

ODHAD ELASTICITY SUBSTITÚCIE VSTUPOV V SLOVENSKEJ EKONOMIKE

Karol Szomolányi, Martin Lukáčik, Adriana Lukáčiková*

Abstract

Estimate of Elasticity of Substitution of Inputs in Slovak Economy

The elasticity of substitution between labour and capital in the Slovak economy is estimated in the paper. We used an econometric specification of capital and labour demand and data from the National Bank of Slovakia's macroeconomic database. In order to filter the processes caused by short-term shocks, the data were adjusted using the frequency filter. Using the Breusch and Pagan test, we have shown that the stochastic terms of capital and labour demand are related. Therefore, we did not use only the least squares method to estimate both specifications, but we also estimated a system of two equations with seemingly unrelated regression. The paper is extended with a discussion showing that the relatively low value of the input substitution elasticity could theoretically be explained by the transitive nature of the Slovak economy during the studied period. The elasticity of substitution between labour and capital in the Slovak economy was relatively low in the period 1997–2014; we estimated its value in the range from 0.03 to 0.11 depending on the choice of the database version.

Keywords: elasticity of substitution, capital and labour demand, frequency filters

JEL Classification: C22, C32, E23

Úvod

Cieľom našej práce je odhadnúť priemernú agregovanú elasticitu substitúcie medzi prácou a kapitálom (elasticitu substitúcie vstupov) v slovenskej ekonomike. Opodstatnenosť takejto analýzy vyplýva z aktuálneho výskumu zaoberajúceho sa produkčnými funkciami, ktorého prehľad môžeme nájsť v prácach (Chirinko, 2008; Klump *et al.*, 2012). Uvedení autori argumentujú, že elasticita substitúcie vstupov je v ekonomikách vo svete menšia ako jedna, čo je v rozpore s Cobbovým-Douglasovým tvarom produkčnej funkcie. Táto skutočnosť by mala mať vplyv na ďalší výskum zahŕňajúci produkčné funkcie, akými sú napríklad výskum využívajúci dynamické stochastické modely všeobecnej rovnováhy (DSGE) alebo výskum ukotvený v neoklasickej teórii rastu. Odhad hodnoty elasticity substitúcie vstupov môže mať špeciálny význam pre tvorcov hospodárskej politiky v tranzitívnej

* Karol Szomolányi (karol.szomolanyi@euba.sk); Martin Lukáčik (martin.lukacik@euba.sk); Adriana Lukáčiková (adriana.lukacikova@euba.sk), Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky.

Tento článok vznikol s podporou projektu VEGA č. 1/0294/18 „Analýza krátkodobej a dlhodobej dynamiky ekonomického vývoja európskych postkomunistických krajín a ich regiónov“.

ekonomike, akou je Slovensko, ak považujeme za relevantnú teóriu Jürgena (2009), podľa ktorej táto hodnota vyplýva z konvergenčných procesov tranzitívnej ekonomiky.

Odhadom parametrov produkčnej funkcie sa zaoberalo množstvo ekonómov, pozri (Chirinko, 2008; Klump *et al.*, 2012). Výskum zaoberajúci sa odhadom produkčných funkcií využíva ekonometrické špecifikácie vzťahov na ponukovej strane hospodárstva. Sú nimi linearizovaný tvar produkčnej funkcie a podmienky prvého rádu reprezentatívnej firmy maximalizujúcej zisk. Tieto podmienky vysvetľujú kapitálový dopyt a pracovný dopyt.

Odhad týchto ekonometrických špecifikácií je spojený s teoretickými aj štatistickými problémami, ktoré sťažujú výber vhodného prístupu na odhad parametrov produkčnej funkcie. Hlavným teoretickým problémom je nevyhnutnosť normalizovať všeobecný tvar produkčnej funkcie s konštantnou nejednotkovou elasticitou substitúcie vstupov. Z prác (La Grandville, 1989) a (Klump *et al.*, 2012) vyplýva, že odhad linearizovaného tvaru produkčnej funkcie je spojený s chybou ekonometrickej špecifikácie, ak produkčná funkcia nie je správne normalizovaná. Normalizácia produkčnej funkcie by nemala vplyv na odhad parametrov iba za predpokladu jednotkovej elasticity substitúcie vstupov, t.j. v prípade Cobbovej-Douglasovej produkčnej funkcie.

Odhad normalizačného (bázického) bodu sa realizuje priemerovaním (Klump *et al.*, 2007) a (Klump *et al.*, 2012). Vzhľadom na tranzitívnu povahu slovenskej ekonomiky považujeme prístup priemerovania za problematický. Podmienkam tranzitívnej ekonomiky by lepšie zodpovedala normalizácia v okolí bodu ustáleného stavu navrhnutá v práci (Jones, 2003), avšak takýto bod je zložitý odhadnúť. Ako ukážeme v teoretickej časti, normalizácia produkčnej funkcie nemá vplyv na hodnotu elasticity substitúcie vstupov vo vzťahoch kapitálového a pracovného dopytu.

Za najväčší problém zo štatistického hľadiska považujeme nestacionárnosť prislúchajúcich procesov generujúcich časové rady a z toho vyplývajúcu prípadnú nepravú regresiu lineárnych vzťahov na ponukovej strane. Obvyklým riešením nestacionarity premenných je odhad prislúchajúceho kointegračného vzťahu modelom s korekčným členom, ako to vo svojej práci využil Caballero (1994). Okrem toho kointegračný vzťah prislúcha teórii racionálneho správania reprezentatívnej firmy maximalizujúcej zisk, ktorá je relevantná z dlhodobého hľadiska. Chirinko a Mallick (2011) kritizovali tento prístup, pretože kointegračný vzťah medzi podielmi vstupu (práce alebo kapitálu) a produkcie na jednej strane a ich podielmi cien na druhej strane podľa nich nemeria elasticitu substitúcie vstupov. Kritiku týchto autorov prezentujeme v teoretickej časti.

Chirinko a Mallick (2017) navrhli získať údaje dlhodobého správania pomocou frekvenčných filtrov. Tento prístup využijeme aj v našej práci. Zameriame sa na odhad vzťahov pracovného a kapitálového dopytu, v ktorých elasticitu substitúcie vstupov meriame ako zápornú hodnotu elasticity vplyvu podielov cien vstupu (práce, resp. kapitálu) a produkcie na podiel ich množstiev. Spoločnou črtou našej štúdie so štúdiu, ktorá využíva koncept normalizácie (Klump, 2007), je odhad systému viacerých rovníc na ponukovej strane. Do nášho systému nezahrnieme linearizovaný tvar produkčnej funkcie vyžadujúci správnu normalizáciu.

V úvode práce sa zaoberáme súčasným stavom problematiky. V teoretickej časti formulujeme a odvodíme špecifikácie odhadovaných modelov. Nasleduje prehľad zdrojov použitých údajov s nevyhnutnými aplikovanými úpravami. Publikované databázy ponúkajú dve základné možnosti merania úrokových mier potrebných pre výpočet príjmu z kapitálu a tri rôzne spôsoby merania ukazovateľov na trhu práce. Vyplýva z toho šesť rôznych verzií využitých údajových databáz.

Použité údaje sme upravili frekvenčným filtrom Baxterovej a Kinga (1999). Použitie tohto filtra vyžaduje nastavenie intervalu, ktorý odfiltruje frekvencie hospodárskeho cyklu, a keďže sa využívajú kľzavé priemery, je potrebné zvoliť počet období kľzavého priemeru. Vo všeobecnosti sa predpokladá, že periodicita hospodárskeho cyklu je v intervale 1,5 až 8 rokov a štandardne sa využívajú kľzavé priemery v dĺžke 3 rokov. Tieto hodnoty sme potvrdili experimentovaním na použitých údajoch s rôznymi vstupnými hodnotami filtrovaného intervalu frekvencií a posunov.

V ďalšej časti zdôvodňujeme výber aplikovaných metód odhadu ekonometrických špecifikácií odvodených v teoretickej časti. Okrem metódy najmenších štvorcov použitej na odhad parametrov jednotlivých špecifikácií sme pomocou testovania korelovanosti náhodných zložiek z rôznych rovníc ukázali, že analyzované vzťahy prebiehajú súčasne a vhodnejšie je odhadovať ich ako sústavu regresných rovníc so zdanlivo nesúvisiacimi náhodnými zložkami.

V osobitnej časti sa zaoberáme výsledkami odhadov získaných využitím rôznych premenných a metód. Výsledný odhad elasticity substitúcie vstupov je v porovnaní s relevantným výskumom využívajúcim americké údaje (Chirinko a Mallick, 2017) a (Klump *et al.*, 2007) relatívne nízky. Táto odlišnosť môže byť spôsobená chybou v dostupných údajoch, ale existuje viacero teoretických hypotéz vysvetľujúcich tento rozdiel. V diskusii ponúkneme súčasné možné teoretické vysvetlenia nízkej hodnoty elasticity substitúcie vstupov v tranzitívnej ekonomike, akou je slovenská ekonomika.

