

WIRTSCHAFTSUNIVERSITÄT IN BRATISLAVA
MARTIN-LUTHER-UNIVERSITÄT HALLE-WITTENBERG
INSTITUT FÜR INTERNATIONALE BEZIEHUNGEN

Evidenznummer: 1800/I/2015/1399589339

**DIE FESTSTELLUNG DER OPTIONSPRÄMIE BEI
OPTIONSSCHEINEN BEI VERWENDUNG DER
BLACK-SCHOLES-FORMEL**

Masterarbeit

Studienprogramm: Internationales Finanzmanagement.

Studienfach: 6276 Internationales Finanzmanagement.

Betreuer: prof. Ing. Peter Markovič, PhD.

Bratislava 2015

Bc. Andrej Szatmár

MASTERARBEIT

zur Erlangung des Grades Master of Science

über das Thema:

Die Feststellung der Optionsprämie bei
Optionsscheinen bei Verwendung der
Black-Scholes-Formel

Betreuer: Prof. Ing. Peter Markovič, PhD

vorgelegt an der
Martin-Luther-Universität
Halle-Wittenberg

von: Bc. Andrej Szatmár
Clementisove sady 905/9
92401 Galanta
Matrikelnr.: 213234797

Abgabetermin: 04.11.2015

Čestné vyhlásenie

Čestne vyhlasujem, že záverečnú (diplomovú) prácu som vypracoval samostatne a že som uviedol všetku použitú literatúru.

dňa: 04.11.2015

V Bratislave.....

ABSTRAKT

SZATMÁR, Andrej: Die Feststellung der Optionsprämie bei Optionsscheinen bei Verwendung der Black-Scholes-Formel – Wirtschaftsuniversität in Bratislava/Martin-Luther-Universität Halle-Wittenberg. Institut für Internationale Beziehungen/Juristische und Wirtschaftswissenschaftliche Fakultät; Lehrstuhl für Unternehmensfinanzierung – Betreuer: Prof. Ing. Peter Markovič, PhD – Bratislava/Halle : IfIB WU/WiWi MLU, 2015, Seitenanzahl 70.

Das Ziel der Abschlussarbeit ist, die Beurteilung der Aussagekraft von Black-Scholes Modell zur Ermittlung von Optionsscheinprämien. Den Gegenstand der Arbeit bilden Optionsscheine auf Gold. Die Abschlussarbeit ist in fünf Kapiteln gegliedert, und beinhaltet acht Tabellen, zwei Abbildungen und einen Anhang. Das erste Kapitel systematisiert die Unterschiede zwischen Optionsverträgen und Optionsscheinen. Das Zweite Kapitel ist an die Entstehung, Herleitung und Kritikpunkte des Optionspreismodells von Black und Scholes gerichtet. Im nachfolgenden Teil wird das Ziel der Abschlussarbeit konkretisiert und die Gegenstände der Untersuchung vorgestellt. Das vierte Kapitel erläutert die Methoden zur Umwandlung des Datenmaterials in eine für weitere Berechnungen erforderliche Form. Im abschließenden Kapitel werden die Testergebnisse aggregiert zusammengefasst, und diskutiert. Es werden Marktumstände analysiert die die Ergebnisse eventuell beeinflussten. Im Fazit werden die wichtigsten Erkenntnisse aus der Abschlussarbeit zusammengefasst und auf alternative Testmöglichkeiten verwiesen.

Schlüsselwörter: Optionsprämie, Optionspreismodelle, Black-Scholes Modell, Optionsscheine, Gold-Optionsscheine

ABSTRACT

SZATMÁR, Andrej: Statement of the option premium in case of warrants applying the Black-Scholes formula – University of Economics in Bratislava/Martin-Luther University in Halle-Wittenberg. Institute of International Relations/Faculty of law and economics; Department of Enterprise Finance – Director of the thesis: Prof. Ing. Peter Markovič, PhD – Bratislava/Halle: IoIR UE/FoLE MLU, 2014, number of pages 70.

The aim of the thesis is to assess the informative value of the Black-Scholes model for determining warrant premiums. The subjects of the work are gold warrants. The thesis is divided into five chapters, and includes eight charts, two pictures and an appendix. The first chapter systemizes the differences between option contracts and warrants. The second chapter is dedicated to the origin, derivation and criticism of the option pricing model of Black and Scholes. In the subsequent part the aim of the thesis is specified and the subject of the research is presented. The fourth chapter describes the methods for converting the data into a form more suited for further calculations. The final chapter summarizes and discusses the test results. Market conditions are analyzed which could have influenced the results. In the conclusion the most important findings of the thesis are summarized and alternative options of testing are pointed out.

Keywords: option premium, option pricing models, Black-Scholes model, warrants, gold warrants

ABSTRAKT

SZATMÁR, Andrej: Stanovenie opčnej prémie opčných listov použitím Blackovho-Scholesovho vzorca – Ekonomická univerzita v Bratislave/Univerzita Martina-Luthera v Halle-Wittenberg. Ústav medzinárodných vzťahov/Fakulta práva a ekonomických vied; Katedra podnikových financií – Vedúci diplomovej práce: Prof. Ing. Peter Markovič, PhD – Bratislava/Halle: ÚMV EU/PaEF MLU, 2014, počet strán 70.

Cieľom záverečnej práce je overenie vhodnosti Blackovho-Scholesovho modelu stanovenia opčnej prémie opčných listov. Predmet výskumu tvoria opčné listy na zlato. Záverečná práca sa skladá z piatich kapitol, obsahuje osem tabuliek, dva obrázky a jeden dodatok. Prvá kapitola systematizuje rozdiely medzi opčnými kontraktmi a opčnými listami. Druhá kapitola sa orientuje na vznik, odvodenie a nedostatky modelu opčnej prémie Blacka a Scholesa. Nasledujúca časť konkretizuje cieľ záverečnej práce a objekt výskumu. Štvrtá kapitola objasňuje metódy prevedenia empirických údajov do pre ďalšie kalkulácie potrebného tvaru. Záverečná kapitola obsahuje sumarizáciu výsledkov testov a ich diskusiu. Sú analyzované trhové okolnosti, ktoré eventuálne vplývali na výsledky. V závere sú prezentované najdôležitejšie poznatky záverečnej práce a načrtnuté iné testovacie alternatívy.

Kľúčové slová: Opčná prémie, modely ceny opcie, Blackov-Scholesov model, opčné listy, opčné listy na zlato

Inhaltsverzeichnis

Tabellenverzeichnis	iv
Abbildungsverzeichnis	v
Abkürzungs- und Variablenverzeichnis	vi
1 Einleitung	1
2 Abgrenzung von Optionsverträgen und Optionsscheinen	3
2.1 Das Optionsrecht als Bestandteil von Optionsverträgen und Optionsscheinen	3
2.2 Entstehungsbezogene Unterschiede	4
2.2.1 Optionsverträge	4
2.2.2 Optionsscheine	4
2.3 Unterschiede bei Stillhalterposition und Leerverkäufen	7
2.4 Unterschiede in Ausübungskonsequenzen	7
3 Ermittlung der Optionsprämie durch Verwendung von Gleichgewichtsmodellen	10
3.1 Funktionierweise und Grundlagen der Gleichgewichtsmodelle	10
3.2 Gleichgewichtsmodelle vor 1973 im Überblick	10
3.3 Das Black-Scholes-Modell	13
3.3.1 Modellvoraussetzungen	14
3.3.2 Die Aktienkursdynamik beschreibender stochastischer Prozess	15
3.3.3 Die Anleihenkursdynamik	16
3.3.4 Anlegerpräferenzen und Erwartungen	17
3.4 Herleitung der Optionspreisformel	17
3.4.1 Formelableitung mit Hilfe von Delta-Hedging	18
3.4.2 Formelableitung mit Hilfe vom selbstfinanzierenden Portfolio	19
3.5 Kritische Würdigung des Modells und seine Ergänzungen	20
3.5.1 Kritische Würdigung der Modellvoraussetzungen	20
3.5.2 Kritische Würdigung der Bestimmung von Volatilität	21
3.5.3 Rechtliche Restriktionen von Leerverkäufen	23

4 Zielsetzungen und Untersuchungsgegenstand	25
4.1 Zielsetzungen	25
4.2 Beschreibung des Untersuchungsgegenstandes	25
5 Umwandlung des empirischen Datenmaterials in modell-konforme Form	27
5.1 Diskussion der Modellvoraussetzungen in Bezug auf das Unter- suchungsgegenstand.....	27
5.2 Umwandlung bezüglich der Laufzeit	28
5.3 Ermittlung des risikolosen Zinssatzes	29
5.4 Diskussion der betrachteten Volatilitätskonzepte	30
5.5 Die implizite bzw. implizierte Volatilität	31
5.6 Die historische und zukünftig eingetretene Volatilität	32
5.6.1 Volatilitätsschätzung mittels statistischer Verfahren	34
6 Ergebnisse der Untersuchung und Diskussion.....	36
6.1 Verteilungstest und Ergebnisse	36
6.2 Abweichungsanalyse – historische und implizite Volatilität.....	38
6.3 Quantifizierung von Preisdifferenzen aufgrund von Volatilitäts-differenzen	39
6.4 Abweichungsanalyse – die implizite und die zukünftig eingetre- tene Volatilität.....	41
6.5 Änderungen von Optionsprämien bei Zinserhöhung	42
6.6 Diskussion von Ergebnissen im weltwirtschaftlichen Kontext-Ausblick	43
6.6.1 Entwicklung des Goldpreises und Auswirkungen an Derivate.....	43
6.6.2 Zinssätze.....	44
7 Fazit.....	45
8 Resumé - zhrnutie	46
8.1 Komparácia opčných kontraktov a opčných listov	46
8.2 Stanovenie opčnej prémie pomocou modelov rovnováhy	47
8.3 Blackov-Scholesov model stanovenia opčnej prémie.....	48
8.4 Stanovenie opčnej prémie pomocou samofinancovacieho portfólia – Mertonova metóda.....	49

8.5 Kritika a ďalšie modifikácie modelu.....	49
8.6 Prevod burzových údajov do modelu zodpovedajúceho tvaru	50
8.7 Výsledky práce a diskusia.....	51
9 Anhang: Wertpapierkennnummer der untersuchten Options-scheine	53
10 Literaturverzeichnis	54
11 Ehrenwörtliche Erklärung.....	56

Tabellenverzeichnis

Tabelle 1 Struktur des Untersuchungsgegenstandes bezüglich Optionsscheintyp und Marktstellung am Ausgabetag	26
Tabelle 2 Interpolierte risikolose Zinssätze anhand von US-T-Bills je nach Ausgabetag und Laufzeit von Optionsscheinserien.....	30
Tabelle 3 Werte historischer Volatilität je nach Basis und Ausgabetag	34
Tabelle 4 Ergebnisse des Kolmogorov-Smirnow-Tests für die betrachteten Zeiträume ...	37
Tabelle 5 Durchschnittliche prozentuale Abweichungen der historischen Volatilität von der Implizierten.....	39
Tabelle 6 Betragsgemäße Abweichungen von Optionsprämien auf Basis der historischen Volatilität	40
Tabelle 7 Prozentmäßige Abweichung von zukünftig eingetretenen Volatilität je nach Laufzeit	41
Tabelle 8 Durchschnittliche Prämienveränderung bei Zinserhöhung in Euro	42

Abbildungsverzeichnis

Abbildung 1 Verteilungsfunktion von logarithmierten täglichen Goldkursrenditen gegenüber Normalverteilung von Oktober 2013 bis Oktober 2015	36
Abbildung 2 Goldpreisentwicklung in Dollar je Feinunze von Januar 2013 bis Ende September 2015	44

Abkürzungs- und Variablenverzeichnis

S	Kurs des Basiswerts;
K	Basispreis des Optionsvertrages bzw. Optionsscheins;
T	Fälligkeitstag des Optionsvertrages bzw. Optionsscheins;
t	Betrachtungszeitpunkt;
τ	Laufzeit des Optionsvertrages bzw. Optionsscheins;
r	risikoloser stetiger Zinssatz;
σ_{hist}	historische Volatilität;
σ_{impl}	implizite bzw. implizierte Volatilität;
α	Signifikanzniveau;
β	erwartete Rendite des Optionsvertrages bzw. Optionsscheins;
γ	erwarteter Aktienkurszuwachs;
$\delta_{1,2}$	Quantil der Standardnormalverteilung bei Sprekle;
ε	Zufallsterm bei Merton;
$d_{1,2}$	Quantil der Standardnormalverteilung bei Black und Scholes;
μ	Trend oder Drift des Wiener-Prozess bei Black und Scholes;
Π	Rendite des selbstfinanzierenden Portfolios bei Merton;
e	Eulersche-Napiersche Zahl (2,71828...);
m	Schätzer für Trend oder Drift;
s^2	Schätzer für die Varianz;
s	Schätzer für die Standardabweichung;
θ	Maß der Risikoaversion bei Sprekle;
i_{impl}	Linear interpolierte Zinssatz aus täglichen US-amerikanischen T-Bills;
$i_{\text{OG; uG}}$	oberer bzw. unterer Zinssatz der linearen Interpolation;
$t_{\text{OG; uG}}$	frühere bzw. spätere Zeitpunkt der linearen Interpolation;
BSM	Black-Scholes-Modell
BSF	Black-Scholes-Formel

1 Einleitung

Gold bezaubert. Die Faszination des Menschen mit dem Edelmetall ist vielleicht so alt, wie die Menschheit selbst. Dies ist nicht nur an den Kunstwerken deutlich, sondern ebenso bei Anlageentscheidungen von Anlegern aller Art feststellbar. Unter Investoren war und ist Gold als der sichere Hafen wahrgenommen.

Nicht weniger bezaubernd ist die mathematische Eleganz. Das Optionspreismodell von Fischer Black, Myron Scholes und Robert C. Merton hat sich vor allem wegen seiner eleganten Lösung der Optionsprämienfrage durchgesetzt.

Seit der Publizierung dieses Modells hat sich der Markt von Optionsverträgen und Optionsscheinen wesentlich verbreitet. Im Rahmen dieser Arbeit sind vor allen strukturierte Hebelprodukte, darunter Optionsscheine auf Gold vom Interesse. An einem Muster von Gold-Optionsscheinen wird die Fähigkeit des Black–Scholes-Modells, relevante Prämien zu ermitteln, geprüft

Der theoretische Teil der Arbeit richtet sich an die Analyse von einzelnen Teilproblemfeldern, die für den folgenden Test relevant sind. Im ersten Kapitel wird eine Synthese der bisherigen Kenntnisse in Bezug auf die einzelnen Ausstattungsmerkmalen von Optionsverträgen und Optionsscheinen erörtert. Betont werden die Unterschiede zwischen den Wertpapieren beider Art sowie Differenzen unter Optionsscheinen selbst. Vollständigkeitshalber wird an dieser Stelle Erweiterung zum Black-Scholes-Model angedeutet, die den Verwässerungseffekt bei Existenz von Optionsscheinen behandeln.

Das zweite Kapitel dient dem Zweck einer Vorstellung des vollständigen Gleichgewichtsmodells zur Optionspreisermittlung von Black und Scholes. Als erster Schritt wird ein Überblick der Gleichgewichtsmodellen vor 1973 erörtert, um die schrittweise Modifizierung und Ergänzung des von einzelnen Optionspreismodellen vorzuführen. Dabei repräsentiert das BSM ein bedeutsames Zwischenergebnis in der Entwicklung von Optionspreismodellen.

Anschließend wird der Gleichgewichtsmodell von Black und Scholes im Wesentlichen Merkmalen vorgeführt. Es werden die Modellvoraussetzungen sowie Schlüsselpunkte der Herleitung der Optionspreisformel erörtert. Der Formelableitung von Merton unter schwächere Voraussetzungen als die von Black und Scholes wird vergleichsweise erörtert.

Auf eine vollständige algebraische Herleitung wird verzichtet. Nachfolgend werden die wichtigsten Kritikpunkte diskutiert.

Der praktische Teil der Arbeit ist an den Test des BSM orientiert. Begonnen wird mit einer Überleitung des empirischen Datenmaterials in eine für den Testzweck erforderliche Form. Im ersten Schritt wird die Beurteilung von qualitativen Merkmalen oder Voraussetzungen diskutiert. Demnächst werden aus dem Datenmaterial modellkonforme Schätzwerte für die Variablen Optionsscheinlaufzeit, risikoloser Zinssatz sowie historische Volatilität ermittelt. Die implizierte Volatilität sowie das Rechnungsverfahren zur Ermittlung werden konzeptuell erläutert.

Anschließend werden die Testergebnisse vorgestellt. Die ermittelte Volatilitätswerte werden verglichen, und ihre betragsgemäße Auswirkung auf die Optionsprämien diskutiert. Die implizite Volatilität wird ihrer Kontrollgröße gegenübergestellt. Des Weiteren werden die Preisveränderungen bei einer Zinserhöhung analysiert. Abschließend wird die Repräsentativität von Ergebnissen in der betrachteten Zeitperiode diskutiert.

Das Datenmaterial stammt von:

- www.ariva.de – Optionsscheinpreise; Währungskurse und tägliche Goldkurse
- www.treasury.gov¹ - tägliche Zinsstrukturkurven

Alle Rechnungen wurden mit EXCEL durchgeführt.

¹erhältlich im Internet: <<http://www.treasury.gov/resource-center/data-chart-center/interest-rates/Pages/TextView.aspx?data=yield>> (besucht am 30 Oktober 2015)

2 Abgrenzung von Optionsverträgen und Optionsscheinen

In diesem Kapitel werden Optionen und Optionsscheine gegeneinander abgegrenzt. Beide derivative Finanzinstrumente sind als bedingte Termingeschäfte klassifiziert,² trotzdem weisen sie Unterschiede bei einigen Ausstattungsmerkmalen vor. Die unterschiedliche Ausstattung ist in Bezug auf die Entstehung, Möglichkeit von Stillhalterpositionen sowie Markts bezogene Konsequenzen der Ausübung festzustellen. Anhand der erläuterten Unterschiede wird die Übertragbarkeit der Optionspreismodelle auf Optionsscheine auf qualitativer Ebene diskutiert.

