

**EKONOMICKÁ UNIVERZITA V BRATISLAVE
FAKULTA HOSPODÁRSKEJ INFORMATIKY**

**MODELOVANIE FAKTOROV
EKONOMICKÉHO RASTU V PRIEMYSLE SR**

Diplomová práca

Študijný program: Operačný výskum a ekonometria

Študijný odbor: Kvantitatívne metódy v ekonómii

Školiace pracovisko: 103003 - Katedra operačného výskumu a ekonometrie

Vedúci záverečnej práce: doc. Ing. Marián Goga, PhD.

Bratislava 2017

Maroš Michvocík

Čestné vyhlásenie

Čestne vyhlasujem, že záverečnú prácu som vypracoval samostatne a že som uviedol všetku použitú literatúru.

Dátum:

.....

(podpis študenta)

Pod'akovanie

Chcel by som pod'akovať svojmu vedúcemu práce doc. Ing. Mariánovi Gogovi, PhD. za odbornú a metodickú pomoc a najmä za vytvorenie priaznivého pracovného prostredia pri písaní mojej diplomovej práce.

Abstrakt

MICHVOCÍK, Maroš: Modelovanie faktorov ekonomického rastu v priemysle SR. – Ekonomická univerzita v Bratislave. Fakulta hospodárskej informatiky; Katedra operačného výskumu a ekonometrie. – doc. Ing. Marián Goga, PhD. – Bratislava: FHI EU, 2017, 55 s.

Cieľom tejto záverečnej práce je analyzovať a modelovať ekonomický rast priemyslu v Slovenskej republike so zameraním na jej regióny a poukázaním na ich disparity. Neoddeliteľnou súčasťou je aj tvorba vizualizácie týchto priestorových dát na mape. Práca je rozdelená do 4 hlavných kapitol. Obsahuje 5 grafov, 4 tabuľky a 1 prílohu. Prvá kapitola je venovaná analýze priemyslu a jeho ekonometrického modelovania na Slovensku aj v zahraničí; v závere tejto kapitoly sú analyzované nástroje na vizualizáciu regionálnych dát. V ďalšej časti sú vytýčené všetky ciele práce a použitá metodika vrátane zvoleného modelu a vizualizačného nástroja. Záverečná časť je venovaná vypracovaniu konkrétneho modelu na reálnych dátach vývoja priemyslu v SR. Výsledkom práce je skompletizovaný SUR model zahŕňajúci rovnice jednotlivých regiónov, ekonomická interpretácia dát zistených z tohto modelu a ich vizualizácia na mape Slovenska.

Kľúčové slová: priemysel SR, faktory rastu priemyslu, regionálne disparity, SUR model regionálneho priemyslu, vizualizácia priestorových dát

Abstract

MICHVOCÍK, Maroš: The modeling of economic growth factors of the industry in Slovak republic. – University of economics in Bratislava. Faculty of economic informatics; Department of operations research and econometrics. – doc. Ing. Marián Goga, PhD. – Bratislava: FHI EU, 2017, 55 s.

Purpose of this final thesis is to analyze and to make a model of economic growth of the industry in Slovak republic with focus on its regions and to highlight their disparities. The thesis is divided to 4 main chapters. It includes 5 graphs, 4 tables and 1 appendix. First chapter is dedicated to analyses of industry and making its econometric models in Slovakia and abroad; chapter ends with analysis of the spatial data visualization tools. In the following part, all the purposes and methodology of the thesis, including chosen model and visualization tool, are declared. Final chapter deals with elaboration of a specific model on real data of Slovak industry growth. Result of the thesis is completed SUR model containing equations of individual regions, economic interpretation of the data found out from the model and its visualization on the map of Slovakia.

Key words: industry of Slovak republic, industry growth factors, regional disparities, SUR model of regional industry, spatial data visualization

Úvod.....	8
1 Súčasný stav skúmanej problematiky	9
1.1 Priemysel všeobecne	9
1.2 Postavenie a význam priemyslu v Slovenskej republike	10
1.3 Regionálne rozdiely	12
1.4 Význam informačných technológií a analýz v priemysle	13
1.5 Kľúčové faktory ekonomického rastu priemyslu	14
1.6 Používané modely	15
1.6.1 Kleinov model.....	16
1.6.2 Glickmanov model.....	17
1.6.3 Ďalšie používané typy modelov.....	18
1.6.4 Modely priestorovej ekonometrie	19
1.6.5 Regionálny model SR	22
1.7 Nástroje na vizualizáciu dát	23
1.7.1 GIS (geografické informačné systémy)	23
1.7.2 Tableau.....	25
1.7.3 Datawrapper.....	26
2 Ciele práce	27
3 Metodika práce a metódy skúmania	28
3.1 Model opisujúci závislosť priemyslu od kľúčových faktorov	28
3.1.1 Cobbova-Douglasova produkčná funkcia.....	29
3.2 SUR (zdanlivo nesúvisiaca regresia)	30
3.2.1 Zápis modelu.....	30
3.3 Charakteristika údajovej základne	33
3.4 Vizualizačný nástroj Datawrapper	36

4	Výsledky práce a diskusia.....	38
4.1	Odhad jednorovnicových modelov	38
4.2	Odhad SUR modelu	40
4.3	Testovanie kvality odhadnutého modelu	41
4.3.1	Durbinov-Wattsonov test výskytu autokorelácie.....	42
4.3.2	Breuschov-Paganov test.....	43
4.4	Ekonomická interpretácia dosiahnutých výsledkov	45
4.5	Ďalší rozvoj vypracovaného modelu.....	51
	Záver	52
	Zoznam použitej literatúry	53
	Prílohy.....	55

Úvod

V súčasnosti dosahuje priemysel Slovenskej republiky závideniahodné výsledky. Pomerne lacná pracovaná sila, pritom však celkom vyspelá infraštruktúra v spojení so strategickou lokalitou v centre Európy, z našej krajiny robia lákavú destináciu pre investorov do priemyselnej sféry. V rozkolísanom prostredí Eurozóny, ale aj neustále sa zdokonaľovaných technológií priemyslu sa vynára potreba odhadovať štatistické, respektíve ekonometrické odhady modelov jeho rastu. Skonstruovaním precízneho modelu, a teda najmä jeho skúmaním sa môžeme „poučiť z minulosti“ a postrehnúť, ktoré udalosti mali aký vplyv na vývoj priemyslu, ale aj celého hospodárstva. Takisto kvalitný model môže slúžiť ako podklad pre predikciu vývoja v budúcnosti. Následne sa odhadu môže prispôbiť plánovanie investícií, opatrenia hospodárskej politiky, a podobne. Tým sa stáva ekonometrické modelovanie veľmi žiadúce a dôležité.

Ďalším problémom, ktorý už nastáva vo vnútri štátu je nerovnomerný rast a rozvoj medzi jednotlivými regiónmi, ktoré sú v našej krajine vymedzené krajmi (VÚC). Tu ekonómovia pozorujú takzvané roztváranie nožníc, ako aj v hospodárskom raste, ale aj v celkovej životnej úrovni obyvateľov jednotlivých krajov. Práve tieto disparity slovenských regiónov môžeme sledovať nielen v hospodárstve ako celku, ale aj v jeho jednotlivých sektoroch. Ale platí to aj v priemysle?

Práve spomenuté fakty boli motiváciou na skúmanie faktorov ekonomického rastu v priemysle Slovenskej republiky a zameranie sa na jej jednotlivé kraje. Na čo nemôžeme zabudnúť je kvalitná vizualizácia dát. Matematický model a „surové“ dáta pre čitateľa menej zdatného v matematických disciplínach majú veľmi nízku pridanú hodnotu. Napriek tomu sa často nekladie veľký dôraz na zobrazenie výsledkov v prehľadných grafoch a diagramoch. V diplomovej práci sme sa preto snažili neopomenúť túto podstatnú súčasť výsledkov a vybrať najlepší nástroj na jej realizáciu.

1 Súčasný stav skúmanej problematiky

1.1 Priemysel všeobecne

Definícia priemyslu je naoko banálnou záležitosťou. Problémom však je, že je to práve naopak. Každý má nejakú svoju určitú predstavu o tom, čo je priemysel a čo toto odvetvie ekonomiky vlastne zahŕňa. Pri práci s dátami je však potrebná istá miera šandardizácie za účelom dosiahnuť exaktné výsledky. V tejto kapitole sme preto stručne objasnili, aké dáta sa skrývajú za týmto pojmom používaným ďalej naprieč celou diplomovou prácou.

Vieme, že priemysel zastupuje sekundárny sektor hospodárstva a na základe toho ho členíme na ťažký a ľahký. Pod ťažký priemysel spadá strojárstvo, automobilový, banský, chemický a hutnícky priemysel a naviac energetika. Sem sa často zaraďuje aj stavebníctvo. Do ľahkého priemyslu patrí elektrotechnický, textilný, potravinársky priemysel a polygrafia. Toto členenie však nie je úplne presné a niekedy sa nedá spoľahlivo určiť, čo, kto, pod akým pojmom chápe, a aké dáta teda očakáva. Preto sme pri práci využili štatistickú klasifikáciu ekonomických aktivít európskej komunity – skrátené NACE. Z tejto sme pre našu analýzu zohľadnili ekonomické aktivity označené písmenom B až E, čo znamená, že sme zahrnuli dáta za činnosti:

B – ťažba a dobývanie,

C – priemyselná výroba,

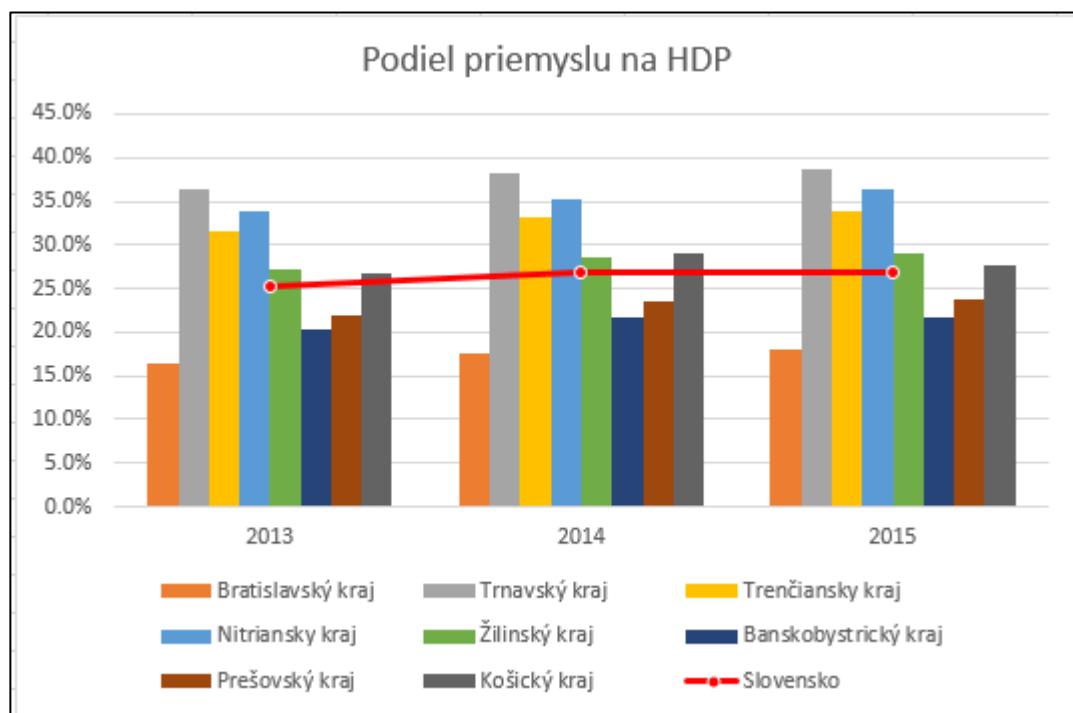
D – dodávka elektriny, plynu, pary a studeného vzduchu,

E – dodávka vody, čistenie a odvod odpadových vôd, odpady a služby odstraňovania odpadov. [19]

Stavebníctvo a iné aktivity sme do východiskových dát nezahrnuli. Ďalej v diplomovej práci teda pod pojmom priemysel rozumieme iba sumár týchto štyroch menovaných činností.

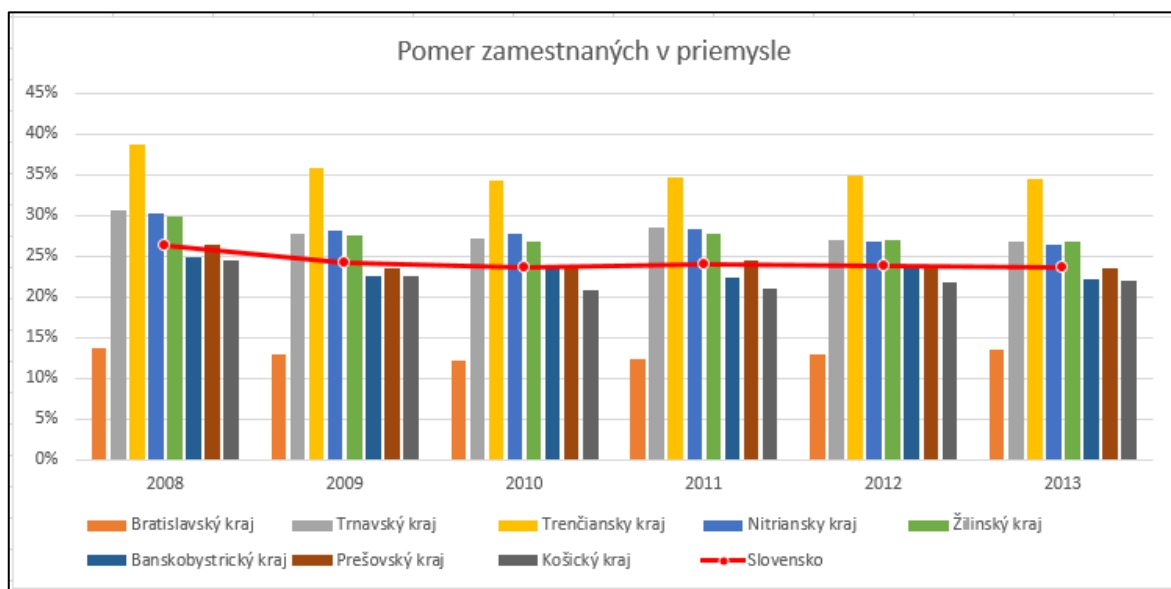
1.2 Postavenie a význam priemyslu v Slovenskej republike

Ako sme už spomenuli v úvode, Slovenská republika je právom nazývaná automobilovou veľmocou. Aj keď by sa to mohlo na prvý pohľad zdať priam isté, výroba automobilov však nie je jediným odvetvím, ktoré ťahá našu ekonomiku vpred. Ostatné odvetvia priemyslu, ako napríklad elektrotechnika, či hutníctvo, dosahujú takisto úctyhodné výsledky. Niektorí preto označujú Slovensko aj za priemyselnú veľmoc. Určite nie z hľadiska príspevku do celosvetovej priemyselnej produkcie, ale skôr z podielu priemyslu na našom hrubom domácom produkte. „Z tohto pohľadu je aj podľa analýzy Poštovej banky Slovensko európskou priemyselnou jednotkou. Za každé tretie euro vyprodukované v ekonomike vďačíme tomuto priemyslu. Slovenský priemysel mal totiž v roku 2013 na celkovom HDP vytvorenom našou ekonomikou podiel až 31,5 %. Slovensko vďaka tomu získalo prvenstvo v rámci celej únie.“ [15] Podľa našej analýzy sa tento pomer v roku 2013 vyšplhal mierne nad 25 %. Rozdiel môže byť spôsobený metodikou výpočtu zdrojových dát HDP. Rozhodne štvrtinový podiel priemyslu na celkovom HDP krajiny nie je zanedbateľný, a môžeme povedať, že v Slovenskej republike je nosným pilierom hospodárstva.



Zdroj: vlastné spracovanie

„Priemysel je zároveň najväčším slovenským zamestnávateľom, ktorý dáva prácu jednému zo štyroch zamestnaných Slovákov.“ [15] Toto potvrdila aj naša analýza zameraná na zistenie pomeru zamestnaných v priemyselnom odvetví z celkového počtu zamestnaných na Slovensku. Jej grafické spracovanie uvádzame nižšie.

