

**EKONOMICKÁ UNIVERZITA V BRATISLAVE**  
**NÁRODOHOSPODÁRSKA FAKULTA**

Evidenčné číslo: 101007/B/2024/421000429447

**STAVBA A DIVERZIFIKÁCIA INVESTIČNÉHO**  
**PORTFÓLIA**

**Bakalárska práca**

**EKONOMICKÁ UNIVERZITA V BRATISLAVE**  
**NÁRODOHOSPODÁRSKA FAKULTA**

Evidenčné číslo: 101007/B/2024/421000429447

**STAVBA A DIVERZIFIKÁCIA INVESTIČNÉHO  
PORTFÓLIA**

**Bakalárska práca**

**Študijný program:** Financie, bankovníctvo a poisťovníctvo

**Študijný odbor:** Ekonómia a manažment

**Školiace pracovisko:** Katedra bankovníctva a medzinárodných financií

**Vedúci záverečnej práce :** Jakub Tabaček, MSc.

## **Abstrakt**

VRAŽDA, Martin: *Stavba a diverzifikácia investičného portfólia*. – Ekonomická univerzita v Bratislave. Národohospodárska fakulta; Katedra bankovníctva a medzinárodných financií. – Vedúci záverečnej práce: MSc. Jakub Tabaček. – Bratislava: NHF EU, 2024, 47 s.

Záverečná práca je vypracovaná na tému: „*Stavba a diverzifikácia investičného portfólia*“. Cieľom záverečnej práce je tvorba diverzifikovaného investičného portfólia z reálnych obchodovateľných aktív a jeho následná optimalizácia pre splnenie požadovaných podmienok investora. Jednotlivé časti záverečnej práce boli zamerané na teoretické vymedzenie skúmanej problematiky a jej praktickú aplikáciu. Teoretické vymedzenie je zamerané na predstavenie investičného prostredia, finančných nástrojov a kritérií finančného investovania. Hlavný prístup je formovaný na základe modernej teórie portfólia. Úvod praktickej časti tvorí výber cenných papierov s dôrazom na diverzifikáciu. Ďalej je práca zameraná na kvantifikáciu základných štatistík pre tvorbu optimalizačného modelu. Prostredníctvom modelu je vykonaná optimalizácia na základe nami určených podmienok. Výsledkom riešenia danej problematiky je vytvorenie portfólií na základe preferencií investora a poukázanie na efektivitu diverzifikácie. Výsledkom je aj poukázanie na nevýhody využitého modelu a vytvorenie odporúčaní pre investora.

**Kľúčové slová:** Diverzifikácia, Optimalizácia, Portfólio, Moderná teória portfólia

## **Abstract**

VRAŽDA, Martin: *Portfolio Construction and Diversification*. – University of Economics in Bratislava. Faculty of National Economy; Department of Banking and International Finance. – Thesis Supervisor: MSc. Jakub Tabaček. – Bratislava: NHF EU, 2024, 47 pages

The final thesis is written on the topic "Construction and diversification of investment portfolio". The aim of the thesis is the construction of a diversified investment portfolio from real tradable assets and its subsequent optimization to meet the desired conditions of the investor. The individual parts of the thesis were focused on the theoretical definition of the studied issue and its practical application. The theoretical definition is aimed at introducing the investment environment, financial instruments and criteria of financial investment. The main approach is formed on the basis of modern portfolio theory. The practical part is opened by the selection of securities with an emphasis on diversification. Next, the work is focused on quantifying the basic statistics for the construction of the optimization model. Through the model, the optimization is performed based on the conditions we have specified. As a result of solving the given problem, portfolios are constructed based on investor preferences and the effectiveness of diversification is highlighted. As a result, it also highlights the disadvantages of the model used and makes recommendations for the investor.

**Key words:** Diversification, Optimalization, Portfolio, Modern portfolio theory

# Obsah

|   |           |
|---|-----------|
| Úvod .....  | 7         |
| <b>1 Prehľad literatúry .....</b>   | <b>8</b>  |
| <b>2 Súčasný stav riešenej problematiky doma a v zahraničí.....</b>           | <b>10</b> |
| 2.1 Finančný trh .....  | 10        |
| 2.2 Finančné nástroje .....   | 11        |
| 2.2.1 Akcie .....   | 12        |
| 2.2.2 Dlhopisy kapitálového trhu.....   | 12        |
| 2.2.3 Nástroje peňažného trhu .....   | 13        |
| 2.2.4 Derivátové nástroje .....   | 13        |
| 2.3 Teória portfólia.....   | 14        |
| 2.4 Kritéria finančného investovania .....                                    | 14        |
| 2.4.1 Výnos .....   | 15        |
| 2.4.2 Riziko.....   | 18        |
| 2.4.3 Likvidita.....  | 22        |
| 2.5 Výber optimálneho portfólia.....  | 23        |
| 2.5.1 Prípustná a efektívna množina portfólií.....                            | 23        |
| 2.5.2 Optimálne portfólio.....  | 24        |
| 2.5.3 Línia kapitálového trhu a trhové portfólio .....                        | 25        |
| <b>3 Cieľ práce, metodika práce a metódy skúmania .....</b>                   | <b>26</b> |
| <b>4 Výsledky práce. ....</b>   | <b>28</b> |
| 4.1 Výber cenných papierov .....  | 28        |
| 4.1.1 Výber akcií.....  | 28        |
| 4.1.2 Výber ostatných cenných papierov .....                                  | 29        |
| 4.2 Tvorba modelu portfólia .....   | 31        |
| 4.2.1 Výpočet výnosu a rizika jednotlivých cenných papierov .....             | 31        |
| 4.2.2 Kovariancia a korelačné koeficienty jednotlivých cenných papierov ..... | 32        |
| 4.2.3 Tvorba portfólií.....   | 34        |
| <b>5 Diskusia.....</b>  | <b>39</b> |
| <b>Záver .....</b>  | <b>43</b> |
| <b>Zoznam použitej literatúry .....</b>                                       | <b>44</b> |
| <b>Prílohy.....</b>   | <b>47</b> |

## Zoznam grafov, tabuliek a obrázkov

|   |    |
|---|----|
| Graf 1: Množina prípustných portfólií a efektívna hranica .....                     | 34 |
| Graf 2: Porovnanie výnosu a rizika jednotlivých aktív a portfólií .....             | 40 |
| Graf 3: Efektívna hranica v rôznych historických obdobiach .....                    | 41 |
| Tabuľka 1: Vybrané cenné papiere do portfólia .....                                 | 30 |
| Tabuľka 2: Prehľad základných štatistík k jednotlivým cenným papierom .....         | 32 |
| Tabuľka 3: Variačnokovariačná matica .....  | 33 |
| Tabuľka 4: Korelačná matica .....   | 33 |
| Tabuľka 5: Portfólio s rovnomerne rozloženými váhami .....                          | 35 |
| Tabuľka 6: Portfólio s minimálnym rizikom .....                                     | 36 |
| Tabuľka 7: Portfólio minimalizujúce riziko, pri zachovaní výnosu .....              | 37 |
| Tabuľka 8: Portfólio maximalizujúce výnos, pri zachovaní rizika .....               | 37 |
| Tabuľka 9: Portfólio s maximálnym Sharpe ratio .....                                | 38 |
| Tabuľka 10: Portfólio s maximálnym Sharpe ratio a s minimálnou váhou aktív 5% ..... | 38 |
| Obrázok 1: Rozdelenie finančných cenných papierov .....                             | 12 |
| Obrázok 2: Investičný trojuholník .....   | 15 |
| Obrázok 3: Porovnanie dvoch pravdepodobnostných rozdelení výnosov .....             | 19 |
| Obrázok 4: Efektívne a prípustné portfóliá .....                                    | 24 |
| Obrázok 5: Efektívna hranica a priamka CML .....                                    | 25 |
| Príloha 1: Histogram výnosností akcií .....   | 47 |
| Príloha 2: Histogram výnosnosti ETF .....   | 47 |

## Úvod

Investor má pri tvorbe portfólia na výber z obrovského množstva aktív. Keď si uvedomíme počet možných aktív a rôzne pomery, v ktorých môžu byť držané, proces rozhodovania môže byť pre investora ochromujúci. Zloženie portfólia môže byť výsledkom série náhodných a nesúvisiacich rozhodnutí alebo výsledkom zámerného plánovania. Dôležitým a známym pojmom pri tvorbe portfólia je diverzifikácia, ktorá nám umožňuje znížiť celkové riziko portfólia. Na druhej strane neschopnosť podstupovať primerané riziká môže tiež viesť k nedostatočnej výkonnosti. Preto hľadanie a využívanie spôsobov ako optimalizovať svoje portfólio má pre investora veľký význam.

Problematika stavby a diverzifikácie investičného portfólia sa v oblasti investícií rieši neustále. Ide o veľmi obsírnú tému, ku ktorej existuje veľké množstvo teoretických prístupov. V prvej časti tejto práce je našim cieľom predstaviť investičné prostredie a jednotlivé cenné papiere, s ktorými investor prichádza do styku. Naš hlavný teoretický prístup je formovaný na základe modernej teórie portfólia, ktorej autorom je Harry Markowitz. Prístup zaradenia investície do prostredia výnosu a rizika nie je novinkou, napriek tomu je stále aktuálny a využíva sa dodnes.

Hlavným cieľom praktickej časti je vytvorenie modelového portfólia s reálnych obchodovateľných aktív. Na tomto portfóliu chceme demonštrovať proces zostavenia portfólia resp., ako investor môže navrhovať svoje podmienky, aby mu zostal zvládnuteľný počet alternatív. Ďalej si predstavíme podmienky, ktoré by mal investor zahrnúť pre dobre diverzifikované portfólio. Po výbere vhodných aktív do portfólia si predstavíme kvantitatívnu analýzu, ktorá nás navedie k spôsobu, ako dosiahnuť správnu rovnováhu medzi veľkosťou expozície a riadením rizík, aby sa dosiahli investičné ciele.

Modelovanie portfólií na základe historických uzatváracích cien jednotlivých aktív nám dáva možnosť nájsť také kombinácie váh, ktoré pri zachovaní výnosu portfólia dokážu znížiť jeho riziko alebo naopak pri zachovaní rizikovosti portfólia, zvýšiť jeho výnos. Samozrejme, ako každý iný prístup má aj tento svoje nevýhody, ktorým sa budeme venovať v závere praktickej časti, kde si predstavíme aj odporúčania pre riešenie daných problémov.

# 1 Prehľad literatúry

V oblasti finančného riadenia je stavba a diverzifikácia investičného portfólia dôležitým aspektom pre dosiahnutie stavu maximalizujúceho výnos a minimalizujúceho riziko. Rozvoj teórie investičného portfólia a konceptu jeho diverzifikácie sa začal formovať už v prvej polovici 20. storočia a jeho vývoj bol výrazne ovplyvnený myšlienkami viacerých významných ekonómov.

Problém alokácie kapitálu tu je od vzniku finančných nástrojov, avšak ako prvý teóriu portfólia rozpracoval nositeľ Nobelovej ceny Harry Markowitz vo svojej modernej teórii portfólia (Modern Portfolio Theory – MPT) v diele „Portfolio Selection“, v roku 1952. Markowitz v tomto diele vyzdvihol potrebu diverzifikácie spolu s rozpracovaním matematického rámca, ktorý formálne kvantifikuje výhody diverzifikácie.<sup>1</sup>

Samotný koncept diverzifikácie už vtedy nebol ničím novým. Otázke diverzifikácie sa už v 30. rokoch 20. storočia venoval J. B. Williams vo svojej knihe „The Theory of Investment Value“. Williams kladie veľký dôraz na minimalizáciu rizika v investičnom portfóliu a poukazuje na to, že diverzifikácia môže pomôcť znižovať systematické riziko, ktoré je spojené s celým trhom. Markowitzov prínos oproti Williamsovému bol omnoho komplexnejší.<sup>2</sup>

Markowitz poukázal na to, že pre investora nie je dôležitý rozptyl výnosov jednotlivých aktív v portfóliu. To čo v skutočnosti investora zaujíma, je príspevok jednotlivých aktív k riziku celého portfólia, teda kovariancia medzi jednotlivými aktívami. Predchodcovia MPT sa viac menej intuitívne dopracovali k potrebe diverzifikácie portfólia s odporúčaním pre investorov „... not to put all of your eggs in one basket...“ („nedávajte všetky vajcia do jedného koša“), upozorňujúc na riziko, ktoré môže nastať pri takomto spôsobe investovania. Prínosom Markowitzového modelu, tiež nazývaného ako model strednej odchýlky, nie je len stanovenie koncepcie diverzifikácie portfólia, ale aj určenie spôsobu, ako diverzifikácia redukuje riziko. Podľa Markowitzovho prístupu môže investor znížiť riziko, ktoré je spojené s jeho portfóliom tak, že bude mať v držbe také kombinácie aktív, ktoré nie sú vysoko pozitívne korelované. Množinu efektívnych portfólií možno dostať

---

<sup>1</sup> MARKOWITZ, H. Portfolio Selection.[elektronický zdroj]. The Journal of Finance. 1952, roč. 7, vyd. 1. 77-91 s. Dostupné na: <https://www.jstor.org/stable/2975974>

<sup>2</sup> Williams, John B. The Theory of Investment Value. 1 vyd. Masterton: Fraser Publishing Company, 1997, 525 s. ISBN 978-0-8703-4126-7

sústredením sa na návratnosť portfólia, ktorá je váženou kombináciou výnosov aktív v portfóliu a riziko portfólia.<sup>3</sup>

Ďalší ekonómovia, ako W. F. Sharpe, J. Lintner a G. J. Alexander nadviazali na Markowitzove teórie a rozšírili ich o problematiku oceňovania portfólia a tvorbu efektívnych modelov. V roku 1964 William F. Sharpe rozšíril teóriu portfólia kvantifikáciou systematického (trhového) rizika použitím tzv. faktoru beta, ktorý je súčasťou jeho modelu CAPM (Capital Asset Pricing Model).<sup>4</sup>

K uvažovaniu o výbere jednotlivých aktív do portfólia významne prispel Benjamin Graham, ktorý svojím hodnotovým prístupom k investovaniu zdôrazňuje dôležitosť fundamentálnej analýzy a vyhľadávania podhodnotených aktív.<sup>5</sup>

Celkovo každý prístup k stavbe a diverzifikácii investičného portfólia vytvára bohatý teoretický základ pre portfóliových manažérov. Každý prístup má svoje vlastné výhody a nevýhody, a preto je dôležité pochopiť ich vzájomné prepojenie a zohľadniť aktuálne podmienky trhu pri tvorbe optimálneho portfólia.

---

<sup>3</sup> CHOVANCOVÁ, Božena – ÁRENDÁŠ, Peter. *Manažment portfólia v kolektívnom investovaní*. 1. vyd. Praha: Wolters Kluwer ČR, 2020, s. 69 ISBN 978-80-7598-638-2.

<sup>4</sup> SHARPE, W. F. Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium Under Conditions of Risk. *The Journal of Finance*. 1964, no. 19

<sup>5</sup> GRAHAM, Benjamin – ZWEIG, Jason. *Inteligentní investor*. 1. vyd. Praha: GRADA Publishing, a.s., 2007, 504 s. ISBN 80-247-1792-0

## 2 Súčasný stav riešenej problematiky doma a v zahraničí

Stavba a diverzifikácia investičného portfólia sú jedny z hlavných činností portfóliového manažmentu. Pre lepšie pochopenie skúmanej problematiky si najskôr zdefinujeme základné pojmy spojené s danou problematikou.

