodné nastavit automatické ukončování běhu jazyka R.

Jinými parametry systému SAS lze dosáhnout toho, aby program SAS čekal na dokončení dávky příkazů zpracovávaných programem R. To znamená, že řízení běhu programu v systému SAS není vráceno, dokud nejsou zpracovány všechny externí příkazy jazyka R, přičemž se jedná o tzv. synchronní režim. V asynchronním režimu jsou programové příkazy v systému SAS zpracovávány bez ohledu na vykonání všech externích příkazů jazyka R.

Funkcionalitu příkazové řádky ke spouštění jazyka R v rámci základního modulu BASE programového systému SAS poskytují následující příkazy, funkce⁶ a programové rutiny⁷, tj. příkazy začínající slovem CALL:

- Příkaz X
- Funkce SYSTEM
- Rutina CALL SYSTEM
- Příkaz %SYSEXEC
- Příkaz SYSTASK COMMAND
- Příkaz FILENAME s parametrem na zařízení PIPE

Všechny tyto vyjmenované příkazy, funkce a programová rutina jako vstupní parametr obsahují příkaz operačního systému, jehož odesláním z příkazové řádky operačního systému zajistí jeho vykonání. Příkazy X⁸, SYSTASK COMMAND a FILENAME patří k tzv. globálním příkazům, což znamená, že tyto příkazy lze spustit kdekoli v programu SAS. Návrátová hodnota po provedení příkazu SYSTASK COMMAND je uložena do systémové makroproměnné SYSRC. Je-li vykonání příkazu SYSTASK COMMAND úspěšné, je hodnota SYSRC rovna 0. Návrátová hodnota po provedení příkazu FILENAME je 0, pokud je operace úspěšná. Příkaz %SYSEXEC patří do skupiny příkazů jazyka maker SAS. Použití tohoto příkazu je povoleno v definici makra anebo i mimo něj. O vykonání příkazu příkazové řádky operační systém informuje programový systém návratovou hodnotou, kterou je naplněna systémová makroproměnná SYSRC. Zbývající funkci SYSTEM a programovou rutinu CALL SYSTEM se musí použít v rámci DATA kroku. Je-li vykonání příkazu v operačním systému úspěšné, je návratová hodnota funkce SYSTEM rovna 0.

⁶ Funkce SAS provádí výpočet nad vstupními daty nebo vykoná změny systému s využitím vkládaných argumentů a vrací hodnotu.

⁷ Rutina CALL může měnit hodnoty proměnných nebo hodnoty některých nastavení systému. Rutiny CALL jsou podobné funkcím. Od funkcí SAS se liší tím, že je nelze používat v přiřazovacích příkazech, tj. nevrací hodnotu.

⁸ Z důvodu bezpečnosti není globální příkaz X pro uživatele SAS Enterprise Guide implicitně povolen. K povolení činnosti tohoto příkazu je potřebné nastavit systémový parametr ALLOW XCMD na SAS serveru a restartovat SAS Metadata server.

Přesnou syntaxi příkazů, funkcí a programové rutiny lze dohledat v nápovědě a manuálech k programovému systému SAS (SAS Institute Inc., 2016b).