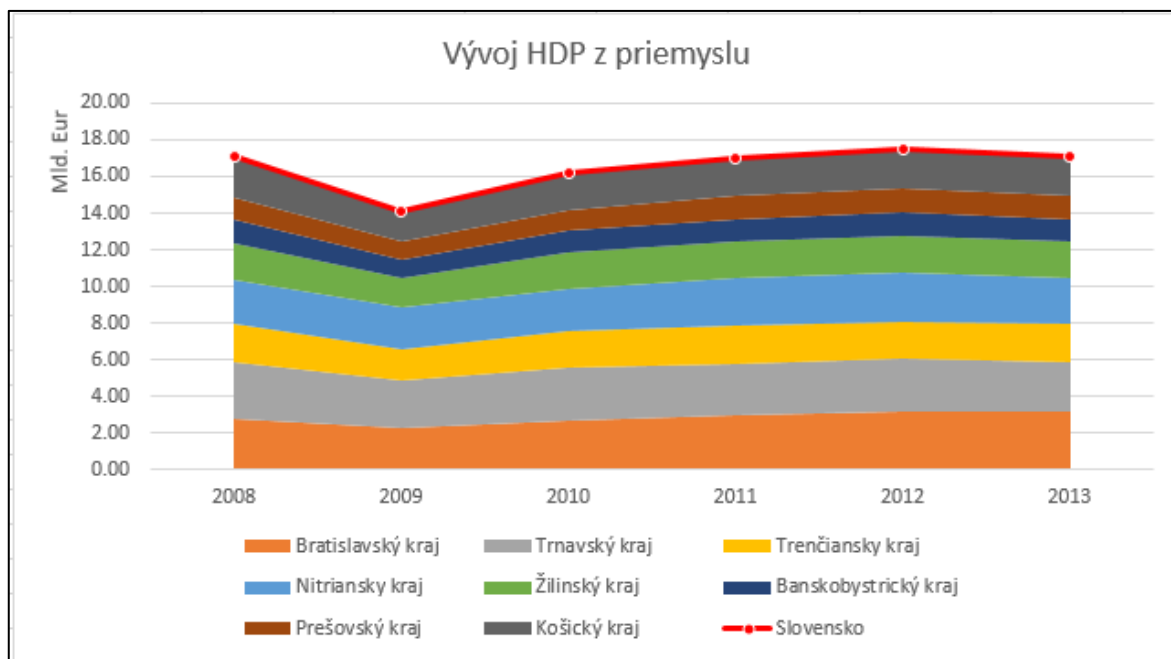


Zdroj: vlastné spracovanie

Z tohto grafu môžeme pozorovať veľmi mierny pokles v pomere zamestnaných v priemysle tak na celoštátnej úrovni, ako aj na regionálnej. Klesajúca tendencia tohto ukazovateľa je v súlade s ekonomickými predpokladmi o rozvoji krajiny, nakoľko priemyselná výroba by sa mala postupne transformovať a zamestnanosť by mala prechádzať do terciárneho sektoru poskytovania služieb.

So samotnou produkciou priemyselného sektoru na Slovensku a v jeho regiónoch je to však inak. Celková produkcia z tohto odvetvia má stúpajúcu tendenciu, samozrejme okrem krízového obdobia v roku 2009, kedy došlo aj k poklesu celkového HDP. Toto je spôsobené stúpajúcou produktivitou práce, ktorú má na svedomí práve spomínané zlepšovanie technológií, lepšie plánovanie a optimalizácia využitia výrobných zdrojov. Všimli sme si, že počas sledovaného obdobia si regióny udržiavajú pomerne konštantné pomery, akými sa podieľajú na celkovom HDP z priemyslu. Je to dôsledok toho, že každá zo skúmaných jednotiek (samosprávnych krajov) má síce svoje špecifiká, ale stále sa na nich odrážajú znaky spoločného prostredia – Slovenskej republiky. Môže ísť či už o štátne obmedzenia, alebo podporu, demografický charakter občanov krajiny a podobne. V nasledujúcej podkapitole sme sa hlbšie venovali práve tým faktorom, ktoré sú pre

jednotlivé kraje rozdielne, a teda majú za dôsledok regionálne disparity v produkcii, respektíve produktivite v priemysle.



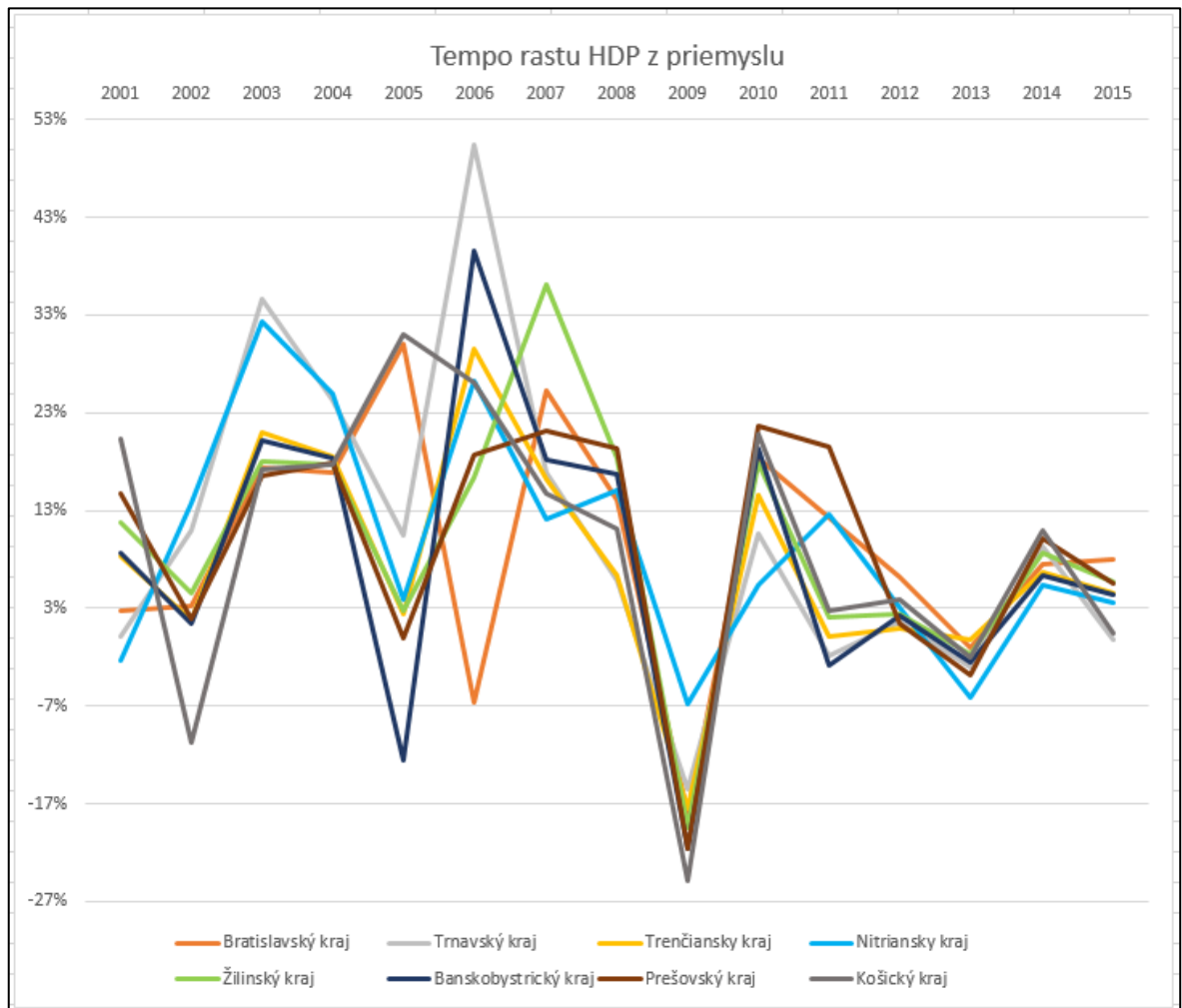
Zdroj: vlastné spracovanie

1.3 Regionálne rozdiely

Rôznorodosť v geografických, historických, či demografických predispozíciách jednotlivých regiónov (vymedzených kraji) Slovenska sa odzrkadľuje v mnohých smeroch. Vývoj jednotlivých ekonomických ukazovateľov nie je výnimkou. Niektoré kraje vynikajú v ekonomike ako celku, niektoré sú ťahané iba jedným z odvetví – napríklad práve priemyslom. Tieto rozdiely sme si všimli už na vyššie uvedených grafických vyjadreniach, ktoré ukazujú, že rozdiely vôbec nie sú zanedbateľné. Napríklad Bratislavský kraj aj pri najnižšom pomere zamestnaných v priemysle a dokonca aj najnižšom podiele priemyslu na celkovom HDP kraja, dosahuje stále najvyššiu sumu HDP z priemyslu spomedzi všetkých krajov.

Z tohto dôvodu musíme dbať na zdôraznenie týchto odlišností v modeli, a teda nie je exaktné pracovať s ekonomickým rastom priemyslu v Slovenskej republike ako celkom. Samozrejme však nemôžeme zabúdať na to, že jednotlivé kraje stále patria do spoločného prostredia – republiky, takže niektoré faktory, ktoré ich ovplyvňujú, budú predsa len

spoločné. Ide napríklad o štátne zákony a regulácie trhu práce – minimálna mzda, výška odvodov, daní a podobne. Tieto rozdiely, ale zároveň aj spoločné smerovanie najlepšie ilustruje vývoj tempa rastu HDP z priemyslu, kde vidieť, že rasty sú rôzne, ale napríklad v čase krízy nabrali klesajúcu tendenciu vo všetkých regiónoch.



Zdroj: vlastné spracovanie

1.4 Význam informačných technológií a analýz v priemysle

Prenikanie informačných technológií do oblastí každodenného života človeka môžeme sledovať aj vo všetkých oblastiach hospodárstva krajiny. K rozvoju priemyslu prispieva vznik automatizovaných pracovných činností, využitie robotov na niektoré špecializované práce, a podobne. Najnovším fenoménom je v súčasnosti zavádzanie konceptu zvaného Priemysel 4.0. Jeho podstatou je zahrnutie najnovších informačno-

komunikačných technológií do výrobného procesu, čím by rozvinutejšie krajiny dokázali konkurovať tým s oveľa lacnejšou pracovnou silou a zamedziť tak presunu výroby. „V minuloročnom prieskume PwC medzi slovenskými subdodávateľmi automobilového priemyslu už len tretina z nich nedokázala odhadnúť, kedy začnú využívať technológie Priemyslu 4.0. Vlni to pritom bola viac ako polovica opýtaných. Medzi technológie, ktoré pre nich budú mať význam v horizonte troch až piatich rokov, pritom radia okrem už tradičnej robotiky aj hĺbkovú analýzu dát a oblasť senzorov.“ [17] Vidíme teda, že okrem fyzických technológií sú stále v popredí aj tie menej hmatateľné, ako je napríklad analýza dát. Táto je ale samozrejme vykonávaná na mikroekonomickej úrovni každého podniku. So zlepšujúcim sa technickým vybavením je možné spúšťať aj optimalizačné algoritmy s väčšou výpočtovou náročnosťou, takže sa otvárajú nové možnosti ako šetriť náklady na miestach, kde to bolo donedávna priam nepredstaviteľné.

Analýzy makroekonomického charakteru sú zostavované najmä Národnou bankou Slovenska a Slovenskou akadémiou vied. Samozrejme v tejto sfére pôsobia aj súkromné inštitúcie ako napríklad banky či poisťovne.

Z takýchto analýz môžeme sledovať niektoré faktory, ktoré majú vplyv na ekonomický rast hospodárstva, alebo jeho jednotlivých odvetví. Zvolenie týchto vplyvov za endogénne premenné v modeli teda zvyšuje presnosť jeho odhadu. Práve preto je najdôležitejším rozhodnutím nielen to, akú matematickú formuláciu modelu zvolíme, ale aj ktoré premenné, zodpovedajúce kľúčovým faktorom ovplyvňujúcim ekonomický rast priemyslu, v ňom zohľadníme.

1.5 Kľúčové faktory ekonomického rastu priemyslu

Všimli sme si, že v dnešnej dobe je vývoj azda každého odvetvia hospodárstva vyspelejších krajín ovplyvňovaný neustále sa zlepšujúcimi modernými technológiami. Nemôžeme však tvrdiť, že tento trend je jediným faktorom, od ktorého závisí vývoj ekonomiky krajín. Pri snahe o zachytenie modelu, čo najvernejšie odrážajúceho rast ekonomiky, respektíve jej jednotlivých odvetví, je potrebné sa oprieť najmä o klasické výrobné faktory – prácu a kapitál. Okrem nich môžeme zohľadniť veličiny ako spotreba domácností, dovoz, respektíve vývoz tovarov a služieb, vládne výdavky rôzneho druhu

a podobne. Ktoré z týchto faktorov, a do akej miery ovplyvňujú vývoj hospodárstva a jeho jednotlivých odvetví bolo predmetom štúdií mnohých autorov. Regionálne modely však boli problematickejšie, nakoľko dostupnosť niektorých dát na regionálnej úrovni je slabá. Snaha o zachytenie regionálnych rozdielov prostredníctvom tých dát, ktoré sú dostupné v potrebnom členení sa začala vyvíjať v sedemdesiatych rokoch a pokračuje dodnes, keďže dostupnosť niektorých lokálnych dát menších regiónov stále nedosahuje dostačujúcu úroveň. Prehľad vývoja regionálnych modelov a ich autorov sa venujeme v nasledujúcej podkapitole.

1.6 Používané modely

Zistené kľúčové faktory, ktoré priemysel značne ovplyvňujú sa stávajú základom matematických modelov opisujúcich vývoj tohto odvetvia. V našom regionálnom modeli sme sa rozhodli zamerať na vplyv nástrojov hospodárskej politiky. Na účely demonštrácie logiky a funkčnosti modelu sme zohľadnili jeden nástroj hospodárskej politiky – konkrétne tvorbu hrubého fixného kapitálu. Regionálny rast HDP v priemysle sme teda označili ako cieľovú premennú. Postupný vývoj v ekonometrickom modelovaní, ale najmä v štatistickom vykazovaní umožnil aj zdokonaľovanie samotných modelov a ich aplikácií aj na menšie ekonomické jednotky - v našom prípade regióny. Autori sa postupne snažili o odvodenie menších modelov z „veľkých“ makroekonomických, neskôr sa podarilo modely zbaviť závislosti na agregovanom modeli celej ekonomiky, a tak prestávali byť iba akousi distribúciou celkového výkonu ekonomiky medzi jednotlivé regióny. Postupne sa začali do modelov zapracúvať špecifiká, ktoré sú spojené výslovne s konkrétnym regiónom, alebo dokonca ich skupinou, ale nemusí to platiť pre všetky v danej krajine. A tak sa trendom v súčasnosti stalo zohľadnenie samotnej polohy, susednosti a podobne v týchto predmetných regiónoch a ich vplyv na modelované ekonomické veličiny.

Toto smerovalo postupne až k rozvoju priestorovej ekonometrie, rôznych vizualizačno-analytických nástrojov až nakoniec geografických informačných systémov.

1.6.1 Kleinov model

„K tvorbe a rozvoju regionálnych modelov ako jeden z prvých výrazne prispel Klein vo svojej práci [7], pri ktorej postupne rozvádzal možnosti tvorby regionálnych modelov. Bol výrazným autorom formujúcim prístup k tvorbe regionálnych modelov, ktorý vysvetľoval možnosť tvorby regionálnych modelov ako analógiu k tvorbe sektorových modelov. V jeho publikácii sú načrtnuté dva základné prístupy k tvorbe regionálnych modelov používaných aj v súčasnosti. Prístup zdola-nahor (bottom-up) založený na tvorbe viacerých vzájomne prepojených modelov, kde sa výstupy pre národnú ekonomiku získajú zlúčením parciálnych výstupov za jednotlivé regióny. Druhý prístup zhora-nadol (top-down) na tvorbe nezávislých modelov pre každý región prepojený na rámcový (zväčša národný) agregovaný model pri abstrahovaní od vzájomných regionálnych interakcií.“[9]

Podľa Radvanského je Kleinovi bližšia tvorba modelov prístupom zhora-nadol, ktorý má širšie možnosti praktickej aplikácie a výsledky je možné porovnať s národným modelom. Ďalšou prednosťou je aj menšia náročnosť na dostupné dáta a flexibilita využitia „nezávislých“ regionálnych modelov, čo zvyšuje pravdepodobnosť riešiteľnosti a následného využitia výsledkov takéhoto modelu pre potreby nastavenia regionálnej politiky.

