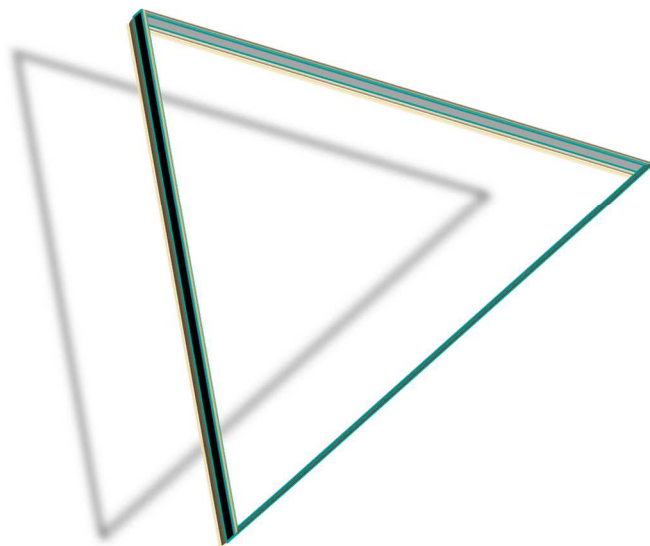
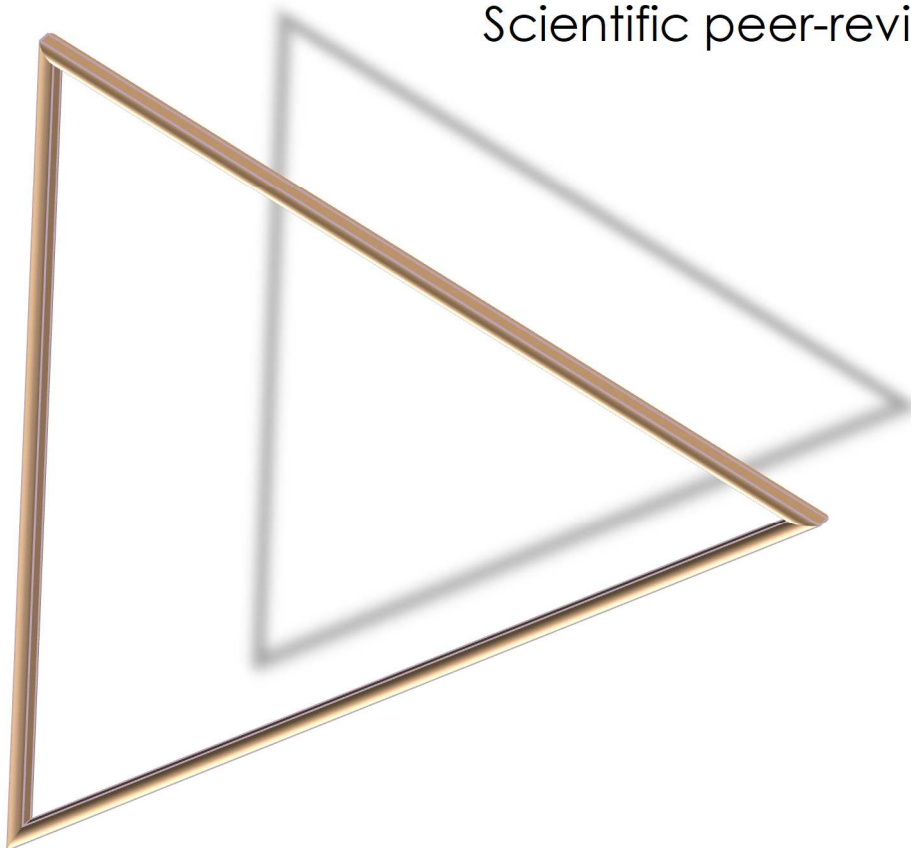


Slovenská štatistická a demografická spoločnosť
Slovak Statistical and Demographic Society

FORUM STATISTICUM SLOVACUM



Recenzovaný vedecký časopis
Scientific peer-reviewed journal



Číslo/Issue: 1/2022
Ročník/Volume: XVIII



FORUM STATISTICUM SLOVACUM

recenzovaný vedecký časopis Slovenskej štatistickej a demografickej spoločnosti
scientific peer-reviewed journal of the Slovak Statistical and Demographic Society

Ročník/Volume: XVIII (2022)

Číslo/Issue: 1

Editori / Editors

Iveta Stankovičová (Fakulta managementu Univerzity Komenského v Bratislave, Slovensko)

Martin Boďa (Ekonomická fakulta Univerzity Mateja Bela v Banskej Bystrici, Slovensko)

Redakčná rada / Editorial Board

Branislav Bleha (Prírodovedecká fakulta Univerzity Komenského v Bratislave, Slovensko)

Boris Burcin (Prírodovedecká fakulta Univerzity Karlovej v Prahe, Česko)

Joanna Dębicka (Fakulta manažmentu, informatiky a financií Ekonomickej univerzity vo Wroclawi, Poľsko)

Estefanía Mourelle Espasandín (Fakulta ekonómie a podnikania Univerzity v La Coruña, Španielsko)

Stanislav Katina (Ústav matematiky a štatistiky Masarykovej univerzity v Brne, Česko)

Jana Kubanová (Fakulta ekonomicko-správna Univerzity Pardubice, Česko)

Dagmar Kusendová (Prírodovedecká fakulta Univerzity Komenského v Bratislave, Slovensko)

Viera Labudová (Fakulta hospodárskej informatiky Ekonomickej univerzity v Bratislave, Slovensko)

Jitka Langhamrová (Fakulta informatiky a štatistiky Vysokej školy ekonomickej v Prahe, Česko)

Ivan Lichner (Ekonomický ústav Slovenskej akadémie vied, Slovensko)

Tomáš Löster (Fakulta informatiky a štatistiky Vysokej školy ekonomickej v Prahe, Česko)

Janka Medová (Fakulta prírodných vied Univerzity Konštantína Filozofa v Nitre, Slovensko)

Silvia Megyesiová (Podnikovohospodárska fakulta v Košiciach Ekonomickej univerzity v Bratislave, Slovensko)

Oľga Nanásiová (Fakulta elektrotechniky a informatiky Slovenskej technickej univerzity v Bratislave, Slovensko)

Viliam Páleník (Ekonomický ústav Slovenskej akadémie vied, Slovensko)

Marek Radvanský (Ekonomický ústav Slovenskej akadémie vied, Slovensko)

Hana Řezanková (Fakulta informatiky a štatistiky Vysokej školy ekonomickej v Prahe, Česko)

Ľubica Sipková (Fakulta hospodárskej informatiky Ekonomickej univerzity v Bratislave, Slovensko)

Mária Stachová (Ekonomická fakulta Univerzity Mateja Bela v Banskej Bystrici, Slovensko)

Anna Tirpáková (Fakulta prírodných vied Univerzity Konštantína Filozofa v Nitre, Slovensko)

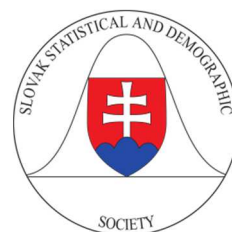
† Vladimír Úradníček (Ekonomická fakulta Univerzity Mateja Bela v Banskej Bystrici, Slovensko)

Mária Vojtková (Fakulta hospodárskej informatiky Ekonomickej univerzity v Bratislave, Slovensko)

Tomáš Želinský (Ekonomická fakulta Technickej univerzity v Košiciach, Slovensko)



Vydavateľ: Slovenská štatistická a demografická spoločnosť, Miletičova 3, 824 67 Bratislava, Slovensko. **Publisher:** Slovak Statistical and Demographic Society, Miletičova 3, 824 67 Bratislava, Slovakia. **Adresa redakcie/Editorial office:** Miletičova 3, 824 67 Bratislava, Slovakia. **IČO/Company ID:** 00178764. **DIČ/Tax ID:** 2021504276. **Mailový kontakt/E-mail contact:** adm.ssds@ssds.sk **Web site/Webové sídlo:** <http://www.ssds.sk/>



Registráciu vykonalo Ministerstvo kultúry Slovenskej republiky. **Dátum registrácie:** 27. júla 2005. **Evidenčné číslo:** EV 3287/09. **Tematická skupina:** B1. **Periodicita:** minimálne dvakrát ročne. **ISSN:** 1336-7420.

Registered by the Ministry of Culture of the Slovak Republic. **Date of registration:** 27 July 2005. **Registration No:** EV 3287/09. **Topic group:** B1. **Periodicity:** at least two issues per year. **ISSN:** 1336-7420.

Modelovanie neistoty vo váhach v rámci viackriteriálneho hodnotenia

Modelling of uncertainty in weights in multi-criteria decision making

Martin Bodá^{ab}

^a Univerzita Mateja Bela v Banskej Bystrici, Ekonomická fakulta, Tajovského 10, 974 90 Banská Bystrica, Slovenská republika

^b Univerzita Jána Evangelistu Purkyně v Ústí nad Labem, Fakulta sociálně-ekonomická, Moskevská 54, 400 96 Ústí nad Labem, Česká republika

^a Matej Bel University in Banská Bystrica, Faculty of Economics, Tajovského 10, 974 90 Banská Bystrica, Slovak Republic

^b Ján Evangelista Purkyně University in Ústí nad Labem, Faculty of Social and Economic Sciences, Moskevská 54, 400 96 Ústí nad Labem, Czech Republic
martin.boda@umb.sk

Abstrakt: Článok má dvojaký obsah. Na jednej strane mapuje komplexne metódy viackriteriálneho hodnotenia využiteľné v manažérskej praxi pri výbere spomedzi rôznych variantov rozhodovacej úlohy alebo pri hodnotení subjektov v kontexte viacerých formulácií benchmarkingu (typicky medzipodnikovej komparácie alebo vnútro podnikového hodnotenia výkonnosti zamestnancov alebo prevádzkových jednotiek). Na druhej strane predostiera, ako možno zahrnúť do deterministického procesu viackriteriálneho hodnotenia neistotu spojenú s diferencovanou dôležitosťou jednotlivých hodnotiacich kritérií. Na tento účel sa neistota vo váhach modeluje skrze Dirichletovo rozdelenie a vyhodnocuje sa pomocou simulačnej metódy Monte Carlo. Súčasťou článku je aj ukážka aplikácie pri výbere technológie na generovanie elektrickej energie v podmienkach tureckého energetického priemyslu.

Abstract: The article has a dual content. On the one hand, it gives a complex overview of multiple criteria decision analysis methods usable in managerial practice in selecting from amongst diverse variants of a decision-making problem or in assessing subjects in a context of several formulations of benchmarking (typically intercompany comparisons or intracompany performance evaluations of employees or operating units). On the other hand, it outlines a possibility of including uncertainty into the deterministic process of multiple criteria decision analysis in order to capture the differentiated importance of individual assessment criteria. To this end, uncertainty in weights is modelled through the Dirichlet distribution and is assessed with the aid of the simulation method Monte Carlo. The article also contains an application of selecting a technology to generate electricity energy in conditions of the Turkish energetic industry.

Kľúčové slová: viackriteriálne hodnotenie, neistota, váhy, Dirichletovo rozdelenie.

Key words: multiple criteria decision analysis, uncertainty, weights, Dirichlet distribution.

1 Úvod

Kvantitatívne metódy v rôznych stupňoch formalizácie a technickej náročnosti sa začali používať v manažérskom riadení a špeciálne rozhodovaní v snahe

objektivizovať a dobre zdôvodniť uskutočnené rozhodnutie. Viackriteriálne hodnotenie, označované po anglicky *multiple criteria decision analysis* (MCDA), sa v rôznych modifikáciách používa vo finančnej analýze aj vo všeobecnejšom podnikovom riadení, keď treba realizovať medzipodnikové porovnávanie alebo syntetizovať informáciu o viacerých aspektoch do jedného hodnotiaceho kritéria. Okrem štandardnej situácie, keď sa vyberá nejaký variant rozhodovania konfrontáciou viacerých kritérií, možno vytypovať niekoľko ďalších využití metód viackriteriálneho hodnotenia. Jedno z použití v manažérskej praxi je, keď sa hodnotí výkonnosť podniku v komparatívnom kontexte na základe finančných, ekonomických alebo ďalších kritérií s cieľom globálne opísať výkonnosť podniku. Ak je cieľom ešte identifikovať benchmarky pre zvyšovanie výkonnosti, medzipodnikové porovnávanie možno vnímať ako *benchmarking*. Tento benchmarking ale môže byť realizovaný aj dovnútra podniku ako interný benchmarking. Nad rámec operatívneho riadenia sa používa viackriteriálne hodnotenie napr. na taktickej úrovni ako spôsob stanovenia trhovej a podnikateľskej atraktívnosti alebo na strategickej úrovni pri hodnotení aspektov konkurenčného prostredia. Vo všetkých týchto prípadoch treba informáciu o viacerých (nie nevyhnutne numerických) kritériách syntetizovať do jednej (spravidla numerickej) charakteristiky ako smerodajného meradla komparatívnej výhodnosti.

Článok dáva systematický prehľad metód viackriteriálneho hodnotenia využívaných pri manažérskom rozhodovaní s orientáciou na potreby strategického a taktického riadenia, potreby vnútropodnikovej analýzy (interný benchmarking) a medzipodnikového porovnávania (benchmarking konkurencieschopnosti, funkčný a generický benchmarking). Článok venuje pozornosť šiestim metódam viackriteriálneho hodnotenia (ordinálne ohodnotenie, proporcionálna vzdialenosť od benchmarkovej hodnoty, proporcionálna vzdialenosť od priemernej hodnoty, proporcionálna vzdialenosť na intervale rozpätia hodnôt, štandardizácie na z-skóre, štvorec euklidovskej vzdialenosti od benchmarkovej hodnoty), študuje základné vlastnosti týchto metód a vzájomne ich porovnáva.

Článok ďalej dáva návod, ako možno zahrnúť do deterministického procesu výberu variantov neistotu spojenú s diferencovanou dôležitosťou jednotlivých hodnotiacich kritérií a používa Dirichletovo rozdelenie na modelovanie tejto neistoty. S týmto súvisí aj diskusia o metódach elicitácie váh subjektívnymi metódami tak, aby boli kompatibilné s preferenciami rozhodujúceho subjektu. Samotná analýza neistoty sa v článku realizuje za pomoci simulačnej metódy Monte Carlo a obsiahnutá prípadová štúdia je koncipovaná v snahe preukázať praktickú využiteľnosť modelovania neistoty váh týmto (a vlastne aj iným) spôsobom. Prípadová štúdia sa týka výberu spôsobu zabezpečenia generovania

elektrickej energie pre potreby tureckého energetického priemyslu a je adaptovaná z článku Şahina (2021) a augmentovaná o analýzu neistoty.

V ďalšom článok pozostáva z piatich častí. Prvé tri sú teoreticko-explikatívneho charakteru. Časť 2 konceptualizuje príslušný manažérsky problém, časť 3 poskytuje sľúbený prehľad metód viackritériálneho hodnotenia s orientáciou na potreby manažérského hodnotenia a časť 4 ozrejmuje metodiku stochastického modelovania neistoty vo váhach. Predposledná časť 5 obsahuje prípadovú štúdiu a posledná časť je záverom.

2 Konceptualizácia rozhodovacieho problému

V článku sa pozornosť sústreďuje na *numerické* kritériá, ktoré budú *numericky* ohodnotené a syntetizované do jednej *numerickej* charakteristiky. Bez ohľadu na kontext, je možné uplatniť túto myšlienkovú schému: Rozhodovací variant (napr. konkrétny dodávateľ pre zabezpečenie výroby, lokalita pre umiestnenie výrobnjej prevádzky, model financovania rozvojových plánov podniku) je charakterizovaný m kritériami $x_1, \dots, x_m$, ktoré sú známe numerické hodnoty. Predpokladá sa, že subjekt rozhodovania (manažér, hodnotiteľ, rozhodovateľ, analytik, riadiaci subjekt ap.) je schopný posúdiť, aké sú želateľné hodnoty týchto kritérií. Hodnotenie sa môže opierať pritom o to, či je kritériá vhodné maximalizovať, alebo minimalizovať. Iný prístup je, že sú k dispozícii referenčné hodnoty jednotlivých kritérií a čím je konkrétna hodnota bližšie danému kritériu zospodu alebo zhora, tým je lepšia. Referenčné kritériá (vlastne benchmarky) môžu vyplývať z objektívnych okolností rozhodovacieho problému alebo môžu byť subjektívne určené. Výsledkom je, že subjekt rozhodovania určí ich hodnoty kritérií $u_1(x_1), \dots, u_m(x_m)$ a zohľadní pritom ich diferencovaný význam. Hodnotenie konkrétneho kritéria je tu reprezentované funkciou $u_j: \mathfrak{R} \rightarrow \mathfrak{R}$, ktorá ohodnocuje izolovanú samostatnú hodnotu kritéria j spôsobom, ktorý je porovnateľný s funkciami hodnoty $u_{j'}$ aplikovateľnými pre iné kritérium j' ($j, j' \in \{1, \dots, m\}, j' \neq j$). Ohodnotenia poskytované hodnotovou funkciou u_j nemusia byť vo všeobecnosti nevyhnutne kladné (a stačí iba $u_j(x_j) \in \mathfrak{R}$ pre každé $j \in \{1, \dots, m\}$). V dôsledku tejto požiadavky je možné číselné ohodnotenia $u_1(x_1), \dots, u_m(x_m)$ navzájom porovnávať a je možné ich integrovať či sumarizovať do jedného kritéria. Kritériá $x_1, \dots, x_m$ však prispievajú do rozhodovania s rôznou významnosťou, ktorá je reprezentovaná váhami $v_1, \dots, v_m$. Vyššia váha pritom znamená vyššiu dôležitosť. Následne je sledovaný variant reprezentovaný váženým priemerným ohodnotením $U \equiv \sum_j v_j u_j(x_j)$ (pre aditívne väzby) alebo $U \equiv \prod_j u_j(x_j)^{v_j}$ (pre multiplikatívne väzby). Vyššia hodnota indikuje vyššiu preferenciu a definuje zoradenie príslušných variantov. Pri zavedení multiplikatívnych väzieb v procese agregácie je nevyhnutné požadovať pozitivitu hodno-

tových funkcií (resp. $u_j(x_j) \in \mathfrak{R}_{>0}$ pre každé $j \in \{1, \dots, m\}$). Ukazuje sa, že medzi aditívnym a multiplikatívnym modelom nie sú podstatné rozdiely (napr. Stewart, 1995).

Načrtnutý plán predpokladá, že rozhodovanie (alebo hodnotenie) prebieha pri plnej informačnej znalosti, keď neexistuje neistota. Tu sa pozornosť venuje situácii, že neistota sprevádza váhy $v_1, \dots, v_m$, ktoré nemusia ideálne zodpovedať preferenciám rozhodovacieho subjektu. Nie je v reálnej situácii možné pre nejakú m -ticu preferenčných váh zaručiť, že sú v úplnej zhode s postojmi hodnotiaceho subjektu a že iná m -tica by nevedla k inému zoradeniu variantov, a tak ide o problém univerzálnejšieho charakteru. Zároveň možno úlohu interpretovať tak, že do úvahy prichádza viacero (alt. neobmedzený počet) váh $v_1, \dots, v_m$, pri ktorých rozhodujúci subjekt nevidí rozpor s jeho preferenciami.

3 Metódy viackriteriálneho hodnotenia pre manažérske rozhodovanie a ich základné vlastnosti

Štandardný rozhodovací model viackriteriálneho hodnotenia spočíva v aplikácii aditívnej formy

$$U = \sum_{j=1}^{j=m} v_j u_j(x_j), \quad (1)$$

alebo multiplikatívnej formy

$$U = \prod_{j=1}^{j=m} [u_j(x_j)]^{v_j}, \quad (2)$$

kde $u_1(x_1), \dots, u_m(x_m)$ sú kritériá $x_1, \dots, x_m$ konvertované na hodnoty a $v_1, \dots, v_m$ sú kladné váhové koeficienty normalizované na jednotkový súčet. V kontexte teórie viackriteriálnej hodnoty (MAVT) rozhodujúci subjekt vníma dosiahnutú hodnotu kritéria x_j a priraduje mu nejakú subjektívnu cenu, resp. hodnotu $u_j(x_j)$, čo robí pre každé kritérium $j, j \in \{1, \dots, m\}$. Následne po agregácii podľa vzorca (1) alebo (2) po zohľadnení diferencovaného významu jednotlivých kritérií je výsledkom viackriteriálna hodnota U . Oba uvádzané tvary viackriteriálnej hodnoty je potrebné maximalizovať a vyberá sa rozhodovací variant, ktorému zodpovedá najvyššia hodnota U . Neexistuje záväzný návod na špecifikáciu parciálnych hodnotových funkcií $u_1, \dots, u_m$ a váh $v_1, \dots, v_m$ a volia sa také hodnotové funkcie a váhy, ktoré zodpovedajú danému rozhodovaciemu kontextu. Táto časť dáva prehľad základných metód určovania parciálnych hodnotových funkcií.

Bude sa terminologicky používať pojem variant a viackriteriálne hodnotenie bude kontextovo zasadené do situácie výberu nejakého variantu riešenia. Samozrejme, kontextové manažérske aplikácie viackriteriálneho hodnotenia môžu byť odlišné a môžu zodpovedať komparatívne hodnoteniu objektov (typicky organizácií, vnútroorganizačných jednotiek a procesov, podnikov a ich

útvarov, produktových segmentov); nie však výberu optimálneho alebo kvázi optimálneho riešenia spomedzi existujúcich možností.

Na samotnom začiatku je nutné zdôrazniť, že sa predpokladá racionalita rozhodujúceho subjektu, ktorá sa prejavuje už pri výbere kritérií, na základe ktorých sa vyhodnocujú rozhodovacie varianty. Výber kritérií musí rešpektovať určité metodicko-logické pravidlá, v rámci ktorých možno akcentovať najmä tieto dve požiadavky:

- Kritériá musia byť merateľné a ideálne na kardinálnej škále.
- Kritériá musia nadobúdať hodnoty usporiadateľné smerom k najlepšej hodnote. Pri kardinálnej škále si to vyžaduje, aby boli identifikovateľné ako maximalizačné či minimalizačné, tzn. musí byť stanovené, či ich želateľná hodnota je vo všeobecnosti čo najväčšia a nízke hodnoty sú chápané ako nepriaznivé, resp. opačne.

Pri viackriteriálnom hodnotení nie sú formálne obmedzenia na počet kritérií m vo vzťahu k počtu hodnotených variantov, pre ktorý bude v texte prijaté označenie n . Navzdor tomu je minimálne pre prehľadnosť a následnú interpretovateľnosť výsledkov analýzu založiť na čo najmenšom počte kritérií a zároveň sa snažiť o dodržanie čo najmenšieho počtu kritérií vo vzťahu k počtu variantov, resp. $m \ll n$.

Nevenuje sa ale pozornosť tomu, či pre praktické rozhodovanie sa použije aditívna (1) alebo multiplikatívna forma (2). Na jednej strane je aditívna forma v empirických aplikáciách jednoznačne prevalentná, na druhej strane sa osvojil názor, že na voľbe konkrétneho spôsobu agregácie nevelmi záleží. Toto presvedčenie vyplýva z výsledkov experimentálnej štúdie Stewarta (1995), ktorý ukázal, že keď sú kritériá volené rozumne, tak aditívna a multiplikatívna forma agregácie sú zastupiteľné bez zásadného vplyvu na výsledky. Tiež je možné zaviesť (potenciálne vážený) aritmetický priemer viackriteriálnych hodnôt uvedených vo vzťahoch (1) a (2) ako kompromisný rozhodovací model (napr. Langhans et al., 2014).

Bude sa predpokladať, že všetky kritériá $x_1, \dots, x_m$ sú numerické a majú kardinálny charakter. Pri ich ohodnocovaní takým spôsobom, aby korešpondovali preferenciám hodnotiaceho subjektu, sa v princípe zavádza normalizačná transformácia $u_j: \mathfrak{R} \rightarrow \mathfrak{R}$, ktorá zvykne byť aplikovaná rovnako pre každé kritérium $j, j \in \{1, \dots, m\}$. Pre kritériá sa zároveň bude požadovať, že sú jednoznačné z hľadiska extremalizácie, a teda je pevne známe, či preferenčne dominujú vyššie (čo najvyššie) alebo nižšie (čo najmenšie) hodnoty. Toto v niektorých prípadoch nemusí byť samozrejmé. Napríklad v kontexte finančnej výkonnosti podniku možno založiť hodnotenie na ukazovateľoch, ktoré je žiaduce maximalizovať (napr. obrátka aktív v tržbách, rentabilita vlastného

imania, produktivita práce), zatiaľ čo iné ukazovatele majú jednoznačne minimalistický charakter (napr. dĺžka prevádzkového cyklu alebo náročnosť tržieb na zásoby). Sú ukazovatele, kde taký úsudok nie je možný, pretože príliš nízke aj príliš vysoké hodnoty sú vnímané ako nežiaduce. Flagrantný príklad je napríklad ukazovateľ likvidity tretieho stupňa L3. Vysoká hodnota môže indikovať neefektívne viazanie zdrojov v bežných aktívach a nízka hodnota indikuje slabú likviditu a môže slúžiť ako včasná indícia hroziacej finančnej tiesne. Normalizačné transformácie $u_1, \dots, u_m$ musia generovať ohodnotenia, ktoré sú extrémálne konzistentné (požadované sú vysoké alebo nízke hodnoty), a zároveň agregovateľné. Agregovateľnosť znamená, že jednotlivé $u_1, \dots, u_m$ musia viesť k číselným hodnotám, ktoré je možné vážiť buď aditívne aritmetickým priemerom podľa (1), alebo multiplikatívne geometrickým priemerom (2). Voľnejšie povedané, parciálne hodnotové funkcie musia neutralizovať vplyv merných jednotiek a rozmeru.

V nasledujúcom texte sú v jednotlivých podčastiach stručne opísané tieto ohodnocovacie transformácie: (a.) ordinálne ohodnotenie, (b.) proporcionálna vzdialenosť od benchmarkovej hodnoty, (c.) proporcionálna vzdialenosť od priemernej hodnoty, (d.) proporcionálna vzdialenosť na intervale rozpätia hodnôt, (e.) štandardizácia na z-skóre, (f.) štvorec euklidovskej vzdialenosti od benchmarkovej hodnoty. V poslednej podčasti sa napokon jednotlivé transformácie porovnávajú a študujú sa ich vlastnosti.

Je nevyhnuté prihliadnuť na charakter kritéria z hľadiska extremalizácie, čo je kritérium, ktoré predurčuje podobu transformácie. V uvádzaných vzťahoch pri označovaní hodnoty kritéria symbolom x sa vynecháva index j , ktorý teraz nemá význam.

3.1 Ordinálna ohodnocovacia transformácia

Pri použití ordinálnej ohodnocovacej transformácie (a.) sa použijú vzorce

$$\begin{aligned} u(x) &= \text{rank}(x, +), \text{ ak } x \text{ je maximalizačné kritérium,} \\ u(x) &= \text{rank}(x, -), \text{ ak } x \text{ je minimalizačné kritérium,} \end{aligned} \quad (3)$$

pomocou ktorých sa hodnoty kritéria x konvertujú na poradie $\text{rank}(x, \pm)$ tak, že najlepšia hodnota kritéria dostáva poradie 1, druhá najlepšia poradie 2 a tak ďalej, až najhoršej hodnote sa priradí posledné možné poradie. Druhý argument zápisu $\pm$ je zapisovaný symbolom $+$, keď kritérium má maximalizačný charakter a uplatňuje sa zostupné usporiadanie, a symbol $-$ sa uplatňuje vtedy, keď kritérium má minimalizačný charakter a usporiadanie je zostupné. Niekedy, a síce najmä pri diskretných kritériách, môže nastať situácia, keď kritérium nadobudne rovnaké hodnoty. V takom prípade sa uplatňuje pre všetky rovnaké hodnoty kritéria tá istá priemerná poradová hodnota počítaná z poradí, ktoré by

inak prislúchali príslušným hodnotám kritéria. Samozrejme, priemerovanie sa opiera o aritmetický priemer. Výhoda tohto postupu je simplicita a aplikovateľnosť bez ťažkostí aj pri kvalitatívnych kritériách, nevýhoda je slabá výsledná informačná hodnota stelesnená vo výsledných hodnoteniach. Hodnotenia sú ordinálne a neprenášajú informáciu o odstupoch medzi pôvodnými hodnotami kritéria. Poradia nie sú schopné zachytiť, či odskoky medzi hodnotami sú zanedbateľné a tesné, alebo markantné. Takto definované hodnotenia je potrebné minimalizovať. Ostatné transformácie (b.) až (f.) sú už kardinálne a až na prípad (e.) generujú hodnotenia na intervalovej škále, čiže je možné usudzovať nielen o relatívnej pozícii (v zmysle aditívnych rozdielov medzi hodnoteniami, ktoré udávajú, o koľko je jedno hodnotenie lepšie alebo horšie ako druhé), ale priamo aj o relatívne komparatívnych rozdieloch v pozícii (v zmysle možnosti dávať hodnotenia do vzájomného pomeru v snahe zistiť, koľkonásobne je jedno hodnotenie lepšie alebo horšie ako druhé).