5 Jednoduchý příklad volání jazyka R v rámci programového systému SAS

Jako velmi názorná ukázka toho, jak lze spouštět příkazy programovacího jazyka R z prostředí softvérového systému SAS, může sloužit následující program SAS. Cílem tohoto ukázkového programu je demonstrovat možnosti programového systému SAS v základním modulu BASE spouštět, předávat příkazy a přebírat výstupy z programovacího jazyka R. Jedná se o fungující program složený z následující sekvence příkazů:

```
/* XXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX Nastavení proměnných XXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX */
options nonumber pagesize=max formdlm=' ';
%let SASDataPath = D:\SASData\Odbor320\O_PAVELKA\Integrace_R_do_SAS\R Programming\Do_Textu;
%let RExecFile = D:\SASData\odbor320\O_PAVELKA\R\R-4.0.3\bin\x64\R.exe;
%let RScriptFile = &SASDataPath.\program.r;
%let RLogFile = &SASDataPath.\program.log;
%let RDataPath = %sysfunc(translate(&SASDataPath., %str(/), %str(\)));
%let SASStoRFile = DataFromR;
%let SASDataFile = &SASStoRFile..txt;
%let SASCodeFile = &SASStoRFile..sas;
%let ROutputFile = vystupy.txt;
%let ImageFile1 = Grafika1.png;
%let ImageFile2 = Grafika2.png;
/* export-import knihovna ze SASu do R a z R do SASu */
libname RData "&SASDataPath.";

/* XXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX Výkonný program XXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX */
/* Vytváření dávky příkazů v programovacím jazyku R a uložení do dávkového souboru */
data _null_;
    file "&RScriptFile.";
    infile cards;
    input;
    put _infile_;
    cards4;

#začátek posloupnosti příkazů jazyka R
#sink()
#stažení a instalace nutných knihoven programovacího jazyka R
if(!require(ggplot2)){install.packages("ggplot2", repos = "http://cran.us.r-project.org")}
if(!require(gridExtra)){install.packages("gridExtra", repos = "http://cran.us.r-project.org")}
if(!require(plyr)){install.packages("plyr", repos = "http://cran.us.r-project.org")}
if(!require(foreign)){install.packages("foreign", repos = "http://cran.us.r-project.org")}
if(!require(scales)){install.packages("scales", repos = "http://cran.us.r-project.org")}
if(!require(zoo)){install.packages("zoo", repos = "http://cran.us.r-project.org")}
# připojení nutných knihoven programovacího jazyka R
library(ggplot2)
library(gridExtra)
library(plyr)
library(foreign)
library(scales)
library(zoo)
#stažení dat a jejich úpravy
df <- read.csv("https://raw.githubusercontent.com/selva86/datasets/master/yahoo.csv")
df$date <- as.Date(df$date) # format date
df <- df[df$year >= 2010, ] # filter reqd years
# Create Month Week
df$yearmonth <- as.yearmon(df$date)
df$yearmonthf <- factor(df$yearmonth)
df <- ddply(df,.(yearmonthf), transform, monthweek=1+week-min(week)) # compute week number of
month
df <- df[, c("date", "year", "yearmonthf", "monthf", "week", "monthweek", "weekdayf",
"VIX.Close")]
# Or specify the factor levels in the order you want
df$weekdayf <- factor(df$weekdayf, levels = c("Fri", "Thu", "Wed", "Tue", "Mon"))
```

```

df$monthf <- factor(df$monthf, levels = c("Jan", "Feb", "Mar", "Apr", "May", "Jun", "Jul",
"Aug", "Sep", "Oct", "Nov", "Dec"))