„Klein obhajuje prístup zhora-nadol ako možnosť preklenúť problémy tvorby regionálnych modelov pri nedostatku dát. Zároveň však preferuje využívať výsledky Keynesiánskeho agregovaného národného modelu ako exogénne premenné do čiastkových regionálnych modelov. Tu sa do popredia opäť vynára problematika regionálnych účtov, kde je výpočet tvorby regionálneho produktu založený na spotrebnej alebo dôchodkovej metóde. Žiaden z alternatívnych výpočtov neprináša ekvivalentný odhad HDP.

$$\sum_k C_k \neq \sum_k F_k \neq \sum_k X_k, k \in \{1, \dots, n\},$$

kde C_k je k-ta zložka spotreby, F_k cena k-teho výrobného faktora, X_k produkcia j-teho odvetvia v danom regióne a k je počet zložiek pre každý typ metódy výpočtu HDP.“ [9]

Klein sa zaoberal možnosťou využiť dodatočné ohraničenia zistené z výsledkov agregovaných modelov, a tiež možnosťou použiť iteratívny prístup na doplnenie chýbajúcej spätnej interakcie, čo v konečnom dôsledku umožňuje poskytovať informácie spätne do regionálneho modelu po agregácii čiastočných výsledkov z regionálnych modelov. Ďalej

však upozornil na dodržanie opatrnosti pri využití tohto prístupu bez precíznejšej analýzy interakcií regiónov.

1.6.2 *Glickmanov model*

„V sedemdesiatych rokoch vo všeobecnosti prevládali regionálne input-output modely a ekonometrické modely regiónov nie menšie ako štát (najmä v USA), kde sa minimalizoval problém dostupnosti dát. Významný progres v oblasti regionálneho modelovania dosiahol Glickman v roku 1971 [4] pri vytvorení ekonometrického modelu pre oblasť Filadelfie. Ekonometrický model bol založený na satelitnom princípe, kde hlavnou myšlienkou bolo využitie modifikácie rovníc priemyselnej produkcie ťahaných exportom.“ [9] Glickman považoval za nosnú časť priemyslu tú, ktorá bola označovaná ako exportná, a teda determinovaná iba vonkajším dopytom a zvyšok ekonomiky v tomto regióne bol závislý od výdavkov, to znamená regionálnym dopytom. Tento mechanizmus rozoberal ešte detailnejšie a opísal aj štruktúru vzťahov, ktoré boli jeho podstatou. „Satelitný princíp znamenal, že takto koncipovaný model mohol byť prevzatý na veľký makroekonomický model ako jeho doplnok (satelit) a opäť preberal exogénne premenné do regionálneho modelu z výsledkov „veľkého“ modelu. V tomto prípade bol model previazaný na Whartonský ekonomický prognostický model vyvíjaný na Pensylvánskej univerzite Evansom a Kleinom v roku 1968.“ [9] Jeho veľkou výhodou je potreba dát, ktoré sú často dostupné aj na regionálnej úrovni, napríklad produkcia, príjmy a zamestnanosť. Svojej všeobecnej aplikovateľnosti vďaka následné časté využívanie v regionálnom modelovaní najmä v sedemdesiatych a osemdesiatych rokoch.

V tomto období, aj napriek týmto pokrokom, bolo modelovanie so zohľadnením regiónov rozvinuté iba slabo. Okrem USA sa metodológiou regionálnych modelov zaoberali aj v Európe, najmä Veľká Británia. Jeffersonov model Severného Írska bol tiež naviazaný na exportný multisektorový dynamický model spracovaný v Cambridge Econometrics.

1.6.3 Ďalšie používané typy modelov

Typy modelov, ktoré sme vyššie zhrnuli boli založené na podobných základoch a zdieľali niektoré spoločné črty. Používali sa ročné dáta a Keynesiánsky prístup k trhu práce. V podstate išlo o vytvorenie dvoch podobných a prepojených modelov a región bol vnímaný akoby samostatná menšia krajina. Využitie princípu zhora-nadol dovoľovalo riešenie samostatného regiónu bez nutnosti formulovať ostatné, s ktorými tvoril ekonomický celok. „Výhodou bola pomerne jednoduchá regionalizácia vonkajších šokov, ktoré ovplyvnili celú modelovanú ekonomiku, ale nevýhodou bola nemožnosť zaviesť spätný tok v modeli, takže vo všeobecnosti išlo len o distribúciu výsledkov národného modelu. Ďalší vývoj tohto prístupu umožňoval endogenizovať premenné regionálneho modelu pomocou výstupov „veľkého“ makromodelu. Táto endogenizácia sa využíva pri dekompozícii regionálneho rastu sektorovej premennej z agregovaného rastu (vnímaného ako priemerný rast) konkrétneho sektora upravenej o špecifickú regionálnu charakteristiku.“ [9] Mendoza v roku 2010 [8] definoval matematicky:

$$y_{ij,t} = s_{ij,t} + r_{ij,t},$$

kde

$s_{ij,t} = \bar{y}_{ij,t}$ – vyjadruje rast sektoru j v regióne i a čase t ,

$\bar{y}_{j,t}$ – je agregátny rast sektora j v čase t ,

$r_{ij,t}$ – úprava rastu o regionálnu charakteristiku sektora j v regióne i v čase t .

Táto regionálna charakteristika (teda rozdiel) je potom definovaná ako:

$$r_{ij,t} = y_{ij,t} - \bar{y}_{j,t}.$$

„Endogenizácia regionálneho rastu je riešená vytvorením ekonometrickej rovnice na vysvetlenie regionálnej odchýlky $r_{ij,t}$, pričom agregátny sektorový rast je stále exogénne determinovaný národným modelom. I keď stále nie je možné týmto prístupom modelovať vplyvy regiónov, prístup zhora-nadol je populárny v situáciách, v ktorých je nutné riešiť kompromis medzi hĺbkou modelu a dostupnosťou dát.“ [9]

V osemdesiatych rokoch sa začal viac rozširovať prístup zdola-nahor. Predpoklad takýchto modelov je, že súhrnné premenné vyjadrujúce celkovú ekonomiku krajiny sú vlastne sumami, respektíve priemerami jej jednotlivých regiónov. Ich základná výhoda

spočíva v tom, že dokážu množstvo premenných odhadovať endogénne, pričom v iných typoch modelu by museli zostať exogénne. Tento prístup navyše zachováva konzistenciu medzi agregovanými a regionálnymi veličinami. Preto je tento prístup považovaný za modernejší a konzistentnejší pre regionálne modelovanie.

Neskôr sa metodológia regionálneho modelovania posunula k hybridnému prístupu zhora-nadol / zdola-nahor. Z toho začali vznikať ešte realistickejšie a širšie aplikovateľné modely.

Z uvedených modelov má každý svoje určité výhody ale aj nevýhody. Ťažko teda posúdiť, ktorý je univerzálne najhodnejším prístupom na regionálne modelovanie, keďže potreby sa môžu líšiť od plánovanej aplikácie a limitácií, na ktoré pri nej narazíme. Navyše v spomenutých prístupoch zostáva nevyriešený problém sledovania regionálnych tokov tovarov a služieb, keďže tieto údaje nie sú poskytované ani v rámci regionálnych účtov a nevieme použiť presnú aproximáciu, ktorou by sme tento problém dokázali preklenúť. Alternatíva vo forme regionálnej input-output tabuľky nie je taktiež zvyčajne dostupná. Ďalší problém, ktorý tieto modely nedokázali pokryť je nezahrnutie externalít, alebo priestorovo vyvolaných efektov. Aj podľa Krugmana nemôžeme zabúdať na význam, ktorý má priestorová závislosť a koncentrácia vplyvom regionálneho rozdelenia ekonomickej aktivity. Práve riešením tohto druhého problému sa zaoberá priestorová ekonometria.

1.6.4 Modely priestorovej ekonometrie

„Priestorová ekonometria (spatial econometrics) je časť ekonometrie zaoberajúca sa riešením priestorových interakcií (spatial autocorrelation) a priestorovej štruktúry (spatial heterogeneity) v regresných modeloch pri využití priestorových (cross-sectional) a panelových dát. Rovnice na makroúrovni sú odhadnuté štandardným ekonometrickým prístupom a rovnice na regionálnej úrovni zahŕňajú priestorový efekt. Prepojenie medzi týmito rovnicami je vytvorené simulačným algoritmom, ktorý umožňuje vysvetliť vplyv regionálnej dynamiky na národnú.“ [9]

Priestorová ekonometria sa vyrovnáva s problémom neobsiahnutia externalít a iných priestorových determinantov v modeloch, zahrnutím týchto prvkov do teórie:

- Priestorová závislosť – pozorovanie situácie v regióne i môže závisieť od situácie iného regiónu j . Formálnym zápisom vyjadrené:

$$y_j = f(y_i), j = 1 \dots n, i \neq j.$$

- Priestorová heterogenita – vyjadruje rozdielnosť silu závislosti medzi jednotlivými údajmi v priestore. Všeobecným predpokladom je, že medzi každou dvojicou bodov v priestore existuje odlišná závislosť. Toto môžeme vyjadriť ako:

$$y_j = X_i \beta_i + \varepsilon_i,$$

kde

$i = 1, \dots, n$ – počet regiónov,

X_i – vektor vysvetľujúcich premenných,

β_i – vektor parametrov,

ε_i – náhodná chyba (stochastické rozdelenie lineárnej závislosti).

- Kvantifikácia regiónov – realizovaná v matici váh (prípadne susednosti). Vychádza z geografického zákona „Všetko je závislé od všetkého, ale blízke objekty sú viac závislé ako vzdialené objekty.“ Ako váhy sa teda využívajú matice vzdialeností napríklad regiónov. Tu je potom nutné zamýšľať sa nad problémom, odkiaľ merať vzdialenosť dvoch regiónov. Má byť týmto bodom významné mesto, priemyselné centrum, alebo stred regiónu?

Podotýkame, že na Slovensku sa tejto problematike detailne venuje veľmi malé množstvo autorov. Medzi publikáciami prevažujú záverečné práce, či monografie pracovníkov Slovenskej akadémie vied. Avšak práve v nasledujúcich rokoch aj s rozvojom kvalitných vizualizačno-analytických geografických informačných systémov sa očakáva zvýšenie záujmu o túto metodiku.

V oblastiach vedy, kde dochádza k priestorovej interakcii a je možné správanie prvkov systému prirovnáť ku vzájomnému gravitačnému pôsobeniu dvoch telies, sa využívajú aj tzv. gravitačné modely. Tie sú založené na pôvodnom gravitačnom zákone Isaaca Newtona, ktorý opisuje priťažlivú silu ako priamo úmernú hmotnosti telies a nepriamo úmernú štvorcu ich vzdialenosti. Keďže túto viac-menej experimentálnu metódu

sme ďalej v práci nebrali do úvahy, ponechávame študovanie hlbších informácií na čitateľa. Touto metódou sa zaoberá napríklad Tinbergen v práci [13].

Uviedli sme prehľad niektorých najvýznamnejších modeloch používaných na modelovanie ekonomiky ako celku, či samotného priemyslu, s prihliadnutím na členenie po regiónoch. V tabuľke nižšie sme zobrazili prehľad vývoja prístupov k takémuto modelovaniu v čase.

Prístup	Definícia rastu	Determinanty rastu	Teórie	Ekonometrické techniky
Keynesiánsky (60. a 70. roky)	Zvýšenie príjmu a zamestnanosti	Dopyt (spotreba, investície, verejné výdavky)	Exportne založené kumulatívno-kauzálne teórie	Národné účty a systém I-O rovníc
Tradičný exogénny neoklasický (60. a 70. roky)	Zvýšenie produktivity a individuálneho blahobytu	Podpora faktorov a produktivita	Medziregionálne teórie faktorov	Odhad produkčných funkcií
Tradičný endogénny neoklasický (70. a 80. roky)	Zvýšenie produktivity a individuálneho blahobytu	Endogénne mechanizmy zvýšenia produktivity	Makroekonomické teórie endogénneho rastu	Beta a sigma konvergenzie
Heterodoxický neoklasický (70. a 80. roky)	Zvýšenie konkurencieschopnosti	Netradičná podpora faktorov (infraštruktúra, inovácie...)	Teórie potencionálneho produktu	Priestorové kvázi produkčné funkcie
Teritoriálny (od 90. rokov)	Zvýšenie konkurencieschopnosti	Endogénne teritoriálne (priestorové) prvky	Mikroekonomické regionálne endogénne teórie	Teritoriálne kvázi produkčné funkcie

Zdroj: Capello (2007) [3]

1.6.5 Regionálny model SR

Ak chceme niektorý z uvedených prístupov aplikovať na podmienky Slovenska, musíme prihliadať na niektoré výrazné obmedzenia. „V súčasnosti používané prognostické ekonometrické modely založené na časových radoch na Slovensku bývajú čisto dopytové. Z hľadiska dostupných štatistických údajov je na regionálnej úrovni lepšie popísaná produkčná stránka ekonomiky. Zároveň väčšina funkčných regionálnych modelov v Európe používa regionálne členenie na úrovni NUTS 2. Vzhľadom na decentralizáciu, ktorá sa na Slovensku realizovala v roku 1996 však ako funkčné regióny môžeme označiť NUTS 3, samosprávne kraje.“ [9] Z tohto dôvodu by sme sa mali snažiť o zachovanie tohto detailnejšieho členenia na osem regionálnych jednotiek. Takto členený model musí obsahovať riadiace premenné na regionálnej úrovni. Rozhodovanie o špecifikácii modelu sme museli podriadiť tomuto predpokladu.

Čo sa týka frekvencie časových radov veličín zakomponovaných do modelu, zostalo nám iba využitie ročných pozorovaní, nakoľko kvartálne údaje v danom regionálnom členení nie sú dostupné. Tiež dĺžka týchto časových radov nie je príliš priaznivá. Potrebné dáta sú dostupné od roku 2000 a posledné uzatvorené obdobie v čase písania tejto diplomovej práce bol rok 2013.

Na modelovanie ekonomiky, alebo jedného z jej odvetví pre regióny Slovenska, s takto obmedzenou údajovou základňou, odporúčajú aj autori v [9], [12] a [6] využiť jednoduchú Cobbovu-Douglasovu produkčnú funkciu s predpokladom konštantných výnosov z rozsahu. Regionálne údaje o výške kapitálu (ktorý je potrebný ako jedna premenná v tomto type produkčnej funkcie) však taktiež absentujú. Nedá sa preto vyhnúť použitiu takzvaných semi-umelých dát, ktoré vzniknú dopočítaním podľa iného časového radu. Konkrétne výšku kapitálu je možné vyjadriť z údajov o HDP a hrubej tvorbe fixného kapitálu. Do vzorca určeného na výpočet výšky kapitálu zo spomínaných časových radov je zahrnutý taktiež multiplikátor a koeficient odpisov, ktoré sú iba odhadované, a teda nemôžeme tvrdiť, že výsledné dáta sú skutočne stopercentne presné. Využitím takejto aproximácie tiež pridáme o prvé pozorovanie. Konkrétnejšie sme sa tomuto procesu venovali ďalej v metodologickej časti práce.

1.7 Nástroje na vizualizáciu dát

Obrovské množstvá dát spracovávané každý deň stále viac a viac sťažujú prehľadnosť ich skúmania. Za účelom zjednodušiť skúmanie vzťahov medzi regiónmi, či inými ekonomickými jednotkami, a sprehľadniť vizualizáciu získaných výsledkov vzniká množstvo vizualizačno-analytických nástrojov. Tie, ktoré sú špecializované na prácu s priestorovými dátami, tvoria špecifickú kategóriu nazývanú geografické informačné systémy, alebo skrátené GIS.

1.7.1 GIS (*geografické informačné systémy*)

Najmä obchodný potenciál spracovania dát a ich analýz inicioval rozvoj technických prostriedkov na uľahčenie týchto činností. Takisto rozvoj priestorovej ekonometrie, a teda kladenie čoraz väčšieho dôrazu na závislosť vývoja rôznych veličín od lokality ekonomickej jednotky, alebo jej susednosti s takýmito jednotkami. Postupne sa k potrebám firiem pridala nevyhnutnosť zohľadňovať tieto závislosti aj v ekonometrických modeloch. To malo za dôsledok postupné uvoľňovanie informačných systémov vyvíjaných primárne v podnikovej sfére aj pre vedecké účely. Takéto spojenie vedy a informačných technológií vyústilo k tvorbe business intelligence nástrojov, ktoré poskytovali okrem prehľadnej vizualizácie existujúcich podnikových dát priamo aj ich analýzu. Niektoré špecifické odvetvia však vyžadovali aj skúmanie priestorových vplyvov a závislostí pri hodnotení výkonu existujúcich prevádzok, alebo pri rozhodovaní o umiestňovaní nových. Logickým pokračovaním vývoja podnikateľských nástrojov bolo umožnenie zohľadnenia lokality zbieraných dát. Takéto nástroje, ktoré v ideálnom prípade okrem vizualizácie poskytujú priamo zahrnutie priestorových špecifik do analýzy dostali názov geografické informačné systémy. Od svojho vzniku zaznamenali rozsiahly pokrok a ich využitie sa rozšírilo od podnikovej sféry do geografie, environmentalistiky, meteorológie a v neposlednom rade do samotnej akademickej štatistiky a ekonometrie.