1. Model

Uvažujme normalizovanú produkčnú funkciu s konštantnou elasticitou substitúcie vstupov (CES) v tvare (Klump *et al.*, 2012):

$$Q_t = Q_0 \left[\pi_0 A_{Kt} \left(\frac{K_t}{K_0} \right)^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} + (1 - \pi_0) A_{Lt} \left(\frac{L_t}{L_0} \right)^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} \right]^{\frac{\sigma}{\sigma-1}}, \quad (1)$$

kde produkciu (výstup) označujeme symbolom Q_t , vstupy kapitál a práca symbolmi K_t a L_t , dolným indexom 0 označujeme normalizované hodnoty produkcie Q_0 , kapitálu K_0 a práce L_0 podľa teórie (La Grandville, 1989). Elasticitu substitúcie vstupov označujeme symbolom σ a normalizované distribučné koeficienty (podiely vstupov na výstupe) symbolmi $\pi_0 = r_0 K_0 / (P_0 Q_0)$ a $1 - \pi_0$, kde r_0 / P_0 je normalizovaná hodnota reálnej ceny jednotky kapitálu vyjadrená ako podiel normalizovanej nominálnej ceny jednotky kapitálu r_0 a normalizovanej nominálnej ceny jednotky produkcie P_0 . Celková produktivita kapitálu

a práce je A_{Kt} a A_{Lt} . Vo všeobecnom zápise neuvažujeme neutralitu celkovej produktivity faktorov, teda celková produktivita faktorov môže zlepšiť využitie práce ako aj kapitálu.

Klump *et al.* (2012) zvyrazňujú dôležitosť správneho normalizovania produkčnej funkcie. Normalizované hodnoty by mali zodpovedať skutočne nameraným hodnotám v bode normalizácie. V tranzitívnej ekonomike, akou je Slovensko, sa vstupy aj výstup produkčnej funkcie dynamicky vyvíjajú, a preto je odhad normalizačného bodu zložitý.

Uvažujme reprezentatívnu firmu, ktorej výrobné možnosti opisuje produkčná funkcia (1). Firma maximalizuje svoj zisk výberom vstupov K_t a L_t . Podmienky prvého rádu možno zapísať rovnicami kapitálového a pracovného dopytu v tvare (Klump *et al.*, 2012; Adu, 2015):

$$\ln\left(\frac{r_t}{P_t}\right) = \ln\left(\pi_0 \frac{Q_0}{K_0}\right) + \frac{1}{\sigma} \ln\left(\frac{K_0}{Q_0}\right) + \frac{1}{\sigma} \ln\left(\frac{Q_t}{K_t}\right) + \frac{\sigma-1}{\sigma} \ln A_{Kt} \quad (2)$$

$$\ln\left(\frac{w_t}{P_t}\right) = \ln\left[(1-\pi_0) \frac{Q_0}{L_0}\right] + \frac{1}{\sigma} \ln\left(\frac{L_0}{Q_0}\right) + \frac{1}{\sigma} \ln\left(\frac{Q_t}{L_t}\right) + \frac{\sigma-1}{\sigma} \ln A_{Lt}, \quad (3)$$

kde reálne ceny jednotky kapitálu a práce označujeme podielom cien r_t / P_t a w_t / P_t .

Dopytové vzťahy možno zapísať ekonometrickými špecifikáciami v tvare (Chirinko a Mallick, 2017):

$$y_{Kt} = \beta_{K0} - \sigma x_{Kt} + \beta_K t + v_{Kt} \quad (4)$$

$$y_{Lt} = \beta_{L0} - \sigma x_{Lt} + \beta_L t + v_{Lt}, \quad (5)$$

kde β_{K0} a β_{L0} sú parametre úrovnňových konštánt, β_K a β_L sú parametre trendu v uvedeních lineárnych špecifikáciách, symbolom y_{Kt} označujeme prirodzený logaritmus podielu kapitálu a produkcie a symbolom y_{Lt} označujeme prirodzený logaritmus podielu práce a produkcie, teda platí:

$$\ln\left(\frac{K_t}{Q_t}\right) = y_{Kt} \quad \text{a} \quad \ln\left(\frac{L_t}{Q_t}\right) = y_{Lt},$$

symbolom x_{Kt} označujeme prirodzený logaritmus podielu cien kapitálu a produkcie a symbolom x_{Lt} označujeme prirodzený logaritmus podielu cien práce a produkcie:

$$\ln\left(\frac{r_t}{P_t}\right) = x_{Kt} \quad \text{a} \quad \ln\left(\frac{w_t}{P_t}\right) = x_{Lt}.$$

Za predpokladu, že inovácie zlepšujúce využitie kapitálu a práce konštantne rastú, parametre β_K a β_L závisia od prislúchajúcej miery rastu produktivity kapitálu A_{Kt} a produktivity práce A_{Lt} a štartovacej hodnoty produktivity kapitálu $A_K^{(0)}$ a práce $A_L^{(0)}$:

$$\beta_K = \gamma_K \frac{\sigma-1}{\sigma} \ln(A_K^{(0)}) \quad (6)$$

$$\beta_L = \gamma_L \frac{\sigma-1}{\sigma} \ln(A_L^{(0)}), \quad (7)$$

kde γ_K a γ_L sú tieto miery rastu. Technologické šoky sú zahrnuté v náhodných zložkách v_{Kt} a v_{Lt} . Proces normalizácie (La Grandville, 1989) má vplyv na parametre β_{K0} a β_{L0} ale nie na odhad elasticity substitúcie vstupov σ , čím sme obišli tento teoretický problém. Predpokladáme, že podmienky prvého rádu reprezentatívnej firmy sa spĺňajú z dlhodobého hľadiska.

Avšak podľa Chirinka a Mallicka (2011), ak sú vzťahy (4) a (5) kointegrované, parameter σ nemeria elasticitu substitúcie vstupov. Pochybnosť autorov vyplýva z teoretických predpokladov podielov vstupov na produkcii. Nateraz predpokladajme, že vzťahy (4) a (5) sú kointegrované. Logaritmy podielov práce a kapitálu na produkcii možno zapísať v tvare:

$$\rho_{Kt} = \ln \left(\frac{r_t K_t}{P_t Q_t} \right) = x_{Kt} + y_{Kt} \quad (8)$$

$$\rho_{Lt} = \ln \left(\frac{w_t L_t}{P_t Q_t} \right) = x_{Lt} + y_{Lt} . \quad (9)$$

Dosadením vzťahov (4) a (5) do podielov (8) a (9) získame:

$$\rho_{Kt} = (1 - \sigma) x_{Kt} + \beta_{K0} + \beta_K t + v_{Kt} \quad (10)$$

$$\rho_{Lt} = (1 - \sigma) x_{Lt} + \beta_{L0} + \beta_L t + v_{Lt} . \quad (11)$$

Podľa neoklasickej teórie je podiel práce na produkcii (a jeho logaritmus) stacionárny. S ohľadom na vzťah (7) je podiel práce na produkcii (11) stacionárny iba v prípade, ak $\sigma = 1$. Parameter σ nemeria elasticitu substitúcie vstupov.

Podiel kapitálu a produkcie aj podiel ich cien sú stacionárne a nie je splnená nutná podmienka kointegrácie (5). Ak existuje kointegračný vzťah (4) alebo kointegračný vzťah (5) s parametrom $\sigma \neq 1$, je to vzťah ovplyvnený inými ekonomickými nezahrnutými procesmi a prislúchajúci parameter σ nemožno interpretovať ako elasticitu substitúcie vstupov.

Na odhad elasticity substitúcie vstupov potrebujeme využiť vzťahy (4) a (5). Ak nie sú kointegrované, sú ovplyvnené krátkodobými šokmi. Preto Chirinko a Mallick (2017) navrhli od podielov cien a množstiev odfiltrovať javy spôsobené krátkodobými šokmi (hospodárskym cyklom) pomocou frekvenčného filtra Baxterovej a Kinga (1999). Stacionarizované verzie vzťahov (4) a (5) získame ich diferencovaním:

$$\Delta(y_{Kt}) = \beta_K - \sigma \Delta(x_{Kt}) + u_{Kt} \quad (12)$$

$$\Delta(y_{Lt}) = \beta_L - \sigma \Delta(x_{Lt}) + u_{Lt} . \quad (13)$$

Na odhad elasticity substitúcie vstupov odhadneme špecifikácie (12) a (13). Časové rady logaritmov podielov vstupov na produkcii a ich cien upravíme frekvenčným filtrom.