#nastavení pracovního adresáře
setwd("D:/SASData/Odbor320/O_PAVELKA/Integrace_R_do_SAS/R Programming/Do_Textu")
#otevření zařízení PNG (vytvoří obrázek formátu PNG pro první graf)
png("Grafikal.png", width = 1024, height = 768, units = "px", pointsize = 12, bg = "white",
res = 150, family = "symbol")
ggplot(data = df, aes(x = date, y = VIX.Close)) + geom_line(color = "#00AFBB", size = 0.25) +
geom_point(colour = "yellow", size = 0.5) +
  stat_smooth(color = "#FC4E07", fill = "#FC4E07", size = 0.5, method = lm, formula = y ~
splines::bs(x, 10), se = FALSE) +
  labs(x="Doba", y="Uzavírací cena [USD]", title = "Denní uzavírací ceny akcií Yahoo
[USD] a jejich trend", subtitle="") +
  scale_y_continuous(limits = c(10, 50)) +
  scale_x_date(name = "Období", breaks=date_breaks("1 year"), labels = date_format("%b
%Y"))
#uzavření zařízení PNG
dev.off
#otevření zařízení PNG (vytvoří obrázek formátu PNG pro první graf)
png("Grafika2.png", width = 800, height = 600, units = "px", pointsize = 12, bg = "white", res
= 150)
ggplot(df, aes(monthweek, weekdayf, fill = VIX.Close)) + geom_tile(colour = "white") +
facet_grid(year~monthf) +
  scale_fill_gradient(low="red", high="green") +
  labs(x="Týden", y="", title = "Mapa denních uzavíracích cen akcií Yahoo", subtitle="",
fill="Cena\n [USD]") +
  theme(axis.text.x = element_text(face="bold", color="black", size=5, angle=0),
axis.text.y = element_text(face="bold", color="black", size=5, angle=0))
#uzavření zařízení PNG
dev.off
#od tohoto místa ukládám výstupy z procedur R. Textové výsledky můžeme namísto zobrazení do
konzoly ukládat do externího souboru pomocí příkazu
sink("vystupy.txt")
#print(unname(as.data.frame("===== Zahájení výpisu výstupů z R-ka
=====")),quote = FALSE, row.names = FALSE)
print(unname(as.data.frame("===== Dataframe s daty časové řady (prvních
několik záznamů) =====")),quote = FALSE, row.names = FALSE)
head(df)
print(unname(as.data.frame("===== Struktura dataframe s daty časové
řady =====")),quote = FALSE, row.names = FALSE)
str(df)
print(unname(as.data.frame("===== Ukončení výpisu výstupů z R-ka
=====")),quote = FALSE, row.names = FALSE)
#ukládání ukončíme pomocí
sink()
# uložení vygenerovaných dat pro import do SAS
Pokus <- write.foreign(df,
  datafile = "D:/SASData/Odbor320/O_PAVELKA/Integrace_R_do_SAS/R
Programming/Do_Textu/DataFromR.txt",
  codefile = "D:/SASData/Odbor320/O_PAVELKA/Integrace_R_do_SAS/R
Programming/Do_Textu/DataFromR.sas",
  package = "SAS", dataname = "DataFromR")
#ukončení prostředí R
q()
#konec posloupnosti příkazů jazyka R

;;;
run;
/*Použití příkazu X:*/
options noxwait xsync;
X "&RExecFile." CMD BATCH --no-save --quiet "&RScriptFile." "&RLogFile.";
/* výpis výstupu z prostředí R do systému SAS*/
data _null_;
  title 'Výpis souboru s výstupy z programu R do SAS Reportu:';
  infile "&SASDataPath.\&ROutputFile." lrecl=1024;
  file log;
  file print ls=1024 titles line=lineno ll=lineleft ps=32767;
  input;
  put ' ' _infile_;

run;
/*tvorba SAS dat z prostředí R*/
%include "&SASDataPath.\&SASCodeFile.";
data RData.&SASToRFile.;
  set work.&SASToRFile.;

run;
proc delete data = work.&SASToRFile.;