Takýchto nástrojov je momentálne dostupných celé kvantum, v cenových reláciách od neplatených po veľmi finančne náročné riešenia určené najmä pre veľké korporáty. Z tohto spektra spomenieme aspoň dva najvyužívanejšie:

- ArcGIS

Tento systém od spoločnosti Esri ponúka rozsiahle možnosti analýz založených na priestorových efektoch, pričom zobrazenie dát ponúka možnosť zobrazit', ako ktoré dáta súvisia s lokalitou. Tieto dáta dokonca ponúka v reálnom čase a manažér je na základe týchto údajov schopný rýchlo prijímať rozhodnutia, ktoré môžu byť pre jeho spoločnosť kritické. Pre prácu s ozajstnými dátami v reálnom čase ponúka ArcGIS dokonca možnosť prepojiť sa na satelitné snímky a videá z dronov. Veľmi prívetivé je aj užívateľské rozhranie, pričom používanie je celkom intuitívne. Obrovsky inovatívne sú 3D vizualizácie, ktoré priamo na trojrozmernej mape znázorňujú vývoj zvoleného ukazovateľa v danej lokalite. Nevýhodou je snáď iba vysoká cena, ktorú si môžu dovoliť zaplatiť len väčšie firmy.

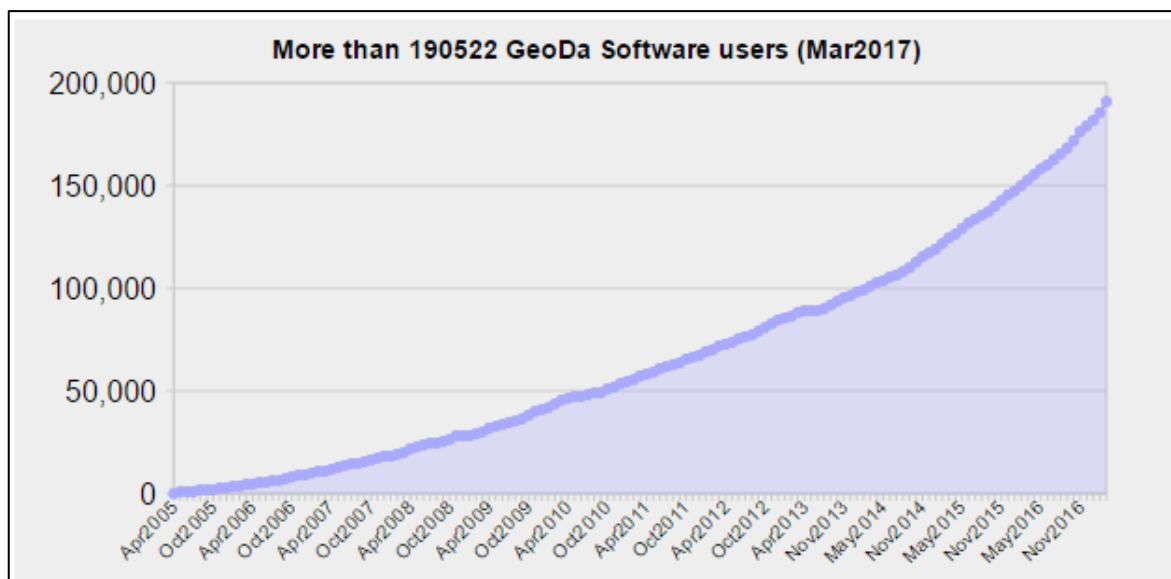


Zdroj: web produktu ArcGIS, [16]

- GeoDa

Na rozdiel od predchádzajúceho nástroja je používanie tohto úplne bezplatné a dokonca je jeho kód open source. Taktiež poskytuje analýzy založené na priestorovej závislosti a priestorových „vzoroch“ (patterns). Analýza priestorovej regresie prostredníctvom mriežky dát (body a mnohouholníky) vo vybavení taktiež nechýba. Softvér podporuje širokú škálu formátov vektorových dát, okrem iného shapefile-y, geodatabázy, GeoJSON, MapInfo, GML a KML. Ako nevýhodu môžeme spomenúť mierne zastaralejšie užívateľské prostredie.

Vďaka týmto výhodám sa GeoDa stáva čoraz viac využívanou a nárast jej používateľov dosahuje dokonca exponenciálny priebeh.

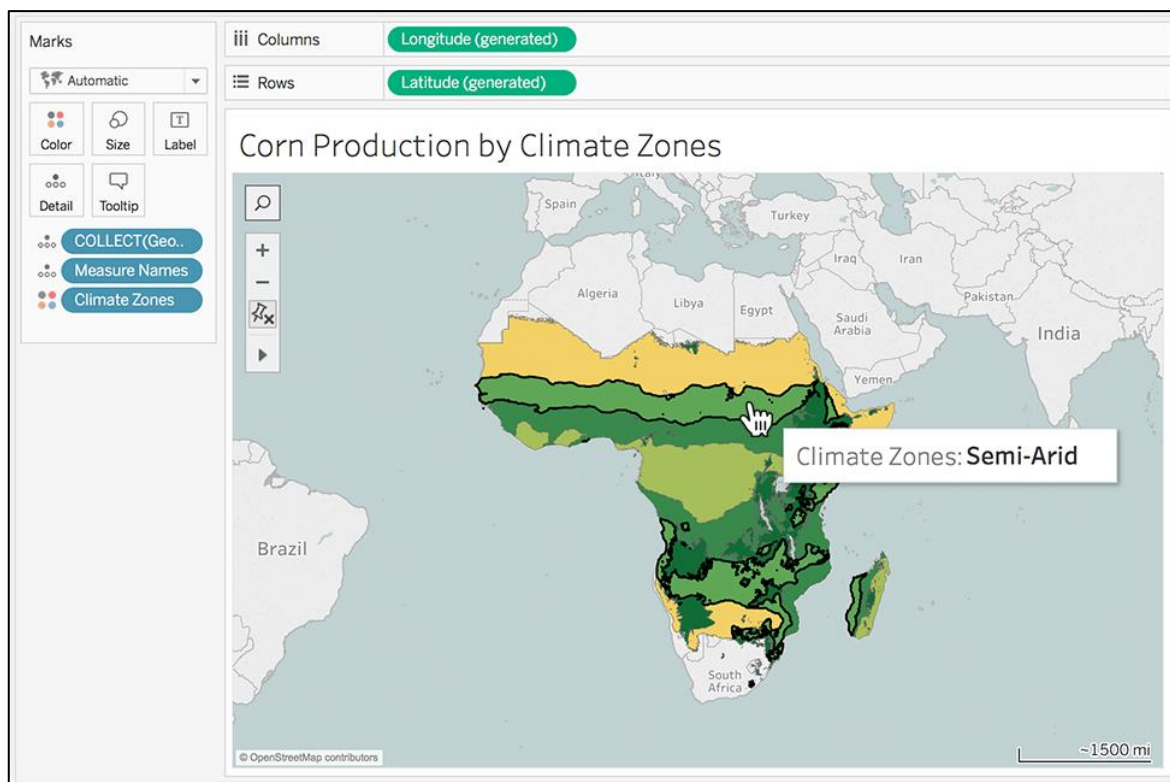


Zdroj: web nástroja GeoDa, [18]

1.7.2 Tableau

Tento nástroj sme nezaradili medzi GIS, nakoľko tu absentuje možnosť explicitnej analýzy závislosti ukazovateľov od priestorových efektov. Tento softvér však poskytuje vynikajúce business intelligence náležitosti. Jednou z nich je aj vizualizácia dát na mapách v členení na regióny, či mestá. Dáta sú vykresľované na mape podľa zadanej zemepisnej dĺžky a šírky. Kritizovaný bol však za jeho „US-centrisko“, čiže sústredenie na funkcie vizualizácie v rámci USA a zanedbávanie zvyšku mapy. V súčasnosti sa však tvorcovia snažia tento trend napraviť. S dátami sa tu pracuje veľmi intuitívne systémom „drag and drop“. Softvér dokonca nie je nutné sťahovať, keďže ponúka aj cloudovú verziu a priamu kolaboráciu pre viacerých používateľov. Veľkou výhodou je možnosť napojiť sa na bázy dát v systémoch SAP, OLAP dátové kocky, webové služby Amazonu a na rôzne cloudové databázy. Toto vybavenie je cenovo dostupné a dokonca časť „reader“, kde sú vypracované vizualizácie sprístupnené iba na čítanie je dostupná zdarma.

Spoločnosti sa darí a od roku 2013 je obchodovaná na burze. V tomto roku sa jej zisk vyšplhal na necelých 6 miliónov amerických dolárov pri takmer pol miliardovom obrate.



Zdroj: web spoločnosti Tableau Software [21]

1.7.3 Datawrapper

Posledným skúmaným je najjednoduchší vizualizačný nástroj. Nástroj pracuje kompletne online, pričom dostupné sú vizualizácie prostredníctvom grafov alebo mapy. Práca je veľmi intuitívna a jednoduchá. Možností na personalizáciu vytvoreného zobrazenia je tu dostatok, stále je to však menej ako pri predchádzajúcich uvedených. Vytvorenie základnej vizualizácie je rozdelené do štyroch krokov, pričom v každom z nich je užívateľovi zrejmé, čo sa od neho vyžaduje a čo môže nastaviť. Týmto sa Datawrapper stáva nástrojom perfektným pre používateľov, ktorí nemajú rozsiahle skúsenosti s podobnými softvérmi a vyžadujú spracovanie iba jednoduchej vizualizácie. Zdôrazňujeme, že používanie je úplne zadarmo, dokonca bez potreby registrácie.

2 Ciele práce

Za hlavný cieľ práce sme vytýčili analýzu vývoja priemyslu v Slovenskej republike so zameraním na jednotlivé regióny. Chceli sme najmä bližšie opísať jednotlivé faktory, ktoré ovplyvňujú jeho rast a zachytiť rozdiely medzi regiónmi Slovenska. Zároveň sme sa snažili dosiahnuť v prvom rade čo najväčšiu presnosť a neskreslenosť modelu, ale tiež zvoliť formu, ktorá má výpovednú hodnotu aj pre menej odborne zainteresovaného čitateľa.

K tomu nám priamo dopomáhal jeden z čiastkových cieľov, a to vizualizácia výsledkov v čo najprehľadnejšej a najzrozumiteľnejšej forme. Zároveň bolo potrebné porovnať a vybrať najvhodnejší nástroj na vizualizáciu dát.

Ďalším čiastkovým cieľom bola nutnosť porovnať používané matematické formulácie ekonometrických modelov a zvoliť ten najvhodnejší. Tento model sme sa rozhodli spracovať pomocou ekonometrického softvéru EViews.

3 Metodika práce a metódy skúmania

Zvážením všetkých podstatných výhod a nevýhod všetkých možností modelovania a vizualizácie dát rozobraných v predchádzajúcej časti sme dospeli k rozhodnutiu, ktoré matematicko-ekonomické modely, respektíve ktoré nástroje použijeme. V tejto časti diplomovej práce sme práve týmto venovali väčšiu pozornosť a rozobrali ich hlbšiu podstatu.

3.1 Model opisujúci závislosť priemyslu od kľúčových faktorov

Po analýze rôznych faktorov, ktoré ovplyvňujú vývoj priemyslu a používaných regionálnych modelov, sme sa rozhodli vziať do úvahy prácu a kapitál. Spočiatku sme sa pokúsili o zahrnutie nákladov na výskum a vývoj do modelu (podľa Romera [11]), avšak koeficient nespĺňal kritériá štatistickej významnosti, a teda bol v modeli redundantným. Na Slovensku to môže byť spôsobené práve tým, že priemysel je síce rozvinutý na kvantitatívnej úrovni, ale menej na kvalitatívnej. Inak povedané, vo veľkej miere sa u nás vyrábajú finálne výrobky, ale výskum a vývoj spojený s priemyselnou výrobou sa realizuje v zahraničí, teda v domácej krajine zahraničného investora, ktorý výrobu prevádzkuje. Z tohto dôvodu sme sa rozhodli o jeho vypustení z modelu a pokračovali sme iba so štandardnými ukazovateľmi práca a kapitál vo forme jednoduchšej Cobbovej-Douglasovej produkčnej funkcie.

Za zaujímavé sme považovali aj zohľadnenie výdavkov vlády (podľa Barra [2]), nakoľko to je pre slovenský priemysel typickejšie, že je podporovaný štátnymi výdavkami a úľavami. Žiaľ, takéto dáta v členení na regióny sa nám nepodarilo získať, avšak, ako uvádzame nižšie v charakteristike údajovej základne, postup, ktorý sme zvolili na výpočet kapitálu, zohľadňuje aj vývoj HDP, kde už sú v konečnom dôsledku zahrnuté aj vládne výdavky.

Najskôr sme teda rozobrali Cobbovu-Douglasovu produkčnú funkciu a upravili sme ju na tvar vhodný na vytvorenie sústavy rovníc.

3.1.1 Cobbova-Douglasova produkčná funkcia

Ide o široko využívanú produkčnú funkciu, ktorou sa vyjadruje technologický vzťah medzi množstvami (aspoň) dvoch vstupov – najčastejšie prácou a kapitálom – a množstvom výstupu, ktoré z nich môžeme vyprodukovať. Koeficienty pri vstupoch potom vyjadrujú elasticitu daného vstupu, tzn. ako jednotková zmena v jednom z výrobných faktorov ovplyvní vývoj celkovej produkcie. Táto funkcia má prívlastok substitučná, a to z toho dôvodu, že čiastočná substitúcia jedného výrobného faktora iným je prípustná. Analyticky je vyjadrená takto:

$$Y = A.L^{\alpha}.K^{\beta},$$

pričom

Y – predstavuje celkové množstvo produkcie,

A – je parameter celkovej produktivity výrobných faktorov,

L – práca (mzdový fond),

K – kapitál,

α , β – sú už spomenuté parametre produkčnej funkcie, ktoré vyjadrujú čiastkové elasticity výrobných faktorov práce a kapitálu. Často sa uvažuje aj s podmienkou $\alpha + \beta = 1$, čím sa výnosy z rozsahu považujú za konštantné.

Následne, aby sme mohli funkciu použiť na odhad, je nutné upraviť ju na jej stochastický tvar. Toto sa realizuje jednoduchou úpravou o stochastickú zložku, ktorou je náhodná zložka u_t . Tým sa tvar jednorovnicového ekonometrického modelu zmenil takto:

$$Y = A.L_t^{\alpha}.K_t^{\beta}.e^{u_t}, \text{ pre } t = 1, 2, \dots, n,$$

pričom

e – je prirodzený logaritmus,

t – počet uskutočnených pozorovaní.

„Uvedený tvar funkcie je inherentne lineárnou funkciou, ktorej zlogaritmovaním dosiahneme jej lineárny tvar. Nakoľko budeme analyzovať i – regiónov, potom dostaneme sústavu rovníc:

$$\ln Y_{it} = \ln A + \alpha \cdot \ln L_{it} + \beta \cdot \ln K_{it} + u_{it}, \text{ kde } i = 1, 2, \dots, m \text{ a } t = 1, 2, \dots, n,$$

ktorú môžeme zapísať jednoduchšie v tvare:

$$y_{it} = \beta_0 + \beta_1 \cdot l_{it} + \beta_2 \cdot k_{it} + u_{it}, \text{ pre } i = 1, 2, \dots, m \text{ a } t = 1, 2, \dots, n,$$

kde

$$y_{it} = \ln(Y_{it}), l_{it} = \ln(L_{it}), k_{it} = \ln(K_{it}), \beta_0 = \ln(A), \beta_1 = \alpha, \beta_2 = \beta. \text{ [6]}$$

Uvedený upravený tvar funkcie už môžeme použiť ako základ pre vytvorenie sústavy rovníc modelu označeného ako SUR. Vysvetleniu podstaty takéhoto modelu sme venovali nasledujúcu podkapitolu.

3.2 SUR (zdanlivo nesúvisiaca regresia)

Zo známych viacrovnicových modelov sme zvolili použitie práve SUR. Je zostavený z viacerých jednorovnicových viacrozmerných modelov. Na prvý pohľad sa môže zdať, že toto spojenie vôbec nemá súvis a je „zdanlivo zbytočné“. Práve z toho je odvodený jeho názov, v preklade model so zdanlivo nesúvisiacimi regresiami. „SUR model sa využíva na analýzu prierezových jednotiek, v ktorých sa nepredpokladá priamy vzájomný vplyv medzi prierezovými jednotkami, ale všetky sú determinované prostredím, v ktorom pôsobia. Ide napr. o výrobné funkcie, funkcie nezamestnanosti, funkcie spotreby atď. vo viacerých odvetviach, krajoch, regiónoch.“ [6] Na základe tejto charakteristiky je veľmi pravdepodobné, že tvorba takéhoto modelu by mala byť vhodnou voľbou na zachytenie skúmaných faktorov ovplyvňujúcich produkciu slovenského priemyslu.

