Rôzne prístupy k stochastickému modelovaniu súčasnej hodnoty dôchodkov

Tatiana Šoltésová[1]

Abstrakt
V príspevku sa venujeme dvom prístupom modelovania diskrétnych a spojitých dôchodkových poistení. Pri modelovaní týchto poistení uvažujeme s náhodnou premennou budúca doba života poistenej osoby a netto poistné, čiže súčasnú hodnotu dôchodkových poistení, definujeme ako strednú hodnotu zvolenej funkcie tejto náhodnej premennej.
Ukážeme si, že tieto dva prístupy vedú k rovnakému odvodeniu súčasnej hodnoty spojitého dôchodku a diskrétnych dôchodkov s predlehotným a polehotným vyplácaním dávok.

Kľúčové slová
spojitý dôchodok, diskrétny dôchodok, náhodná premenná budúca doba života, intenzita úmrtnosti

Abstract
In this paper we focus on two approaches to modelling the discrete annual annuities and the continuous annuities. In modelling these insurances we consider the future lifetime random variable and the net premium that it is the present value of the annuities we will define as the expected value of the selected random variable.
We show that these two approaches lead to the same calculations of the present value of the continuous annuity and the discrete annual annuities paid out at the beginning or at the end of the year.

Key words
continuous annuity, discrete annuity, future lifetime random variable, force of mortality

JEL classification
C20, J17

1 Úvod

Ak chceme opísať stochastický prístup pri modelovaní životných poistení, musíme zadefinovať náhodné premenné, s ktorými budeme pracovať, vzťahy medzi nimi a funkcie potrebné pre stochastické modelovanie. V životnom poistení uvažujeme náhodné premenné budúca doba života v spojitom prípade a skrátená budúca doba života v diskrétnom prípade a súčasnú hodnotu poistenia, ktorá predstavuje netto poistné, definujeme ako strednú hodnotu istej funkcie týchto náhodných premenných. Výhoda takéhoto prístupu spočíva v tom, že umožňuje výpočet ďalších charakteristík náhodnej premennej, a tak môžeme pomocou disperzie či štandardnej odchýlky charakterizovať stupeň rizika poistenia. Vhodná voľba rozdelenia takto definovanej náhodnej premennej je však často problematická.

V rámci životného poistenia existujú také poistenia, ktoré sú charakterizované postupnosťou platieb vykonávaných v určitých časových intervaloch (napr. mesačne, ročne) počas istého obdobia, ktoré je náhodné, keďže nevieme ako dlho bude osoba, ktorej sú dávky

[1] Mgr. Tatiana Šoltésová, PhD., Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky, Katedra matematiky a aktuárstva, Dolnozemská 1/b, 852 35 Bratislava, tatiana.soltesova@euba.sk.

vyplácané, nažive. Takýto druh poistenia sa nazýva doživotný, resp. dočasný dôchodok (renta, anuita). Typickými príkladmi sú penzie dôchodcov, vyplácané pokiaľ dôchodca žije alebo sirotské, ktoré je vyplácané dieťaťu po smrti jedného z rodičov. Pravidelné platenie poistného poisťovni v prípade uzavretého životného poistenia je tiež dôchodkom.

V príspevku sa budeme venovať výpočtu súčasnej hodnoty spojitého doživotného dôchodku a diskrétneho doživotného dôchodku s predlehotným a polehotným vyplácaním dávok. Využijeme dve rôzne techniky – techniku agregovanej platby a techniku súčasnej hodnoty a ukážeme, že obidva prístupy vedú k rovnakému odvodeniu vzťahov pre výpočet strednej hodnoty definovanej náhodnej premennej. Ďalej sa budeme zoberať aj súčasnou hodnotou istých finančných dôchodkov, ktoré nie sú viazané na vek osoby, a teda ich vyplácanie nie je ovplyvnené tým, či je osoba nažive. Dávky sú vyplácané počas celého obdobia, pre ktoré sú kalkulované a sú zaručené.