3.2 Proporcionálna vzdialenosť od benchmarkovej hodnoty a od priemernej hodnoty

Ohodnocovacie transformácie (b.) a (c.) založené na proporcionálnej vzdialenosti sú si konštrukčne veľmi blízke a už ich označenie napovedá, že transformujú hodnotu kritéria na relatívnu vzdialenosť od nejakej referenčnej hodnoty. Líšia sa iba tým, či prepočítavajú hodnotu kritéria vzhľadom na benchmarkovú hodnotu c^* alebo na observovanú hodnotu aritmetického priemeru hodnôt kritéria $\text{avg}(x)$. Transformácia (b.) zavádzajúca proporcionálnu vzdialenosť od benchmarkovej hodnoty vychádza zo vzorcov

$$\begin{aligned} u(x) &= x / c^*, \text{ ak } x \text{ je maximalizačné kritérium,} \\ u(x) &= c^* / x, \text{ ak } x \text{ je minimalizačné kritérium,} \end{aligned} \quad (4)$$

a transformácia (c.) počítajúca proporcionálnu vzdialenosť od priemernej hodnoty stojí na vzťahoch

$$\begin{aligned} u(x) &= x / \text{avg}(x), \text{ ak } x \text{ je maximalizačné kritérium,} \\ u(x) &= \text{avg}(x) / x, \text{ ak } x \text{ je minimalizačné kritérium,} \end{aligned} \quad (5)$$

Pri transformácii (b.) sa sleduje, ako veľmi hodnota kritéria zaostáva za benchmarkovou hodnotou c^* (alebo ju presahuje), a je definovaná tak, že najlepšia hodnota kritéria je ohodnotená číslom 1 a horším hodnotám sa zavádza číselné hodnotenie menšie ako 1. Pri transformácii (c.) sa zase meria, ako je hodnota kritéria v relatívnom vzťahu k priemernej hodnote $\text{avg}(x)$. V dôsledku toho číselné ohodnotenie vyššie ako 1 indikuje nadpriemerne dobré hodnotenie a číselné hodnotenie nižšie ako jedna je známkou podpriemeru. Obe transformácie sú použiteľné iba vtedy, keď sledované kritérium nadobúda výlučne kladné hodnoty (teda striktne musí byť $x > 0$). Pri transformácii (b.) sú

hodnotenia kladné a obmedzené zhora hranicou 1 (teda $0 < u(x) \leq 1$), pri transformácii (c.) hodnotenia nemajú ani hornú, ani dolnú hranicu (teda formálne $-\infty < u(x) < \infty$). Hodnotenia definované proporcionalizujúcimi transformáciami (b.) a (c.) je žiaduce maximalizovať. Hoci je definícia pre maximalizačné a minimalizačné kritérium zdanlivo primeraná, hodnotová funkcia pri maximalizácii kritéria má lineárny priebeh v závislosti od x , zatiaľ čo pri minimalizácii kritéria má konvexný priebeh v závislosti od x , čo možno vidieť ako pomerne neuspokojivé.

3.3 Proporcionálna vzdialenosť na intervale rozpätia hodnôt

Nedostatkom proporcionalizujúcich transformácií (b.) a (c.) je nereštrikované rozpätie výsledných ohodnotení. Tento nedostatok je eliminovaný uplatnením inej proporcionalizačnej transformácie (d.), ktorou sa hodnoty kritéria napozorované na rozpätí najmenej a najväčšej hodnoty rozvrhnú lineárne na interval $[0,1]$. Najlepšia napozorovaná hodnota kritéria získa potom číselné ohodnotenie 1 a najhoršia hodnota dostane číselné ohodnotenie 0. Transformácia je reprezentovaná zápisom $s(x, \pm)$, v ktorom zase druhý argument nadobúda hodnotu $+$, keď ide o maximalizačné kritérium, a hodnotu $-$ pri minimalizačnom kritériu. Transformácia (d.) vychádza potom zo vzťahu

$$\begin{aligned} u(x) = s(x, +) &= \frac{x - \min(x)}{\max(x) - \min(x)}, \text{ ak } x \text{ je maximalizačné kritérium,} \\ u(x) = s(x, -) &= \frac{\max(x) - x}{\max(x) - \min(x)}, \text{ ak } x \text{ je minimalizačné kritérium,} \end{aligned} \quad (6)$$

Vzhľadom na linearitu transformácie platí $s(x, -) = 1 - s(x, +)$. Výhodou tejto transformácie je to, že veľmi jednoducho rozvrhne hodnoty na dobre interpretovateľný interval $[0,1]$ (resp. $0 \leq u(x) \leq 1$). Nevýhodou je ale samotná linearita vzhľadom k pôvodným hodnotám kritéria, keďže často sa vyžaduje transformácia u , ktorá je v skutočnosti konkávna (Dyer, 2016, s. 273), čo má reflektovať zákon klesajúcej marginálnej užitočnosti. Toto sa dá riešiť tým, že vzťahy (6) sa na ľavej strane ešte mocninne transformujú, napr. sa zvolí $u(x) = s(x, \pm)^\varphi$, pričom $\varphi \in [0,1]$. Čím vyššia hodnota sa po transformácii získa, tým je ohodnotenie priaznivejšie.

3.4 Štandardizácia na z-skóre

Informačne podobnou ohodnocovacou transformáciou k proporcionalizujúcej transformácii (c.) je transformácia (e.) spočívajúca v štandardizácii na z-skóre (tzn. v normovaní, ako je operácia známa v československej literatúre). Túto operáciu možno zaznačiť symbolicky $z(x, \pm)$, kde $+$ v druhom argumente vyznačuje variáciu zodpovedajúcu maximalizačnému kritériu a $-$ signalizuje variáciu pre minimalizačné kritérium. Štandardizácia na z-skóre je určená vzťahmi:

$$u(x) = z(x, +) = \frac{x - \text{avg}(x)}{\text{sd}(x)}, \text{ ak } x \text{ je maximalizačné kritérium,}$$

$$u(x) = z(x, -) = \frac{\text{avg}(x) - x}{\text{sd}(x)}, \text{ ak } x \text{ je minimalizačné kritérium,}$$
(7)

Vlastne sa dá okamžite vidieť, že platí $z(x, -) = -z(x, +)$. Kým lokáciu a variabilitu pôvodných hodnôt kritéria charakterizuje priemer $\text{avg}(x)$ a smerodajná odchýlka $\text{sd}(x)$, po konverzii na z-skóre majú výsledné hodnotenia priemernú hodnotu 0 a smerodajnú odchýlku 1 a je ihneď možné zistiť, či je hodnota kritéria relatívne uspokojivá, alebo nedosahuje ani priemernú úroveň. Ohodnotenia väčšie ako 0 sú nadpriemerne dobré a ohodnotenia touto hranicou sú podpriemerné. Nevýhodou je, že ohodnotenia nie sú teoreticky vonkoncom ohraničené z oboch strán, a najmä, že nie sú na intervalovej škále, takže nemožno rozumne zisťovať, koľkonásobne je jedno ohodnotenie lepšie než druhé. Aj v prípade tejto transformácie sa žiada dosahovať čo najvyššie hodnotenia.

3.5 Štvorec euklidovskej vzdialenosti od benchmarkovej hodnoty

Ďalšou možnosťou, ako priradovať pôvodným hodnotám kritéria číselné ohodnotenia, je zohľadňovať ich vzdialenosť od benchmarkovej hodnoty c^* použitím vhodnej metriky, čo vystihuje transformácia (f.). S cieľom eliminovať vplyv merných jednotiek a rôznej úrovne jednotlivých kritérií, ktoré by mohli podstatným spôsobom ovplyvniť proces agregácie váženým aritmetickým alebo geometrickým priemerom, pred vyčíslňovaním vzdialenosti sa najprv transformujú pôvodné hodnoty kritéria a benchmarku x a c^* na z-skóre a následne sa vypočíta pozičná (štandardne euklidovská) vzdialenosť medzi $z(x, \pm)$ a $z(c^*, \pm)$. Zmysluplné použitie vzťahu pre aritmetický a geometrický priemer limituje v princípe možnosti stanovenia vzdialenosti. Na úrovni každého kritéria prichádza do úvahy merať priamo odstup oboch hodnôt z-skóre na číselnej osi a vzdialenosť definovať ako absolútnu hodnotu rozdielu medzi z-skóre $|z(x, \pm) - z(c^*, \pm)|$, avšak častejšie sa používa štvorec euklidovskej vzdialenosti $(z(x, \pm) - z(c^*, \pm))^2$. Toto vedie k vzorcom pre transformáciu (f.) v podobe

$$u(x) = [z(x, +) - z(c^*, +)]^2, \text{ ak } x \text{ je maximalizačné kritérium,}$$

$$u(x) = [z(x, -) - z(c^*, -)]^2, \text{ ak } x \text{ je minimalizačné kritérium,}$$
(8)

Čím má kritérium lepšiu hodnotu, tým je jeho z-skóre bližšie z-skóre benchmarkovej hodnoty a vzdialenosť je menšia, v ideálnom prípade 0. Táto hodnota však nemusí byť dosiahnutá. Získané ohodnotenia sú však ohraničené zdola hraničnou hodnotou 0 (teda $0 \leq u(x) < \infty$). Dôležitým aspektom tejto transformácie je, že síce je konvexnou funkciou hodnôt kritéria, snaha o jej minimalizáciu jej dáva konkávny priebeh.

3.6 Vlastnosti uvádzaných ohodnocovacích transformácií

Základné vlastnosti zavedených šiestich transformácií sú sumarizované v tabuľke 1, ktorá pre každú transformáciu ukazuje tri charakteristické prvky: (1.) to, či treba skonštruované ohodnotenia maximalizovať alebo minimalizovať, (2.) hodnoty, ktoré transformácia nadobúda (stĺpec „množina ohodnotení“), a (3.) napokon aj samotný priebeh závislosti ohodnotení od hodnôt kritéria so štandardnou typológiou: lineárny, konvexný a konkávny. Symbol n v tabuľke 1 označuje počet rozhodovacích variantov, resp. uskutočnených ohodnotení. Žiada sa podotknúť, že transformácie (a.), (b.), (e.) a (f.) sú bežne aplikované vo finančno-ekonomickej analýze podniku v rámci komparatívnej analýze v priestore, resp. analýze postavenia podniku na trhu, kde sa v príslušnom kontexte nazývajú postupne ako metóda (váženého) súčtu poradí, bodovacia metóda, metóda normovanej premennej a metóda vzdialenosti od fiktívneho podniku (napr. Zalai et al., 2016, s. 365-372). Jediný rozdiel je v tom, že transformácia (f.) sa implementuje tak, že vo vzorci (8) sa ešte na pravej strane pridá druhá odmocnina, čím nejde o štvorec euklidovskej vzdialenosti, ale euklidovskú vzdialenosť samotnú. Táto adjustácia nemení hodnotenie a výsledky, ale má efekt na matematické vlastnosti transformácie (f.).

Tab. 1 Vlastnosti ohodnocovacích transformácií (Zdroj: Boďa a Úradníček (2021, s. 42))

Transformácia	Extremálny charakter	Množina ohodnotení	Tvar hodnotovej funkcie v závislosti od hodnôt kritéria
(a.) ordinálne ohodnotenie	minimalizácia ohodnotenia	$\{1, 2, \dots, n\}$	ordinálne lineárny
(b.) proporcionálna vzdialenosť od benchmarkovej hodnoty	maximalizácia ohodnotenia	$(0, 1]$	lineárny pre maximalizačné kritérium, konkávny pre minimalizačné kritérium
(c.) proporcionálna vzdialenosť od priemernej hodnoty	maximalizácia ohodnotenia	$(0, \infty)$	lineárny pre maximalizačné kritérium, konkávny pre minimalizačné kritérium
(d.) proporcionálna vzdialenosť na intervale rozpätia hodnôt	maximalizácia ohodnotenia	$[0, 1]$	lineárny
(e.) štandardizácia na z-skóre	maximalizácia ohodnotenia	$(-\infty, \infty)$	lineárny
(f.) štvorec euklidovskej vzdialenosti od benchmarkovej hodnoty	minimalizácia ohodnotenia	$[0, \infty)$	konkávny

Je zjavné, že ak sa požaduje, aby hodnotové funkcie mali maximalizačný charakter, realizovali sa na intervale $[0, 1]$ a boli podľa možností konvexné, najlepšie tomu vyhovuje transformácia (d.). Tieto vlastnosti, a to najmä rozvrhnutie hodnôt kritéria čitateľným spôsobom na interval $[0, 1]$, z nej robia

favorizovanú metódu pre konštrukciu integrálneho indikátora v rámci komparatívnej analýzy v priestore a benchmarkingu, ako aj kompozitného indikátora pre ľubovoľnú manažérsku aplikáciu. Pri výučbe na Ekonomickej fakulte Univerzity Mateja Bela v Banskej Bystrici v rámci študijného programu financie, bankovníctvo a investovanie sa osvojil pre hodnotenie založené na transformácii (d.) názov *skórovacia metóda* a transformačná operácia sa nazýva *skórovanie*. Toto pojmoslovie zaviedol autor tohto článku.

4 Stochastické modelovanie neistoty vo váhach pomocou Dirichletovho rozdelenia

Stochastické modelovanie neistoty za pomoci Dirichletovho rozdelenia patrí do kategórie pravdepodobnostnej analýzy senzitivity, ako ju nazvali Broekhuizen et al. (2015), pričom tu je analýza senzitivity aplikovaná na váhy. Od rozhodujúceho sa subjektu sa vyžaduje stanovenie vhodného združeného pravdepodobnostného rozdelenia pre váhy $v_1, \dots, v_m$ (ktoré vyhovuje podmienke nezápornosti a tiež obmedzenia na jednotkový súčet). Ako realistické združené pravdepodobnostné rozdelenie je uvažované v článku Dirichletovo rozdelenie. Implementácia je už pomerne jednoduchá a bežný používateľ dokáže analýzu zrealizovať aj v programe Microsoft® Excel, ktorý mu dovoľí zostaviť potrebné simulácie Monte Carlo v požadovanom rozsahu. Pravdepodobnostná analýza senzitivity dokáže pri malej cene poskytnúť dostatočne detailné informácie pre rozhodovanie. Iné (tzn. nepravdepodobnostné, resp. spravidla nestochastické) prístupy enumerované Broekhuizenom et al. (2015) dávajú veľmi slabý náhľad na rozsah neistoty (deterministická analýza scenárov) alebo kladú silné požiadavky na analytickú infraštruktúru (bayesovské metódy, fuzzy prístup a tzv. sivá relačná analýza).

Stochastický prístup modeluje elicítované váhy ako náhodné veličiny, ktoré majú svoje rozdelenie na jednotkovom $(m - 1)$ simplexe. Samozrejme, netvrdí sa, že ide naozaj o náhodné veličiny, iba sa používa pravdepodobnostné rozdelenie na modelovanie hodnôt váh tak, aby korešpondovali (neistým) preferenciám. Je preto potrebné dôsledne rozlišovať váhy ako predmet neistoty $v_1, \dots, v_m$ (modelované ako náhodné veličiny), ich elicítované hodnoty $v_1^*, \dots, v_m^*$ určené vhodným postupom a tiež ich pravdepodobnostné charakteristiky: typicky očakávané hodnoty $\mu_1, \dots, \mu_m$ a smerodajné odchýlky $\sigma_1, \dots, \sigma_m$. Očakávané hodnoty budú spravidla pri modelovaní totožné s elicítovanými hodnotami (tzn. $\mu_j = v_j^*$ pre každé $j \in \{1, \dots, m\}$) a zároveň musia splňovať podmienku positivity a obmedzenia na jednotkový súčet vyžadovanú od váh samotných. Smerodajné odchýlky stelesňujú mieru neistoty asociovanú s jednotlivými váhami a vyžaduje sa iba ich pozitivita. Je možné sa nazdávať, že to budú malé (kladné) hodnoty.

Modelovanie neistoty skrze Dirichletovo rozdelenie je najmenej úsporné na vstupy a vynucuje si u rozhodujúceho subjektu stanoviť pre elicítované váhy $v_1, \dots, v_m$ ich očakávané hodnoty $\mu_1, \dots, \mu_m$ a smerodajné odchýlky $\sigma_1, \dots, \sigma_m$. Za

pomoci týchto vstupných podkladov môže rozhodujúci subjekt elicitovať hyperparametre združeného pravdepodobnostného rozdelenia, aby plne korešpondovalo percipovanej podstupovanej neistote.

Dirichletovo rozdelenie je konjugovaný prior multinomického rozdelenia, keďže opisuje združené správanie kladných náhodných premenných, ktoré sú reštrikované jednotkovým súčtom. Charakterizuje teda pravdepodobnostné správanie kompozícií (percentuálnej štruktúry) a navyše disponuje zaujímavými štatistickými vlastnosťami. Užitočné detaily ohľadom Dirichletovho rozdelenia sú uvedené napr. u Johnsona a Kotza (1970, s. 37-53; 1972, s. 232-234) alebo u Gelmana et al. (2004, s. 567, 581-582). Nakoľko marginálnymi rozdeleniami Dirichletovho rozdelenia sú beta rozdelenia, možno ho vnímať ako generalizáciu beta rozdelenia na viacrozmerný prípad. Ak sa o m -tici váh $v_1, \dots, v_m$ predpokladá, že sa riadia Dirichletovým rozdelením s parametrami $\theta_1, \dots, \theta_m$, ktoré sú všetky kladné a ich suma je $\theta := \sum_j \theta_j$, potom platí $\sum_j v_j = 1$ a $v_j \sim Be(\theta_j, \theta - \theta_j)$ pre každé $j \in \{1, \dots, m\}$.

Ak pri vyjadrovaní neistoty vo váhach rozhodujúci sa subjekt uprednostní Dirichletovo rozdelenie, stanoví stredné (očakávané) hodnoty váh $\mu_1, \dots, \mu_m$ a ich smerodajné odchýlky $\sigma_1, \dots, \sigma_m$. Porovnaním momentov marginálnych beta rozdelení s touto špecifikáciou sa získa séria rovníc

$$\begin{aligned} E(v_j) &= \theta_j / (\theta - \theta_j) \equiv \mu_j, \quad j \in \{1, \dots, m\}, \\ \text{var}(v_j) &= [\theta_j(\theta - \theta_j)] / [\theta^2(\theta + 1)] \equiv \sigma_j^2, \quad j \in \{1, \dots, m\}, \end{aligned} \quad (9)$$

ktoré po riešení vedú k elicitovaným hyperparametrom

$$\theta_j = \mu_j \theta, \quad j \in \{1, \dots, m\}, \quad \text{kde} \quad \theta = \sum_j \mu_j (1 - \mu_j) / \sum_j \sigma_j^2 - 1. \quad (10)$$

Prirodzene, tieto rovnice sú použiteľné aj v situácii, keď rozhodujúci subjekt je indiferentný a dokáže iba nahrubo posúdiť neistotu vo váhach a určí, že váhy, ktoré v skutočnosti vystihujú jeho preferencie, sa budú odchyľovať od svojho očakávania spoločne v rozsahu spoločného disperzného faktora $\pm \sigma$ (keď následne nutne $\sigma = \sigma_1 = \dots = \sigma_m$).

I keď Dirichletovo rozdelenie vychádza ako rozumný spôsob modelovania subjektívne zadaných váh, jeho voľba implikuje, že korelácia medzi dvoma váhami je vždy negatívna a je fixovaná elicitáciou hyperparametrov $\theta_1, \dots, \theta_m$ a nadobúda hodnotu $\text{cor}(v_j, v_{j'}) = -\sqrt{\theta_j \theta_{j'} / [(\theta - \theta_j)(\theta - \theta_{j'})]}$ pre ľubovoľné j a j' (také, že $j \neq j'$ a $j, j' \in \{1, \dots, m\}$). Táto skutočnosť opisuje flagrantný nedostatok Dirichletovho rozdelenia pre použitie v situácii, keď je cítiť, že implikovaná korelácia nekorešponduje s apriórnym presvedčením rozhodujúceho sa subjektu, že váhy sú v skutočnosti previazané odlišnou závislostnou štruktúrou.

Praktický problém nebude pri vyjadrovaní neistoty a elicitácii hyperparametrov vybraného združeného rozdelenia predstavovať stanovenie stredných

hodnôt váh $\mu_1, \dots, \mu_m$, pretože tieto sa spravidla stotožnia so špecifikovanými hodnotami $\nu_1^*, \dots, \nu_m^*$, na základe ktorých sa vypracuje deterministická časť viac-kritériálnej analýzy. Nezáleží, akou metódou boli stanovené tieto hodnoty $\nu_1^*, \dots, \nu_m^*$ v úzkom napojení na osobný úsudok rozhodujúceho subjektu. Praktický problém predstavuje vyjadrovanie neistoty pre jednotlivé váhy formou smerodajných odchýlok $\sigma_1, \dots, \sigma_m$. Potrebná je na to určitá skúsenosť.

Predstavu o typickej veľkosti neistoty možno získať úvahami okolo vhodného rozdelenia v tejto situácii. Flexibilným a prakticky často používaným rozdelením v tejto situácii pre jednu konkrétnu váhu a veličinu na intervale $[0,1]$ je beta rozdelenie a vhodné (hoci aj kritizované) združené pravdepodobnostné rozdelenie pre všetky váhy a veličiny zavedenej na simplexe je Dirichletovo rozdelenie.

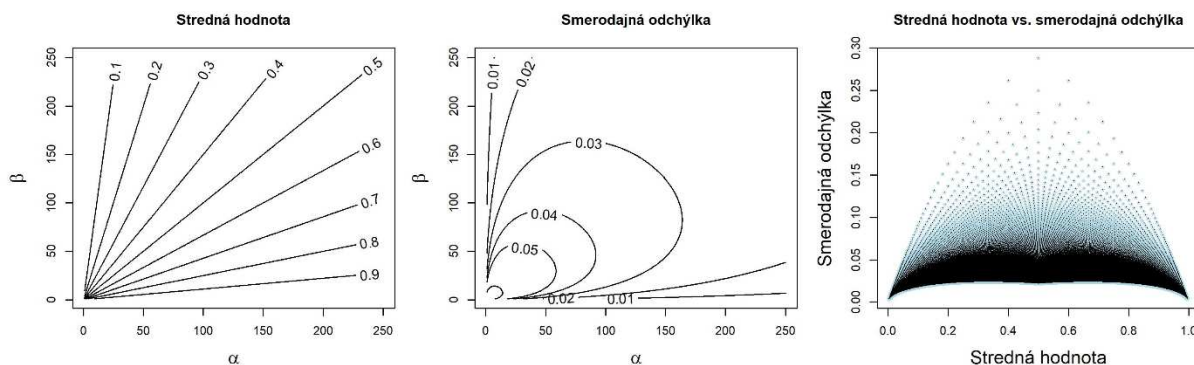
Beta rozdelenie má nosič na intervale $[0,1]$ a jeho hustota závisí na dvoch tvarovacích parametroch α a β (také, že $\alpha, \beta > 0$). V hustote beta rozdelenia $f(x) = \frac{\Gamma(\alpha)\Gamma(\beta)}{\Gamma(\alpha+\beta)} x^{\alpha-1}(1-x)^{\beta-1}$ pre $x \in [0,1]$ vystupuje gama funkcia $\Gamma(\cdot)$ veľmi dobre známa v matematickej analýze. Náhodná premenná ξ s beta rozdelením $\text{Be}(\alpha, \beta)$ má strednú hodnotu určenú vzťahom $E(\xi) = \alpha/(\alpha+\beta)$ a varianciu $\text{var}(\xi) = \alpha\beta/[(\alpha+\beta)(\alpha+\beta+1)]$. Beta rozdelenie môže v závislosti od hodnôt parametrov α a β byť unimodálne, bezmodálne alebo antimodálne. Tradičný vzťah pre modálnu hodnotu rozdelenia $(\alpha-1)/(\alpha+\beta-2)$ platí iba pre hodnoty $\alpha, \beta > 1$ a vtedy je rozdelenie unimodálne s modusom situovaným niekde na intervale $(0,1)$, čiže vo „vnútri“ intervalu $[0,1]$. Dá sa ukázať, že pri voľbe $\alpha = \beta = 1$ sa beta rozdelenie redukuje na rovnomerné rozdelenie na intervale $[0,1]$, pre $\alpha, \beta < 1$ je zase antimodálne s antimodusom niekde na intervale $(0,1)$ a s relatívne najvyššou vierohodnosťou koncentrovanou okolo 0 a 1. Napokon, pri konštelácii parametrov $\alpha \leq 1, \beta > 1$ je modálna hodnota 0 a rozdelenie je výrazne pravostranne zošikmené a kombinácia parametrov $\alpha > 1, \beta \leq 1$ situáciu „preklápa“ a beta rozdelenie je od modálnej hodnoty 1 výrazne zošikmené doľava. Detaily o beta rozdelení a množstvo vysvetľujúcich poznámok k nemu vrátane grafických znázornení hustoty v týchto situáciách čitateľ nájde napr. u Johnsona a Kotza (1970, s. 37ff).

Pri modelovaní neistoty prichádza do úvahy pre konkrétnu váhu primerane iba modálne rozdelenie s modusom niekde „vnútri“ intervalu $(0,1)$, a teda pre hodnoty parametrov $\alpha, \beta > 1$. Ostatné možnosti indikujú buď absenciu akejkoľvek informácie (uniformita), alebo vecne nezmyselný kontext (antimodalita, kde sa preferujú skôr extrémne hodnoty váh 0 a 1 vo vylučovacom fuzzy štýle), alebo sotva obhájitelný postoj (modalita v 0 a 1, kde sa buď priznáva, že atribút nemá čo participovať v hodnotení, alebo sa presadzuje, že je jediný významný).

Graf 1 ukazuje pre situáciu $\alpha, \beta > 1$, ako determinuje voľba parametrov α a β strednú hodnotu a smerodajnú odchýlku náhodnej premennej s beta rozdelením a zároveň, aký je vzájomný vzťah medzi strednou hodnotou a smerodajnou

odchýlkou. Znázornenia tvoriace obrázok sú obyčajné kontúrové grafy, ktoré zobrazujú trojrozmernú informáciu a vrstevnicami spájajú a súbežne aj rozdeľujú tie isté hodnoty tretej súradnice v závislosti od súradníc zobrazených na horizontálnej a vertikálnej osi. Ide o uplatnenie kartografického princípu znázorňovania zemského reliéfu mapou. Na účely vizualizácie použité parametrov α a β od 1 do 250 s odstupňovaním o 0.50. Z grafu 1 vyplývajú tri hlavné skutočnosti: Po prvé, vhodnou kombináciou parametrov α a β je možné dosiahnuť vlastne ľubovoľnú úroveň očakávanej výšky váhy na intervale $(0,1)$. Po druhé, smerodajná odchýlka je štandardne do hodnoty 0.050. Detailnejšia analýza hodnôt smerodajnej odchýlky ukazuje, že smerodajná odchýlka variuje v rozpätí od 0.004 do 0.289 a spočítané hodnoty sú porozdeľované kvartilmi 0.024, 0.270 a 0.032.

Znamená to, že smerodajná odchýlka 0.05 už znamená vysokú neistotu a hodnota do 0.03 postačuje na vyjadrenie bežnej úrovne neistoty.



Graf 1 Stredná hodnota a smerodajná odchýlka náhodnej premennej s beta rozdelením pri vhodnej voľbe parametrov α a β (Zdroj: vlastné spracovanie)

Implementácia v tabuľkovom kalkulátore Microsoft[®] Excel môže pohodlne využiť algoritmus opísaný Gelmanom et al. (2004, s. 582), hoci je výpočtovo menej efektívny. Algoritmus využíva vlastnosť Dirichletovho rozdelenia, že jednorozmerné podmienené marginálne a podmienené rozdelenia sú beta rozdeleniami a krokovo vlastne rozdeľuje číselnú os na intervale $[0,1]$. Pri simulovaní m -tice hodnôt $\nu_1^\#, \dots, \nu_m^\#$ z Dirichletovho rozdelenia s parametrami $\theta_1, \dots, \theta_m$ (pričom $\theta = \sum_j \theta_j$) sa postupuje tak, že sa nasimuluje najprv $\nu_1^\#$ z beta rozdelenia $Be(\theta_1, \theta - \theta_1)$ a potom ďalších $m - 2$ hodnôt $\nu_2^\#, \dots, \nu_{m-1}^\#$ sa určí sekvenčným prepočtom. Pre $k \in \{2, \dots, m-1\}$ sa nasimuluje hodnota $y_k^\#$ z beta rozdelenia $Be(\theta_k, \theta - \sum_{j \in \{1, \dots, k\}} \theta_j)$ a samotná simulovaná hodnota $\nu_k^\#$ sa stanoví vzťahom $\nu_k^\# = y_k^\# (1 - \sum_{j \in \{1, \dots, k-1\}} \nu_j^\#)$. Naostatok sa určí komplementárne posledná simulovaná hodnota $\nu_m^\#$ ako $\nu_m^\# = 1 - \sum_{j \in \{1, \dots, m-1\}} \nu_j^\#$.