### 2.1 Finančný trh

Finančné trhy sú neoddeliteľnou súčasťou trhovej ekonomiky a predpokladom ekonomického rastu a rozvoja jednotlivých krajín. Podľa definície Rudolfa Siváka „*finančný trh je miesto, na ktorom sa stretáva ponuka voľných finančných prostriedkov v podobe úspor a dopyt po týchto prostriedkoch, ktoré sa využívajú ako investície. Na strane ponuky vystupujú tzv. prebytkové subjekty, ktoré majú dočasne voľné zdroje a potrebujú ich umiestniť na finančnom trhu. Ide o veriteľov alebo investorov. Na strane dopytu vystupujú tzv. deficitné subjekty, ktoré v danom okamihu nemajú dostatok finančných zdrojov. Sú to dlžníci alebo emitenti cenných papierov, ktorí takýmto spôsobom získavajú finančné zdroje.*“<sup>6</sup>

Podľa definície Boženy Hrvoľovej finančný trh možno definovať ako „*formu trhu, na ktorom finančný sprostredkovateľia prostredníctvom finančných nástrojov a mechanizmu finančného trhu zabezpečujú pohyb krátkodobého, strednodobého a dlhodobého kapitálu medzi jednotlivými ekonomickými subjektami v národnom i medzinárodnom meradle.*“<sup>7</sup>

Podľa Mcmillan ľudia používajú finančný systém na šesť hlavných účelov:

1. Ušetriť peniaze do budúcnosti
2. Požičať si peniaze pre súčasné použitie
3. Získať vlastný kapitál
4. Na riadenie rizík
5. Na výmenu aktív za okamžité a budúce dodávky
6. Na obchodovanie s informáciami<sup>8</sup>

Ľudia finančný trh často využívajú na viacero účelov zároveň. Príkladom môže byť investor, ktorý kupuje akcie plynovej ťažiarskej spoločnosti, ktorý tak robí preto, aby jednak presunul svoje úspory z prítomnosti do budúcnosti, aby sa zabezpečil voči riziku vyšších cien energií a aby využil informácie z fundamentálnej analýzy, ktoré naznačujú, že akcie spoločnosti sú na trhu podhodnotené. Týchto šesť hlavných účelov finančného trhu

---

<sup>6</sup> SIVÁK, Rudolf a kol. *Financie*. 1. vyd. Bratislava: Wolters Kluwer, 2015, s. 34 ISBN 978-80-8168-232-2

<sup>7</sup> HRVOĽOVÁ, Božena a kol. *Analýza finančných trhov*. 3. vyd. Praha: Wolters Kluwer, 2015, s. 19 ISBN 978-80-7478-948-9

<sup>8</sup> MCMILLAN, Michael, et al. *Investments: Principles of Portfolio and Equity Analysis*. Hoboken: John Wiley&Sons Inc., 2011, s. 2 ISBN 978-1-118-00116-5

spomínaných vyššie nám pomáha lepšie pochopiť prečo ľudia obchodujú. Ľudia často majú peniaze, ktoré sa rozhodnú neminúť teraz, ale chcú ich mať k dispozícii v budúcnosti. Príkladom môže byť zamestnanec, ktorý si šetrí na dôchodok a potrebuje presunúť časť svojich aktuálnych príjmov do budúcnosti. Keď odíde na dôchodok, využije svoje úspory, aby nahradil mzdu, ktorú už nedostáva. Podobne firmy šetría peniaze, ktoré dosahujú z tržieb alebo zo zisku, aby vyplatili dodávateľov, splácali dlhy alebo nadobudli majetok v budúcnosti. Avšak lepšie ako šetrenie pri presúvaní peňazí do budúcnosti minimálne pre ich ochranu pred infláciou je investovanie. Preto sporitelia nakupujú vkladné certifikáty, dlhopisy, akcie, podielové fondy alebo reálne aktíva, ako nehnuteľnosti. Tieto alternatívy celkovo poskytujú vyšší očakávaný výnos, ako jednoduché odkladanie peňazí na účet bez zhodnotenia. Sporitelia následne v budúcnosti predajú tieto aktíva na financovanie svojich budúcich výdavkov. Takýto sporiteľ, ktorý využíva svoje peniaze na získanie finančného výnosu sa nazývajú investori. Investori požadujú primeranú mieru výnosnosti kým sú ich peniaze investované. Primeraná miera výnosnosti vychádza z rizika investície, keďže kompenzuje riziko straty týchto peňazí ak investícia zlyhá alebo inflácia zníži reálnu hodnotu investície. Finančný trh uľahčuje sporenie, keď inštitúcie vytvárajú investičné nástroje, ktoré môžu investori nadobúdať a predávať bez toho, aby platili značné transakčné náklady. Existencia investičných nástrojov v dobre fungujúcom finančnom systéme s nízkymi transakčnými nákladmi je mimoriadne dôležitá pre ekonomický blahobyt. Ak sú tieto nástroje spravodlivo ocenené a ľahko sa s nimi obchoduje, investori budú využívať svoje obmedzené kapitálové zdroje na zvýšenie úspor.<sup>9</sup>

## 2.2 Finančné nástroje

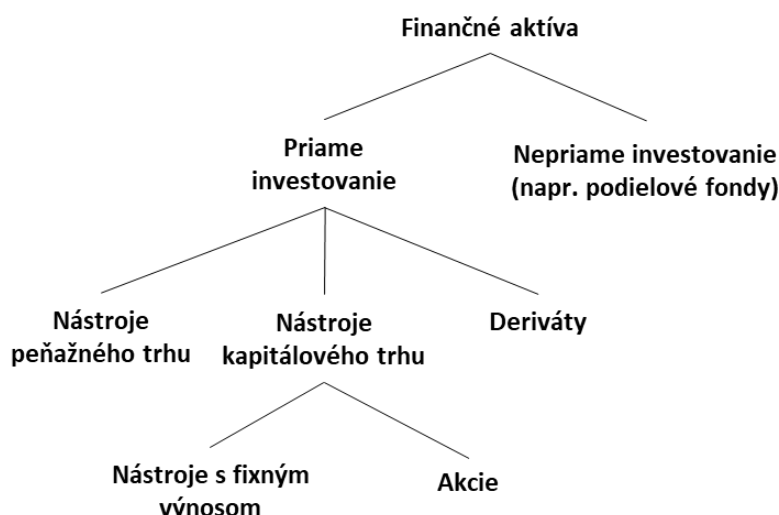
Najjednoduchším spôsobom ako zoskupiť investičné aktíva je uvažovať o nich ako o triedach aktív. Každá trieda aktív zodpovedá určitej úrovni rizika. Aktíva v každej triede je potom možné rozdeliť podrobnejšie do podskupín. Finančné aktíva sú rozdelené do troch hlavných tried: akcie, dlhopisy a nástroje peňažného trhu. K týmto triedam aktív možno pridať aj triedu derivátových nástrojov. Klasifikácia sa môže vykonávať aj podľa geografického členenia. Pre lepšie pochopenie kategorizácie finančných cenných papierov považujeme za užitočné využiť schému, ktorú zobrazuje obrázok 1.<sup>10</sup>

---

<sup>9</sup> MCMILLAN, Michael, et al. *Investments: Principles of Portfolio and Equity Analysis*. Hoboken: John Wiley&Sons Inc., 2011, s. 2-8 ISBN 978-1-118-00116-5

<sup>10</sup> AMENC, Noel – LE SOURD, Veronique. *Portfolio Theory and Performance Analysis*. Chichester: John Wiley & Sons Inc., 2003, s. 3 ISBN 0-470-85874-5

Obrázok 1: Rozdelenie finančných cenných papierov



Zdroj: Vlastné spracovanie podľa Elton (2014)<sup>11</sup>

### 2.2.1 Akcie

Akcia predstavuje podiel jej vlastníka na základnom kapitáli spoločnosti. Akcie možno rozdeliť na kmeňové a prioritné pričom vlastník kmeňovej akcie má hlasovacie práva, ale dividendy ani podiely na likvidačnom zostatku nie sú ich majiteľom zaručené. Vlastník prioritnej akcie má prednostný nárok na vyplácanie dividend, pričom výška dividendy sa vypočítava podľa zisku spoločnosti. Akcie predstavujú najrizikovejšiu triedu aktív, ale ako kompenzáciu poskytujú dlhodobo vyššiu návratnosť investícii, ako iné druhy aktív. Akcie je možné deliť sektorovo, od toho či ide o rastové alebo hodnotové akcie alebo od veľkosti trhovej kapitalizácie spoločnosti.<sup>12</sup>

### 2.2.2 Dlhopisy kapitálového trhu

Dlhopisy sú cenné papiere, ktoré reprezentujú pôžičku emitenta. Dlhopisy kapitálového trhu (bonds) možno členiť podľa emitenta, ktorým môže byť štát, samospráva, banka alebo firma. Tieto cenné papiere vedú k pravidelnému vyplácaniu kupónov, ktoré predstavujú úrok z pôžičky a k splateniu cenného papiera v čase maturity. To znamená, že peňažný tok je známy vopred. Dlhopisy predstavujú investíciu, ktorá je menej riziková ako akcie, ale z dlhodobého hľadiska aj menej výnosná. Ich riziko sa analyzuje dvoma spôsobmi:

<sup>11</sup> ELTON, Edwin J. et al. *Modern Portfolio Theory and Investment Analysis*. 9. vyd. United Kingdom: Wiley, 2014, s. 12 ISBN 978-1-118-46994-1

<sup>12</sup> SIVÁK, Rudolf a kol. *Financie*. 1. vyd. Bratislava: Wolters Kluwer, 2015, s. 61-62 ISBN 978-80-8168-232-2

1. Riziko nesplatenia alebo kreditné riziko sa hodnotí podľa kvality emitenta, ktorá sa meria ratingovým systémom. Rating umožňuje prepojiť výnos dlhopisu s jeho rizikom.
2. Trhové riziko alebo úrokové riziko, ktoré sa analyzuje ako funkcia nákladov obetovanej príležitosti, ktorá predstavuje rozdiel medzi výnosom dlhopisu a výnosom trhu v ekvivalentnej dobe splatnosti.<sup>13</sup>

### 2.2.3 *Nástroje peňažného trhu*

Peňažný trh je vysoko likvidný a flexibilný trh, na ktorom sa obchodujú cenné papiere so splatnosťou do jedného roka. Najväčší objem zobchodovaných cenných papierov na peňažnom trhu predstavujú štátne pokladničné poukážky (treasury bills). Táto kategória aktív nie je veľmi riziková, čo súvisí aj s výnosom, ktorý je nižší. Štátne pokladničné poukážky zaradujeme do kategória bez kupónových alebo diskontovaných dlhopisov, pretože ich menovitá hodnota v čase nákupu je vždy nižšia ako v deň splatnosti. Ich výnosnosť sa často označuje ako bezriziková úroková sadzba, ktorá tvorí benchmark peňažného trhu. Nástroje peňažného trhu pomáhajú riadiť hotovosť v portfóliu, pretože patria medzi najlikvidnejšie.<sup>14</sup>

### 2.2.4 *Derivátové nástroje*

Táto trieda aktív dopĺňa tradičné finančné nástroje spomínané vyššie. Derivátové nástroje sú cenné papiere, ktorých hodnota sa odvíja od hodnoty podkladového cenného papiera alebo koša cenných papierov. Najbežnejšími derivátmi sú opcie, futurity (štandardizovaný forward) a swapy. Hlavným, ale aj pôvodným cieľom derivátov je hedging, a teda eliminácia rizika alebo strát v dôsledku prudkých výkyvov na trhu. Deriváty prenášajú riziko z jedného investora na druhého. Opcia je cenný papier, ktorý dáva držiteľovi právo buď kúpiť (kúpna opcia), alebo predat' (predajná opcia) určité aktívum alebo balík aktív vo vopred stanovenom termíne. Kupujúci za opciu zaplatí určitú cenu (opčnú prémii), čo ho oprávňuje aj opciu nevyužiť a nechať ju exspirovať bez plnenia. Futurita oproti opcii nedáva možnosť, ale záväzok kúpiť alebo predat' podkladové aktívum v určitom čase, v stanovenom objeme za stanovenú cenu. Každá strana, ktorá sa zúčastňuje obchodu s týmito derivátmi je presvedčená, že cena podkladového aktíva sa bude vyvíjať opačným smerom, ako

---

<sup>13</sup> AMENC, Noel – LE SOURD, Veronique. *Portfolio Theory and Performance Analysis*. Chichester: John Wiley & Sons Inc., 2003, s. 4 ISBN 0-470-85874-5

<sup>14</sup> SIVÁK, Rudolf a kol. *Financie*. 1. vyd. Bratislava: Wolters Kluwer, 2015, s. 47-49 ISBN 978-80-8168-232-2

predpokladá druhá strana. Každá strana vyhodnotí riziko opačne, a preto sú deriváty často považované za nástroj s nulovým súčtom ziskov a strát.<sup>15</sup>

Tieto triedy aktív s rôznou úrovňou rizika, umožňujú investorom rozložiť svoje investície, podľa plánovaného trvania investície a rizika, ktoré je investor ochotný podstúpiť. Investori tak môžu predvídať priemerný výnos svojej investície. Diverzifikácia investície medzi rôznymi triedami aktív, ako aj v rámci jednotlivých tried, je dôležitým faktorom pri riadení portfólia.

### 2.3 Teória portfólia

Vzhľadom na obrovské množstvo investičných alternatív dostupných na trhu, ako základné cenné papiere alebo deriváty, rozhodnutie investora musí byť spravené jednoducho so zohľadnením obmedzeného počtu alternatív, aby sa dosiahol optimálny súbor aktív pre najlepšie možné portfólio. Portfólio je jednoducho súbor určitého počtu aktív (aspoň dvoch), ktoré predstavujú investíciu investora. Proces riadenia portfólia zahŕňa postupné kroky analýzy cenných papierov, analýzy portfólií a výber portfólia. Vo fáze analýzy cenných papierov sa pozornosť zameriava na predpovedanie výnosov z cenných papierov na jedno časové obdobie do budúcnosti, tzv. obdobie držby alebo investičný horizont. Analýza portfólia je založená na troch štatistických vstupoch vzhľadom na výnos aktív, a to očakávaná miera výnosnosti, rozptyl (alebo ekvivalentne štandardná odchýlka) výnosov a kovariancia (alebo ekvivalentne korelačný koeficient) medzi výnosmi všetkých dvojíc aktív v portfóliu. V poslednej fáze cieľom procesu výberu portfólia je vybrať najlepšie portfólio z toho, čo je známe ako efektívna hranica, a to na základe očakávaného výnosu a rizika portfólia, čo sú dva piliere modernej teórie portfólia.<sup>16</sup>

### 2.4 Kritéria finančného investovania

Pri tvorbe a manažmente portfólia je dôležité správne ohodnotenie investičných príležitostí, vzhľadom na to, že pri investovaní sa vzdávame súčasnej spotreby, na získanie budúcej vyššej hodnoty, ktorá je však v realite vždy neistá. Výsledkom investovania rovnako, ako môže byť zisk, môže byť aj strata. Investor si pred realizáciou konkrétnej investície vyberá z jednotlivých investičných príležitostí, tak aby daný výber zodpovedal jeho investičným preferenciám. Zarámcovať tieto preferencie pomáha jeho vlastný systém kritérií, ale vo všeobecnosti môžeme uviesť tieto tri základné kritéria:

---

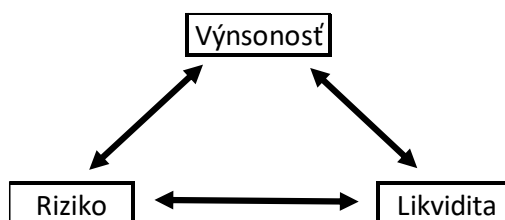
<sup>15</sup> ELTON, Edwin J. et al. *Modern Portfolio Theory and Investment Analysis*. 9. vyd. United Kingdom: Wiley, 2014, s. 17-18 ISBN 978-1-118-46994-1

<sup>16</sup> CHAKRABARTY, Siddhartha P. – KANAUIYA, Ankur. *Mathematical Portfolio Theory and Analysis*. 1. vyd. Singapore: Birkhäuser, 2023, s. 33 ISBN 978-981-19-8543-0

- Výnos, resp. miera výnosu (výnosnosť)
- Miera rizika
- Likvidita

Tieto tri kritéria sú často označované ako vrcholy investičného trojuholníka a cieľom každého investora je získať tieto úrovne: maximálnu výnosnosť pri minimálnej miere rizika a zároveň pri čo možnej najvyššej likvidite.<sup>17</sup>

Obrázok 2: Investičný trojuholník



Zdroj: Vlastné spracovanie

V reálnom ekonomickom svete však nie je možné dosiahnuť tento cieľ, a preto sa investor medzi týmito kritériami musí rozhodovať.