```

```
run;
/* vykreslení grafických výstupů */
ods graphics on / reset border=on width=800px height=600px;
goptions reset=all cback="yellow" border hsize=800pt vsize=600pt;
proc gslide iframe="%SASDataPath.\&ImageFile1." imagestyle=FIT;
    title "Časová řada denních uzavíracích cen akcií Yahoo [USD]";
run;
goptions reset=all cback="yellow" border hsize=800pt vsize=600pt;
proc gslide iframe="&SASDataPath.\&ImageFile2." imagestyle=FIT;
    title "Mapa denních uzavíracích cen akcií Yahoo [USD]";
run;
quit;
ods _ALL_ close;
```

Výše uvedený program z prostředí programového systému SAS je tvořen několika relativně samostatnými částmi. Data, která program využívá, jsou časové řady uzavíracích cen akcií a jsou stažena z Internetu⁹. V programovacím prostředí jazyka R jsou pomocí programových instrukcí instalovány další softvérové balíčky, které jsou nutné při zpracování syntaxe příkazů.

Úvodní část programu slouží k definici tzv. makroproměnných¹⁰, které se využívají v dalších částech programu. Dochází zde k definování knihovny SAS, pracovních adresářů, souborů vstupu: souboru dávky příkazů a souboru programovacího jazyka R (tj. R.exe), a výstupu: jedná se o soubory výstupů z programovacího jazyka R, tj. výstupních textových souborů s výsledky činnosti jazyka R a obrazových souborů, v nichž jsou uloženy výstupní grafy. Výstupní grafy nejsou vytvořeny v softvérovém systému SAS, ale k jejich tvorbě byl použit příkaz programovacího jazyka R.

Následující příkazy již náleží k výkonné části programu. Základem uvedených příkazů je příkaz DATA (v systému SAS nazývaný DATA krok), který zajišťuje vytvoření vstupního textového souboru s posloupností příkazů pro programovací jazyk R. Příkazy jazyka R jsou vkládány již přímo v syntaxi, která zodpovídá syntaxi příkazů jazyka R. Napsané příkazy jsou uloženy do souboru příkazů jazyka R, který slouží jako vstupní soubor pro činnost jazyka R.

Následuje příkaz X (byl popisován v předcházejících kapitolách), který představuje funkcionalitu příkazové řádky ke spouštění jazyka R v rámci základního modulu BASE programového systému SAS. Jedná se o jediný příkaz v programu SAS ke spuštění programovacího jazyka R, který vykoná vstupní sekvenci příkazů, a zajistí uložení výstupů do výstupního souboru.

Výstupy z prostředí jazyka R jsou po ukončení zpracování vstupních příkazů uloženy opět do textového souboru, který je vyhodnocován dalšími úseky programu z uvedeného příkladu. Základ této části programu představuje další

⁹ Dostupné k 2020-10-12 na adrese: <<https://raw.githubusercontent.com/selva86/datasets/master/yahoo.csv>>.

¹⁰ Podle nápovědy k programovému systému SAS makroproměnné jsou proměnné, u nichž lze dynamicky modifikovat jejich hodnotu v programu SAS pomocí symbolické substituce.

příkaz DATA, jehož úlohou je výpis výstupů jazyka R do výstupního reportu v programovém systému SAS. Výpis výstupů z prostředí R je možné formátovat do požadované podoby, případně uložit do SAS knihovny. Následuje skupina příkazů, která umožní data vzniklá v programovém prostředí jazyka R importovat do knihovny na serveru SAS. Ve výše uvedeném příkladu byla data načtena ze vzdáleného WWW serveru a zpracována programovými příkazy jazyka R a následně uložena do SAS knihovny RData. Grafické výstupy (grafy časových řad) byly vytvořeny v prostředí jazyka R a ve formě obrazových souborů jsou zobrazeny ve výstupním reportu programového systému SAS.