2 Spojité dôchodky

Podľa Bilíkovej (2003) vychádza spojitý prístup v matematike životného poistenia zo spojitého modelovania úmrtnosti a zo spojitého úrokovania. Napriek tomu, že spojité úrokovanie je v praxi nedosiahnuteľná abstrakcia predpokladajúca pripisovanie úrokov v nekonečne malých časových intervaloch, prechod k takýmto matematickým výpočtom využívajúcim derivácie a integrály je natoľko prínosom z matematickej stránky, že sa vo veľkej miere používa v poistnej matematike.[2]

Spojitý prístup sa v životnom poistení sa podľa Cipru (2006) využíva práve vtedy, ak sa poistná suma vypláca „okamžite“ po nastatí poistnej udalosti, teda nie až na konci poistného roku , resp. na jeho začiatku, ak uvažujeme predlehotný dôchodok. V praxi sa spojité dôchodky používajú ako aproximácie často platených dôchodkov.

Súčasnú hodnotu spojitého dôchodku môžeme vypočítať dvoma spôsobmi:

1. technika agregovanej platby,
2. technika súčasnej platby.

2.1 Technika agregovanej platby

Nech je daný dôchodok vyplácaný spojite vo výške c_t, ktorá je závislá od času *t*, kedy sa dôchodok vyplatí. Predpokladajme, že výplata dôchodku v infinitezimálne malom intervale $\langle t, t+dt \rangle$ je vo výške $c_t dt$. Súčasná hodnota takejto platby sa rovná $v^t \cdot c_t dt = e^{-\delta t} \cdot c_t dt$, pričom pre odúročiteľ *v* pri spojitom úrokovaní platí, že $v = e^{-\delta}$ a δ je intenzita úrokovania. Ak sú platby vykonané v časovom intervale $\langle 0, \psi \rangle$, potom podľa Rotara (2007) súčasná hodnota celkovej platby je

$$Y = \int_0^{\psi} e^{-\delta t} \cdot c_t dt \tag{1}$$

Zvyčajne ψ je náhodná premenná, ktorá určuje dobu trvania dôchodku a v prípade doživotných dôchodkov sa môže zhodovať so spojitou náhodnou premennou – budúca doba života T_x, kde *x* je súčasný vek poistenca. Náhodná premenná T_x nadobúda hodnoty z intervalu $\langle 0; \infty)$.

[2] Bilíková, M. (2003). *Spojité metódy v poistnej matematike*. Ekonóm.

V prípade, že je daný tzv. limitný vek ω, náhodná premenná nadobúda hodnoty z intervalu $\langle 0;\omega - x)$.

Uvažujme ročný doživotný dôchodok pre osobu vo veku x, ktorý sa bude vyplácať po zvyšok jej života, t. j. $\psi = T = T_x$. Nech vyplácané dávky sú konštantné, zvolíme $c_t = 1,\ t > 0$. Potom výška celkovej vyplatenej dávky je

$$Y = \int_0^T e^{-\delta t} dt = \left[\frac{e^{-\delta t}}{-\delta} \right]_0^T = \frac{1}{\delta} \cdot \left(1 - e^{-\delta T}\right) \tag{2}$$

čo zodpovedá vyplácaniu istého finančného dôchodku (jeho vyplácanie nezávisí od úmrtia osoby, tzn. vypláca sa počas celej doby, pre ktorú je kalkulovaný).

Kvôli zjednodušeniu ďalších vyjadrení budeme predpokladať, že intenzita úmrtnosti μ_x je konštantná, t. j. $\mu_x = \mu$. Ide síce o nereálny predpoklad, ale na základe neho môžeme ďalšie úvahy zjednodušiť. Intenzitu úmrtnosti môžeme definovať rôznymi spôsobmi. Jedným z nich je vzťah uvedený v publikácii (Bilíkova, 2003), podľa ktorého $\mu_x = -\frac{1}{l_x} \cdot \frac{d\left(l_x\right)}{dx}$. Uvedený vzorec je potom na základe definície derivácie ako limity diferenčného počtu prepísaný do tvaru $\mu_x = -\frac{1}{l_x} \cdot \lim_{h \to 0^+} \frac{l_{x+h} - l_x}{h} = \lim_{h \to 0^+} \frac{{}_h q_x}{h}$, čo vyjadruje, že intenzitu úmrtnosti chápeme ako pravdepodobnosť úmrtia za časovú jednotku.