Potenciálny problém môže predstavovať simulovanie pseudonáhodných čísel z beta rozdelenia, ale od verzie 2010 je Microsoft[®] Excel vybavený kvantilovou funkciou beta rozdelenia BETA.INV s argumentmi *probability* (pravde-

podobnostná hladina pre, ktorú sa chce určiť kvantil), *alpha* a *beta* (štandardné parametre rozdelenia). Núka sa na tento účel metóda inverznej transformácie známa ako univerzálna metóda pre generovanie výberov z ľubovoľného rozdelenia so známou distribučnou funkciou (napr. Rubinstein, 1981, s. 39-40). Platí totiž, že ak ξ je náhodná veličina s distribučnou a kvantilovou funkciou F_ξ a F_ξ^{-1} a U je rovnomerne rozdelená náhodná veličina na intervale $(0,1)$, tak $F_\xi(\xi) \equiv U$. Toto znamená, že kumulatívne pravdepodobnosti $F_\xi(x) = P\{\xi \leq x\}$ pre všetky realizácie $x \in \mathfrak{R}$ sú rovnomerne rozosiate na intervale $[0,1]$. Keď ale je $F_\xi(\xi) \equiv U$, inverzne sa hneď získava $F_\xi^{-1}(F_\xi(\xi)) \equiv F_\xi^{-1}(U) \Rightarrow \xi = F_\xi^{-1}(U)$, čo dáva priamy návod, ako zrekonštruovať či simulovať rozdelenie ľubovoľnej náhodnej veličiny ξ iba z rovnomerného rozdelenia $Unif(0,1)$ a známej kvantilovej funkcie F_ξ^{-1} . Samotná simulácia je v programe Microsoft® Excel dobre podchytená a k dispozícii je napr. funkcia RAND podporovaná už v raných verziách programu alebo nástroj *Random Number Generation* dostupný na karte *Data* (Údaje) cez modul *Data Analysis* (Analýza údajov).¹ Z toho vyplýva hneď algoritmus pre získanie simulovanej hodnoty b z beta rozdelenia $Be(\alpha, \beta)$. Najprv sa nagenereuje hodnota u z rovnomerného rozdelenia $Unif(0,1)$ a následne sa spočíta kvantil $F_{Be(\alpha, \beta)}^{-1}(b)$ za pomoci známej kvantilovej funkcie beta rozdelenia.

Sumárne možno algoritmus pre implementáciu Dirichletovho rozdelenia na účely stochastickej analýzy neistoty materializovanej vo váhach pri viacriteriálnom hodnotení s orientáciou na program Microsoft® Excel aplikovať nasledovne:

Stanovenie hyperparametrov pre modelovanie neistoty

- Krok 1** Stanov vhodnou (pravdepodobne subjektívnou) metódou (najlepšie, stredné či deterministické) hodnoty váh $v_1^*, \dots, v_m^*$.
- Krok 2** Ohodnoť neistotu obsiahnutú vo váhach a stanov smerodajné odchýlky hodnôt váh $\sigma_1, \dots, \sigma_m$.
- Krok 3** Použi vzorce (9) a (10) na stanovenie hyperparametrov $\theta_1, \dots, \theta_m$ a polož $\theta = \sum_j \theta_j$.

Získanie B stochastických simulácií váh

Opakuj pre každú simuláciu b , $b \in \{1, \dots, B\}$, sekvenciu **krokov 4a až 4d**:

¹ Funkcia RAND nie je úplne optimálna, pretože pri každom prepočítavaní zošita po uložení, otvorení alebo stlačení klávesy F9 sa simulácia uskutoční nanovo a hodnoty sa aktualizujú. Ak sa funkcia RAND predsa len použije, možno odporučiť prepísať simulované hodnoty a nakopírovať ich ako čísla (nie vzorce).

Krok 4a Generuj m pseudonáhodných hodnôt $z_1, \dots, z_m$ z rovnomerného rozdelenia $Unif(0,1)$ duplikáciou výpočtu $RAND()$ v m rôznych bunkách alebo naraz nástrojom *Random Number Generation*.

Krok 4b Získaj simuláciu prvej váhy $v_1^\#$ výpočtom: $v_1^\# = BETA.INV(z_1, \theta_1, \theta - \theta_1)$.

Krok 4c Získaj simuláciu ďalších $m - 2$ váh $v_2^\#, \dots, v_{m-1}^\#$ iterovaním výpočtu pre $k \in \{2, \dots, m-1\}$: $v_k^\# = BETA.INV(z_k, \theta_k, \theta - \sum_{j \in \{1, \dots, k\}} \theta_j) (1 - \sum_{j \in \{1, \dots, k-1\}} v_j^\#)$.

Krok .d Získaj simuláciu poslednej váhy $v_m^\#$ dopočítaním: $v_m^\# = 1 - \sum_{j \in \{1, \dots, m-1\}} v_j^\#$.

Výsledkom postupných opakovaní **krokov 4a až 4d** je B simulácií m -tíc váh $v_1^{\#(b)}, \dots, v_m^{\#(b)}$, kde $b \in \{1, \dots, B\}$.

Viackriteriálne hodnotenie

Krok 5 Pre zvolenú metódu viackriteriálneho hodnotenia a agregáčny operátor podľa (1) alebo (2) stanov ohodnotenie daného variantu za použitia deterministických váh a simulovaných váh. Získava sa deterministické ohodnotenie U^* a B simulovaných ohodnotení $U^{(b)}$, $b \in \{1, \dots, B\}$, zodpovedajúcich postupovanej neistote.

Krok 6 Charakterizuj rozdelenie simulovaných hodnôt $U^{(b)}$, $b \in \{1, \dots, B\}$, vhodnými deskriptívnymi charakteristikami (priemer, medián, smerodajná odchýlka, stredné 95%-né kvantilové rozpätie ap.) a grafickými prostriedkami (histogram, jadrový odhad hustoty) a konfrontuj ho s deterministickým ohodnotením U^* s cieľom zistiť, kde nastávajú odchýlky vo výslednom hodnotení.

Samozrejme, je možné niektoré kroky prispôbiť vlastným potrebám. Je napríklad vhodné kroky 4a až 4d realizovať maticovo naraz, nie sekvenčne.

5 Praktická demonštrácia (výber technológie pre generovanie elektrickej energie)

Prístup k modelovaniu neistoty vo váhach v rámci viackriteriálneho modelovania je v tejto časti ilustrovaný na prípadovej štúdie obsahujúcej konkrétny vybraný manažérsky problém reálneho sveta. Aplikácia sa týka výberu technológie pre generovanie elektrickej energie v podmienkach tureckého energetického priemyslu. Ide o štandardný problém výberu optimálneho riešenia spomedzi dostupných variantov pri súbežnom zohľadnení rozmanitých kritérií. V tomto prípade varianty riešenia predstavujú šesť konkurenčných technológií pre získavanie elektrickej energie a je použitých dvanásť indikátorov dlhodobej udržateľnosti pokrývajúcich ekonomické, environmentálne, socioekonomické a technické aspekty. Dáta a dizajn aplikácie I pochádzajú od

Şahina (2021), ktorý však končí deterministickou analýzou. Výber technológií sa uskutočňuje relatívne v súčasnosti, teda okolo roku 2020, hoci dáta sú skompilované ako deskriptory typických vlastností šiestich technológií z rôznych oficiálnych zdrojov za ostatnú dekádu. Stochastická analýza neistoty vo váhach v tomto prípade iba dosvedčuje stálosť výsledkov deterministickej analýzy, keďže aplikácia má malý počet variantov a väčší počet kritérií (šesť variantov vs. dvanásť kritérií). Ukázalo sa, že tento podiel počtu variantov/objektov a kritérií špeciálne odhaľuje, kedy je stochastická analýza menej potrebná, keďže iba validuje deterministické hodnotenie. Prípadová štúdia využíva aditívnu reprezentáciu viackriteriálnej hodnoty podľa vzorca (1) a prezentuje výsledky pre názornosť predovšetkým graficky, pretože grafická vizualizácia dokáže veľmi rýchlo odkomunikovať základnú informáciu, tým skôr, keď je primerane spracovaná.

Analýza bola zväčša vypracovaná aj väčšina výpočtov realizovaná v programe R (R Core Team, 2020) za použitia knižnice gtools (Warnes et al., 2020) na simuláciu pseudonáhodných výberov z Dirichletovho rozdelenia. Na účely analýzy boli pripravené vlastné kódy v programe R.

V súčasnosti sa veľmi intenzívne na politickej a celospoločenskej úrovni forsírujú riešenia napomáhajúce všeobecnému udržateľnému ekonomickému rozvoju (Caiado et al., 2017; Prashar a Vijaya Sunder, 2020), spoločenskej zodpovednosti podnikov (Pranugrahaning et al., 2020), environmentálne udržateľnej produkcie (napr. Malek a Desai, 2020), recyklácii odpadu (Ho et al., 2020; Armenise et al., 2021) alebo energetickej zodpovednosti (Turkson et al., 2020). Aplikácia je postavená na výbere vhodného technologického riešenia pre produkciu elektrickej energie pre tureckú ekonomiku a preberá základnú konfiguráciu od Şahina (2021), ktorý porovnával vybrané prístupy k stanovovaniu váh a viackriteriálnemu hodnoteniu v kontexte energetickej udržateľnosti. V aplikácii sa porovnáva šesť technológií (zemný plyn, uhlie, voda, pobrežný vietor, geotermálna energia a solárna fotovoltaika) na základe dvanástich kritérií, ktorým sú pridelené váhy.

Kritériá s obsahovou náplňou a mernými jednotkami, označením a extremalizačnou špecifikáciou sú sprehľadnené v tabuľke 2. Kritériá v tabuľke 2 sú zoskupené v štyroch skupinách. Zatiaľ čo kritériá c1 – c3 sú ekonomické, kritériá c4 – c6 sú environmentálne, kritériá c7 – c8 sú socioekonomické, zvyšné štyri kritériá sú technického charakteru. Väčšina kritérií má maximalizačný status, iba päť kritérií je minimalizačných (c1, c4, c5, c6 a c8).

Hodnoty samotných kritérií pre sledovaných šesť technológií uvádza separátna tabuľka 3. Zavádza sa v nej aj kódovanie technológií t1 – t6 pre účely tabelárnej a grafickej prezentácie. Vstupná dátová matica poukazuje na značné rozdiely medzi jednotlivými kritériami a pomerne vysokú variabilitu. Nejde o chybu, ale o skutočné vlastnosti daných technológií. Napr. pobrežný vietor (technológia t4) má skutočne minimálnu spotrebu vody na vygenerovanie

elektrickej energie (kritérium c5), 0.001 litrov na KWh elektrickej energie, kým napr. geotermálna energia (technológia t5) má túto spotrebu až 156 litrov. V prípade ordinálnej hodnotovej transformácie (a.) sa tieto rozdiely a vzdialenosti sčasti vytratia, ale pri ostatných transformáciách, kde sa nesledujú poradia a merajú sa priamo rozdiely medzi hodnotami, by to malo podstatne silnejší vplyv na výsledky, ak by sa príslušnému kritériu c5 pridela vyššia váha. Markantné rozdiely markantne nastávajú aj v prípade kritérií c2, c3 (pre výskyt núl pri technológiách t1 a t2) a tiež pri kritériu c8.

V ďalšej tabuľke 4 sú zobrazené elicitované hodnoty váh a zvolené tri úrovne neistoty pre nasledujúcu stochastickú analýzu. Şahin (2021) vo svojej aplikácii použil dve subjektívne metódy stanovovania váh (Saatyho AHP metódu a Rezaiovu BW metódu) a štyri objektívne metódy. Objektívne metódy však fungujú na odlišnom princípe a u Şahina (2021, tabuľka 10) na prvý pohľad generovali váhy významnosti odlišné od váh určených subjektívnymi metódami (napr. pri subjektívnych metódach je váha kritéria c1 aspoň 0.2614, ale pri objektívnych metódach nanajvýš 0.0961). Váhy generované objektívnymi metódami zjavne nedokážu byť v tomto prípade kompatibilné s preferenciami subjektu vyjadrenými pri Saatyho a BW metóde. Preto tabuľka 3 predkladá iba váhy vzídené zo subjektívnych metód. Ako vstup do deterministického hodnotenia boli zvolené váhy implikované Saatyho metódou (predstavujúc tak hodnoty $v_1^*, \dots, v_{12}^*$). Rozdiely vo váhach oboch subjektívnych metód sú interpretované ako miera neistoty a táto je zmeraná v riadku označenom „Základ“ (ide vlastne o *baseline* scenár s minimálnou úrovňou neistoty). Hodnoty v tomto referenčnom riadku vznikli ako rozdiely medzi hodnotami váh pri Saatyho a BW metóde (triviálne sú to aj smerodajné odchýlky spočítané z jednotlivých hodnôt váh). Z tejto metriky diferencovanej neistoty po jednotlivých kritériách sa odvodili aj smerodajné odchýlky $\sigma_1, \dots, \sigma_{12}$ merajúce neistotu v troch úrovniach: nízka, stredná a vysoká. Smerodajné odchýlky pre nízku úroveň neistoty sa získali tak, že hodnoty referenčného riadku sa prenásobili 20 a položili sa rovné maximálne 0.03. Pre strednú úroveň neistoty referenčný riadok bol násobený faktorom 30 a smerodajné odchýlky boli zhora ohraničené 0.04. Napokon pre vysokú úroveň neistoty násobenie bolo faktorom 40 a horné ohraničenie bolo 0.05. Týmto postupom sa zachovávajú rozdiely v neistote medzi atribútmi a zavádzajú sa tri úrovne neistoty v zhode s analýzou okolo grafu 1.

Tab. 2 Kritériá pre hodnotenie šiestich technológií generovania elektrickej energie (Zdroj: Şahin (2021, tabuľky 7 a 8))

Označenie	Vymedzenie atribútu a jeho merné jednotky	Typ
c1	Rozpočítané náklady elektriny (LCOE: <i>levelized cost of electricity</i>): priemerné náklady na generovanie elektrickej energie počas životnosti elektrárne v USD / MWh	min
c2	Ekonomická podpora: výkupné sadzby poskytované pre danú technológiu na generovanie elektrickej energie v US centoch / kWh	max
c3	Domáca podpora vybavenia: dodatočný maximálny príspevok z domácich zdrojov na vybavenie elektrárne v US centoch / kWh	max
c4	Použitie pôdnej plochy: veľkosť plochy zabratej pre technológiu generujúcu elektrickú energiu v m ² / kWh	min
c5	Použitie vodných zdrojov: objem spotrebovanej vody, ktorú nemožno vrátiť do svojho zdroja v l / kWh	min
c6	Emisie skleníkových plynov: životnosť emisií skleníkových plynov pri danej technológii na generovanie elektrickej energie v g CO _{2e} / kWh	min
c7	Tvorba pracovných miest: roky pracovných miest pri plnej zamestnanosti generované počas celej životnosti elektrárne v Ø rokoch miest / GWh	max
c8	Úmrtnosť spôsobená nehodami: miera smrteľných úrazov v dôsledku nehôd počas celej životnosti elektrárne v počte úmrtí / GW rokoch	min
c9	Podiel generovanej elektrickej energie: podiel (iba) elektrickej energie generovanej danou technológiou v %	max
c10	Účinnosť: podiel výstupu k vstupným energiám v %	max
c11	Využitie kapacity: podiel skutočného výstupu elektrárne k maximálnemu možnému výstupu v %	max
c12	Životnosť: celková dĺžka prevádzky danej technológie na generovanie elektrickej energie v rokoch	max

Tab. 3 Vstupné dáta pre hodnotenie šiestich technológií generovania elektrickej energie (Zdroj: Şahin (2021, tabuľka 9))

Kritérium	t1	t2	t3	t4	t5	t6
c1	156	92.5	41.34	73.19	116.33	160
c2	0	0	7.3	7.3	10.5	13.3
c3	0	0	2.3	3.7	2.7	6.7
c4	0.0003	0.0004	0.004	0.015	0.05	0.0003
c5	1.6	1.6	20	0.001	156	0.01
c6	499	888	26	26	170	85
c7	0.11	0.11	0.27	0.17	0.25	0.87
c8	0.0721	0.12	0.0027	0.0019	0.0017	0.0002
c9	30.34	37.2	19.7	6.54	2.44	2.56
c10	49	38.5	90	34	15	13
c11	85	85	35	33	90	18
c12	30	40	80	25	40	25

Legenda: Kódy technológií majú tento význam: t1 - zemný plyn, t2 - uhlie, t3 - voda, t4 - pobrežný vietor, t5 - geotermálna energia, t6 - solárna fotovoltaika.

Tab. 4 Stanovené váhy a ich neistota pre hodnotenie šiestich technológií generovania elektrickej energie (*Zdroj: Şahin (2021, tabuľka 10) a vlastné spracovanie*)

Kritérium	c1	c2	c3	c4	c5	c6	c7	c8	c9	c10	c11	c12
<i>Váhy stanovené subjektívnymi metódami</i>												
Saaty	0.2614	0.1331	0.0558	0.0396	0.0495	0.0930	0.0523	0.0492	0.0444	0.1282	0.0544	0.0391
BW	0.2660	0.1330	0.0665	0.0287	0.0503	0.0934	0.0517	0.0517	0.0268	0.1204	0.0669	0.0446
<i>Neistota vo váhach vyplývajúca z variability medzi váhami Saatyho a BW metódy</i>												
Základ	0.0031	0.0001	0.0076	0.0077	0.0006	0.0003	0.0004	0.0018	0.0124	0.0055	0.0088	0.0039
Nízka	0.0300	0.0014	0.0300	0.0300	0.0113	0.0057	0.0085	0.0300	0.0300	0.0300	0.0300	0.0300
Stredná	0.0400	0.0021	0.0400	0.0400	0.0170	0.0085	0.0127	0.0400	0.0400	0.0400	0.0400	0.0400
Vysoká	0.0500	0.0028	0.0500	0.0500	0.0226	0.0113	0.0170	0.0500	0.0500	0.0500	0.0500	0.0500

Výsledky deterministického hodnotenia sú prezentované v tabuľke 5, ktorá konfrontuje pre šesť ohodnocovacích transformácií (a.) až (f.) viackritériálne hodnoty a z nich plynúce poradia. Pri transformáciách (a.) a (f.) je integrálny indikátor minimalizačný, pri ostatných sú lepšie vyššie hodnoty. Za benchmarkovú hodnotu sa použila najlepšia napozorovaná hodnota (tzn. observované maximum pri maximalizačných kritériách a observované minimum pri minimalizačných kritériách). Číselná hodnota 1505.16 pre transformáciu (c.) konštruovaná ako proporcionálna vzdialenosť od priemernej hodnoty nie je chybná, ale vyplýva z vyššie diskutovanej minimálnej spotreby vody technológiou t4 (pobrežného vetra) a zo spôsobu ako táto transformácia (veľmi citlivo) meria rozdiely medzi hodnotami kritérií. Kým výsledné poradie sú kvázi definitívne, má stále zmysel študovať rozdiely medzi viackritériálnymi hodnotami (po stĺpcoch) so zámyslom zistiť odstup jednotlivých technológií vo výhodnosti.

Tab. 5 Viackritériálne hodnoty (U) a výsledné poradie (rank) pri deterministickej analýze šiestich technológií generovania elektrickej energie (*Zdroj: vlastné spracovanie*)

		Ohodnocovacia transformácia											
		(a.)		(b.)		(c.)		(d.)		(e.)		(f.)	
		U	rank	U	rank	U	rank	U	rank	U	rank	U	rank
Technológia	t1	4.296	6	0.278	6	2.66	4	0.484	3	0.180	3	2.805	2
	t2	3.979	5	0.314	5	2.46	5	0.401	4	-0.038	4	3.240	4
	t3	2.327	1	0.682	1	3.18	3	0.310	5	-0.221	5	3.779	5
	t4	2.995	2	0.508	2	1505.16	1	0.244	6	-0.407	6	3.848	6
	t5	3.577	3	0.373	4	1.95	6	0.487	2	0.182	2	2.516	1
	t6	3.826	4	0.480	3	161.09	2	0.524	1	0.303	1	2.976	3

Legenda: Kódy technológií majú tento význam: t1 - zemný plyn, t2 - uhlie, t3 - voda, t4 - pobrežný vietor, t5 - geotermálna energia, t6 - solárna fotovoltaika.

Tabuľka 5 tiež dokumentuje kategorické nezhody medzi výsledkami pri použití rôznych transformácií. Napr. technológia t4 (pobrežný vietor) je dobre hodnotená transformáciami (a.) až (c.) na mieste 1 alebo 2, pre ostatné tri transformácie (d.) až (f.) je to miesto posledné, teda miesto 6. Napriek tomu transformácie (d.) a (f.) vedú k tomu istému usporiadaniu technológií.

Nasledujúca korelačná analýza umožňuje lepšie posúdiť podobnosť získaných výsledkov.

Silná disharmónia vo výsledkoch je tiež indikovaná korelačnou analýzou viackriteriálnych hodnôt a poradí v tabuľke 6. Tabuľka v maticovom formáte obsahuje tradičné pearsonovské korelačné koeficienty (a pri poradiach spearmanovské korelačné koeficienty aplikované pre viackriteriálne hodnoty). Pred korelačnou analýzou boli viackriteriálne hodnoty pri minimalizačných transformáciách (a.) a (d.) invertované prenásobením faktorom -1 . Keďže každá transformácia zavádza svoj vlastný funkčný priebeh, tak korelačné koeficienty pre viackriteriálne hodnoty nemajú adekvátnu informačnú hodnotu. I tak však vidno, že medzi transformáciami (a.) až (c.) je určitá zhoda a ešte vyššia podobnosť je medzi transformáciami (d.) až (f.). Vyčlenené dve skupiny transformácií si inak odporujú. Nejde o generálne tvrdenie, ale o poznatok pre túto prípadovú štúdiu. Identické nezhody, hoci v inej sile na intervale $[-1,1]$, sú badateľné aj medzi poradiami. Zhoda vo výsledných poradiach pri transformáciách (d.) a (e.) vedie ku korelačnému koeficientu 1. Kendallov koeficient konkordancie je tradičnou mierou, ako posúdiť zhodu viacerých hodnotení, resp. usporiadaní (Kendall a Gibbons, 1990). Koeficient nadobúda vo všeobecnosti hodnoty na intervale $[0,1]$ a vyššia hodnota svedčí o vyššej zhode. Hoci diskordancia je manifestná už v samotnej tabuľke 5, dokazuje ju aj hodnota Kendallovho koeficienta 0.172. Nízka hodnota blízka dolnej hranici nasvedčuje formálne o veľmi slabej zhode poradí použitých šiestich ohodnocovacích transformácií.

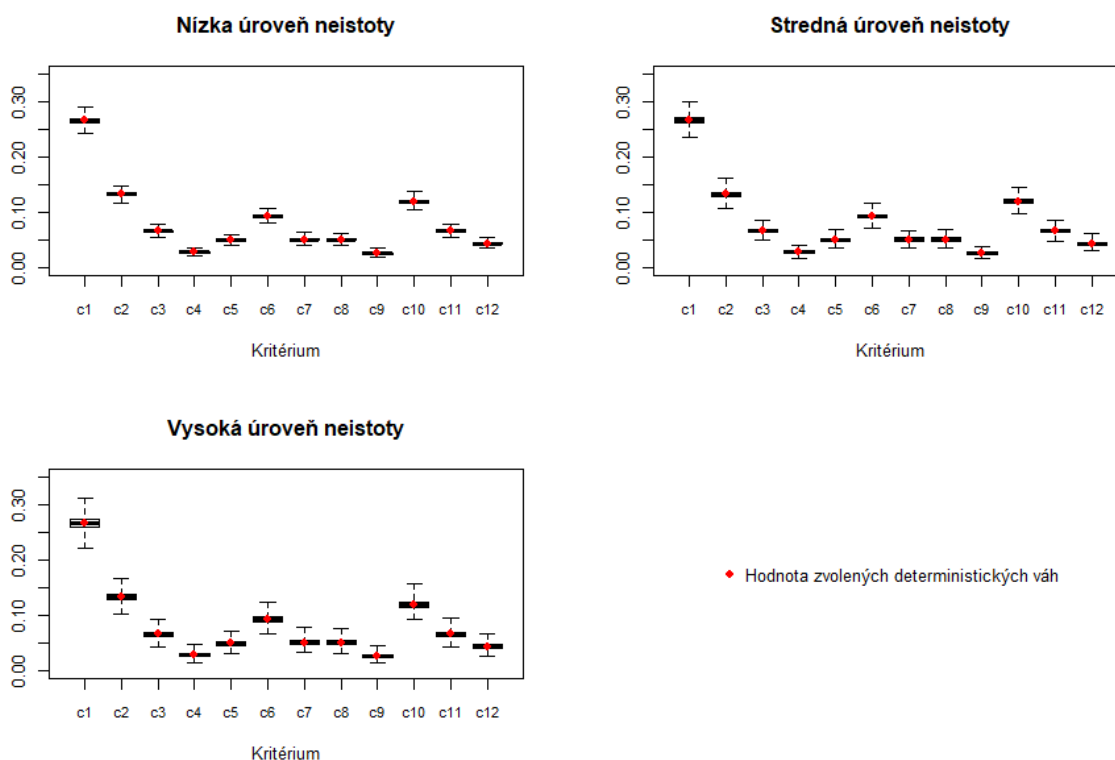
Tab. 6 Zhoda medzi ohodnoteniami a poradiami podnikov pri deterministickej analýze šiestich technológií generovania elektrickej energie (*Zdroj: vlastné spracovanie*)

	Korelácia viackriteriálnych hodnôt					Korelácia poradí				
	(b.)	(c.)	(d.)	(e.)	(f.)	(b.)	(c.)	(d.)	(e.)	(f.)
(a.)	0.927	0.325	-0.743	-0.713	-0.739	0.943	0.371	-0.486	-0.486	-0.543
(b.)		0.245	-0.565	-0.518	-0.701		0.600	-0.429	-0.429	-0.657
(c.)			-0.681	-0.683	-0.588			-0.371	-0.371	-0.714
(d.)				0.998	0.918				1.000	0.829
(e.)					0.899					0.829

Nasledujúca stochastická analýza neistoty bola založená na 100 000 simuláciách Monte Carlo samostatne pre každú úroveň neistoty. Pre hyperparametre $\theta_1, \dots, \theta_{12}$ odvodené od špecifikácie v tabuľke 4 sa postupne pre nízku, strednú a vysokú úroveň neistoty vygenerovalo 100 000 hodnôt dvanástich váh pre kritériá c1 až c12, ktoré sa použili pri výpočte integrálneho kritéria pre každú z transformácií (a.) až (f.).

Základnú predstavu o rozdelení simulovaných váh zodpovedajúcich trom úrovniám neistoty ukazujú boxploty na grafe 2. V podstate ide o grafické znázornenie použitých váh podľa Saatyho metódy vybavené informáciou o ich

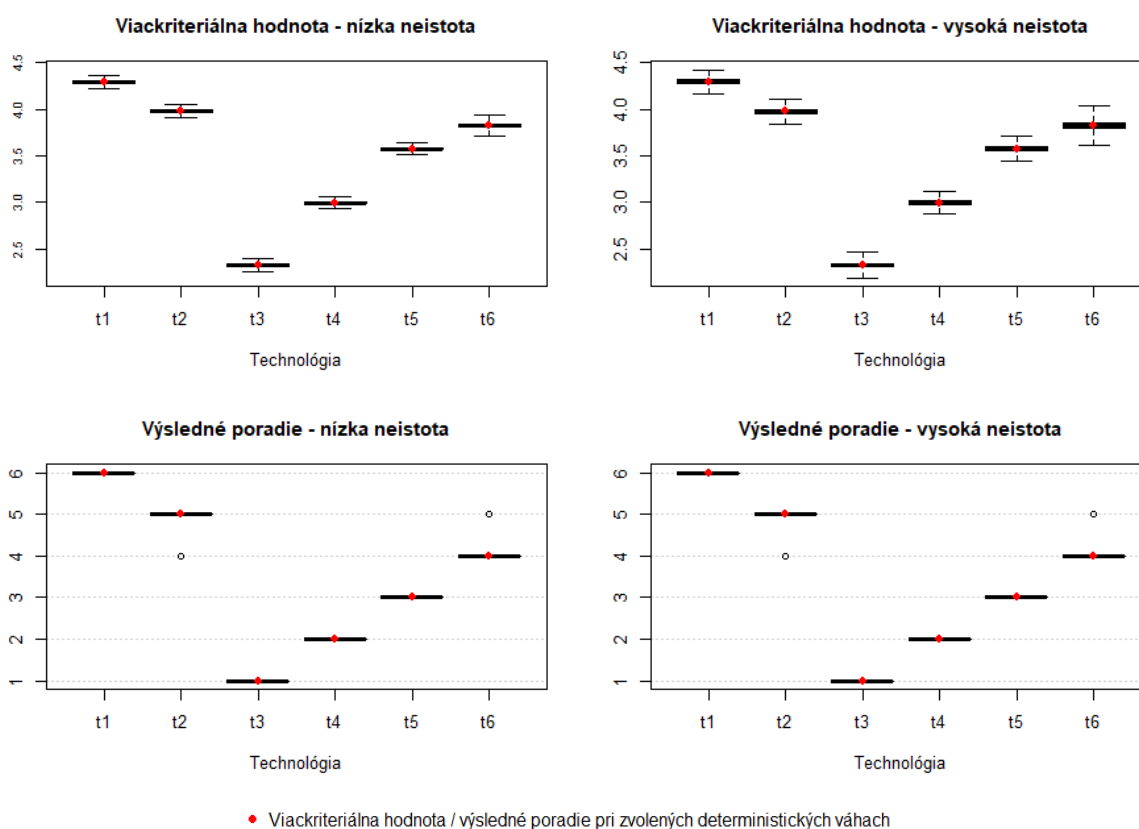
variabilite plynúcej z neistoty pri elicítácii preferencií. Fixné (deterministické) hodnoty váh sú znázorňované červenou bodkou a opticky splývajú s telom boxplotu, resp. s mediánovou hodnotou, ktorá prepoľuje škatuľku každého boxplotu. Neistota je vizualizovaná dĺžkou škatuľky a samotným rozpätím boxplotov. Napriek sugestívnemu trojvrstvovému rozlišovaniu nízkej, strednej a vysokej úrovne neistoty, neistota sprevádzajúca aplikáciu I nie je nejaká kritická a markantná. Boxploty majú úzke rozpätia a sú relatívne dobre separované na číselnej osi (znázornenej teraz na vertikálnej osi). Najmä prvé kritérium c1 je pri každej simulácii najvýznamnejšie a pri každej úrovni neistoty má aspoň päťtinovú váhu. Boxploty sa výraznejšie prekrývajú pri menej významných kritériách (napr. trojica c7, c8 a c12; dvojica c4 a c9; dvojica c2 a c10). Na jednej strane jednoznačne však vidno, že s rastúcou úrovňou neistoty sa boxploty rozširujú. Na strane druhej šírka škatuľky boxplotov a celkové rozpätie boxplotu nenaznačujú, že by mohlo dôjsť k významnejšiemu preusporiadaniu kritérií podľa významnosti a zmene ich váh. Samozrejme, závisí aj od hodnôt kritérií pre jednotlivé technológie.