2.1 Das Optionsrecht als Bestandteil von Optionsverträgen und Optionsscheinen

Sowohl Optionsverträge als auch Optionsscheine basieren auf einem Optionsrecht, den beide Instrumente verbrieften. Mit dem Erwerb eines Optionsrechts räumt sich der Käufer bzw. Inhaber das Recht, den Basiswert zu vorher festgesetzten Bedingungen zu kaufen oder zu verkaufen, ein. Dabei umfasst die Festsetzung die Fixierung der Menge am Basiswert, des Basispreises, des Zeitraums und der Ausübungsart.³

Die Gewährung des oben beschriebenen Rechts setzt den Stillhalter in eine benachteiligte, riskante Position, da er auf Verlangen des Optionsinhabers den Basiswert verpflichtend zu liefern oder aber abzunehmen hat. Des Weiteren muss der Stillhalter erhebliche Verluste einnehmen, falls zwischen Spot- und Basispreis ein hoher Differenzbetrag besteht. Als Kompensation für den Stillhalter wird eine Prämie verlangt.⁴

Der Gebrauch des Optionsrechts, wird als Ausübung der Option bezeichnet und bedeutet seitens des Stillhalters eine unbedingte Leistung durch physische Lieferung des Basiswerts.⁵ Alternativ kann die Verpflichtung des Stillhalters durch ein Barausgleich (Cash Settlement) beglichen werden.

² Vgl. *Kohler*, Grundlagen der Bewertung von Optionen und Optionsscheinen, 22.

³ Vgl. *Ebenda*, 17.

⁴ Vgl. *Chovancová et al.*, Finančné trhy: Nástroje a transakcie, 51.

⁵ Vgl. *Kohler*, Grundlagen der Bewertung von Optionen und Optionsscheinen, 17.

2.2 Entstehungsbezogene Unterschiede

2.2.1 Optionsverträge

Optionen bilden die Grundlagen von Optionsverträgen. Der Optionsvertrag ist in rechtlicher Betrachtung ein „Kaufvertrag mit einer aufschiebenden Bedingung“⁶ zwischen den Vertragsparteien. Optionen werden als standardisierte Verträge an Terminbörsen gehandelt oder außerbörslich im OTC-Handel zwischen zwei Vertragsparteien frei vereinbart.⁷ Auf der Börse gehandelte Optionen verfügen über einen hohen Standardisierungsgrad. Die Standardisierung betrifft vor allem den Basiswert, den Verfallszeitpunkt, den Kontraktvolumen sowie die Leistungsart.⁸ Demzufolge sind börsengehandelte Optionsverträge stark homogenisiert. Die Optionsprämie wird durch eine Vielzahl von Käufern und Verkäufern als der Gleichgewichtspreis gebildet.

2.2.2 Optionsscheine

Der Optionsschein oder Warrant stellt ein als Wertpapier verbrieftes Optionsrecht dar.⁹ Optionsscheine werden nicht als Verträge abgeschlossen, sondern werden von dem Emittent aufgelegt. Der Emittent besitzt in deren Gestaltung größere Freiheit als bei Optionsverträgen. Entscheidungen über den Basispreis, dem Verfallstag und weiterer zusätzlichen Bedingungen sind dem Emittent überlassen.

Um eine vollständige Wiedergabe der einzelnen Unterschiede, muss eine Differenzierung zwischen unselbständigen und selbständigen Optionsscheinen unternommen werden.¹⁰ Dies ist insofern begründet, da die Literatur zu Optionsscheinen aus den 90er Jahren überwiegend die Unselbständigen behandelt. Hierbei liegt der Entstehung vom Optionsschein immer eine Abtrennung von einer Optionsanleihe zugrunde.¹¹ Literatur aus der näheren Vergangenheit behandelt den Problembereich von selbständigen Optionsscheinen; dabei werden Optionsscheine unter strukturierten

⁶ Kohler, Grundlagen der Bewertung von Optionen und Optionsscheinen, 17.

⁷ Vgl. Ebenda.

⁸ Vgl. Chovancová et al., Finančné trhy: Nástroje a transakcie, 56.

⁹ Vgl. Kohler, Grundlagen der Bewertung von Optionen und Optionsscheinen, 36.

¹⁰ Vgl. Goldman, Sachs & Co. oHG (Hrsg.), Optionsscheinleitfaden, 6.

¹¹ Vgl. Kohler, Grundlagen der Bewertung von Optionen und Optionsscheinen, 17.

Finanzprodukten eingeordnet.¹² *Kohler* erörtert eine theoretische Einordnung, wobei zwischen Optionsscheinen auf Eigenaktien des Unternehmens und Optionsscheinen auf im Depot befindlichen Vermögenswerten unterscheidet.¹³

Die Erklärung für die Nicht-Eindeutigkeit ist in der Erstemission der beiden Wertpapiere zu finden. Die ersten emittierten Optionsscheine auf dem europäischen Markt wurden in 1967 von der Deutschen Lufthansa begeben. Mehr als zwei Jahrzehnte später, in 1989, etablierte sich auf dem deutschen Markt Trinkhaus and Burkhart in Düsseldorf und begann mit der Auflage vom selbständigen Optionsscheinen.¹⁴

2.2.2.1 Unselbständige Optionsscheine

Der unselbständige Optionsschein ist ein Eigenkapitalinstrument des Emittenten, der zum Bezug von Eigenaktien des Emittenten berechtigt, also ein Call-Schein. Aus diesem Grund ist ein unselbständiger Optionsschein immer ein Aktienoptionsschein; den Basiswert bilden Stamm- oder Vorzugsaktien. Bei weitem überwiegen Stammaktien.¹⁵

Unselbständige Aktienoptionsscheine werden in Zusammenhang mit der Unternehmensfinanzierung begeben.¹⁶ Deren Gestaltung orientiert sich an die Finanzierungspolitik und -ziele des begebenden Unternehmens. Demzufolge ergibt sich eine Variabilität bezüglich Emissionskurs, Bezugspreis, Verfalltag und Ausübungsart. Weitere zusätzliche Ausstattungsmerkmale wie Dividendenberechtigung der Scheininhaber, der Einfluss von Dividendenzahlungen auf den Scheinkurs sowie Verwässerungsschutzklauseln oder Beschränkungen am Ausübungsrecht sind als Bedingungen des unselbständigen Scheins üblich.¹⁷ Unselbständige Optionsscheine sind, im Vergleich zu Optionsverträgen mit einer längeren Laufzeit ausgestattet, da eine bedingte Kapitalerhöhung eines längeren Zeitraums bedarf. Die längere Laufzeit ist ebenso bei dem selbständigen Optionsschein gegeben.

¹² Vgl. *Chovancová et al.*, *Finančné trhy: Nástroje a transakcie*, 562.

¹³ Vgl. *Kohler*, *Grundlagen der Bewertung von Optionen und Optionsscheinen*, 36.

¹⁴ Vgl. *Chovancová et al.*, *Finančné trhy: Nástroje a transakcie*, 562.

¹⁵ Vgl. *Kohler*, *Grundlagen der Bewertung von Optionen und Optionsscheinen*, 40.

¹⁶ Vgl. *Ebenda*, 37.

¹⁷ Vgl. *Weger*, *Optionsscheine als Anlagealternative*, 24 ff.

Alternativ zur Direktemission entsteht ein unselbständiger Optionsschein, indem er von einer Optionsanleihe abgetrennt wird. Ist der Optionsschein abtrennbar, wird er nach Ablauf der Sperrfrist an der Börse selbständig notiert und gehandelt. Optionsanleihen als Instrumente der Finanzierungspolitik eines Unternehmens bieten dabei eine attraktive Form der Fremdfinanzierung an. Die niedriger ausfallende Verzinsung wird dem Kapitalgeber durch die Möglichkeit eines vorteilhaften Aktienkaufes kompensiert. Für den Emittenten entstehen damit niedrigere Zinszahlungen als bei reinen Industrieanleihen.¹⁸

2.2.2.2 Selbständige Optionsscheine

Selbständige Optionsscheine (englisch Covered Warrant) sind die historisch jüngere Variante von Optionsgeschäften und haben in der vergangenen Jahrzehnten an Popularität gewonnen. Selbständige Optionsscheine sind keine von Unternehmen emittierte Finanzderivate, die eventuell zur Veränderung im Eigenkapital führen. Scheine dieser Art sind Drittpersonengeschäfte, bei denen der Emittent den mit dem Basiswert gedeckten Optionsschein stillhält.¹⁹ Der selbständige Optionsschein verbrieft ein Bezugsrecht an einem Vermögenswert im Depot des Emittenten.²⁰

Betrachtet man die mit dem Optionsschein verbundene Transaktion aus der Sicht des gesamten Kapitalmarktes, werden bei der Verpflichtungserfüllung aus dem gedeckten Optionsscheingeschäft keine neuen Wertpapiere aufgelegt; es geschieht bloß ein Tauschgeschäft zwischen dem Emittent und dem Scheininhaber. Derivate dieser Art sind demnach faktisch Optionen.²¹

Die Emittenten von selbständigen Optionsscheinen sind üblicherweise Finanzintermediäre bzw. Banken. Als Basiswerte dieser Scheine dienen an der Börse bereits gehandelte Finanzinstrumente oder Waren.²²

¹⁸ Vgl. *Weger*, Optionsscheine als Anlagealternative, 45 ff.

¹⁹ Vgl. *Banks*, Complex derivatives, 99.

²⁰ Vgl. *Kohler*, Grundlagen der Bewertung von Optionen und Optionsscheinen, 39.

²¹ Vgl. *Banks*, Complex derivatives, 99.

²² Vgl. *Chovancová et al.*, Finančné trhy: Nástroje a transakcie, 562.

2.3 Unterschiede bei Stillhalterposition und Leerverkäufen

Optionsverträge ermöglichen Stillhaltergeschäfte gegen den eigenen Wertpapier- bzw. Vermögenswertbestand. Als Sicherheit der Stillhalterposition muss allerdings der Basiswert hinter gelegt werden um die vertragliche Verpflichtung künftig erfüllen zu können. Stillhalterpositionen sind bei starken Kursschwankungen des Basiswerts attraktiv.

Mit Optionsscheinen sind Stillhaltergeschäfte für Privatanleger nicht möglich. Dies ist durch ihren verbrieften Charakter gegeben, denn die Stillhalterposition gehört dem Emittenten. Bei der Preisgestaltung des Optionsscheins ist der Emittent *de jure*²³ uneingeschränkt. Allerdings ist ein Verkauf des Optionsscheins auf dem Sekundärmarkt aufgrund dessen registrierten Form unproblematisch.²⁴

Leerverkäufe sind ebenso nur mit Optionsverträgen möglich. Der Leerverkäufer verkauft auf Termin den gemieteten Basiswert um ihn später günstiger zurückzukaufen. Der Leerverkäufer spekuliert dabei auf einen Kursrückgang. Eine tatsächliche Leistung wird auf der Seite des Leerverkäufers nicht vorgesehen.²⁵

Optionsscheininhaber haben grundsätzlich zwei Handlungsalternativen, sie können entweder den Optionsschein bis zur Fälligkeit halten oder verkaufen. Für Optionsinhaber besteht neben den Genannten zusätzlich die Möglichkeit die Option mit der Einnahme der Gegenposition glattzustellen.²⁶

2.4 Unterschiede in Ausübungskonsequenzen

Je nachdem welche Konsequenzen für den Finanzmarkt bei Ausübung des Optionsrechtes entstehen, sind Optionsverträge, selbständige und unselbständige Optionsscheine verschieden ausgestattet.

Optionsverträge und selbständige Optionsscheine sind Tauschtransaktionen wobei die gesamte Anzahl von Inhaberpositionen der gesamten Anzahl von Stillhalterpositionen

²³ Faktisch muss die Preisgestaltung von anderer Marktteilnehmer für ähnliche Produkte in Betracht gezogen werden.

²⁴ Vgl. *Deutsche Börse*, Optionen und Optionsscheine – Was ist was?, erhältlich im Internet:<http://www.docju.de/themen/derivate/warrant_option.pdf> (besucht am 28. April 2015).

²⁵ Vgl. *Ebenda*.

²⁶ Vgl. *Ebenda*.

gleich. Wird der Optionsvertrag oder selbständige Optionsschein ausgeübt, erfolgt eine Umtauschtransaktion zwischen Stillhalter und Inhaber. Die Menge des am Markt befindlichen Basiswerts bleibt unverändert, es werden keine neuen Wertpapiere begeben.

Selbständige Optionsscheine unterscheiden sich nur bezüglich ihrer Entstehung in der Form eines registrierten Wertpapiers von einem Optionsvertrag. Aus der Ausübung resultiert bei keinem der Beiden eine Veränderung der Anzahl der im Umlauf befindlichen Aktien. Bei der Voraussetzung derselben bewertungsrelevanten Ausstattungsmerkmalen müssen dann der Optionspreis und der Optionsscheinpreis übereinstimmen.²⁷

Allerdings bleiben die Anzahl ausstehender Aktien bei unselbständigen Optionsscheinen nicht unverändert. Hierbei ist zu beachten, dass der Emittent über vollständige Kontrolle über die Anzahl der im Umlauf befindlichen Aktien verfügt. Übt der Inhaber einen unselbständigen Optionsschein aus, werden, gegen Einzahlung des Basispreises, neue, junge Aktien emittiert. Der eingezahlte Geldbetrag ändert das Grundkapital sowie das Unternehmensvermögen. Die jungen Aktien ändern den Aktienkurs, denn das Netto-Unternehmensvermögen sich auf eine erhöhte Anzahl von Aktien verteilt. Infolge dessen repräsentiert ein unselbständiger Optionsschein kein Bezugsrecht auf Aktien sondern ein Bezugsrecht auf einen Anteil am Unternehmensvermögen.²⁸

Ist der Verwässerungseffekt geringfügig, lässt sich der Preis des unselbständigen Call-Optionsscheins durch die BSF approximieren. Bei erheblicherer Wirkung der Ausübung von Scheinen muss das BSM erweitert werden.²⁹ Auf tiefer in die Problemstellung der Bewertung von unselbständigen Optionsscheinen gehende Erläuterungen wird verzichtet, weil Scheine dieser Art nicht zum Gegenstand dieser Arbeit gehören. Es wird bloß auf diejenigen Modelle verwiesen, die diese Problematik behandeln.

Basierend auf dem BSM wurden Modifizierungen und Erweiterungen entwickelt, um den Verwässerungseffekt sowie Dividendenzahlungen zu berücksichtigen. Das Galai - Schneller Modell³⁰ versucht den Optionsscheinpreis aus dem BSM-konformen

²⁷ Vgl. *Kohler*, Grundlagen der Bewertung von Optionen und Optionsscheinen, 39.

²⁸ Vgl. *Ebenda*, 142.

²⁹ Vgl. *Ebenda*, 142.

³⁰ Vgl. *Galai/Schneller*, The Journal of Finance 1978, 1333 (1333 ff).

theoretischen Callpreis durch Korrektur mittels des Verwässerungsfaktors zu ermitteln.³¹ Weitere Modelle sind von Schulz und Trautmann (1989) sowie Fischer (1989) entwickelt worden. Beiden Modellerweiterungen ist die Annahme zugrunde gelegt, dass „der Aktienkurs bei Existenz von Optionsscheinen keiner geometrischen Brownschen Bewegung folgen kann. Betrachtet man einen Optionsschein jedoch als Kaufoption zum Bezug eines Anteils am Unternehmensvermögen, so liegt es nahe, der Entwicklung des Unternehmensvermögens eine geometrische Brownsche Bewegung zu unterstellen“.³²

Als Schlussfolgerung kann gesagt werden, dass trotz den Unterschieden bei mehreren Ausstattungmerkmalen sind Optionsverträge und Warrants ähnlich, und die Bewertung von Warrants basierend auf den Optionspreismodellen durchaus sinnvoll ist.

³¹ Vgl. *Kohler*, Grundlagen der Bewertung von Optionen und Optionsscheinen, 146 ff.

³² *Kohler*, Grundlagen der Bewertung von Optionen und Optionsscheinen, 150.

3 Ermittlung der Optionsprämie durch Verwendung von Gleichgewichtsmodellen

Unter Optionsprämie wird der Preis des Optionsvertrages oder Optionsscheins verstanden. Zu ihrer Berechnung sind Modelle zweier Art entwickelt worden: empirisch-ökonomische sowie Gleichgewichtsmodelle. Da das Black-Scholes-Model (BSM) unter den Gleichgewichtsmodellen eingeordnet ist, werden im Folgenden diese näher betrachtet. Dabei wird auf die Tatsache verwiesen, dass die Preisbestimmungsmodelle für Optionsverträge und Optionsscheine sich nicht unabhängig voneinander entwickelten, sondern dies überlappend und einander fördernd geschah.

3.1 Funktionier Weise und Grundlagen der Gleichgewichtsmodelle

Die Basis von Gleichgewichtsmodellen bilden Modellvoraussetzungen die *a priori* für gültig angenommen werden. Die vorausgesetzten Bedingungen bilden eine vereinfachte Darstellung reeller Zusammenhänge wieder. Die zumeist zitierten und als Basis für das BSM betrachteten Modelle sind auf einer neoklassischen Basis aufgebaut. Es wird von informationseffizienten Märkten sowie von rationalem Verhalten der Marktteilnehmer, mit dem Ziel von individueller Nutzenmaximierung ausgegangen. Der Optionspreis wird durch logische Deduktion ermittelt. Im Rahmen der Modellannahmen ist die faire Prämie der Gleichgewichtspreis bei dem die Märkte räumen.

3.2 Gleichgewichtsmodelle vor 1973 im Überblick

Vor 1973 sind mehrere Modelle zur Ermittlung der fairen Prämie publiziert worden, dessen Grundkonzepte bei Black und Scholes wiederzufinden sind.³³ Betrachtet man diese Modelle in chronologischer Reihenfolge, lässt sich ein Pfad beobachten. Als gemeinsames Merkmal kommt der innere Wert der Option vor, das durch Parametrisierung oder Adjustierung modifiziert wird. Zweck der Parametrisierung ist die Möglichkeit des wertlosen Verfallens in die Optionsprämie zu erfassen. Der eventuelle Verlust wird durch Risikoeinstellung oder Nutzenfunktion gewogen.

³³ Vgl. *Black/Scholes*, Journal of Political Economy 1973, 637 (639f).