#### 2.4.1 Výnos

Výnos predstavuje motív, teda dôvod investovania kapitálu. Je to forma odmeny, ktorú investor očakáva za to, že podstupuje riziko straty investovaného kapitálu. Zjednodušene môžeme povedať, že výnosom z finančnej investície sa rozumie súhrn všetkých jej peňažných príjmov od momentu, kedy investor vloží svoje prostriedky do investície do času posledného príjmu plynúceho z tejto investície. Z vecného hľadiska môžeme rozlíšiť, či ide o hrubý výnos (bez zohľadnenia nákladov), alebo čistý výnos (so zohľadnením nákladov). Ďalej môžeme rozlíšiť časové hľadisko výnosu, kde sledujeme historický výnos (ex post), na ktorý využijeme historické dáta a očakávaný výnos (ex ante), na ktorý využijeme prognózované výnosnosti.<sup>18</sup>

Finančné aktíva normálne generujú dva typy výnosov pre investora. Ako prvý môžeme očakávať pravidelný výnos prostredníctvom dividend pri akciách alebo pri vlastníctve obligácie vo forme kupónového výnosu. Tento výnos nazývame aj dôchodok.

<sup>17</sup> BIKÁR, Miloš – KMEŤKO, Miroslav. *Finančné investície*. 1. vyd. Bratislava: EKONÓM, 2019, s. 9-10 ISBN 978-80-225-4628-7.

<sup>18</sup> BIKÁR, Miloš – KMEŤKO, Miroslav. *Finančné investície*. 1. vyd. Bratislava: EKONÓM, 2019, s. 10-11 ISBN 978-80-225-4628-7.

Ako druhý, pri predaji cenného papiera môžeme očakávať kapitálový zisk alebo stratu, vzhľadom na rozdiel medzi predajnou a nákupnou cenou cenného papiera.<sup>19</sup>

Absolútny výnos finančnej investície môžeme matematicky zapísať takto:

$$R = I + K \quad (1)$$

$$K = P_n - P_{n-1} \quad (2)$$

Kde:

$R$  – celkový výnos,

$I$  – dôchodok,

$K$  – kapitálový zisk/strata,

$P_n$  – cena finančného inštrumentu n-tom období,

$P_{n-1}$  – cena finančného inštrumentu v n-1 období.

Relatívnu výnosnosť vypočítame ako relatívnu zmenu ceny aktíva za dané obdobie, prípadne zvýšenú o dôchodok (výplata dividend). Výnosnosť aktíva  $r_n$  je daná vzťahom:

$$r_n = \frac{(P_n - P_{n-1}) + D_n}{P_{n-1}} \quad (3)$$

Kde:

$D_n$  – dôchodok v n-tom období (napr. výplata dividend)

Táto metóda výpočtu má však jednu nevýhodu. Jednoduché výnosy za čiastkové obdobia nemožno sčítať, aby sa získal výnos za dlhšie obdobie. To je dôvod prečo sa často využíva logaritmický výnos, ktorý sa dá v priebehu času sčítať. S rovnakým zápisom ako v predchádzajúcich vzorcoch logaritmický výnos aktíva vyjadríme takto<sup>20</sup>:

$$R_n = \ln \frac{P_n + D_n}{P_{n-1}} \quad (4)$$

Na výpočet historického výnosu za niekoľko po sebe nasledujúcich časových období vypočítame ich priemer. Najjednoduchší výpočet zahŕňa výpočet aritmetického priemeru výnosov za čiastkové obdobia:

$$E(\bar{r}) = \bar{r} = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T r_t \quad (5)$$

---

<sup>19</sup> MCMILLAN, Michael, et al. Investments: Principles of Portfolio and Equity Analysis. Hoboken: John Wiley&Sons Inc., 2011, s. 176 ISBN 978-1-118-00116-5

<sup>20</sup> AMENC, Noel – LE SOURD, Veronique. Portfolio Theory and Performance Analysis. Chichester: John Wiley & Sons Inc., 2003, s. 26 ISBN 0-470-85874-5

$$E(\tilde{r}) = \bar{r} = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T R_t \quad (6)$$

Kde:

$r_t$  – jednoduchý výnos v čase  $t$ ,  
 $R_t$  – logaritmický výnos v čase  $t$ ,  
 $T$  – počet sledovaných období.

Aritmetický priemer výnosov z minulých období poskytuje odhad výnosu s najväčšou pravdepodobnosťou pre nasledujúce obdobie, vychádzajúc z normálneho rozdelenia výnosov. Je to teda očakávaný výnos aktíva a môže sa použiť ako predpoveď jeho budúcej výkonnosti. Ak dokážeme určiť pravdepodobnosť budúcich výnosov, očakávaný výnos môžeme vyjadriť nasledujúcim vzťahom:

$$E(\tilde{r}) = \sum_{i=1}^n r_i * p_i \quad (7)$$

Kde:

$E(\tilde{r})$  – priemerná očakávaná miera výnosu,  
 $r_i$  – prognózovaný výnos v  $i$ -tom období,  
 $p_i$  – pravdepodobnosť nastania  $i$ -teho javu,  
 $n$  – počet možných výsledkov.

### Geometrický priemer

Geometrický priemer (alebo zložená geometrická miera výnosnosti) nám umožňuje prepojiť aritmetické miery výnosnosti za rôzne obdobia, aby sme získali reálnu mieru rastu investície za celé obdobie. Výpočet predpokladá, že získané príjmy z investície sa budú reinvestovať. Geometrický priemer výnosnosti je daný nasledujúcim výrazom<sup>21</sup>:

$$\bar{R}_g = \left[ \prod_{t=1}^T (1 + r_n) \right]^{\frac{1}{T}} - 1 \quad (8)$$

Kde:

$r_n$  – miera výnosu v jednotlivých obdobiach  
 $T$  – počet období

Geometrický priemer udáva reálnu mieru výnosu, ktorá sa pozoruje za celé obdobie, čo neplatí pre aritmetický priemer. Aritmetický priemer je vždy väčší ako geometrický

---

<sup>21</sup> BIKÁR, Miloš – KMEŤKO, Miroslav. Finančné investície. 1. vyd. Bratislava: EKONÓM, 2019, s. 12 ISBN 978-80-225-4628-7.

priemer, pokiaľ nie sú všetky výnosy  $r_n$  rovnaké, v takom prípade sú oba priemery totožné. Čím väčšia je odchýlka v  $r_n$ , tým väčší je rozdiel medzi týmito dvoma priemermi.<sup>22</sup>

### Výnos portfólia

Výnosnosť portfólia je váženým aritmetickým priemerom výnosnosti jednotlivých cenných papierov zahrnutých do portfólia, pričom ako váhy vystupujú podiely jednotlivých cenných papierov na celkovom investovanom kapitály. Matematicky môžeme zapísať ako<sup>23</sup>:

$$r_p = \sum_{i=1}^N w_i r_i \quad (9)$$

$$\sum_{i=1}^N w_i = 1$$

Kde:

$r_p$  – bežný výnos portfólia

$N$  – počet cenných papierov v portfóliu

$w_i$  – podiel jednotlivých cenných papierov

$r_i$  – výnos  $i$ -tého cenného papiera

Podobný vzťah platí aj pre očakávaný výnos portfólia, ktorý sa rovná váženému priemeru očakávaných výnosov aktív v portfóliu<sup>24</sup>:

$$E(r_p) = \sum_{i=1}^N w_i E(r_i) \quad (10)$$

### 2.4.2 Riziko

Koncept výnosnosti sám o sebe nestačí na analýzu výsledkov portfólia. Je potrebné doplniť mieru podstupeného rizika. „Riziko je spojené hlavne s neurčitou dosiahnutia očakávaného výsledku investovania, a teda že sa skutočná výnosnosť bude líšiť od nami očakávanej, respektíve že sa od nej odchyli jednak na strane kladnej, ako aj jej zápornej strane.“<sup>25</sup> Zatiaľ čo výnosnosť je intuitívny pojem, kvantifikácia rizika pochádza z Markowitzovej modernej teórie portfólia.

---

<sup>22</sup> AMENC, Noel – LE SOURD, Veronique. Portfolio Theory and Performance Analysis. Chichester: John Wiley & Sons Inc., 2003, s. 27 ISBN 0-470-85874-5

<sup>23</sup> CHAKRABARTY, Siddhartha P. – KANAUIJIYA, Ankur. Mathematical Portfolio Theory and Analysis. 1. vyd. Singapore: Birkhäuser, 2023, s. 34 ISBN 978-981-19-8543-0

<sup>24</sup> CHOVANCOVÁ, Božena – ÁRENDÁŠ, Peter. Manažment portfólia v kolektívnom investovaní. 1. vyd. Praha: Wolters Kluwer ČR, 2020, s 73. ISBN 978-80-7598-638-2.

<sup>25</sup> BIKÁR, Miloš – KMEŤKO, Miroslav. Finančné investície. 1. vyd. Bratislava: EKONÓM, 2019, s. 15 ISBN 978-80-225-4628-7.

Rizikovosť akcie sa kvantifikuje intenzitou možného odklonu jej skutočnej výnosnosti od očakávanej výnosnosti, a to na obidve strany, čo je štatisticky vyjadrené smerodajnou odchýlkou. Na výpočet smerodajnej odchýlky musíme najskôr vypočítať rozptyl<sup>26</sup>:

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^n [r_i - E(r_i)]^2}{n - 1} \quad (11)$$

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2}$$

Kde:

$\sigma^2$  – je rozptyl

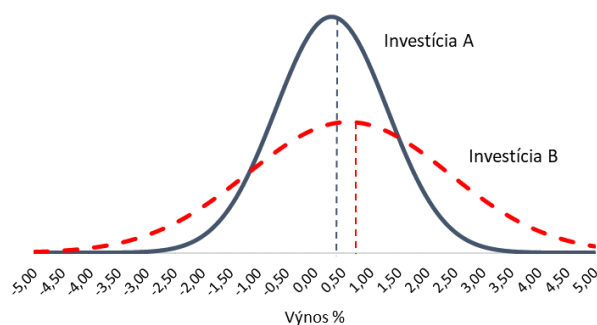
$r_i$  – výnosnosť akcie i

$E(r_i)$  – očakávaná (priemerná) výnosnosť akcie i

$\sigma$  – smerodajná odchýlka (sigma)

Očakávaný resp. priemerný výnos je stredom normálneho rozdelenia, okolo ktorého sa symetricky alebo s rozdielnou šikmosťou znižujú pravdepodobnosti ostatných výnosností. Obrázok 3 znázorňuje pravdepodobnostné rozdelenie výnosností dvoch investícií s využitím štandardnej odchýlky. Predpokladajme, že uvažujeme o investovaní do dvoch aktív A a B. Pravdepodobnostné rozpätie aktíva B má širšie rozpätie a vyššiu štandardnú odchýlku, ako pravdepodobnostné rozdelenie aktíva A. Takže B by sa mohlo považovať za rizikovejšie ako A.<sup>27</sup>

Obrázok 3: Porovnanie dvoch pravdepodobnostných rozdelení výnosov



Zdroj: Vlastné spracovanie podľa Fabozzi (2016)<sup>28</sup>

Všeobecne to čo nám udáva šírku rozpätia výnosov nazývame špicatosť normálneho rozdelenia. Špicatosť udáva koľko údajov sa nachádza na „chvostoch“ normálneho

<sup>26</sup> KRÁĽOVIČ, Jozef – VLACHINSKÝ, Karol. Finančný Manažment. 3. vyd. Bratislava: Iura Edition, 2011, s. 247 ISBN 978-80-8078-356-3

<sup>27</sup> FABOZZI, Frank J. - PACHAMANOVA, Dessislava A. Portfolio Construction and Analytics. Hoboken: John Wiley&Sons Inc., 2016, s. 47 ISBN 978-1-119-23816-4

<sup>28</sup> FABOZZI, Frank J. - PACHAMANOVA, Dessislava A. Portfolio Construction and Analytics. Hoboken: John Wiley&Sons Inc., 2016, s. 48 ISBN 978-1-119-23816-4

rozdelenia. Pre investorov vysoká špicatosť krivky distribúcie výnosov znamená, že v minulosti došlo k mnohým cenovým fluktuáciám (pozitívnym alebo negatívnym) mimo priemerných výnosov.<sup>29</sup>

Ďalej rozdelenia môžu byť symetrické alebo asymetrické (šikmé) v závislosti od toho či sú chvosty na oboch koncoch rozdelenia rovnaké alebo odlišné. Môžeme rozlíšiť, či rozdelenie je ľavostranne zošikmené (negatívne), takže priemer údajov je menší ako medián alebo pravostranne zošikmené (pozitívne), kde priemer údajov bude väčší ako medián. Samozrejme pre investora je výhodnejšie vyhľadávať pravostranné zošikmenie, keďže najextrémnejšie hodnoty sú na pozitívnej strane.<sup>30</sup>

### Riziko Portfólia

Riziko portfólia zloženého z dvoch aktív je okrem vyjadrenia rizika jednotlivých cenných papierov dané aj ich vzájomnou kovarianciou („cov“). Ide o mieru, akou sa ceny jednotlivých aktív v portfóliu pohybujú spoločne<sup>31</sup>:

$$cov(r_1, r_2) = \sigma_{12} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n [r_1 - E(r_1)] [r_2 - E(r_2)] \quad (12)$$

Silu miery závislosti aktív v portfóliu určuje korelačný koeficient:

$$\rho_{12} = \frac{cov(r_1, r_2)}{\sigma_1 \sigma_2} = \frac{\sigma_{12}}{\sigma_1 \sigma_2} \quad (13)$$

Hodnoty korelačného koeficientu sa pohybujú v intervale <-1;1>. Ak sa korelácia výnosu dvoch aktív rovná 1, potom hovoríme o úplne pozitívnej korelácii a ide o priamu lineárnu závislosť a naopak. Najsilnejšiu pozitívnu koreláciu majú väčšinou akcie podnikov z rovnakého sektora. Investovaním do takýchto akcií sa neznižuje riziko portfólia. Ak výnosy dvoch aktív vzájomne nesúvisia, tak korelácia výnosov je nulová (korelačný koeficient sa rovná nule). Vzhľadom na dnešnú mieru globalizácie je náročné nájsť aktíva, ktoré by neboli korelované. Najčastejšie sa stretávame s pozitívnou koreláciou, kde pre najlepší efekt diverzifikácie hľadáme aktíva s najnižšou mierou korelácie. Pri viac

<sup>29</sup> KENTON, Will. Kurtosis Definition, Types, and Importance. Investopedia [online]. 2023. Dostupné na: <https://www.investopedia.com/terms/k/kurtosis.asp>

<sup>30</sup> FABOZZI, Frank J. - PACHAMANOVA, Dessislava A. Portfolio Construction and Analytics. Hoboken: John Wiley&Sons Inc., 2016, s. 54 ISBN 978-1-119-23816-4

<sup>31</sup> SIVÁK, Rudolf – GERTLER, Rudolf a kol. Riziko vo financiách a v bankovníctve. 5. vyd. Bratislava: SPRINT 2 s.r.o., 2018. s. 128 ISBN 978-80-89710-45-4.

zložkovom portfóliu korelačné koeficienty medzi jednotlivými cennými papiermi počítame pomocou korelačnej matice.<sup>32</sup>

Celkové riziko každého portfólia sa skladá z týchto častí:

- Systematické (trhové) riziko je spojené s celým ekonomickým systémom, čím mu podliehajú akcie všetkých podnikov a nie je ho možné diverzifikovať.
- Nesystematické (špecifické) riziko je spojené s konkrétnym cenným papierom. Tento typ rizika je možné znížiť diverzifikáciou, čo si ukážeme v ďalších kapitolách.<sup>33</sup>

Výhody diverzifikácie spočívajú v tom, že vhodnou kombináciou aktív v portfóliu, ktoré spolu nie sú vysoko pozitívne korelované sa dá dosiahnuť nižšia úroveň celkového rizika, ako vážený priemer štandardných odchýlok aktív v portfóliu. Zároveň platí, že do určitého počtu cenných papierov v portfóliu účinnosť diverzifikácie rastie a následne s narastajúcim množstvom cenných papierov, účinnosť klesá.<sup>34</sup>

Riziko portfólia dvoch aktív vypočítame ako:

$$\sigma_p = \sqrt{w_1^2 \sigma_1^2 + w_2^2 \sigma_2^2 + 2w_1 w_2 \sigma_{12}} \quad (14)$$

Kde:

$w_1$  a  $w_2$  – podiely investované do aktív X a Y

a riziko portfólia  $n$  aktív môžeme vyjadriť takto:

$$\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_i w_j \sigma_{ij} \quad (15)$$

Alebo ekvivalentne s využitím koeficientu korelácie:

$$\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_i w_j \sigma_i \sigma_j \rho_{ij} \quad (16)$$

Pri väčšom množstve aktív v portfóliu môže byť výhodný zápis v maticovom tvare:<sup>35</sup>

$$\sigma_p^2 = (w_1, w_2, \dots, w_n) \begin{pmatrix} \sigma_1^2 & \sigma_{12} & \sigma_{13} & \dots & \sigma_{1n} \\ \sigma_{21} & \sigma_2^2 & \sigma_{23} & \dots & \sigma_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ \sigma_{n1} & \sigma_{n2} & \sigma_{n3} & \dots & \sigma_n^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} w_1 \\ w_2 \\ \vdots \\ w_n \end{pmatrix} \quad (17)$$

<sup>32</sup> SIVÁK, Rudolf – GERTLER, Rudolf a kol. Riziko vo financiách a v bankovníctve. 5. vyd. Bratislava: SPRINT 2 s.r.o., 2018. s. 129 ISBN 978-80-89710-45-4.