Graf 2 Rozdelenia simulovaných hodnôt váh pri rôznych úrovniach neistoty pri hodnotení šiestich technológií generovania elektrickej energie (Zdroj: vlastné spracovanie)

Poctivá stochastická analýza by si vyžiadala vypracovať pre každú ohodnocovaciu transformáciu a každú úroveň neistoty parciálnu analýzu, teda celkom $6 \times 3 = 18$ preverení viackritériálnej hodnoty a poradia. Z kapacitných dôvodov sú ďalej stochasticky sledované a preverované iba tri transformácie,

a to ordinálne hodnotenie (a.), proporcionálna vzdialenosť na intervale rozpätia hodnôt (d.) a štvorec euklidovskej vzdialenosti od benchmarkovej hodnoty (f.). Výber vyplýva z toho, že transformácia (a.) poskytuje vo všetkých ohľadoch len hrubý spôsob ohodnotenia kritérií, kým transformácia (d.) pracuje na podobných princípoch ako transformácie (b.), (c.) a (e.) a navyše produkuje kardinálne viackriteriálne hodnoty. Transformácia (f.) je minimalizačná a meria vzdialenosť. Pozornosť je ďalej zúžená iba na polárne úrovne neistoty, tzn. nízku a vysokú, keďže aj z preštudovania disperzie váh pri všetkých troch úrovniach neistoty na grafe 2 sa ukazuje veľmi slabý plynulý prechod z nízkej na strednú a zo strednej na vysokú úroveň neistoty. Summa summarum, miesto plnej realizácie 18 kombinácií „transformácia $\times$ úroveň neistoty“ sa sleduje iba $3 \times 2 = 6$ kombinácií. Pre tieto situácie variabilitu vo výslednom hodnotení zobrazujú postupne grafy 3, 4 a 5.



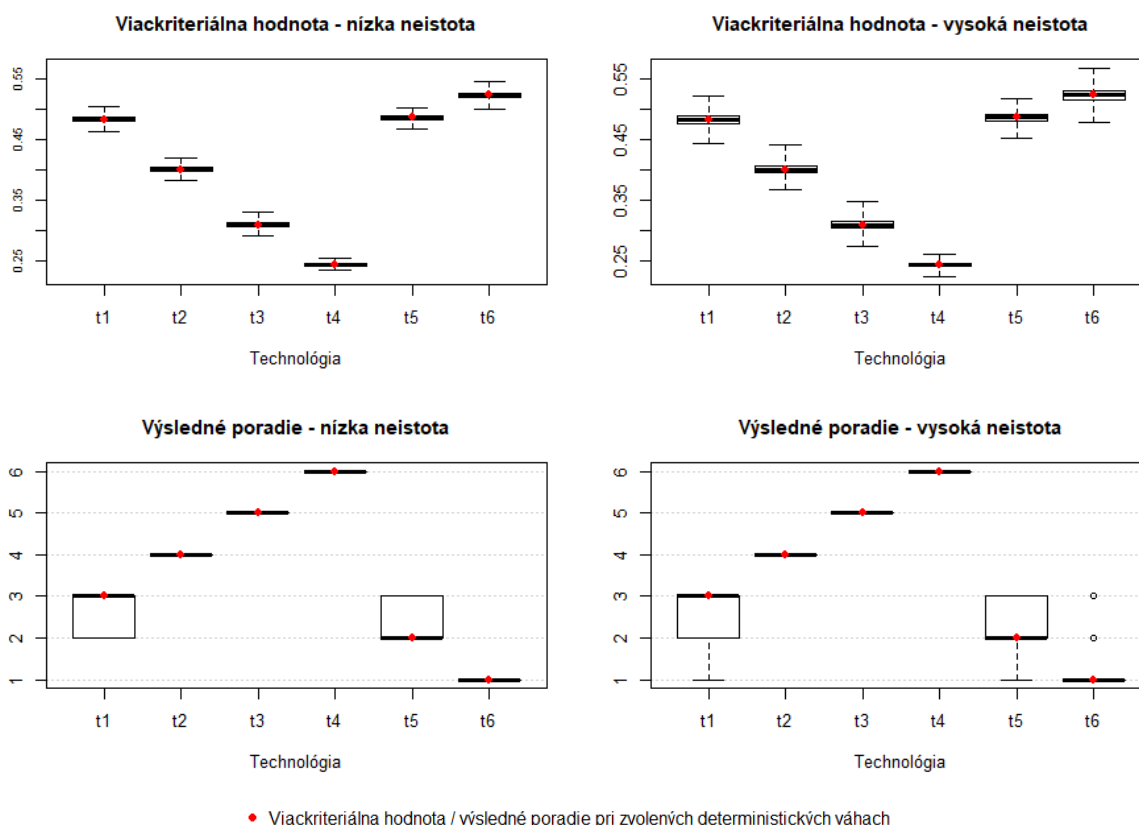
Legenda: Kódy technológií majú tento význam: t1 - zemný plyn, t2 - uhlie, t3 - voda, t4 - pobrežný vietor, t5 - geotermálna energia, t6 - solárna fotovoltaika.

Graf 3 Analýza neistoty vo výsledkoch pri ohodnocovanej transformácii (a.) pri hodnotení šiestich technológií generovania elektrickej energie (Zdroj: *vlastné spracovanie*)

Grafy 3, 4 a 5 vizualizujú distribúciu viackriteriálnej hodnoty a poradia boxplotmi a juxtaponujú variabilitu vo viackriteriálnej hodnote a poradí pre nízku a vysokú neistotu. Z grafu 3 možno vyčítať, že transformácia (a.) až na ojedinelé prípady pri technológiách t2 (uhlie) a t6 (solárna fotovoltaika) zachováva usporiadanie

variantov bez ohľadu na podstupovanú neistotu. Viackriteriálne hodnoty v prvom riadku obrázka sú veľmi dobre separované a boxploty v druhom riadku sú zmrštené do jednej hodnoty zodpovedajúcej deterministickému hodnoteniu a iba ojedinele dochádza k zameneniu poradia medzi t2 a t6.

Spoľahlivejší náhľad v porovnaní s transformáciou (a.) by mali poskytnúť ostatné dve transformácie, ktoré dovoľujú presnejšie meranie rozdielov v hodnotách jednotlivých kritérií. Na grafe 4 pre prípad transformácie (d.) naozaj vidno, že môže dôjsť k zámene poradia, hoci teraz nie pre technológie t2 a t6. Boxploty pre viackriteriálne hodnoty v prvom riadku grafu sa síce veľmi málo prekrývajú a aj boxploty v druhom riadku sú pre tri technológie t2 (uhlie), t3 (voda) a t4 (pobrežný vietor) zhustené na nulové rozpätie pre každý stupeň neistoty, ale pri technológiách t1 (zemný plyn) a t5 (geotermálna energia) je zrejماً čiastočná preusporiadateľnosť a aj pri technológii t6 (solárna fotovoltaika) môže vo vzácných prípadoch dôjsť k zmene poradia.



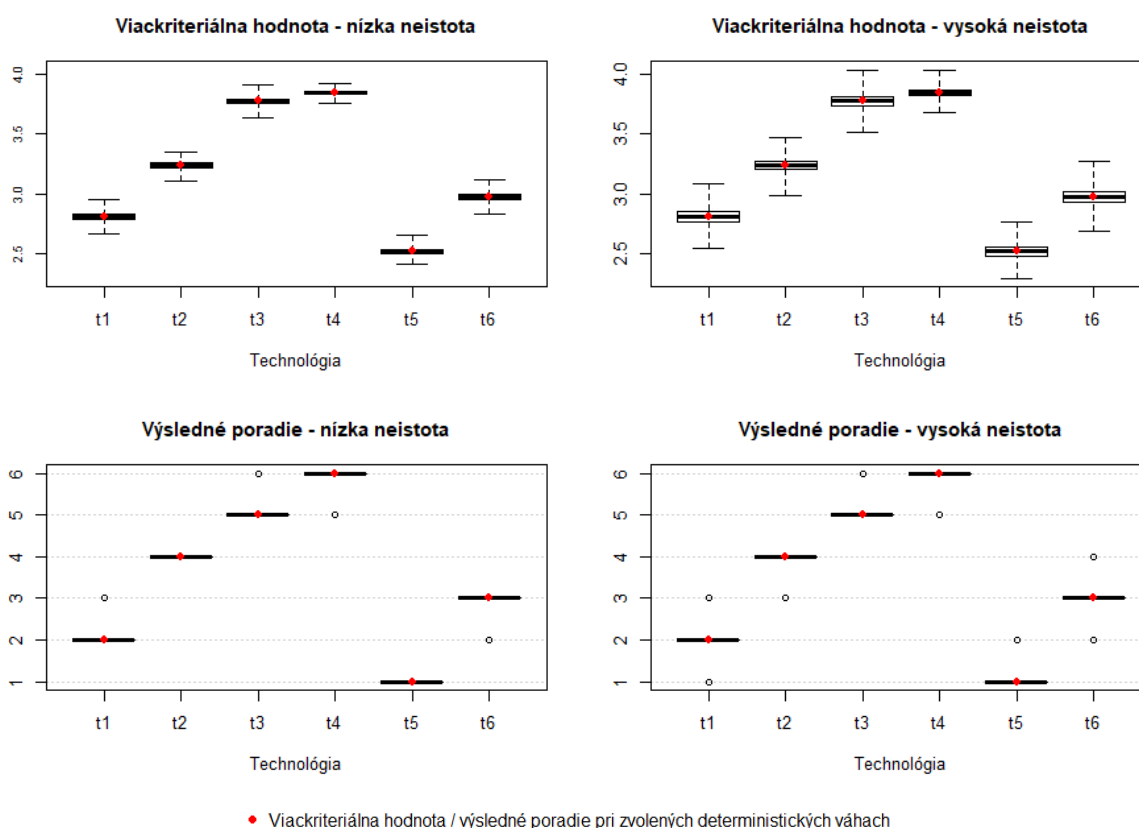
Legenda: Kódy technológií majú tento význam: t1 - zemný plyn, t2 - uhlie, t3 - voda, t4 - pobrežný vietor, t5 - geotermálna energia, t6 - solárna fotovoltaika.

Graf 4 Analýza neistoty vo výsledkoch pri ohodnocovanej transformácii (d.) pri hodnotení šiestich technológií generovania elektrickej energie (Zdroj: vlastné spracovanie)

Čo sa týka potenciálnej zmeny poradia, vizualizácia na grafe 4 preukazuje, že technológie t1 a t5 môžu byť na mieste 2 alebo 3 a môže to byť v súlade

s preferenciami hodnotenia. Potenciálne môže dokonca dôjsť k preusporiadaniu technológií t1, t5 a t6 medzi miesta 1, 2 a 3. Napriek tomu pochybnosti môžu z praktického pohľadu vyvstať iba o pozíciách technológií t1 a t5 na miestach 2 a 3.

Ďalší graf 5 formou boxplotov porovnáva distribúciu viackriteriálnych hodnôt a poradí simulovaných v súlade s preferenciami pre prípad transformácie (f.). Aj teraz znázornené boxploty preukazujú robustnosť deterministickej analýzy, keďže iba veľmi zriedka sa pri simuláciách mení finálna pozícia technológií, aj to najmä pri vysokej neistote. Keďže ide o atypické hodnoty vytýčené mimo rozpätia boxplotu, nespochybňujú vôbec závery deterministickej analýzy.



Legenda: Kódy technológií majú tento význam: t1 - zemný plyn, t2 - uhlie, t3 - voda, t4 - pobrežný vietor, t5 - geotermálna energia, t6 - solárna fotovoltaika.

Graf 5 Analýza neistoty vo výsledkoch pri ohodnocovanej transformácii (f.) pri hodnotení šiestich technológií generovania elektrickej energie (Zdroj: vlastné spracovanie)

6 Záver

Problematika viackriteriálneho hodnotenia v tuzemskej akademickej a odbornej sfére nie je neznáma, hoci v zahraničnom priestore sa jej dostáva oveľa viac priestoru na rozvoj po metodologickej aj aplikačnej stránke. S orientáciou na manažérske potreby sa viackriteriálne hodnotenie uplatňuje v širokom poli operačného výskumu / manažérskych vied (operational research / management science) alebo vo sfére finančno-ekonomickej analýzy podniku

a jeho potenciál sa prejavuje, keď na základe kvantifikovateľných kritérií s prípadne diferencovaným významom treba a) vybrať optimálne riešenie spomedzi viacerých variantov alebo b) hodnotiť, komparovať a riadiť pozíciu organizácií, ich vnútroorganizačných jednotiek alebo procesov. Tradičné použitie týchto metód je deterministické: stanovia sa kritériá, pridelia sa im fixné váhy a následne sa zostaví analýza s vyhodnotením. Tento prístup zanedbáva neistotu, ktorá sa môže týkať výberu adekvátnych kritérií, stanovenia váh, konverzie kritérií na konkrétne ohodnotenia so zámyslom zmerať príspevok k celkovej spokojnosti alebo výkonnosti a následne aj modelu agregácie ohodnotení pri reflektovaní diferencovanej významnosti kritérií. Uvedomujúc si, že je v praktických situáciách pomerne náročné už pri malom počte kritérií zodpovedne ohodnotiť a evalvovať subjektívne preferencie a transformovať ich na váhy, článok sa zameriava na neistotu obsiahnutú vo váhach významnosti a všíma si relatívne jednoduchú stochastickú metódu na preverenie neistoty, ktorej čelí viackriteriálna analýza. Na tento účel sa používa Dirichletovo rozdelenie ako vhodné združené pravdepodobnostné rozdelenie definované na simplexe opisujúce pravdepodobnostné správanie nezáporných čísel obmedzených jednotkovým súčtom (teda váh). Z praktického hľadiska si aplikácia Dirichletovho rozdelenia vyžaduje minimum vstupov. Okrem vlastných hodnôt váh, ktoré sa beztak používajú v deterministickom hodnotení a ktoré dobre poslúžia aj ako stredné (očakávané) hodnoty náhodných veličín reprezentujúcich váhy, musí hodnotiaci subjekt stanoviť stupeň podstupovanej neistoty a reprezentovať ju formou smerodajných odchýlok. Vypracovaná analýza ekonomicky adekvátnych hodnôt parametrov (marginálnych rozdelení) Dirichletovho rozdelenia preukázala, že typická smerodajná odchýlka zodpovedajúca bežnej úrovni neistoty je na úrovni 0.03 a hodnota 0.05 je už pomerne vysoká neistota.

Článok študuje šesť základných metód viackriteriálneho hodnotenia, ktoré spočívajú v tom, že napozorované hodnoty kritérií sa iba transformujú na hodnoty subjektívneho významu či ocenenia a následne sa tieto hodnoty agregujú. Hoci sa používajú dva základné modely agregácie, tzn. aditívny model využívajúci vzťah pre aritmetický priemer a multiplikatívny model využívajúci vzťah pre geometrický priemer, praktická demonštrácia je osnovaná bez akejkoľvek straty výpovednej hodnoty okolo aditívneho modelu.

Praktický rozmer metodológie je vysvetlený na jednej prípadovej štúdii, kde bolo potrebné zvoliť spomedzi šiestich technológií výroby elektrickej energie najvhodnejší variant na základe trinástich parametrov. Dá sa uvážiť, že pri vysokom počte kritérií spravidla sú váhy kritérií pomerne nízke a viac nivelizované, a tak je možné využiť aspoň nejaké kompenzačné možnosti medzi kritériami. Prípadná neistota potom nemá efekt na výsledné ohodnotenie a umiestnenie. Naopak, keď je počet kritérií nízky, tak niektoré z kritérií je pravdepodobne dominantné a je ťažké jeho neplnenie kompenzovať inými

kritériami inak ako zmenou váh. Vtedy neistota môže podstatnejšie zmeniť celkové výsledky. Pri aplikácii takto stochastická analýza preukázala robustnosť deterministického riešenia.

Diskutovanú metódu možno využiť v manažérskej praxi na všetkých bazálnych úrovniach. Na operatívnej úrovni je to benchmarking, na taktickej úrovni MABA analýza a napokon na strategickej úrovni SWOT analýza a Porterova analýza piatich trhových síl. Kým v rámci benchmarkingu, MABA analýzy a Porterovej analýzy je potrebné priamo konštruovať kompozitné indikátory reprezentujúce výkonnosť v niektorej oblasti alebo v globálnej rovine, SWOT analýza je kvázi odberateľom výsledkov viackriteriálneho hodnotenia a stochastickej analýzy neistoty, pretože z nej vyplývajú silné a slabé stránky hodnotených objektov.

Okrem toho je možné využiť stochastickú analýzu neistoty v rámci kvantifikácie vplyvu zmien determinujúcich činiteľov na zmenu syntetického činiteľa v rámci pyramidálnych rozkladov, ktoré sú bežné vo finančnej analýze. Znameníým príkladom je du Pontov rozklad rentability vlastného imania ROE multiplikatívnym spôsobom na základné determinanty, ktorými sú rentabilita tržieb, obrátka aktív v tržbách a finančná páka. Tento rozklad je veľmi často používaný (napr. Kašík a Šnapka, 2020; Jenčová et al. 2018, 2019), hoci prikladá rovnakú nediferencovanú dôležitosť jednotlivým parciálnym činiteľom. Boďa a Úradníček (2016) ukazujú, ako do du Pontovho rozkladu alebo všeobecnejších faktorových modelov finančnej analýzy zaviesť váhy a ako ich stochasticky modelovať.

Metodológie pre modelovanie neistoty v elicítovaných váhach môže ľahko nájsť využitie aj mimo tradičnej podnikovej sféry. Toto tvrdenie možno exemplifikovať na projektoch Inštitútu pre ekonomické a sociálne reformy (INEKO), ktoré sú zacielené na hospodárenie municipálnych subjektov, školských a nemocničných zariadení. Za rebríčkami zostavovanými INEKO-m sa skrýva viackriteriálne hodnotenie, založené tradične na proporcionálnej vzdialenosti na intervale rozpätia hodnôt, ktorá je v článku označovaná ako transformácia (d.). Toto hodnotenie je však deterministické bez akejkoľvek tolerancie na stanovené váhy.

7 Literatúra

- Armenise, S. et al. (2021). Plastic waste recycling via pyrolysis: A bibliometric survey and literature review. In: *Journal of Analytical and Applied Pyrolysis*, 158, čl. 105265.
- Boďa, M., Úradníček, V. (2016). Zahrnutie váh a ich neistoty do kvantifikácie v rámci pyramidálneho rozkladu finančného ukazovateľa. In: *Ekonomický časopis*, 64, s. 70-92
- Boďa, M., Úradníček, V. (2021). Stochastická analýza neistoty vo váhach významnosti v rámci viacaspektného hodnotenia. Banská Bystrica: Belianum, 141 s.
- Broekhuizen, H. et al. (2015). A review and classification of approaches for dealing with uncertainty in multi-criteria decision analysis for healthcare decisions. In: *Pharmaco-Economics*, 33, s. 445-455.

- Caiado, R. G. G. et al. (2017). Towards sustainable development through the perspective of eco-efficiency - a systematic literature review. In: *Journal of Cleaner Production*, 165, s. 890-904.
- Ho, H.-J., Iizuka, A., Shibata, E. (2021). Chemical recycling and use of various types of concrete waste: A review. In: *Journal of Cleaner Production*, 284, čl. 124785.
- Dyer, J. S. (2016). Multiattribute utility theory (MAUT). In Greco, S., Ehrgott M., Riguiera, J. R. (eds.) *Multiple criteria decision analysis: State of the art surveys*. Heidelberg: Springer, s. 285-314.
- Gelman, A. et al. (2004). *Bayesian data analysis*. 2 vyd. Boca Raton: Chapman & Hall/CRC, 668 s.
- Jenčová, S., Litavcová, E., Vašaničová, P. (2018). Implementation of duPont model in non-financial corporations. In: *Montenegrin Journal of Economics* 14, s. 131-141.
- Jenčová, S., Vašaničová, P., Litavcová, E. (2019). Financial indicators of the company from electrical engineering industry: the case study of Tesla, Inc. In: *Serbian Journal of Management* 14, s. 361-371.
- Johnson, N. L., Kotz, S. (1970). *Distributions in statistics: continuous univariate distributions – 2*. New York: Wiley, 306 s.
- Johnson, N. L., Kotz, S. (1972). *Distributions in statistics: continuous multivariate distributions*. New York: Wiley, 333 s.
- Kašík, J., Šnapka, P. (2020). A general model based on the duPont system of financial analysis for identification, analysis and solution of a potential crisis in a business. In: *Montenegrin Journal of Economics* 16, s. 55-66.
- Kendall, M. G., Gibbons, J. D. (1990). *Rank correlation methods*. 5. vyd. New York: Oxford University Press, 272 s.
- Langhans, S. D., Reichert, P., Schuwirth, N. (2014). The method matters: indicator aggregation in ecological assessment. In: *Ecological Indicators*, 45, s. 495-507.
- Malek, J., Desai, T. N. (2020). A systematic literature review to map literature focus of sustainable manufacturing. In: *Journal of Cleaner Production* 256, čl. 120345.
- Pranugrahaning, A. et al. (2021). Corporate sustainability assessments: a systematic literature review and conceptual framework. In: *Journal of Cleaner Production* 295, čl. 126385.
- Prashar, A., Vijaya Sunder, M. (2020). A bibliometric and content analysis of sustainable development in small and medium-sized enterprises. In: *Journal of Cleaner Production*, 245, čl. 118665.
- R Core Team (2020). *R: A language and environment for statistical computing*. Vienna: R Foundation for Statistical Computing, <https://www.R-project.org>.
- Rubinstein, R. Y. (1981). *Simulation and the Monte Carlo method*. New York: Wiley, 278 s.
- Şahin, M. (2021). A comprehensive analysis of weighting and multicriteria methods in the context of sustainable energy. In: *International Journal of Environmental Science and Technology* 18, s. 1591-1616.
- Stewart, T. J. (1995). Simplified approaches for multicriteria decision making under uncertainty. In: *Journal of Multi-Criteria Decision Analysis*, 4, s. 246-258.
- Turkson, C. et al. (2020). Sustainability assessment of energy production: a critical review of methods, measures and issues. In: *Journal of Environmental Management*, 264, čl. 110464.

Warnes, G. R., Bolker, B., Lumley, T. (2020). gtools: Various R programming tools. Balík programu R, verzia 3.8.2, <https://cran.r-project.org/package=gtools>.

Zalai, K. et al. (2016). Finančno-ekonomická analýza podniku. 9. vyd. Bratislava: Sprint 2, 487 s.

8 Potvrdenie

Článok vychádza z rigorózneho práce autora *Modelovanie neistoty vo viackriteriálnom hodnotení pri manažérskom rozhodovaní* obhajovanej v októbri 2021 na Fakulte managementu Univerzity Komenského v Bratislave.

Možnosti využitia kompozitného indexu v oblasti poskytovania sociálnych služieb

Possibilities of using a composite index in the area of social services provision

Alena Kaščáková, Mária Horehálová, Andrea Seberíni, Anna Vallušová

Univerzita Mateja Bela v Banskej Bystrici, Ekonomická fakulta, Tajovského 10, 974 90 Banská Bystrica, Slovenská republika

Matej Bel University in Banská Bystrica, Faculty of Economics, Tajovského 10, 974 90 Banská Bystrica, Slovak Republic

alena.kascakova@umb.sk, maria.horehajova@umb.sk, andrea.seberini@umb.sk,

anna.vallusova@umb.sk

Abstrakt: Príspevok sa venuje možnosti konštrukcie a využitia kompozitného indexu pri poskytovaní sociálnych služieb pre seniorov na úrovni miestnej samosprávy. Predstavuje teoretický rámec konštrukcie kompozitných ukazovateľov, popisuje demografický a sociálno-ekonomický kontext potreby podpory v oblasti sociálnych služieb pre seniorov s konkretizáciou situácie v sledovanom regióne. Zaoberá sa výberom vhodných ukazovateľov na posúdenie sociálno-ekonomického potenciálu obcí, analyzuje a porovnáva výsledky využitia viacerých metód prípravy dát pre spracovanie a nastavenia váh sledovaných ukazovateľov pre zostavenie agregátneho indexu.

Abstract: The paper discusses the possibility of constructing and using a composite index in the provision of social services for the elderly at the local government level. It presents the theoretical framework for the construction of composite indices, describes the demographic and socio-economic context of the need for support in the field of social services for the elderly, with a concretization of the situation in the region under study. It deals with the selection of appropriate indicators to assess the socio-economic potential of municipalities, analyzes and compares the results of using several methods of data preparation for processing and setting the weights of the indicators under study for the compilation of the aggregate index.

Kľúčové slová: Kompozitný indikátor, starnutie populácie, obce Banskobystrického samosprávneho kraja, integrované sociálne služby

Key words: Composite indicator, population ageing, municipalities of the Banská Bystrica self-governing region, integrated social services

1 Úvod

Starnutie populácie je demografickým javom, ktorý sa začal prejavovať v krajinách s vyspelou ekonomikou už v 70. rokoch minulého storočia. Postupne sa rozšíril a okrem rozvojových krajín v súčasnej dobe zasahuje väčšinu štátov sveta. Populácia vo veku 65 a viac rokov celosvetovo rastie rýchlejšie ako všetky ostatné vekové skupiny. Problematike starnutia populácie vo vzťahu k demografickým, ekonomickým, sociálnym či zahraničnopolitickým zmenám sa venuje mnoho zahraničných štúdií, ktoré sa zhodujú v názore, že starnutie populácie

bude predstavovať významný sociálny fenomén najbližšieho polstoročia. Zmeny vo vekovom rozdelení majú zásadné dôsledky pre trhy práce, domácnosti, sociálnu ochranu, vzdelávanie a zdravotnú starostlivosť a mali by sa zohľadniť v strategických vládnych dokumentoch pri formovaní sociálnych ale aj hospodárskych politík. Zásadným dokumentom, ktorý zaväzuje krajiny reagovať na najzávažnejšie výzvy súčasnosti je Agenda 2030 pre udržateľný rozvoj (United Nation, 2015). Jej hlavné ciele sú spredmetnené v návrhu Vízie a stratégie Slovenska do roku 2030 – dlhodobá stratégia udržateľného rozvoja Slovenskej republiky - Slovensko 2030. Oba dokumenty sú záväzným rámcovým plánom pre úspešné riešenie problému starnutia populácie. Jadrom dokumentu Slovensko 2030 sú tri integrované rozvojové programy, ktoré definujú priority a ciele pokrývajúce kľúčové oblasti rozvoja: ochranu a rozvoj zdrojov, ich udržateľné využívanie a rozvoj komunit. Jedným z cieľov v rámci prvého integrovaného rozvojového programu je zlepšenie zdravotného stavu a dĺžky aktívneho života populácie. Na dosiahnutie tohto cieľa chce vláda zlepšiť primárnu a komunitnú zdravotnú starostlivosť, podporiť deinštitucionalizáciu sociálnych služieb a rozvíjať komunitné sociálne služby. Podporu a rozvoj sociálnych služieb na komunitnej úrovni je potrebné smerovať v prvom rade do obcí s najnepriaznivejšou demografickou, ale aj sociálno-ekonomickou situáciou. Vzhľadom na stále intenzívnejšie starnutie populácie je v sociálnej oblasti potrebné skoncentrovať sily predovšetkým do podpory a pomoci v oblasti sociálnych služieb pre seniorov.

Jednou z možností pre cielenie pomoci je výber regiónov, resp. obcí s najnepriaznivejšou sociálno-demografickou situáciou. Jednou z možností je využitie kompozitného indexu. Kompozitné indexy prezentujú komplexné alebo viacrozmerné problémy v jednej súhrnnej hodnote, ktorú možno použiť na podporu rozhodovania, redukovávajú častokrát dlhý zoznam parciálnych indikátorov do súhrnnej, prehľadnej a ľahko interpretovateľnej informácie, uľahčujú porovnávanie a zoradenie objektov (krajín) podľa úrovne vývoja v porovnávannej oblasti, umožňujú porovnávať viacrozmerné dimenzie v oblasti ekonomického života, sociálneho vývoja, verejného života ale aj v mnohých ďalších vedných disciplínach.