Der Aktienkursverlauf³⁴ ist mit Hilfe von einer Zufallsvariable charakterisiert, für die Dichte- bzw. Verteilungsfunktion angenommen wird. Eingebürgert hat sich die Brownsche Bewegung in arithmetischer und mehr in geometrischer Form.

Die arithmetische Form der Brownschen Bewegung wird von *Bachelier* benutzt. Aus dieser Voraussetzung resultieren normalverteilte Aktienkursrenditen. Der Nachteil einer solchen Annahme liegt in der Zulassung von negativen Aktienkursen sowie von Prämien, die höher als der Aktienkurs ausfallen.³⁵

Der Beitrag von *Sprenkle* aus 1961 orientiert sich auf die Ermittlung von Optionsscheinprämien, allerdings ohne Einbezug vom Verwässerungseffekt. Unter diesen Gesichtspunkt ist der Optionsschein äquivalent zum Optionsvertrag.³⁶ Der Fortschritt gegenüber *Bachelier* liegt in der Annahme der Brownschen Bewegung in ihrer geometrischen Form. Diese ist äquivalent zur Annahme einer Lognormalverteilung der Zufallsvariable - des Aktienkurses. Durch die vorausgesetzte Lognormalverteilung des Aktienkurses werden negative Aktienkurse und Optionsscheinprämien höher als der Aktienkurs vermieden.³⁷ Die Formel³⁸ von *Sprenkle* ist demnach:

$$C(S, T) = S \cdot e^{\gamma T} N(\delta_1) - K \cdot (1 - \theta) \cdot N(\delta_2), \quad (1)$$

wobei γ die erwartete Wachstumsrate des Aktienkurses bis zum Verfallszeitpunkt des Scheins und θ die Maß der Risikoaversion³⁹ bzw. $(1 - \theta)$ ein vom Aktienkursrisiko abhängiger Diskontierungssatz.⁴⁰ Die Parameter der Dichtefunktion der Standard-Normalverteilung δ_1 und δ_2 sind mit d_1 und d_2 der BSF analog, anstatt des risikolosen Zinssatzes wird jedoch die erwartete Wachstumsrate des Aktienkurses (γ) verwendet. Die

³⁴ Generell wird eine Aktie als Basiswert des Optionsgeschäftes vorausgesetzt.

³⁵ Vgl. *Bachelier*, *Theory of Speculation*, in Coorner (Hrsg.): *The Random Character of Stock Market Prices*, 1967, 17ff. zitiert bei: *Weger*, *Optionsscheine als Anlagealternative*, 215.

³⁶ Vgl. *Galai/Schneller*, *The Journal of Finance* 1978, 1333 (1333).

³⁷ Vgl. *Weger*, *Optionsscheine als Anlagealternative*, 215

³⁸ Vgl. *Benhamou*, *Options, pre-Black Scholes*, Formel 1.2, erhältlich im Internet: <<http://www.ericbenhamou.net/documents/Encyclo/Pre%20Black-Scholes.pdf>> (besucht am 21. September 2015).

³⁹ Black und Scholes bezeichnen dieses Parameter als k . Ein stetiger Zuwachs als Exponent bis zum Verfallszeitpunkt des Optionsscheins, wie bei Benhamou beschrieben verdeutlicht den zeitlichen Aufbau des Zuwachses. Der Parameter als von Black Scholes charakterisiert, ist suggestiv gegenüber einmaligen Aktienkurssprüngen.

⁴⁰ Vgl. *Black/Scholes*, *Journal of Political Economy* 1973, 637 (639).

Hauptkritikpunkte des Modells von Sprenkle sind die Parameter γ und α , die nach Präferenzen der Anleger zu bestimmen sind. Für ein Zustandekommen des Options- bzw. Optionsscheingeschäftes müssten sich, unter rationalen Gesichtspunkten, Stillhalter und Käufer in diesen Parametern einigen. Des Weiteren bezieht sich die Formel von Sprenkle auf bloß auf den Verfallszeitpunkt, und deutet auf eine Risikoprämie um den möglichen wertlosen Verfall zu kompensieren. Unter dieser Betrachtung sind aufgefallene Verluste versunkene Kosten.

Das Modell zur Optionspreisermittlung von Sprenkle wird von Boness um den Zeitwert erweitert. Der für den Erwerb der Aktie zu zahlender Basispreis wird mit der erwarteten Wachstumsrate des Aktienkurses einer Risikoklasse auf den Betrachtungszeitpunkt diskontiert.⁴¹

Die Parameter der Dichtefunktion δ_1 und δ_2 wurden unverändert übernommen. Es werden risikoneutrale Anleger unterstellt. Das mit dem Optionsschein verbundene höhere Risiko wird nicht berücksichtigt.⁴² Verallgemeinernd ergibt sich die Prämie als der Unterschiedsbetrag zwischen den diskontierten erwarteten Aktienkurs und der diskontierten erwarteten Erwerbskosten bei Unterstellung risikoneutraler Anleger.

Die eindeutige Trennung zwischen den Risiken der Aktie und den des Optionsscheins erfolgt erst bei Samuelson. Samuelson unterscheidet die erwartete Wachstumsrate des Aktienkurses und die Diskontierungsrate des erwarteten Optionsscheinpreises. Samuelson ermittelt den aus der Lognormalverteilung resultierenden erwarteten Aktienkurs zum Verfallstag des Optionsscheines und subtrahiert diesen vom Basispreis. Der Optionsscheinpreis zum Betrachtungszeitpunkt ergibt sich als der diskontierte Differenzbetrag.⁴³

Samuelson und Merton erkennen in einem späteren Beitrag aus 1969, dass die Diskontierung des Erwartungswerts der Verteilung möglicher Optionsscheinwerte bei Ausübung nicht das entsprechende Verfahren zur Prämienermittlung ist. Diskontierungssätze sind teilweise durch die Anforderung der Anleger alle ausstehende

⁴¹ Vgl. *Weger*, Optionsscheine als Anlagealternative, 215.

⁴² Vgl. *Ebenda*, 215.

⁴³ Vgl. *Black/Scholes*, Journal of Political Economy 1973, 637 (639).

Aktien und Optionen zu halten determiniert.⁴⁴ Entgegen dieser Betrachtung ist die Tatsache, dass Investoren gleichzeitig ebenso andere Wertpapiere halten müssen, um die mit den Aktien und Optionsscheinen verbundene Risiken zu beschränken bzw. zu eliminieren. Die endgültige Formel ist von der für den repräsentativen Investor angenommenen Nutzenfunktion abhängig.⁴⁵

Zusammenfassend ist die Entwicklung von Optionspreismodellen vor 1973 im erheblichen Teil vom neoklassischen Paradigma beeinflusst. Optionsverträge und Optionsscheine werden als Anlagealternativen angesehen, und isoliert betrachtet. Demnach sind Erwartungswertmodelle Modifizierungen von Entscheidungsmodellen unter Risiko. Der faire Preis der Option ist nur unter Berücksichtigung von Erwartungen über Kurssteigerung und Risikoeinstellung sowie der Nutzenfunktion der Anleger berechenbar. Sind diese nicht homogen, sind die Pareto-Optimalität und Arbitragefreiheit nicht gewährleistet.

3.3 Das Black-Scholes-Modell

Das vollständige Gleichgewichtsmodell zur Prämienermittlung von Optionsverträgen wurde von Fischer Black und Myron Scholes und parallel von Robert C. Merton in 1973 veröffentlicht. Im Artikel *The Pricing of Options and Corporate Liabilities* erörtern Black und Scholes ein vollständig auf empirischen Marktdaten basierendes Bewertungsmodell. Die Argumentation beruht auf dem Ausschluss von Arbitrageangelegenheiten auf dem Markt und dem dynamischen Hedging. Unter der Annahme vom arbitragefreien Markt wird ein Deckungsgeschäft (hedged position) abgeschlossen, wobei man eine Aktie kauft und Optionsverträge leerverkauft. Für kleine Veränderungen des Aktienkurses wird die Risikolosigkeit des Portfolios durch den Anpassung der Anzahl von leerverkauften Optionsverträgen behalten. Geht man beschriebener Weise vor, wird das Aktienkursrisiko vollständig eliminiert. Demzufolge entspricht die am Verfalltag der Optionsverträge erzielte Rendite des Portfolios der risikolosen Verzinsung im Marktgleichgewicht.⁴⁶

⁴⁴ Vgl. *Ebenda*.

⁴⁵ Vgl. *Black/Scholes*, *Journal of Political Economy* 1973, 637 (640).

⁴⁶ Vgl. *Ebenda*, 641 ff.

Die Erweiterung des Optionsprämienmodells wird von Robert C. Merton in *Theory of Rational Option Pricing* veröffentlicht. Das Optionspreismodell wird um mehrere Aspekte modifiziert: die Übertragbarkeit auf Optionsverträge amerikanischer Ausübungsart wird diskutiert, und mögliche Dividenden werden berücksichtigt.⁴⁷ Des Weiteren werden die Voraussetzungen im Vergleich zu BSM geschwächt,⁴⁸ und auf Basis von mathematisch-deduktiven Argumenten unterlegt. Merton erörtert eine Alternative zur Herleitung und zugleich eine Erweiterung des BSF mit stochastischen Anleihekursen und möglicher Zahlungsunfähigkeit.⁴⁹

3.3.1 Modellvoraussetzungen

Den Ausgangspunkt des BSM bilden Voraussetzungen. Die für das BSM getroffenen Unterstellungen bezüglich des Kapitalmarktes, der Aktie und der Option können wie folgt, zusammengefasst und interpretiert werden:

(1) Der Kapitalmarkt ist vollkommen und friktionsfrei, auf dem keine Steuern, Transaktions - oder Emissionskosten existieren. Informationen sind kostenlos und simultan für alle Marktteilnehmer verfügbar – auf dem Kapitalmarkt ist das Gesetz des einheitlichen Preises gewährleistet.⁵⁰

(2) Die Aktie und die Option sind beliebig teilbar – der Kapitalmarkt ist vollständig.

(3) Leerverkäufe sind uneingeschränkt möglich – Der den Wertpapier nicht besitzende Verkäufer akzeptiert den Verkaufspreis, und stellt im künftigen Zeitpunkt den Kontrakt mit der Zahlung eines dem notierten Aktienkurs entsprechenden Geldbetrages glatt.⁵¹

(4) Der Aktienkurs folgt einem stetigen Zufallspfad, wobei künftige Aktienkurse am Ende eines jeden endlichen Zeitintervalls lognormalverteilt sind. Die Volatilität des Aktienkurses ist im Zeitablauf auf eine Konstante beschränkt. Diese Voraussetzung ist Äquivalent zur Annahme einer geometrischen Brownschen Bewegung des Aktienkurses.

⁴⁷ Vgl. *Merton*, *The Bell Journal of Economics and Management Science* 1973, 141 (151ff und 170ff).

⁴⁸ Vgl. *Ebenda*, 142 ff.

⁴⁹ Vgl. *Ebenda*, 162 ff.

⁵⁰ Unter diese Annahme existiert für jedes Wertpapier jeweils ein fairer Preis, für den die Wertpapiere gehandelt werden. Resultieren aus zwei unterschiedlichen Wertpapieren Zahlungsströme derselben Höhe zum denselben Zeitpunkt, haben diese zwei Wertpapiere jederzeit den gleichen Preis.

⁵¹ Vgl. *Black/Scholes*, *Journal of Political Economy* 1973, 637 (640).

(5) Auf die Aktie werden keine Dividendenzahlungen oder andere Ausschüttungen geleistet – der gesamte Vermögenszuwachs des Unternehmens ist im Aktienkurs enthalten.

(6) Der risikolose Zinssatz ist bekannt und während der Laufzeit der Option unverändert. Es können beliebige Beträge zu diesem Zinssatz angelegt oder ausgeliehen werden.

(7) Die betrachtete Option ist europäischer Ausübungsart – Der Ausübungszeitpunkt ist auf den Verfallstag beschränkt.

3.3.2 Die Aktienkursdynamik beschreibender stochastischer Prozess

Im Artikel von Black und Scholes wird der für den Aktienkursverlauf vorausgesetzte stochastische Prozess nicht explizit dargestellt. Eine Erörterung wird von Merton⁵² geliefert.

Gemäß der Voraussetzung bildet der Aktienkurs eine Zufallsvariable. Genereller aufgefasst ist der Kursverlauf des Basiswerts durch einen stochastischen Diffusionsprozess charakterisiert. Der Aktienkursverlauf in der in vollständigen Gleichgewichtsmodell beschriebenen Form ist ein Markov-Prozess, ein Wiener-Prozess und ein Itôscher-Prozess.

Unter der Betrachtung eines Markov-Prozesses ist für die nachfolgende Kursentwicklung bloß der aktuelle Aktienkurs relevant.⁵³ Der historische Aktienkurs besitzt keine Aussagekraft für Aktienkursprognosen.⁵⁴ Die betrachtete Eigenschaft des Markov-Prozesses ist konsistent mit einer geschwächten Form der Informationseffizienztheorie, weil Aktienkurse neue Informationen in einem kurzen Zeitabschnitt absorbieren. Ein weiterer Vorteil des Markov-Prozesses ist in der Addierbarkeit von Varianzen nacheinander folgenden Zeitperioden.⁵⁵

Der Wiener-Prozess stellt eine partikuläre Form von Markov-Prozess dar. Der Wiener-Prozess ist zeitkontinuierlich und normalverteilt mit einem Erwartungswert von 0 und einer Varianz von 1 für jedes Zeitintervall. Direkt nacheinander folgende Werte sind nicht korreliert. Außerdem gilt das der Erwartungswert von der quadrierten augenblicklichen

⁵² Vgl. Merton, *The Bell Journal of Economics and Management Science* 1973, 141 (162f).

⁵³ Vgl. Hull, *Options, futures and other derivatives*, 280.

⁵⁴ Vgl. Chovancová et al., *Finančné trhy: Nástroje a transakcie*, 613.

⁵⁵ Vgl. Hull, *Options, futures and other derivatives*, 280.

Veränderung den augenblicklichen Zeitveränderung entspricht, (Formal: $E(dW^2)=dt$).⁵⁶ Die Bezeichnung als Brownsche Bewegung ist auch üblich. Der Aktienkursverlauf in Black-Scholes-Merton Modell wird durch eine geometrische Brownsche Bewegung beschrieben.

Die augenblickliche Aktienkursrendite ist durch die stochastische Differenzial-gleichung

$$\frac{dS}{S} = \mu dt + \sigma \cdot dW(t) \quad (2)$$

beschrieben.⁵⁷ In ökonomischer Interpretation ergibt sich die augenblickliche Aktienkursrendite als Summe der erwarteten augenblicklichen Wachstumsrate - Drift bzw. Trend, und eines Zufallsterms. Der Zufallsterm ist durch die Volatilität und den normierten Wiener-Prozess beschrieben, dessen Ergebnisse den Zufallsbetrag in Höhe und Anfallszeitpunkt steuern. Beide Prozesse, verlaufen in Zeit, allerdings resultiert die stochastische Eigenschaft der Aktienkurse einzeln aus dem Wiener-Prozess. Die Driftvariable mag eine stochastische Variable von allgemeiner Natur sein, eventuell abhängig vom Aktienkursniveau oder Renditen von anderen Vermögenswerten. Die Volatilität ist beschränkt, nicht stochastisch und eine bekannte Funktion des Zeitlaufs zu sein.⁵⁸

Direkt aus der Annahme eines zeitstetigen stochastischen Prozesses, aus dem kontinuierliche Preisänderungen mit gewisser unabhängigen Zuwächsen folgen, ergibt sich der Itôsche-Prozess.⁵⁹

3.3.3 Die Anleihekursdynamik

Das Originalmodell von Black und Scholes geht von einem konstanten und allen Marktteilnehmern bekannten risikolosen Zinssatz aus. Anleihen als selbständige Wertpapiere werden nicht behandelt. Dies ist so fern zulässig, dass annahmegemäß können Anleger beliebige Wertpapiere replizieren, indem zum ursprünglichen Wertpapier gleiche Bedingungen vereinbaren.⁶⁰ Die Dynamik des Anleihekurses wird bei Merton diskutiert.⁶¹

⁵⁶ Vgl. *Slacalek*, Finance a úvěr 2000, 78 (91).

⁵⁷ Vgl. *Merton*, The Bell Journal of Economics and Management Science 1973, 141 (162f).

⁵⁸ Vgl. *Ebenda*, 163.

⁵⁹ Vgl. *Ebenda*, 162f.

⁶⁰ Vgl. Annahme (3).

⁶¹ Vgl. *Merton*, The Bell Journal of Economics and Management Science 1973, 141 (163).

Merton setzt, analog zur Aktienkursdynamik, einen stochastischen Prozess voraus, wobei die von Wiener-Prozess gesteuerte Zufallsterme in der Beschreibung der Aktien- sowie Anleihekursdynamik nicht perfekt korrelieren. In dieser weiteren Auffassung bildet die nicht stochastische und konstante Verzinsung einen Spezialfall, unter den der augenblickliche Anleihepreis mit dem über der Laufzeit stetig diskontierten Nennwert übereinstimmt.⁶² In dieser Abschlussarbeit wird der risikolose Zinssatz in Einklang mit der Auffassung von Black und Scholes verwendet.

3.3.4 Anlegerpräferenzen und Erwartungen

Das Black-Scholes Modell setzt keine Bedingungen über Präferenzen der Marktteilnehmer voraus. Merton zufolge ist eine Optionsbewertung unter rationalen Gesichtspunkten möglich, soweit die Option weder das dominierende noch das dominierte Wertpapier ist. Dabei wird als dominant dasjenige Wertpapier definiert, dessen Rendite in einigen künftigen Zuständen des einen anderen Wertpapiers übersteigt, und in allen künftigen Zuständen der Renditen des anderen Wertpapiers entspricht.⁶³ Des Weiteren müssen sich alle Marktteilnehmer an der Höhe der Volatilität und an der Verteilungscharakteristika des Wiener-Prozesses einigen. Nicht erforderlich ist jedoch eine Übereinstimmung der Marktteilnehmer bezüglich des Trendparameters.⁶⁴

3.4 Herleitung der Optionspreisformel

Unter der erläuterten Modellvoraussetzungen hängt der Optionspreis vom Aktienkurs und bekannten, oder als bekannt angenommenen Parametern ab. Erstere sind der Aktienkurs bildender stochastischer Prozess, die Optionslaufzeit und der Basispreis. Der risikolose Zinssatz sowie die Volatilität gelten ist bedingungsgemäß bekannt und konstant. Daraus folgend ist der Optionspreis eine Funktion des Aktienkurses und der Optionslaufzeit. Die augenblickliche Preisveränderung einer Kaufoption lässt sich mit Hilfe der Lemma von Itô beschreiben als

$$dC = \left(\frac{\partial C}{\partial S} \mu S - \frac{\partial C}{\partial t} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 C}{\partial S^2} \sigma^2 S^2 \right) dt + \frac{\partial C}{\partial S} \sigma S \cdot dW. \quad (3)$$

⁶² Vgl. *Ebenda*.