2. Údaje

Na odhad špecifikácií (12) a (13) potrebujeme časové rady, ktoré merajú kapitál K , produkciu Q , prácu L a ich ceny r , P , w . Využijeme štvrťročné časové rady. Štvrťročné údaje zásoby kapitálu sú zverejnené v štatistickej databáze na portáli Národnej banky Slovenska (NBS). Podľa NBS je publikovaný rad zásoby kapitálu v bežných cenách sezónne očistený časový rad, ktorý zodpovedá stavu dlhodobého majetku ku koncu obdobia v zostatkovej cene za celé hospodárstvo. Keďže chceme zachovať sezónnu úpravu pre všetky údaje, využili sme portál NBS aj na získanie ostatných časových radov. Okrem úrokových mier všetky časové rady sú sezónne očistené.² Zdrojovými údajmi NBS sú ukazovatele rôznych štatistických, domácich a medzinárodných inštitúcií. Pri dátach zverejnených v databáze je ako zdroj uvedená príslušná inštitúcia, ktorá uvedený ukazovateľ zverejňuje. Pre väčšinu slovenských makroekonomických údajov je to Štatistický úrad SR, ktorý sezónne očisťovanie uskutočňuje metódou TRAMO-SEATS. Pre správnosť v úpravách údajov sme všetky využité deflátoary normalizovali tak, aby vyjadrovali podiel cien k obdobiu štvrtého kvartálu v roku 2010.

Produkciiu Q meriame časovým radom reálny hrubý domáci produkt (HDP)³, jej cenu prislúchajúcim deflátorom. Zverejnený časový rad zásoby kapitálu je v bežných cenách. Na získanie reálneho kapitálu K potrebujeme deflátor kapitálu. Na tento účel najskôr vypočítame deflátor čistých investícií. Nominálne čisté investície vyjadríme ako prvú diferenciu nominálneho kapitálu publikovaného na portáli NBS. Definujeme tvorbu čistého kapitálu ako rozdiel medzi tvorbou hrubého kapitálu a spotrebou fixného kapitálu. Vypočítali sme reálnu aj nominálnu tvorbu čistého kapitálu. Využitím deflátoru tvorby čistého kapitálu a nominálnych čistých investícií sme vypočítali reálne čisté investície. Keďže deflátoary sú normalizované k obdobiu v štvrtom kvartáli v roku 2010, v tomto období sa reálny kapitál rovná nominálnej zásobe kapitálu. V nasledujúcich obdobiach sme hodnotu reálneho kapitálu získali pripočítaním reálnych čistých investícií k hodnote reálneho kapitálu z predchádzajúceho obdobia. V predchádzajúcich obdobiach od obdobia vo štvrtom kvartáli roku 2010 sme hodnotu reálneho kapitálu získali odpočítaním reálnych čistých investícií od hodnoty reálneho kapitálu z nasledujúceho obdobia.

Cena jednotky kapitálu r je súčet nominálnej úrokovej miery a miery znehodnotenia kapitálu. Úrokové miery meriame dvoma spôsobmi. Prvý je časový rad nominálnych úrokových sadzieb na úvery nefinančným spoločnostiam, kde sú zaradené všetky nové úverové zmluvy medzi nefinančnými spoločnosťami a bankou počas referenčného obdobia. Druhý je časový rad nominálnych úrokových sadzieb na vklady nefinančných

2 Dostupné z: <http://www.nbs.sk/sk/menova-politika/makroekonomicka-databaza/makroekonomicke-ukazovatele-graf>

3 Portál NBS používa pojem stále ceny. Reálny HDP sa už dnes neodhaduje výpočtom v konštantných cenách z bázičného obdobia. Hodnoty časového radu sú vypočítané reťazením objemov podľa metodiky ESA 2010 – Metodické vysvetlivky ŠÚ SR (2016).

spoločností. Úroková miera z vkladov predstavuje úrokovú mieru z nových vkladov s dohodnutou splatnosťou, kde sú zaradené všetky nové zmluvy medzi nefinančnými spoločnosťami a bankou. Zdrojom údajov je databáza NBS úrokových sadzieb úverových inštitúcií. Podľa toho, ktorý časový rad nominálnych úrokových sadzieb využívame, rozlišujeme dve verzie našej databázy. Miera znehodnotenia kapitálu je podiel nominálnej spotreby fixného kapitálu a nominálnej zásoby kapitálu.

Prácu L meriame tromi rôznymi časovými radmi: počtom zamestnancov získaných výberovým zisťovaním pracovnej sily Štatistickým úradom SR – označený *VZPS*, počtom zamestnancov získaných európskym systémom národných a regionálnych účtov – označený *ESA* a počtom odpracovaných hodín získaných európskym systémom národných a regionálnych účtov – označený *hodiny*.

Gollin (2002) poukázal na nekonzistenciu teórie a nameraných hodnôt podielu práce na produkcii, ktorú pripisuje nesprávnemu výpočtu podielu práce. Kompenzácie zamestnancom nie sú vhodným ukazovateľom príjmu z práce, pretože nezahŕňujú odmeny za prácu samostatne zárobkovo činných osôb. Nie je zrejmé, akú časť z príjmu samostatne zárobkovo činných osôb možno započítať do príjmu z práce, resp. z kapitálu. Autor ponúkol niekoľko spôsobov odvodenia príjmu z práce. Vzhľadom na obmedzenú údajovú základňu uvažujeme prístup, v ktorom využijeme kompenzácie zamestnancom ako tieňovú cenu práce samostatne zárobkovo činných osôb. Príjem práce v hospodárstve získame podľa vzťahu:

$$w \times L = \left(1 + \frac{SZČO}{L} \right) \cdot KZ,$$

kde *SZČO* je práca samostatne zárobkovo činných osôb, kompenzácie zamestnancom sú označené symbolom *KZ*. Práca zamestnancov L a samostatne zárobkovo činných osôb *SZČO* je meraná všetkými tromi spôsobmi: počtom osôb podľa *VZPS*, podľa *ESA* a počtom odpracovaných *hodín*. Pre každý časový rad práce L tak existuje časový rad príjmu w .

Získané časové rady sú v rozpätí od prvého štvrt'roka 1997 po druhý štvrt'rok 2014. Horné obmedzenie je dané ohraničenou dĺžkou časového radu spotreby fixného kapitálu. Časové rady sme využili na výpočet logaritmov podielov y_K, y_L, x_K, x_L a upravili frekvenčným filtrom (Baxter a King, 1999). Použitie tohto filtra vyžaduje nastavenie intervalu, ktorý odfiltruje frekvencie hospodárskeho cyklu a keďže sa využívajú kľzavé priemery, je potrebné zvoliť počet období kľzavého priemeru. Problematikou frekvenčných filtrov sa zaoberá napr. štúdia (Poměnková a Maršálek, 2015).

Na obrázkoch 1 až 6 graficky prezentujeme spôsob výberu najvhodnejšej frekvencie hospodárskeho cyklu a počtu období kľzavého priemeru na časovom rade podielu y_K . Rovnakým spôsobom boli vybrané tieto parametre frekvenčného filtra aj pre ostatné časové rady podielov y_L, x_K, x_L .

Frekvencia hospodárskeho cyklu je v intervale (ω_d, ω_h) , kde symbolmi ω_d a ω_h označujeme hodnoty dolnej (dolný index d) a hornej hranice (h) frekvencie hospodárskeho cyklu. Tieto hodnoty zodpovedajú intervalu periodicity hospodárskeho cyklu, keďže medzi periodicitou a frekvenciou je inverzný vzťah. Vo všeobecnosti sa predpokladá, že

periodicita hospodárskeho cyklu je v intervale 1,5 až 8 rokov (6 až 32 štvrt'rokov). Pri známych hodnotách intervalu periodicity možno vypočítať hodnoty intervalu frekvencií:

$$\omega_d = \frac{2\pi}{p_h} \quad (14)$$

$$\omega_h = \frac{2\pi}{p_d}, \quad (15)$$

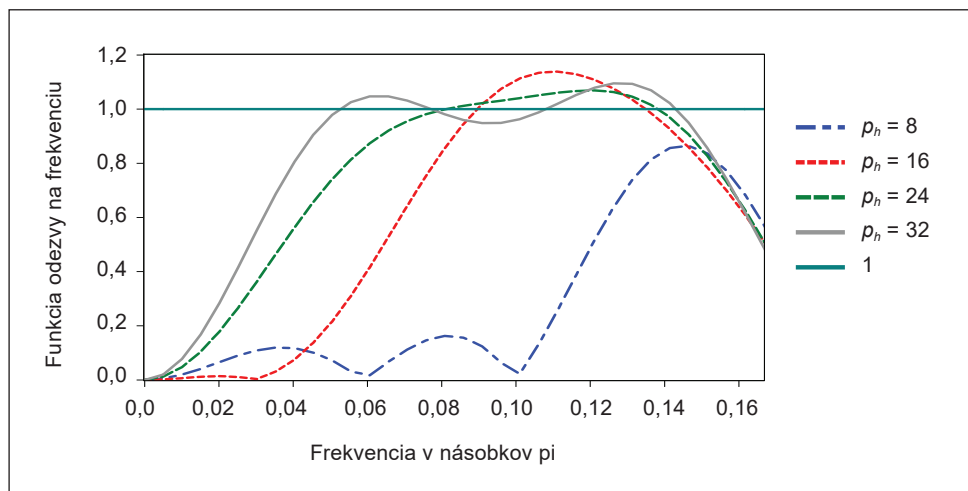
kde symbolom p označujeme periodicitu. Keďže vzťah medzi frekvenciou a periodicitou je inverzný, dolná hranica periodicity zodpovedá hornej hranici frekvencie a naopak, horná hranica periodicity zodpovedá dolnej hranici frekvencie. Pomocou frekvenčného filtra (Baxter a King, 1999) získame trendovú zložku odstránením frekvencií zodpovedajúcich intervalu hospodárskeho cyklu z pôvodných časových radov. Ak uvažujeme hospodársky cyklus s periodicitou v rozpätí 6 až 32 štvrt'rokov, zodpovedajúci interval frekvencií je v rozpätí $\pi/16$ až $\pi/3$.