Po spuštění a úspěšném proběhnutí programu, který obsahuje výše uvedené instrukce jazyka R, se ve výstupním SAS reportu objeví výpis datového rámce (dataframe) s daty časové řady z prostředí jazyka R. Ukázka tohoto výpisu je znázorněna na obrázku 1. Grafy časové řady, které byly vytvořeny pomocí jazyka R a byly vloženy do programu v systému SAS, jsou ilustrovány na obrázku 2. V prostředí jazyka R vznikl čárový graf časové řady denních uzavíracích cen akcií včetně trendu a mapa denních hodnot stejné časové řady v rámci jednotlivých týdnů a let, po které byly tyto uzavírací ceny sledovány.

```

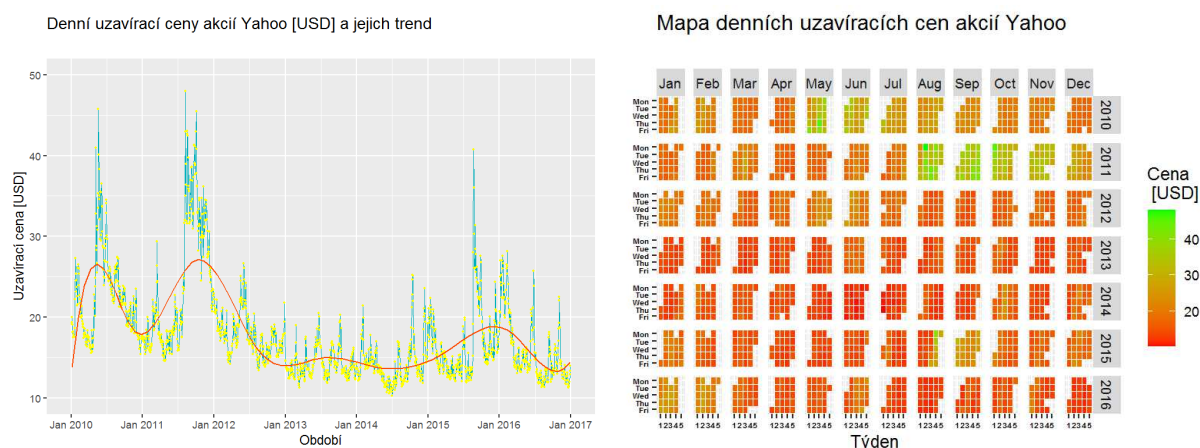
===== Dataframe s daty Časové řady (prvních několik záznamů) =====
      date year yearmonthf monthf week monthweek weekdayf VIX.Close
1 2010-01-04 2010   Jan 2010   Jan    1         1      Mon    20.04
2 2010-01-05 2010   Jan 2010   Jan    1         1      Tue    19.35
3 2010-01-06 2010   Jan 2010   Jan    1         1      Wed    19.16
4 2010-01-07 2010   Jan 2010   Jan    1         1      Thu    19.06
5 2010-01-08 2010   Jan 2010   Jan    1         1      Fri    18.13
6 2010-01-11 2010   Jan 2010   Jan    2         2      Mon    17.55

===== Struktura dataframe s daty Časové řady =====
'data.frame':1762 obs. of  8 variables:
 $ date      : Date, format: "2010-01-04" "2010-01-05" ...
 $ year      : int  2010 2010 2010 2010 2010 2010 2010 2010 2010 2010 ...
 $ yearmonthf: Factor w/ 84 levels "Jan 2010","Feb 2010",...: 1 1 1 1 1 1 1 1 1 ...
 $ monthf    : Factor w/ 12 levels "Jan","Feb","Mar",...: 1 1 1 1 1 1 1 1 1 ...
 $ week      : int  1 1 1 1 1 2 2 2 2 2 ...
 $ monthweek : num  1 1 1 1 1 2 2 2 2 2 ...
 $ weekdayf  : Factor w/ 5 levels "Fri","Thu","Wed",...: 5 4 3 2 1 5 4 3 2 1 ...
 $ VIX.Close : num  20 19.4 19.2 19.1 18.1 ...

===== Ukončení výpisu výstupů z R-ka =====

```

Obr. 1 Výpis dat z prostředí jazyka R ve výstupním reportu SAS (Zdroj: vlastní zpracování)



Obr. 2 Grafy časové řady z programu R v programu SAS (Zdroj: vlastní zpracování)

6 Závěr

Cílem článku bylo ukázat na možné řešení, které by dovolilo integrovat programovací jazyk R do základního modulu BASE softvérové platformy SAS. Programování v jazyku R je tedy možné uskutečnit i v rámci programového systému SAS bez nutnosti využívání dodatečně pořizovaného modulu SAS/IML. Pro spolupráci s jazykem R tedy stačí využít funkcionality příkazové řádky, programově ošetřit tvorbu příkazového souboru, vyhodnotit výstupní soubor, případně importovat grafické výstupy nebo datové vstupy či výstupy. Podobné programové rozhraní, které bylo naprogramováno pro spouštění jazyka R, lze v rámci platformy SAS realizovat i pro jiné softvérové nástroje, jako jsou například Python, C++, MatLab a další.