⁶³ Vgl. *Merton*, The Bell Journal of Economics and Management Science 1973, 141 (143).

⁶⁴ Vgl. *Ebenda*, 163.

3.4.1 Formelableitung mit Hilfe von Delta-Hedging

Die Ableitung der Optionsbewertungsformel von Black und Scholes basiert auf der Konstruktion einer gehegten Position bezogen auf eine Aktie. Das Aktienkursrisiko wird durch Leerverkauf von Kaufoptionen besichert. Die Anzahl der leerverkauften Kaufoptionen entspricht den Kehrwert der ersten partiellen Ableitung der Optionspreisfunktion nach dem Aktienkurs. Für kleine Aktienkursänderungen wird durch das Delta-Hedging das Portfolio vollständig besichert.

Bei einer kleinen Veränderung des Aktienkurses um ΔS ändert sich der Optionspreis um $\frac{\partial C(S,t)}{\partial S} \Delta S$ und die Anzahl der leerverkauften Optionen um ΔS . Passt man die Anzahl der leerverkauften Optionen kontinuierlich an, wird das Aktienkursrisiko eliminiert. Allerdings ist dieser Vorgang nur für keine Veränderungen des Aktienkurses im kurzen Zeitintervall effizient, da der Kaufoptionspreis eine konvexe Funktion des Aktienkurses ist.⁶⁵ Da die Rendite des Hedgeportfolios sicher ist, muss sie im Marktgleichgewicht genau der risikolosen Rendite im Zeitintervall entsprechen.

Zur Lösung verbleibt die Gleichung:

$$\frac{\partial C}{\partial t} = Cr - \frac{\partial C}{\partial S} Sr - \frac{1}{2} \frac{\partial^2 C}{\partial S^2} \sigma^2 S^2, \quad (4)$$

unter den Bedingungen

$$C_T = S_T - K \text{ für } S_T > K \text{ und}$$

$$C_T = 0 \text{ für } S_T \leq K.$$

Des Weiteren nehmen Black und Scholes Substitutionen vor, und lösen diese Differentialgleichung mit Hilfe einer Wärmeleitungsgleichung. Die Formel für die Optionsprämie ergibt sich als⁶⁶:

$$C(S, t) = S \cdot N(d_1) - Ke^{r(t-T)} \cdot N(d_2), \quad (5a)$$

mit

$$d_{1,2} = \frac{\ln\left(\frac{S}{K}\right) + (r \pm \sigma^2/2)(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}}. \quad (5b)$$

⁶⁵ Vgl. Weger, Optionsscheine als Anlagealternative, 218.

⁶⁶ Vgl. Black/Scholes, Journal of Political Economy 1973, 637 (644).

Aus der Put-Call-Pariät und der symmetrischen Form der Normalverteilung resultiert die entsprechende Formel für Put-Optionsverträge⁶⁷:

$$P(S, t) = Ke^{r(t-T)} \cdot N(-d_2) - S \cdot N(-d_1). \quad (5c)$$

3.4.2 Formelableitung mit Hilfe vom selbstfinanzierenden Portfolio

Die Ableitung der Optionspreisformel von Merton⁶⁸ beginnt mit der Zusammenfassung der einzelnen Terme von der Formel (2). Die augenblickliche Veränderung des Kaufoptionspreises beträgt demnach:

$$dC = \beta C \cdot dt + \varepsilon C \cdot dW \quad (6a)$$

wobei

$$\beta = \frac{1}{C} \cdot \left(\mu SC_S - C_t + \frac{1}{2} \sigma^2 S^2 C_{SS} \right) \text{ und } \varepsilon = \frac{\sigma SC_S}{C}. \quad (6b)$$

Man stellt ein selbstfinanzierendes risikoloses Portfolio aus Aktie, Kaufoption und Nullkuponanleihe zusammen, so dass die Anfangsinvestition Null beträgt.⁶⁹ Die augenblickliche Rendite des Portfolios, ergibt sich als Mittelwert von Renditen der einzelnen Bestandteile:

$$d\Pi = A_S \frac{dS}{S} + A_C \frac{dC}{C} + A_B \frac{dB}{B} = A_S(\mu - r)dt + A_C(\beta - \varepsilon)dt + (A_S\sigma + A_C\varepsilon)dW,$$

wobei $A_B = -(A_S + A_C)$ substituiert wurde.

Des Weiteren setzt man $A_S = A_S^G$ und $A_C = A_C^G$, so dass der Zufallsterm gleich Null ist, wird die Rendite des Portfolios risikolos. Da die Anfangsinvestition keine Eigenmittel bedürfte, beträgt die erwartete Rendite des Portfolios, unter den Ausschluss von Arbitrageangelegenheiten, aus der beschriebenen Strategie Null. Es resultieren folgende nötige Bedingungen:

$$(\mu - r)A_S^G + (\beta - r)A_C^G = 0, \quad (7)$$

$$\sigma A_S^G + \varepsilon A_C^G = 0. \quad (8)$$

Eine nicht triviale Lösung des Gleichungssystems existiert nur falls:

⁶⁷ Vgl. *Ebenda*, 647.

⁶⁸ Bei *Merton*, 1973 bezieht sich die Ableitung der Formel auf zwei stochastische Variablen. Die modifizierte, auf eine stochastische Variable bezogene Version stammt von *Slacalek*. Die Ableitung haltet sich eng aufgrund der Zweckmäßigkeit an die Modifikation von *Slacalek*.

⁶⁹ Vgl. *Merton*, *The Bell Journal of Economics and Management Science* 1973, 141 (164).

$$\frac{\beta-r}{\varepsilon} = \frac{\mu-r}{\sigma}. \quad (9)$$

Die linke Seite der Gleichung (9) umfasst ausschließlich Parameter bezogen auf den Optionspreis aus der Gleichung (6a), wobei auf der Rechten nur Parameter des Aktienkursverlaufes auftreten. Verallgemeinernd besagt diese Gleichung, dass die Überrendite (Risikoprämie) und das Anlagerisiko aus dem jeweiligen Wertpapier in allen Fällen im selben Verhältnis stehen.⁷⁰ Nach Auflösung der Gleichung nach $\beta-r$ und Einführung der Originalvariablen resultiert die Gleichung (5a, b).

3.5 Kritische Würdigung des Modells und seine Ergänzungen

3.5.1 Kritische Würdigung der Modellvoraussetzungen

Der vorausgesetzte friktionsfreie Kapitalmarkt ist in der Realität nicht gegeben, Transaktion – oder Emissionskosten haben keinerlei vernachlässigbaren Umfang. Unter Betrachtung von Transaktionskosten, ist eine ständige Anpassung des Hedgeportfolios je nach Aktienkursveränderung nicht möglich. Bei einer Anpassung in diskreten Zeitintervallen lässt sich das Kursänderungsrisiko nicht vollständig eliminieren. Das Hedgeportfolio ist in Konklusion nicht mehr risikolos.⁷¹

Bei Existenz von Transaktionskosten ist der Gewinn oder Verlust aus der Option ungewiss, weil der nicht nur vom Spotkurs des Basiswerts am Verfallstag abhängt, sondern von der Kursentwicklung auch. Die Auszahlung aus der Option ist damit nicht mehr Pfadunabhängig. *Leland* zufolge ist eine Berücksichtigung von erwarteten Transaktionskosten möglich. Sein Lösungsvorschlag ist an die Adjustierung der Volatilität gerichtet.⁷²

Der kontinuierliche Handel von Aktien und Optionen ist eine Frage der Technologie. Der gegenwärtige technologische Umfeld kann diese Voraussetzung befriedigend bewältigen. Die beliebige Teilung beider Wertpapiere ist bei größeren Handelsvolumen eine plausible Annahme. Für kleinere Adjustierungen sind Wertpapiere mit einem Bezugsverhältnis 1:10 oder sogar 1:100 ebenso erhältlich.

⁷⁰ Vgl. *Slacalek*, Finance a úvěr 2000, 78 (81).

⁷¹ Vgl. *Leland*, The Journal of Finance 1985, 1283 (1283ff).

⁷² Vgl. *Leland*, The Journal of Finance 1985, 1283 (1289f).

Der risikolose Zinssatz ist ein theoretischer Konstrukt, der sich aus empirischen Daten nicht eindeutig bestimmen lässt. Ebenso ist der Ausschluss einer Veränderung des risikolosen Zinssatzes und dessen Übereinstimmung bei Soll- und Haben-transaktionen realitätsfern.⁷³ Dieser Kritikpunkt wird von Merton teilweise aufgehoben bei Unterstellung eines weiteren stochastischen Zufallsprozesses für die Dynamik von Anleihekursen.⁷⁴

Den Kritikpunkt bezüglich Aktienkursentwicklung bildet der Ausschluss von Aktienkurssprüngen. Dies ist durch die vorausgesetzte geometrische Brownsche Bewegung gegeben. Aktienkurssprünge werden von Merton hinzugefügt indem die in Gleichung (2) augenblickliche Aktienkursrendite um einen weiteren Jump-Prozess erweitert wird.⁷⁵ Die Erweiterung behält die Vorteile des originalen Black-Scholes-Modells, nämlich die Unabhängigkeit von Anlegerpräferenzen soweit von erwarteten Aktienkursrenditen.⁷⁶

Unter dem Aspekt von Aktienkurssprüngen kann die Annahme der Informationseffizienz und die symmetrische Verteilung von Informationen geschwächt werden. Die vorausgesetzte konstante Volatilität des Aktienkurses ist bei Optionen mit längerer Laufzeit fragwürdig, aufgrund der Sensibilität deren gegenüber einmaligen Ereignissen. Bei langläufigen Optionen würde daraus eine unrealistische Kursentwicklung resultieren. Das Model für die Ermittlung von Optionsscheinprämien unter Berücksichtigung von Kurssprüngen und Verwässerungseffekt wurde von Schulz-Trautmann und Fischer vorgestellt.⁷⁷

3.5.2 Kritische Würdigung der Bestimmung von Volatilität

Die Volatilität stellt den einzigen nicht direkt beobachtbaren Einflussfaktor der Black-Scholes-Formel dar. Für die genaue Ermittlung der fairen Optionsprämie müssten die zukünftigen Aktienkurse bekannt sein. Dies ist in Widerspruch mit der Bedingung des

⁷³ Vgl. *Kohler*, Grundlagen der Bewertung von Optionen und Optionsscheinen, 90.

⁷⁴ Vgl. *Merton*, The Bell Journal of Economics and Management Science 1973, 141 (163ff).

⁷⁵ Vgl. *Merton*, Journal of Financial Economics 1976, 125 (128f).

⁷⁶ Vgl. *Ebenda*, 1976, 125.

⁷⁷ Vgl. *Kohler*, Grundlagen der Bewertung von Optionen und Optionsscheinen, 150 ff.

vollkommenen Finanzmarktes, die keine Konzentration von Marktmacht unterstellt. Somit ist die Möglichkeit einer Preisgestaltung ausgeschlossen.

Im BSM wird mit der während der Laufzeit erwarteten, künftigen und konstanten Volatilität des Aktienkurses kalkuliert.⁷⁸ Gemäß der Annahme ist die erwartete und künftige Volatilität identisch.

Aufgrund der Unmöglichkeit der Messung von der künftigen Volatilität wird sie entweder retrospektiv aus historischen Aktienkursen geschätzt (historische Volatilität) oder aus dem momentanen Börsenkurs der Option (implizite Volatilität) abgeleitet. Letzteres geschieht jedoch unter der Voraussetzung, dass die Optionsprämie am Markt genau den fairen BSM-konformen Preis entspricht.

Die Bestimmung der Volatilität ist von Bedeutung, da das Black-Scholes Modell sehr sensitiv auf die Veränderungen in der Volatilität reagiert.⁷⁹ In Konklusion, ist die „Bestimmung der Volatilität [...] der Hauptkritikpunkt für die praktische Anwendbarkeit dieses Modells, da der errechnete faire Optionspreis nur so gut ist, wie die Schätzung der zugrunde gelegten Volatilität“.⁸⁰

Eine Lösung wurde von Heston vorgestellt, wobei die Volatilität als stochastische Variable betrachtet wurde. Das Heston-Modell bietet eine geschlossene Formel für Optionspreisermittlung und lässt Korrelationen zwischen den Spotpreis des Basiswerts und der Volatilität zu. Die Korrelation ist für die Erzeugung von Schiefe bei der Verteilung von Spottrenditen bedeutsam. Dies ist für die Prämienermittlung bei im Gelde liegenden Optionen im Vergleich zu aus dem Gelde liegenden. Nicht korreliert verändert die stochastische Volatilität bloß die Wölbung, und Verursacht relative Veränderungen bei nahe Geld⁸¹ und weit aus dem Geld⁸² liegenden Optionen.⁸³

⁷⁸ Vgl. *Ebenda*, 91.

⁷⁹ Vgl. *Ebenda*.

⁸⁰ *Ebenda*.

⁸¹ Engl. *near the money* – Der Spotkurs des Basiswerts liegt nahe des Basispreises der Option. Vgl. Investopedia, erhältlich im Internet: <<http://www.investopedia.com/terms/n/near-the-money.asp>> (besucht am 30. Oktober 2015).

⁸² Engl. *deep out of money* – Die Abweichung des Spotkurses vom Basispreis beträgt zumindest die Höhe des Basispreises, bei einem inneren Wert von Null des Optionsvertrags. Vgl. Investopedia, erhältlich im Internet: <<http://www.investopedia.com/terms/d/deep-out-of-the-money.asp>> (besucht am 30. Oktober 2015).

3.5.3 Rechtliche Restriktionen von Leerverkäufen

Das BSM setzt uneingeschränkte Möglichkeit von Leerverkäufen voraus. Diese Bedingung ist weder in der Bundesrepublik Deutschland noch innerhalb der Europäischen Union erfüllt. Die seit dem 1. November 2012 geltende EU-Leerverkaufsverordnung Nr. 236/2012 verbietet ungedeckte Leerverkäufe in Aktien und öffentlichen Schuldtiteln und ungedeckte Credit Default Swaps auf öffentlichen Schuldtiteln. Erlaubt sind ausschließlich Leerverkäufe, bei denen zum Zeitpunkt des Leerverkaufes eine Deckung vorliegt.⁸⁴

Bezogen auf den Handel von Optionen enthält die EU-LeerverkaufsVO keine Restriktionen, weil eine Stillhalterposition in Option nicht gleichzeitig eine Short-Position in Aktien bzw. öffentliche Schuldtiteln impliziert. Erst wenn der Optionsinhaber Gebrauch von seinem Optionsrecht macht, entsteht bei dem Stillhalter die Verpflichtung zur Lieferung der Aktie bzw. des öffentlichen Schuldtitels. Da diese Short-Positionen aufgrund der Optionsausübung entstehen und nicht durch einen Verkauf von Aktien bzw. öffentlichen Schuldtiteln, sind diese nicht verbotsrelevant.⁸⁵

Verallgemeinernd liegen die Vorteile des Modells in seiner relativ einfachen Handhabung und geschlossener Form. Fortschritt von den partiellen Gleichgewichtsmodellen ist in der Fähigkeit die faire Optionsprämie aus nachprüfbaren Marktdaten zu ermitteln sichtbar. Die Optionsprämie wird von der Risikoeinstellung und erwarteten Kursentwicklung des Basiswerts der Marktteilnehmer abgekoppelt. Die Aktien- und Optionsrenditen leiten sich aus dem Capital Asset Pricing Model (CAPM) ab. Anders formuliert ist das Optionsprämienmodell von Black und Scholes eine untergeordnete Theorie zum CAPM. Demzufolge ist eine Überlappung bei den Kritikpunkten beider Modelle feststellbar.

Im breiteren Sinne lässt sich die Optionspreistheorie als „spezifische Aussage der allgemeinen Theorie der Informationseffizienz der Kapitalmärkte“ auslegen, somit hängt

⁸³ Vgl. *Heston*, *The Review of Financial Studies* 1993, 327 (340).

⁸⁴ Vgl. *Bundesanstalt für Finanzdienstleistungsaufsicht*, erhältlich im Internet: <http://www.bafin.de/DE/Aufsicht/BoersenMaerkte/Leerverkaeufe/Verbote/verbote_artikel.html> (besucht am 20. September 2015).

⁸⁵ Vgl. *Bundesanstalt für Finanzdienstleistungsaufsicht*, erhältlich im Internet: <http://www.bafin.de/SharedDocs/Veroeffentlichungen/DE/FAQ/faq_leerverkaufsVO_verbot.html?nn=2798666#Start> (besucht am 20. September 2015).

ihre Validität von der der Informationseffizienz ab.⁸⁶ Bezüglich der Optionsmarkteffizienz mit Hilfe der Black-Scholes Modells resultierte eine relativ gute Bestätigung des Modells und, dass „nach der Einbeziehung von Transaktionskosten Preisungleichgewichte nicht nachhaltig zu einer überlegenen Anlagestrategie genutzt werden konnten.“⁸⁷ Trotz der Schwachstellen konnte sich das vollständige Gleichgewichtsmodell von Black und als Instrument für die Ermittlung von Optionsprämien durchsetzen.

⁸⁶ *Weger*, Optionssscheine als Anlagealternative, 223.

⁸⁷ Vgl. *Grünwald*, 201, zitiert bei: *Weger*, Optionssscheine als Anlagealternative, 223.