Frekvenčné filtre využívajú kľzavé priemery, pre ktoré potrebujeme zvoliť počet obdobi l . Štandardne sa využívajú 3 roky (12 štvrt'rokov). O toto obdobie sa však výsledné časové rady z oboch strán skráti. Upravený časový rad má o $2 \cdot l$ menej pozorovaní.

Voľbu hraníc periodicity a posunov zdôvodníme využitím funkcií odozvy na frekvenciu. Funkcie odozvy na frekvenciu predstavujú rozsah, do akého filtrovaný rad zodpovedá pôvodnému radu pri danej frekvencii. Pre zobrazené frekvencie na x-ovej osi udávajú rozsah, v akom kľzavý priemer relatívne zvyšuje alebo znižuje rozptyl filtrovaného radu vzhľadom k pôvodnému radu. Na obrázku 1 vidíme priebeh funkcií odozvy na frekvenciu pre rôzne zvolené horné hranice periodicity $p_h \in \{8, 16, 24, 32\}$ a fixnú hodnotu dolnej hranice periodicity $p_d = 6$ a fixnú hodnotu časových posunov $l = 12$. Zaujímá nás priebeh odozvy v zodpovedajúcom intervale frekvencie. Frekvencia je na osi x grafu meraná násobkami čísla π . Horná hranica frekvencie sa podľa (15) pre všetky odozvy rovná $\pi/3$, pretože, vo všetkých prípadoch sa dolná hranica periodicity rovná 6. Dolná hranica frekvencie sa líši podľa prislúchajúcej hornej periodicity (14). Ak z množiny $p_h \in \{8, 16, 24, 32\}$ zvolíme hornú hranicu $p_h = 32$, filter odfiltruje z časového radu frekvencie s najväčším rozpätím.

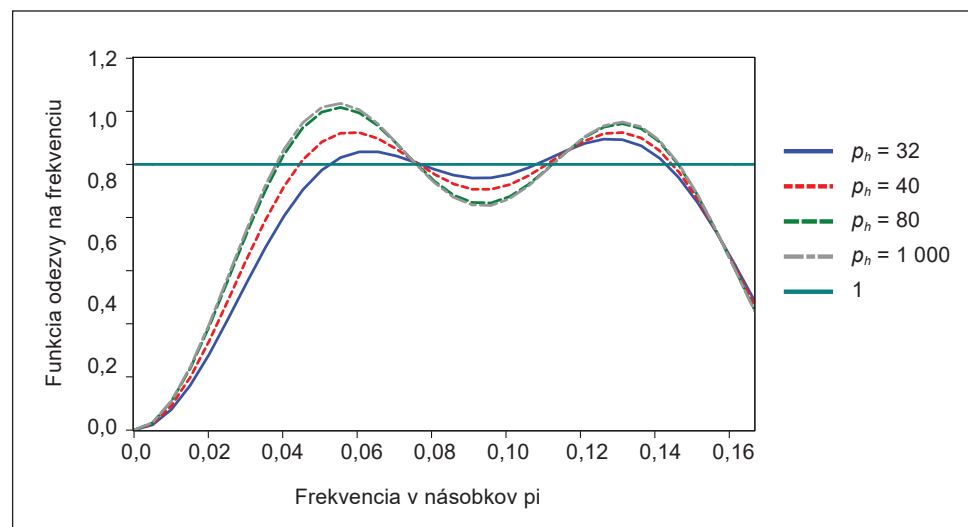
Na obrázku 2 máme to isté porovnanie s inými zvolenými hodnotami hornej hranice periodicity $p_h \in \{32, 40, 80, 1\,000\}$. Najväčšie filtrované rozpätie zodpovedá hodnote hornej hranice $p_h = 1\,000$. Krivku tejto funkcie odozvy najtesnejšie kopíruje odozva zodpovedajúca hornej hranici $p_h = 80$. Porovnaním s obrázkom 1 konštatujeme, že funkcia odozvy je menej citlivá na voľbu vyšších hodnôt hornej hranice periodicity $p_h \in \{32, 40, 80, 1\,000\}$. Voľbou nižších hodnôt hornej hranice periodicity $p_h \in \{8, 16, 24, 32\}$ (obrázok 1) sa funkcia odozvy mení výraznejšie. Pripomíname, že priebeh funkcie sledujeme v zodpovedajúcom intervale frekvencie.

Obrázok 1 | Funkcie odozvy na frekvenciu pri meniacich sa hodnotách dolnej hranice periodicity $p_h \in \{8, 16, 24, 32\}$ a fixných hodnotách $p_d = 6$ a $l = 12$



Zdroj: makroekonomická databáza NBS a výpočet podľa postupu Baxterovej a Kinga (1999)

Obrázok 2 | Funkcie odozvy na frekvenciu pri meniacich sa hodnotách dolnej hranice periodicity $p_h \in \{32, 40, 80, 1000\}$ a fixných hodnotách $p_d = 6$ a $l = 12$

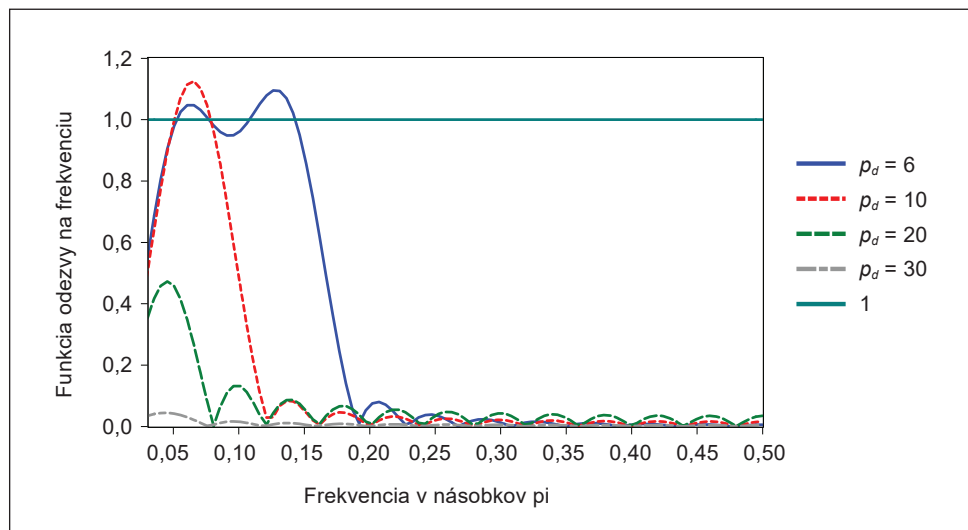


Zdroj: makroekonomická databáza NBS a výpočet podľa postupu Baxterovej a Kinga (1999)

Rovnaké porovnania s meniacimi sa hodnotami dolnej hranice periodicity $p_d \in \{6, 10, 20, 30\}$ a $p_h \in \{2, 4, 6, 8, 10\}$ sú na obrázkoch 3 a 4. Fixovaná je hodnota hornej periodicity $p_h = 32$ a hodnota posunov $l = 12$. Hodnota dolnej hranice frekvencie sa podľa (14)

vo všetkých prípadoch rovná $\pi/16$. Z uvažovaných intervalov frekvencie, najväčší získame voľbou dolnej hranice periodicity $p_d = 2$ na obrázku 4. Porovnaním grafov konštatujeme, že odozva na frekvenciu je menej citlivá na zmeny nižších hodnôt dolných hraníc periodicity (pri $p_d = 2, 4$ a 6). Pri voľbe dolnej hranice periodicity $p_d = 8$ sa funkcia odozvy v zodpovedajúcom intervale frekvencie výraznejšie odlišuje od funkcie odozvy zodpovedajúcej pre $p_d = 2$. Pre väčšiu prehľadnosť je na obrázku 5 zobrazený rovnaký graf ako na obrázku 4 so skrátenou škálou frekvencií.