7 Literatura

- Eddelbuettel, D., Francois, R. (2011). Rcpp: Seamless R and C++ integration. *Journal of Statistical Software*, 40(8), 1-18.
- Grothendieck, G. (2016) *sqldf: Manipulate R data frames using SQL*. R package version 0.4-11. Dostupné na: <<https://CRAN.R-project.org/package=sqldf>>.
- R Development Core Team (2008). *R: A language and environment for statistical computing*. R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria, 2008.
- SAS Institute Inc. (2016a). *9.4 SQL procedure user's guide*. 4. vyd. Cary, NC: SAS Institute Inc., 2016, 470 s. ISBN 978-1-62960-816-7.
- SAS Institute Inc. (2016b). *SAS® 9.4 companion for Windows*. 5. vyd. Cary, NC: SAS Institute Inc., 2016, 726 s. Bez ISBN.
- SAS Institute Inc. (2016c). *SAS® 9.4 output delivery system: procedures guide*. 3. vyd. Cary, NC: SAS Institute Inc., 2016, 952 s. ISBN 978-1-62960-836-5
- SAS Institute Inc. (2018). *SAS/IML 15.1 user's guide*. 5. vyd. Cary, NC: SAS Institute Inc., 2018, 1154 s. Bez ISBN.

-
- Wicklin, R. (2010) *Rediscovering SAS/IML® software: Modern data analysis for the practicing Statistician*. SAS Global Forum 2010, paper 329-2010. Cary, NC: SAS Institute Inc., 2010.
- Xia, X.-Q., McClelland, M., Wang, Y. (2010). Pyper, a Python package for using R in Python. *Journal of Statistical Software*, 35(2), 1-8.

Predbežný plán akcií konaných pod záštitou SŠDS v roku 2021

Informácia o plánovaných akciách SŠDS

Preliminary schedule of events under the aegis of SŠDS in 2021

Information on planned events by SŠDS

Vedecký výbor Slovenskej štatistickej a demografickej spoločnosti na svojom online zasadnutí 10. decembra 2020 schválil plán akcií na rok 2021 v nádeji, že dôjde aspoň k ich čiastočnej realizácii. Predpokladá sa, že niektoré z plánovaných akcií sa uskutočnia aspoň dištančným spôsobom, čo je v súčasnej neistej situácii spojenej s kontroverzným (ne)riadeným zápasom so šírením epidémie Covid-19 azda jediný spôsob, ako uchovať ich kontinuitu. Vedecké a odborné akcie organizované v roku 2021 sú vlastne tradičné podujatia, ktoré s výnimkou jednej boli preložené z roku 2020.

Prvou akciou organizovanou spoločnosťou sú tradičné Pohľady na ekonomiku Slovenska 2021, ktoré sa majú konať jednodňovo 22. apríla 2021 na pôde Ekonomickej univerzity v Bratislave. Počíta sa ale aj s online formou organizácie, ak si to okolnosti vyžadujú. Ďalej je plánovaná 34. škola štatistiky EKOMSTAT v Trenčianskych Tepliciach v termíne od 30. mája do 3. júna 2021. V tomto prípade sa neplánuje s alternatívnym online riešením uskutočnenia tohto podujatia. O niekoľko dní nato by sa mala uskutočniť pod nosnou témou "Súčasný trendy štatistiky, pravdepodobnosti a analýzy údajov" 21. letná škola ROBUST 2020 (resp. 2021) organizovaná Českou štatistickou spoločnosťou spoločne s našou spoločnosťou. Miesto tejto (v československej štatistickej obci všeobecne známej a prestížnej) konferencie je Bardejov a konferencia je naplánovaná na niekoľko dní od 6. do 11. júna 2021. Začiatkom septembra na začiatku druhej dekády, v dňoch 9. a 10. septembra 2021, sa plánuje v Banskej Bystrici združené konanie bienálnych konferencií zastrešovaných demografickými a štatistickými vetvami spoločnosti (umiestnenými alfabeticky). Ide o 20. slovenskú štatistickú konferenciu a 18. slovenskú demografickú konferenciu. Obvykle sa obe podujatia striedajú v ročnom intervale, ale nútené preloženie štatistickej konferencie z roku 2020 spôsobilo, že obe konferencie sa stretávajú na jednom mieste v tom istom roku. Zároveň sa ale nepredpokladá vzhľadom na dualitu demografickej a štatistickej konferencie pôvodne zamýšľané konanie konferencie FERNSTAT. Poslednou akciou organizovanou spoločnosťou je 29. medzinárodný seminár Výpočtová štatistika, ktorý sa má uskutočniť 2. až 3. decembra 2021 v Bratislave združene s Prehliadkou prác