<sup>33</sup> STRONG, Robert A. Portfolio Construction, Management, and Protection. 5. vyd. Thomson: South-Western, 2006, s. 21 ISBN 978-0-324-66510-9

<sup>34</sup> CHOVANCOVÁ, Božena – ÁRENDÁŠ, Peter. Manažment portfólia v kolektívnom investovaní. 1. vyd. Praha: Wolters Kluwer ČR, 2020, s. 79 ISBN 978-80-7598-638-2.

<sup>35</sup> SIVÁK, Rudolf a kol. *Financie*. 1. vyd. Bratislava: Wolters Kluwer, 2015, s. 130 ISBN 978-80-8168-232-2

## Riziko straty

Riziko straty, tiež nazývané downside risk sa zameriava na meranie rizika poklesu ceny, čo môže byť pre investora dôležitejšie ako celková volatilita portfólia. Zatiaľ čo smerodajná odchýlka zahŕňa všetky zmeny hodnoty aktíva, riziko straty sa zameriava len na obdobia, keď sú výnosy negatívne. Keďže pri výpočte štandardnej odchýlky sa používa aj horná odchýlka, investori môžu byť penalizovaní za veľké výkyvy v ziskoch. Meranie tohto asymetrického rizika nám poskytuje presnejšie meranie rizika a lepšiu predstavu o expozícii portfólia voči negatívnym udalostiam. Avšak, vo všeobecnosti mnohé investície, ktoré majú väčší potenciál rizika poklesu, majú aj zvýšený potenciál pozitívnych odmien.<sup>36</sup>

Pri výpočte tejto „polo odchýlky“ (semi-deviation) postupujeme rovnako, ako pri výpočte smerodajnej odchýlky, ale na miesto priemeru použijeme hranicu straty, napr. nula alebo tiež sa používa bezriziková sadzba. Pred zadaním do vzorca v časovom rade výnosov musíme odstrániť všetky výnosy nad hranicou straty:<sup>37</sup>

$$\text{Semi - deviation} = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (r_i - h)^2} \quad (18)$$

$r_i > h$

Kde:

$n$  – celkový počet pozorovaní pod hranicou straty

$h$  – hranica straty

### 2.4.3 Likvidita

Likvidita je tretím základným kritériom pre finančné investovanie. Pod týmto pojmom rozumieme schopnosť premeny finančného aktíva na disponibilné finančné prostriedky a teda hotovosť. Čím je likvidita vyššia, tým sú náklady na túto premenu nižšie, či už ide o finančné alebo časové náklady a naopak. Je teda dôležitým kritériom hlavne pri uvažovaní nad investičným horizontom a nad neočakávanou potrebou likvidity, napriek tomu sa najmenej používa pri konštrukcii matematických modelov investovania. Vysoké potreby likvidity znižujú schopnosť znášať riziko, pretože rizikovejšie aktíva sa nemôžu považovať za bežne dostupné ak chceme uspokojiť požiadavky likvidity. Tak ako sme už

---

<sup>36</sup> PEKÁR, Juraj. *Modely matematického programovania na výber portfólia*. 1. vyd. Bratislava: EKONÓM, 2015, s. 23-24 ISBN 978-80-225-4057-5

<sup>37</sup> THE INVESTOPEDIA TEAM. *Semi-Deviation: Overview, Formulas, History*. Investopedia [online]. 2021. Dostupné na: <https://www.investopedia.com/terms/s/semideviation.asp>

spomínali vyššie pri rozdelení finančných nástrojov, za najlikvidnejšie môžeme považovať hotovosť a nástroje peňažného trhu, ako vklady v bankách, valuty či devízy v hlavných menách a štátne, prípadne bankové pokladničné poukážky, ktoré sú však spojené s nižšou mierou výnosnosti. Za dlhodobé finančné aktíva spojené s vyššou mierou výnosnosti môžeme považovať nástroje kapitálového trhu, ako akcie či dlhodobé štátne či pokladničné poukážky. Za najmenej likvidné sa považujú nehnuteľnosti, drahé kovy, umenie atď. Likviditu trhu ovplyvňujú hlavne tieto tri faktory:<sup>38</sup>

- Počet účastníkov trhu,
- Konkurenčné najnižšie možné transakčné náklady,
- Kontinuálna forma obchodovania a s tým spojená možnosť nízkej volatility kurzov.

## 2.5 Výber optimálneho portfólia

### 2.5.1 Prípustná a efektívna množina portfólií

Vezmime do úvahy portfólio  $N$  aktív, kde  $N$  je väčšie ako 2. Zmenou kombinácii váh jednotlivých cenných papierov v portfóliu môžeme vytvoriť množinu portfólií s rozdielnymi úrovňami výnosov a rizík. To znamená, že nám vznikne množina všetkých možných portfólií, tiež nazývaná ako prípustná množina portfólií. Takto všetky možné portfólia ležia vo vnútri alebo na hranici množiny. S rastúcim počtom cenných papierov v portfóliu počet kombinácii váh jednotlivých cenných papierov rastie exponenciálne.<sup>39</sup>

V rámci prípustnej množiny môžeme vidieť (obrázok 4), že niektoré portfólia sú neefektívne a portfóliá, nad ktorými výrazne dominujú iné portfóliá. Pre zúženie výberu portfólií pre investora sa zameriame na efektívnu hranicu portfólií. Efektívne portfólio je realizovateľné portfólio ktoré má buď vyšší výnos ako každé iné portfólio s rovnakým rizikom, alebo má menšie riziko ako každé iné portfólio s rovnakým výnosom. To znamená, že efektívne portfólio spĺňa jedno z týchto kritérií:

- S pomedzi všetkých portfólií s identickým rizikom, je portfólio s maximálnym výnosom
- S pomedzi všetkých portfólií s identickým výnosom, je portfólio s minimálnym rizikom<sup>40</sup>

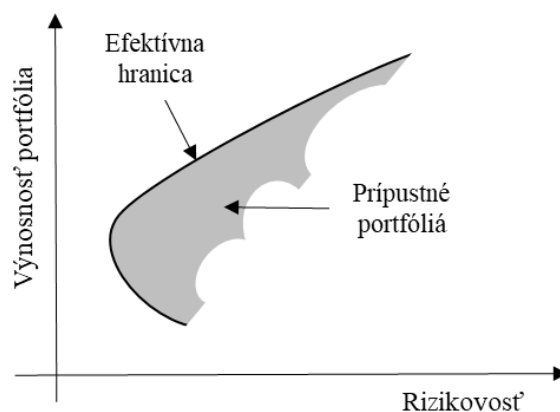
---

<sup>38</sup> BIKÁR, Miloš – KMEŤKO, Miroslav. *Finančné investície*. 1. vyd. Bratislava: EKONÓM, 2019, s. 16-17 ISBN 978-80-225-4628-7.

<sup>39</sup> FABOZZI, Frank J. - PACHAMANOVA, Dessislava A. *Portfolio Construction and Analytics*. Hoboken: John Wiley&Sons Inc., 2016, s. 212-214 ISBN 978-1-119-23816-4

<sup>40</sup> CHAKRABARTY, Siddhartha P. – KANAUIYA, Ankur. *Mathematical Portfolio Theory and Analysis*. 1. vyd. Singapore: Birkhäuser, 2023, s. 41 ISBN 978-981-19-8543-0

Obrázok 4: Efektívne a prípustné portfóliá



Zdroj: Vlastné spracovanie podľa Kráľovič (2011)<sup>41</sup>

Portfólio s najnižšou mierou rizika s pomedzi všetkých mier výnosnosti, leží na efektívnej hranici najbližšie k ypsilonovej osi. Každé ďalšie portfólio na efektívnej hranici s vyšším výnosom je spojené zároveň s vyšším rizikom. Zakrivenie efektívnej hranice poukazuje na výhody diverzifikácie, teda to, že vhodnou kombináciou váh aktív v portfóliu je možné dosiahnuť vyšší výnos s rovnakým stupňom rizika.

### 2.5.2 Optimálne portfólio

Voľba optimálneho portfólia nie je taká jednoznačná, vzhľadom na to, že optimálne portfólio je jedno z efektívnych portfólií, ktoré si vyberie investor s ohľadom na stupeň rizika, ktorý je ochotný podstúpiť. Ide o subjektívny proces každého investora.<sup>42</sup>

Teória v tejto súvislosti pracuje s indiferentnými krivkami (preferenčnými krivkami), ktoré reprezentujú investorove preferencie rizika a výnosnosti. Koncept averzie voči riziku súvisí so správaním jednotlivcov v podmienkach neistoty. Podľa miery tejto averzie môžeme investorov rozdeliť do troch skupín: rizikovo vyhľadávajúci, rizikovo neutrálny a rizikovo averzný. Rizikovo vyhľadávajúci investor je ochotný ísť do investície s neistým výsledkom s očakávaním výsledku, ktorý je rovnaký, ako pri zaručenej investícii. Jeho krivka indiferencie má najmenší sklon. Rizikovo neutrálny investor je indiferentný voči riziku, čo znamená, že investora zaujíma len výnos a nie riziko, takže investície s vyšším výnosom sú žiaducejšie, aj keď sú spojené s vyšším rizikom. Rizikovo averzný investor si vyberie

<sup>41</sup> KRÁĽOVIČ, Jozef – VLACHINSKÝ, Karol. Finančný Manažment. 3. vyd. Bratislava: Iura Edition, 2011, s. 258 ISBN 978-80-8078-356-3

<sup>42</sup> KRÁĽOVIČ, Jozef – VLACHINSKÝ, Karol. Finančný Manažment. 3. vyd. Bratislava: Iura Edition, 2011, s. 258 ISBN 978-80-8078-356-3

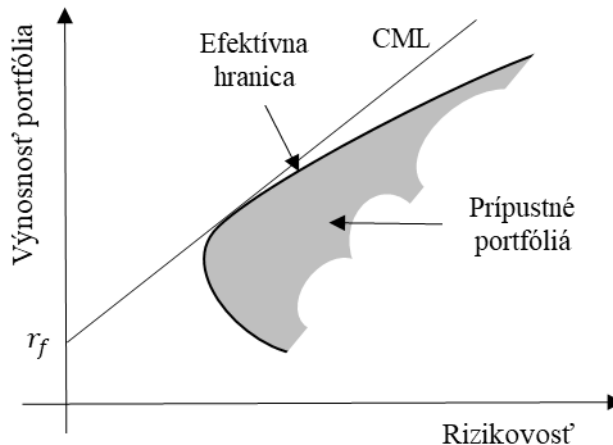
garantovaný výnos, aby sa vyhol možnosti straty. Jeho krivka indiferencie má najprudší sklon.<sup>43</sup>

### 2.5.3 Lína kapitálového trhu a trhové portfólio

Doteraz sme uvažovali len o rizikových aktívach, pri ktorých je výnos neistý. Väčšina investorov však má prístup k tzv. bezrizikovým aktívam, najmä cenným papierom vydávaných vládou. Ako bezrizikové sú najčastejšie považované štátne pokladničné poukážky. Kombinácia bezrizikového aktíva s portfóliom rizikových aktív je priamka kapitálového trhu (CML). Očakávaný výnos bezrizikového aktíva označíme  $r_f$ , čo je v podstate bezriziková úroková sadzba na kapitálovom trhu. Zavedenie tejto sadzby dáva investorom možnosť nie len požičať peniaze, ale aj vypožičiavať za túto sadzbu, a tým zvyšovať svoje portfólio.<sup>44</sup>

Portfólio, ktoré sa nachádza v bode dotyku CML a efektívnej hranice portfólií sa často označuje za optimálne portfólio resp. trhové portfólio, keď realizuje najvyšší možný pomer Sharpe ratio. Keď sa z tohto bodu posunieme doľava alebo doprava po hranici, Sharpe ratio, alebo inými slovami rizikovo vážený výnos bude nižší.<sup>45</sup>

Obrázok 5: Efektívna hranica a priamka CML



Zdroj: Vlastné spracovanie podľa Kráľovič (2011)<sup>46</sup>

<sup>43</sup> MCMILLAN, Michael, et al. Investments: Principles of Portfolio and Equity Analysis. Hoboken: John Wiley&Sons Inc., 2011, s. 201 ISBN 978-1-118-00116-5

<sup>44</sup> STRONG, Robert A. Portfolio Construction, Management, and Protection. 5. vyd. Thomson: South-Western, 2006, s. 158 ISBN 978-0-324-66510-9

<sup>45</sup> HANICOVA, Daniela. Markowitz Model. Quantpedia [online]. 2021. Dostupné na: <https://quantpedia.com/markowitz-model/>

<sup>46</sup> KRÁĽOVIČ, Jozef – VLACHINSKÝ, Karol. Finančný Manažment. 3. vyd. Bratislava: Iura Edition, 2011, s. 265 ISBN 978-80-8078-356-3

### **3 Cieľ práce, metodika práce a metódy skúmania**

#### **Cieľ práce**

Hlavným cieľom bakalárskej práce je tvorba diverzifikovaného investičného portfólia z reálnych obchodovateľných aktív a jeho následná optimalizácia pre splnenie požadovaných podmienok investora. Pre splnenie hlavného cieľa sme si stanovili čiastkové ciele, ako pre teoretickú tak aj praktickú časť bakalárskej práce.

Prvým čiastkovým cieľom je teoretické vymedzenie skúmanej problematiky, ktoré nám zabezpečí základ pre kvantitatívnu analýzu. Stavba a diverzifikácia portfólia sú jedny z prvých krokov pri investičnom procese. Preto sme si ako prvé predstavili investičné prostredie resp. finančný trh a finančné nástroje, po ktorých investori s voľnými finančnými prostriedkami vytvárajú dopyt na finančnom trhu. Následne sme zarámcovali kritéria finančného investovania, ktoré nám vytvorili základ pre kvantitatívnu analýzu. Na konci teoretickej časti práce sme sa zamerali na teoretické prístupy hľadania optimálneho portfólia.

Druhým čiastkovým cieľom je výber cenných papierov do nášho portfólia s dôrazom na diverzifikáciu. Diverzifikáciu sa budeme snažiť dosiahnuť výberom rôznych tried aktív, z rôznych sektorov a širokým geografickým rozložením. Úroveň miery korelácie medzi jednotlivými aktívami v portfóliu je tiež dôležitým prvkom pre dosiahnutie efektu diverzifikácie, a preto sa budeme snažiť nájsť aktíva s čo najnižšou pozitívnou, prípadne zápornou koreláciou.

Ďalším čiastkovým cieľom je vytvorenie modelu na základe markowitzovej modernej teórií portfólia. Pre tvorbu modelu je potrebné zozbierať historické uzatváracie ceny jednotlivých cenných papierov a vypočítať základné štatistické hodnoty vstupujúce do modelu. Jednotlivé portfólia budeme vyhodnocovať na základe ich výnosnosti a rizikovosti.

Posledným čiastkovým cieľom je zhodnotenie výsledkov jednotlivých portfólií a diskusia o obmedzeniach daného modelu a o odporúčaníach.