Obrázok 3 | Funkcie odozvy na frekvenciu pri meniacich sa hodnotách hornej hranice periodicity $p_d \in \{6, 10, 20, 30\}$ a fixných hodnotách $p_n = 32$ a $l = 12$



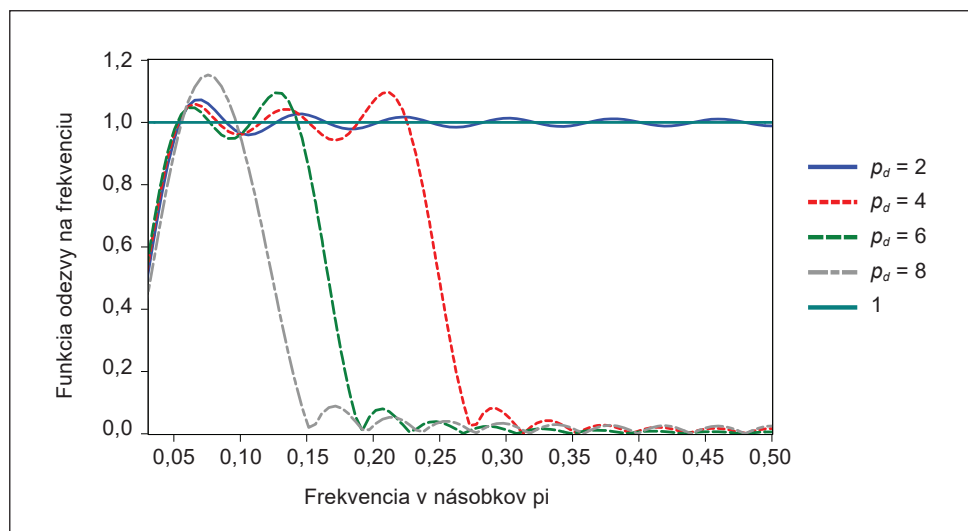
Zdroj: makroekonomická databáza NBS a výpočet podľa postupu Baxterovej a Kinga (1999)

Na obrázku 6 sú zobrazené rôzne funkcie odozvy pri voľbe rôzneho počtu období kľzavého priemeru $l \in \{4, 8, 12, 16, 20\}$. Fixovaný je interval periodicity $p \in (6, 32)$. Keďže pre všetky odozvy je interval frekvencie podľa (14) a (15) rovnaký, grafy sú zobrazené iba v tomto intervale. *Ideálna* odozva prislúcha posunom $l \rightarrow \infty$. V danom intervale frekvencie ju predstavuje priamka rovnobežná s osou x s funkčnou hodnotou 1. Túto funkciu odozvy najtesnejšie kopírujú funkcie s vyššími posunmi (pre $l = 12, 16$ a 20).

Výhodou výberu vhodného počtu období kľzavého priemeru je, že vzhľadom na rovnaké intervaly frekvencie možno porovnať plochy odchýlok daných funkcií odozvy od ideálnej funkcie odozvy. Pri výpočte sme úplný interval frekvencie $\omega \in (0, \pi)$ rozdelili na n rovnakých zlomkov. V každom zlomku v intervale frekvencie $\omega_k \in (\omega_d, \omega_h) = (\pi/16, \pi/3)$ sme vypočítali absolútnu hodnotu odchýlky danej funkčnej hodnoty odozvy od 1 a tieto hodnoty sme sčítali. V tabuľke 1 sú vypočítané plochy odchýlok pre $n = 100$ a $n = 10^6$. Plocha odchýlok je menej kritická na zmenu vyšších posunov (pre $l = 12, 16$ a 20). Výpočty potvrdzujú grafické zobrazenie na obrázku 6. Pri výpočte plôch odchýlok sme

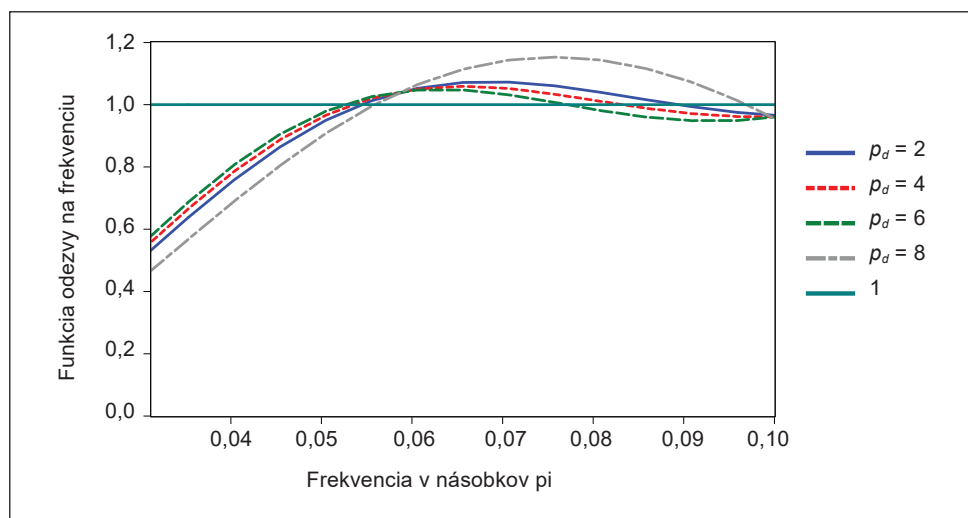
skúšali zvoliť rôzne hodnoty n . Konštatujeme, že porovnaním voľby $n = 100$ s voľbou $n = 10^6$ sa pre naše účely informatívna hodnota výpočtu daných plôch odchýlok nemení.

Obrázok 4 | Funkcie odozvy na frekvenciu pri meniacich sa hodnotách hornej hranice periodicity $p_d \in \{2, 4, 6, 8, 10\}$ a fixných hodnotách $p_h = 32$ a $l = 12$



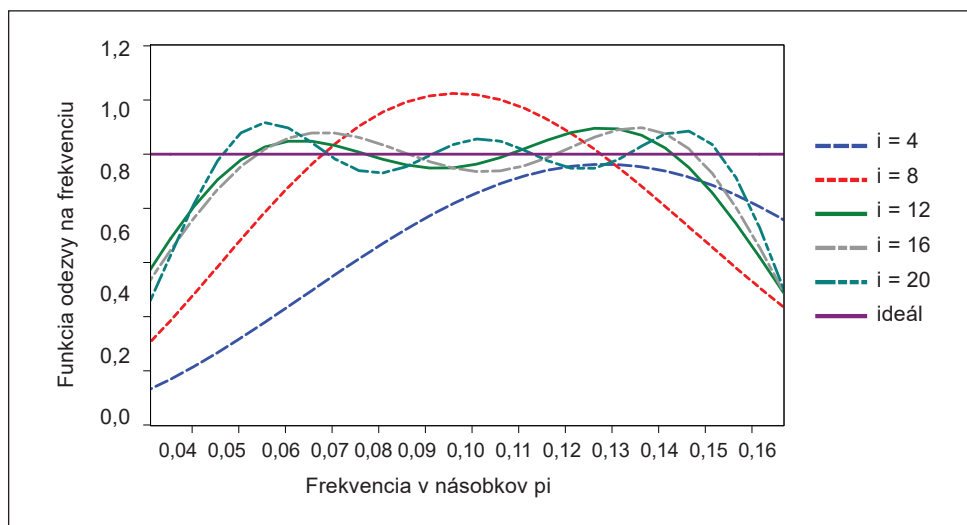
Zdroj: makroekonomická databáza NBS a výpočet podľa postupu Baxterovej a Kinga (1999)

Obrázok 5 | Funkcie odozvy na frekvenciu pri meniacich sa hodnotách hornej hranice periodicity $p_d \in \{2, 4, 6, 8, 10\}$ a fixných hodnotách $p_h = 32$ a $l = 12$ so skrátenou škálou frekvencií



Zdroj: makroekonomická databáza NBS a výpočet podľa postupu Baxterovej a Kinga (1999)

Obrázok 6 | Funkcie odozvy na frekvenciu pri meniacich sa počtoch období kľzavých priemerov a fixnom intervale periodicity $p \in (p_d, p_h) = (6, 32)$



Zdroj: makroekonomická databáza NBS a výpočet podľa postupu Baxterovej a Kinga (1999)

Tabuľka 1 | Plocha odchýlok funkčných hodnôt odozvy od 1 pri rôznych voľbách počtu období kľzavých priemerov l , intervale periodicity $p \in (6, 32)$ pre rôzne počty rovnakých zlomkov n celého intervalu frekvencie ω

l	$n = 100$	$n = 10^6$
4	7,74	82 114,76
8	5,87	64 196,75
12	2,25	26 392,07
16	2,34	27 466,06
20	2,00	24 063,33

Zdroj: makroekonomická databáza NBS a výpočet podľa postupu Baxterovej a Kinga (1999)

Porovnávaním funkcií odozvy pri rôznych hodnotách horných a dolných hraníc periodicity a rôznych posunoch možno potvrdiť návrh Baxterovej a Kinga (1999) využiť interval periodicity $p \in (6, 32)$ a počet období kľzavých priemerov $l = 12$ pre efektívnu úpravu ekonomických časových radov o hospodársky cyklus. Funkcie odozvy na frekvenciu sa menej výrazne menia posúvaním hornej hranice periodicity nad hodnotu $p_h = 32$, posúvaním dolnej hranice periodicity pod hodnotu $p_d = 6$, či posúvaním počtu období nad hodnotu $l = 12$. Voľba $l = 12$ so stratou 24 pozorovaní vzhľadom na obmedzenú veľkosť využívaných časových radov je problémová, avšak z obrázku 6 aj z tabuľky 1 vyplýva, že

nižšia strata (napríklad pri $l = 8$) by bola problémová z hľadiska správnosti úpravy údajov. Navrhované hodnoty intervalu periodicity $p \in (6, 32)$ a posunov $l = 12$ sme zvolili pre úpravu skúmaných časových radov y_K, y_L, x_K, x_L .