4 Zielsetzungen und Untersuchungsgegenstand

4.1 Zielsetzungen

Die vorliegende Arbeit verfolgt dem Hauptziel die Aussagekraft des Black-Scholes Modells zur Optionsprämienermittlung an einem Muster von Optionsscheinen auf Gold zu beurteilen. Das ursprüngliche Modell von Black und Scholes ist auf die Bewertung von nicht-Dividende bringenden Aktienoptionen europäischer Ausübungsart auf einem vollkommenen und vollständigen Kapitalmarkt gerichtet.

Optionsscheine stimmen nur teilweise mit Optionsverträgen überein. Das Ziel des ersten Kapitels ist zu beurteilen, inwieweit Unterschiede zwischen beiden Wertpapieren bewertungsrelevant sind. Sind die Unterschiede für die Bewertung vernachlässigbar, sollten bei der Verwendung der Black-Scholes-Formel akzeptable Prämien ermittelt werden.

Das Ziel des zweiten Kapitels ist die Interdependenzen von den auf Optionsverträge und auf Optionsscheine gerichtete Forschung vor Black und Scholes zu analysieren. Ebenso wird das Black-Scholes-Modell in Schlüsselpunkten vorgestellt und die Kritikpunkte erläutert. Angedeutet werden Modellerweiterungen, die diese Kritikpunkte beseitigen.

Die Umwandlung des empirischen Datenmaterials ist auf die Ermittlung von modellkonformen Rechnungsvariablen gerichtet. Es werden statistische Verfahren verwendet.

Das abschließende Kapitel verfolgt dem Ziel die berechnete Optionsprämien im Kontext von Wirtschaftlichen Ereignissen zu interpretieren. Zugleich werden die ermittelten Parameter untereinander verglichen.

4.2 Beschreibung des Untersuchungsgegenstandes

Der Untersuchungsgegenstand dieser Arbeit umfasst 86 Optionsscheine. Dabei wurde das Untersuchungsgegenstand unter der Prämisse der möglichst größten Homogenität zusammengestellt. Weiterer Aspekt war die Konformität mit dem Optionspreismodell von Black und Scholes.

Den Gegenstand der Untersuchung bildende Optionsscheine sind Goldpreisderivate von europäischer Ausübungsart. Sie entsprechen nahezu einer Plain-Vanilla-Option. Alle

Optionsscheine verbriefen ein Bezugsverhältnis 1:10, das heißt 10 Optionsscheine je Feinunze Gold, und ein Anspruch auf einen Barausgleich. Eine physische Lieferung von Gold ist nicht vorgesehen. Für die Bewertung ist diese Eigenschaft sofern relevant, dass unter rationalen Gesichtspunkten der Optionsscheininhaber keine zusätzliche Kosten erwarten muss.

Emittenten der betrachteten Optionsscheinen sind DZ Bank, Goldman Sachs, HSBC Trinkhaus & Burkhardt und Société Générale. Aus der Sicht des Emittenten stehen die den Untersuchungsgegenstand bildende Optionsscheine immer in einer Short-Straddle Position. Ist der Kaufoptionsschein mit dem gegebenen Ausgabetag, Basispreis und Laufzeit Bestandteil des Untersuchungsgegenstandes, enthält der Untersuchungsgegenstand den in Ausstattungsmerkmalen identischen Verkaufsoptionsschein. Die Struktur des Untersuchungsgegenstandes ist der Tabelle 1 zu entnehmen.

Tabelle 1 Struktur des Untersuchungsgegenstandes bezüglich Optionsscheintyp und Marktstellung am Ausgabetag.

Optionsscheintyp	am Gelde	im Gelde	aus dem Gelde	Summe
Kaufoptionsschein	9	14	20	43
Verkaufsoptionsschein	9	20	14	43
Summe	18	34	34	86

Quelle: Eigene Darstellung

Basispreis eines jeden Optionsscheins liegt im Intervall von 1000 US-Dollar bis 1600 US-Dollar (beide inkludiert). Die Differenz zwischen zwei direkt nacheinander folgenden Basispreisen beträgt stets 50US-Dollar.⁸⁸

Bezüglich des Ausstattungsmerkmals Laufzeit sind keine Muster festgestellt worden. Betrachtet werden Optionsscheine mit einer Laufzeit von 125, 182, 195, 217, 270, 308, 365, 522, 525, 588, 662, 687 Tagen.⁸⁹ Orientierungshalber wird die Laufzeit auf bis 2 Jahre, und der Verfalltag spätestens an den 15. Dezember 2015 beschränkt.

⁸⁸ Eine Umformulierung dieser Regel wurde bei der Bestimmung von am Gelde befindlichen Optionsscheinen verwendet. Für am Gelde liegende Optionsscheine zählen diejenigen, bei denen am Ausgabetag der Abstand zwischen den Tagesschlusskurs des Basiswerts und den Basispreis niedriger als 50 US-Dollar ausfiel.

⁸⁹ Für die genaue Ermittlung der Laufzeit s. Kap.4.2.

5 Umwandlung des empirischen Datenmaterials in modellkonforme Form

5.1 Diskussion der Modellvoraussetzungen in Bezug auf das Untersuchungsgegenstand

Der Bedarf einer dies artigen Analyse ist durch die Verschiedenheit des Untersuchungsgegenstands vom für das BSM vorausgesetzten Finanzinstrument begründet. Der Unterschied in Bezug auf die Entstehung zwischen Optionsverträgen und selbständigen Optionsscheinen ist unbedeutend. Als Basiswert dienen beim BSM Aktien, im Rahmen dieser Arbeit Gold.

Die Annahme über keine Dividendenzahlungen oder sonstigen Ausschüttungen, sind im Falle von Gold-Warrants erfüllt. Die Möglichkeit vom Edelmetall zu profitieren ist auf die Kurssteigerung beschränkt. Dies ist generell für alle Gold-Warrants zutreffend.

Des Weiteren setzt das BSM die europäische Ausübungsart bzw. die Einschränkung der Optionsausübung auf den Verfalltag voraus. Eine allgemeine Aussage zur Erfüllung dieser Annahme kann nicht geäußert werden, bloß können passende Optionsscheine untersucht werden. Demzufolge werden ausschließlich Optionsscheine mit europäischen Ausübungsart untersucht.⁹⁰

Feststellbar ist allerdings ein Spannungsfeld in der Notierung in unterschiedlichen Währungen für den Basiswert und Optionsschein. Die Börsenkurse von Gold, werden in US-Dollar notiert. Die Emissionskurse und Tageskurse von Optionsscheinen werden in Euro notiert. Demzufolge ist der zusätzliche Einflussfaktor der Fremdwährung in Betracht zu ziehen.

Der Phänomen von Börsennotierung in unterschiedlichen Währungen im Artikel von Black-Scholes nicht behandelt, es wird implizit die Annahme über die Notierung in derselben Währung für Aktie, Aktienoption sowie Anleihe bzw. Darlehen getroffen. Eine

⁹⁰ s. Anhang.

Diskussion der Notierung in unterschiedlichen Währungen ist bei *Weger* zu finden.⁹¹ Falls nur der Optionsscheinkurs und der Devisenkurs variabel ist, dürfte sich, unter rationalen Gesichtspunkten, die Prämie nicht ändern, da zwischen denen ein linearer Zusammenhang besteht. Bei einer Erhöhung des Devisenkurses steigt ceteris paribus der Kurs des Optionsscheins. Der Optionsscheinkurs fällt bei einem Devisenkursrückgang.⁹²

Die in Euro angegebenen Kurse von Optionsscheinen werden als umgerechnete US-Dollarkurse betrachtet. Andernfalls würden Optionsscheine das Verlustrisiko aus einem Goldpreisrückgang nicht effizient steuern, weil es teilweise in Wechselkursrisiko transformieren würde. Unter rationalen Gesichtspunkten werden Anleger zur keine Optionsscheine kaufen, vielmehr würden sie strukturierte Finanzprodukte, die sowohl das Kursrückgang- als auch das Währungskursrisiko steuern, nachfragen. Zur Konsequenz würden die beschriebenen strukturierten Finanzprodukte Gold-Warrants vollständig ersetzen.

Bei der Durchführung vom Test wurde der Ausgabepreis jedes Optionsscheines mit dem Devisenschlusskurs am Tag umgerechnet. Entsprechend wird der risikolose Zinssatz aus US-Dollar-Zinssätzen abgeleitet.

5.2 Umwandlung bezüglich der Laufzeit

Als Laufzeit der Option ist im einfachsten Fall der Zeitraum zwischen dem Abschluss- und dem Verfallsdatum zu verstehen. Die Laufzeit von Optionsscheinen ist der Willkür des Emittenten überlassen, und ist in einigen Fällen nicht eindeutig bestimmbar. Im Datenmaterial wird unter sechs bedeutsamen Tagen differenziert: dem Ausgabetag, dem ersten Handelstag, dem letzten Handelstag, dem Fälligkeitstag, dem Bewertungstag und dem Zahltag. Die ersten beiden können als Analogie zum Abschlussdatum des Optionsvertrags aufgefasst werden. Ähnlicher Weise kann ein aus den letzteren vier Tage als Ende der Scheinlaufzeit betrachtet werden. Die Mehrdeutigkeit bezüglich des Anfangs- sowie Enddatums der Scheinlaufzeit umfasst nur wenige Tage, und ist daher mehr eine Frage von theoretischer Natur. Im Datenmaterial fallen häufig Ausgabetag und erster

⁹¹ Vgl. *Weger*, Optionsscheine als Anlagealternative, 57ff und 144ff.

⁹² Vgl. *Weger*, Optionsscheine als Anlagealternative, 145.

Handelstag zusammen. Diese Eigenschaft ist auch bei letzten Handelstag, Fälligkeitstag und Bewertungstag beobachtbar.

Eine ausreichend gute Schätzung von Optionsscheinlaufzeit ist demnach möglich. Als Laufzeit wird der Zeitraum zwischen dem Ausgabetag und dem letzten Handelstag des Optionsscheins verstanden (beide inklusiv). Für die Verwendung der BSF ist eine Angabe der Laufzeit in Jahren erforderlich. Die Ermittlung dieser Variable mit Hilfe der Funktion YEARFRAC von EXCEL durchgeführt.⁹³

5.3 Ermittlung des risikolosen Zinssatzes

Generell wird der risikolose Zinssatz aus der Verzinsung von Staatsanleihen mit hoher Liquidität abgeleitet. Hierzu zählen die Staatsanleihen der entwickeltesten Industrieländern, auf die am Kapitalmarkt üblicherweise keine Risikozuschläge verlangt werden. Der risikolose Zinssatz mit Hilfe von kurzfristigen US-amerikanischen Schatzpapieren ermittelt. Als grundlegendes Datenmaterial dienen die täglichen Zinsstrukturkurven (Daily Treasury Yield Curves) des US-Finanzministeriums.

Da ein Optionsschein nicht mit standardisierter Laufzeit ausgestattet ist, wird der fristenkongruente Zinssatz mit linearer Interpolation abgeleitet. Als Basis der linearen Interpolation dienen die zwei zur Laufzeit des Optionsscheins am nächsten liegenden Zinssätze. Formal ergibt sich der fristenkongruente Zinssatz als:

$$i_{\text{inpl}} = i_{uG} + \frac{i_{uG} - i_{oG}}{t_{uG} - t_{oG}} \cdot (\tau - t_{uG}).$$

Da das BSM einen stetigen Handel und damit eine stetige Verzinsung von Wertpapieren voraussetzt, gilt für den modellkonformen risikolosen Zinssatz:

$$r = \ln(1 + i_{\text{inpl}}).$$

Die ermittelten risikolosen Zinssätze sind je nach Ausgabetag sowie Laufzeit der Optionsscheine in der Tabelle 2 erörtert. Die betrachteten sowie ermittelten

⁹³ Die schematische Formelsyntax lautet =YEARFRAC(Ausgabetag; letzter Handelstag; 3). Der Parameter 3 ist die Basis der Konversion auf Jahre. Im konkreten Fall bildet die Basis zur Laufzeit-ermittlung die Methode ACT/365.

modellkonforme Zinssätze liegen außerordentlich niedrig, deshalb wird die Sensitivität der modellkonformen Optionsscheinprämien bei einer Erhöhung des Zinssatzes überprüft.

Tabelle 2 Interpolierte risikolose Zinssätze anhand von US-T-Bills je nach Ausgabetag und Laufzeit von Optionsscheinserien.

Ausgabetag	Laufzeit in Tagen	Tagesrenditen von US-T-Bills in Prozent			Logarithmierte Interpolationswert in Prozent
		6 Monate	1 Jahr	2 Jahre	
22.11.2013	662	0,10	0,12	0,31	0,242635
10.01.2014	522	0,04	0,10	0,53	0,250727
14.01.2014	687	0,06	0,11	0,39	0,305286
22.01.2014	588	0,07	0,11	0,44	0,271260
04.07.2014	270	0,06	0,11	0,41	0,080633
08.07.2014	525	0,04	0,11	0,44	0,226863
18.09.2014	195	0,04	0,12	0,59	0,044476
15.12.2014	182	0,11	0,22	0,60	0,104088
15.12.2014	365	0,11	0,22	0,60	0,198851
10.02.2015	125 ⁹⁴	0,06	0,25	0,58	0,021949
10.02.2015	217	0,06	0,25	0,58	0,091592
10.02.2015	308	0,06	0,25	0,58	0,174506

Quelle: eigene Darstellung anhand von Zinsstrukturkurven aus den Datenquellen.

5.4 Diskussion der betrachteten Volatilitätskonzepte

Die Volatilität quantifiziert generell „die kurzfristige Fluktuation einer Zeitreihe um ihren Mittelwert oder Trend, gemessen durch die Standardabweichung bzw. den Variationskoeffizienten“.⁹⁵ In der Optionspreistheorie dient die Volatilität als Messgröße für die „Preisbewegung des Bezugswertes während einer bestimmten Zeitperiode“.⁹⁶ In diesem Sinne wird der Begriff der Volatilität immer im Zusammenhang mit der Darstellung von der Zufallsvariable, den Kursverlauf und die Verteilung des Basiswerts, genutzt.

⁹⁴ Die untere Grenze der Interpolation bildete der Zinssatz für 3 Monate i.H.v 0 Prozent.

⁹⁵ Springer Gabler Verlag (Hrsg.), Gabler Wirtschaftslexikon, Stichwort: Volatilität, online im Internet: <<http://wirtschaftslexikon.gabler.de/Archiv/13869/volatilitaet-v10.html>> (besucht am 15 September 2015).

⁹⁶ Springer Gabler Verlag (Hrsg.), Gabler Wirtschaftslexikon, Stichwort: Volatilität, online im Internet: <<http://wirtschaftslexikon.gabler.de/Archiv/13869/volatilitaet-v10.html>> (besucht am 15 September 2015).

Da das BSM aus der Annahme eines vollkommenen Kapitalmarktes ausgeht, auf dem alle Wertpapiere richtig bewertet und ausschließlich zu ihren Gleichgewichtspreisen gehandelt werden, ist eine praxisbezogene Diskussion für die Messung von Aktienkursschwankungen bezogen auf Zeiteinheiten im Rahmen des Modells nicht vorgesehen. Die Volatilität ist gemäß der Annahme während der Optionslaufzeit konstant. Umformuliert deutet dies an, dass das BSM den richtigen fairen Options- sowie Optionsscheinpreis nur dann genau ermittelt, falls die Volatilitätsvariable die während der Laufzeit tatsächlich eintretende Kursfluktuation reflektiert.⁹⁷ Gegenüber der restlichen Einflussgrößen ist die Volatilität nicht direkt beobachtbar und muss bestimmt werden. Dies begründet die Existenz von zahlreichen Volatilitätskonzepten sowie Ermittlungsverfahren.

In dieser Arbeit werden zwei Volatilitätskonzepte verwendet die im Späteren in Höhe verglichen werden. Beide Auffassungen der Volatilität beruhen auf einer objektiven Datenbasis. Differenziert wird zwischen einem vergangenheitsbezogenen und einem zukunftsbezogenen Volatilitätskonzept. Dies sind im Einzelnen:

- die implizite bzw. implizierte Volatilität,
- die historische Volatilität und die zukünftig eingetretene Volatilität.

5.5 Die implizite bzw. implizierte Volatilität

Die implizierte Volatilität⁹⁸ stellt die vom Markt empfundene Kursschwankung des Basiswertes über die Laufzeit der Option dar. Als Implizit ist diejenige Volatilität bezeichnet, bei der der empirische Optionskurs und die mit Hilfe von Optionspreismodellen ermittelte Optionsprämie übereinstimmen. Anders formuliert stellt die implizierte Volatilität die Schwankung dar, über die sich die Parteien eines Optionsvertrags geeinigt haben. Analog dazu ist sie im Fall von selbständigen Optionsscheinen als die bei der Emission ermittelte oder antizipierte Volatilität zu interpretieren. „Sie spiegelt die für den Gesamtmarkt repräsentative und durch die realen Optionspreise tatsächlich

⁹⁷ Vgl. Kohler, Grundlagen der Bewertung von Optionen und Optionsscheinen, 113.

⁹⁸ In der Fachliteratur sind die Begriffe implizite Volatilität und implizierte Volatilität in Verwendung, wobei beide äquivalent zum englischen Begriff implied volatility sind. Daneben ist derselbe Vorgang für die Ermittlung in der Fachliteratur beschrieben. In dieser Arbeit werden die zwei Begriffe als Synonyme verwendet.

vorhandene Volatilitätserwartung wider“.⁹⁹ Die implizierte Volatilität ist demnach „ein im Markt beobachtbarer und zu jedem Handelszeitpunkt objektivierbarer zukunftsbezogener Volatilitätserwartungswert“.¹⁰⁰ Erst nach dem Verfallszeitpunkt der Option kann retrospektiv die Aussagefähigkeit der impliziten Volatilität beurteilt werden.¹⁰¹

Die Berechnung der implizierten Volatilität beginnt bei der Annahme, dass der Optionsvertrag am Markt richtig bewertet ist, und folglich dem fairen Preis entspricht. Da bis auf die Volatilität alle Variablen bekannt sind, ist ein umgekehrter Rechnungsvorgang möglich. Mit dem Einsatz des Marktpreises in den Optionspreis-modell verbleibt die Volatilität als einzige Unbekannte. Schematisch ist dies dargestellt als:

$$BS(\sigma_{impl}) = OP_{Markt} \cdot^{102}$$

Eine analytische Auflösung der BSF nach der Volatilität ist schwierig, daher wird bei der Berechnung der implizierten Volatilität iterativ vorgegangen. Die implizite Volatilität wird mit Hilfe von der EXCEL-Analysefunktion *goal seek* ermittelt.