3.2.1 Zápis modelu

Pre SUR model sa uvádza najkompaktnejší zápis v zjednodušenom tvare, ktorý vyzerá takto:

$$y = X\beta + u,$$

kde „y je blokový vektor vysvetľovaných premenných s rozmermi $[(m \times n) \times 1]$, v našom prípade HDP odvetvia priemyslu, X je bloková matica vysvetľujúcich premenných,

ktorej rozmery sú $[(m \times n) \times (m \times (k + 1))]$, v našom prípade sú pre každý región dve vysvetľujúce premenné – kapitál a mzdový fond; β je blokový vektor parametrov s rozmermi $[m \times (k + 1) \times 1]$, v našom prípade parametrov A , α a β ; u je blokový vektor náhodných zložiek s rozmermi $[(m \times n) \times 1]$. V našom prípade $m = 8$ (rovná sa počtu skúmaných prierezných jednotiek – krajov), $n = 13$ (počet skúmaných období – rokov) a $k = 2$ (počet vysvetľujúcich premenných).“ [5]

Na základe toho môžeme uviesť aj všeobecný zápis v maticovom tvare, ktorý nájdeme štandardne v každej literatúre venovanej SUR modelom:

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & X_1 & 0 & \dots & 0 \\ 1 & 0 & X_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & 0 & 0 & \dots & X_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \vdots \\ \beta_m \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ u_m \end{bmatrix}$$

Všimli sme si, že model so zdanlivo nesúvisiacimi náhodnými zložkami vyzerá pomerne jednoducho a pre náš zámer modelovať produkčnú funkciu priemyslu po jednotlivých regiónoch Slovenska sa javí priam ideálny. Pre jeho úplnosť je ale potrebné definovať predpoklady o správaní náhodnej zložky, ktoré musia byť splnené, aby bol odhad parametrov SUR modelu relevantný.

1. Náhodné zložky pre každú rovnicu (predstavujúcu priereznú jednotku), ktorú chceme zahrnúť do systému, majú nulovú strednú hodnotu.

$$E(u_{it}) = E \begin{pmatrix} u_{1t} \\ u_{2t} \\ \vdots \\ u_{mt} \end{pmatrix} = 0, \text{ pre } i = 1, \dots, m \text{ a } t = 1, \dots, n.$$

2. Rozptyl náhodných zložiek v každej rovnici je konštantný. Žiadúce je, aby boli náhodné zložky homoskedastické.

$$\sigma_u^2 = E(u_{it}^2) = \sigma_i^2, \text{ pre } i = 1, \dots, m \text{ a } t = 1, \dots, n.$$

Samozrejme hodnota tejto konštanty môže byť medzi rovnicami odlišná, čiže

$$\sigma_u^2 \neq \sigma_u^2 \neq \dots \neq \sigma_u^2.$$

3. V každej rovnici náhodné zložky z dvoch rôznych pozorovaní nie sú vzájomne korelované. Ak je tento predpoklad porušený a dochádza k autokorelácii, nie je takáto rovnica vhodná na zaradenie do systému.

$$\text{cov}(u_{it}, u_{is}) = E(u_{it}, u_{is}) = 0, \text{ pre } t \neq s.$$

4. Takisto autokorelácia vnútorná – medzi rovnicami – je nežiaducim javom. Náhodné zložky z dvoch rôznych rovníc aj z rôznych pozorovaní nemôžu byť korelované.

$$\text{cov}(u_{it}, u_{js}) = E(u_{it}, u_{js}) = 0, \text{ pre } i \neq j, t \neq s.$$

5. Inak je tomu pri korelácii náhodných zložiek medzi dvoma rovnicami v rámci rovnakého časového obdobia (pozorovania). Táto je práve žiaduca a je základným predpokladom pre zlúčenie niekoľkých jednorovnicových modelov do systému rovníc so zdanlivo nesúvisiacimi regresiami. Potvrdí sa však, že nesúvis je naozaj len zdanlivý, a tým je odhad parametrov SUR modelu lepší ako ten zo samotných jednorovnicových modelov odhadnutých metódou najmenších štvorcov.

$$\text{cov}(u_{it}, u_{jt}) = E(u_{it}, u_{jt}) = \sigma_{ij} = 0, \text{ pre } i \neq j.$$

Na vyhodnotenie vypočítaných odhadov parametrov je najjednoduchšie využiť variančno-kovariančnú maticu náhodných zložiek. Jej tvar pri SUR modeloch je definovaný takto:

$$\begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \cdots & \sigma_{1m} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \cdots & \sigma_{2m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_{m1} & \sigma_{m2} & \cdots & \sigma_{mm} \end{bmatrix} \otimes I_n = V_{u(SUR)} \otimes I_n = \Omega_{u(SUR)}$$

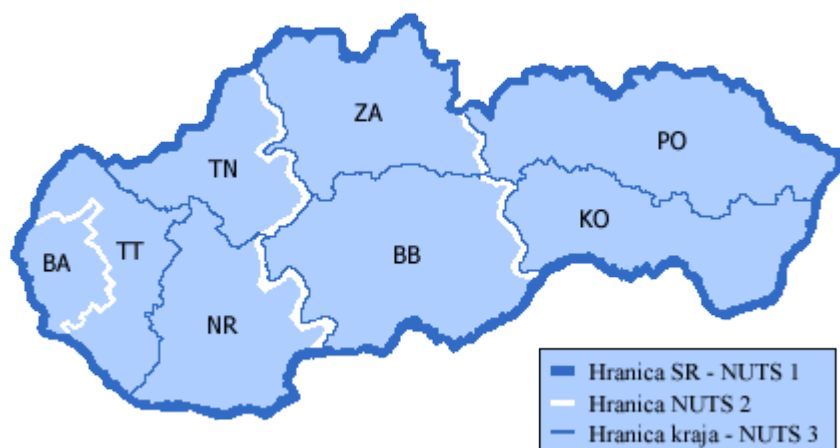
Na jej hlavnej diagonále sú rozptyly (variance) náhodných zložiek danej rovnice a ostatné prvky mimo diagonály sú kovariancie náhodných zložiek rôznych rovníc v tom istom pozorovaní. Predpokladom je, že matica $V_{u(SUR)}$ je symetrická a pozitívne definitná. Matica I_n je n-rozmerná jednotková matica. Vyjadrenie $V_{u(SUR)} \otimes I_n$ je nazývané Kroneckerov súčin matic.

Môžeme vidieť, že prvé tri predpoklady sa týkajú samotných jednorovnicových modelov a sú totožné s testami modelov po odhade napríklad metódou najmenších štvorcov. Ich splnenie vyjadruje to, že modely sú správne samostatné, ale nevyplýva z nich potreba

spájať sa do systému rovníc. V prípade splnenia iba týchto troch predpokladov je vhodným práve odhad každého jednorovnicového modelu samostatne klasickou metódou najmenších štvorcov. Naopak, ostatné dva predpoklady definujú vzťahy medzi dvoma rôznymi rovnicami modelu a ich splnenie teda determinuje, či je vhodnejšie rovnice zlúčiť do systému a odhadovať metodikou SUR. Dostávame sa k tomu, že ak sú splnené predpoklady o korelovanosti náhodných zložiek medzi rovnicami SUR systému, odhad parametrov klasickou metódou najmenších štvorcov nie je efektívny. Efektívnosť sa stráca z dôvodu nevyužitia informácií o takejto korelácii náhodných zložiek medzi jednorovnicovými modelmi zaradenými do systému. „Odhad parametrov takéhoto modelu sa realizuje zovšeobecnenou metódou najmenších štvorcov. Získaný estimátor poskytuje najlepší lineárny odhad parametrov systému.“ [6]

3.3 Charakteristika údajovej základne

Na odhadnutie produkčnej funkcie priemyslu v každom regióne Slovenska sme najskôr potrebovali získať kľúčové údaje z jednotlivých regiónov. Tomuto účelu poslúžila najmä databáza DATAcube Štatistického úradu Slovenskej republiky. „Databáza DATAcube. obsahuje multidimenzionálne tabuľky za ukazovatele hospodárskeho a sociálno-ekonomického vývoja. Systém zatriedenia jednotlivých tabuliek je založený na dodržaní štruktúry oblastí a okruhov, rovnako ako na portáli. Údaje z rôznych štatistických okruhov sa prezentujú vo forme multidimenzionálnych tabuliek v mesačných, štvrt'ročných alebo ročných časových radoch a umožňujú vytvárať vlastné výbery. Dáta sú štatisticky spracované v územných štruktúrach za Slovenskú republiku, oblasti, kraje a okresy. Tam, kde to systém ochrany údajov umožňuje sú sprístupnené údaje až do úrovne obcí.“ [20] Práca v tomto systéme bola veľmi prehľadná a intuitívna. Jedinou nevýhodou je, že tu nie sú dostupné všetky potrebné dáta. Ďalšie dáta sme teda získali z databáz EuroStat v členení podľa regionálnej NUTS 3 úrovne a sektorového NACE rev.2 členenia, keďže sme potrebovali dáta prevažne z priemyselného ekonomického sektora.



Vymedzenie hraníc NUTS regiónov. Zdroj: <http://www.telecom.gov.sk>

Ročný mzdový fond v priemysle sme vypočítali z dostupných dát jednoduchým vzťahom. Počet pracujúcich v priemyselnom sektore v konkrétnom kraji sme vynásobili priemernou nominálnou mzdou v tomto odvetví v danom kraji a číslom 12, na dosiahnutie ročných hodnôt. Samozrejme ešte bolo potrebné previesť hodnotu na milióny eur, keďže ďalšie údaje sú vykazované rovnako. Pre tento údaj používame v modeloch skratku L_XX, kde XX je dvojmiestna skratka príslušného kraja (BA – Bratislavský, TT – Trnavský, NR – Nitriansky, TN – Trenčiansky, ZA – Žilinský, BB – Banskobystrický, KO – Košický, PO – Prešovský).

Ďalším potrebným údajom bol časový rad vývoja kapitálu v priemysle po jednotlivých regiónoch. Z dostupných dát sa podarilo vyhľadať v členení na regióny a hospodárske sektory iba tvorbu hrubého fixného kapitálu, čo je hodnota nadobudnutého majetku zníženého o odpísanú časť starého dlhodobého majetku. Počiatočnú hodnotu hrubého kapitálu sme museli dopočítať. Použili sme metódu uvedenú v [9], kde sa uvádza tento vzťah:

$$K_{it} = 1 - \delta \cdot K_{i,t-1} + FK_{it}, \text{ pre } i = 1, 2, \dots, m \text{ a } t = 1, 2, \dots, n,$$

kde

K_{it} , $K_{i,t-1}$ – hodnota kapitálu pre i-ty región v čase t,

δ – miera odpisov,

FK – tvorba hrubého fixného kapitálu pre i-ty región v čase t.

Autori uvádzajú výpočet počiatočnej hodnoty kapitálu (v čase $t-1$) na základe pomeru kapitálu k vytvorenému HDP. Na výpočet je potrebné použiť multiplikátor φ , ktorý sa podľa odhadov pohybuje v intervale 2,5 – 3,5. Potom už stačí len vzťah na jeho výpočet

$$K_{it} = \varphi \cdot Y_{it}$$

dosadiť do pôvodnej rovnice, kde dostaneme:

$$K_{it} = \varphi \cdot Y_{i,t-1} - \delta \cdot \varphi \cdot Y_{i,t-1} + FK_{it}, \text{ pre } i = 1, 2, \dots, m \text{ a } t = 1, 2, \dots, n.$$

Pomocou tejto rovnice sme postupovali vo výpočte vývoja kapitálu v priemysle v skúmaných regiónoch. Časový rad kapitálu v priemysle ďalej v modeloch označujeme K_XX , kde XX je dvojmiestna skratka príslušného kraja (rovnako ako sme vysvetlili pri mzdovom fonde vyššie).

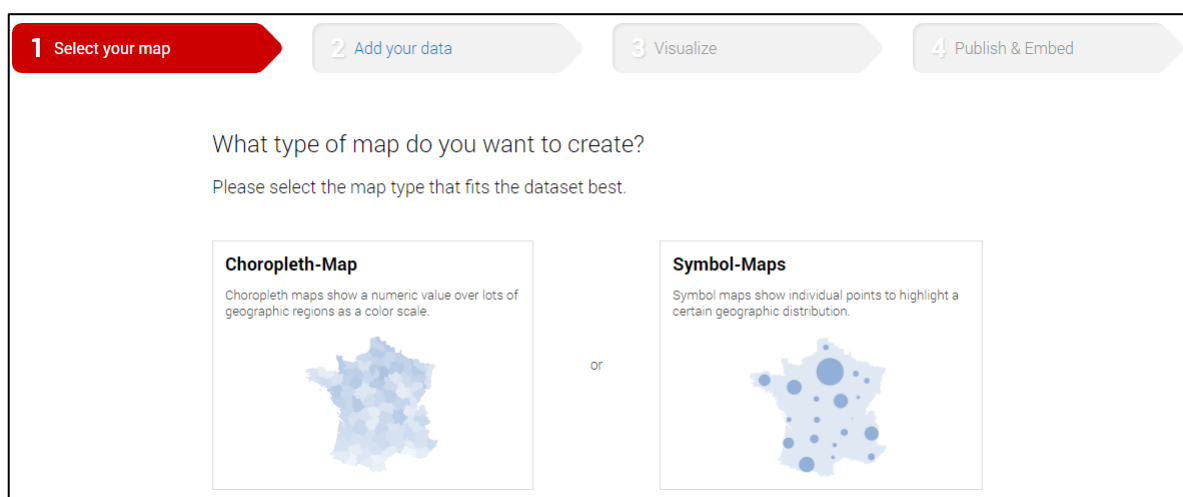
Rovnako Y_XX je časový rad HDP z priemyslu v jednotlivých regiónoch. Hodnoty HDP v členení po regiónoch, a zároveň odvetviach vykazované nie sú. Postupovali sme však podľa vyššie citovaného Radvanského [9], kde sa uvádza jednoduchá aproximácia hrubého domáceho produktu pomocou GVA – t. j. vyprodukovanej hrubej pridanej hodnoty (teda HPH). HPH je od HDP nižšia iba o nepriame dane, tie sú však priamo závislé od objemu samotnej hrubej pridanej hodnoty cez rovnaké efektívne zdanenie naprieč všetkými krajinami. Ďalej pod označením HDP rozumieme hrubú pridanú hodnotu.

Potrebné časové rady v členení po regiónoch NUTS 3 a navyše v sektorovom členení NACE rev. 2 sa získavali veľmi náročne. Pracovať sme museli s dátami ročnými, nakoľko okrem HDP (vo forme spomínanej aproximácie pomocou HPH) sa ostatné kvartálne (a regionálne a po odvetviach súčasne) nevykazujú. Nakoniec sa podarilo pozbierať dáta za roky 2000 až 2013, ale pri výpočte časového radu kapitálu sme prišli o prvé obdobie, čiže vzorka sa zredukovala na 2001 – 2013 a finálne sme pracovali s 13 pozorovaniami, čo nie je príliš mnoho. Problematiku nedostatku pozorovaní v údajoch Slovenskej republiky sme už rozobrali v jednej z podkapitol prvej časti diplomovej práce.

3.4 Vizualizačný nástroj Datawrapper

Na prehľadné zobrazenie dát, ktoré sme skúmaním modelu ekonomického rastu priemyslu v jednotlivých regiónoch Slovenskej republiky získali, sme zvolili nástroj Datawrapper. Jeho výhodou je použitie priamo online bez nutnosti inštalácie, či dokonca registrácie. Vizualizácie sa dajú vytvárať zdarma a jednoducho niekoľkými klikmi myši.