3. Metodológia

Za predpokladu exogenosti $\Delta x_K, \Delta x_L$ a vzájomnej nekorelovanosti náhodných zložiek u_K a u_L je metóda najmenších štvorcov (MNS) vhodným estimátorom na odhad elasticity substitúcie vstupov v špecifikáciách (12) a (13). Odhady parametrov získané využitím rôznych verzií našich databáz sú uvedené v tabuľke 2 na str. 625.

Autokoreláciu náhodných zložiek sme testovali pomocou Breuschovho a Godfreyho testu (Hatrák, 2007, s. 203–204). Na odstránenie autokorelácie sme potrebovali upraviť špecifikácie o umelé premenné zodpovedajúce jednorazovým odchýlkam v období finančnej krízy alebo vstupu Slovenska do Európskej monetárnej únie na konci prvého desaťročia 21. storočia. Po úprave možno odhadované špecifikácie zapísať v tvaroch:

$$\Delta(y_{Kt}) = \beta_K - \sigma \Delta(x_{Kt}) + \sum_{i=1}^o \psi_i d_i + u_{Kt} \quad (16)$$

$$\Delta(y_{Lt}) = \beta_L - \sigma \Delta(x_{Lt}) + \sum_{j=1}^p \phi_j f_j + u_{Lt}, \quad (17)$$

kde umelé premenné označujeme d, f a prislúchajúce parametre symbolmi ψ, ϕ . Snažili sme sa dodržať podmienku, aby počet umelých premenných nepresiahol 5 % z počtu pozorovaní. Iba v odhade kapitálového dopytu (16) s využitím úrokových mier vkladov nefinančných spoločností sme potrebovali použiť viac, a to $o = 4$ umelé premenné. Vo väčšine rovníc bol počet použitých umelých premenných 2 a zodpovedali už spomínaným obdobiam.

Stacionárnosť náhodných zložiek sme testovali rozšíreným Dickeyho a Fullerovým testom (Lukáčik a Lukáčiková, 2008). V prípade zaradenia väčšieho počtu autoregresných členov využívaných na vyriešenie autokorelácie v testovacej špecifikácii sme použili test Phillipse a Perrona (Lukáčik a Lukáčiková, 2008).

V prípade vzájomnej korelovanosti náhodných zložiek u_K a u_L nemôžeme pri odhade parametrov špecifikácií (16) a (17) ignorovať ich vzájomný vzťah, ale na tieto dve rovnice by sme mali nazerať ako na systém, v ktorom vzťahy, resp. procesy, prebiehajú súčasne. Sústava (16) a (17) sa nazýva sústava regresných rovníc so zdanlivo nesúvisiacimi náhodnými zložkami a v literatúre sa označuje ako metóda SUR (Hatrák, 2007, s. 345). Korelovanosť náhodných zložiek u_K a u_L sme testovali Breuschovým a Paganovým testom (Hatrák, 2007, s. 356–357). Testovaciu štatistiku s asymptotickým χ^2 rozdelením a počtom stupňov voľnosti $m(m-1)/2$ (teda 1 pri $m = 2$ rovnice) sa vypočíta ako súčin počtu pozorovaní a súčtu druhých mocnín koeficientov korelácie medzi reziduálmi. Keďže $m = 2$, uvažujeme jediný koeficient korelácie medzi reziduálmi. Hodnoty vypočítaných testovacích štatistík λ sú uvedené v poslednom riadku tabuľky 3 na str. 626.

Keďže sme realizáciou testu konštatovali korelovanosť náhodných zložiek, systém rovníc (16) a (17) sme odhadli metódou SUR využitím rôznych verzií našich databáz. Odhady sú uvedené v tabuľke 3. Autokoreláciu sme testovali všeobecným (Portmanteau) testom autokorelácie (Lütkepohl, 2005). Z odhadov sme uchovali reziduály a testovali sme ich stacionaritu rovnakým spôsobom, ako pri odhadoch MNŠ.

Pre prípad endogénnosti Δx_K a Δx_L sme sa pokúsili vytvoriť množiny inštrumentov, ktoré dostatočne silno korelujú s Δx_K a Δx_L . Odhadli sme pomocné regresie, v ktorých Δx_K a Δx_L sú vysvetlené množinou inštrumentov, konštantou a prislúchajúcimi umelými premennými. Overovali sme hypotézu, podľa ktorej sa všetky parametre zodpovedajúce inštrumentálnym premenným v pomocných regresiach rovnajú nula. Podľa Stocka a Yoga (2001), ak je zodpovedajúca testovacia štatistika väčšia ako kritická hodnota, zamietame hypotézu o slabosti danej množiny inštrumentov.

Reziduály pomocných regresíí sme využili na test exogénnosti Δx_K a Δx_L . Odhadli sme pôvodné rovnice (16) a (17) s rozdielom, že množina vysvetľujúcich premenných bola bohatšia nielen o prislúchajúce umelé premenné ale aj o časové rady prislúchajúcich reziduálov:

$$\Delta(y_{Kt}) = \beta_K - \sigma \Delta(x_{Kt}) + \sum_{i=1}^o \psi_i d_i + \mu e_{xKt} + u_{Kt} \quad (18)$$

$$\Delta(y_{Lt}) = \beta_L - \sigma \Delta(x_{Lt}) + \sum_{j=1}^p \phi_j f_j + v e_{xLt} + u_{Lt}, \quad (19)$$

kde časové rady reziduálov sú e_{xK} a e_{xL} a im zodpovedajúce parametre μ a v . Špecifikácie (18) a (19) umožňujú aplikovať Hausmanov test exogénnosti. V ňom sa testuje hypotéza, že parametre pri reziduáloch sa rovnajú nule a teda reziduály nemajú vplyv na vysvetľovaný premenný.

Konštatujeme, že pri žiadnej voľbe inštrumentov nezamietame nulovú hypotézu exogénnosti Δx_K a Δx_L , a preto netreba odhadovať parametre inštrumentálnou metódou odhadu. Pri voľbe inštrumentov sme skúšali rôzne verzie oneskorených používaných časových radov a tiež časové rady (a ich oneskorenia) zodpovedajúce agregovanému dopytu: prvé diferencie prirodzeného logaritmu agregovaného dopytu celkom (domáci dopyt + vývoz), domáceho dopytu, konečnej spotreby spolu, súkromnej spotreby, verejnej spotreby, tvorby hrubého kapitálu, tvorby hrubého fixného kapitálu. Časové rady sme získali z rovnakého zdroja a upravili rovnakým procesom ako diferencie podielov množstiev a podielov cien.

Podľa výsledkov vplývajú na kapitálový a pracovný dopyt na ponukovej strane (zdanlivo nesúvisiace) ponukové šoky. Ale dopytové šoky, pri ktorých teória konštatuje endogénnosť podielov cien a simultánne prepojenie medzi podielmi cien a podielmi množstiev, sa nepotvrdili. Takže úpravou časových radov o frekvenciu hospodárskych cyklov sa nám pravdepodobne podarilo odstrániť dopytové šoky. Alebo sme pomocou frekvenčných filtrov eliminovali z využívaných časových radov zároveň aj dopytové aj ponukové šoky, ktoré spôsobujú hospodársky cyklus. Podľa makroekonomickej teórie totiž ponukové šoky môžu vplývať nielen krátkodobo na hospodársky cyklus ale tiež

dlhodobu na trendovú zložku. V takom prípade by mohla byť korelovanosť náhodných zložiek v oboch vzťahoch spôsobená iba dlhodobými ponukovými šokmi.

4. Výsledky

V tabuľke 2 sú výsledky odhadov elasticity substitúcie vstupov MNŠ. Odhady sa líšia podľa špecifikácie (16), (17) a podľa verzie využitej databázy. Na výpočet ceny kapitálu sme využili úrokovú mieru úverov nefinančných spoločností U a úrokovú mieru vkladov nefinančných spoločností V . Na výpočet práce a jej ceny sme využili výberové zisťovanie Štatistického úradu SR *VZPS*, metodiku *ESA* a počet odpracovaných hodín metodikou *ESA*, t.j. *hodiny*.

Hodnoty odhadov elasticity substitúcie vstupov σ sú v treťom riadku tabuľky. Jedna hviezdička signalizuje štatistickú významnosť odhadu na hladine významnosti 10 %, dve hviezdičky na hladine významnosti 5 % a tri hviezdičky na hladine významnosti 1 %. V ďalších riadkoch sú štandardné odchýlky a koeficienty determinácie odhadov.