5.6 Die historische und zukünftig eingetretene Volatilität

Der genaueren Darstellung- und Vereinfachungshalber wird an dieser Stelle eine begriffliche Differenzierung zwischen historischer und zukünftig eingetretener Volatilität vorgenommen.¹⁰³ Beide Größen werden mittels derselben statistischen Methode ermittelt, der Unterschied stammt aus dem relativen zeitlichen Abstand vom Betrachtungszeitpunkt. Der Betrachtungszeitpunkt stimmt mit der Ausgabebetrag des Scheins überein.

Die historische Volatilität stellt eine ausschließlich vergangenheitsbezogene Größe relativ zum Betrachtungszeitpunkt dar, und ergibt sich aus Börsenkursschwankungen, zwischen dem Betrachtungszeitpunkt und einem in der Vergangenheit liegenden Ausgangszeitpunkt. Die wesentlichen Schwachstellen der historischen Volatilität liegen in

⁹⁹ Linkwitz, Devisenoptionen zur Kurssicherung: Bewertung und Strategien, 111.

¹⁰⁰ Ebenda, 111f.

¹⁰¹ Vgl. Linkwitz, Devisenoptionen zur Kurssicherung: Bewertung und Strategien, 112.

¹⁰² Vgl. Černý, Acta Oeconomica Pragensia 2008, 12 (12).

¹⁰³ In Anlehnung an Linkwitz, Devisenoptionen zur Kurssicherung: Bewertung und Strategien, 112.

der Ermessensfragen in Bezug auf die betrachtete Kursart,¹⁰⁴ den Zeitintervall¹⁰⁵ und der Bestimmung am weitesten zurückliegenden betrachteten Zeitpunktes bzw. Kurses. Der am weitesten zurückliegende Zeitpunkt der Anforderung der Wieder-gabe des gegenwärtigen Trends, und zugleich der Glättung von vergangenen überproportionalen Marktreaktionen mit kurzfristiger Wirkung gerecht sein.

Als repräsentative Tageskurse werden die Schlusskurse betrachtet. Die historische Volatilität ergibt sich dann als die erwartungstreue Standardabweichung von logarithmierten relativen täglichen Kursveränderungen bezogen auf ein Jahr (365 Tage). Die historische Volatilität wird auf Basis von einen, drei und sechs Monaten zurückliegenden Kursen ermittelt. Gemäß der Annahme über eine konstante Volatilität wird die historische Volatilität mit der am Ausgabetag des Optionsscheines erwarteten Volatilität identisch betrachtet.

Die zukünftig eingetretene Volatilität hat für den Emissionstag keine Interpretation. Sie ist als diejenige Volatilität die vom Emissionstag aus gesehen bis zum Fälligkeitstag des Optionsscheins, oder in einem beliebigen künftigen Zeitpunkt ermitteln lässt. Erst wenn der künftige Zeitpunkt erreicht ist, steht das Datenmaterial für die Ermittlung zur Verfügung, und ist somit die zukünftig eingetretene Volatilität quantifizierbar.

Die zukünftig eingetretene Volatilität stellt die Kontrollgröße zur implizierten Volatilität dar. Ist die retrospektiv ermittelte eingetretene Volatilität dem Implizierten gleich, haben die Marktteilnehmer die „ex post tatsächlich eingetretene Volatilität exakt über die implizite Volatilität antizipiert“.¹⁰⁶ Daraus folgt, dass der mit Hilfe eines Modells ermittelte beizulegende Zeitwert in retrospektiver Betrachtung genau dem Marktpreis entsprach.

Basierend auf täglichen Börsenkursen und unter Betrachtung der Kursverlauf- sowie Verteilungsannahmen ist die Ermittlung von der historischen und zukünftig eingetretenen Volatilität mittels statistischen Schätzverfahren objektiv möglich.¹⁰⁷

¹⁰⁴ Denkbar ist: Eröffnungskurs, Tiefstkurs, Höchstkurs und Schlusskurs.

¹⁰⁵ Denkbar ist: Tag, Woche, Monat usw.

¹⁰⁶ Linkwitz, Devisenoptionen zur Kurssicherung: Bewertung und Strategien, 112.

¹⁰⁷ Vgl. *Ebenda*.

5.6.1 Volatilitätsschätzung mittels statistischer Verfahren

Die BSF bedarf keine Unterstellungen über den erwarteten Zuwachs des Basiswertkurses. Betrachtet man jedoch den Basiswertkursdynamik beschreibenden stochastischen Prozess, ist dieser durch den Driftparameter μ sowie dem Parameter für die Varianz σ^2 beschrieben. Beide Parameter sind unbekannt, und werden anhand von täglichen Schlusskursen von Gold geschätzt. Bezeichnet man m und s^2 als Schätzer für μ und σ^2 , gilt zwischen den Zeitpunkten t und $t-1$:

$$est(\mu) \equiv m = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n \ln \frac{S(t)}{S(t-1)}, \text{ sowie}$$
$$est(\sigma^2) \equiv s^2 = \frac{1}{(n-1)} \sum_{t=1}^n \left(\ln \frac{S(t)}{S(t-1)} - m \right)^2.$$

Die Volatilität ergibt sich als: $\sigma_{hist} = s \cdot \sqrt{365}$.

Allerdings ist zu beachten, dass eine dies artige Schätzung nicht bloß die Volatilität sondern ebenso den Drift im Zeitraum $t=(1;n)$ als konstant behandelt. Dies ist in den Modellannahmen nicht vorausgesetzt, und die BSF für Prämienermittlung behält ihre Gültigkeit auch bei nicht vorsehbar hohen Driftwerten.¹⁰⁸

Die Erhaltung der Varianz als Konstante bei Veränderungen des Trendparameters, ist problematisch, die Komplexität der Berechnung steigt wesentlich. Laut Kohler wird jedoch „bei Verwendung von täglichen oder wöchentlichen Daten die Varianz-schätzung mittels [...] [der oben erörterten Formel] nicht sehr sensitiv auf die Schätzung des Trendparameters μ reagiert“.¹⁰⁹ Störend an dieser Art von Schätzung ist, dass die Standardabweichung nicht mehr einen erwartungstreuer Schätzer der Volatilität darstellt.¹¹⁰

Da in dieser Abschlussarbeit Zeitreihen aus Tagesschlusskursen untersucht werden, wird der Stichprobenumfang als ausreichend und die Schätzer als erwartungstreu betrachtet. Einzelne historische Volatilitätswerte sind in der Tabelle 3 zusammengefasst.

Tabelle 3 Werte historischer Volatilität je nach Basis und Ausgabetag.

Ausgabetag	1 Monat	3 Monate	6 Monate
22.11.2013	0,182315	0,240583	0,258544

¹⁰⁸ Kohler, Grundlagen der Bewertung von Optionen und Optionsscheinen, 117.

¹⁰⁹ Vgl. *Ebenda*.

¹¹⁰ Vgl. *Ebenda*.

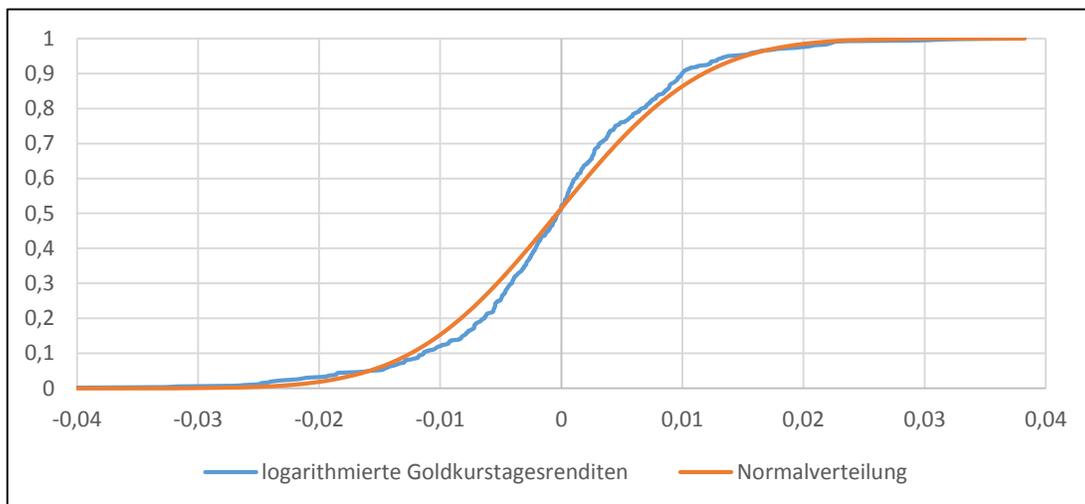
10.01.2014	0,223331	0,209975	0,230583
14.01.2014	0,200044	0,208483	0,228214
22.01.2014	0,155567	0,198332	0,227666
04.07.2014	0,151758	0,174811	0,169389
08.07.2014	0,153293	0,172036	0,169194
18.09.2014	0,113244	0,148225	0,158662
15.12.2014	0,258986	0,214219	0,183127
10.02.2015	0,241517	0,237469	0,201116

Quelle: eigene Darstellung

6 Ergebnisse der Untersuchung und Diskussion

6.1 Verteilungstest und Ergebnisse

Das Black-Scholes Modell setzt eine Normalverteilung der logarithmierten Basiswertkurse voraus. Die Erfüllung dieser Annahme bei Gold-Tagesschlusskursen wird mit Hilfe des Kolmogorow-Smirnow-Tests überprüft. Als Ausgangspunkt werden dabei logarithmierte Tageskursrenditen betrachtet. Neben der eigentlichen Prüfung der Voraussetzungsgültigkeit wird das Resultat in der Bestimmung des Ausgangszeitpunktes für die Berechnung der historischen Volatilität in Betracht gezogen. Der Verlauf beider Verteilungen wird in der Abbildung 1 erörtert.



Quelle: eigene Darstellung.

Abbildung 1 Verteilungsfunktion von logarithmierten täglichen Goldkursrenditen gegenüber Normalverteilung von Oktober 2013 bis Oktober 2015.

Beim visuellen Vergleich ist eine relativ hohe Ähnlichkeit im Verlauf erkennbar. Renditen auf dem Intervall $-0,03$ bis $-0,02$ treten gegenüber der Normalverteilung häufiger auf. Vom besonderen Interesse sind die Renditenintervalle $-0,01$ bis 0 und 0 bis $0,01$. Goldkursrenditen vom Ersteren sind seltener als bei Normalverteilung vorgesehen. Wiederum Tagesrenditen aus dem letzteren Intervall sind öfter feststellbar als bei einer normalverteilten Zufallsvariable. Anhand dieses Vergleichs sind dennoch keine eindeutige Beschlüsse über die Verteilung der täglichen Goldkursrenditen möglich.

Bei dem Kolmogorow-Smirnow-Test wird von den folgenden Hypothesen ausgegangen:

-Nullhypothese: Die logarithmierten Goldkursrenditen sind normalverteilt;

-Alternativhypothese: Die logarithmierten Goldkurstagesrenditen sind nicht normalverteilt.

Im Testverlauf wird die Verteilungsfunktion aus der Zeitreihe mit der der Normalverteilung verglichen. Als Parameter der Normalverteilung wurden der Mittelwert sowie die Standardabweichung der jeweiligen Zeitreihe verwendet. Als Testkriterium wird die höchste festgestellte Abweichung zwischen der Verteilungsfunktion aus der Zeitreihe und der der Normalverteilung dem kritischen Wert bei gegebenem Konfidenzniveau und Stichprobenumfang gegenübergestellt. Übersteigt der höchste Abweichungswert den Kritischen, wird die Nullhypothese abgelehnt.¹¹¹ Die kritische Werte werden im Falle von umfangreichen Stichproben bei einem Konfidenzniveau von 0,95 und 0,99 approximiert¹¹² als:

$$d_{0,95} = \frac{1,36}{\sqrt{n}} \text{ sowie } d_{0,99} = \frac{1,63}{\sqrt{n}}.$$

Anhand des Datenmaterials der Rohstoffen Indikation¹¹³ wurde der Kolmogorow-Smirnow-Test an Zeitreihen von Januar 2013 bis Oktober 2015 mit verschiedenen Betrachtungszeiträumen durchgeführt. Die berechnete Werte der Testkriterien sowie die Auswertung der Gültigkeit der gestellten Nullhypothese sind in der Tabelle 4 zusammengefasst.

Tabelle 4 Ergebnisse des Kolmogorov-Smirnow-Tests für die betrachteten Zeiträume.

Zeitreihe (inkl. Anfang und exkl. Ende)	Höchste Abweichung (d_{\max})	Kritischer Wert bei $\alpha=0,05$ ($d_{0,95}$)	Kritischer Wert bei $\alpha=0,01$ ($d_{0,99}$)	Auswertung bezgl. Gültigkeit der Nullhypothese
Jan 2013-Okt 2015	0,090249	0,050861	0,060959	Nein
Okt 2013-Okt 2015	0,068301	0,059870	0,071756	Ja bei $1-\alpha=0,99$
Okt 2013-Jun 2014	0,082660	0,097890	0,117320	Ja
Jan 2014-Jun 2014	0,087090	0,119740	0,143510	Ja
Jan 2014-Okt 2015	0,067623	0,063969	0,076668	Ja bei $1-\alpha=0,99$

¹¹¹ Vgl. *Cyhelský/Kahounová/Hindls*, Elementární statistická analýza 278f.

¹¹² Vgl. *Ebenda*, 300.

¹¹³ Den Test wurden auch Daten von Goldkursen von FXCM unterzogen. Im Ergebnis wurde für die Zeitreihen 2013-Oktober 2015, Oktober 2013- Oktober 2015, und 2014-Oktober 2015 (bei allen exklusiv Oktober) die Nullhypothese für beide betrachtete Konfidenzniveaus abgelehnt. Allerdings wird darauf aufgewiesen, dass das Datenmaterial häufig fortgeschriebene Schlusskurse für Feier- und Wochenendtage enthielt. Dies war in der Übereinstimmung von Eröffnungs-, Tiefst-, Höchst- und Schlusskurs am vorherigen Tag erkenntlich.

Quelle: eigene Darstellung

In Konklusion die Normalverteilung von täglichen Goldkursrenditen für den Zeitraum Oktober 2013 bis Oktober 2015 erfüllt. Kürzere Zeitreihen entsprechen in höherem Ausmaß der Normalverteilung als längere. Die Voraussetzung des Black-Scholes-Modells über den Kursverlauf des Basiswerts ist demnach erfüllt.

6.2 Abweichungsanalyse – historische und implizite Volatilität

Beim Vergleich der historischen und implizierten Volatilität dient die Letztere als Maßstab für die Auswertung. Die historische Volatilität wurde auf Kalenderbasis für 1 Monat sowie 3 und 6 Monate vor dem Emissionstag ermittelt. Eine eindeutige Auswertung ist dabei aufgrund der verschiedenen Ausgabetermine der einzelnen Optionsscheine schwierig. Des Weiteren fallen unterschiedlich die berechneten Werte für die implizite Volatilität nach Basispreis aus. Es wurden Ergebnisse festgestellt bei denen die historische Volatilität bei einem längeren Betrachtungszeitraum anstieg.

Im Vergleich zur impliziten Volatilität liegt die historische Volatilität für den einmonatigen Betrachtungszeitraum in 41 Fällen über und in 45 Fällen unter diesen Wert. Für den Betrachtungszeitraum von drei Monaten ergeben gegenüber der impliziten Volatilität jeweils 43 Unter- und Überbewertungen. Bei einem halbjährigen Betrachtungszeitraum lagen bei 51 Optionsscheinen die Werte für die historische Volatilität über und bei 35 unter der implizierten Volatilität.

Die oben erläuterte Darstellung wird erweitert, indem nach dem Optionstyp differenziert und die am Ausgabetermin berechneten inneren Werte des Scheins Betracht gezogen wird. Die Differenzierung nach dem inneren Wert des Optionsscheins am Ausgabetermin ist aus dem Grund von unterschiedlicher Sensibilität des Optionsscheinpreises gegenüber Volatilitätsänderungen relevant. Am Gelde befindliche Optionsscheine sind sensibler auf die Abweichungen der historischen und impliziten Volatilität als im Gelde oder aus dem Gelde liegende Scheine. Ist die Spanne zwischen dem inneren Wert und dem Marktwert bzw. einem modellkonformen fairen Preis erheblich, bewirkt eine Volatilitätsänderung geringere Preisänderungen. Eine kompakte Darstellung mit Zahlen ist in der Tabelle 5 erörtert.

Tabelle 5 Durchschnittliche prozentuale Abweichungen der historischen Volatilität von der Implizierten.

Historische Volatilität – Betrachtungszeitraum	Call-Optionsscheine			Put-Optionsscheine		
	ATM	ITM	OTM	ATM	ITM	OTM
1 Monat	23,460	16,469	22,282	22,760	34,417	25,948
3 Monate	12,430	15,799	9,261	17,780	27,821	10,241
6 Monate	20,863	15,941	15,146	25,382	36,139	20,431

Quelle: eigene Darstellung

Aus der Eine kompakte Darstellung mit Zahlen ist in der Tabelle 5 erörtert.

Tabelle 5 ist erkenntlich, dass die historische Volatilität generell die implizierte Volatilität von Kaufoptionsscheine besser abschätzt als die von Verkaufsoptionsscheinen. Die einzige Ausnahme bildet die Volatilitätsabschätzung für einmonatige Betrachtungsperiode bei am Gelde liegenden Verkaufsoptionsscheinen, diese Differenz ist jedoch gegenüber anderen vergleichsweise klein.

Unter Call-Optionsscheinen dient die historische Volatilität auf dreimonatiger Basis dominant als beste Schätzer der impliziten Volatilität. Die kleinste Abweichung wurde bei aus dem Gelde liegenden Kaufscheinen festgestellt. Die prozentuale Abweichungen von der impliziten Volatilität in der Fällen von am und im Gelde liegende Callscheinen sind relativ befriedigend.