Príspevok je rozdelený do piatich častí. Nasledujúca časť sa venuje teoretickému vymedzeniu kompozitných ukazovateľov, predstavuje matematicko-štatistický aparát využívaný pri príprave dát a identifikácii vhodných ukazovateľov pre tvorbu domén kompozitného indexu, vysvetľuje prístupy k tvorbe váh ukazovateľov a ich agregácii. Tretia časť je zameraná na demografický a sociálno-ekonomický kontext problému, popisuje demografický vývoj na Slovensku s akcentom na štruktúru starnúcej populácie a ukazovatele demografického starnutia. Okrem demograficko-sociálnym sa venuje aj sociálno-

ekonomickým ukazovateľom a v súvislosti s intenzívnym starnutím populácie zdôrazňuje aktuálnosť potreby riešenia problémov vyplývajúcich z nedostatočnej dostupnosti a kapacity sociálnych služieb pre seniorov. Štvrtá časť sa venuje tvorbe kompozitného indexu pre identifikovanie úrovne sociálno-ekonomického potenciálu v podmienkach obcí Banskobystrického samosprávneho kraja (BBSK). Posledná časť zhrňuje dosiahnuté výsledky a poskytuje možné návrhy na riešenie problematiky.

2 Teoretické východiská konštrukcie kompozitných ukazovateľov

V posledných desaťročiach stojíme tvárou v tvár obrovskému nárastu informácií, ktoré nielen letmo vnímame, ale snažíme sa im porozumieť a analyzovať ich. Od úplne jednoduchých, popisujúcich jednotlivé sledované premenné až po také, ktoré odrážajú rôznorodý komplex pôsobenia faktorov. Práve mnohé zložité sociálno-ekonomické javy sa nedajú merať jedným popisným ukazovateľom. Fenomény ako rozvoj, pokrok, chudoba, sociálna nerovnosť, blahobyť, kvalita života, poskytovanie infraštruktúry, a pod., si na meranie vyžadujú kombináciu rôznych dimenzií. Meranie pôsobenia kombinácie rôznych javov možno popísať použitím metodík známych ako zložené indexy. Definovanie zložených ukazovateľov (niekedy sa stretávame aj s pojmami syntetické, agregátne alebo kompozitné) by malo byť, vzhľadom na ich rozšírené používanie v súčasnosti, jednoduché. V skutočnosti však na vysvetlenie tohto pojmu neexistuje jediná oficiálna definícia. V literatúre sa uvádza široká škála definícií. Zložený ukazovateľ je matematická kombinácia jednotlivých ukazovateľov, ktoré predstavujú rôzne dimenzie konceptu, ktorého opis je cieľom analýzy, ako uvádzajú Saisana a Tarantola (2002), prípadne zložené ukazovatele sa snažia merať viacrozmerné javy spojením jednotlivých ukazovateľov do jednej miery pomocou štatistických metód (pozri SDG Knowledge Hub, 2019). V článku Freudenberg (2003) sú zložené ukazovatele identifikované ako syntetické indexy viacerých jednotlivých ukazovateľov. Ďalšia definícia v príručke OECD na tvorbu zložených ukazovateľov od Narda et al. (2005) uvádza, že zložený ukazovateľ vzniká, keď sa jednotlivé ukazovatele skompilujú do jedného indexu na základe základného modelu viacrozmerného konceptu, ktorý sa meria. Najčastejšie sa v literatúre pri definovaní kompozitného indexu objavuje nasledovné spojenie: zložený ukazovateľ (alebo index) spája dva alebo viac zdrojov údajov do jednej miery. Často sa používa na meranie výsledkov, ktoré majú viacrozmerný charakter.

Pri práci so súhrnnými ukazovateľmi je potrebné si uvedomiť, že proces konštrukcie zloženého ukazovateľa si vyžaduje prijatie rôznych predpokladov na dosiahnutie kvality a presnosti meraného výsledku. Práce autorov Saltelli (2007)

a Mazziotta a Pareto (2013) uvádzajú nasledujúce kroky, ktoré je potrebné dodržať pri konštrukcii súhrnného ukazovateľa:

- 1) Definovanie procesu, ktorý sa má merať. Definícia pojmu by mala dať jasný zmysel tomu, čo sa meria zloženým indexom. Mala by odkazovať na teoretický rámec, spájať rôzne podskupiny a základné indikátory predmetnej časti verejného sektora.
- 2) Výber skupiny jednotlivých ukazovateľov. V ideálnom prípade by sa ukazovatele mali vyberať podľa ich relevantnosti, analytickej spoľahlivosti, aktuálnosti, dostupnosti atď. Krok výberu je výsledkom kompromisu medzi možnou nadbytočnosťou spôsobenou prekrývaním informácií a rizikom straty informácií. Štatistický prístup k výberu ukazovateľov zahŕňa výpočet korelácie medzi potenciálnymi ukazovateľmi a následné zaradenie tých, ktoré sú menej korelované, s cieľom minimalizovať redundanciu (pozri u Salzmana, 2003).
- 3) Normalizácia jednotlivých ukazovateľov. Cieľom tohto kroku je dosiahnuť porovnateľnosť ukazovateľov. Normalizácia je potrebná pred akoukoľvek agregáciou údajov, pretože ukazovatele v súbore údajov majú často rôzne meracie jednotky. Preto je potrebné uviesť ukazovatele do rovnakého štandardu tým, že sa transformujú na čisté bezrozmerné čísla. Ďalším dôvodom normalizácie je skutočnosť, že niektoré ukazovatele môžu byť pozitívne korelované s meraným javom (pozitívna "polarita"), zatiaľ čo iné môžu byť s ním korelované negatívne (negatívna "polarita"). Ukazovatele je potrebné normalizovať tak, aby nárast normalizovaných ukazovateľov zodpovedal nárastu kompozitného indexu. Existujú rôzne metódy normalizácie, ako napríklad zoradenie, zmena mierky (alebo transformácia min-max), štandardizácia (alebo z-skóre) a indicizácia (transformácia indexového čísla) alebo "vzdialenosť" k referenčnému ukazovateľu.
- 4) Agregácia normalizovaných ukazovateľov. Je to kombinácia všetkých komponentov, ktorá vytvára jeden alebo viac zložených indexov (matematických funkcií). Sú možné rôzne metódy agregácie. Najpoužívannejšie sú aditívne metódy, ktoré siahajú od sčítania jednotkového poradí v každom ukazovateli až po agregáciu vážených transformácií pôvodných ukazovateľov. Často sa používajú aj viacrozmerné techniky ako analýza hlavných komponentov (pozri napr. Hebák et al., 2005).

Teoretická časť (definícia fenoménu a výber ukazovateľov) však musí byť previazaná so štatisticko-metodologickou časťou: výber jednotlivých ukazovateľov teda nie je nezávislý od výberu metódy agregácie. Je nutné poznamenať, že neexistuje žiadna univerzálna metóda na konštrukciu zložených indexov, čo

potvrďujú rozliční autori vo svojich dielach, napr. Booyesen (2002), Nardo et al. (2005) alebo OECD (2008). V každom prípade je ich konštrukcia do značnej miery determinovaná konkrétnou aplikáciou, zahŕňa formálne aj heuristické prvky a tiež určité odborné znalosti o fenoméne. Publikácia Mazziotta a Pareto (2013) poskytuje návod na postup tvorby kompozitného ukazovateľa v závislosti od typu ukazovateľov, agregácie, porovnávania a typu váh, čo znázorňuje obrázok 1.



Obr. 1 Vývojový diagram tvorby vhodného modelu kompozitného ukazovateľa (Zdroj: Mazziotta a Pareto (2013, s. 74))

Autori publikácie rozoznávajú zastupiteľné a nezastupiteľné indikátory podľa toho, či deficit jednej zložky ukazovateľa môže byť nahradený prebytkom inej zložky. Kompenzačný prístup teda pripúšťa možnosť kompenzácie a nekompenzačný túto kompenzáciu nepripúšťa. Uvádzajú, že výber „najlepšej“ metódy agregácie je potrebné odvodiť od cieľa a aj od typu používateľov (výskumníci alebo široká verejnosť). O jednoduchej metóde agregácie uvažujú vtedy, ak sa používa jednoduchá matematická funkcia (ako napríklad pri konštrukcii HDI). Za zložitú metódu agregácie sa považuje použitie zložitého modelu alebo viacrozmernej metódy. Ak je meraný jav rozložiteľný na viacero dimenzií

(domén), z ktorých každá je reprezentovaná podmnožinou jednotlivých ukazovateľov, môže byť vhodnejšie zostaviť kompozitný index pre každú dimenziu a potom získať celkový index agregáciou čiastkových kompozitných (doménových) indexov. V tomto prípade je možné prijať kompenzačný prístup v rámci každej dimenzie a nekompenzačný alebo čiastočne kompenzačný prístup medzi rôznymi dimenziami.

Ak sa zameriame na metódy založené na použití matematických funkcií, typ normalizácie závisí od povahy časopriestorových porovnaní, ktoré sa majú vykonať, a od váhy, ktorá sa má priradiť jednotlivým ukazovateľom. Pre relatívne porovnania so subjektívnym vážením (rovnaká alebo rozdielna váha) odporúčame transformáciu poradí, z-skóre alebo min-max (skórovanie). Na priradenie objektívnych váh úmerných variabilite ukazovateľov je vhodnejšia transformácia indexového čísla, kde sa za základ berie stredná hodnota, maximálna hodnota alebo iná referenčná hodnota rozdelenia (endogénny základ).

Na absolútne porovnávanie nie je možné použiť metódu poradí alebo štandardizáciu. V prípade subjektívneho váženía je potrebné pristúpiť k min-max transformácii s minimálnymi a maximálnymi hodnotami nezávislými od rozdelenia (exogénna referenčná hodnota), zatiaľ čo v prípade objektívneho váženía môže byť dobrým riešením indexová metóda s externe stanovenou základňou (exogénna základňa).

2.1 Výber ukazovateľov a ich príprava na spracovanie

Výber ukazovateľov sa musí riadiť teoretickým rámcom pre kompozitný súbor. Keďže nemusí existovať jediný definitívny súbor ukazovateľov, proces výberu údajov môže byť subjektívny. Veľmi dôležitým aspektom pri zostavovaní kompozitných ukazovateľov je kvalita vstupných premenných. Skeith a Gallagher (2019) vo svojom článku upozorňujú na vlastnosti, ktoré by mal mať potenciálny indikátor a to je jeho analytická spoľahlivosť, relevantnosť pre meraný jav, možnosť merania, objektívnosť a spoľahlivosť zdroja, porovnateľnosť medzi subjektmi a v čase, rozsah medzi subjektmi a v čase, vzťah k iným ukazovateľom v definovanom teoretickom rámci. Vo svojej publikácii Labudová (2020) uvádza, že premenné sa vyberajú pri súčasnom rešpektovaní zásad univerzálnosti (musia mať všeobecný význam), merateľnosti (musia byť priamo alebo nepriamo merateľné), dostupnosti hodnôt (ide o možnosť získania dostupných číselných informácií o každej premennej použitej v analýze), kvality údajov (toto kritérium súvisí s presnosťou práce s premennými), ekonomickosti (finančná náročnosť zberu údajov) a interpretovateľnosti (pri výbere treba uprednostniť premenné, ktoré sú jednoznačne interpretovateľné). Faktorová analýza a exploratórna analýza sa môžu použiť komplementárne na preskúmanie toho, či sú rôzne dimenzie javu v zloženom ukazovateli - zo štatistického hľadiska - dobre

vyvážené. Typy vybraných premenných - ukazovatele vstupov, výstupov alebo procesov - musia zodpovedať definícii zamýšľaného zloženého ukazovateľa. Podľa Chakrabarttyho (2017) výber vstupných premenných sa spája s mierou ich vzájomnej korelácie, prípadne s celkovým kompozitným indexom. Uvádza, že čím vyššia je korelácia medzi ukazovateľmi, tým menej štatistických dimenzií bude v súbore údajov. Podobne kompozitný index nemusí byť skutočne viacrozmerný v prípade, že zložkové ukazovatele majú medzi sebou vysokú koreláciu.

V rámci etapy prípravy údajov na spracovanie musíme upriamiť našu pozornosť na doplnenie (imputáciu) chýbajúcich údajov a ich normalizáciu. Vypracovaniu spoľahlivých zložených ukazovateľov často bránia chýbajúce hodnoty. Rozlišujú sa údaje chýbajúce náhodným alebo nenáhodným spôsobom. Všeobecne sa k riešeniu chýbajúcich údajov pristupuje tromi rôznymi spôsobmi, a to vymazaním prípadu, jednoduchou imputáciou alebo viacnásobnom imputáciou.

Ďalším dôležitým krokom v procese prípravy dát pre agregáciu je ich normalizácia. Zmyslom normalizácie je porovnateľnosť indikátorov v zmysle ich úrovne, smeru, rozdelenia a merných jednotiek. V rámci tohto procesu je tiež potrebné venovať pozornosť odľahlým a extrémnym hodnotám, pretože môžu ovplyvniť ďalšie kroky v procese tvorby zloženého ukazovateľa. Tieto by sa mali najprv odstrániť vhodným postupom a následne vykonať normalizáciu. Existuje niekoľko spôsobov normalizácie. Najjednoduchšou metódou normalizácie je zoradenie, ktoré vychádza z nahradenia pôvodných hodnôt ukazovateľov ich poradiami a ich následným usporiadaním. Skórovanie (alebo min-max metóda) normalizuje ukazovatele tak, aby mali rovnaký rozsah z intervalu $[0,1]$, a to tak, že objekty s najlepšou hodnotou ukazovateľa majú priradené skóre 1 a objekty s najhoršou hodnotou ukazovateľa majú skóre 0. Štandardizácia (alebo z-skóre) prevádza ukazovatele na spoločnú stupnicu s nulovým priemerom a štandardnou (smerodajnou) odchýlkou s hodnotou jedna. Vzdialenosť k referenčnému bodu (indexová transformácia) meria relatívnu polohu daného ukazovateľa voči referenčnému bodu (benchmarkovej hodnote). Hodnota 1 je priradená referenčnému objektu a ostatné objekty majú hodnoty ukazovateľa nahradené percentuálnym podielom vzdialenosti hodnôt ukazovateľa od referenčného objektu. a to podľa smeru, t. j. maximalizácie alebo minimalizácie ukazovateľa. Referenčným bodom môže byť cieľ, ktorý sa má dosiahnuť v danom časovom rámci, alebo ním môže byť hodnota ukazovateľa pre externý referenčný objekt (krajinu), prípadne aj líder skupiny, ktorému by bola priradená hodnota 1 a ostatným by sa prideliť percentuálne body vzdialené od lídra. Ďalším príkladom normalizácie je tvorba kategorickej stupnice, ktorá priraduje každému

ukazovateľu skóre. Kategórie môžu byť číselné, ordinálne. Skóre často vychádza z percentilov rozdelenia ukazovateľa v jednotlivých objektoch. V poslednej dobe sa rozšírilo využívanie metód pre cyklické ukazovatele. Výsledky prieskumov ekonomického sentimentu (očakávaní výrobcov aj spotrebiteľov) sa zvyčajne spájajú do zložených ukazovateľov, aby sa znížilo riziko falošných signálov a aby sa lepšie predpovedali cykly v hospodárskych činnostiach. Metódy a postupy normalizácie sú bližšie popísané a vysvetlené napr. v monografii Boďa a Úradníčka (2021) alebo v príručkách od Narda et al. (2005) a OECD (2008).

2.2 Stanovenie váh

Na stanovenie váh sa používa viacero metód, ktoré sú vo všeobecnosti rozdelené na dve skupiny – subjektívne a objektívne. Najčastejšie bývajú používané nasledujúce subjektívne metódy:

1. Expertné stanovenie váh
2. Metóda poradia
3. Bodovacia metóda
4. Metóda párového porovnávania
5. Saatyho metóda

Objektívne stanovenie váh je založené na miere entropie, keď atribútom s vyššou mierou entropie (neistoty) je priradená vyššia váha alebo sa využíva metóda smerodajných odchýlok, keď váha j -teho ukazovateľa je priamo úmerná jeho variabilite (pozri Boďa a Úradníček, 2021).

Pri subjektívnom (expertnom) stanovení váh sa vyžaduje expertné posúdenie dôležitosti jednotlivých ukazovateľov vstupujúcich do celkového hodnotenia, pričom sa vychádza hodnôt, ktoré priradujú jednotlivým premenným odborníci v danej oblasti. Nevýhodou tohto systému je príliš vysoká diferenciácia hodnotení tej istej premennej.

Pri stanovení váh metódou poradia je potrebné najprv usporiadať ukazovatele od najdôležitejšieho po najmenej dôležitý. Najdôležitejšiemu ukazovateľu je priradená hodnota k (kde k je celkový počet ukazovateľov), druhému najdôležitejšiemu ukazovateľu je priradená hodnota $k - 1$ až najmenej dôležitému ukazovateľu je priradená hodnota 1. Bodovacia metóda umožňuje jemnejšiu diferenciáciu ohodnotenia ukazovateľov ako predchádzajúca metóda. Predpokladá ohodnotenie dôležitosti ukazovateľov vo vopred zvolenej stupnici, napr. 1 – 10, s tým, že dôležitejší ukazovateľ má vyššie bodové hodnotenie. Metóda párového porovnávania (Fullerov trojuholník) vyžaduje párové vyhodnotenie vzájomnej dôležitosti ukazovateľov. Analytik párovo porovnáva dvojice ukazovateľov, rozhoduje ktorý je dôležitejší a výsledky svojich preferencií zapisuje do tabuľky. Aj pri Saatyho metóde sa váhy a ukazovatele párovo

porovnávajú. Ich dôležitosť sa vyjadruje násobkami ich vzájomnej dôležitosti. Vzhľadom na náročnosť výpočtu sa používa tzv. aproximatívna Saatyho metóda, ktorá je postavená na metóde geometrického priemeru alebo metóde logaritmických najmenších štvorcov.

Ďalšou možnosťou pre stanovenie váh jednotlivých ukazovateľov je využitie metódy hlavných komponentov a faktorovej analýzy. Podľa uvedených metód tvorba váh slúži len na korekciu prekrývajúcich sa informácií medzi dvoma alebo viacerými korelovanými ukazovateľmi a nie je mierou teoretickej dôležitosti súvisiaceho ukazovateľa. Ak sa nezistí žiadna korelácia medzi ukazovateľmi, potom sa váhy touto metódou nedajú odhadnúť (pozri OECD, 2008). Faktorová analýza odhaľuje v rámci každej skupiny podrobné ukazovatele, ktoré sú najviac spojené s rôznymi základnými (nepozorovanými) faktormi. V rámci každého z týchto faktorov sú jednotlivé ukazovatele vážené podľa podielu ich rozptylu medzi objektmi, ktorý je vysvetlený daným faktorom. Bližšie vysvetlenie uvedeného postupu stanovenia váh popisujú Nicoletti et al. (2000).

2.3 Metódy agregovania údajov

Najpoužívanějšími metódami agregácie zastupiteľných ukazovateľov sú aditívne metódy, ktoré vychádzajú z lineárnej agregačnej schémy, ktorá je považovaná za najobľúbenejšiu metódu kombinovania vybraných ukazovateľov/premenných. Pre správnu interpretáciu výsledkov kompozitného indexu založeného na lineárnej agregácii je potrebné, aby boli splnené nasledujúce predpoklady: musí byť dodržaný lineárny vzťah medzi ukazovateľmi, je potrebná absolútna kompenzácia medzi ukazovateľmi, indikátory sú nezávislé (pozri Munda a Nardo, 2009). Nesplnenie týchto predpokladom môže viesť k tomu, že kompozitný ukazovateľ nebude správne reflektovať informáciu z čiastkových ukazovateľov. V prípade nezastupiteľných ukazovateľov sa používa agregácia geometrickým priemerom, prípadne metódy založené na teórii spoločenského výberu.

Na agregáciu čiastkových ukazovateľov do súhrnného ukazovateľa je možné uplatniť alternatívny prístup založený na metóde nazývanej benefit of the doubt, pri ktorej sa váhy jednotlivých ukazovateľov počítajú individuálne pre každý objekt a nie je potrebné určiť ich vopred. Tento syntetický ukazovateľ výkonnosti zaviedli Melyn a Moesen v roku 1991. Ich metóda bola inšpirovaná modelom CCR obalovej analýzy údajov (data envelopment analysis, DEA), ktorý prvýkrát predstavili Charnes, Cooper a Rhodes v roku 1978. Prehľad o využití metódy benefit of the doubt pri konštrukcii kompozitných indikátorov podáva článok (Cherchye et al., 2007). Výhodou DEA prístupu ku konštrukcii kompozitného indikátora je aj identifikácia objektov, ktoré určujú hranicu efektívnosti pre daný neefektívny objekt a môžu preň slúžiť ako vzory. Projekciou pozorovaných výkonov neefektívneho objektu na hranicu efektívnosti zistíme ideálnu

výkonnosť odporúčanú pre daný objekt (samozrejme, projekcia pre efektívny objekt sa zhoduje s jej pozorovanou výkonnosťou). Projekcia ukazuje, akou mierou sa jednotlivé parciálne indikátory podieľajú na nižšom skóre neefektívneho objektu, čo uľahčuje rozhodovanie o opatreniach na zlepšenie jeho celkovej výkonnosti.

Pri tvorbe kompozitných indexov existuje viacero rôznych prístupov, pričom každý z nich dáva odlišné riešenie. Ako je uvedené v práci Barclaya et al. (2019) pre čitateľnosť výsledkov použitia zvolenej metodiky je nutné uviesť ciele konštrukcie ukazovateľa a ich obmedzenia. Všetky metodické informácie by mali byť ľahko dostupné a jasne prepojené s ukazovateľom.

2.4. Možnosti využitia kompozitných indexov

V posledných rokoch celosvetovo zaznamenávame rastúci záujem o kompozitné indikátory. Rastúci záujem o kompozitné indikátory prichádza z akademickej sféry, politickej oblasti, z médií aj od širokej verejnosti. Zložené ukazovatele sú syntetické indexy jednotlivých ukazovateľov a čoraz častejšie sa používajú na hodnotenie krajín v rôznych oblastiach výkonnosti a politiky. Pomocou kompozitných ukazovateľov sa porovnávajú krajiny z hľadiska ich konkurencieschopnosti, inovačných schopností, stupňa globalizácie a environmentálnej udržateľnosti. Kompozitné ukazovatele sú užitočné svojou schopnosťou integrovať veľké množstvo informácií do ľahko zrozumiteľných formátov a sú cenené ako komunikačný a politický nástroj.

V roku 2008 bol publikovaný zoznam 178 agregátnych indikátorov, ktoré sledujú výkonnosť krajín z rôznych uhlov pohľadu – ekonomickej, environmentálnej, sociálnej, rodovej, z pohľadu globalizácie, well-beingu, kvality života, ľudských práv, pracovného života, bezpečnosti, udržateľnosti a podobne (bližšie pozri Banduru, 2008). Najznámejšími indikátormi z ekonomickej oblasti sú napríklad Index ekonomického sentimentu (tvorený Európskou komisiou), Composite Leading Indicators (tvorený z úrovne OECD), Internal Market Index (Európska komisia), Doing Business Indicators (World Bank) Index of Economic Freedom (Heritage Foundation), Economic Competitiveness Index (Institute for Management Development), Human Tourism Index (World Travel and Tourism Council). V sociálnej oblasti je najznámejším indikátorom Human Development Index (tvorený OSN), Health System Achievement Index (WHO), Corruption Perceptions Index (Transparency International), World Income Inequality Database: Gini Index (United Nations), Wellbeing Index (Prescott-Allen) a Genuine Progress Indicator (Redefining Progress).

O rozšírení využívania zložených ukazovateľov a potrebe metodologickej koordinácie svedčí aj skutočnosť, že dňa 3. februára 2016 začalo svoju činnosť Kompetenčné centrum Európskej komisie pre kompozitné ukazovatele a hodno-

tiace tabuľky (JRC-COIN). Uvedené centrum skúma dostupnú metodiku v rámci svojej pôsobnosti a poskytuje útvarom Komisie Európskej únie nástroje s kontrolovanou kvalitou, ktoré podporujú koncipovanie, vykonávanie a hodnotenie politiky Európskej únie. JRC-COIN zahŕňa poskytovanie podpory a pomoci generálnym riaditeľstvám pre politiku, ako aj technickú odbornú prípravu. Okrem toho JRC-COIN posilňuje a rozširuje svoje silné siete s akademickou obcou, externými výskumnými organizáciami a odborníkmi z praxe v iných inštitúciách. Kompetenčné centrum skúma dostupnú metodiku v rámci svojej pôsobnosti a poskytuje útvarom Komisie nástroje s kontrolovanou kvalitou, ktoré podporujú koncipovanie, vykonávanie a hodnotenie politík Európskej únie.

3 Demografické a sociálno-ekonomické východiská využitia kompozitných indexov v podmienkach rozvoja sociálnych služieb pre seniorov

Na prahu 21. storočia čelia všetky krajiny sveta výrazným populačným zmenám. Ako uvádzajú United Nations (2019) ide predovšetkým o štyri demografické megatrendy: populačný rast, starnutie, migrácia a urbanizácia. Spolu s tým ide ruka v ruke výrazný nárast populácie vo veku od 65 rokov, osobitne vo vekovej kategórii od 80 rokov, potenciálne zvyšujúci sa počet odkázaných obyvateľov so zvyšujúcim sa tlakom na potrebu zdravotnej starostlivosti a rast chudoby. Podľa National Research Council (2001) mnohé krajiny sa v súčasnosti nachádzajú v ranných štádiách adaptácie na zmenu vekovej štruktúry svojej populácie. Podľa prognózy Eurostatu, dostupnej u Európskej komisie (European Commission, 2012), Slovensko bude mať v roku 2060 druhý najvyšší podiel poproduktívnej populácie (za Portugalskom) a priemerný vek sa zvýši na takmer 50 rokov. Keďže Slovensko je jednou z krajín s najrýchlejšie starnúcou populáciou v Európskej únii. Pre zabezpečenie dlhodobej udržateľnosti systému sociálneho zabezpečenia sú nevyhnutné systémové opatrenia, ktoré eliminujú rastúcu záťaž pre zdravotnícky, sociálny a ekonomický systém. V budúcnosti bude potrebné vyrovnať sa s rastúcimi verejnými výdavkami, zaviesť opatrenia v oblasti zamestnanosti s cieľom predĺžiť pracovnú kariéru, či uľahčiť pracovnú migráciu. Zmenená demografická štruktúra vyvolá tlak na zdravotníctvo, dlhodobú starostlivosť, prechod z inštitucionálnej na komunitnú starostlivosť, prepájanie sociálnych služieb a neformálnej starostlivosti a zvyšovanie kvality sociálnych služieb. V starnúcej populácii sa ťažisko poskytovania sociálnych služieb presúva na skupinu seniorov, predovšetkým na obyvateľov vo veľmi vysokom veku, ktorí sú odkázaní na pomoc okolia (pozri Repková a Brichtová, 2015).

3.1 Vývojový trend starnutia populácie na Slovensku

V posledných desaťročiach zaznamenávame na Slovensku výrazné demografické zmeny, ktoré sa začali prejavovať znižovaním pôrodnosti a plodnosti (v roku 2019 v Európska únia 28 bola úhrnná plodnosť 1,55 dieťaťa pripadajúceho na jednu ženu, na Slovensku 1,58), čím došlo k oslabovaniu predproduktívnej² zložky populácie (obyvateľstvo vo veku 0-14 rokov). Súbežne s týmto trendom pri relatívne konštantnej úmrtnosti a raste strednej dĺžky života³ sa začala výrazne posilňovať poproduktívna zložka populácie (obyvateľstvo vo veku 65 a viac rokov)⁴, došlo k rastu priemerného aj mediánového veku. Túto zmenu reflektujú viaceré demografické miery. V súvislosti so starnutím populácie došlo k rastu podielu poproduktívnej zložky populácie, k výraznému nárastu indexu starnutia populácie a k rastu indexu tzv. šedého zaťaženia alebo indexu ekonomickej závislosti starých ľudí (ODR – old dependency ratio, t. j. pomer poproduktívnej a produktívnej zložky populácie vyjadrený v percentách, alebo počet obyvateľov v neproduktívnom veku pripadajúcich na 100 obyvateľov v produktívnom veku). Napriek rastúcemu pomeru poproduktívnej populácie je veková závislosť na Slovensku stále výrazne nižšia ako v niektorých iných krajinách Európskej únie a zároveň nižšia ako je priemer Európskej únie. V porovnaní s ostatnými európskymi krajinami tento ukazovateľ v slovenských podmienkach nedosahuje úroveň krajín s najvyššou hodnotou indexu šedého zaťaženia, napríklad Talianska (36,4 %) alebo Fínska (36 %), keďže hodnota indexu šedého zaťaženia 24,5 % nás radí medzi štvrtinu krajín Európskej únie s najnižšími hodnotami. Iná situácia je z pohľadu dynamiky vývoja uvedeného ukazovateľa. Spolu s Českou republikou, Poľskom a Lichtenštajnskom patrí Slovensko medzi krajiny, ktoré zaznamenávajú najrýchlejší nárast uvedeného ukazovateľa, ktorý v roku 2020 vzrástol o viac ako 40 percentuálnych bodov (p. b.) oproti roku 2009⁵.