#### **Metodika práce a metódy skúmania**

V tejto časti sa zameriame na metodológiu, ktorú sme využili pri dosahovaní stanovených cieľov. Každý investor si musí prejsť investičným procesom. Prvým krokom investora je rozhodnutie o veľkosti investovaného kapitálu a o investičnom horizonte. Z týchto dvoch veličín často vychádza jeho postoj k riziku pri danej investícii. V nasledujúcom kroku pristupuje ku analýze cenných papierov a k ich výberu. Z vybraných cenných papierov tvorí portfólio, ktoré plní či už jeho výnosové alebo rizikové požiadavky.

Nakoniec investor počas celej doby existencie portfólia reviduje resp. spravuje svoje portfólio tak aby po zmenách na trhoch portfólio stále plnilo jeho ciele.

Pre výber cenných papierov, konkrétne akcií do nášho portfólia sme sa rozhodli využiť finančný screener: [www.finviz.com](http://www.finviz.com), ktorý nám umožňuje filtrovať akcie podľa nami zvolených kritérií. Pre rozšírenie portfólia sme sa rozhodli zahrnúť fondy obchodované na burze. Konkrétne ETF sme vyhľadávali pomocou portálu [justETF.com](http://justETF.com).

Na optimalizáciu portfólia je potrebné vytvoriť model. Pri výpočtoch budeme vychádzať z historických uzatváracích cien jednotlivých cenných papierov v USD, ktoré sme získali zo stránky Yahoo Finance. Nami vybrané historické obdobie je od 18.3.2019 do 15.3.2024. Ide o obdobie 1 259 obchodných dní, počas ktorých finančné trhy zaznamenali prudké prepady, zotavenia a rasty. Využívame denné dáta s upravenou uzatváracou cenou. Upravená uzatváracia cena je väčšinu obchodných dní rovnaká ako neupravená uzatváracia cena. Keď sa však vyskytnú firemné udalosti, ako napr. výplata dividend, upravená uzatváracia cena sa bude líšiť. Táto cena je vhodnejšia pre analýzu historických dát. Pri výpočtoch nezahŕňame poplatky za správu ani za sprostredkovanie obchodov. Taktiež extrahujeme aj od existencie daní. Pre štatistické spracovanie dát využijeme MS Excel, pričom budeme vychádzať zo vzťahov popísaných v teoretickej časti tejto práce.

## 4 Výsledky práce.

### 4.1 Výber cenných papierov

Pri výbere cenných papierov sa investor rozhoduje, kde vloží svoje voľné finančné prostriedky. Aktuálne na kapitálových trhoch existuje veľké množstvo cenných papierov, z ktorých sa dá vytvoriť nekonečne veľké množstvo kombinácií pre dosiahnutie investorovho optimálneho portfólia. My sa v tejto časti pokúsime dosiahnuť vytvorenia modelového príkladu. Pri výbere cenných papierov sa zameriame na diverzifikáciu medzi triedami aktív, na sektorovú a geografickú diverzifikáciu.

#### 4.1.1 Výber akcií

Začneme s výberom akcií, ktoré patria medzi rizikovejšie aktíva, za to však ponúkajú možnosť vyššieho výnosu. Ideálnym spôsobom výberu akcie je fundamentálna analýza spoločnosti, ktorá vedie k nájdeniu skutočnej hodnoty spoločnosti, ktorú si vieme porovnať s jej trhovou hodnotou a vyhodnotiť či je daná spoločnosť podhodnotená alebo nadhodnotená. Zjednodušene v našom prípade si vyberieme niekoľko fundamentálnych ukazovateľov, pri ktorých si zvolíme kritéria, tak aby sme našli vyhovujúce spoločnosti. Väčšinou ide o pomerové ukazovatele, ktoré nám pomáhajú porovnávať spoločnosti navzájom. Pre vyhľadávanie a vyfiltrovanie akcií podľa nami zvolených kritérií využijeme už spomínaný finančný screener: [www.finviz.com](http://www.finviz.com).

Vo finančnom screenery pri výbere akcií sme si zvolili nasledovné ukazovatele a ich kritériá:

- P/E – Tento ukazovateľ dáva do pomeru trhovú hodnotu akcie s posledným ziskom na akciu (EPS). Ukazuje koľko je trh ochotný zaplatiť za akciu na základe jej minulých alebo budúcich ziskov. Jeho hodnotu sme nastavili na:  $P/E < 15$ .
- EPS growth – Zisk na akciu je suma zisku spoločnosti pridelená každej akcii. Slúži ako ukazovateľ finančného zdravia spoločnosti. Ak hľadáme stabilné spoločnosti, je dôležité, aby za posledné roky vykazovali kladné zisky. Jeho hodnotu sme nastavili za posledných 5 rokov  $>10\%$ .
- P/B – Pomer trhovej ceny akcie s jej účtovnou hodnotou podľa posledného kvartálu. Hovorí nám, koľko je investor ochotný zaplatiť za jednotku vlastného kapitálu spoločnosti. Jeho hodnotu sme nastavili na  $< 2$
- PEG – Ide o pomer ukazovateľa P/E k rastu EPS za určité obdobie (využíva sa aj očakávaný rast). Hľadáme čo najnižšiu hodnotu daného pomeru, čo

znamená, že za potenciálny zisk dnes zaplatíme menej. Jeho hodnotu sme nastavili na  $< 2$ .

- Curent ratio – Ide o ukazovateľ likvidity. Meria schopnosť spoločnosti kryť krátkodobé záväzky jeho obežným majetkom. Ideálne je keď bežná likvidita podniku je väčšia, ako je hodnota jeho záväzkov splatných do jedného roka, a preto sme jeho hodnotu nastavili na  $> 1,5$ .
- Debt/Equity – Pomer dlhu k vlastnému majetku spoločnosti nám hovorí o zadlženosti spoločnosti. Tiež hľadáme čo najnižšie hodnoty, keďže nám tento ukazovateľ hovorí aj o schopnosti vyplatiť svojich veriteľov, ak by sa spoločnosť dostala do finančných problémov. Jeho hodnotu sme nastavili na  $< 0,8$ .
- ROE – Rentabilita vlastného kapitálu. Pomer čistého zisku a vlastného kapitálu nám hovorí o tom koľko percent vlastného kapitálu tvorí zisk. Jeho hodnotu sme nastavili na  $> 10\%$

Po zadaní kritérií nám screener ponúkol 28 akciových titulov. Z týchto titulov vyberáme tak, aby spoločnosti boli z rozdielnych sektorov a vzájomne mali čo najmenšiu prípadne zápornú koreláciu.

#### 4.1.2 Výber ostatných cenných papierov

Zatiaľ sme do nášho portfólia zahrnuli len jednu triedu aktív a to akcie. Akcie síce pokrývajú široké spektrum sektorov, ale tieto spoločnosti sú len z malého množstva rozvinutých krajín. Preto sme sa rozhodli zvyšok sveta a ďalšie triedy aktív pokryť v našom portfóliu pomocou fondov obchodovaných na burze (ETF).

ETF je možné nakupovať a predávať podobne ako jednotlivé akcie. ETF môže byť štruktúrované tak, aby sledovalo čokoľvek od ceny jednotlivej komodity až po veľkú a rôznorodú zbierku cenných papierov alebo konkrétnu investičnú stratégiu. Tieto fondy poskytujú pomerne nízke náklady pre vstup, a keďže pokrývajú široké spektrum cenných papierov z rôznych regiónov sveta, tak možno medzi nimi nájsť aj také, ktoré podliehajú iným trhovým rizikám, čo znižuje ich vzájomné korelácie.<sup>47</sup>

Pri výbere ETF fondov je potrebné rozlíšiť či ide o distribučný fond alebo akumulčný fond. Distribučný podielový fond je fond, ktorý odovzdáva dividendy alebo úrokové výnosy priamo vlastníkom. Akumulčný fond je fond, ktorý dividendy alebo úrokové výnosy

---

<sup>47</sup> CHEN. James. Exchange-Traded Fund (ETF): Pros and Cons. Investopedia [online]. 2024. Dostupné na: <https://www.investopedia.com/terms/e/etf.asp>

reinvestuje naspäť do fondu.<sup>48</sup> Výber závisí od investora, ale my budeme využívať akumulčné fondy.

GOVT - iShares U.S. Treasury Bond ETF – dlhopisové ETF tvorené výlučne z amerických štátnych dlhopisov. Dlhopisy ponúkajú nižší výnos, ale za to sú veľmi bezpečné a málo volatilné. Aktuálny kreditný rating USA podľa Fitch je AA+.

EMIM - iShares Core MSCI EM IMI UCITS ETF – fond zameraný na akcie z ekonomík rozvíjajúcich sa trhov. Rozvojové trhy sú často náchylné na väčšie systémové riziko (napr. politické), ale za to ponúkajú možnosti vyššieho výnosu. Výhodou tohto ETF je jeho diverzifikácia keďže je tvorené z viacerých akcií, z viacerých sektorov a z viacerých krajín. Jeho geografické zloženie je v skratke Čína (19,77%), India (18,32%), Taiwan (17,15%), Južná Kórea (12,18%) a iné (32,58 %).

Amundi Index FTSE EPRA NAREIT Global UCITS ETF – ETF, ktoré sleduje index zložený z najväčších realitných spoločností na svetových rozvinutých akciových trhoch. Podobne ako predchádzajúce ETF je toto ETF už geograficky diverzifikované. Najväčší podiel v ňom tvoria spoločnosti z USA (62,69%), Japonska (9,92%), Spojeného Kráľovstva (4,14%), Singapuru (3,57%) a iné (19,68%).

Zoznam vybraných cenných papierov môžeme vidieť v nasledujúcej tabuľke. Ako bolo spomenuté vyššie, výber bol uskutočnený so zreteľom na sektorovú a geografickú diverzifikáciu, aby výnosy jednotlivých cenných papierov boli čo najmenej korelované.

*Tabuľka 1: Vybrané cenné papiere do portfólia*

| <b>Ticker</b> | <b>Názov spoločnosti</b>                       | <b>Sektor</b>      | <b>Krajina</b>    | <b>Trhová kapitalizácia</b> |
|---------------|--|--------------------|-------------------|-----------------------------|
| TSEM          | Tower Semiconductor Ltd.                       | Technológie        | Izrael            | 3,52B                       |
| OSUR          | OraSure Technologies, Inc.                     | Zdravotníctvo      | USA               | 508,48M                     |
| EQNR          | Equinor ASA                                    | Energie            | Nórsko            | 78,82B                      |
| WOR           | Worthington Enterprises, Inc.                  | Priemysel          | USA               | 3,19B                       |
| GSM           | Ferroglobe PLC                                 | Základné materiály | VB                | 834,47M                     |
| PERI          | Perion Network Ltd.                            | Komunikačné služby | Izrael            | 1,02B                       |
| IMKTA         | Ingles Markets, Incorporated                   | Spotrebiteľský     | USA               | 1,39B                       |
| <b>Ticker</b> | <b>Názov ETF</b>                               | <b>Sektor</b>      | <b>Krajina</b>    | <b>Trhová kapitalizácia</b> |
| GOVT          | iShares U.S. Treasury Bond ETF                 | Dlhopisy           | USA               | 22,63B                      |
| EMIM          | iShares Core MSCI EM IMI UCITS ETF             | Rôzne              | Rozvojové trhy    | 17,165M                     |
| EPRA          | Amundi Index FTSE EPRA NAREIT Global UCITS ETF | Nehnutelnosti      | Rozvinuté krajiny | 244M                        |

Zdroj: Vlastné spracovanie

<sup>48</sup> RIEDL, Dominique. Distributing or Accumulating ETFs: How to handle investment income. justETF [online]. 2023. Dostupné na: <https://www.justetf.com/en/news/etf/distributing-or-accumulating-etfs-how-to-handle-investment-income.html>

S narastajúcim počtom cenných papierov v portfóliu klesá špecifické riziko až kým sa nedostaneme na úroveň systematického (trhového) rizika, ktoré už nevieme znížiť. Nevýhodou veľkého množstva akcií v portfóliu je však neschopnosť investora dostatočne sledovať vývoj každého cenného papiera, čo môže viesť ku zbytočným stratám. Presný počet cenných papierov v portfóliu pre dostatočnú diverzifikáciu je náročné určiť presne. Závisí od geografického rozloženia investície, od časového horizontu investície, od podmienok na trhu (napr. aj zväženie transakčných poplatkov) a od schopnosti čítať správy z trhu a o svojich investíciách.<sup>49</sup> My sme si do nášho portfólia vybrali desať cenných papierov, čo je dostatočný počet pre vytvorenie modelového príkladu.

## 4.2 Tvorba modelu portfólia

### 4.2.1 Výpočet výnosu a rizika jednotlivých cenných papierov

Ako prvé z uzatváracích cien musíme vypočítať denný výnos pre každý cenný papier. Ten vypočítame pomocou vzorca (4). Logaritmickej výnos sme zvolili, preto lebo nám pri portfóliu aktív s  $n$  obdobiami umožňuje sčítať jednotlivé po sebe nasledujúce logaritmickej výnosy. Pre ukážku výpočtu výnosu a rizika využijeme akciu TSEM. Za druhý obchodný deň hodnotu relatívneho logaritmickej výnosu vypočítame ako:

$$R_2(TSEM) = \ln\left(\frac{16,95 + 0}{16,65}\right) = 0,0179$$

Rovnako tento výnos vypočítame za všetky obchodné dni. Následne vypočítame priemerný resp. očakávaný výnos zo všetkých denných výnosov pomocou funkcie AVERAGE v MS Excel (aritmetický priemer). Matematicky môžeme zapísať takto:

$$\overline{R(TSEM)} = \frac{0,6209}{1258} = 0,0005$$

Tento výsledok je možné interpretovať tak, že vzhľadom na historické výnosy v nasledujúcom obchodnom dni najpravdepodobnejšie výnos akcie TSEM vzrastie o 0,05%, vychádzajúc z normálneho rozdelenia výnosov. Ďalšou dôležitou štatistikou je riziko cenného papiera, ktoré sa v praxi pri akciách meria pomocou rozptylu a smerodajnej odchýlky. V MS Excel sme riziko vypočítali pomocou funkcie STDEV.S, keďže údaje sú z výberového súboru a nereprezentujú celý súbor. Matematicky s využitím vzťahu (11) môžeme zapísať takto:

---

<sup>49</sup> GLADIŠ, Daniel. Naučte sa investovať. 2. vyd. Praha: GRADA Publishing, a.s., 2006, 176 s. ISBN 978-80-247-1205-5

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^{1258} (R_i(TSEM) - \overline{R(TSEM)})^2}{1258 - 1} = \frac{0,753014}{1258 - 1} = 0,0006$$

Odmocnením hodnoty rozptylu získame hodnotu smerodajnej odchýlky:

$$\sqrt{\sigma^2(TSEM)} = 0,0245$$

Pri výpočte očakávaného výnosu a smerodajnej odchýlky pre ostatné cenné papiere sme postupovali analogicky. Prehľad základných štatistík pre jednotlivé cenné papiere je zhrnutý v nasledujúcej tabuľke:

*Tabuľka 2: Prehľad základných štatistík k jednotlivým cenným papierom*

|                              | TSEM    | OSUR    | WOR     | GSM     | PERI    | IMKTA   | EQNR    | GOVT     | EMIM    | EPRA    |
|------------------------------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|----------|---------|---------|
| Očakávaný výnos $E(r)$       | 0,05%   | -0,04%  | 0,09%   | 0,05%   | 0,16%   | 0,08%   | 0,04%   | -0,0003% | 0,01%   | 0,002%  |
| Počet pozorovaní $n$         | 1258    |         |         |         |         |         |         |          |         |         |
| Smerodajná odchýlka $\sigma$ | 2,45%   | 3,98%   | 2,89%   | 5,22%   | 3,94%   | 2,03%   | 2,48%   | 0,39%    | 1,24%   | 1,21%   |
| Rozptyl $\sigma^2$           | 0,00060 | 0,00158 | 0,00084 | 0,00272 | 0,00155 | 0,00041 | 0,00062 | 0,00001  | 0,00015 | 0,00015 |
| Sharpe ratio $E(r)/\sigma$   | 0,0202  | -0,0112 | 0,0309  | 0,0104  | 0,0413  | 0,0401  | 0,0145  | -0,0008  | 0,0102  | 0,0016  |

Zdroj: Vlastné spracovanie

Do štatistík sme zahrnuli aj upravené Sharpe ratio, ktoré je tvorené pomerom očakávaného resp. priemerného výnosu a smerodajnej odchýlky. Hovorí nám o výnose upravenom o riziko, a preto čím vyššia je hodnota tohto pomeru tým je daný výnos atraktívnejší. Vrátime sa k nemu v ďalších kapitolách.