Bei Put-Optionsscheinen ergaben sich die kleinsten Abweichungen zur implizierten Volatilität, ebenso wie bei Callscheinen auf der dreimonatigen Basis. Die Dominanz dieser Betrachtungsperiode ist stärker, als die bei Kaufoptionsscheinen. Die Differenzen gegenüber der impliziten Volatilität sind maßgeblich hoch, sie betragen im Extremfall etwa 16 Prozent. Die höchsten Abweichungen unabhängig von der Berechnungsbasis sind bei im Gelde liegenden Verkaufsoptionsscheinen erkannt. Für den einmonatigen Basis beträgt die durchschnittliche relative Abweichung 34,417 und für die Halbjahresbasis sogar 36,139 Prozent.

6.3 Quantifizierung von Preisdifferenzen aufgrund von Volatilitätsdifferenzen

Die aus der unterschiedlichen Höhe der historischen und impliziten Volatilität resultierenden Preisabweichungen sind generell gering. Im der Mehrzahl der Untersuchungsfälle ist eine Überbewertung der Optionsscheine feststellbar. Die höchste

Abweichung aufgrund der historischen Volatilität war bei den Kaufoptionsscheinen mit dem Ausgabedatum 22. November 2013 beobachtet.¹¹⁴ Eine Begründung des beobachteten Ergebnisses gäbe die Entwicklung des Basiswertkurses. Da durch den Verteilungstest für den Zeitraum Januar 2013 bis Oktober 2015 die Normalverteilung von täglichen Goldkursrenditen abgelehnt war, und die Optionsscheine längere Laufzeit aufwiesen, wurde die implizierte Volatilität überschätzt. Dies impliziert eine Höhere Optionsscheinprämie. Ein Überblick über die Verteilung von Abweichungen ist in der Tabelle 6 erörtert.

Tabelle 6 Betragsgemäße Abweichungen von Optionsprämien auf Basis der historischen Volatilität.

Abweichung in EUR	1 Monat - Gesamt	Unter-bewertet	3 Monate - Gesamt	Unter-bewertet	6 Monate - Gesamt	Unter-bewertet
0-10	31	13	45	19	26	5
10-20	20	8	32	18	28	9
20-30	17	8	3	3	20	12
30-40	7	6	1	1	7	6
40-50	3	2	1	0	1	1
50-60	4	4	0	0	2	0
über 60	4	4	4	2	2	2
Gesamtanzahl	86	45	86	43	86	35

Quelle: eigene Darstellung

In allen betrachteten Fällen sind die Abweichungen unter den niedrigeren Werten konzentriert. Da für die Untersuchung die Anzahl der Optionsscheine auf zehn normiert wurde, beträgt die jeweilige Abweichung ein Zehntel des Werts.

Beobachtbar ist ein Übergang von Unter- in Überbewertung mit einem zunehmenden Berechnungszeitraum für die historische Volatilität, die Anzahl von unterbewerteten Optionsscheinen nimmt ab oder wird in Klassen von kleineren Abweichungen verschoben. Bei den überbewerteten Optionsscheinen nehmen die Abweichungen wiederum ab. Zusammenfassend ist also eine Konvergenz um den niedrigen Abweichungswerten festzustellen. Allerdings beobachtet man die Konvergenz vielmehr bei der Betrachtung von Differenzen zwischen den 1 und 3 monatigen Betrachtungszeitraum.

¹¹⁴ Diese sind die Optionsscheine mit WKN: SG40FU; SG40FW; SG40FY.

6.4 Abweichungsanalyse – die implizite und die zukünftig eingetretene Volatilität

Die bisherige Untersuchung richtete sich auf die Abweichung der historischen Volatilität von der Impliziten. Die implizite Volatilität wurde als diejenige prospektive Volatilität angenommen, bei der der Marktpreis des Optionsscheins mit seinem modellkonformen Preis übereinstimmt. Als Kontrollgröße für die Implizierte wurde die zukünftig eingetretene Volatilität eingeführt. Beim Vergleich von beiden Größen wird überprüft, ob die vorgesehene Marktschwankung tatsächlich eingetreten ist. Die ermittelten Werte der zukünftig eingetretenen Volatilität sind in der Tabelle 7 zusammengefasst.

Tabelle 7 Prozentmäßige Abweichung von zukünftig eingetretenen Volatilität je nach Laufzeit.

Ausgabetag	letzter Handelstag ¹¹⁵	Zukünftig eingetretene Volatilität	Prozentuale durchschnittliche Abweichung
22.11.2013	15.09.2015	0,176354	58,032
10.01.2014	16.06.2015	0,177234	7,109
14.01.2014	02.12.2015	0,173380	4,192
22.01.2014	02.09.2015	0,174671	3,620
04.07.2014	31.03.2015	0,186271	4,037
08.07.2014	15.12.2015*	0,174952	2,548
18.09.2014	01.04.2015	0,203960	11,115
15.12.2014	15.06.2015	0,178678	36,599
15.12.2014	15.12.2015*	0,169754	26,515
10.02.2015	15.06.2015	0,154550	27,542
10.02.2015	15.09.2015	0,150984	14,354
10.02.2015	15.12.2015*	0,154290	11,127

Quelle: eigene Darstellung

Die berechnete zukünftig eingetretenen Volatilitätswerte deuten auf relativ stabilen Schwankungen. Die minimale Höhe beträgt etwa 0,151 die maximale etwa 0,204. Diese niedrige Spanne zwischen minimal und Maximalwert ist durch eine teilweise Übereinstimmung von der betrachteten Zeitreihen zu begründen.

¹¹⁵ Mit * sind zukünftige Handelstage gekennzeichnet, für die gegenwärtig keine Daten existieren. Die zukünftig eingetretene Volatilität wurde in diesem Fall aus Tagesschlusskursen zwischen dem Ausgabetag und den 30. September 2015 berechnet.

Die relative durchschnittliche Abweichung der implizierten Volatilität zeigt keine eindeutigen Ergebnisse. Die Differenzen nehmen mit längerer Laufzeit nicht zu. Die kleinsten Abweichungen relativ zur zukünftig eingetretenen Volatilität zeigen Optionsscheine mit einer Laufzeit von über 1,4 Jahren. Für Optionsscheine mit einer Laufzeit unter einen Jahr wurde eine Abweichung von mindestens 4,037 Prozent festgestellt. Typisch waren etwa 11 bis 14 prozentige relative Abweichungen und in mehrere Fällen Abweichungen von 26,5 und 27,5 Prozent. Bei einer Laufzeit von 0,499 Jahren weist der relative Abweichungsdurchschnitt einen Wert von 36,599 Prozent aus. Den Extremfall bilden relative Abweichungen von langfristigen Optionsscheinen vom 22. November 2013 in Höhe von rund 58 Prozent.

6.5 Änderungen von Optionsprämien bei Zinserhöhung

Seit der Finanzkrise wurden die Zinssätze beider Leitwährungen der Weltwirtschaft schrittweise gesenkt. Diese Verbilligung von Krediten zeigt jedoch gemischte Auswirkungen. Auf dem Finanzmarkt wird in der näheren Zukunft eine Erhöhung von Zinssätzen erwartet. Aus diesem Grund wurden die Optionsprämien auf eine Veränderung des risikolosen Zinssatzes um 25 Basispunkte am Emissionstag des Optionsscheins getestet. Die Logarithmierte Änderung beträgt 0,249688 Prozent. Die relative Veränderung von Zinssätzen beträgt von etwa 45 bis zu etwa 92 Prozent, mit einem Median von 52,4. Die Ergebnisse sind in der Tabelle 8 erörtert.

Tabelle 8 Durchschnittliche Prämienveränderung bei Zinserhöhung in Euro.

Volatilitätsbasis	Kaufoptionsscheine			Verkaufsoptionsscheine		
	am Gelde	im Gelde	aus dem Gelde	am Gelde	im Gelde	aus dem Gelde
hist. Vola.1Monat	1,7510	2,0347	0,9021	-1,7384	-3,0090	-0,9597
hist. Vola.3Monat	1,7028	1,9854	0,9676	-1,7866	-2,9435	-1,0090
hist. Vola.6Monat	1,6839	1,9885	0,9703	-1,8055	-2,9408	-1,0059
Implizite Vola.	1,6448	1,8724	0,9957	-1,7905	-3,0507	-0,9981

Quelle: eigene Darstellung

Aus der Tabelle ist erkenntlich, dass die 3 und 6 monatige historische Volatilitätswerte sehr naheliegende Ergebnisse liefern. Die historische Volatilität auf der Basis von 1 Monat ergibt Veränderungen in ähnlicher Höhe bei im Gelde liegenden Optionsscheinen. Die Prämienänderungen die mit Hilfe der implizierten Volatilität ermittelt wurden, ab von allem bei am Gelde und im Gelde liegenden Kauf-optionsscheinen. Beim vertikalen

Vergleich verlieren am Gelde liegende Put-Scheine am Wert durchschnittlich mehr als Call-Scheine gewinnen.

Am sensibelsten gegenüber Zinserhöhungen reagieren im Geld liegenden Put-Scheine, weniger aber dennoch sensibel reagieren Kaufoptionsscheine im Gelde. Wenig sensibel reagieren auf die Zinserhöhung aus dem Gelde liegende Options-scheine, wobei Verluste aus Put-Scheinen höher ausfallen als Gewinne von aus dem liegenden Call-Scheinen. Allerdings muss der Optionsverhältnis 1:10 beachtet werden. Unter diesen Gesichtspunkt sind auf relativ hohe Veränderung des Zinssatzes die betrachteten Optionsscheine unsensibel.

6.6 Diskussion von Ergebnissen im weltwirtschaftlichen Kontext- Ausblick

Da die modellkonforme Optionsscheinprämien relativ nahe zur Marktprämien liegen, kann eine positive Aussagekraft des BSM festgestellt werden. Wieweit diese Schlussfolgerung generelle Gültigkeit besitzt wird in diesem Teil diskutiert.

6.6.1 Entwicklung des Goldpreises und Auswirkungen an Derivate

Der Goldkurs wird signifikant durch psychologische Faktoren beeinflusst. Als Anlagealternative wird Gold aufgrund steigender Unsicherheit an Finanzmärkten interessant. Besonders ersichtlich wurde dies in und nach 2008. Der damals begonnene Goldpreisaufschwung erreichte seinen Höchststand in 2011 von mehr als 1800 US-Dollar je Feinunze.



Quelle: eigene Darstellung

Abbildung 2 Goldpreisentwicklung in Dollar je Feinunze von Januar 2013 bis Ende September 2015.

Der langfristige Goldkursrückgang fing 2013 an. Von 1686,49 US-Dollar rutschte der Goldpreis bis Jahresende auf 1206,51. Der sinkende Trend setzte im Jahre 2014 fort, wobei die Preisfluktuation sich innerhalb der Spanne von 1100 bis 1350 US-Dollar stabilisierte.

Die Stabilisierung des Goldkurses erklärt die Bestätigung der Hypothese über die Verteilungsannahme. Die Ablehnung der Hypothese für den Zeitraum von Januar 2013 bis Oktober 2015 erfolgte aufgrund der Andauer des Abwärtstrends, die kein Bestandteil der Zeitreihe von Oktober 2013 bis Oktober 2015 war.

Die Konsequenz für Finanzderivate war, ein wertloser Verfall von Kaufoptionsscheinen. Im Allgemeinen wurde eine Rendite nur durch Verkaufsoptionsscheine erzielt.

Langfristig Betrachtet hat Gold in Laufe der letzten 4 Jahren fast 40% seines Wertes verloren. Die weltweite Nachfrage ging auf das Niedrigste seit 2009 zurück aufgrund eines Nachfragerückgangs in Indien und China.

6.6.2 Zinssätze

Gold steht vor allem unter Druck aufgrund einer baldigen erwarteten Erhöhung von Zinssätzen von Fed. Für eine Zinssteigerung spricht der aktuelle Stand des US-amerikanischen Arbeitsmarktes. Den Basiszinssatz hatte das Fed im Dezember 2008 auf ein Niveau von 0 bis 0,25 Prozent gesenkt, mit dem Vorhaben das Wirtschaftswachstum zu fördern.

Dank der niedrigen Zinssätzen bat Gold eine angemessene Substitution da der Nachteil, dass eine Goldanlage keine Zinszahlungen abwirft, bei geringen Zinssätzen abnahm. Eine Zinserhöhung würde dennoch einen stärkeren Einfluss auf Put-Scheine haben.

7 Fazit

Selbständige Optionscheine gehören zu den strukturierten Finanzprodukten, die teilweise Merkmale eines Termingeschäftes vorzeigen, jedoch werden sie an den Spotmarkt gehandelt. Durch ihre verbriefte Form und Handelbarkeit bis zu ihrem Fälligkeitstag bieten sie attraktive Möglichkeit zur Renditenerzielung oder aber Kurssicherung. Allerdings verfügt der Emittent bei der Gestaltung von Wertpapierbedingungen über hohen Freiheitsgrad, der die Vergleichbarkeit ähnlicher Optionscheine stark beschränkt. Dies impliziert ein relativ komplexes Problem der Ermittlung einer fairen Prämie für diese Finanzderivate.

In dieser Abschlussarbeit wurde die Aussagekraft des Black-Scholes-Modells zur Ermittlung von Optionsscheinprämien an Optionsscheinen auf Gold getestet. Beim Vergleich der Funktionsweise von Optionsverträgen und selbständigen Optionscheinen sind nur kleine bewertungsrelevante Unterschiede festgestellt worden.

Im Ergebnis weichten die modellkonforme Prämien von den Marktpremien überwiegend um bis zu 3 Euro ab. Das ermittelte Ergebnis ist stark vom stabilen Goldkurs und der Struktur des Untersuchungsgegenstandes beeinflusst. Die stabile Bewegung des Goldpreises in der letzten zwei Jahren hat zur Konsequenz lognormalverteilte Basiswertkurse und geringe Werte für die historische Volatilität. Der Einfluss von sehr niedrig liegenden Zinssätzen ist fraglich, weil auf eine experimentelle Veränderung die Optionsprämien unsensibel reagierten. Die Struktur des Untersuchungsgegenstandes wurde als symmetrisch in Bezug auf Optionsscheinpaare vorgesehen, wovon eine große Anzahl von Kaufoptionsscheinen aus dem Gelde und Verkaufsoptionsscheine im Gelde resultierten.

Zusammenfassend kann die Black-Scholes-Formel, solange der Goldkurs stabil fluktuierend bleibt, als ein zuverlässigen Maßstab für Anlageentscheidungen in Optionsscheinen empfohlen werden.

Die allgemeine Aussagekraft der Black-Scholes-Modells für Plain-Vanilla-Optionscheine kann im Rahmen dieser Ergebnisse und Umstände nicht eindeutig beurteilt werden, und bleibt eine offene Frage für weitere Forschung.

8 Resumé - zhrnutie

Cieľom predloženej diplomovej práce je overenie vhodnosti Blackovho-Scholesovho modelu pre stanovenie prémie opčných listov. Objekt výskumu sa vymedzuje ako vzorka opčných listov znejúcich na podkladové aktívum zlato.

8.1 Komparácia opčných kontraktov a opčných listov

Cieľom predloženej diplomovej práce je overenie vhodnosti Blackovho-Scholesovho modelu pre stanovenie prémie opčných listov. Objekt výskumu sa vymedzuje ako vzorka opčných listov znejúcich na podkladové aktívum zlato.

V prvej kapitole sa zaoberáme jednotlivými rozdielmi medzi opčnými kontraktmi a opčnými listami. Jednotlivé rozdiely možno klasifikovať do troch kategórií: rozdiely pri vzniku, rozdiely v možnosti predaja nakrátko a napokon rozdiely dôsledkov realizácie.

Rozdiely pri vzniku opčných kontraktov a listov zahŕňajú spôsob, ktorým sa opčný obchod stáva záväzným pre obe strany. Opčné kontrakty vznikajú ako podmienené obchodné zmluvy t.j. na základe súladu prejavu vôle medzi kupujúcim a vypisovateľom. Opčné listy sú obchodovateľné cenné papiere, ktoré vznikajú emisiou na finančný trh. Pre podanie celistvého konceptu je vhodné vymedziť zvláštnu kategóriu krytých opčných listov. Posledné preukazujú určité charakteristiky opčných kontraktov, a taktiež tvoria objekt výskumu tejto práce.

Opčné listy sú finančné deriváty na kmeňové alebo prednostné akcie emitujúcej spoločnosti. Obyčajne sú emitované v spojitosti so zvýšením vlastného imania, a teda prispôbené cieľom podniku. Z uvedeného dôvodu nepodliehajú striktnému šandardizovaniu. Alternatívne môžu opčné listy vznikáť odlúčením od opčnej obligácie.

Historicky mladšiu subkategóriu tvoria kryté opčné listy. Kryté opčné listy sú deriváty na finančné aktíva emitenta. Ako podkladové aktívum slúžia na burze bežne obchodované cenné papiere alebo komodity. Emitenti krytých opčných listov sú finančné inštitúcie, predovšetkým banky. Jednotlivé charakteristiky opčného listu vyberá emitent.

Vo svojej podstate sú rozdiely v možnosti predaja nakrátko dôsledky rozdielov pri vzniku. Možnosť predaja opčných kontraktov nakrátko je obmedzené zákonom príp. predpismi stanovenými burzou. Takisto nie je limitová možnosť vypisovania opčného

kontraktu. V prípade opčných listov figuruje emitent ako vypisovateľ, preto súkromnému investorovi prislúcha iba možnosť kúpy a následne vlastníenia opčného listu.

Z pohľadu finančného trhu ako celku má realizácia opčného kontraktu, opčného listu a krytého opčného listu rôzne dôsledky. V prípade realizácie opčného kontraktu nadobúda účinnosť podmienka kontraktu a obchodná transakcia prebieha medzi zmluvnými stranami. Z celkového pohľadu sa množstvo aktív na finančnom trhu nemenia, dochádza iba k prevedeniu vlastníckych práv, pričom zisk jednej zmluvnej strany opčného kontraktu je strata druhej zmluvnej strany. Z pohľadu teórie hier dochádza k hre s nulovým súčtom.