mladých štatistikov a demografov. Tu sa tiež, podobne ako pri Pohľadoch na ekonomiku Slovenska, ráta s tým, že sa podujatie prípadne uskutoční dištančným spôsobom.

Ešte je potrebné odporučiť zváženie účasti na konferencii Applications of Mathematics and Statistics in Economics (AMSE), ktorá je organizovaná na alternujúcej báze Ekonomickou univerzitou vo Wroclawi, Fakultou informatiky a štatistiky Vysokej školy ekonomickej v Prahe a Ekonomickou fakultou Mateja Bela v Banskej Bystrici v partnerstve s našou spoločnosťou a Poľskou štatistickou spoločnosťou. AMSE 2020 sa malo pôvodne konať 26. až 30. augusta 2020 v poľskej Wiste v poradí dvadsiatedruhé. Podobne ako väčšina predošlých podujatí, aj táto vedecká udalosť je posunutá o rok mínus jeden deň a nový termín je 25. až 29. augusta 2021 bez zamýšľanej modifikácie miesta konania. AMSE 2021 poľskí organizátori číslujú ako dvadsiatetretie.

Martin Boďa
vedecký tajomník SŠDS



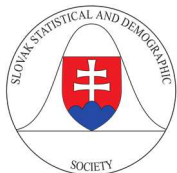
Publikačná etika a vyhlásenie k nekalým praktikám

Redakčná rada Forum Statisticum Slovacum (ďalej len RR FSS) sa v plnom rozsahu stotožňuje s princípmi etiky publikovania deklarovanými Výborom pre publikačnú etiku. RR FSS prijíma štandardy publikačnej etiky a zavádza opatrenia proti akejkoľvek publikácii s nekalými praktikami. Autori predkladajú svoje práce do časopisu na publikovanie s vyhlásením, že predložené práce sú príspevky autorov a neboli kopírované alebo plagizované z iných prác. Editori posudzujú rukopisy na základe ich intelektuálneho obsahu, bez ohľadu na rasu, pohlavie, sexuálnu orientáciu, náboženské vyznanie, etnický pôvod, štátnu príslušnosť alebo politickú filozofiu autorov. RR FSS očakáva, že všetky strany podieľajúce sa na FSS dodržia publikačnú etiku. RR FSS nebude tolerovať plagiátorstvo alebo iné neetické správanie a neuverejní rukopis, ktorý nespĺňa tieto normy.

Zodpovednosť autorov: Autori potvrdzujú, že ich rukopis je ich pôvodnou prácou, že nebol doteraz uverejnený v rovnakej podobe a zároveň nie je v súčasnej dobe podaný na uverejnenie inde. Autori musia bezodkladne oznámiť RR FSS všetky strety záujmov. Autori musia uviesť všetky zdroje použité pri tvorbe svojho rukopisu. Autori musia bezodkladne nahlásiť všetky chyby, ktoré objavia vo svojom rukopise RR FSS.