Zmeny vo vekovej štruktúre obyvateľstva sa prejavili aj na hodnotách ďalších ukazovateľov popisujúcich úroveň starnutia v krajine. Rastúci absolútny počet a podiel seniorov na celkovej populácii prináša prehlbovanie nepomeru medzi počtom osôb vo veku 65 a viac rokov a predproduktívnou zložkou populácie (čo sa prejavuje rastom indexu starnutia), rovnako zvyšuje zaťaženie produktívnej

² V súčasnej dobe je predproduktívna zložka populácie definovaná ako počet ľudí vo veku 0-14 rokov, produktívna zložka je populácia vo veku 15-64 rokov a poproduktívna zložka je obyvateľstvo vo veku 65 a viac rokov (Jurčová, 2005).

³ Priemer krajín EÚ v roku 2019 bol v prípade strednej dĺžky života u mužov 78,5 roka a u žien 84 rokov. V roku 2020 bola stredná dĺžka života mužov na Slovensku 73,5 roka a žien 80,4 roka.

⁴ V roku 2020 bol podiel slovenskej populácie vo vekovej skupine 65-79 rokov 13,2 % (EÚ 14,6 %) a vo veku nad 80 rokov bola populácia Slovenska zastúpená podielom 3,4 % (EÚ 5,9 %).

⁵ Presná hodnota koeficientu rastu pre SR v období 2009 – 2020 je 1,441.

zložky populácie (rastie index ekonomického zaťaženia). V roku 2018 na Slovensku prvýkrát dosiahla hodnota indexu starnutia úroveň nad 100 %, čiže poproduktívna zložka začala prevládať nad predproduktívnou. Podľa prognózy Výskumného demografického centra publikovanej ako Bleha et al. (2018) a jej stredného variantu sa v roku 2050 očakáva hodnota indexu starnutia na Slovensku na úrovni 200 seniorov na 100 detí vo veku do 14 rokov. Podiel poproduktívnej populácie za posledných 10 rokov vzrástol z 12 na 17 percent.

Uvedený trend nie je vo všetkých krajoch Slovenskej republiky rovnomerný, v niektorých krajoch sa tieto zmeny prejavujú intenzívnejšie, v iných sú prejavy miernejšie. BBSK patrí spomedzi krajov SR ku tým, v ktorých sú prejavy starnutia populácie výraznejšie. Najvyšší podiel poproduktívnej zložky populácie zaznamenal v posledných rokoch Trenčiansky a Nitriansky kraj (18,88, resp. 18,75 % v roku 2020), za nimi nasleduje Banskobystrický kraj (18,03 %). Avšak najvyšší nárast podielu poproduktívnej zložky zaznamenal práve BBSK a to rastom o 32,18 p. b. oproti roku 2012, potom nasleduje Trnavský kraj (rast o 31,77 p. b.) a Košický kraj, v ktorom podiel poproduktívnej populácie narástol oproti roku 2012 o 31,6 p. b.

Najčastejšie býva starnutie populácie popisované Indexom starnutia populácie - Sauvyho indexom. Poradie krajov podľa hodnôt indexu starnutia kopíruje hodnoty podielu poproduktívnej populácie. Najvyššie hodnoty indexu starnutia zaznamenal v roku 2020 Nitriansky kraj (135,62 %), ďalej Trenčiansky kraj (134,68 %), keď oba kraje prekročili úroveň 100 % už v roku 2010 (celá SR až v roku 2018). Na treťom mieste je Banskobystrický kraj s indexom starnutia 122,73 %.

Úzke prepojenie na starnutie populácie má migrácia. Vyššiu migráciu je možné zaznamenať v regiónoch s mladším obyvateľstvom, negatívna migrácia spôsobuje starnutie obyvateľstva v regióne s negatívnymi dopadmi na sociálne väzby a možnosť poskytovania dlhodobej starostlivosti starnúcemu obyvateľstvu od najbližšieho rodinného prostredia. Podľa Šprochu et al. (2019) jednoznačne najdôležitejším centrom smerovania migračných tokov na Slovensku je Bratislavský kraj, pričom kladné migračné saldo dosahuje aj Trnavský kraj. Ostatné kraje Slovenska obyvateľstvo migráciou strácajú, pričom najhoršia situácia je v Prešovskom kraji. Pre BBSK je typická intenzívnejšia emigrácia obyvateľov z kraja, prejavujúca sa predovšetkým v jeho južných okresoch a spôsobujúca záporné hodnoty miery migračného salda. Ide o podiel migračného salda a stavu obyvateľstva v regióne, teda o mieru, ktorá prepočítava absolútne hodnoty ukazovateľov krajoch na veličinu umožňujúcu porovnanie intenzity migrácie medzi krajmi. Pri sledovaní migrácie má veľký

význam zisťovanie migračných tokov, ale aj štruktúry migrantov podľa najrôznejších kritérií, predovšetkým podľa veku, vzdelania ale aj dôvodov migrácie (ekonomické, sociálne, spoločenské a pod). Na úrovni NUTS 2 je možné konštatovať, že najvyšší podiel vystáhaných osôb s vysokoškolským vzdelaním bol v roku 2019 z východného Slovenska (41,93 %), najnižší z Bratislavského kraja (23,11 %). Na strednom Slovensku bol tento podiel 37,06 %, čo je jeden z indikátorov limitujúcich ekonomický rozvoj oblasti. Pozitívne migračné saldo zaznamenávajú kraje z blízkosti hlavného mesta, čo potvrdzuje veľkú intenzitu pôsobenia ekonomických pull faktorov. Najnepriaznivejšia situácia spomedzi všetkých krajov Slovenskej republiky je v Prešovskom kraji (-1,5 ‰) a Banskobystrickom kraji (-1,02 ‰).

Existujúca úroveň starnutia populácie je výsledkom demografických procesov pôsobiacich v našej krajine od 50. rokov minulého storočia, ale bude mať za následok zmeny vekovej štruktúry v najbližších desaťročiach. Predpokladá sa ich zvyšujúca intenzita a tak nemôžu ostať bez ďalšej odozvy v mnohých oblastiach života, predovšetkým však v ekonomickej a sociálnej oblasti. Vzhľadom na to, že Slovensko je jednou z krajín s najrýchlejšie starnúcou populáciou v Európskej únii, pre zabezpečenie dlhodobej udržateľnosti systému sociálneho zabezpečenia sú nevyhnutné systémové opatrenia. Zo starnutia populácie vyplýva rastúca záťaž pre zdravotnícky, sociálny a ekonomický systém a rýchle starnutie prináša tiež zásadné výzvy pre udržateľnosť verejných financií.

3.2. Dlhodobá sociálna starostlivosť na úrovni miestnej samosprávy

V Slovenskej republike v súčasnosti existuje viacúrovňový systém zabezpečenia služieb dlhodobej starostlivosti, ktorý vzájomne nie je prepojený, neexistuje systém koordinácie jednotlivých služieb v prospech riešenia individuálnej situácie občana, ktorý potrebuje pomoc. Zdravotná starostlivosť a sociálne služby sú v Slovenskej republike dva separátne systémy. Každý z týchto systémov sa riadi vlastnou legislatívou a normami. Napriek tomu, že v Slovenskej republike nemáme jednotný systém dlhodobej integrovanej starostlivosti, tak sa služby, ktoré sú tradične jej súčasťou, poskytujú fragmentovane v troch oblastiach podpory:

- 1) Systém sociálnych služieb upravuje zákon č. 448/2008 Z.z. o sociálnych službách v znení neskorších predpisov. Z pohľadu poskytovania dlhodobej starostlivosti ide o jednu z právnych noriem, v ktorej je upravená táto oblasť. Sociálne služby sú zamerané na prevenciu vzniku, riešenie alebo zmiernenie nepriaznivej sociálnej situácie fyzickej osoby, jej rodiny alebo komunity. V súčasnosti sú sociálne služby pre seniorov poskytované predovšetkým v zariadeniach pre seniorov, špecializovaných zariadeniach a domovoch

sociálnych služieb. Terénne sociálne služby sa pre seniorov zabezpečuje najmä cez domácu opatrovateľskú starostlivosť.

- 2) Starostlivosť o seniorov je poskytovaná aj v rámci štruktúr zdravotného systému (zákon 576/2004 Z. z.). V systéme zdravotnej starostlivosti sa poskytuje predovšetkým prostredníctvom agentúr domácej ošetrovateľskej starostlivosti; ambulantnej starostlivosti (geriatrické ambulancie); ústavnej starostlivosti (oddelenia dlhodobo chorých, geriatrické a paliatívne oddelenia v nemocniciach), ale aj v špecializovaných zdravotníckych zariadeniach, predovšetkým v liečebniach pre dlhodobo chorých, psychiatrických nemocniciach, domoch ošetrovateľskej starostlivosti, hospicioch.
- 3) Neformálna starostlivosť, ktorá je v rámci dlhodobej starostlivosti poskytovaná v domácom prostredí, je podporovaná formou príspevku na opatrovanie (zákon 447/2008 Z. z.), prostredníctvom tohto systému zabezpečujú starostlivosť o seniorov prevažne ich príbuzní.

Od roku 2012 Slovenská republika začala proces transformácie sociálnych služieb s cieľom vytvorenia a zabezpečenia podmienok pre všetkých občanov odkázaných na pomoc spoločnosti v prirodzenom sociálnom prostredí komunity. Súčasťou tohto procesu bolo aj prenesenie vybraných kompetencií na miestnu a regionálnu úroveň, čím sa mal zabezpečiť princíp sociálnej subsidiarity, čo má podporiť komunitný charakter poskytovania sociálnych služieb. Napriek tomu, že prenos kompetencií bol logickým krokom z hľadiska priblíženia služieb k občanovi, veľká rozdrobenosť kompetencií neumožňuje zabezpečenie komplexného systému dlhodobej starostlivosti o seniorov a robí problémy hlavne obyvateľom malých obcí. Prenesenie kompetencií však nevytvorilo povinnosť pre obce tieto služby zabezpečiť, a tak väčšina obcí vzhľadom na nedostatočné personálne a vedomostné tieto služby poskytuje na nedostatočnej úrovni, prípadne ich neposkytuje vôbec. Občania sú v takomto prípade nútení žiadať o služby samosprávny kraj, ktorý zriaďuje len pobytové služby.

4 Kompozitný index sociálno-ekonomického potenciálu pre poskytovanie sociálnych služieb

Postup tvorby kompozitného indexu aplikujeme na podmienky demografického a sociálno-ekonomického rozvoja 516 obcí BBSK. Banskobystrický samosprávny kraj patrí medzi najmenej rozvinuté kraje Slovenska, s najintenzívnejšie sa zrýchľujúcou mierou starnutia populácie, pokračujúcou emigráciou a nedostatkom miest v zariadeniach sociálnych služieb s vysokým počtom čakateľov. Vyššia miera nezamestnanosti, hlavne dlhodobej, spôsobuje nižšiu kúpyschopnosť obyvateľstva, čo sprostredkované poukazuje na nižšiu ekonomickú silu jednotlivých regiónov kraja. Uvedené faktory výrazne indikujú

potrebu cielenej intervencie hlavne v najzaostalejších častiach kraja. Od roku 2019 BBSK spolupracuje na projekte Catching Up Regions - iniciatíve na pomoc dobiehajúcim regiónom, ktorej cieľom je podpora rastu a inovácií, odstránenie prekážok pre lepšie využívanie európskych fondov a na zvýšenie prínosu týchto investícií. Jednou zo spracovávaných tém projektu je vybudovanie Integrovaného modelu zdravotných a sociálnych služieb pre seniorov. Súčasťou modelu je vytvorenie Centier sociálnych služieb pre seniorov v mikroregiónoch BBSK, tvorených obcami, ktoré majú slabý sociálno-ekonomický potenciál. Tieto majú vzhľadom na nepriaznivú demografickú situáciu vysokú potrebu poskytovania sociálnych služieb pre seniorov ale vzhľadom na zlé sociálno-ekonomické podmienky ich nízku dostupnosť. Na identifikáciu uvedených mikroregiónov je potrebné stanoviť základný postup riešenia a pomocou vhodných metód a postupov identifikovať tie obce BBSK, na ktoré je potrebné prioritne zamerať pozornosť a cielene smerovať podporu v oblasti poskytovaní sociálnych služieb. K metódam, ktoré dokážu agregovať viacdimeziálne informácie do jedného ukazovateľa a definovať tak výkonnosť či úroveň rozvoja obce z pohľadu vybraných indikátorov patria metódy multikriteriálneho hodnotenia vyúsťujúce do tvorby kompozitného indexu.

4.1 Výber ukazovateľov pre konštrukciu indexu

Pri tvorbe kompozitného indexu je potrebné definovať samotný pojem indexu a myšlienku, na ktorej je jeho tvorba založená. Cieľom plánovaného indexu je spojiť informácie o demografickej situácii a úrovni sociálno-ekonomického potenciálu obce do jednej hodnoty a identifikovať tak úroveň potenciálu obce pre poskytovanie sociálnych služieb pre seniorov. Pre komplexné zistenie potreby podpory a rozvoja sociálnych služieb pre seniorov v sledovanom regióne je teda vhodné analyzovať demografickú, sociálnu a ekonomickú situáciu obcí, ktoré ho tvoria. Tieto súhrnne pôsobia a rôznou intenzitou ovplyvňujú jeho demografickú úroveň a sociálno-ekonomický potenciál. Preto sa ďalej zameriame na výber ukazovateľov, ktoré charakterizujú sociálno-ekonomický potenciál obce pre poskytovanie sociálnych služieb.

Východiskom pre identifikáciu kapacity sociálnych služieb môžu byť socio-demografické údaje o obyvateľoch daného územia a o ich zdravotnom stave. Keďže hlavným prijímateľom poskytovaných služieb sú obyvatelia obce, je nutné zamerať sa v prvom rade na demografický potenciál obce, t. j. na zloženie obyvateľstva predovšetkým z pohľadu vekovej a vzdelanostnej štruktúry. Štruktúra obyvateľstva je výsledkom základných demografických procesov reprodukcie, či už prirodzených (pôrodnosť, úmrtnosť) alebo mechanických (sťahovanie), ktoré ovplyvňujú statické charakteristiky populácie. Nezaned-

bateľnou charakteristikou obyvateľstva žijúceho v obci alebo v regióne je jeho ekonomická aktivita. Uvedené demografické veličiny tvoria základ pre podporu každého rozhodovania v súvislosti s rozvojom mikro ale aj makro prostredia. Vysoký podiel seniorov je jednoznačným argumentom v prospech podpory rozvoja v oblasti sociálnych služieb, pretože ide o segment s najintenzívnejšou potrebou pomoci v tejto oblasti. Negatívna migrácia má nepriaznivý dopad na možnú pomoc seniorom zo strany rodiny a osôb najbližšieho kontaktu. Uvedené veličiny budú súhrnne tvoriť demografickú doménu kompozitného indexu. V sociálnej oblasti je dominantným ukazovateľom nedostupnosť alebo neexistencia sociálnych služieb, početné zastúpenie obyvateľov, ktorí priamo túto pomoc potrebujú a nedostatočná kapacita opatrovateľskej služby. Ekonomická doména musí odrážať finančné možnosti potenciálnych poskytovateľov sociálnych služieb a tiež ekonomickú silu obcí, ktorú sprostredkovane deklarujú ukazovatele nezamestnanosti. Pri konštrukcii jednotlivých ukazovateľov, ktoré budú tvoriť tri samostatné domény je potrebné vychádzať z dostupnosti údajov pre konštrukciu vhodných ukazovateľov na úrovni potenciálnych poskytovateľov a sprostredkovateľov sociálnych služieb, teda obcí. Ide o štatistickú jednotku, na úrovni ktorej je relatívne nízka dostupnosť údajov v sociálnej aj ekonomickej oblasti, čo silne ovplyvňuje výber ukazovateľov. Úvahy o možnej substitúcii údajov z primárneho zberu údajov prostredníctvom dotazníkových prieskumov v obciach narážajú na vysokú absenciu odozvy.

4.2 Demografická doména

Za účelom vytvorenia kompozitného indexu boli vybrané tri demografické ukazovatele sledované na úrovni obce. Prvým ukazovateľom je Old age dependency ratio – index šedého zaťaženia (*D1*), ktorý sa definuje ako pomer počtu obyvateľov vo vekovej kategórii 65+ k počtu obyvateľov vo vekovej skupine 15 až 64 rokov, čiže podiel poproduktívneho a produktívneho obyvateľstva. Tento ukazovateľ inak nazývaný aj index ekonomickej závislosti seniorov má aj ekonomický rozmer tým, že prakticky poukazuje na skutočnosť, koľko seniorov žijúcich v sledovanej obci ekonomicky „zaťažujú“ 100 obyvateľov v produktívnom veku, čiže reflektuje určitý ekonomický tlak na produktívne obyvateľstvo, ktoré ako celok musí vytvárať dostatočné finančné zdroje na udržanie sociálneho a najmä dôchodkového systému.

Vzhľadom na to, že potreba poskytovania sociálnych služieb s vekom rastie, druhým ukazovateľom, ktorý vstupuje do tvorby indikátora demografickej domény (*D*) je podiel najstaršieho obyvateľstva (*D2*), ktorý vyjadruje počet obyvateľov vo veku 80+ pripadajúci na 100 obyvateľov obce. Najstaršie obyvateľstvo je segmentom, ktorý najintenzívnejšie vyžaduje podporu

s vykonávaním bežných činností a v mnohých prípadoch nepretržitú každodennú pomoc.

Tretím ukazovateľom, reflektujúcim demografickú situáciu v obci, ktorý má vplyv na kapacitu potenciálnych opatrovateľov pre starších ľudí, u ktorých sa prejavuje potreba pomoci, je hrubá miera migračného salda (*D3*). Tento ukazovateľ je určený podielom migračného salda (rozdiel počtu prisťahovaných a vysťahovaných obyvateľov) v pomere k celkovému stavu obyvateľov v obci a vyjadruje veľkosť migračného salda na 100 obyvateľov. Záporné hodnoty migračného salda signalizujú vyššiu intenzitu vysťahovania obyvateľstva, ktorá sa najčastejšie realizuje vo vekových skupinách ekonomicky aktívneho obyvateľstva sťahujúceho sa spravidla za prácou alebo zo sociálnych dôvodov, akým je napr. nasledovanie partnera/ky. Vo vyšších vekových skupinách po ukončení ekonomicky aktívneho života ľudia strácajú potrebu úzkeho kontaktu s miestom pracovného pôsobenia a jeho okolím, preto býva migrácia spojená so zmenou bydliska z dôvodu odchodu do vidieckych sídiel alebo na okraj miest. Zápornou migráciou tak najstaršie obyvateľstvo stráca možnosť poskytnutia pomoci z prostredia najbližšej rodiny, resp. jej okolia a čím je absolútna hodnota ukazovateľa vyššia, tým je vyššia intenzita pôsobenia uvedeného demografického procesu.

4.3 Sociálna doména

Európska komisia (2019) konštatuje, že hoci sa dopyt po dlhodobej starostlivosti zvyšuje, poskytovanie služieb je naďalej obmedzené. Dostupnosť sociálnych služieb je limitovaná najmä kapacitou zariadení, ktoré ich poskytujú. Starnutie obyvateľstva sa priamo úmerne premieťa aj do rastu počtu čakaťelov na poskytovanie sociálnych služieb v zariadeniach sociálnych služieb pre seniorov. Pre sledovanie intenzity pôsobenia tohto javu budeme konštruovať ukazovateľ *S1*, ktorý vyjadruje počet čakaťelov na pobytovú službu v poproduktívnom veku pripadajúci na 100 obyvateľov v poproduktívnom veku.

V dôsledku nízkej kapacity zariadení sociálnych služieb ostávajú zväčša seniori v domácom prostredí pri neformálnej starostlivosti najbližšieho okolia. Indikátor podiel opatrovaných osôb vo veku 65+ (*S2*) odzrkadľuje dlhodobú starostlivosť, ktorá sa seniorom poskytuje v domácom prostredí. Osoby so zdravotným postihnutím tvoria významnú skupinu prijímateľov sociálnych služieb. Ukazovatele podiel ťažko zdravotne postihnutých osôb *S3* a podiel poberateľov dávok na kompenzáciu ťažkého zdravotného postihnutia *S4* vyjadrujú počet osôb vo veku 65 a viac rokov, ktoré trpia ťažkým zdravotným stavom alebo poberajú príspevok na jeho kompenzáciu, na 100 obyvateľov vo veku od 65 rokov. Vecná podstata čitateľa oboch indikátorov súvisí s rovnakým problémom, avšak hodnotovo sú

odlišné. Z údajov Ústredia práce, sociálnych vecí a rodiny je zrejmé, že približne 40 % osôb, ktoré sú ťažko zdravotne postihnuté poberá príspevok na jeho kompenzáciu. Preto v ďalšom postupe konštrukcie doménového ukazovateľa budeme uvažovať oba indikátory S3 aj S4. Pri napĺňaní potrieb seniorov v oblasti sociálnych služieb by sa mala pozornosť sústrediť na nahradenie pobytovej služby starostlivosťou v domácnosti, čo však vytvorí tlak na domácich opatrovateľov, ktorých je potrebné podporovať formou odľahčovacích a rehabilitačných služieb, aby dokázali zabezpečovať starostlivosť svojmu príbuznému čo najdlhšie. Situáciu, ktorá vyjadruje naplnenosť kapacity v uvedenej oblasti popisuje ukazovateľ podiel opatrovateľov S5, ktorý vyjadruje podiel počtu neformálnych opatrovateľov (poberateľov príspevku na opatrovanie) na 100 obyvateľov obce.

4.4 Ekonomická doména

Využitie ekonomických ukazovateľov pri výbere obcí pre zriadenie Centra sociálnych služieb pre seniorov predpokladá poznať a zohľadniť ekonomickú situáciu jednotlivých obcí. Pokiaľ hospodárska situácia obce nie je dobrá, potom jej možnosti financovania a zabezpečenia sociálnych služieb pre seniorov tak ako to vyplýva z § 8 zákona 448/2008 Z. z. o sociálnych službách v zn. n. p., sú obmedzené. Pre takéto obce sa javí spolupráca v rámci mikroregiónov ako možné riešenie pri plnení si zákonom stanovenej povinnosti. Pre vyhodnotenie ekonomickej situácie hospodárenia obcí, využijeme agregovaný ukazovateľ finančné zdravie obce (E1)⁶. Tento ukazovateľ je vytvorený na základe piatich indikátorov, ktoré charakterizujú hospodárenie obce: celkový dlh, dlhová služba, bilancia bežného účtu, záväzky po lehote splatnosti a záväzky aspoň 60 dní po splatnosti. Celkové skóre finančného zdravia obce je vypočítané ako vážený priemer zo skóre každej z uvedených zložiek⁷.

Ekonomický ukazovateľ finančného zdravia obce dopĺňajú ďalšie dva ukazovatele vstupujúce do tvorby indikátora ekonomickej domény (E): podiel nezamestnaných (E2) na počte obyvateľov v produktívnom veku, resp. podiel dlhodobo nezamestnaných⁸ (E3) na počte uchádzačov o zamestnanie.

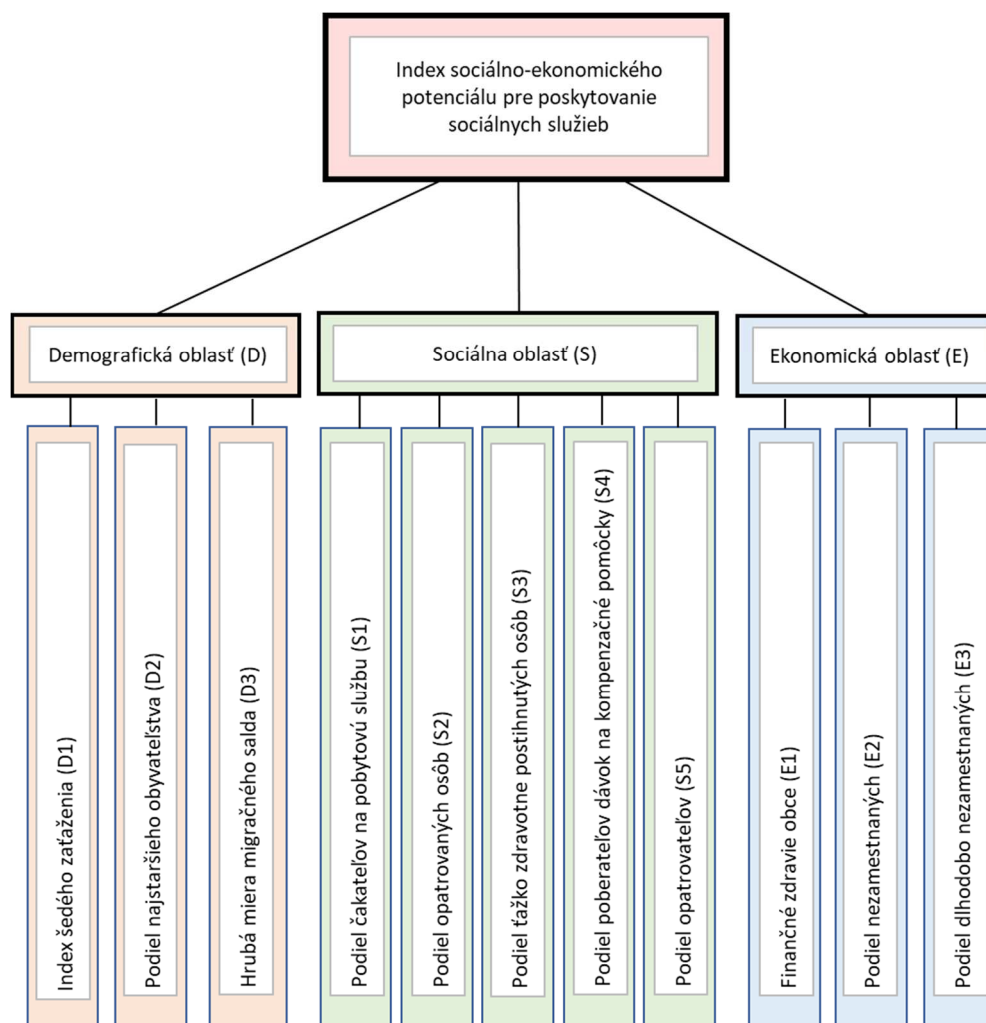
Výber vyššie uvedených ukazovateľov vymedzujúcich sociálno-ekonomický potenciál obce na poskytovanie sociálnych služieb reflektuje ich miesto v metodike výberu obcí pre cielenú podporu sociálnych služieb pre seniorov.

⁶ Autormi ukazovateľa sú P. Goliaš, P. Klátik a M. Tunega z INEKO.

⁷ Metodika výpočtu je dostupná na <http://www.hospodarenieobci.sk/metodika>.

⁸ Dlhodobo nezamestnaný občan je občan vedený v evidencii uchádzačov o zamestnanie najmenej 12 po sebe nasledujúcich mesiacov. Definícia je dostupná na: <https://www.lewik.org/term/25618/dlhodobo-nezamestnany-obcan-definicia-zakon-c-5-2004-z-z-o-sluzbach-zamestnanosti-8-ods-1-pism-c/>

Celkový pohľad na výber ukazovateľov pre návrh kompozitného ukazovateľa sociálno-ekonomického potenciálu pre poskytovanie sociálnych služieb obce vysvetľuje nasledujúci obrázok.



Obr. 2 Návrh štruktúry pre tvorbu kompozitného indexu sociálno-ekonomického potenciálu pre poskytovanie sociálnych služieb (Zdroj: *vlastné spracovanie*)

Jedenásť vstupných indikátorov je vzájomne rovnocenných a tvoria tri parciálne oblasti – domény, pričom každá charakterizuje inú stránku potenciálu obce pre rozvoj sociálnych služieb pre seniorov na komunitnej úrovni.

4.5 Postup konštrukcie kompozitného indexu

Definícia kompozitného indexu sociálno-ekonomického potenciálu pre poskytovanie sociálnych služieb tvorí základný teoretický rámec, ktorý zahŕňa tri oblasti skúmania a v nich podskupiny ukazovateľov: demografickú, sociálnu a ekonomickú. Všetky vybrané ukazovatele spĺňajú podmienku relevantnosti na charakterizovanie javu v konkrétnej oblasti, tiež podmienku aktuálnosti, analytickej spoľahlivosti a dostupnosti. V procese prípravy údajov na ďalšie spracovanie je potrebné urobiť exploratórnu analýzu s cieľom identifikácie

objektov (obcí) pre ktoré bude potrebné urobiť isté intervencie pred samotným spracovaním údajov. Týkalo sa to predovšetkým malých obcí, u ktorých boli hodnoty sledovaného ukazovateľa nulové, prípadne extrémne vysoké (eliminácia outlierov). Ukazovatele ďalej bolo potrebné normalizovať tak, aby mali rovnaký smer, rovnakú mernú jednotku a aby nárast normalizovaných ukazovateľov zodpovedal nárastu kompozitného indexu. Prepočet na rovnaký smer bolo potrebné zabezpečiť u ukazovateľov E1 a D3, pričom v prípade ukazovateľa D3 sme sa zamerali aj na elimináciu záporných hodnôt.