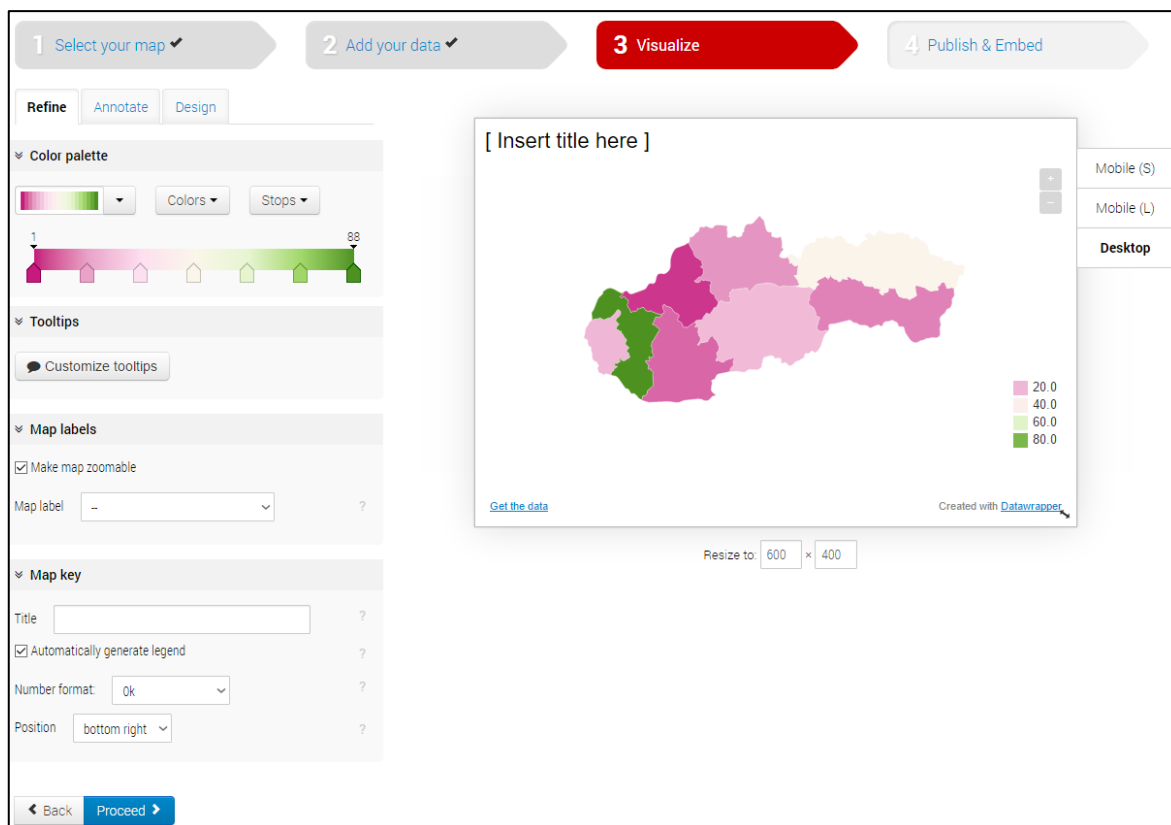
Tento nástroj je dostupný na stránke <http://www.datawrapper.de>, kde je na začiatku užívateľ vyzvaný, aby zvolil, či chce vytvoriť graf alebo mapu. Po zvolení mapy, nasleduje postup 4 ďalších krokov. Tu sme postupne vybrali typ mapy – v našom prípade Choropleth a zvolili mapu Slovenska rozdelenú na regióny. Typ mapy dovoľuje vybrať aj mapu s bodmi, ale pre naše účely je vhodnejší Choropleth, kde sú farebne odlišené celé plochy. Hlbšie delenie ako na kraje tu slovenská mapa neponúka.



Zdroj: <http://www.datawrapper.de>

Druhým krokom je pridanie dát. Zvoliť sa dá ručné pridanie, alebo nahranie datasetu, kde musia sedieť názvy regiónov s tými, ktoré ponúka Datawrapper.

Po úspešnom nahraní dát sme mohli prejsť na ďalší krok, ktorým je úprava samotnej vizualizácie a jej dizajnu. Ponúknuté je široké množstvo farebných škál, formátovania a podobne. Škála možností personalizácie je široká a je možné ju vždy prispôsobiť podľa typu používaných dát, ich variabilite a tak ďalej.



Zdroj: <http://www.datawrapper.de>

Po dokončení úprav formátovania vizualizácie je potrebné už len prejsť na posledný krok – publikovanie. Tu vizualizáciu buď stiahneme, alebo získame odkaz na vloženie do článku či blogu na internete. Odkaz tiež môžeme nechať zaslať emailom.

4 Výsledky práce a diskusia

Po zanalyzovaní podstaty nástrojov, metodických postupov a zozbieraní dát z uvedených zdrojov sme sa pustili do samotnej realizácie odhadu modelu SUR. Prvým krokom bolo dopočítanie chýbajúceho časového radu kapitálu. Na základe literatúry, najmä [9] a [6] sme stanovili hodnoty koeficientov, ktoré bolo potrebné doplniť do vzorca na výpočet kapitálu, takto:

$$\delta = 0,05$$

$$\varphi = 2,50$$

Poznamenávame, že hodnota týchto parametrov sa môže meniť v rozsahu vymedzenom v literatúre, avšak nemalo by dochádzať k veľkým výkyvom. Zmenou niektorého z nich dôjde k zmene absolútneho množstva kapitálu, ale jeho trend by mal zostať zachovaný.

4.1 Odhad jednorovnicových modelov

Po dosadení týchto hodnôt už nebol problém dopočítať časový rad kapitálu z údajov HDP a hrubá tvorba fixného kapitálu. Tým sme skompletizovali všetky potrebné časové rady na vytvorenie Cobbovej-Douglasovej produkčnej funkcie najskôr pre každý kraj jednotlivo. Na odhad sme zvolili klasickú metódu najmenších štvorcov. Napríklad pre Bratislavský kraj je rovnica takáto:

$$\ln(Y_{BA}) = \beta_0 + \beta_1 * \ln(L_{BA}) + \beta_2 * \ln(K_{BA}) + u_{BA} ,$$

kde

Y_{BA} – HDP priemyslu v Bratislavskom kraji,

β_0 – zlogaritmovaný parameter celkovej produktivity výrobných faktorov v BA,

β_1 – koeficient čiastkovej elasticity mzdového fondu v BA,

β_2 – koeficient čiastkovej elasticity kapitálu v BA,

u_{BA} – náhodná zložka pre BA.

Respektíve zadané v EViews (keďže prirodzený logaritmus tu má funkciu ,LOG‘ a koeficienty sa označujú ,C‘):

$$\text{LOG}(Y_BA) = C(1) + C(2)*\text{LOG}(L_BA) + C(3)*\text{LOG}(K_BA)$$

Ekvivalentne sme postupovali pri všetkých ostatných krajoch. Po odhade samostatných jednorovnicových modelov bolo nutné skontrolovať prvé tri predpoklady, či sú modely vhodné ako samostatné. Po otestovaní normality a vylúčení autokorelácie a heteroskedasticity sa začala objavovať pri väčšine krajoch multikolinearita.

Keďže kraje Slovenska majú (logicky) spoločné prostredie, existujú niektoré aspekty, ktoré pôsobia celoplošne na vývoj priemyslu v každom z nich. Môže ísť o migráciu pracovných síl, legislatívne prostredie, či miera zdanenia, ktoré sú jednotné pre celú republiku. Takéto „sily“ pôsobia medzi rovnicami a domnievali sme sa, že preto nie sú dostatočne zachytené klasickými separátnymi jednorovnicovými odhadmi. Pristúpili sme k vytvoreniu systému rovníc metodikou SUR – zdanlivo nesúvisiacich regresíí a snažili sme sa dokázať, že nesúvis regresíí je naozaj iba zdanlivý.

4.2 Odhad SUR modelu

Na uskutočnenie odhadu SUR modelu v EViews je možné využiť už odhadnuté separátne jednorovnicové modely. Vytvorili sme nový systém rovníc, do ktorého sme tieto existujúce rovnice nakopírovali a prečíslovali koeficienty takto:

$$\log(y_{ba})=c(11)+c(12)*\log(l_{ba})+(1-c(12))*\log(k_{ba})$$

$$\log(y_{tt})=c(21)+c(22)*\log(l_{tt})+(1-c(22))*\log(k_{tt})$$

$$\log(y_{nr})=c(31)+c(32)*\log(l_{nr})+(1-c(32))*\log(k_{nr})$$

$$\log(y_{tn})=c(41)+c(42)*\log(l_{tn})+(1-c(42))*\log(k_{tn})$$

$$\log(y_{za})=c(51)+c(52)*\log(l_{za})+(1-c(52))*\log(k_{za})$$

$$\log(y_{bb})=c(61)+c(62)*\log(l_{bb})+(1-c(62))*\log(k_{bb})$$

$$\log(y_{po})=c(71)+c(72)*\log(l_{po})+(1-c(72))*\log(k_{po})$$

$$\log(y_{ke})=c(81)+c(82)*\log(l_{ke})+(1-c(82))*\log(k_{ke})$$

Po pridaní rovníc do systému sme ho nechali v EViews odhadnúť metódou Seemingly Unrelated Regression s východiskovým nastavením iterácií a derivovania. Na základe úprav opísaných v metodologickej časti diplomovej práce vieme, že koeficient na prvom mieste každej rovnice $c(m1)$ pre $m = 1, 2, \dots, 8$ vyjadruje prirodzený logaritmus koeficientu A z pôvodnej Cobbovej-Douglasovej produkčnej funkcie. Vypočítali sme ho teda nenáročným vzťahom $e^{c(m1)}$. Druhý parameter $c(m2)$ predstavuje koeficient α , ktorý vyjadruje elasticitu mzdového fondu. Druhý koeficient použitej produkčnej funkcie β bolo tiež nutné dopočítať jednoducho $1 - c(m2)$. V nasledujúcej tabuľke (na druhej strane) uvádzame prehľadne výsledné odhadnuté, respektíve z odhadu dopočítané hodnoty. Pripájame aj hodnotu t -štatistiky, ktorá vyjadruje, že všetky odhady sú štatisticky významné s 95 % pravdepodobnosťou.

Kraj	Parameter	t
BA	A	0.9127
	α	0.3657
	β	0.6343
TT	A	0.8555
	α	0.3281
	β	0.6719
NR	A	0.6956
	α	0.2704
	β	0.7296
TN	A	0.8868
	α	0.4821
	β	0.5180
ZA	A	0.6942
	α	0.3353
	β	0.6647
BB	A	0.6914
	α	0.3613
	β	0.6387
KE	A	0.5801
	α	0.2657
	β	0.7343
PO	A	0.7766
	α	0.3409
	β	0.6591

Zdroj: vlastné výpočty

4.3 Testovanie kvality odhadnutého modelu

Prv, než sme mohli začať s interpretáciou výsledkov, museli sme zistiť, či sú použiteľné. Štatistickú významnosť všetkých koeficientov sme potvrdili porovnaním t-štatistiky a pozorovaním hodnôt blízkyh nule v stĺpci Probability. Následne sme otestovali koľko % skutočnosti pokrýva každý jednotlivý model tvoriaci systém SUR. Využili sme teda koeficient determinácie (R^2). Vo väčšine modelov sa jeho hodnota pohybovala nad 90 %, dva modely vykazovali hodnotu mierne pod 90 % - konkrétne 89,5 % a 86,3 %, čo ukazuje stále veľmi relevantné odhady modelov. Ešte zostávalo overiť, či bol vôbec odhad prostredníctvom SUR modelu vhodnejší, ako klasické jednorovnicové odhady metódou najmenších štvorcov. Na tento účel slúži overenie predpokladov 4. a 5. charakterizovaných

v metodickej časti diplomovej práce. Predpoklad 4. o neprítomnosti autokorelácie medzi rovnicami overíme prostredníctvom Durbinovho-Wattsonovho testu.

4.3.1 Durbinov-Wattsonov test výskytu autokorelácie

Vypočítané hodnoty testovacej štatistiky pre každú rovnicu sme vyčítali z výstupu. Uvádzame ich v nasledujúcej tabuľke spolu s vyššie rozobraným koeficientom determinácie.

Kraj	D-W	R ²
BA	2.2009	0.9272
TT	1.3554	0.9410
NR	1.3008	0.9599
TN	1.7573	0.9238
ZA	2.1037	0.9412
BB	2.3130	0.8633
KE	1.9879	0.9206
PO	1.7838	0.8952

Tieto hodnoty vypočítanej D-W štatistiky bolo potrebné porovnať s hranicami intervalov a určiť ich zaradenie na niektorý z nich. Tieto hranice sme určili z tabuľkových hodnôt dolnej a hornej hranice pre $n = 13$ a $k = 2$. Tie sa rovnajú $D-L = 0,86$ a $D-U = 1,56$. Ďalšie dve hranice sme dostali výpočtom $4 - D-L = 3,14$ a $4 - D-U = 2,44$. Z týchto hraníc sa podarilo určiť intervaly:

$(-\infty ; 0,86)$ a $(3,14 ; \infty)$ – v modeli, ktorému prislúcha hodnota z tohto intervalu je prítomná autokorelácia,

$(0,86 ; 1,56)$ a $(2,44 ; 3,14)$ – spoľahlivo nevieme určiť, či je v modeli prítomná autokorelácia,

$(1,56 ; 2,44)$ – spoľahlivo zamietame predpoklad o prítomnosti autokorelácie v modeli.

Porovnaním výsledkov D-W štatistiky pre jednotlivé modely vidíme, že okrem Trnavského a Nitrianskeho kraja môžeme vo všetkých spoľahlivo zamietnuť predpoklad o prítomnosti autokorelácie. Pri spomenutých dvoch krajoch sa hodnota mierne prepadla pod spodnú hranicu intervalu a leží v intervale, v ktorom sme nevedeli spoľahlivo určiť, či sa

autokorelácia v modeli nachádza alebo nie. Ďalej sme sa uspokojili s predpokladom, že sa v týchto modeloch tiež autokorelácia neobjavila. Finálne sme mohli preskúmať platnosť posledného, ale práve najdôležitejšieho predpokladu vhodnosti použitia SUR metodiky na odhad tohto modelu.

4.3.2 Breuschov-Paganov test

Keďže tabuľková hodnota testovacej štatistiky λ má asymptotické rozdelenie χ^2 s $m(m-1)/2$ stupňami voľnosti, v našom prípade sa rovná

$$\chi^2\left(0,05; \frac{8(8-1)}{2}\right) = 41,33.$$

Po určení tabuľkovej hodnoty sme pristúpili k určeniu vypočítanej. Ako sme definovali v predchádzajúcej kapitole, na jej výpočet využijeme variančno-kovariančnú maticu náhodných zložiek. Využili sme jej zobrazenie priamo v EViews:

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1		LOG(Y_BA)	LOG(Y_TT)	LOG(Y_NR)	LOG(Y_TN)	LOG(Y_ZA)	LOG(Y_BB)	LOG(Y_PO)	LOG(Y_KE)
2									
3	LOG(Y_BA)	0.009201	0.003781	0.003673	0.003855	0.005322	0.003614	0.006262	0.007546
4	LOG(Y_TT)	0.003781	0.012569	0.007838	0.008669	0.006956	0.010574	0.006619	0.009659
5	LOG(Y_NR)	0.003673	0.007838	0.007045	0.005194	0.004502	0.006885	0.004761	0.004481
6	LOG(Y_TN)	0.003855	0.008669	0.005194	0.007328	0.007051	0.009178	0.007024	0.008630
7	LOG(Y_ZA)	0.005322	0.006956	0.004502	0.007051	0.008291	0.009284	0.007935	0.008268
8	LOG(Y_BB)	0.003614	0.010574	0.006885	0.009178	0.009284	0.013197	0.009214	0.009414
9	LOG(Y_PO)	0.006262	0.006619	0.004761	0.007024	0.007935	0.009214	0.010013	0.009807
10	LOG(Y_KE)	0.007546	0.009659	0.004481	0.008630	0.008268	0.009414	0.009807	0.015099

Zdroj: vlastné výpočty

Samotná matica veľmi prehľadne neposkytuje informáciu o tom, či je medzi náhodnými zložkami jednotlivých rovníc dostatočne veľká korelácia. Na tieto účely sme museli ešte sčítat' Kroeneckerove súčiny variancií a kovariancií. Pri výpočte sme využili softvér EViews, kde sme vytvorili program, ktorý vytvorí vektor, ktorého prvky sú práve tieto súčiny a v poslednom prvku je ich súčet, vynásobený počtom pozorovaní, čo predstavuje samotnú vypočítanú Breuschovu-Paganovu štatistiku (λ):

vector(29) bp

$$bp(1)=(0.003781)^2/(0.009201*0.012569)$$

$$bp(2)=(0.003673)^2/(0.009201*0.007045)$$

$$bp(3)=(0.003855)^2/(0.009201*0.007328)$$

$$bp(4)=(0.005322)^2/(0.009201*0.008291)$$

$$bp(5)=(0.003614)^2/(0.009201*0.013197)$$

$$bp(6)=(0.006262)^2/(0.009201*0.010013)$$

$$bp(7)=(0.007546)^2/(0.009201*0.015099)$$

...

$$bp(29)=13*(bp(1)+bp(2)+bp(3)+bp(4)+bp(5)+bp(6)+bp(7)+bp(8)+bp(9)+bp(10)+bp(11)+bp(12)+bp(13)+bp(14)+bp(15)+bp(16)+bp(17)+bp(18)+bp(19)+bp(20)+bp(21)+bp(22)+bp(23)+bp(24)+bp(25)+bp(26)+bp(27)+bp(28))$$

Hodnota tejto štatistiky sa rovná 183,23, čo je väčšie ako tabuľkových 41,33. Mohli sme teda s veľkou pravdepodobnosťou (95 %) zamietnuť hypotézu o nekorelovanosti náhodných zložiek medzi rovnicami systému v odhadnutom modeli. Týmto sa potvrdilo, že medzi jednotlivými regresiami existuje štatisticky významná závislosť, čo znamená, že je vhodnejšie použiť odhad prostredníctvom SUR metodiky.