Zodpovednosť recenzentov: Recenzenti musia oznámiť RR FSS všetky strety záujmov. Recenzenti musia uchovávať informácie týkajúce sa rukopisu ako dôvernú. Recenzent musí upozorniť predsedu RR FSS na informácie, ktoré môžu byť dôvodom na zamietnutie vydania rukopisu. Recenzenti posudzujú rukopisy len na základe ich intelektuálneho obsahu.

Zodpovednosť RR FSS: RR FSS musí uchovávať informácie o podaných rukopisoch ako dôvernú. RR FSS musí posúdiť rukopisy len na základe ich intelektuálneho obsahu. RR FSS rozhoduje o zverejnení predložených rukopisov. RR FSS odmietne príspevok, ktorý nie je v súlade s požiadavkami etiky publikovania.



Publication ethics and malpractice statement

The Editorial Board of Forum Statisticum Slovacum (hereinafter abbreviated as EB/FSS) is fully associated with the principles of ethics of publication declared by the Committee of Publication Ethics. The EB/FSS is committed to upholding the highest standards of publication ethics and takes all possible measures against any publication malpractices. Authors submitting their works to the journal for publication as original articles attest that the submitted works represent their authors' contributions and have not been copied or plagiarized in whole or in part from other works. An editor at any time evaluate manuscripts for their intellectual content without regard to race, gender, sexual orientation, religious belief, ethnic origin, citizenship, or political philosophy of the authors. The EB/FSS expects all parties participating in the publication of Forum Statisticum Slovacum commit to these publication ethics. The EB/FSS does not tolerate plagiarism or other unethical behaviour and will remove any manuscript that does not meet these standards.

Author responsibilities: Authors certify that their manuscripts are their original work unpublished previously elsewhere in the same form and not currently being considered for publication elsewhere. Authors must notify the EB/FSS of any conflicts of interest without any delay. Authors must identify all sources used in the creation of their manuscript. Authors must report any errors they discover in their manuscript to the EB/FSS without any delay.

Reviewer responsibilities: Reviewers must notify the EB/FSS of any conflicts of interest. Reviewers must keep information pertaining to the manuscript confidential. Reviewers must bring to the attention of the head of EB/FSS any information that may be reason to reject publication of a manuscript. Reviewers must evaluate manuscripts only for their intellectual content.

Editorial responsibilities: The EB/FSS must keep information pertaining to submitted manuscripts confidential. The EB/FSS must evaluate manuscripts only for their intellectual content. The EB/FSS is responsible for making publication decisions for submitted manuscripts. EB/FSS refuses the manuscript, which is not in accordance with the requirements of publishing ethics.

Obsah / Table of contents

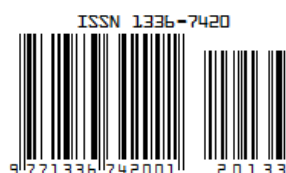
Vedecké a odborné články / Regular and instructive papers

Otázky týkajúce sa hodnotenia šírenia koronavírusu% Questions concerning the coronavirus spread assessment%	
Mikuláš Cár	1
Využitie indexu relatívnej sily pri obchodovaní na akciových trhoch Application of the Relative Strength Index in stock market trading	
Tadeáš Chujac	11
Vybrané metodologické aspekty aplikácie DEA pri meraní efektívnosti jednotiek Selected methodological aspects of applying DEA in measuring efficiency of units	
Viera Mendelová, Pavol Král'	27
Štatistické programovanie v jazyku R v prostredí modulu BASE softwarového systému SAS% Statistical programming in the R language in the BASE module environment of the SAS software system%	
Roman Pavelka	41

% = odborný článok / instructive paper

Zo života SŠDS / From the life of SŠDS

Predbežný plán akcií konaných pod záštitou SŠDS v roku 2021 [Informácia o plánovaných akciách SŠDS] Preliminary schedule of events under the aegis of SŠDS in 2021 [Information on planned events by SŠDS]	
Martin Boda	52



Cena / price: 25 €
Ročné predplatné / annual subscription: 50 €
Publikované / published: December 2020