Vo viacerých prácach sa zdôrazňuje podmienka nezávislosti medzi ukazovateľmi. Bodá a Úradníček (2021, s. 24) zdôrazňujú niekoľko požiadaviek: „Atribúty musia byť navzájom nezávislé a podľa možností vecne nepreviazané. Každý z atribútov musí samostatne vypovedať o inom aspekte kvality rozhodovacieho variantu. Samozrejme, korelácii atribútov sa nedá vyvarovať, ale je dôležité dbať, aby neboli duplicitné“. Aj OECD (2008, s. 34) potvrdzuje toto stanovisko: „Je potrebné vybrať len ukazovatele, ktoré vykazujú nízky stupeň korelácie, alebo zodpovedajúco upraviť váhy, napr. priradiť menšiu váhu korelovaným ukazovateľom. Okrem toho minimalizácia počtu premenných v indexe môže byť žiadúca aj z iných dôvodov, ako je transparentnosť a úspornosť.“

Podmienka nezávislosti je tiež jedným z dôležitých aspektov, ktoré by mali byť dodržané pred využitím metódy DEA, ktorá nielenže stanoví váhy najvýhodnejšie pre každý objekt, ale pomocou vypočítaných váh agreguje ukazovatele a vypočíta kompozitný ukazovateľ. Na jeho základe je možné zostaviť hierarchické usporiadanie objektov (v našom prípade obcí) podľa vybraných ukazovateľov. Pri redukcii ukazovateľov sme sa zamerali na korelačné matice (príloha 1), výsledky metódy hlavných komponentov (príloha 2) a analýzy reliability (príloha 3). Vylúčili sme premenné s vysokou mierou korelácie s ukazovateľmi v doménach (D1, D2, E2, E3), ponechali sme tie, ktoré tvoria samostatný komponent (S1) alebo najvyššou mierou prispievajú k vysvetleniu komponentu (S4). Pri rozhodovaní o vylúčení niektorej zo silne korelovaných premenných D1 a D2 zohrala úlohu informácia o významnejšom zvýšení celkovej reliability domény ak sa vylúči premenná D1, podobne aj v prípade rozhodovania medzi premennými E2 a E3. Zostávajúcich 6 ukazovateľov je navzájom relatívne slabo korelovaných, hodnoty korelačných koeficientov sú v intervale $[-0,185, 0,254]$, ako vidno v tabuľke 1. Na stanovenie váh redukovaného počtu premenných v doménach (v každej doméne ostali len dva nízko korelované ukazovatele) sme použili Saatyho aproximatívnu metódu a váhu domény sme určili metódou objektívneho stanovenia váh založenou na veľkosti jej heterogenity.

Tab. 1 Korelačná matica po vylúčení premenných D1, S2, S3, S5 a E3 (*Zdroj: vlastné spracovanie v SPSS*)

		Correlations					
		D2	D3	S1	S4	E1	E2
D2	Pearson Correlation	1	,131	-,042	,057	,038	-,159
	Sig. (2-tailed)		,003	,340	,197	,392	<,001
	N	516	516	516	516	516	516
D3	Pearson Correlation	,131	1	,001	,045	,050	,122
	Sig. (2-tailed)	,003		,991	,313	,257	,005
	N	516	516	516	516	516	516
S1	Pearson Correlation	-,042	,001	1	-,185	-,147	-,138
	Sig. (2-tailed)	,340	,991		<,001	<,001	,002
	N	516	516	516	516	516	516
S4	Pearson Correlation	,057	,045	-,185	1	,064	,254
	Sig. (2-tailed)	,197	,313	<,001		,144	<,001
	N	516	516	516	516	516	516
E1	Pearson Correlation	,038	,050	-,147	,064	1	,124
	Sig. (2-tailed)	,392	,257	<,001	,144		,005
	N	516	516	516	516	516	516
E2	Pearson Correlation	-,159	,122	-,138	,254	,124	1
	Sig. (2-tailed)	<,001	,005	,002	<,001	,005	
	N	516	516	516	516	516	516

V zostávajúcom, redukovanom počte ukazovateľov, bolo pomerne náročné jemne diferencovať ich dôležitosť reprezentovanú váhami. V demografickej doméne sme uprednostnili ukazovateľ reflektujúci intenzitu starnutia populácie charakterizovanú cez jej vekovo najstarší podiel (D2) pred ukazovateľom migrácie. V ďalších dvoch doménach sme sa rozhodli použiť ekvivalentné váhy obom ukazovateľom vzhľadom na predpoklad ich približne rovnocenného vplyvu na sociálnu, resp. ekonomickú doménu celkového ukazovateľa. Váhy domén sme určili opäť metódou založenou na variabilite. Váhy sú prezentované v tabuľke 2.

Na základe výsledných hodnôt ako aj samotnej myšlienky minimalizácie pri normalizácii ukazovateľov sme stanovili poradie obcí podľa potreby intervencie pri zabezpečovaní sociálnych služieb. Pri agregovaní výsledkov sme využili metódu aditívnej agregácie z dôvodu vysokého počtu nulových hodnôt vo viacerých ukazovateľoch, čo by pri metóde multiplikatívnej agregácie prinieslo veľa rovnakých, teda nulových výsledkov.

Výsledky sme ďalej porovnali s usporiadaním obcí, určeným DEA metódou pomocou SBM-O-C modelu. Keďže DEA metódy priradujú maximálne skóre objektom s najvyššou efektívnosťou, na účely využitia DEA analýzy sme v záujme prirodzenej interpretácie výsledkov zmenili smer dát tak, aby nižšie hodnoty vypočítaného kompozitného indikátora identifikovali obce s najnižším potenciálom pre poskytovanie sociálnych služieb.

Tab. 2 Váhy ukazovateľov a domén redukovaného počtu premenných (*Zdroj: vlastné spracovanie*)

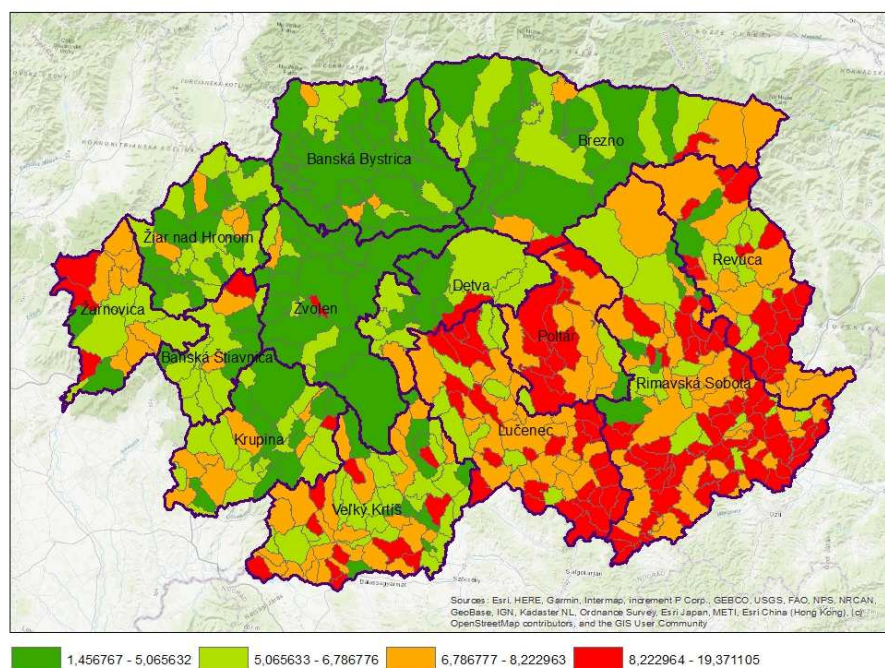
	Ukazovateľ	Váhy ukazovateľov	Váhy domén
D	D2	0,75	0,33
	D3	0,25	
S	S1	0,50	0,39
	S4	0,50	
E	E1	0,50	0,28
	E2	0,50	

4.6 Výsledky a diskusia

Grafické riešenie aplikácie metódy tvorby kompozitného indexu pre výber obcí prezentuje obrázok 3. Červenou (resp. najtmavšou) farbou je znázornená štvrtina obcí s najnižším potenciálom, ďalšie štvrtiny sú so zlepšujúcim sa ukazovateľom farebne odlišené.

Pri tvorbe kompozitného indexu sa naša pozornosť sústreďuje predovšetkým na obce s najintenzívnejšou potrebou pomoci v oblasti sociálnych služieb, preto budeme ďalej sledovať hierarchické usporiadanie jednej štvrtiny (t.j. 129) obcí s najhoršími výsledkami hodnotenia ich demografického a sociálno-ekonomického potenciálu. Porovnanie hodnotenia úrovne sociálno-ekonomického potenciálu obcí na základe vyššie uvedeného postupu tvorby váh pri konštrukcii kompozitného ukazovateľa a DEA prístupu ukázalo, že v štvrtine obcí (t.j. v 129 obciach) s najnižším potenciálom je oboma prístupmi rovnako identifikovaných 115 obcí.

Pohľad na uvedenú skupinu obcí potvrdil, že ide prevažne o obce z okresov južného Slovenska v najnižších veľkostných skupinách. Z pohľadu demografickej situácie sú to okresy s vyšším indexom šedého zaťaženia, aj podielom najstaršieho obyvateľstva (predovšetkým v okrese Poltár) a nepriaznivým migračným saldóm. V ekonomickej oblasti majú vysokú mieru nezamestnanosti, predovšetkým dlhodobú. V sociálnej oblasti dominuje v týchto okresoch vysoký počet opatrovaných osôb, ťažko zdravotne postihnutých osôb v poproduktívnom veku, aj počet poberateľov na kompenzačné pomôcky.



Obr. 3 Obce BBSK podľa hodnoty indexu sociálno-ekonomického potenciálu pre rozvoj sociálnych služieb pre seniorov. (Zdroj: *vlastné spracovanie*)

5 Záver

Pri konštrukcii kompozitného indexu je potrebné si správne vymedziť jeho teoretický rámec a podrobne identifikovať oblasti, ktoré by mohli tento rámec naplniť. Výsledky sú potom ovplyvnené výberom ukazovateľov, voľbou či nastavením váh aj spôsobom normalizácie. Otázkou je tiež posúdenie metódy výberu ukazovateľov a nastavenia váh. Teoreticky vymedzené princípy konštrukcie kompozitného ukazovateľa sme aplikovali na obciach BBSK pri sledovaní úrovne ich demografického a sociálno-ekonomického potenciálu pre poskytovanie sociálnych služieb pre seniorov. Pri konštrukcii agregátneho indexu sme uprednostnili zúžený rozsah ukazovateľov kvôli odstráneniu redundancie informácie obsiahnutej v ukazovateľoch. Pre konštrukciu kompozitného indexu sme použili metódy viackriteriálneho hodnotenia a DEA metódu. DEA metóda pri stanovení váh nepreferuje žiadny z ukazovateľov, ale objektom priradí váhy tak, aby ich výkon a postavenie medzi porovnávanými objektami maximalizovala. Riešenie síce neposkytuje užívateľovi implicitnú informáciu o spoločnom nastavení váh ukazovateľov, resp. domén pre celú skupinu objektov, napriek tomu metóda poskytla riešenie ako benchmark pre porovnanie výsledkov použitia metód. Pomocou Spearmanovho koeficienta poradovej korelácie sme zistili tesnú závislosť medzi výsledkami DEA metódy a metódy viackriteriálneho hodnotenia (hodnota koeficientu 0,984), kedy sme pre konštrukciu indexu použili redukovaný počet šiestich nekorelovaných ukazovateľov, váhy

individuálnych ukazovateľov nastavené Saatyho aproximatívnym postupom a váhy doménových ukazovateľov sme určili metódou založenou na heterogenite premenných. Uvedený postup stanovenia váh a agregácie ukazovateľov budeme vzhľadom na vyššie uvedené skutočnosti považovať za úsporný čo sa týka náročnosti zistenia hodnôt ukazovateľov, relatívne jednoduchý čo sa týka prípravy dát a tvorby kompozitného ukazovateľa a relatívne objektívny čo do hodnotenia výsledkov (v komparácii s metódou „najobjektívnejších“ váh pre každý z objektov).

V prípade požiadavky diseminovania metodiky pre ďalšie kraje Slovenska pri zriaďovaní Centier integrovaných sociálnych a zdravotných služieb pre seniorov uprednostníme poslednú uvedenú metódu vzhľadom na jej vlastnosti a výsledky. Treba brať do úvahy, že ide o exploratórnu techniku. V prípade konštrukcie kompozitného indexu pre ďalšie kraje Slovenska by sme sa síce mohli oprieť o výber ukazovateľov, ale bolo by potrebné prepočítvať doménové váhy podľa hodnôt ukazovateľov v obciach v jednotlivých krajoch.

6 Literatúra

- Bodá, M., Úradníček, V. (2021). Stochastická analýza neistoty vo váhach významnosti v rámci viacaspektného hodnotenia. Banská Bystrica: Belianum, 141 s.
- Bandura, R. (2008). A survey of composite indices measuring country performance: 2008 update. New York: United Nations Development Programme, Office of Development Studies (UNDP/ODS Working Paper), 95 s.
- Barclay, M., Dixon-Woods, M., Lyratzopoulos, G. (2019). The problem with composite indicators. In: BMJ Quality & Safety, 28(4), s. 338-344.
- Bleha, B., Šprocha, B., Vaňo, B. (2018). Prognóza obyvateľstva Slovenska do roku 2060: Revízia poznatkov a predpokladov v kontexte pokračujúcej transformácie. Bratislava: Infostat, 74 s.
- Booyesen, F. (2002). An overview and evaluation of composite indices of development. Social Indicators Research, 59(2), s. 115-151.
- European Commision (2012). The 2012 Ageing Report. Economic and budgetary projections for the 27 EU Member States (2010 – 2060). Brussels: Directorate-General for Economic and Financial Affairs 470 s.
- Európska komisia (2019). Správa o Slovensku. Pracovný dokument útvarov komisie SWD(2019) 1024. EUR-Lex dokument 52019SC1024. Brusel: Európska komisia, 75 s.
- Freudenberg, M. (2003). Composite indicators of country performance: a critical assessment. OECD Science, Technology and Industry Working Papers 2003/16, 36 s
- Hebák, P. et al. (2005). Vícerozměrné statistické metody (3). Praha: Informatorium, 255 s.
- Chakrabartty, S. N. (2017). Composite index: Methods and properties. In: Journal of Applied Quantitative Methods, 12(2), s. 25-33.
- Cherchye, L. et al. (2007). An introduction to 'benefit of the doubt' composite indicators. In: Social Indicators Research, 82(1), s. 111-145.

- Labudová, V. (2020). Použitie jednoduchých metód viacrozmerného porovnávania: Analýza zadĺženosti domácností. In: Slovenská štatistika a demografia, 20(3), s. 54-74.
- Mazziotta, M., Pareto, A. (2013). Methods for constructing composite indices: One for all or all for one. In: Rivista Italiana di Economia Demografia e Statistica, 67(2), s. 67-80.
- Munda, G., Nardo, M. (2009). Noncompensatory/nonlinear composite indicators for ranking countries: a defensible setting. In: Applied Economics, 41, s. 1513-1523.
- Nardo, M., Saisana, M., Saltelli, A., Tarantola, S. (2005). Tools for Composite Indicators Building. European Commission, Ispra, 15(1), s. 19-20.
- National Research Council (2001). Preparing for an aging world: The case for cross-national research. National Academies Press, 326 s.
- Nicoletti, G., Scarpetta, S., Boylaud, O. (2000). Summary indicators of product market regulation with an extension to employment protection legislation. In: OECD, Economics department working papers, No. 226, ECO/WKP(99)18.
- OECD. (2008). Handbook on constructing composite indicators: methodology and user guide. Paris: OECD Publications, 160 s.
- Repková, K., Brichtová, L. (2015). Odkázanosť na pomoc inej osoby v kontexte sociálnych služieb na Slovensku. In: Fórum sociálnej politiky 3/2015, s. 10 – 18.
- Saisana, M., Tarantola, S. (2002). State-of-the-art report on current methodologies and practices for composite indicator development. In: Ispra, European Commission, Joint Research Centre, Institute for the Protection and the Security of the Citizen, Technological and Economic Risk Management Unit. (Vol. 214), 72 s.
- Saltelli, A. (2007). Composite indicators between analysis and advocacy. In: Social Indicators Research, 81(1), s. 65-77.
- Salzman J. (2003). Methodological choices encountered in the construction of composite indices of economic and social well-being. Ottawa: Center for the Study of Living Standards. 32 s.
- SDG Knowledge Hub. (2019). UNECE guides countries in measuring economic, social well-being [online, cit. 2022-01-03], <https://sdg.iisd.org/news/unece-guides-countries-in-measuring-economic-social-well-being/>
- Skeith, M., Gallagher, J. (2019). Composite Indicators: An introduction to their development and use. USAID: Policy, Planning and Learning, 47 s.
- Šprocha, B. et al. (2019). Populačný vývoj v krajoch a okresoch Slovenska od začiatku 21. storočia. Bratislava: Infostat, 142 s.
- United Nations (2015). Transforming our world: The 2030 agenda for sustainable Development. Geneva : United Nations, 41 s.
- United Nations (2019). World population prospects. Highlights. New York: United Nations, Department of Economic and Social Affairs, Population Division, 40 s.

7 Poďakovanie

Tento článok bol pripravený s podporou projektu Európskej komisie, Generálneho riaditeľstva pre zamestnanosť, sociálne záležitosti a začlenenie, číslo grantu VS/2020/0274.

Príloha 1 Korelačné matice doménových ukazovateľov (*Zdroj: vlastné spracovanie*)**Correlations**

		D1	D2	D3
D1	Pearson Correlation	1	,674	,035
	Sig. (2-tailed)		<,001	,424
	N	516	516	516
D2	Pearson Correlation	,674	1	,131
	Sig. (2-tailed)	<,001		,003
	N	516	516	516
D3	Pearson Correlation	,035	,131	1
	Sig. (2-tailed)	,424	,003	
	N	516	516	516

Correlations

		S1	S2	S3	S4	S5
S1	Pearson Correlation	1	-,134**	-,208**	-,185**	-,111*
	Sig. (2-tailed)		,002	<,001	<,001	,011
	N	516	516	516	516	516
S2	Pearson Correlation	-,134**	1	,524**	,600**	,825**
	Sig. (2-tailed)	,002		<,001	<,001	<,001
	N	516	516	516	516	516
S3	Pearson Correlation	-,208**	,524**	1	,805**	,530**
	Sig. (2-tailed)	<,001	<,001		<,001	<,001
	N	516	516	516	516	516
S4	Pearson Correlation	-,185**	,600**	,805**	1	,595**
	Sig. (2-tailed)	<,001	<,001	<,001		<,001
	N	516	516	516	516	516
S5	Pearson Correlation	-,111*	,825**	,530**	,595**	1
	Sig. (2-tailed)	,011	<,001	<,001	<,001	
	N	516	516	516	516	516

** . Correlation is significant at the 0.01 level (2-tailed).

* . Correlation is significant at the 0.05 level (2-tailed).

Correlations

		E1	E2	E3
E1	Pearson Correlation	1	,124**	,052
	Sig. (2-tailed)		,005	,234
	N	516	516	516
E2	Pearson Correlation	,124**	1	,466**
	Sig. (2-tailed)	,005		<,001
	N	516	516	516
E3	Pearson Correlation	,052	,466**	1
	Sig. (2-tailed)	,234	<,001	
	N	516	516	516

** . Correlation is significant at the 0.01 level (2-tailed).

Príloha 2 Výstup metódy hlavných komponentov pre ukazovatele v sociálnej doméne (Zdroj: vlastné spracovanie)

KMO and Bartlett's Test

Kaiser-Meyer-Olkin Measure of Sampling Adequacy.		,716
Bartlett's Test of Sphericity	Approx. Chi-Square	1404,958
	df	10
	Sig.	<,001

Total Variance Explained

Component	Total	Initial Eigenvalues		Extraction Sums of Squared Loadings		
		% of Variance	Cumulative %	Total	% of Variance	Cumulative %
1	2,992	59,831	59,831	2,992	59,831	59,831
2	,971	19,411	79,242	,971	19,411	79,242
3	,675	13,491	92,732			
4	,191	3,820	96,552			
5	,172	3,448	100,000			

Extraction Method: Principal Component Analysis.

Component Matrix^a

	Component	
	1	2
S4	,874	-,023
S2	,854	,191
S5	,852	,218
S3	,834	-,088
S1	-,274	,937

Extraction Method: Principal Component Analysis.

a. 2 components extracted.

Príloha 3 Analýza reliability pre ukazovatele v doménach (*Zdroj: vlastné spracovanie*)**Reliability Statistics**

Cronbach's Alpha	Cronbach's Alpha Based on Standardized Items	N of Items
,396	,539	3

Item-Total Statistics

	Scale Mean if Item Deleted	Scale Variance if Item Deleted	Corrected Item-Total Correlation	Squared Multiple Correlation	Cronbach's Alpha if Item Deleted
D1	4,7165600	6,996	,590	,457	,189
D2	27,1259748	68,360	,682	,465	,019
D3	30,6487694	96,373	,060	,022	,515

Reliability Statistics

Cronbach's Alpha	Cronbach's Alpha Based on Standardized Items	N of Items
,685	,706	5

Item-Total Statistics

	Scale Mean if Item Deleted	Scale Variance if Item Deleted	Corrected Item-Total Correlation	Squared Multiple Correlation	Cronbach's Alpha if Item Deleted
E1	76,0973872	472,756	,087	,015	,543
E2	77,9236900	353,947	,464	,227	,079
E3	25,9966945	149,592	,351	,218	,220

Aplikace matematického programování při určení výběrové alokace v prostředí softwarového systému SAS

Application of mathematical programming in determining the sampling allocation in the SAS software system

Roman Pavelka

Štatistický úrad Slovenskej republiky, Odbor metód štatistických zisťovaní, Lamačská cesta 3, 840 05 Bratislava, Slovenská republika

Statistical Office of the Slovak Republic, Statistical Surveys and Methodology Department, Lamačská cesta 3, 840 05 Bratislava, Slovak Republic

roman.pavelka@statistics.sk

Abstrakt: Matematické programování, zejména minimalizace nebo maximalizace funkcí, je ve statistických metodách všudypřítomná. Mnoho inferenčních metod je postaveno na principu maximální věrohodnosti, ve kterém předpokládaná funkce hustoty pravděpodobnosti nebo pravděpodobnostní funkce je optimalizována s ohledem na její parametry vzhledem k pozorovaným realizacím náhodné proměnné, jejíž rozdělení je popsáno pomocí funkce. Jiné metody inference zahrnují přizpůsobení modelu pozorovaným datům takovým způsobem, že odchylky pozorování od modelu jsou minimální. Mnoho důležitých statistických metod se používá před provedením závěrů o datech. V praxi se v ideálním případě uvažuje o statistických metodách dříve, než jsou shromážděny údaje. Například metody výběru vzorků nebo návrhu experimentu se stanoví tak, aby se maximalizovala hodnota dat pro vyvozování závěrů nejčastěji minimalizací rozptylu odhadů. V předkládaném článku bude uveden příklad optimální alokace výběrového souboru v programovacím prostředí SAS.

Abstract: Mathematical programming, especially function minimization or maximization, is ubiquitous in statistical methods. Many inference methods are based on the principle of maximum likelihood, in which the assumed probability density function or probability function is optimized with respect to its parameters with respect to the observed implementations of a random variable, the distribution of which is described by the function. Other methods of inference include adapting the model to the observed data in such a way that deviations of the observations from the model are minimal. Many important statistical methods are used before drawing conclusions about data. In practice, statistical methods are ideally considered before data are collected. For example, sampling methods or experimental design are determined to maximize the value of the data for drawing conclusions, most often by minimizing the variance of estimates. The present article will give an example of optimal sample allocation in the SAS programming environment.

Klíčové slova: matematické programování, optimalizace, SAS, výběrový soubor.

Key words: mathematical programming, optimization, SAS, sample set.

1 Úvod

Nejdůležitější částí výzkumu sledovaného jevu je návrh výběrového šetření. Jestliže je výběrové šetření navrženo nesprávně, žádná další analýza nepřinese požadované informace a závěry. Návrh výběrového šetření zahrnuje především

metody kontroly výběrových a nevýběrových chyb. Jednoduchý náhodný výběr zahrnuje pouze jednu vlastnost návrhu: velikost vzorku. Pro stratifikovaný náhodný výběr je nutné definovat straty (vrstvy) a poté rozhodnout, kolik pozorování bude v každé jednotlivé stratě potřebné vybrat (alokovat) do výběrového souboru. Návrh výběrového šetření obecně a zejména návrh alokace výběrového souboru do zvolených strat (vrstev) může být považováno jako formulace matematického programování. Formulovat alokaci výběrového souboru jako problém matematického programování je zejména výhodné, pokud jsou na velikost výběrového souboru nebo na počty vybíraných jednotek v jednotlivých stratách (vrstvách) kladena určitá omezení (například výběr je limitován rozpočtem a maximálními náklady) při současném požadavku na přesnost odhadovaných výstupů. Tento článek představuje úvod do tohoto přístupu a snaží se přiblížit konkrétní aplikaci matematického programování na návrh výběrového šetření v prostředí programového systému SAS.

2 Návrh efektivního výběrového souboru

Statistici zabývající se návrhy výběrových šetření se věnují především navrhováním efektivních výběrových souborů (vzorků). Efektivita vzorku se měří buď náklady, nebo předpokládanou přesností výsledných odhadů. Konečný návrh vzorku často odráží snahu o dosažení určitého kompromisu mezi oběma požadavky. Prakticky pro každý návrh vzorku je k dispozici jednoznačné řešení, přinejmenším v kontextu jedné zájmové proměnné (Cochran, 1997, Hansen et al., 1993, Kish, 1965). Tato řešení buď zohledňují velikost vzorku potřebnou pro určitou přesnost odhadů, nebo udávají přesnost, kterou nabízí určitá velikost vzorku. V případě zahrnutí i dalších omezení (např. na velikost vzorku specifickou pro jednotlivé straty) nebo návrh výběrového šetření pro současné odhady více požadovaných proměnných mohou tato řešení být komplikovanější anebo složitější.

Přesnost návrhu vzorku se obvykle měří odhady variancí odhadovaného statistického údaje. Variance odhadů jsou obvykle ovlivňovány stratifikací a shlukováním jednotek a efekty uvedených technik na jejich velikost jsou měřitelné nebo odhadnutelné. Rovněž měřitelné jsou varianční dopady dalších prvků návrhu, jako je např. odchylka od proporcionální alokace nebo zavedení rozdílných váhových efektů (Kish, 1992).

Pokud jsou k dispozici příslušné údaje, lze náklady na navrhovaný výběrový soubor měřit pomocí velikosti vzorku nebo pomocí nákladové funkce. Pokud jsou takové údaje dostupné spolu s rozptyly na úrovni strat (vrstev), lze použít vzorce pro optimální rozdělení (Cochran, 1977). Nedokonalost tohoto přístupu představuje skutečnost, že tyto vzorce v podstatě předpokládají jedinou

zájmovou proměnnou. Vzhledem ke skutečně vícerozměrné povaze většiny výběrových šetření, která mají za cíl současné odhady více ukazatelů, jsou pro složitější a efektivnější návrhy výběrových souborů nutné jiné techniky.

3 Výběrová alokace jako problém matematického programování

K řešení problému optimalizace návrhu výběrových souborů bylo navrženo matematické programování (Bethel, 1989, Leaver et. al. 1997, Valliant a Gentle, 1997), které je vhodné i pro celou řadu dalších problémů vyskytujících se při navrhování výběrových šetření. Současné odhady více ukazatelů na základě jediného výběrového šetření za existence různých (a mnohdy protikladných) omezení znamená, že problém rozdělení počtů jednotek do strat (výběrová alokace) je podstatně složitější. V zásadě lze tyto cíle a omezení zohlednit pomocí technik matematického programování⁹.

Matematické programování je obecný pojem, který se vztahuje k výběru nejlepšího řešení nějakého optimalizačního problému z dostupných alternativ. Formulace problému výběrové alokace spočívá v minimalizaci (nebo maximalizaci) určité funkce, která podléhá omezením týkajícím se nákladů, minimální velikosti výběrového souboru ve stratě (vrstvě), minimální velikosti výběrového souboru v doménách (subpopulacích) a výběrovou chybou (vyjádřenou zpravidla variačním koeficientem) odhadů ve stratách nebo doménách. Obecně má optimalizační problém při určení výběrové alokace následující části:

- Účelová (kriteriální) funkce - funkce jedné nebo více optimalizovaných veličin.
- Rozhodovací proměnné - veličiny upravované za účelem nalezení řešení, např. velikosti vzorků ve stratách (vrstvách),
- Parametry - fixní vstupy, s nimiž se zachází jako s konstantami, např. počty obyvatel ve vrstvách a rozptyly.
- Omezující podmínky - omezení rozhodovacích proměnných nebo jejich kombinací, např. velikosti domén a nákladů¹⁰.

⁹ Matematické programování se zabývá řešením optimalizačních úloh, ve kterých jde o nalezení maxima resp. minima předem definovaného kritéria (např. zisk, náklady, objem výroby, atd.) na množině všech možných přípustných variant dané úlohy. Prakticky to znamená, že hledáme extrém zmíněného kritéria při platnosti jistých omezujících podmínek. Dané kritérium je vyjádřené funkční závislostí (je to funkce více proměnných) a omezující podmínky jsou vyjádřeny soustavou rovnic či nerovnic. Úlohy matematického programování dělíme na lineární a nelineární.

¹⁰ Optimalizační algoritmus se zaměřuje pouze na variabilní náklady spojený s velikostí výběrového souboru a jeho rozdělením do strat (alokací). Proto rozpočtové omezení je určeno pouze variabilními náklady.

Při návrhu výběrového šetření je možné vyjádřit účelovou (kriteriální) funkci, rozhodovací proměnné i ostatní části optimalizačního problému lineárními příp. nelineárními výrazy (Green, 2000). Problém matematického programování při návrhu výběrového šetření lze obecně vyjádřit následujícími vztahy.