4.4 Ekonomická interpretácia dosiahnutých výsledkov

Po potvrdení predpokladu, že náš model je vhodným odhadom vývoja rastu priemyslu v regiónoch Slovenska, sme mohli pristúpiť k interpretácii výsledkov pre jednotlivé regióny. Všimli sme si, že čo sa týka odhadnutého parametra A Cobbovej-Douglasovej produkčnej funkcie, ktorý vyjadruje celkovú produktivitu výrobných faktorov (v našom prípade práce a kapitálu), tak jeho hodnoty sú v súlade s výsledkami iných autorov zaoberajúcich sa touto tematikou a aj s našimi očakávaniami. Bratislavský kraj dosiahol najvyšší výsledok (približne 0,91). To znamená, že z použitých výrobných faktorov je pomer výstupu produkcie veľmi vysoký. Najhoršie sa v tomto ukazovateli umiestnil Košický kraj, kde bola odhadnutá jeho hodnota iba na približných 0,58. Pre ostatné kraje sme odhadnutú hodnotu dostali v rozpätí približne 0,69 (pre Banskobystrický) až 0,85 (pre Trnavský kraj). Výstup vizualizácie výsledkov tohto koeficientu v nástroji Datawrapper uvádzame nižšie.

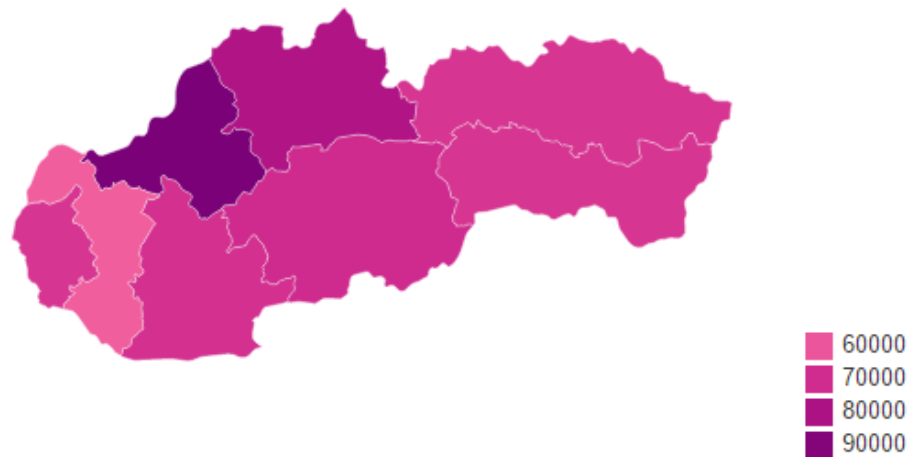


Zdroj: vlastné spracovanie

Vizualizáciu sme pripravili aj pre porovnanie vývoja počtu pracovníkov v priemysle v rokoch 2000 a 2013, kde môžeme vidieť, že vedúcim je Trenčiansky kraj v oboch

skúmaných rokoch. V roku 2013 zreteľne posilnili regióny Nitrianskeho a Trnavského kraja na úkor východných regiónov Košického a Prešovského, ale aj Bratislavského kraja.

Počet zamestnaných v priemysle v roku 2000

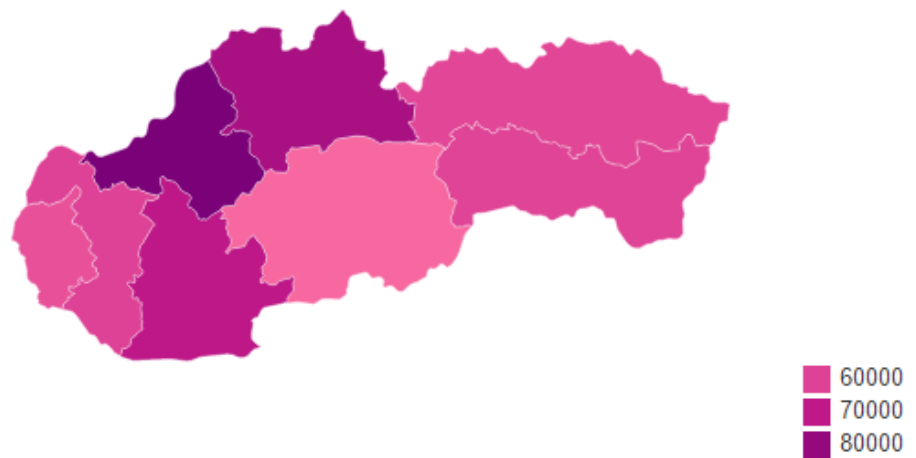


[Get the data](#)

Created with [Datawrapper](#)

Zdroj: vlastné spracovanie

Počet zamestnaných v priemysle v roku 2013

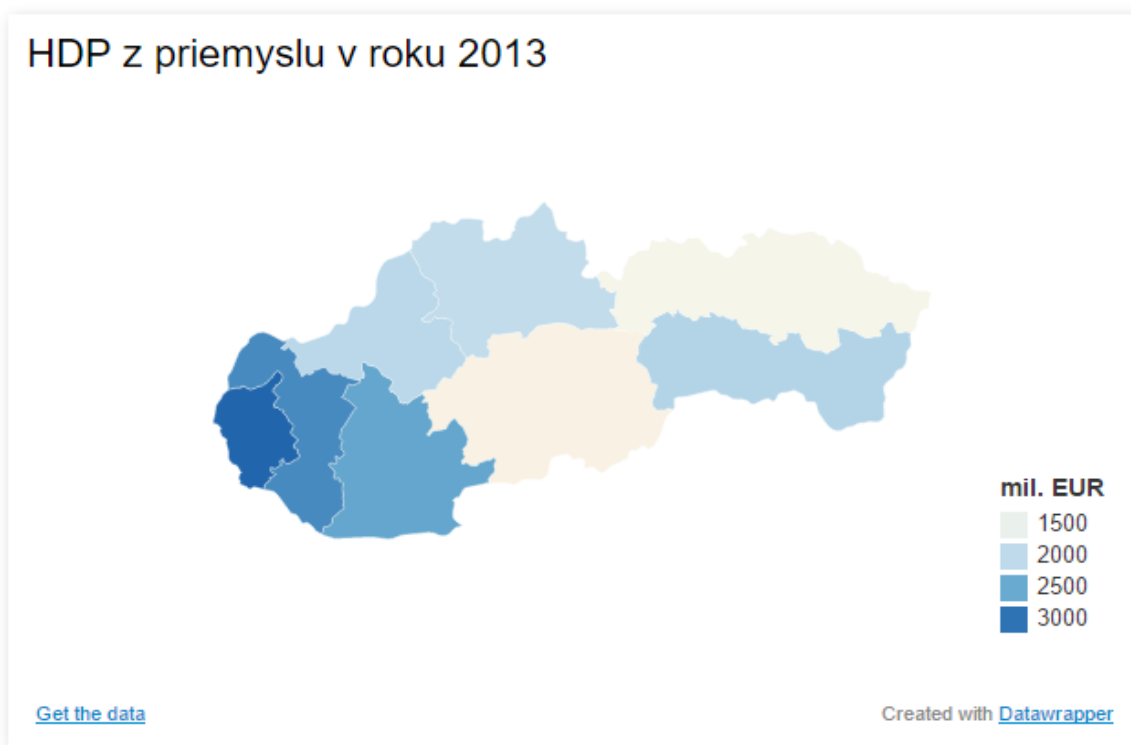


[Get the data](#)

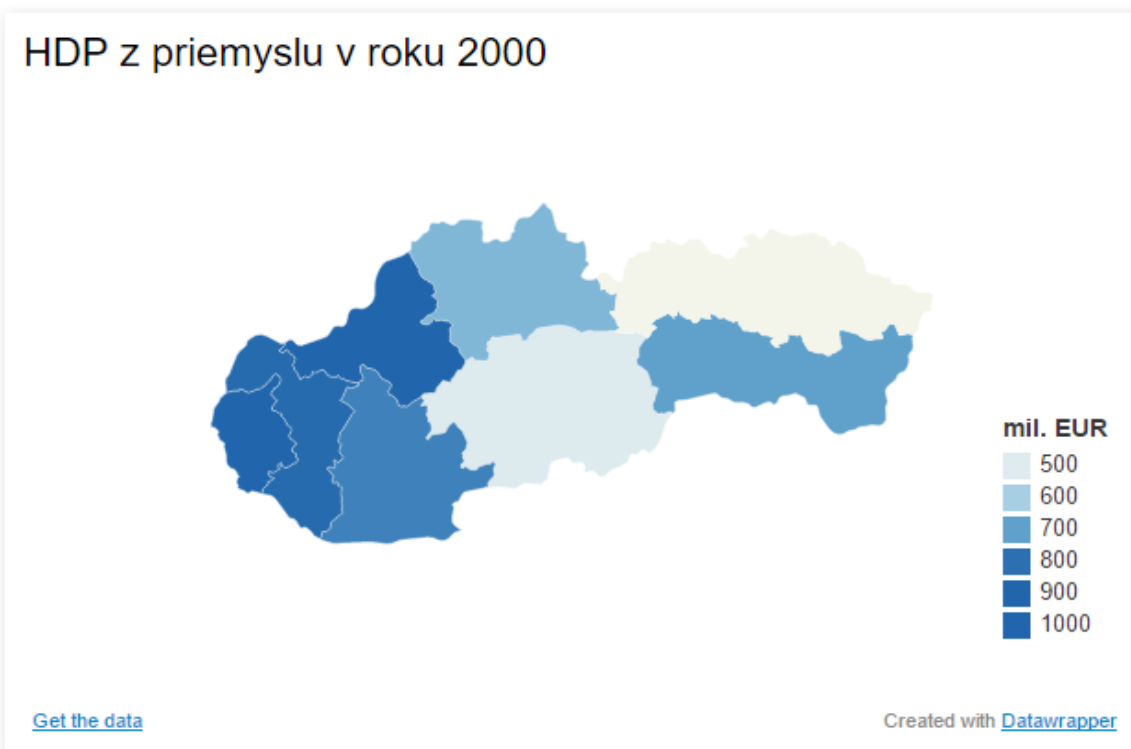
Created with [Datawrapper](#)

Zdroj: vlastné spracovanie

Vývoj HDP vyprodukovaného z priemyslu však ukazuje, že Trenčiansky kraj svoje počiatočné prvenstvo za 13 rokov stratil na úkor Bratislavy a dobehol ho Košický a Žilinský kraj. Rozdiel medzi Banskobystrickým krajom sa značne prehĺbil.



Zdroj: vlastné spracovanie



Zdroj: vlastné spracovanie

Ďalej sme sa venovali už obšírnejšej interpretácii samotných koeficientov (najmä elasticity mzdového fondu) odhadnutej Cobbovej-Douglasovej produkčnej funkcie so zameraním na jednotlivé regióny.

Bratislavský kraj má v rámci ekonomiky ako celku špecifické postavenie. Z pohľadu priemyslu je to však mierne inak. Vyvrátili sa možné očakávania a v elasticite mzdového fondu ho predbehol Trenčiansky kraj s približne 48 %. To znamená, že pri zvýšení mzdového fondu v priemysle o jeden milión eur (ceteris paribus) sa zvýši HDP z tohto odvetvia o 480 tisíc eur. Prvenstvo Trenčianskeho kraja v tomto ukazovateli môže byť spôsobené vysoko rozvinutým priemyslom v tomto regióne. Okrem strojárskoho a elektrotechnického vyniká aj chemický, ťažobný a potravinársky. Všimli sme si, že Trenčiansky kraj má aj podiel zamestnaných práve v priemyselnom odvetví najvyšší na Slovensku.

Bratislavský kraj sa umiestnil druhý, keďže v priemysle zamestnáva menší podiel zamestnaných, ale efektivita mzdového fondu je stále veľmi vysoká.

Banskobystrický kraj so značne rozvinutým hutníctvom a drevárstvom sa umiestnil tretí. Nezamestnanosť v tomto kraji je taktiež už na udržateľnejšej úrovni, čo sa mohlo prejaviť práve na elasticite mzdového fondu.

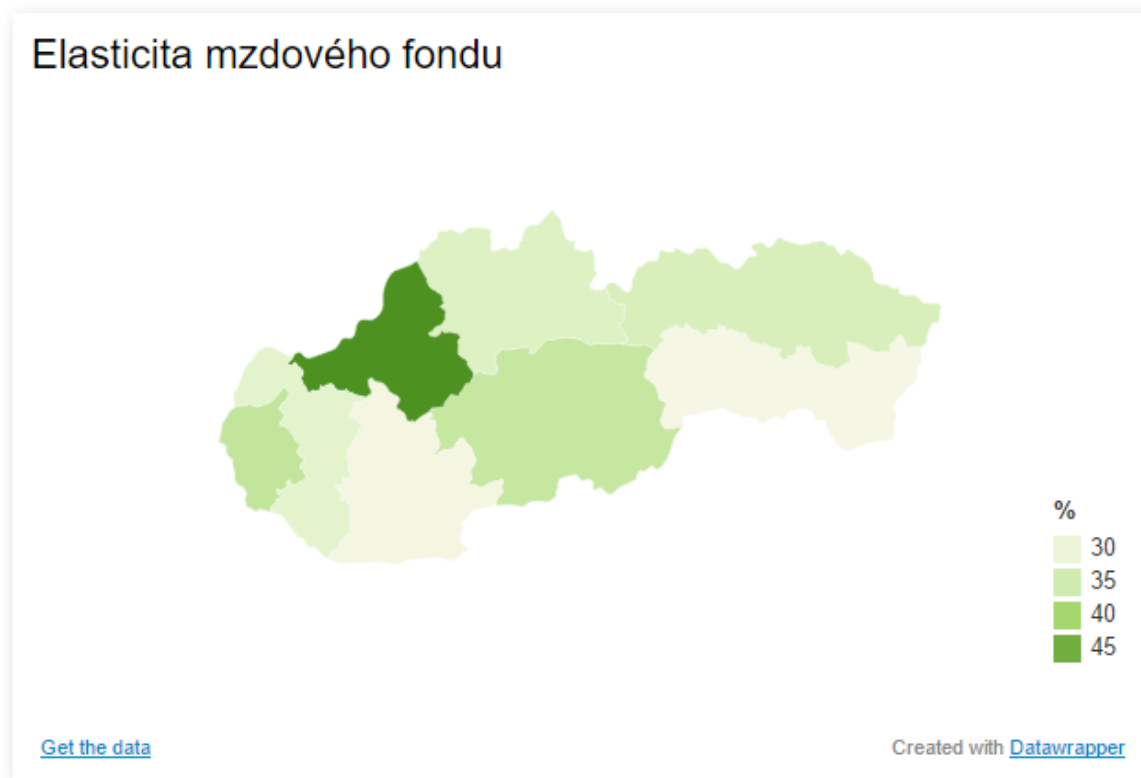
Prekvapením však bolo, že sa na štvrté miesto dostal Prešovský kraj. Na jednej strane je v tomto regióne priemysel hneď druhou najvýznamnejšou činnosťou (po obchode) a je silno diverzifikovaný, predsa len sme očakávali, že v elasticite mzdového fondu – aj kvôli vyššej nezamestnanosti – nepredbehne Trnavský a Žilinský kraj, ktoré sme považovali v tomto smere za rozvinutejšie.

Žilinský kraj sa nakoniec umiestnil piaty a Trnavský kraj šiesty. Tieto kraje sú známe najmä rozsiahlou automobilovou výrobou. Výroba niektorých komponentov pre automobily je však formou outsourcingu presúvaná do okolitých miest a oblastí. Ako napríklad výroba tesnení a iných drobností do žilinskej automobilky je realizovaná v Považskej Bystrici, ktorá spadá pod Trenčiansky kraj. Takto podobne mohli vzniknúť disproporcie, ktoré sú v nesúlade s niektorými našimi očakávaniami výsledkov.