Tabuľka 2 | Odhad elasticity substitúcie vstupov MNŠ

Špecifikácia	kapitálový dopyt		pracovný dopyt		
Verzia databázy	U	V	<i>VZPS</i>	<i>ESA</i>	<i>hodiny</i>
σ	0,080 ***	0,063 **	0,255 **	0,235 *	0,481 ***
štandardná odchylka	(0,027)	(0,029)	(0,113)	(0,122)	(0,110)
R^2	0,732	0,820	0,767	0,690	0,587

Zdroj: vlastné výpočty

Hodnoty odhadov sa líšia podľa použitej špecifikácie. Využitím pracovného dopytu je odhadovaná hodnota vyššia ako 0,2, pri výpočte práce a jej ceny množstvom odpracovaných hodín je hodnota odhadu blízka 0,5. Využitím kapitálového dopytu je odhadovaná hodnota nižšia ako 0,1. Z rozdielných výsledkov odhadov využitím rôznych špecifikácií vyplýva, že vhodnejší by bol odhad systému dvoch rovníc (16) a (17) namiesto odhadu každej špecifikácie zvlášť. Avšak, odhliadnuc od posledného stĺpca, v porovnaní so súčasnými odhadmi v americkej ekonomike (Chirinko a Mallick, 2017, Klump *et al.*, 2007) konštatujeme relatívne nízke hodnoty odhadov elasticity substitúcie vstupov v slovenskej ekonomike.

V tabuľke 3 sú výsledky odhadov systému rovníc (16) a (17) metódou SUR. Verzie využitých databáz zodpovedajú kombináciám podľa rôznych vyjadrení ceny kapitálu a práce a jej ceny. Každý z oboch rovníc systému (16) a (17) prislúcha pri rôznych verziách použitej databázy jeden koeficient determinácie. V poslednom riadku je testovacia štatistika korelovanosti reziduálov podliehajúca χ^2 rozdeleniu s počtom stupňov voľnosti 1. Zodpovedajúca kritická tabuľková hodnota na hladine významnosti 0,01 je 6,644, preto sme zamietli hypotézu o nekorelovanosti reziduálov vo všetkých prípadoch, a teda potvrdzujeme opodstatnenie použitia metódy SUR.

Tabuľka 3 | Odhad elasticity substitúcie vstupov metódou SUR

Verzia	U + VZSP	U + ESA	U + hodiny	V + VZSP	V + ESA	V + hodiny
σ	0,040 ***	0,031 **	0,087 ***	0,043 **	0,041 *	0,105 ***
štandardná odchýlka	(0,015)	(0,015)	(0,020)	(0,021)	(0,022)	(0,025)
R^2 pre (16)	0,762	0,711	0,779	0,800	0,791	0,811
R^2 pre (17)	0,746	0,669	0,534	0,746	0,671	0,540
λ	31,064	37,223	13,939	26,357	30,149	9,453

Zdroj: vlastné výpočty

Konštatujeme, že elasticita substitúcie vstupov v slovenskej ekonomike je veľmi nízka ale štatisticky významne odlišná od 0. Jej hodnota je v rozpätí od 0,03 po 0,11 podľa voľby verzie databázy.

5. Diskusia

Výsledný odhad elasticity substitúcie vstupov je výrazne nižší nielen od 1, čo je hodnota zodpovedajúca Cobbovej-Douglasovej produkčnej funkcii, ktorú uvažuje pre slovenskú ekonomiku napr. Ostrihoň a Ivaničová (2015) alebo Puškárová (2015), ale aj od odhadu v hodnote okolo 0,4, ktorý bol získaný rovnakou metodikou na amerických údajoch (Chirinko a Mallick, 2017). Výrobné možnosti na Slovensku zodpovedajú viac Leontievoj výrobnej štruktúre s málo zameniteľnými vstupmi ako Cobbovej-Douglasovej štruktúre. Takýto nízky odhad elasticity substitúcie vstupov zodpovedá iným existujúcim štúdiám z minulosti, na ktoré odkazujú publikované prehľady empirických prác (Chirinko, 2008) a (Klump *et al.*, 2012). Klump *et al.* (2012) uviedli, že až do objavu normalizácie produkčnej funkcie bol predpoklad inej ako jednotkovej elasticity substitúcie vstupov v produkčnej funkcii spojený s teoretickými a empirickými nejasnosťami. Napriek tomu sa odhady elasticity substitúcie v minulých empirických prácach rôznia a nie vždy sú blízke 1. V prehľade prác zostaveným Chirinkom (1993) je odhad elasticity v rozpätí od 0 po 0,3. V odhadoch využívajúcich americké údaje je odhad elasticity substitúcie vstupov v rôznych obdobiach od 0,08 po 0,44 (Brown a De Cani, 1963), 0,5–0,7 (Sato, 1970) a 0,94–1,02 (Antras, 2003). V súčasných prácach je odhad americkej elasticity substitúcie na úrovni 0,7 (Klump *et al.*, 2007) a 0,4 (Chirinko a Mallick, 2017).

Podobné rozdiely sú aj v odhadoch elasticity substitúcie s využitím iných ako amerických údajov: 0,24–1 vo vyspelých krajinách (Bolt a van Els, 2000) alebo 1,45 v Nemecku a 2,01 vo Francúzsku (Berthold *et al.*, 2002). Klump *et al.*, (2008) odhadli elasticitu substitúcie v eurozóne na úrovni 0,7. Muck (2017) s využitím rovnakej metodológie ako Klump *et al.*, (2007 a 2008) odhadol elasticitu substitúcie 12 rozvinutých ekonomík na úrovni 0,7.

V prípade elasticity substitúcie nerozvinutých ekonomík existuje len málo odhadov. Easterly a Fisher (1995) odhadli elasticitu substitúcie v Sovietskom zväze v období 1950–1985 na úrovni 0,37. Duffy a Papageorgiou (2000) v rozvíjajúcich sa krajinách na úrovni 1,4.

Otázka je, či relatívne nízka hodnota elasticity substitúcie vstupov súvisí so špecifikom slovenskej ekonomiky. Pripúšťame, že skreslenie mohlo vzniknúť štatistickými chybami v dostupných údajoch. Na druhej strane, existujúce teórie môžu predpokladať relatívne nízku hodnotu elasticity substitúcie vstupov v tranzitívnej rozvíjajúcej sa ekonomike, akou je Slovensko. Dá sa predpokladať, že v krajine v tranzitívnom stave so zmenami štruktúr priemyslu je substituovateľnosť kapitálu a práce nižšia.

Na základe teórie sa predpokladá vzťah medzi hodnotou elasticity substitúcie vstupov a ustáleným stavom. Dôkazy potvrdzujúce pozitívny vzťah medzi elasticitou substitúcie vstupov a ustáleným stavom sú zhromaždené v diskusii v práci Klumpa *et al.* (2012). Teória teda predpokladá, že v menej výkonných ekonomikách je hodnota elasticity substitúcie vstupov nižšia.

Viaceré teoretické výskumné práce využívajú hypotézu rôznych hodnôt elasticity substitúcie vstupov v jednom ekonomickom systéme. Hovoríme o „krátkodobom a dlhodobom“ (Jones, 2003), (Jürgen, 2009) a (Jürgen, 2010), či „lokálnom a globálnom“ (Jones, 2005) tvare produkčnej funkcie.

Jones (2003 a 2005) navrhol využitie produkčnej funkcie s elasticitou substitúcie vstupov, ktorá je krátkodobo (lokálne) nižšia ako jedna a dlhodobo (globálne) sa rovná jednej. Z modelu vychádzajúceho z mikroekonomickej teórie vyplýva, že hodnota elasticity substitúcie vstupov závisí od štatistického rozdelenia inovácií do vstupov. Ak sú rozdelené podľa Paretovho rozdelenia, Cobbova-Douglasova produkčná funkcia dokáže vysvetliť proces výroby. Z Jonesovej mikroekonomickej teoretickej úvahy vyplýva, že Paretovo rozdelenie inovácií je zmysluplné a ekonomicky interpretovateľné z globálneho hľadiska. Z lokálneho hľadiska možno predpokladať Weibullovo rozdelenie inovácií do vstupov, ktoré predpokladá produkčnú funkciu s elasticitou substitúcie vstupov nižšou ako jeden. Podľa Jonesovej teórie predpokladáme nízku hodnotu elasticity substitúcie vstupov v ekonomickom systéme s lokálnym charakterom. V procese konvergenie postkomunistických krajín možno predpokladať takýto charakter ekonomiky vzhľadom na prislúchajúce štrukturálne zmeny spojené s transformáciou a reformou systému.