Realizácia opčného listu na vlastné akcie emitenta implikuje emisiu nových akcií. Tým dochádza k zmene podielu vlastného imania oproti počtu akcií. V dôsledku sa zmení aj kurz akcií. Ďalšia zmena kurzu akcie vzniká v dôsledku prijatia peňažných prostriedkov, ktoré boli zaplatené ako bázická cena opčného listu. Z uvedeného možno odvodiť konklúziu, podľa ktorej opčný list reprezentuje právo na podiel vlastného imania podniku, a menej na samotnú akciu. Modifikované verzie Blackovho-Scholesovho modelu pre opčné listy zohľadňujú predovšetkým vplyv emisie opčných listov na kurz akcie a efekt zriadenia kurzu akcie.

Kryté opčné listy sa z aspektu celkového finančného trhu správajú rovnako ako opčné kontrakty, nedochádza v dôsledku realizácie k emisii nových cenných papierov.

8.2 Stanovenie opčnej prémie pomocou modelov rovnováhy

Blackov-Scholesov model sa zaraďuje medzi modely trhovej rovnováhy. Pre modely trhovej rovnováhy je príznačné určenie teoretických predpokladov modelu z ktorých sa odvodzujú závery deduktívnym myšlienkovým postupom. Blackov-Scholesov model stanovenia opčnej prémie je založená na báze neoklasickej paradigmi. Z pohľadu modelu sú najdôležitejšie racionálne sa správajúci investori a prečisťujúce sa trhy tendujúce k rovnovážnemu stavu.

Ocenenie opčných kontraktov a opčných listov netvorili oddelené problematiky. Abstrahujúc od efektu zriadenia sa javia obidva cenné papiere ako identické. Sledujúc vývoj vzorcov na stanovenie opčnej prémie je príznačný ako spoločný základ vzorec vyjadrujúci vnútornú hodnotu opcie. Následne je základný vzorec parametrizovaný, a to na

základe očakávanej výnosnosti, averzii k riziku a parametrov distribučnej funkcie. Neskoršie modely uvažujú tiež s časovou hodnotou peňazí.

Prvý ucelený model oceňovania opčného kontraktu a opčných listov vypracoval Louis Bachelier v roku 1900. Model predpokladal normálne rozdelenie vývoja ceny podkladového aktíva. Nevýhody modelu boli predovšetkým v pripustení možných negatívnych cien a vyšších cien kontraktov ako podkladového aktíva. Tieto nedostatky boli odstránené predpokladom logaritmicke-normálneho rozdelenia. Túto zmenu previedol Sprenkle. Sprenkleho parametre pre určenie kvantilov normálneho rozdelenia sú podobné modelu od Blacka a Scholesa. Boness rozšíril koncept o časovú hodnotu peňazí. Významný posun dosiahol Samuelson rozlíšením rizík spojených s investíciou do akcií a do opčných kontraktov. Úplný model oceňovania opčných listov maximalizujúcu užitočnosť skonštruoval Samuleson a Merton, pričom výška opčnej prémie závisela od predpokladanej funkcie užitočnosti reprezentatívneho investora.

8.3 Blackov-Scholesov model stanovenia opčnej prémie

Model ocenenia opčného kontraktu iba pomocou trhových podmienok vypracovali Fischer Black a Myron Scholes. Výhoda Blackovho-Scholesovho modelu spočíva v nezávislosti od preferencií, očakávanej výnosnosti a averzii k riziku investorov.

Odvodenie matematického vzorca vychádza z predpokladu dokonalého trhu, na ktorom neexistujú možnosti na arbitráž. Ďalšie predpoklady zahŕňajú logaritmicke-normálne pravdepodobnostné rozdelenie kurzu podkladového aktíva - akcie, ľubovoľné delenie a ľubovoľnú replikáciu cenných papierov, a tiež konštantnú bezrizikovú úrokovú mieru a mieru volatility. Akcia nevypláca počas doby splatnosti opčného kontraktu dividendy a opčný kontrakt je európskeho typu t.j. realizácia je možná jedine v deň splatnosti. Obchodovanie sa uskutočňuje v spojitom čase.

Za platnosti uvedených predpokladov je argumentácia orientovaná na vytvorenie zaistenej opčnej pozície pomocou jednej akcie a vypísaním opčných kontraktov. Predpoklad spojitého obchodovania implikuje úplnú diverzifikáciu rizika zmeny kurzu akcie pomocou krátkej pozície opčných kontraktov, a teda celkovú bezrizikovosť hedžového portfólia. Na dokonalom kapitálovom trhu sa výnosnosť bezrizikového portfólia nutne rovná bezrizikovej úrokovej miere. Výsledná parabolická diferenciálna rovnica je viazaná okrajové podmienky tvorené vnútornou hodnotou opčného kontraktu. Pomocou

substitúcií je možné rovnicu previesť do tvaru rovnice vedenia tepla, z ktorej vyplýva rovnica 5a s parametrami 5b. Pre predajnú opciu platí 5c.

8.4 Stanovenie opčnej prémie pomocou samofinancovacieho portfólia – Mertonova metóda

Alternatívnu metódu odvodenia reálnej hodnoty opčného kontraktu vypracoval Merton. Odvodenie vzorca pomocou samofinancovacieho portfólia je konštruovaná na báze voľnejších podmienkach v porovnaní s originálnym Blackovým-Scholesovým modelom. Mertonov model koncepčne rozširuje model Blacka a Scholesa o stochastickú premennú kurzu obligácií. Konštantná bezriziková úroková miera je teda špeciálnym prípadom stochastikej premennej. Opčná prémie sa odvádza na báze samofinancovacieho portfólia, z akcií, opčných kontraktov a obligácií, tak aby celková investovaná čiastka bola nulová. Za predpokladu bezarbitrážneho ocenenia musí mať konštruované portfólio nulovú výnosnosť. Uvedená vlastnosť vedie k rovnici 4 a následne 5a,b,c.

8.5 Kritika a ďalšie modifikácie modelu

Nevýhody Blackovho-Scholesovho modelu spočívajú najmä v predpokladoch a zvlášť v stanovení parametru volatility. Predpokladaný dokonalý finančný trh nie je v realite daný. Transakčné náklady môžu byť významné. Rozšírenie modelu o transakčné náklady previedol Leland (1985). Pri existencii transakčných nákladov je prispôsobenie hedžového portfólia udržateľné iba v diskretných časových intervaloch. Tým nemožno považovať hedžové portfólio za úplne bezrizikové. Transakčné náklady taktiež implikujú neistotu ohľadom celkovej výnosnosti opčného kontraktu, pretože relevanciu nadobúda vývoj kurzu podkladového aktíva do termínu splatnosti. Celkovo vynaložené transakčné náklady závisia od kurzového vývoja. Riešením podľa Lelanda je prirátanie očakávaných transakčných nákladov pomocou prispôsobenia volatility.

Ďalšie významné rozšírenia modelu previedol Merton (1973 a 1976). V roku 1973 bola nahradená konštantná bezriziková úroková miera stochastickou premennou a v roku 1976 bol stochastický proces vývoja cien akcie rozšírený o náhodné skoky v diskretných časových intervaloch. Model oceňovania opčných listov od Schulza, Trautmanna a Fischera obdobia tohto modelu.

Volatilita podkladového aktíva predstavuje premennú najviac hodnej diskusie z dôvodu výlučnej možnosti jej nepriameho odhadu, a to buď z historických dát podkladového aktíva (historická volatilita) alebo z trhovej ceny opčného kontraktu (implikovaná volatilita). Pre stanovenie skutočnej reálnej hodnoty opčného kontraktu by bolo nutné poznať budúci vývoj ceny podkladového aktíva. Uvedená možnosť by vyžadovala predpoklad ekonomického subjektu, ktorý ceny určuje.

Odhad adekvátnej volatility je dôležitý z dôvodu citlivosti Blackovho-Scholesovho modelu na akúkoľvek zmenu tejto premennej. Rozšírenie modelu o stochastickú volatilitu predstavil Heston (1993) V kontexte modelu nadobúda význam korelácia spotovej ceny a stochastickej volatility podkladového aktíva.

Formy krátkého predaja sú legislatívne regulované. Nariadenie 236/2012 Rady európskej únie a európskeho parlamentu zakazuje nekryté krátke predaje akcií, štátnych dlhopisov a swapov úverového zlyhania štátnych dlhopisov. Povolené sú iba krátke predaje, pre ktoré v čase krátkého predaja bolo predložené krycie aktívum.

8.6 Prevod burzových údajov do modelu zodpovedajúceho tvaru

Pre výpočet teoretickej opčnej prémie bolo potrebné údaje previesť do tvaru korešpondujúceho modelu. Burzová kotácia opčných listov je vedená v eurách, a cena zlata v amerických dolároch. Deduktívnym postupom možno konštatovať, že ceny opčných listov sú prerátané dolárové ceny, nie samostatné. V prípade samostatných cien umožňuje opčný list iba transformáciu cenového rizika na kurzové riziko. Za predpokladu racionálneho jednanja ekonomických subjektov sa vytvára priestor pre štruktúrované opčné listy, ktoré umožňujú diverzifikáciu oboch uvedených druhov rizika, a ktoré by v priebehu krátkého časového intervalu nahradili opčné listy na zlato.

Obdobie splatnosti opčných listov nemožno jednoznačne určiť, pretože sa rozlišuje viac dátumov, ktoré možno považovať za začiatok resp. koniec splatnosti. Obdobie splatnosti sa v rámci tejto práce interpretuje ako časový odsek medzi emisným dátumom a dňom, počas ktorého je možno ešte s opčným listom obchodovať.

Z neštandardizovaného obdobia splatnosti vyplýva nutnosť určenia bezrizikovej úrokovej miery pomocou štatistických metód. Bezriziková úroková miera bola určená

lineárnou interpoláciou na základe výnosnosti amerických pokladničných poukázok (US-T-Bills), ako interpolovaná úroková miera medzi najbližšie ležiacimi dobami splatnosti.

Historická volatilita bola určená na kalendárnej báze pomocou smerodajnej štandardnej odchýlky za obdobia 1, 3, 6 mesiacov. Na výpočet implikovanej volatility bola použitá funkcia EXCELU *goal seek*.

8.7 Výsledky práce a diskusia

Výsledky testu logaritmickeho normálneho rozdelenia výnosnosti podkladového aktíva boli vo väčšine prípadov kladné. Záporný výsledok bol zaznamenaný v prípade obdobia od januára 2013 do októbra 2015. Výsledok je ovplyvnený najmä klesajúcou cenou zlata na začiatku roka 2013. K stabilizácii cien došlo v druhej polovici roka 2013, odkedy cena fluktuuje v pásme od 1100 do 1350 USD za trojskú uncu.

Jednotlivé odhady Volatility sa líšia v prípustnej miere. Teoretické prémie opčných listov na báze historickej volatility vykazujú najčastejšie odchýlky vo výške do 3 EUR. Pozorujúc rozloženia odchýlok cien pre jednotlivé miery volatility dochádza k znižovaniu počtu podcenených opcií a konvergencii početností v intervaloch nižších odchýlok.

Pre kontrolu implikovanej volatility bola vymedzená došlá volatilita, ktorá je definovaná ako smerodajná štandardná odchýlka na konci doby splatnosti opčného listu. Pomocou uvedenej volatility možno zistiť, nakoľko bola implikovaná volatilita skutočne realizovaná. Najmenšie odchýlky boli zistené v prípade opčných listov v období splatnosti okolo poldruha roka. Tolerovateľné rozdiely boli preukázané pri krátkej dobe splatnosti, pričom najvyššie odchýlky vykazovali opčné listy s najdlhšou dobou splatnosti.

Predmetom testu bolo taktiež očakávané zvýšenie úrokových mier zo strany americkej centrálnej banky (Fed) Ceteris paribus vplyva zvýšenie bezrizikovej úrokovej miery o 25 bázických bodov predovšetkým na opčné listy v peniazoch, pričom na zmenu reagovali citlivejšie predajné opčné listy.

Záverom možno konštatovať relatívnu spoľahlivosť Blackovho-Scholesovho vzorca pre stanovenie prémie opčných listov. V období stabilnej fluktuácie kurzu zlata, teda aj v súčasnosti slúži ako adekvátny nástroj pre investičné rozhodovanie. V krátkodobu možno odporúčať investíciu do kúpnych opčných listov, z dôvodu potenciálneho pákového efektu. Eventuálne straty sú obmedzené vo výške opčnej prémie.

Všeobecné závery ohľadom relevantnosti Blackovho-Scholesovho vzorca napriek priaznivým výsledkom nemožno vyvodiť. Stabilné ceny zlata ako aj mimoriadne nízke úrokové miery majú významný vplyv na výsledky. Všeobecné prijatie alebo odmietnutie Blackovho-Scholesovho vzorca ako nástroja pre rozhodovanie o investícii do opčných listov vyžaduje ďalší výskum.

9 Anhang: Wertpapierkennnummer der untersuchten Options- scheine

Kaufoptionsscheine am Gelde	Verkaufsoptionsscheine am Gelde
DZZ5ZW DZT7CR GT89SC TD16F4 GT89SG DZT6FZ SG7S1G SG40FW SG7S1P	DZZ50E DZT7DF GT89T3 TD16FK GT89T7 DZT6GN SG7S6E SG40F5 SG7S6M
Kaufoptionsscheine im Gelde	Verkaufsoptionsscheine aus dem Gelde
DZZ5ZS SG7S1E DZT6FY GT89S6 SG7S1F DZT6FX GT89S8 SG7S1M DZT6FV SG6XC0 SG7S1N SG40FU SG6XCS TD16F3	DZZ50A SG7S6C DZT6GM GT89SV SG7S6D DZT6GL GT89SZ SG7S6K DZT6GJ SG6XHKS6 SG7S6L SG40F4 SG6XHQTD16FJ
Kaufoptionsscheine aus dem Gelde	Verkaufsoptionsscheine im Gelde
DZZ5Z0 SG7S1H SG7S1S DZT7CY DZZ5Z1 SG7S1J TD0N73 DZT6F1 DZZ5Z2 SG7S1K TD0N74 DZT6F7 GT89SM SG7S1Q TD16F5 SG40FY SG7S09 SG7S1R DZT7CV SG40F0	DZZ50J SG7S6F SG7S6R DZT7DN DZZ50K SG7S6G TD0N7J DZT6GQ DZZ50L SG7S6J TD0N7K DZT6GV GT89TD SG7S6N TD16FL SG40F6 SG7S59 SG7S6P DZT7DK SG40F7

10 Literaturverzeichnis

Banks, Erik, Complex Derivatives, 1. Auflage, o.O., 1994.

Benhamou, Erik, Options, pre-Black Scholes, erhältlich im Internet: <<http://www.ericbenhamou.net/documents/Encyclo/Pre%20Black-Scholes.pdf> > (besucht am 21. September 2015).

Black, Fischer/*Scholes*, Myron, The Pricing of Options and Corporate Liabilities, Journal of Political Economy, Vol.81 (No. 3, 1973), 637-654.

Černý, Michal, K odhadu volatility finančních řad při oceňování derivátů, Acta Oeconomica Pragensia, Vol. 16 (No. 4, 2008) 12-21.

Chovancová, Božena/*Malacká*, Viera/*Demjan*, Valér/*Kotlebová*, Jana, Finančné trhy: Nástroje a transakcie, 1. Auflage, o.O., 2014.

Cyhelský, L. /*Kahounová*, J. /*Hindls*, R. Elementární statistická analýza, 1.Auflage, Prag, 1996.

Deutsche Börse, Optionen und Optionsscheine – Was ist was?, erhältlich im Internet:<http://www.docju.de/themen/derivate/warrant_option.pdf> (besucht am 28. April 2015).

Galai, Dan / *Schneller*, Meir I., Pricing of Warrants and the Value of the Firm, The Journal of Finance, Vol. 33 (No. 5, 1978), 1333-1342.

Goldman, Sachs & Co. oHG (Hrsg.), Optionsscheinleitfaden, Frankfurt, 2000. erhältlich Im Internet: <http://math-www.uni-paderborn.de/agpb/ws00-01/finanz/GS_OSLF_WEB.pdf> (besucht am 30. August 2015).

Heston, Steven L., A Closed-Form Solution for Options with Stochastic Volatility with Applications to Bond and Currency Options, The Review of Financial Studies, Vol. 6 (No. 2, 1993) 327-343.

Hull, John C., Options, futures and other derivatives, 8. Auflage, New Jersey, 2012.

Jílek, Josef, Finanční a komoditní deriváty v praxi, 2. Auflage, Prag, 2010.

Kohler, Hans-Peter, Grundlagen der Bewertung von Optionen und Optionsscheinen, 1. Auflage, Wiesbaden, 1992.

Leland, Hayne E., Option Pricing and Replication with Transaction Costs, The Journal of Finance, Vol. 40 (No. 5, 1985), 1283-1301.

Linkwitz, Christoph, Devisenoptionen zur Kurssicherung: Bewertung und Strategien, 1. Auflage, Wiesbaden, 1992.

Merton, Robert C. Option Pricing when Underlying stock returns are discontinuous, Journal of Financial Economics (No. 3, 1976), 125-144.

---- Theory of Rational Option Pricing, The Bell Journal of Economics and Management Science, Vol. 4 (No. 1, 1973), 141-183.

Slačálek, Jiří, Blackův-Scholesův model oceňování opcí, Finance a úvěr, Vol. 50 (No.2, 2000), 78-96.

Sodomová, Eva, Štatistika pre bakalárov, 1. Auflage, Bratislava, 2010.

Trend (Hrsg.), Cena zlata klesla najnižšie za posledné roky, erhältlich im Internet :<<http://www.etrend.sk/financie/cena-zlata-klesla-najnizsie-za-posledne-roky.html>> (besucht am 10.September 2015).

Weger, Gerd, Optionsscheine als Anlagealternative, 1. Auflage, Wiesbaden, 1985.

11 Ehrenwörtliche Erklärung

Ich erkläre hiermit, dass ich die vorliegende Arbeit selbständig und ohne Benutzung anderer als der angegebenen Hilfsmittel angefertigt habe. Alle Stellen, die wörtlich oder sinngemäß aus veröffentlichten und nicht veröffentlichten Schriften entnommen sind, sind als solche kenntlich gemacht. Die Arbeit ist in gleicher oder ähnlicher Form noch nicht als Prüfungsarbeit eingereicht worden.

Halle(Saale), den