Cílem návrhu výběrového šetření při lineárním programování je nalezení množiny velikostí vzorků (četností vybíraných jednotek) $\{n_h\}_{h=1}^H$ v h -té stratě, pro $h = 1, \dots, H$ tak, aby se minimalizovala účelová (kriteriální) funkce Φ .

$$\min(\Phi) = \min \left[\sum_{j=1}^J \omega_j \cdot \text{relvar}(\hat{\bar{y}}_j) \right], \quad (1)$$

kde $\{\omega_j\}_{j=1}^J$ jsou váhy důležitosti¹¹ přiřazené j -té odhadované veličině $j = 1, \dots, J$ a symbol $\text{relvar}(\hat{\bar{y}}_j)$ představuje tzv. relativní varianci j -tého odhadu $\hat{\bar{y}}_j$, pro kterou platí:

$$\text{relvar}(\hat{\bar{y}}_j) = CV^2(\hat{\bar{y}}_j) = \frac{V(\hat{\bar{y}}_j)}{\bar{y}_{Uj}^2}, \quad (2)$$

Označení $V(\hat{\bar{y}}_j)$ představuje varianci j -tého odhadu $\hat{\bar{y}}_j$, $CV(\hat{\bar{y}}_j)$ je variační koeficient j -tého odhadu $\hat{\bar{y}}_j$ a $\bar{y}_{Uj}$ populační průměr j -té odhadované veličiny y_j .

Hledání minima účelové (kriteriální) funkce (1) se musí realizovat vzhledem k následujícím omezením:

- Pro všechny straty (vrstvy) musí platit $n_h \leq N_h$, kde n_h je symbolem pro počet jednotek vybraných do vzorku ve stratě h , N_h je počet jednotek v h -té stratě populace pro $h = 1, \dots, H$.
- Pro všechny straty (vrstvy) musí platit $n_h \geq n_{\min}$, což vyjadřuje minimální počet vybraných jednotek do vzorku ve stratě h , pro $h = 1, \dots, H$.
- Pro předem vybrané straty a odhadované veličiny musí platit $[CV(\bar{y}_{j,sh})]^2 \leq [CV_{0jh}]^2$, tj. hodnota relativní variance výběrového průměru je menší než předem stanovená požadovaná $[CV_{0jh}]^2$. Relativní variance výběrového průměru $\bar{y}_{j,sh}$ j -té odhadované veličiny v h -té stratě je definována ve tvaru

$$[CV(\bar{y}_{j,sh})]^2 = \left(\frac{1}{n_h} - \frac{1}{N_h} \right) \cdot \frac{s_h^2}{\bar{y}_{j,sh}^2}. \quad (3)$$

¹¹ I když suma vah důležitosti nemusí být rovná 1, jejich normalizace je vhodná, aby byly relativní velikosti vah dobře interpretovatelné. Mohou obsahovat také i nulové hodnoty, které označují veličinu „uvolněnou“ ze statistické inference na základě výběrového šetření (poznámka autora).

Symbol S_h^2 odpovídá populačnímu rozptylu j -té veličiny ve stratě h . Hodnoty populačního rozptylu S_h^2 se odhadují z předešlých výběrových šetření stejného anebo podobného typu.

- Pro předem vybrané domény a odhadované veličiny musí platit $[CV(\hat{y}_{jd})]^2 \leq [CV_{0jd}]^2$, tj. hodnota relativní variance odhadu populačního průměru domény je menší než předem stanovená požadovaná $[CV_{0jd}]^2$. Odhad doménového průměru $\hat{y}_{jd}$ j -té odhadované veličiny v doméně d je definován ve tvaru:

$$\hat{y}_{jd} = \frac{\sum_h \frac{N_h}{n_h} p_{dh} \bar{y}_{jd,sh}}{\sum_h \frac{N_h}{n_h} p_{dh}}, \quad (4)$$

kde $\bar{y}_{jd,sh} = \sum_{i \in s_{dh}} \frac{y_{jhi}}{n_{dh}}$ je výběrový průměr proměnné j v doméně d v rámci straty h a $p_{dh} = \frac{n_{dh}}{n_h}$ je podíl jednotek ze straty h v doméně d .

- Výběrové šetření je také omezeno náklady, které nemohou překročit plánovaný rozpočet. Celkové náklady výběrového šetření C jsou složeny z nákladů fixních C_0 a z nákladů c_h na jednotku populace, tj. $C = C_0 + \sum_{h=1}^H n_h \cdot c_h$, kde H označuje počet strat (vrstev) ve sledované populaci.

Rozhodovacími proměnnými, které je třeba optimalizovat za účelem nalezení řešení, jsou četnosti jednotek vybraných do jednotlivých strat $\{n_h\}_{h=1}^H$.

Výše uvedený problém matematického programování lze řešit namísto relativních variancí použitím variačních koeficientů. Variační koeficienty jsou však nelineární funkcí rozptylu (odmocninou), čímž by vzrostla míra nelinearity při hledání optimálního řešení. Následkem toho by se zvýšila výpočetní náročnost řešení, případně by se podstatně ztížilo nalezení optimálního řešení.

4 Příklad optimalizace návrhu výběrového souboru v prostředí systému SAS

Vícekritériální optimalizaci v systému SAS lze provádět pomocí programové procedury NLP (nelineární programování) nebo novější procedury OPTMODEL z programového modulu SAS/OR¹² v prostředí systému SAS (SAS Institute, 2020).

Starší procedura NLP nabízí sadu optimalizačních technik pro minimalizaci nebo maximalizaci spojitě nelineární funkce $f(x)$ o n rozhodovacích proměnných s okrajovými, obecnými lineárními a nelineárními omezujícími podmínkami rovnosti a nerovnosti. Procedura NLP podporuje řadu algoritmů pro řešení

¹² SAS/OR ve verzi 15.2 obsahuje procedury pro různé optimalizační postupy, řešitele a numerické algoritmy spolu s rozhraním pro SAS Simulation Studio. Pro další informace viz http://documentation.sas.com/doc/cs/pgmsascdc/9.4_3.4/ormpug/ormpug_whatsnew_sect001.htm

tohoto problému, které využívají speciální struktury na funkci $f(x)$ a funkcích omezujících podmínek. Mimo obecných nelineárních algoritmů procedura využívá dva algoritmy speciálně navržené pro kvadratické optimalizační úlohy a další dva algoritmy pro efektivní řešení nelineárních úloh metodou nejmenších čtverců.

Novější procedura OPTMODEL zahrnuje nejmodernější technologie řešení pro několik tříd problémů matematického programování. Procedura OPTMODEL řeší problémy programování s omezujícími podmínkami, lineárního programování, smíšeného celočíselného programování, síťových algoritmů, obecného nelineárního programování, kvadratického programování a další optimalizační techniky. Možnosti procedury OPTMODEL při řešení problémů matematického programování jsou podobné jako u předchozí procedury NLP. Na rozdíl od předešlé procedury NLP procedura OPTMODEL využívá specifický modelovací jazyk, který lze velmi jednoduše využít k úspěšnému modelování problémů lineárního i nelineárního programování, a robustnější řešení složitých nelineárních problémů. Příkazy procedury OPTMODEL lze rozdělit do tří kategorií: příkaz procedury, deklarace a programovací příkazy. Příkaz procedury vyvolává vlastní proceduru a nastavuje počáteční hodnoty voleb. Deklační příkazy deklarují součásti optimalizačního modelu (příkaz CON). Programovací příkazy čtou a zapisují data, volají řešitele (příkaz SOLVE) a tisknou výsledky optimalizačního procesu (příkaz PRINT). Tento specifický modelovací jazyk procedury OPTMODEL umožňuje jednoduchou transformaci slovního vyjádření optimalizačního problému do spustitelného programového kódu. Zejména z uvedených důvodů se procedura OPTMODEL stává vhodným nástrojem matematického programování při řešení komplexních problémů alokace jednotek v rámci návrhu výběrových šetření.

Příklad: *Optimalizace vzorku podnikových jednotek pro výběrové šetření*

Předpokládejme, že chceme najít takové rozdělení jednotek výběrového souboru do strat (vrstev) při náhodném výběru bez vracení, které bude minimalizovat relativní varianci odhadovaných celkových výnosů, $\hat{T}_{rev} = \sum_h N_h \cdot \bar{y}_{sh}$, (kde $\bar{y}_{sh}$ je výběrový průměr v h -té stratě) při dodržení těchto omezení:

- Rozpočet na variabilní náklady činí 300 000 eur.
- $CV \leq 0,05$ na odhadovaný celkový počet zaměstnanců,.
- V každém odvětví je vybráno nejméně 100 podniků, tj. $n_h \geq 100$.
- Počet podniků vybraných do vzorku v každé stratě (vrstvě) je menší než počet podniků v populaci, tj. $n_h \leq N_h$.
- $CV \leq 0,03$ na odhadovaném celkovém počtu provozoven, které žádají o daňovou úlevu na výzkum.

- $CV \leq 0,03$ na odhadovaném celkovém počtu podniků s pobočkami v zahraničí.

Tab. 2 Průměry, směrodatné odchylky a podíly populace podniků (Zdroj: Valliant et. al. 2013)

Strata h	Podnikový sektor	Počet jednotek N_h	c_h	Průměr		Směrodatná odchylka		Podíl jednotek	
				Výnosy (mil. eur)	Zaměstnanci	Výnosy (mil. eur)	Zaměstnanci	Daňový kredit	Zahraniční pobočka
1	Výroba	6 221	120	85	511	170,0	255,50	0,80	0,06
2	Maloobchod	11 738	80	11	21	8,8	5,25	0,20	0,03
3	Velkoobchod	4 333	80	23	70	23,0	35,00	0,50	0,03
4	Služby	22 809	90	17	32	25,5	32,00	0,30	0,21
5	Finance	5 467	150	126	157	315,0	471,00	0,90	0,77
Populace CELKEM		50 568							

Z předcházejících výběrových šetření, z daňových a účetních výkazů jsou známy výběrové průměry, počty zaměstnanců i směrodatné odchylky výnosů ve všech stratech. Z minulosti jsou známy i zájmové podíly podniků (viz tabulka 1).

Relativní variance odhadu úhrnu výnosů, která slouží jako účelová (kriteriální) funkce v příkladu optimalizace výběrového souboru, je definována ve tvaru:

$$relvar(\hat{y}_j) = T_{rev}^{-2} \cdot \sum_h N_h \cdot \left(\frac{N_h}{n_h} - 1\right) \cdot S_h^2 \quad (5)$$

Cílem matematického programování je nalezení takového rozdělení počtu jednotek výběrového souboru do straty 1 až 5, který zajistí reprezentativní odhad úhrnu výnosů, počtu zaměstnanců a jednotlivých podílů za celou populaci při zadaných omezujících podmínkách.

Návrh výběrového souboru podnikových jednotek procedurou OPTMODEL:

Optimalizace návrhu výběrového souboru podle výše uvedeného zadání pomocí procedury OPTMODEL se realizuje pomocí následující příkazové syntaxe:

Title1 "Informace o výchozích hodnotách";

*****;

DATA work.Example;

LENGTH Stratum 3 Nh UnitCost Revenue Employees Revnu_SD EmPLY_SD RCredit OffShore 8;

LABEL Stratum="Stratum ID" Nh="Počty populace ve stratě"

UnitCost="Náklady šetření na jednotku"

Revenue="Průměrné výnosy (mil)" Employees="Průměrný počet zaměstnanců"

Revnu_SD="Standardní odchylka výnosů (mil)"

EmPLY_SD="Standardní odchylka počtu zaměstnanců"

RCredit="Podíl jednotek s daňovými úlevami"

OffShore="Podíl jednotek se zahraniční pobočkou";

INPUT Stratum Nh UnitCost Revenue Employees Revnu_SD EmPLY_SD RCredit OffShore;

CARDS;

1 6221 120 85 511 170.0 255.50 0.8 0.06

2 11738 80 11 21 8.8 5.25 0.2 0.03

3 4333 80 23 70 23.0 35.00 0.5 0.03

4 22809 90 17 32 25.5 32.00 0.3 0.21

5 5467 150 126 157 315.0 471.00 0.9 0.77;

RUN;

DATA work.Example;

SET work.Example;

ARRAY p_s RCredit OffShore;

ARRAY sd_s RCrdt_SD OffSh_SD;

DO OVER p_s;

sd_s=SQRT(p_s * (1 - p_s) * Nh / (Nh - 1));

END;

RUN;

```
*****
Title2 "Výběrová alokace - Řešení pomocí procedury OPTMODEL";
*****
```

PROC OPTMODEL;

* _____ NAČTENÍ PARAMETRŮ _____ *;

*Populační počty po stratách;

NUMBER Nh{1..5};

READ DATA work.Example INTO [_n_] Nh;

*Jednotkové náklady;

NUMBER UnitCost{1..5};

READ DATA work.Example INTO [_n_] UnitCost;

*Populační průměry & standardní odchylky;

NUMBER Revenue{1..5}, Employees{1..5}, RCredit{1..5}, OffShore{1..5},
Revnu_SD{1..5}, Empl_SD{1..5}, RCrdt_SD{1..5}, OffSh_SD{1..5};

READ DATA work.Example INTO [_n_] Revenue Employees RCredit OffShore
Revnu_SD Empl_SD RCrdt_SD OffSh_SD;

* _____ ROZHODOVACÍ PROMĚNNÉ _____ *;

*Velikost vzorků po stratách s přiřazením počátečních hodnot;

VAR NSamp{i in 1..5} init 500;

* _____ OMEZUJÍCÍ PODMÍNKY _____ *;

*Velikost vzorků po stratách ≥ 100 , $\leq$ Velikost populace po stratách;

CON SampSize{i in 1..5}: 100 $\leq$ NSamp[i] $\leq$ Nh[i];

*Rozpočtové omezení;

CON Budget: (SUM{i in 1..5} UnitCost[i] * NSamp[i]) $\leq$ 300000;

*Relativní variance pro průměrný počet zaměstnanců;

CON RelVar1: (SUM{i in 1..5} Nh[i] * (Nh[i]/NSamp[i]-1) * Empl_SD[i]**2) /
((SUM{i in 1..5} Nh[i] * Employees[i])**2) $\leq$ (0.05**2);

*Relativní variance pro podíl jednotek s daňovými úlevami;

CON RelVar2: (SUM{i in 1..5} Nh[i] * (Nh[i]/NSamp[i]-1) * RCrdt_SD[i]**2) /
((SUM{i in 1..5} Nh[i] * RCredit[i])**2) $\leq$ (0.03**2);

*Relativní variance pro podíl jednotek se zahraničními pobočkami;

CON RelVar3: (SUM{i in 1..5} Nh[i] * (Nh[i]/NSamp[i]-1) * OffSh_SD[i]**2) /
((SUM{i in 1..5} Nh[i] * OffShore[i])**2) $\leq$ (0.03**2);

* _____ ÚČELOVÁ (KRITERIÁLNÍ) FUNKCE _____ *;

```

MIN f=(SUM{i in 1..5} Nh[i] * (Nh[i]/NSamp[i] - 1) * Revnu_SD[i]**2) /
      ((SUM{i in 1..5} Nh[i] * Revenue[i])**2);
* _____ ŘEŠENÍ _____*;
SOLVE;
** NLP **;
PRINT NSamp;
PRINT (SUM{i in 1..5} NSamp[i]);
QUIT;

```

Procedura OPTMODEL dokáže sama rozpoznat třídu řešeného problému a příkazem SOLVE implicitně použít odpovídající algoritmus řešení. Výstupem z procedury OPTMODEL je celkové shrnutí problému PROBLEM SUMMARY, shrnutí řešení SOLUTION SUMMARY a hodnoty optimalizovaných rozhodovacích veličin-alokace jednotek do strat (vrstev). Výstupy procedury jsou ilustrovány na obrázku 1.

Problem Summary	
Objective Sense	Minimization
Objective Function	f
Objective Type	Nonlinear
Number of Variables	5
Bounded Above	0
Bounded Below	0
Bounded Below and Above	0
Free	5
Fixed	0
Number of Constraints	9
Linear LE (<=)	1
Linear EQ (=)	0
Linear GE (>=)	0
Linear Range	5
Nonlinear LE (<=)	3
Nonlinear EQ (=)	0
Nonlinear GE (>=)	0
Nonlinear Range	0

Solution Summary	
Solver	NLP
Algorithm	Interior Point
Objective Function	f
Solution Status	Optimal
Objective Value	0.0021689216
Optimality Error	4.1118285E-7
Infeasibility	4.1118285E-7
Iterations	7
Presolve Time	0.00
Solution Time	0.01

[1]	N Samp
1	413.15
2	317.77
3	123.58
4	1396.32
5	596.30

Obrázek 1 Výstupy procedury OPTMODEL (Zdroj: vlastní zpracování)

Výstup procedury označený jako PROBLEM SUMMARY (na obrázku 1 levý sloupec hodnot) shrnuje zadání řešeného problému. Jsou zde uvedeny informace o účelové funkci, způsobu její optimalizace, zda je řešený problém lineární či nelineární, o počtu rozhodovacích proměnných a o počtu a typu omezovacích podmínek. Sloupec hodnot SOLUTION SUMMARY obsahuje název použitého řešitele včetně aplikovaného algoritmu, finální stav úlohy a minimalizovanou hodnotu účelové funkce v bodě optimality. Současně je zde uveden i počet iterací a optimalizační chyba. Sloupec hodnot z obrázku 1 na

pravé straně (nejmenší sloupec) obsahuje vektor hodnot rozhodovacích veličin, které byly optimalizovány podle zadání. Pokud tyto optimalizované hodnoty nejsou celá čísla, potom se zaokrouhlí na nejbližší vyšší celočíselnou hodnotu.

5 Závěr

Většina výběrových šetření, a to zejména výběrových šetření na populaci podniků, má za cíl současné odhady více ukazatelů. Návrhy výběrových souborů, které mají zajistit současné reprezentativní odhady více ukazatelů za existence omezujících podmínek, se proto stávají mnohem komplexnější a vyžadují sofistikovanější metody návrhu.

Jednou z možností, jak dosáhnout efektivní výběrový soubor pro vícerozměrná výběrová šetření, je přistupovat k návrhu výběrového souboru-především při stratifikovaném náhodném výběru-jako k problému matematického programování. Softwarový systém SAS ve svém programovém modulu SAS/OR nabízí celou sadu procedur, které umožňují řešení celé škály tříd problémů matematického programování. Pro optimální návrh výběrového souboru vícerozměrných šetření jsou nejhodnější procedury NLP a novější procedura OPTMODEL, která je ve srovnání s procedurou NLP robustnější a dovoluje používat komplexnější nelineární modely při řešení optimalizačních úloh.

6 Literatura

- Bethel, J. (1989). Sample allocation in multivariate surveys. In: Survey Methodology, 15(1), s. 47-57.
- Cochran, W. G. (1977). Sampling techniques. 3. vyd. New York, Wiley, 428 s.
- Green, J., L. (2000). Mathematical programming for sample design and allocation problems. In: Proceedings of the Survey Research Methods Section, ASA, s. 688-692.
- Hansen, M. et al. (1993). Sample survey methods and theory. Vol.1. New York: Wiley, 1016 s.
- Kish, L. (1992). Weighting for unequal pi. In: Journal of Official Statistics, 8(2), s. 183-200.
- Leaver, S. G., Johnson, W. H., Shoemaker, O. J. and Benson, T. S. (1999). Sample redesign for the introduction of the telephone point of purchase survey frames in the commodities and services component of the U.S. consumer price index. In: Proceedings of the Section on Government Statistics and Section on Social Statistics, s. 292-297.
- SAS Institute Inc. 2020. SAS/OR® 15.2 User's guide: Mathematical programming. Cary (USA, NC): SAS Institute Inc.
- Valliant, R., Gentle, J. E. (1997). An application of mathematical programming to sample Allocation. In: Computational Statistics & Data Analysis, 25, s. 337-360.
- Valliant, R., Dever, J., A., Kreuter, F. (2013). Practical tools for designing and weighting survey Ssamples. New York: Springer, 776 s.

35. vedecká konferencia EKOMSTAT 2022 **Informácia o konaní udalosti SŠDS**

35th scientific conference EKOMSTAT 2022 **Information about an event by SŠDS**

V dňoch 15. až 18. mája 2022, po dvoch rokoch poznačených pandémiou ochorenia COVID-19, sa v Trenčianskych Tepliciach uskutočnilo tradičné podujatie EKOMSTAT. Táto konferencia je každoročne organizovaná Slovenskou štatistickou a demografickou spoločnosťou (SŠDS) v spolupráci s Ekonomickým ústavom Slovenskej akadémie vied. Podujatie sa vďaka priaznivému pandemic-kému vývoju opäť mohlo uskutočniť prezenčnou formou v priestoroch Domova speváckeho zboru slovenských učiteľov v Trenčianskych Tepliciach. Témou tohtoročnej vedeckej konferencie EKOMSTAT boli *Kvantitatívne metódy na podporu rozhodovania vo vedecko-výskumnej, odbornej a hospodárskej praxi*. Na tohto ročnej 35. edícii podujatia sa stretlo celkovo 20 účastníkov.

Plenárna sekcia podujatia sa venovala aktuálnym problémom spojeným s dopadmi pandémie na náklady nezamestnanosti v Slovenskej republike (T. Domonkos) a zmenám vo výkazníctve zamestnanosti v štatistike Výberového zisťovania pracovnej sily (V. Hvozdíková). Na tieto príspevky nadviazala prezentácia venovaná aplikácii metodiky rozhodovacích stromov pri analýzach rôznych problémov so zameraním na regionálne členenie (S. Koróny). Poobedná sekcia prezentácií bola organizovaná v rámci projektu APVV- 20-0621 „Hybridný systém modelov na podporu regionálnych politík: dopady na regióny, odvetvia a zamestnanosť“. Príspevky v tomto bloku sa venovali problematike odhadu rozsahu nelegálnej práce v sektore domácností v Európe (M. Radvanský), vplyvu rastu minimálnej mzdy na dynamiku tvorby pracovných miest v regiónoch krajín Európskej únie (B. Fišera). Tieto príspevky boli doplnené o viac metodologicky zameranú prezentáciu venovanú analýze rozdielov dvoch spôsobov regionalizácie ekonometrického input-output modelu SR (I. Lichner).

Druhý deň podujatia sa venoval rôznorodým prístupom analyzujúcim viaceré problematiky prostredníctvom rôznych metodologických prístupov. Úvodná prednáška sa zamerala nelegitímne toky kapitálu a ich vplyv na udržateľnosť externej pozície krajín Európskej únie (M. Širaňová). Nasledujúca prezentácia sa detailne pozrela na problematiku pracujúcej chudoby (T. Miklošovič), na ktorú nadviazal príspevok venovaný prítoku pracovných migrantov na slovenský trh práce. Na možný vplyv imigrantov na štruktúru obyvateľstva vo svetle starnúcej populácie Slovenska poukázal ďalší príspevok (R. Herasimau). Na záver bol prezentovaný príspevok prinášajúci návrh reformy legálneho rámca služieb

dlhodobej starostlivosti spolu s mechanizmom ich financovania (V. Páleník). Počas záverečného dňa podujatia sa uskutočnila panelová diskusia venovaná zberu údajov a ich vyhodnocovaniu pomocou štatistických metód.

Fotosnímka dokazujúca komornú atmosféru podujatia je k dispozícii na obrázku 1.

Tohtoročný EKOMSTAT sa niesol v znamení bilancovania koronakrízy a dopadov konfliktu na Ukrajine na slovenské hospodárstvo a spoločnosť. Vedecká konferencia už tradične poskytla priestor na konštruktívnu odbornú diskusiu aktuálnych metodických prístupov a riešenia aplikačných problémov. Účastníci podujatia si vymenili poznatky z viacerých príbuzných oblastí a boli utužené vzťahy a nadviazané nové kontakty pre perspektívne budúce koope-
rácie.

Ivan Lichner,
predseda organizačného výboru



Obr. 1 Pohľad na účastníkov konferencie EKOMSTAT 2022



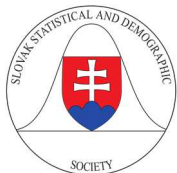
Publikačná etika a vyhlásenie k nekalým praktikám

Redakčná rada Forum Statisticum Slovacum (ďalej len RR FSS) sa v plnom rozsahu stotožňuje s princípmi etiky publikovania deklarovanými Výborom pre publikačnú etiku. RR FSS prijíma štandardy publikačnej etiky a zavádza opatrenia proti akejkoľvek publikácii s nekalými praktikami. Autori predkladajú svoje práce do časopisu na publikovanie s vyhlásením, že predložené práce sú príspevky autorov a neboli kopírované alebo plagizované z iných prác. Editori posudzujú rukopisy na základe ich intelektuálneho obsahu, bez ohľadu na rasu, pohlavie, sexuálnu orientáciu, náboženské vyznanie, etnický pôvod, štátnu príslušnosť alebo politickú filozofiu autorov. RR FSS očakáva, že všetky strany podieľajúce sa na FSS dodržia publikačnú etiku. RR FSS nebude tolerovať plagiátorstvo alebo iné neetické správanie a neuverejní rukopis, ktorý nespĺňa tieto normy.

Zodpovednosť autorov: Autori potvrdzujú, že ich rukopis je ich pôvodnou prácou, že nebol doteraz uverejnený v rovnakej podobe a zároveň nie je v súčasnej dobe podaný na uverejnenie inde. Autori musia bezodkladne oznámiť RR FSS všetky strety záujmov. Autori musia uviesť všetky zdroje použité pri tvorbe svojho rukopisu. Autori musia bezodkladne nahlásiť všetky chyby, ktoré objavia vo svojom rukopise RR FSS.

Zodpovednosť recenzentov: Recenzenti musia oznámiť RR FSS všetky strety záujmov. Recenzenti musia uchovávať informácie týkajúce sa rukopisu ako dôverné. Recenzent musí upozorniť predsedu RR FSS na informácie, ktoré môžu byť dôvodom na zamietnutie vydania rukopisu. Recenzenti posudzujú rukopisy len na základe ich intelektuálneho obsahu.

Zodpovednosť RR FSS: RR FSS musí uchovávať informácie o podaných rukopisoch ako dôverné. RR FSS musí posúdiť rukopisy len na základe ich intelektuálneho obsahu. RR FSS rozhoduje o zverejnení predložených rukopisov. RR FSS odmietne príspevok, ktorý nie je v súlade s požiadavkami etiky publikovania.



Publication ethics and malpractice statement

The Editorial Board of Forum Statisticum Slovacum (hereinafter abbreviated as EB/FSS) is fully associated with the principles of ethics of publication declared by the Committee of Publication Ethics. The EB/FSS is committed to upholding the highest standards of publication ethics and takes all possible measures against any publication malpractices. Authors submitting their works to the journal for publication as original articles attest that the submitted works represent their authors' contributions and have not been copied or plagiarized in whole or in part from other works. An editor at any time evaluate manuscripts for their intellectual content without regard to race, gender, sexual orientation, religious belief, ethnic origin, citizenship, or political philosophy of the authors. The EB/FSS expects all parties participating in the publication of Forum Statisticum Slovacum commit to these publication ethics. The EB/FSS does not tolerate plagiarism or other unethical behaviour and will remove any manuscript that does not meet these standards.

Author responsibilities: Authors certify that their manuscripts are their original work unpublished previously elsewhere in the same form and not currently being considered for publication elsewhere. Authors must notify the EB/FSS of any conflicts of interest without any delay. Authors must identify all sources used in the creation of their manuscript. Authors must report any errors they discover in their manuscript to the EB/FSS without any delay.

Reviewer responsibilities: Reviewers must notify the EB/FSS of any conflicts of interest. Reviewers must keep information pertaining to the manuscript confidential. Reviewers must bring to the attention of the head of EB/FSS any information that may be reason to reject publication of a manuscript. Reviewers must evaluate manuscripts only for their intellectual content.

Editorial responsibilities: The EB/FSS must keep information pertaining to submitted manuscripts confidential. The EB/FSS must evaluate manuscripts only for their intellectual content. The EB/FSS is responsible for making publication decisions for submitted manuscripts. EB/FSS refuses the manuscript, which is not in accordance with the requirements of publishing ethics.

Obsah / Table of contents

Odborné a vedecké články / Instructive and regular papers

Modelovanie neistoty vo váhach v rámci viackriteriálneho hodnotenia

Modelling of uncertainty in weights in multi-criteria decision making

Martin Boda 1

Možnosti využitia kompozitného indexu v oblasti poskytovania sociálnych služieb

Possibilities of using a composite index in the area of social services provision

Alena Kaščáková, Mária Horehálová, Andrea Seberíni, Anna Vallušová 30

Aplikace matematického programování při určení výběrové alokace v prostředí softwarového systému SAS

Application of mathematical programming in determining the sampling allocation in the SAS software system[%]

Roman Pavelka 59

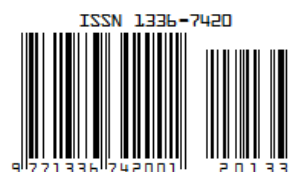
% = odborný článok / instructive paper

Zo života SŠDS / From the life of SŠDS

35. vedecká konferencia EKOMSTAT 2022 [informácia o konaní udalosti SŠDS]

35th scientific conference EKOMSTAT 2022 [information about an event by SŠDS]

Ivan Lichner 69



Cena / price: 25 €
Ročné predplatné / annual subscription: 50 €
Publikované / published: Jún 2022