Dané výsledky výnosu a rizika jednotlivých cenných papierov potvrdzuje aj vizuálne zobrazenie normálneho rozdelenia výnosov. Histogram výnosu akcií v prílohe č. 1 zobrazuje širšie rozpätie výnosov, hlavne pri akcii GSM, ktorá vykazuje aj najvyššiu smerodajnú odchýlku, v porovnaní s histogramom výnosov ETF v prílohe č. 2. Fondy obchodované na burze už vďaka svojej vnútornej diverzifikácii nedosahujú žiadne extrémne denné zisky/straty. Pri akciách taktiež pozorujeme mierne pravostranné zošikmenie, čo je pozitívne.

#### 4.2.2 Kovariancia a korelačné koeficienty jednotlivých cenných papierov

Na to aby sme vypočítali príspevok jednotlivých aktív k riziku celého portfólia a mieru s akou sa ceny jednotlivých aktív pohybujú spoločne musíme vypočítať ich vzájomnú kovarianciu. Pozitívna kovariancia znamená, že výnosy aktív sa pohybujú spoločne, zatiaľ čo negatívna kovariancia znamená, že sa pohybujú inverzne. Potreba kovariancie každého aktíva s každým naznačuje potrebu maticové riešenie problému:

$$\Sigma = X^T X / (n - 1)$$

Kde:

$\Sigma$  – variačnokovariačná matica

$X$  – matica časových radov  $[r_i - E(r_i)]$ , pre každý cenný papier  
 $X^T$  – transponovaná matica  
 $n$  – počet pozorovaní

V podstate ide o vzorec kovariancie (12) zapísaný v maticovom tvare. S využitím maticovej funkcie MMULT v MS Excel sme sa dopracovali ku konkrétnym hodnotám danej matice. Skúškou správnosti nám je hlavná diagonála v matici, na ktorej by sa mali nachádzať rozptyly výnosov jednotlivých cenných papierov v portfóliu.

Tabuľka 3: Variačnokovariačná matica

|       | TSEM      | OSUR      | WOR       | GSM       | PERI      | IMKTA     | EQNR      | GOVT      | EMIM      | EPRA      |
|-------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| TSEM  | 0,00060   | 0,00018   | 0,00026   | 0,00035   | 0,00033   | 0,00008   | 0,00017   | - 0,00001 | - 0,00000 | 0,00003   |
| OSUR  | 0,00018   | 0,00158   | 0,00019   | 0,00024   | 0,00031   | 0,00010   | 0,00007   | 0,00000   | 0,00003   | - 0,00000 |
| WOR   | 0,00026   | 0,00019   | 0,00084   | 0,00051   | 0,00034   | 0,00019   | 0,00033   | - 0,00002 | - 0,00001 | 0,00006   |
| GSM   | 0,00035   | 0,00024   | 0,00051   | 0,00272   | 0,00043   | 0,00017   | 0,00040   | - 0,00003 | - 0,00001 | 0,00005   |
| PERI  | 0,00033   | 0,00031   | 0,00034   | 0,00043   | 0,00155   | 0,00010   | 0,00024   | - 0,00001 | 0,00002   | 0,00005   |
| IMKTA | 0,00008   | 0,00010   | 0,00019   | 0,00017   | 0,00010   | 0,00041   | 0,00010   | - 0,00001 | - 0,00004 | 0,00000   |
| EQNR  | 0,00017   | 0,00007   | 0,00033   | 0,00040   | 0,00024   | 0,00010   | 0,00062   | - 0,00002 | - 0,00000 | 0,00006   |
| GOVT  | - 0,00001 | 0,00000   | - 0,00002 | - 0,00003 | - 0,00001 | - 0,00001 | - 0,00002 | 0,00001   | 0,00000   | - 0,00000 |
| EMIM  | - 0,00000 | 0,00003   | - 0,00001 | - 0,00001 | 0,00002   | - 0,00004 | - 0,00000 | 0,00000   | 0,00015   | 0,00001   |
| EPRA  | 0,00003   | - 0,00000 | 0,00006   | 0,00005   | 0,00005   | 0,00000   | 0,00006   | - 0,00000 | 0,00001   | 0,00015   |

Zdroj: Vlastné spracovanie

Pre zistenie toho, aká silná je miera závislosti cien jednotlivých aktív potrebujeme vypočítať korelačný koeficient. Podobne ako pri variačnokovariačnej matici ide o maticové riešenie problému. Vzorec na výpočet korelačného koeficientu vychádza z pomeru kovariancie a smerodajnej odchýlky (13), čo v maticovom tvare môžeme zapísať takto:

$$\text{Korelačná matica} = \Sigma / \sigma^T \sigma$$

Kde:

$\Sigma$  – variačnokovariačná matica

$\sigma$  – matica smerodajných odchýlok pre všetky cenné papiere

$\sigma^T$  – transponovaná matica

Podobne s využitím maticovej funkcie MMULT v MS Excel sme sa dopracovali ku korelačnej matici. Skúškou správnosti je hlavná diagonála matice, na ktorej sa musia nachádzať jednotky.

Tabuľka 4: Korelačná matica

|       | TSEM   | OSUR   | WOR    | GSM    | PERI   | IMKTA  | EQNR   | GOVT   | EMIM   | EPRA   |
|-------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| TSEM  | 1      | 0,18   | 0,36   | 0,28   | 0,34   | 0,16   | 0,28   | - 0,11 | - 0,01 | 0,11   |
| OSUR  | 0,18   | 1      | 0,17   | 0,11   | 0,20   | 0,12   | 0,07   | 0,01   | 0,06   | - 0,01 |
| WOR   | 0,36   | 0,17   | 1      | 0,34   | 0,30   | 0,32   | 0,46   | - 0,17 | - 0,04 | 0,18   |
| GSM   | 0,28   | 0,11   | 0,34   | 1      | 0,21   | 0,16   | 0,31   | - 0,14 | - 0,01 | 0,09   |
| PERI  | 0,34   | 0,20   | 0,30   | 0,21   | 1      | 0,12   | 0,25   | - 0,05 | 0,04   | 0,10   |
| IMKTA | 0,16   | 0,12   | 0,32   | 0,16   | 0,12   | 1      | 0,20   | - 0,10 | - 0,15 | 0,00   |
| EQNR  | 0,28   | 0,07   | 0,46   | 0,31   | 0,25   | 0,20   | 1      | - 0,21 | - 0,01 | 0,18   |
| GOVT  | - 0,11 | 0,01   | - 0,17 | - 0,14 | - 0,05 | - 0,10 | - 0,21 | 1      | 0,01   | - 0,07 |
| EMIM  | - 0,01 | 0,06   | - 0,04 | - 0,01 | 0,04   | - 0,15 | - 0,01 | 0,01   | 1      | 0,09   |
| EPRA  | 0,11   | - 0,01 | 0,18   | 0,09   | 0,10   | 0,00   | 0,18   | - 0,07 | 0,09   | 1      |

Zdroj: Vlastné spracovanie

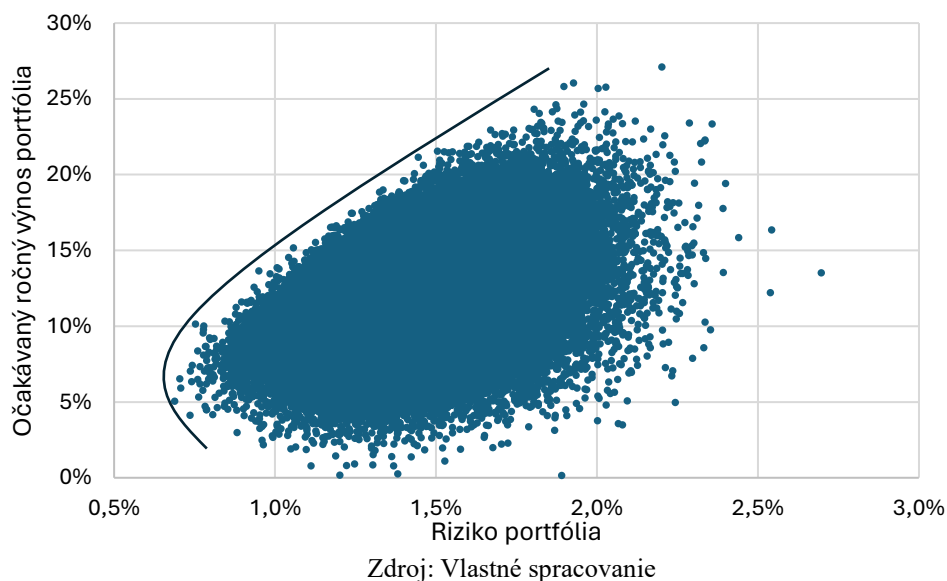
Môžeme si všimnúť, že na finančných trhoch je náročné nájsť aktíva so zápornou koreláciou. Najsilnejšie pozitívne korelácie dosahuje akciová zložka portfólia. Deje sa tak hlavne kvôli úrovni prepojenosti svetových finančných trhov a navyše sú tieto akcie z rozvinutých ekonomík. Najslabšiu vzájomnú koreláciu s ostatnými cennými papiermi v našom portfóliu majú dlhopisové ETF GOVT, ETF rozvojových trhov EMIM a ETF zo sektoru nehnuteľností EPRA. Najsilnejšiu pozitívnu koreláciu na úrovni 0,46 dosahuje spoločnosť EQNR s WOR a najsilnejšiu zápornú koreláciu na úrovni -0,21 dosahuje ETF amerických štátnych dlhopisov GOVT a spoločnosť EQNR.

Diverzifikáciou sa snažíme vyhladiť nesystematické rizikové udalosti v portfóliu, tak že pozitívne výkonnosti niektorých investícií neutralizujú negatívnu výkonnosť iných. Tieto výhody diverzifikácie fungujú len vtedy, ak cenné papiere v portfóliu nie sú dokonale korelované. To znamená, že reagujú odlišne, prípadne opačným smerom, na vplyvy trhu.

### 4.2.3 Tvorba portfólií

Pri hľadaní optimálnych portfólií budeme vychádzať z Markowitzowho modelu, ktorý porovnáva výnos a riziko jednotlivých portfólií. Posledným krokom diverzifikácie pri tvorbe portfólia je pridelenie váh jednotlivým aktívam v portfóliu. Pri portfóliu tvorenom z dvoch aktív pričom ich váhy sa môžu meniť len o celý percentuálny bod, existuje 101 možných kombinácií portfólií. S narastajúcim množstvom aktív počet kombinácií narastá exponenciálne. Množinu možných kombinácií portfólií z našich desiatich aktív sme znázornili aj vizuálne, avšak pre obmedzenia MS Excel sme zobrazili len 100 000 náhodných kombinácií.

Graf 1: Množina prípustných portfólií a efektívna hranica



Na grafe môžeme vidieť, že aj pri nami zvolených cenných papierov existujú portfólia na efektívnej hranici, ktoré pri tej istej úrovni rizika poskytujú rozdielne očakávané výnosy. V bode kde sa hyperbola efektívnej hranice mení z konvexnej na konkávnu (najbližší bod k y-silovovej osi), leží portfólio s minimálnym rizikom. Pri pohybe smerom doprava po efektívnej hranici nám narastá výnos, ale aj riziko. Pre hľadanie konkrétnych portfólií na tejto hranici podľa nami zvolených podmienok budeme využívať doplnok riešiteľ v MS Excel. Pri hľadaní optimálnych portfólií sme si zvolili nasledovné podmienky:

- Minimalizácia rizika
- Minimalizácia rizika, pri zachovaní výnosu z rovnomerne váženého portfólia
- Maximalizácia výnosu, pri zachovaní rizika z rovnomerne váženého portfólia
- Maximalizácia Sharpe ratio

Váhy jednotlivých aktív pri optimalizácii budú môcť byť len kladné, tak aby nedochádzalo ku predaju na krátko a nie väčšie ako 50%.

### Rovnomerne vážené portfólio

Najjednoduchším spôsobom pridelenia váh, je ich rovnomerná distribúcia, tak aby platilo  $\sum w_1 = 1$ . Pri portfóliu z desiatich aktív to znamená, že do každého aktíva bude investovaných 10% z celkového investovaného kapitálu.

Pri výpočte výnosu portfólia vychádzame zo vzorca (9), ktorý výnosnosť počíta ako vážený aritmetický priemer výnosov jednotlivých cenných papierov zahrnutých do portfólia. V MS Excel sme ho vypočítali pomocou funkcie SUMPRODUCT, do ktorej sme zahrnuli priemerné denné výnosy jednotlivých aktív a ich váhy.

Pri výpočte rizika portfólia (smerodajnej odchýlky portfólia) vychádzame zo vzorca (15), ale keďže ide o portfólio s desiatimi aktívami, pomôžeme si s maticovým riešením.

$$\sigma_p = \sqrt{(w\Sigma w^T)}$$

Kde:

$w$  – matica váh jednotlivých aktív

$w^T$  – transponovaná matica

$\Sigma$  – variačnokovariačná matica

Základné štatistiky portfólia sú zhrnuté v nasledujúcej tabuľke:

Tabuľka 5: Portfólio s rovnomerne rozloženými váhami

|                          | TSEM         | OSUR  | WOR         | GSM   | PERI  | IMKTA | EQNR  | GOVT  | EMIM  | EPRA  |      |
|--------------------------|--------------|-------|-------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|------|
| Váhy $w$                 | 10,0%        | 10,0% | 10,0%       | 10,0% | 10,0% | 10,0% | 10,0% | 10,0% | 10,0% | 10,0% | 100% |
| Portfólio E(r)           | 0,0442% /deň |       | 11,79% /rok |       |       |       |       |       |       |       |      |
| Portfólio $\sigma$       | 1,383%       |       |             |       |       |       |       |       |       |       |      |
| Portfólio E(r)/ $\sigma$ | 0,03198      |       |             |       |       |       |       |       |       |       |      |

Zdroj: Vlastné spracovanie

Pre lepšiu predstavu očakávanej výnosnosti portfólia, sme do tabuľky zahrnuli aj jeho ročnú výnosnosť, ktorú sme vypočítali nasledovne:

$$\text{Ročná } E(r) = (1 + \text{denná } E(r))^{252-1}$$

V tabuľke 5 si môžeme všimnúť, že už len naivná diverzifikácia, priradenie rovnakých váh jednotlivým aktívam, dokázala znížiť riziko portfólia na 1,38%, čo je menej než riziko jednotlivých akcií v portfóliu, čo si môžeme porovnať v tabuľke 2. Výnosovo-rizikový pomer takto zostaveného portfólia je 0,032.

### Portfólio s minimálnym rizikom

Pri hľadaní portfólia s minimálnym rizikom sme do riešiteľa zadali, že chceme minimalizovať smerodajnú odchýlku len tým, že sa budú meniť váhy jednotlivých aktív, ktorých súčet bude vždy rovný 1. Základný štatistický prehľad tohto portfólia je zhrnutý v nasledujúcej tabuľke.

Tabuľka 6: Portfólio s minimálnym rizikom

|                  | TSEM         | OSUR | WOR        | GSM  | PERI | IMKTA | EQNR | GOVT  | EMIM  | EPRA  |      |
|------------------|--------------|------|------------|------|------|-------|------|-------|-------|-------|------|
| Váhy w           | 2,8%         | 0,5% | 0,0%       | 0,0% | 0,0% | 8,2%  | 2,7% | 50,0% | 18,9% | 16,9% | 100% |
| Portfólio E(r)   | 0,0113% /deň |      | 2,89% /rok |      |      |       |      |       |       |       |      |
| Portfólio σ      | 0,413%       |      |            |      |      |       |      |       |       |       |      |
| Portfólio E(r)/σ | 0,02740      |      |            |      |      |       |      |       |       |       |      |

Zdroj: Vlastné spracovanie

Najnižšia smerodajná odchýlka, ktorú je možné dosiahnuť pri nákupe daných cenných papierov je 0,413%. Je to menej, ako si môžeme vizuálne overiť na grafe 1, to je však pravdepodobne spôsobené malým množstvom kombinácií zobrazených portfólií v grafe, čo vedie k nezobrazeniu hraničných hodnôt. Môžeme si všimnúť, že najväčšia váha je pridelená dlhopisovému ETF GOVT (50% - podľa podmienky), ktoré spomedzi ostatných aktív vykazuje najnižšiu smerodajnú odchýlku. Toto rozloženie váh sa však odráža na úrovni očakávaného výnosu, ktorý je na úrovni 2,89% /rok. V niektorých prípadoch vysokorizikových akcií je ich váha dokonca nulová alebo veľmi blízka nule.