Posledné dve pomyselné priečky obsadil Nitriansky a Košický kraj. V Nitrianskom kraji s prevládajúcou poľnohospodárskou výrobou môžeme po realizovaní zahraničnej investície očakávať nárast a možno aj lepší výkon priemyslu ako spomínané automobilové

kraje Žilinský a Trnavský. Výsledok košického regiónu bol však neočakávaný. Rozvinutý hutnícky, chemický a energetický priemysel by mal podávať vyššie výsledky. Na vine môže byť pretrvávajúca nízka zamestnanosť v tejto oblasti.

Prehľadnú vizualizáciu rozdielnej výšky tohto koeficientu medzi regiónmi spracovanú v nástroji Datawrapper prikkladáme nižšie.



Zdroj: vlastné spracovanie

Aj z vizualizácií je zreteľné, že v oblasti priemyslu môžeme za najrozvinutejší región považovať ten, ktorý je reprezentovaný Trenčianskym krajom. Najmä produktivita výrobných faktorov, ale aj elasticita mzdového fondu v Cobbovej-Douglasovej produkčnej funkcii dosahujú vysoké hodnoty. V produktivite výrobných faktorov môžeme sledovať smerom na východ krajiny postupné blednutie zafarbenia, čo vyjadruje slabnutie výkonu v tomto ukazovateli. Tento výsledok je v súlade s predpokladmi, keďže výkon regionálnej ekonomiky vo všeobecnosti týmto smerom slabne, a teda dochádza k takzvanému otváraniu nožníc medzi regiónmi.

Čo sa týka vývoja elasticity mzdového fondu boli tieto predpoklady mierne porušené, ale stále môžeme postrehnúť pre košický región veľmi bledú farbu, predstavujúcu nízke hodnoty. Pokles rastu priemyslu v tomto niekdajšom priemyselnom centre je spôsobený

najmä úpadkom niekdajších Východoslovenských železiární, či kedysi vysoko prosperujúcich energetických závodov. Prekvapivé je farebné odlíšenie Prešovského kraja, ktorý sa vymyká z predpokladu o slabšej vyspelosti východných regiónov. Odhadujeme však, že časom budú mať výsledky zhoršujúcu tendenciu.

Avšak zaujímavá môže byť predikcia vývoja v Nitrianskom kraji, kde po realizácii výstavby nového automobilového závodu môžeme očakávať vývoj na úroveň Žilinského, či Trnavského kraja. Pomer HDP produkovaného z priemyslu a počet zamestnaných v tomto odvetví, ktoré už teraz patria k tým vyšším v krajine ešte vzrastie. Navyše so sľubovaným zavedením moderných technológií do plánovaného závodu by sa mohla produktivita výrobných faktorov zvýšiť niekoľkonásobne. Takisto podľa zatiaľ nepotvrdených správ je plánované aj navýšenie mzdy v tomto odvetví, čo ešte znásobí výšku ročného mzdového fondu. To by sa malo prejavíť aj na zvýšení elasticity tejto veličiny.

Celkovo je ekonomika v posledných rokoch na vzostupe. Aj podľa analýz a predikcií Národnej banky SR sa má v nasledujúcich rokoch zvyšovať dynamika rastu HDP až na 4,6 % ročne. Takisto je očakávaný pokles miery nezamestnanosti, pravdepodobne by mala klesnúť až na 7,7 %. Pracovných miest síce pribúda najviac v službách, ale priemysel tiež nezaostáva a kľúčovým bude najmä spomínaný príchod štvrtej automobilky. Tieto pozitívne vyhliadky vývoja ekonomiky sú síce dobrými správami, avšak potrebné je, aby sme nezabúdali na regionálne disparity, snažili sa ich riešiť a zvrátili súčasný trend ich ďalšieho prehlbovania. Riešením by mohlo byť zabezpečenie vyššieho toku investícií do ekonomicky slabšie rozvinutých regiónov, podpora podnikania, či budovanie kvalitnejšej infraštruktúry a v neposlednom rade zvyšovanie kvality vzdelávania so zameraním na perspektívne a nedostatkové odbory. Na podporu takéhoto vyrovnávania rozdielov medzi regiónmi by mali slúžiť kohézne fondy Európskej únie. Vidíme však, že napriek týmto fondom sa v priemysle, ale (ako uvádzajú aj iní autori, napríklad [6]) ani v celkovej ekonomike nepodarilo preklenúť rozdiely a dostať sa aspoň k tendencii vyrovnávania.

4.5 Ďalší rozvoj vypracovaného modelu

Mnoho autorov sa venuje regionálnemu modelovaniu ekonomiky Slovenskej republiky a tým sa snaží zachytiť rozdiely medzi jednotlivými regiónmi, respektíve krajmi v dôsledku obmedzenia dostupnosti členených dát. Ďalšia skupina autorov sa venuje modelovaniu vývoja priemyslu na Slovensku, ale na členenie na menšie územné celky sa pozabúda. Práve tieto menšie celky zastúpené jednotlivými krajmi sa odlišujú rozdielnymi historickými, geografickými a demografickými aspektmi a z toho dôvodu je vývoj ako v celej ekonomike, tak aj v jednotlivých odvetviach na rôznej úrovni a vznikajú medzi nimi ekonomické disparity. V našej diplomovej práci sme práve spojili modelovanie vývoja iba jedného odvetvia – konkrétne priemyslu – s regionálnym členením. Diplomová práca môže poslúžiť ako základ na hlbšie analýzy vývoja priemyslu v jednotlivých krajoch a prijatie opatrení na upravenie tohto vývoja. Ďalej je vhodné výsledné dáta použiť na tvorbu regionálnych modelov priestorovej ekonometrie.

Nami vytvorený model má samozrejme svoje nedostatky a v súčasnom trende rozvoja priestorovej ekonometrie vidíme práve možnosti orientácie týmto smerom. Zapracovanie vplyvu priestorových efektov na vývoj ekonomického rastu priemyslu v Slovenskej republike by rozhodne pozdvihlo výpovednú hodnotu modelu. Už z našej analýzy vyplýva, že vývoj v regiónoch závisí aj od vývoja situácie v tých, s ktorými daný región susedí, prípadne nie je veľmi vzdialený.

Taktiež by bolo možné spracovať vizualizácie v komplexnejšom nástroji, prípadne jednom z dostupných geografických informačných systémov.

Najväčšími obmedzeniami modelu však bola dostupnosť dát. Vylepšenie by mohlo prísť s plynúcim časom, čo bude mať za dôsledok určite aspoň zvýšenie počtu pozorovaní. V priebehu ďalších rokov sa môže dosiahnuť aj progres v štatistickom vykazovaní, a tým by mohli pribudnúť ďalšie dáta vykazované na regionálnej úrovni. Ako napríklad meranie inovácií by mohlo priniesť zaujímavú premennú do modelu.

Záver

V diplomovej práci sme analyzovali ekonomický rast v priemysle Slovenskej republiky a faktory, ktoré naň vplývajú s dôrazom najmä na regionálne rozdiely, ktoré sú na Slovensku nezanedbateľné.

Najskôr sme uviedli teoretický prehľad významu priemyslu v SR a možností jeho modelovania. Následne sme vypracovali viacrovnicový SUR model, keďže sme predpokladali, že vývoj v regiónoch je síce odlišný, ale stále musíme zohľadniť aj súvislosti, ktoré vznikajú z dôvodu príslušnosti regiónov do spoločného štátu. Regióny sa teda podriaďujú spoločným vplyvom vládnych nariadení a zákonov, prípadne iných determinantov.

Po vytvorení modelu sme priniesli ekonomickú interpretáciu výsledkov nasledovanú prehľadnou vizualizáciou na mape SR pomocou nástroja Datawrapper. Tomu samozrejme predchádzala analýza rôznych nástrojov, ktoré umožňujú takúto vizualizáciu.

Opierajúc sa o interpretáciu výsledkov sa podarilo poukázať na neustále sa zväčšujúce rozdiely vo vývoji regiónov najmä smerom na východ, platné aj pre priemyselné odvetvie hospodárstva nazývané aj „otvárajúce sa nožnice“.

Podarilo sa splniť všetky čiastkové ciele nasledované tým hlavným. Na záver sme ešte odhadli možnosti ďalšieho rozvoja modelu, najmä prostredníctvom priestorovej ekonometrie, sofistikovanejších vizualizačno-analytických nástrojov a v priebehu času aj rozšírením počtu pozorovaní.

Zoznam použitej literatúry

- [1] **ACKBERGER, D. - M. RYSMAN, M.:** Unobserved Product Differentiation in Discrete Choice Models: Estimating Price Elasticities in Discrete Choice Models, working manuscript, Boston University Department of Economics, 2002
- [2] **BARRO, R. J. – SALA-I-MARTIN, X.:** One-Sector Models of Endogenous Growth. In: Economic Growth (Second ed.). New York: McGraw-Hill, 2004. ISSN 0-262-02553-1
- [3] **CAPELLO, R.:** A Forecasting territorial model of regional growth: the MASST model. In: The Annals of Regional Science, Vol. 41, 2007. ISSN 0570-1864
- [4] **GLICKMAN, N.:** An Economic Forecasting Model for the Philadelphia Region. In: Journal of Regional Science, Vol 11., No 1., 1971
- [5] **IVANIČOVÁ, Z. - CHOCHOLATÁ, M. - SURMANOVÁ, K.:** Ekonometrické modelovanie. Bratislava: Vydavateľstvo EKONOM, 2012.
- [6] **IVANIČOVÁ, Z. – SURMANOVÁ, K.:** Analýza efektívnosti regiónov Slovenskej republiky pomocou metodológie SUR modelov. In: Ekonomické rozhľady. Ročník 42., 3/2013
- [7] **KLEIN, L. R.:** The Specification of Regional Econometric Models. Papers of the Regional Science Association 23, 1969
- [8] **MENDOZA, M. Q. L. V. M.:** Spatial Interaction Regional Model for the Mexican Economy (SIRMME): a special case for Mexico City metropolitan area. Pécs, Hungary: Regional Studies Association Annual International Conference, 2010
- [9] **RADVANSKÝ, M.:** Tvorba regionálnych ekonomických modelov a možnosti ich aplikácie v podmienkach SR. Bratislava: Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky. Dizertačná práca, 2013

[10] **REISS, P. C. – WOLAK, F. A.:** Structural Econometric Modeling: Rationales and Examples from Industrial Organization, prepared for the Handbook of Econometrics, Volume 6, Stanford University, 2005

[11] **ROMER, D.:** Endogenous Growth. In: Advanced Macroeconomics (Fourth ed.). New York: McGraw-Hill, 2011. ISBN 978-0-07-351137-5

[12] **SZOMOLÁNYI, K. – LUKÁČIK, M. – LUKÁČIKOVÁ, A.:** The estimate of parameters of production function of Slovak economy: Econometric analysis of nominal wages. In: Proceedings of the International Scientific Conference. Bratislava: Ekonóm, 2012

[13] **TINBERGEN, J.:** Shaping the World Economy: Suggestions for an International Economic Policy. New York: The Twentieth Century Fund, 1962

[14] <https://www.datawrapper.de/>

[15] <http://dennik.hnonline.sk/ekonomika-a-firmy/472466-slovensko-je-priemyselna-velmoc>

[16] <http://www.esri.com/software/arcgis/arcgisonline/features/visualization>

[17] <https://www.etrend.sk/trend-archiv/rok-2017/cislo-6/priemysel-4-0-zastihol-firmy-a-stat-nepripravenych.html>

[18] <http://geodacenter.github.io>

[19] <http://www.nace.sk>

[20] slovak.statistics.sk/wps/portal/ext/Databases/DATAcube_sk/

[21] <https://www.tableau.com/>

[22] <http://www.telecom.gov.sk>

Prílohy

Príloha A: Vstupné dáta použité na výpočty v diplomovej práci

	Bratislavský kraj	Trnavský kraj	Trenčiansky kraj	Nitriansky kraj	Žilinský kraj	Banskobystrický kraj	Prešovský kraj	Košický kraj
2000	1079.02	810.05	820.89	762.97	651.81	506.65	429.53	700.16
2001	1108.24	811.11	889.63	744.78	729.05	550.47	492.57	842.12
2002	1144.09	899.51	904.51	847.72	761.91	558.61	502.22	752.26
2003	1342.45	1210.66	1093.85	1122.27	899.16	671.40	585.22	881.29
2004	1568.16	1503.86	1296.21	1402.51	1058.54	794.61	689.67	1037.51
2005	2040.02	1660.24	1327.63	1455.91	1088.09	694.73	689.39	1359.80
2006	1904.75	2496.75	1720.25	1838.44	1266.48	969.45	817.66	1713.27
2007	2384.44	2916.40	1999.15	2061.52	1723.42	1145.95	990.88	1965.39
2008	2721.28	3086.47	2127.15	2373.33	2040.96	1337.20	1183.06	2185.08
2009	2230.85	2607.37	1755.57	2211.25	1643.13	1048.11	926.61	1642.37
2010	2640.85	2884.56	2012.06	2329.44	1937.40	1251.09	1126.41	1985.48
2011	2965.03	2830.72	2015.22	2621.78	1976.07	1215.48	1346.53	2038.23
2012	3146.10	2875.49	2033.86	2701.48	2022.74	1242.11	1365.82	2116.36
2013	3115.12	2786.38	2027.99	2537.58	1987.32	1211.03	1312.30	2073.23

Hrubá pridaná hodnota v priemysle v regiónoch SR (mil. EUR). Zdroj: EuroStat

	Bratislavský kraj	Trnavský kraj	Trenčiansky kraj	Nitriansky kraj	Žilinský kraj	Banskobystrický kraj	Prešovský kraj	Košický kraj
2000	67.56	57.88	92.44	68.89	79.06	70.07	67.61	67.54
2001	71.98	57.83	93.80	68.99	76.04	68.78	66.42	68.30
2002	63.24	61.76	95.01	67.28	75.93	66.47	65.13	66.98
2003	65.98	64.16	94.87	68.31	78.68	63.35	67.65	65.30
2004	62.01	65.71	97.49	69.97	71.90	58.51	65.52	64.92
2005	62.31	64.51	96.19	70.44	74.79	58.53	62.45	67.36
2006	60.48	66.47	98.57	74.99	75.23	57.75	66.67	65.96
2007	60.74	71.51	96.81	76.08	78.28	57.06	65.61	67.20
2008	58.81	71.63	101.43	82.24	83.98	59.25	67.78	66.55
2009	57.73	63.29	91.72	72.51	75.74	52.81	57.40	59.72
2010	51.35	60.73	86.77	71.64	73.43	53.30	58.98	55.55
2011	52.52	63.84	89.88	76.69	76.42	52.85	60.00	57.46
2012	55.57	60.57	88.16	72.42	75.74	53.40	59.27	59.70
2013	56.63	60.01	85.84	70.35	75.12	51.48	59.04	59.60

Počet zamestnaných v priemysle v regiónoch SR (tis.). Zdroj: DATAcube, ŠÚSR

	Bratislavský kraj	Trnavský kraj	Trenčiansky kraj	Nitriansky kraj	Žilinský kraj	Banskobystrický kraj	Prešovský kraj	Košický kraj
2000	413.15	218.40	221.33	205.71	252.94	196.61	154.22	251.39
2001	354.53	341.40	374.45	313.48	358.77	270.89	233.11	398.54
2002	364.03	356.01	357.99	335.51	372.39	273.02	265.97	398.39
2003	370.86	369.60	333.94	342.62	415.95	310.59	265.75	400.20
2004	650.80	455.08	392.24	424.41	476.37	357.59	295.01	443.80
2005	941.90	610.74	488.38	535.57	608.87	388.76	295.08	582.04
2006	1161.90	951.08	655.29	700.31	689.69	527.93	347.77	728.68
2007	1807.90	895.08	613.56	632.70	932.21	619.86	428.04	849.01
2008	1340.68	896.03	617.53	689.00	849.13	556.34	443.57	819.26
2009	1031.03	668.94	450.40	567.31	591.14	377.08	340.77	604.00
2010	1193.58	644.73	449.72	520.65	613.07	395.89	323.29	569.85
2011	1837.61	889.54	633.27	823.88	932.06	573.31	488.60	739.60
2012	2043.49	696.96	492.96	654.78	787.23	483.42	364.26	564.42
2013	2292.88	495.00	360.27	450.80	503.49	306.82	214.23	338.46

Hrubá tvorba fixného kapitálu v priemysle v regiónoch SR (mil. EUR). Zdroj: EuroStat