Jürgen (2009) formuloval produkčnú funkciu normalizovanú v bodoch ustáleného rastu v každom období. Z mikroekonomických východísk predpovedá nižšiu elasticitu substitúcie vstupov pre ekonomiku v prechodnom stave ako pre ekonomiku v ustálenom stave. Jürgen (2010) tiež riešil dynamickú úlohu konkurenčnej rovnováhy. Predpoklad dokonalej konkurencie a rovnováhy na trhoch práce, kapitálu a produktov generuje iba Cobbovu-Douglasovu produkčnú funkciu.

Teoretický výskum oboch autorov podporuje relatívne nízku hodnotu elasticity substitúcie vstupov tranzitívnej ekonomiky, akou je (bolo) Slovensko v skúmanom období. Uvádzame ich ako jednu z možných hypotéz vysvetľujúcich nízku nameranú hodnotu elasticity substitúcie vstupov v tejto práci. Overenie tejto hypotézy by mohlo byť predmetom ďalšieho výskumu.

Záver

V práci sme odhadli elasticitu substitúcie vstupov v slovenskej ekonomike v období 1997–2014. Výsledný odhad je relatívne nízky. Existuje však empirický aj teoretický výskum, ktorý pripúšťa tak nízku hodnotu elasticitu substitúcie vstupov v skúmanom období.

Podobne ako v americkej ekonomike (Chirinko a Mallick, 2017; Klump, 2007) aj v slovenskej sme odhadli elasticitu substitúcie vstupov významne nižšiu od jedna. Chirinko a Mallick (2017, s. 251) navrhujú: „Malo by sa upustiť od často využívaného predpokladu Cobbovej-Douglasovej produkčnej funkcie v mnohých oblastiach ekonomickej analýzy. Dynamické stochastické modely všeobecnej rovnováhy s predpokladom jednotkovej elasticity substitúcie vstupov nadhodnocujú skutočný vplyv zmien cien – vrátane tradičného kanála monetárnej politiky – v porovnaní s modelmi s nižšou elasticitou substitúcie vstupov. Simulačné modely zdanenia využívajúce Cobbovu-Douglasovu produkčnú funkciu predpokladajú podobné nadhodnotenie vplyvu daňových škrtov. Dôsledkom neuvažovania Cobbovej-Douglasovej produkčnej funkcie bude rozšírenie neoklasického modelu rastu o ďalšie faktory, ako význam zmeny technológie, ktorá vplýva na podiely vstupov na produkcii a na vybilancovaný rast.“

Literatúra

- Adu, G. (2015). Directed Technical Change, Technology Adoption and the Resource Curse Hypothesis. *Prague Economic Papers*, 24(4), 452–472, <https://doi.org/10.18267/j.pep.547>
- Antras, P. (2003). Is the U.S. Aggregate Production Function Cobb-Douglas? New Estimates of the Elasticity of Substitution. *Contributions to Macroeconomics*, 4(1), <https://doi.org/10.2202/1534-6005.1161>
- Baxter, M., King, R. G. (1999). Measuring Business Cycles: Approximate Band-Pass Filters for Economic Time Series. *The Review of Economics and Statistics*, 81(4), 575–593, <https://doi.org/10.1162/003465399558454>
- Berthold, N., Fehn, R., Thode, E. (2002). Falling Labor Share and Rising Unemployment: Long-Run Consequences of Institutional Shocks? *German Economic Review*, 3(4), 431–459, <https://doi.org/10.1111/1468-0475.00067>
- Bolt, W., van Els, P. J. A. (2000). *Output Gap and Inflation in the EU*. Netherlands Central Bank. DNB Staff Reports (discontinued) No. 44. [Cit. 2018-10-07]. Dostupné z: <https://ideas.repec.org/p/dnb/staffs/44.html>
- Brown, M., De Cani, J. (1963). Technological Change and the Distribution of Income. *International Economic Review*, 4(3), 289–309, <https://doi.org/10.1010.2307/2525309>
- Caballero, R. J. (1994). Small Sample Bias and Adjustment Costs. *The Review of Economics and Statistics*, 76(1), 52–58, <https://doi.org/10.2307/2109825>
- Chirinko, R. S. (1993). Business Fixed Investment Spending: Modeling Strategies, Empirical Results, and Policy Implications. *Journal of Economic Literature*, 31(4), 1875–1911.
- Chirinko, R. S. (2008). σ : The Long and Short of it. *Journal of Macroeconomics*, 30(2), 671–686, <https://doi.org/10.1016/j.jmacro.2007.10.010>
- Chirinko, R. S., Mallick, D. (2011). Cointegration, Factor Shares, and Production Function Parameters. *Economic Letters*, 112(2), 205–206, <https://doi.org/10.1016/j.econlet.2011.04.002>

- Chirinko, R. S., Mallick, D. (2017). The Substitution Elasticity, Factor Shares, and the Low-Frequency Panel Model. *American Economic Journal: Macroeconomics*, 9(4), 225–253, <https://doi.org/10.1257/mac.20140302>
- Duffy, J., Papageorgiou, C. (2000). A Cross-Country Empirical Investigation of the Aggregate Production Function Specification. *Journal of Economic Growth*, 5(1), 86–120, <https://doi.org/10.1023/A:1009830421147>
- Gollin, D. (2002). Getting Income Shares Right. *Journal of Political Economy*, 110(2), 458–474, <https://doi.org/10.1086/338747>
- Hatrák, M. (2007). *Ekonometria*. Bratislava: Iura edition. ISBN 978-80-8078-150-7.
- Jones, C. I. (2003). *Growth, Capital Shares, and a New Perspective on Production Functions*. University of California Berkeley and National Bureau of Economic Research. [Cit. 2018-06-07]. Dostupné z: http://www.frbsf.org/economic-research/files/jones_alpha100.pdf
- Jones, C. I. (2005). The Shape of Production Functions and the Direction of Technical Change. *Quarterly Journal of Economics*, 120(2), 517–549, <https://doi.org/10.1162/0033553053970142>
- Jürgen, A. (2009). A Dual Elasticity of Substitution Production Function with an Application to Cross Country Inequality. *Economics Letters*, 102(1), 10–12, <https://doi.org/10.1016/j.econlet.2008.09.007>
- Jürgen, A. (2010). *On the Dynamic Implications of the Cobb-Douglas Production Function*. The Selected Works of Jürgen Antony. [Cit. 2018-06-07] Dostupné z: <https://works.bepress.com/antony/7/>
- Klump, R., McAdam, P., Willman, A. (2007). Factor Substitution and Factor Augmenting Technical Progress in the US. *Review of Economics and Statistics*, 89(1), 183–192, <https://doi.org/10.1162/rest.89.1.183>
- Klump, R., McAdam, P., Willman, A. (2008). Unwrapping some Euro area Growth Puzzles: Factor Substitution, Productivity and Unemployment. *Journal of Macroeconomics*, 30(2), 645–666, <https://doi.org/10.1016/j.jmacro.2007.06.005>
- Klump, R., McAdam, P., Willman, A. (2012). The Normalized CES Production Function: Theory and Empirics. *Journal of Economic Surveys*, 26(5), 769–799, <https://doi.org/10.1111/j.1467-6419.2012.00730.x>
- La Grandville, O. de (1989). In Quest of the Slutsky Diamond. *American Economic Review*, 79(3), 468–481.
- Lukáčik, M., Lukáčiková, A. (2008). Význam testovania stacionarity v ekonometrii. *Ekonomika a informatika*, 6(1), 146–157.
- Lütkepohl, H. (2005). *New Introduction to Multiple Time Series Analysis*. Berlin: Springer. ISBN 978-3-540-26239-8.
- Národná banka Slovenska (2017). *Makroekonomická databáza*. NBS. [Cit. 2018-06-07] Dostupné z: <http://www.nbs.sk>
- Ostrihoň, F., Ivaničová, Z. (2015). Produkčná (ne)homogenita regiónov Slovenska. *Politická ekonomie*, 63(5), 641–657, <https://doi.org/10.18267/j.polek.1017>
- Poměnková, J., Maršálek, R. (2015). Empirical Evidence of Ideal Filter Approximation: Peripheral and Selected EU Countries Application. *Prague Economic Papers*, 24(5), 485–502, <https://doi.org/10.18267/j.pep.512>
- Puškárová, P. (2015). Analýza vplyvu ľudského kapitálu na celkovú produktivitu faktorov v regiónoch EÚ s využitím priestorového Durbinovho modelu. *Politická ekonomie*, 63(5), 658–676, <https://doi.org/10.18267/j.polek.1018>

Stock, J. H., Yogo, M. (2005). Testing for Weak Instruments in Linear IV Regression, in Andrews, D. W. K., Stock, J. H., eds., *Identification and Inference for Econometric Models, Essays in Honor of Thomas Rothenberg*. New York: Cambridge University Press, pp. 80–108, <https://doi.org/10.1017/cbo9780511614491.006>

Štatistický úrad SR (2016). *Metodické vysvetlivky*. ŠÚ SR. [Cit. 2018-06-07] Dostupné z: http://www.statistics.sk/pls/elisw/objekt.sendName?name=m_NUhdp