### Minimalizácia rizika, pri zachovaní výnosu

Pri optimalizácii daného portfólia sa zameriame na minimalizáciu rizika pri zachovaní rovnakého očakávaného výnosu, ako pri portfóliu s rovnomerne rozloženými váhami. Podmienky v riešiteľovi sme ponechali nezmenené, ako pri portfóliu s minimálnym rizikom, ale pridali sme podmienku, že výnos portfólia sa musí rovnať výnosu portfólia s rovnomerne rozdelenými váhami.

Tabuľka 7: Portfólio minimalizujúce riziko, pri zachovaní výnosu

|                          | TSEM         | OSUR | WOR         | GSM  | PERI  | IMKTA | EQNR | GOVT  | EMIM  | EPRA |      |
|--------------------------|--------------|------|-------------|------|-------|-------|------|-------|-------|------|------|
| Váhy w                   | 0,4%         | 0,0% | 5,6%        | 0,0% | 11,0% | 23,6% | 0,0% | 42,1% | 17,3% | 0,0% | 100% |
| Portfólio E(r)           | 0,0442% /deň |      | 11,79% /rok |      |       |       |      |       |       |      |      |
| Portfólio $\sigma$       | 0,778%       |      |             |      |       |       |      |       |       |      |      |
| Portfólio E(r)/ $\sigma$ | 0,05685      |      |             |      |       |       |      |       |       |      |      |

Zdroj: Vlastné spracovanie

Môžeme vidieť, že existuje kombinácia váh jednotlivých aktív, ktorá nám dokáže priniesť rovnaký výnos s nižším rizikom, ako v prípade rovnomerne váženého portfólia. Smerodajná odchýlka portfólia poklesla z 1,38% na 0,78%, čo je výrazný rozdiel na to, že výnos zostal nezmenený. Podobne, ako pri portfóliu s minimálnym rizikom dlhopisové ETF GOVT tvorí najväčší podiel investície 42,1%.

### Maximalizácia výnosu, pri zachovaní rizika

Vďaka zakriveniu krivky efektívnej hranice môžeme hľadať portfólio, ktoré má vyšší výnos ako ekvivalentné portfólio s rovnakým rizikom. Podmienky v riešiteľovi sme nastavili tak, že chceme maximalizovať očakávaný výnos pri zachovaní rovnakej miery rizika, ako pri portfóliu s rovnomerne rozdelenými váhami.

Tabuľka 8: Portfólio maximalizujúce výnos, pri zachovaní rizika

|                          | TSEM         | OSUR | WOR         | GSM  | PERI  | IMKTA | EQNR | GOVT | EMIM  | EPRA |      |
|--------------------------|--------------|------|-------------|------|-------|-------|------|------|-------|------|------|
| Váhy w                   | 0,4%         | 0,0% | 8,5%        | 0,0% | 20,9% | 41,6% | 0,0% | 3,4% | 25,3% | 0,0% | 100% |
| Portfólio E(r)           | 0,0787% /deň |      | 21,93% /rok |      |       |       |      |      |       |      |      |
| Portfólio $\sigma$       | 1,383%       |      |             |      |       |       |      |      |       |      |      |
| Portfólio E(r)/ $\sigma$ | 0,05691      |      |             |      |       |       |      |      |       |      |      |

Zdroj: Vlastné spracovanie

Pri zachovaní miery rizika sa nám podarilo zvýšiť očakávaný ročný výnos z 11,79% na 21,93%, čo je takmer dvojnásobok. Môžeme si všimnúť, že najväčšia váha bola vo väčšine prípadov pridelená aktívam s najväčším rizikovo váženým výnosom, avšak toto nie je pravidlo. Taktiež si môžeme všimnúť, že pri posledných dvoch portfóliách výnosovo-rizikový pomer je takmer rovnaký, keďže v prvom prípade sme minimalizovali menovateľ a v druhom maximalizovali čitateľ.

### Maximalizácia upraveného Sharpe ratio

Ako sme spomínali vyššie Sharpe ratio nám hovorí o výnose upravenom o riziko, čo môžeme označiť ako výšku prémie za podstúpené riziko. Pri Sharpe ratio platí pravidlo, že čím je vyšší pomer výnosu k riziku, tým investícia dosahuje vyšší výnos na jednotku podstúpeného rizika. Pre nájdenie takéhoto portfólia sme do riešiteľa zadali podmienky tak, aby došlo k maximalizácii Sharpe ratio len prostredníctvom zmien váh jednotlivých aktív, ktoré sa musia rovnať 1.

*Tabuľka 9: Portfólio s maximálnym Sharpe ratio*

|                          | TSEM         | OSUR | WOR         | GSM  | PERI  | IMKTA | EQNR | GOVT  | EMIM  | EPRA |      |
|--------------------------|--------------|------|-------------|------|-------|-------|------|-------|-------|------|------|
| Váhy w                   | 0,0%         | 0,0% | 6,8%        | 0,0% | 14,9% | 30,6% | 0,0% | 27,3% | 20,5% | 0,0% | 100% |
| Portfolio E(r)           | 0,0576% /deň |      | 15,61% /rok |      |       |       |      |       |       |      |      |
| Portfolio $\sigma$       | 1,007%       |      |             |      |       |       |      |       |       |      |      |
| Portfolio E(r)/ $\sigma$ | 0,05718      |      |             |      |       |       |      |       |       |      |      |

Zdroj: Vlastné spracovanie

Najväčšia váha bola pridelená spoločnosti IMKTA a ETF GOVT. Toto portfólio je to, ktoré by si mal investor racionálne vybrať. Je však potrebné si všimnúť, že niektorým aktívam aj v predchádzajúcich portfóliách bola pridelená váha 0%. Napr. v tomto portfóliu s maximálnym Sharpe ratio na úrovni 0,057, má pridelenú nulovú váhu až polovica aktív portfólia, čím strácame efekt sektorovej, geografickej diverzifikácie a diverzifikácie medzi rôznymi druhmi aktív. Pre zlepšenie úrovne diverzifikácie sme sa rozhodli pridať podmienku minimálnej váhy každého aktíva v portfóliu 5%.

*Tabuľka 10: Portfólio s maximálnym Sharpe ratio a s minimálnou váhou aktív 5%*

|                          | TSEM         | OSUR | WOR         | GSM  | PERI  | IMKTA | EQNR | GOVT | EMIM | EPRA |      |
|--------------------------|--------------|------|-------------|------|-------|-------|------|------|------|------|------|
| Váhy w                   | 5,0%         | 5,0% | 5,0%        | 5,0% | 22,0% | 38,0% | 5,0% | 5,0% | 5,0% | 5,0% | 100% |
| Portfolio E(r)           | 0,0766% /deň |      | 21,27% /rok |      |       |       |      |      |      |      |      |
| Portfolio $\sigma$       | 1,556%       |      |             |      |       |       |      |      |      |      |      |
| Portfolio E(r)/ $\sigma$ | 0,04921      |      |             |      |       |       |      |      |      |      |      |

Zdroj: Vlastné spracovanie

Po zadaní tejto podmienky sa viac ako 5% investovalo len do dvoch akcií a to IMKTA a PERI. Smerodajná odchýlka sa zvýšila na 1,56% a očakávaný výnos na 21,27%.

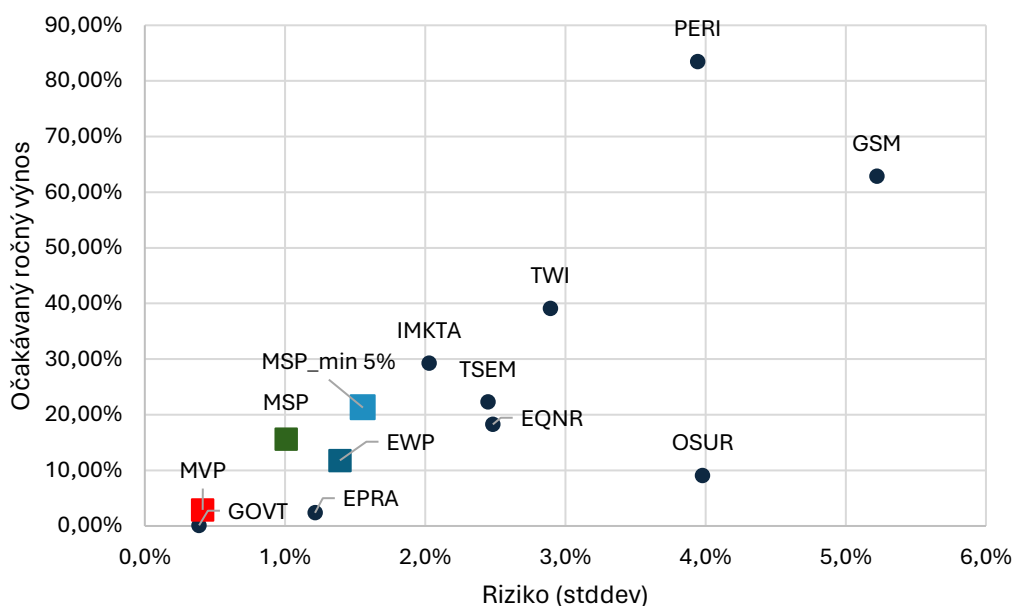
## 5 Diskusia

### Zhodnotenie výsledkov

V prvom kroku tvorby portfólia sme sa zamerali na výber cenných papierov. Akcie sme vyberali na základe siedmich fundamentálnych ukazovateľov, ktoré nám pomohli vyfiltrovať zdravé, potenciálne podhodnotené spoločnosti. Každá z vybraných akcií reprezentuje iný sektor. Následne sme pridali dlhopisové ETF, ETF rozvojových trhov a ETF tvorené zo spoločností z realitného sektora. Takto sa nám podarilo vytvoriť portfólio z 10 aktív so zahrnutou sektorov, geografickou diverzifikáciou a diverzifikáciou medzi triedami aktív. Potvrďuje to pomerne nízka pozitívna, v niektorých prípadoch aj záporná korelácia medzi jednotlivými cennými papiermi v portfóliu. Váhy jednotlivým aktívam v portfóliu sme priradili pomocou modelu založenom na výnose a riziku týchto aktív.

Z daného modelu založenom na výnose a riziku jednotlivých cenných papierov zahrnutých v portfóliu dokážeme vypočítať optimálne váhy pre tieto aktíva podľa nami určených podmienok. Možnosti určenia podmienok ohľadom výnosu, rizika portfólia a váh jednotlivých aktív sú rozsiahle. Investor si podmienky vždy volí podľa svojich preferencií. Podľa modernej teórie portfólia, by si investor mal zvoliť podmienky tak, aby sa jeho portfólio nachádzalo na efektívnej hranici. Model nám však v niektorých prípadoch ponúkal nulové váhy, čo znamená zmenšenie portfólia a stratenie efektu diverzifikácie. Pre zabránenie straty efektu diverzifikácie sa nám ponúka možnosť napr. zadania podmienky minimálnej váhy väčšej ako nula pre každé aktívum, čím sa ale posúvame pod efektívnu hranicu. Na nasledujúcom grafe môžeme vidieť relatívne porovnanie výnosu a rizika jednotlivých cenných papierov zahrnutých do portfólia a vybrané portfólia, ktoré sme vytvorili podľa nami zvolených kritérií. Môžeme si všimnúť, že už len portfólio s rovnomerne rozloženými váhami dokázalo znížiť riziko investície viac, ako je riziko väčšiny jednotlivých cenných papierov. Pre vhodne diverzifikované a optimalizované portfólio sme sa rozhodli uplatniť podmienku maximalizácie upraveného Sharpe ratio a minimálnej váhy pre každé aktívum 5%. Dané portfólio vykazuje podobný očakávaný výnos ako spoločnosti TSEM a EQNR, ale zároveň vykazuje nižšie riziko. Ak by sme chceli maximalizovať náš očakávaný výnos, všetky prostriedky by sme dali do akcií len jednej spoločnosti PERI, to však za cenu stratenia efektu diverzifikácie a vysokého rizika danej akcie.

Graf 2: Porovnanie výnosu a rizika jednotlivých aktív a portfólií



Zdroj: Vlastné spracovanie

Kde:

MVP – Portfólio s minimálnym rizikom (minimum variance portfolio)

EWP – Portfólio s rovnomerne rozloženými váhami (equally weighted portfolio)

MSrP – Portfólio maximalizujúce Sharpe ratio

MSrP\_min 5% - Portfólio maximalizujúce Sharpe ratio s podmienkou minimálnej váhy pre každé aktívum 5%

### Nevýhody využitého modelu

Je potrebné si uvedomiť, že investovanie nie je statický proces vzhľadom na to, že jednotlivé cenné papiere v čase menia svoju hodnotu v závislosti od udalostí vplývajúcich na tieto aktíva. Očakávané hodnoty vychádzajúce z modelu nie sú garantované hodnoty, sú to hodnoty založené len na historických pozorovaniach. Zároveň výsledky sa budú meniť v závislosti od frekvencie dát (denná, týždenná, mesačná atď.) a od počtu pozorovaní. Pre modelovanie nesystematickosti daného modelu v čase si zobrazíme efektívnu hranicu v rôznych časových obdobiach. Pre zjednodušenie portfólia na efektívnej hranici budú tvorené len z dvoch aktív a to WOR a EMIM. Vybrali sme päť časových úsekov: celý rok 2020, 2021, 2022, 2023 a rozpätie 2019-2024.

Graf 3: Efektívna hranica v rôznych historických obdobiach



Zdroj: Vlastné spracovanie

Ako môžeme vidieť, efektívna hranica sa v čase výrazne líši, či už ide o umiestnenie medzi osami alebo tvar krivky. Napr. efektívna hranica v roku 2022 sa nachádza v zápornom výnosovom pásme v dôsledku rastu úrokových sadzieb a v roku 2023 spoločnosť WOR zaznamenala prudký nárast výnosov. Posúvanie sa po krivke znamená presun váh medzi danými dvoma aktívami, pričom hraničné body krivky znázorňujú portfólia s pomerom váh 100:0 alebo 0:100. Riešením problému nesystematickosti modelu v čase kvôli trhovým výkyvom môže byť vytvorenie investičnej stratégie, ktorá pravidelne napr. na mesačnej báze optimalizuje váhy v portfóliu podľa nami zvolených podmienok.

## Odporúčania

Pri hľadaní cenných papierov do nášho portfólia resp. investičných príležitostí je dôležité si uvedomiť, že riziko nevychádza len z volatility. Teda z denných alebo týždenných výkyvov ceny. Volatilita vzrastie tak ako pri silnom prepade, tak aj pri silnom raste. A silné rasty sú žiadané. Lepšie pre definovanie rizika môže byť riziko straty, teda o koľko nám môže v priebehu investovania klesnúť hodnota investície. Opäť však vychádzame len z historických dát a očakávame, že hodnota investície sa vráti späť k priemeru. Skutočné riziko investovania spočíva v tom, že naša investícia ani na dlhodobom horizonte nedosiahne výnos. Príkladom nám môže byť japonský akciový index Nikkei 225. V 80. rokoch minulého storočia to bol rastový index, ktorý robil desiatky percent ročne. V 90. rokoch došlo prasknutiu akciovej bubliny na tomto trhu a nastalo obdobie poklesov a stagnácie, ktoré trvalo 34 rokov (bez zohľadnenia dividend), kým index prekonal svoj predchádzajúci vrchol.

Matematické modely založené na historických dátach nám nedokážu predpovedať takéto udalosti, a preto je potrebné dať priestor diverzifikácii, ktorá zabezpečí, že aj keď jedna krajina alebo sektor nedosiahnu zisky ani z dlhodobého hľadiska ostatné sektory, krajiny alebo iné druhy cenných papierov potiahnu celé portfólio do zisku.

Nadväzujúc na myšlienky autora knihy „*Čierna labuť*“ Nassima Nicholasa Taleba<sup>50</sup> je chybou pri predikciách výnosov na trhoch vychádzať len z gaussovej krivky resp. normálneho rozdelenia. Predikčné modely založené na normálnom rozdelení, ako sme spomínali vyššie, čelia obmedzeniam v predvídaní neočakávaných udalostí, ktoré majú často najväčší dosah. Zároveň často výnosy cenných papierov ani nepodliehajú normálnemu rozdeleniu. Ide o udalosti ako bola pandémia Covid-19 alebo finančná kríza v roku 2008. Dané extrémne udalosti nemusia byť len negatívne, ale môžu byť aj pozitívne, ako napr. revolučný vynález: internet alebo možno dnes umelá inteligencia. Odporúčaním pri stavbe a diverzifikácii investičného portfólia v takomto svete je nestavovať na extrémne negatívne udalosti, ale byť pripravený na tie pozitívne. Docieliť to možno už pri výbere akcií do portfólia napr. neexistuje známa udalosť, ktorá by dokázala hodnotu akcií banky zvýšiť o stovky percent za krátke obdobie, ale vieme o množstve udalostí, ktoré by dokázali poslať hodnotu týchto akcií o 100 % nižšie. Na druhej sú tu akcie napr. z technologického sektora, kde významný objav dokáže poslať hodnotu týchto akcií o stovky percent nahor. Vhodnou stratégiou pre diverzifikáciu extrémnych výkyvov je byť na trhu dlhodobo.

Poslednou otázkou zostáva optimálna veľkosť zostavovaného portfólia. Pozitívny efekt diverzifikácie medzi rôzne finančné nástroje, sektory či geografické oblasti potvrdzuje veľké množstvo odborných článkov. To ako úzko koncentrované portfólio resp. koľko aktív by ho malo tvoriť do veľkej miery závisí od schopností a cieľov investora. Ak je cieľom investora snaha o dosahovanie väčších ziskov, ako dosahuje trh jeho portfólio by nemalo byť príliš široké, to však za cenu vystavenia sa možnosti väčších strát. Na druhej strane riziko príliš širokého portfólia je veľmi podobné riziku trhu. Zároveň veľké množstvo aktív obmedzuje schopnosť investora sledovať vývoj jednotlivých zložiek portfólia, čo môže viesť ku zbytočným stratám.

---

<sup>50</sup> TALEB, Nassim N. The Black Swan. 1. vyd. New York: The Random House Publishing Group, 2007, 401 s. ISBN 978-1-4000-6351-2

## Záver

Vhodná stavba a diverzifikácia investičného portfólia predurčuje úspech investora na finančných trhoch. Naším hlavným cieľom v tejto práci bolo zostavenie diverzifikovaného portfólia z reálne obchodovateľných aktív a jeho následná optimalizácia na základe požiadaviek investora. Ako modelový príklad sme vytvorili desať zložkové portfólio z akcií a fondov obchodovaných na burze. Základnú diverzifikáciu sme dosiahli prostredníctvom sektorovej a geografickej diverzity. Na účinok spomenutej diverzifikácie sme poukázali prostredníctvom pomerne slabej pozitívnej, prípadne negatívnej miery korelácie. Pre optimalizáciu portfólia sme kvantifikovali výnos, riziko a vzájomnú kovarianciu medzi jednotlivými cennými papiermi. Z výsledkov práce vyplýva, že už len rovnomerné rozloženie váh v portfóliu dokáže znížiť celkové riziko pod hodnotu rizika jednotlivých aktív v portfóliu. Vďaka modelu sme však dokázali vytvoriť portfólia, ktoré vyhovovali našim podmienkam a výsledky naivného portfólia výrazne vylepšiť. Ako optimálne portfólio sme si vybrali to, ktoré maximalizuje upravený pomer Sharpe ratio a zároveň je splnená podmienka minimálnej váhy 5% pre každé aktívum, aby sme nestratili efekt diverzifikácie.

Na základe východiskových princípov modelu sme vyvodili aj jeho nevýhody, ako obmedzenosť predvídania budúcich udalostí na základe historických dát a jeho časovú nesystematickosť. Ako riešenie sme prezentovali niekoľko upozornení resp. odporúčaní, ako zasadiť problematiku stavby a diverzifikácie portfólia založenej na modernej teórii portfólia do reálneho sveta.

Na základe výsledkov bakalárskej práce hodnotíme, že sa nám podarilo dosiahnuť všetky stanovené čiastkové ciele, čím sme sa dostali k splneniu hlavného cieľa, stavby a diverzifikácie modelového portfólia. Potenciál rozšírenia tejto práce vidíme vo vytvorení obchodnej stratégie na základe využitého modelu a v porovnaní daných výsledkov s ostatnými matematickými prístupmi kvantifikujúcimi riziko.

## Zoznam použitej literatúry

### Knižné zdroje:

1. AMENC, Noel – LE SOURD, Veronique. *Portfolio Theory and Performance Analysis*. Chichester: John Wiley & Sons Inc., 2003, 256 s. ISBN 0-470-85874-5
2. BIKÁR, Miloš – KMEŤKO, Miroslav. *Finančné investície*. 1. vyd. Bratislava: EKONÓM, 2019, 135 s. ISBN 978-80-225-4628-7.
3. CHAKRABARTY, Siddhartha P. – KANAUIYA, Ankur. *Mathematical Portfolio Theory and Analysis*. 1. vyd. Singapore: Birkhäuser, 2023, 164 s. ISBN 978-981-19-8543-0
4. CHOVANCOVÁ, Božena – ÁRENDÁŠ, Peter. *Manažment portfólia v kolektívnom investovaní*. 1. vyd. Praha: Wolters Kluwer ČR, 2020, 333 s. ISBN 978-80-7598-638-2.
5. ELTON, Edwin J. et al. *Modern Portfolio Theory and Investment Analysis*. 9. vyd. United Kingdom: Wiley. 2014, 752 s. ISBN 978-1-118-46994-1
6. FABOZZI, Frank J. - PACHAMANOVA, Dessislava A. *Portfolio Construction and Analytics*. Hoboken: John Wiley&Sons Inc., 2016, 624 s. ISBN 978-1-119-23816-4
7. GLADIŠ, Daniel. *Naučte sa investovať*. 2. vyd. Praha: GRADA Publishing, a.s., 2006, 176 s. ISBN 978-80-247-1205-5
8. GRAHAM, Benjamin – ZWEIG, Jason. *Inteligentní investor*. 1. vyd. Praha: GRADA Publishing, a.s., 2007, 504 s. ISBN 80-247-1792-0
9. HRVOLOVÁ, Božena a kol. *Analýza finančných trhov*. 3. vyd. Praha: Wolters Kluwer, 2015, 516 s. ISBN 978-80-7478-948-9
10. KRÁĽOVIČ, Jozef – VLACHINSKÝ, Karol. *Finančný Manažment*. 3. vyd. Bratislava: Iura Edition, 2011, 468 s. ISBN 978-80-8078-356-3
11. MCDONNELL, Philip. *Optimal Portfolio Modeling: Models to Maximize Returns and Control Risk in Excel and R*. Hoboken: John Wiley&Sons Inc., 2008, 312 s. ISBN 978-0-470-11766-8
12. MCMILLAN, Michael, et al. *Investments: Principles of Portfolio and Equity Analysis*. Hoboken: John Wiley&Sons Inc., 2011, 656 s. ISBN 978-1-118-00116-5
13. PEKÁR, Juraj. *Modely matematického programovania na výber portfólia*. 1. vyd. Bratislava: EKONÓM, 2015, 68 s. ISBN 978-80-225-4057-5
14. SCHULMERICH, Marcus – LEPORCHER, Yves-Michel – EU, Ching-Hwa. *Applied Asset and Risk Management: A Guide to Modern Portfolio Management and Behavior-Driven Markets*. Berlin: Springer, 2015, 476 s. ISBN 978-3-642-55444-5

15. SIVÁK, Rudolf a kol. *Financie*. 1. vyd. Bratislava: Wolters Kluwer, 2015, 460 s. ISBN 978-80-8168-232-2
16. SIVÁK, Rudolf – GERTLER, Rudolf a kol. *Riziko vo financiách a v bankovníctve*. 5. vyd. Bratislava: SPRINT 2 s.r.o., 2018. 485 s. ISBN 978-80-89710-45-4.
17. STEWART, Scott D. – PIROS, Christopher D. – HEISLER, Jeffrey C. *Portfolio Management: Theory and Practice*. 2. vyd. Hoboken: John Wiley&Sons Inc., 2019, 720 s. ISBN 978-1-119-39744-1
18. STRONG, Robert A. *Portfolio Construction, Management, and Protection*. 5. vyd. Thomson: South-Western, 2006, 664 s. ISBN 978-0-324-66510-9
19. TALEB, Nassim N. *The Black Swan*. 1. vyd. New York: The Random House Publishing Group, 2007, 401 s. ISBN 978-1-4000-6351-2
20. Williams, John B. *The Theory of Investment Value*. 1 vyd. Masterton: Fraser Publishing Company, 1997, 525 s. ISBN 978-0-8703-4126-7

#### **Odborné články:**

1. FISHER, Lawrence. *Using Modern Portfolio Theory to Maintain an Efficiently Diversified Portfolio*. [elektronický zdroj]. 1975. 14 s. Dostupné na: <https://www.tandfonline.com/doi/pdf/10.2469/faj.v31.n3.73>
2. KOUMOU, Gilles B. *Diversification and portfolio theory: a review*. [elektronický zdroj]. 2020. 46 s. Dostupné na: <https://link.springer.com/article/10.1007/s11408-020-00352-6>
3. MARKOWITZ, H. Portfolio Selection.[elektronický zdroj]. The Journal of Finance. 1952, roč. 7, vyd. 1. 77-91 s. Dostupné na: <https://www.jstor.org/stable/2975974>
4. SHARPE. W. F. *Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium Under Conditions of Risk*. The Journal of Finance. 1964, no. 19

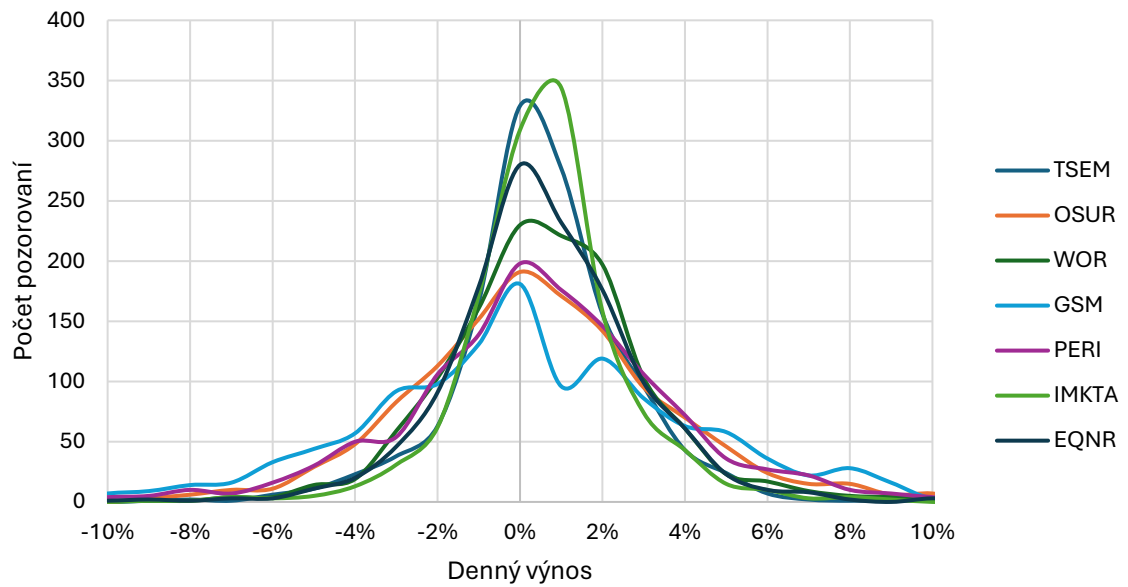
#### **Internetové zdroje:**

1. CHEN. James. Exchange-Traded Fund (ETF): Pros and Cons. Investopedia [online]. 2024. Dostupné na: <https://www.investopedia.com/terms/e/etf.asp>
2. FERENTCHAK. Linda. The efficient frontier fails the test of time. Proactive advisor magazine [online]. 2019. Dostupné na: <https://proactiveadvisormagazine.com/the-efficient-frontier-fails-the-test-of-time/>
3. HANICOVA, Daniela. Markowitz Model. Quantpedia [online]. 2021. Dostupné na: <https://quantpedia.com/markowitz-model/>
4. KENTON, Will. Downside Risk: Definition, Example, and How To Calculate. Investopedia [online]. 2022. Dostupné na: <https://www.investopedia.com/terms/d/downsiderisk.asp>

5. KENTON, Will. Kurtosis Definition, Types, and Importance. Investopedia [online]. 2023. Dostupné na: <https://www.investopedia.com/terms/k/kurtosis.asp>
6. RIEDL, Dominique. Distributing or Accumulating ETFs: How to handle investment income. justETF [online]. 2023. Dostupné na: <https://www.justetf.com/en/news/etf/distributing-or-accumulating-etfs-how-to-handle-investment-income.html>
7. SRIVASTAV, Ashish K. Efficient Frontier. WallStreetMojo [online]. 2024. Dostupné na: <https://www.wallstreetmojo.com/efficient-frontier/>
8. THE INVESTOPEDIA TEAM. Semi-Deviation: Overview, Formulas, History. Investopedia [online]. 2021. Dostupné na: <https://www.investopedia.com/terms/s/semideviation.asp>
9. WITKIN. Dave. A more efficient (and profitable) frontier. Proactive advisor magazine [online]. 2018. Dostupné na: <https://proactiveadvisormagazine.com/creating-an-optimal-portfolio/>
10. <https://finance.yahoo.com/>
11. <https://www.justetf.com/en/>

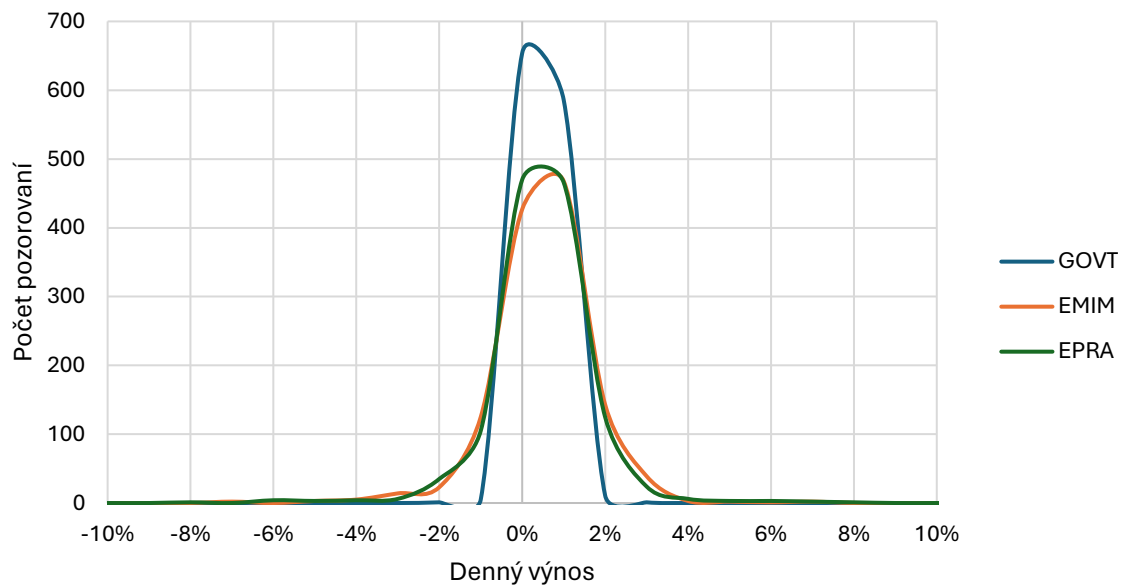
## Prílohy

Príloha 1: Histogram výnosností akcií



Zdroj: Vlastné spracovanie

Príloha 2: Histogram výnosností ETF



Zdroj: Vlastné spracovanie