Náhodná premenná budúca doba života T_x, ktorú budeme ďalej používať, sa riadi exponenciálnym rozdelením s parametrom $\mu_x = \mu,\ \mu_x > 0$, pretože ak je intenzita úmrtnosti konštantná, pre distribúciu prežitia $S_x\left(t\right)$, distribučnú funkciu $F_x\left(t\right)$ a funkciu hustoty $f_x\left(t\right)$ platí

$$S_x\left(t\right) = {}_t p_x = e^{-\int_x^{x+t} \mu_z dz} = e^{-\mu t}$$

$$F_x\left(t\right) = {}_t q_x = 1 - e^{-\mu t}$$

$$f_x\left(t\right) = \mu \cdot e^{-\mu t}$$

Na základe predpokladov o konštantnej intenzite úmrtnosti a o spojitom úrokovaní vyjadríme strednú hodnotu

$$E\left[e^{-\delta T}\right] = \int_0^\infty e^{-\delta t} \cdot f_x\left(t\right) dt = \int_0^\infty e^{-\delta t} \cdot e^{-\mu t} \cdot \mu dt = \frac{\mu}{\mu + \delta} \tag{3}$$

a potom vypočítame očakávanú hodnotu *spojitého doživotného dôchodku* ako strednú hodnotu náhodnej premennej Y opísanej vzťahom (2). Dostaneme

$$\bar{a}_x = E\left[Y\right] = \frac{1}{\delta} \cdot \left[1 - E\left(e^{-\delta T}\right)\right] = \frac{1}{\delta} \cdot \left[1 - \frac{\mu}{\mu + \delta}\right] = \frac{1}{\mu + \delta} \tag{4}$$

Uvažujme ďalej spojito rastúcu poistnú sumu vo výške $c_t = t,\ t > 0$. Potom výšku celkovej dávky takého dôchodku vyjadríme pomocou Y^* a integrovaním metódou per partes dostaneme

$$Y^* = \int_0^T t \cdot e^{-\delta t} dt = \begin{vmatrix} u = t & w' = e^{-\delta t} \\ u' = 1 & w = \dfrac{e^{-\delta t}}{-\delta} \end{vmatrix} = \left[-\frac{1}{\delta} t \cdot e^{-\delta t} \right]_0^T + \frac{1}{\delta} \int_0^T e^{-\delta t} dt$$

$$Y^* = -\frac{1}{\delta} T \cdot e^{-\delta T} + \frac{1}{\delta^2}\left(1 - e^{-\delta T}\right) \tag{5}$$

Súčasnú hodnotu *spojito rastúceho doživotného dôchodku* potom vypočítame podľa vzťahu

$$\left(\bar{I}\bar{a}\right)_x = E\left[Y^*\right] = -\frac{1}{\delta} E\left[T \cdot e^{-\delta T}\right] + \frac{1}{\delta^2}\left(1 - E\left[e^{-\delta T}\right]\right) \tag{6}$$

pričom prvú strednú hodnotu na pravej strane vzťahu (6) vypočítame opäť integrovaním metódou per partes. Najskôr si však uvedený integrál upravíme do tvaru

$$E\left[T \cdot e^{-\delta T}\right] = \int_0^\infty te^{-\delta t} \cdot f_x(t)\, dt = \int_0^\infty te^{-\delta t} \cdot \mu e^{-\mu t} dt = \mu \int_0^\infty te^{-(\delta+\mu)t} dt \tag{7}$$

Výpočet nevlastného integrálu $\int_0^\infty te^{-(\delta+\mu)t} dt$ v príspevku nebudeme ukazovať z dôvodu, že ide o podobný výpočet ako je uvedený pri výpočte výšky celkovej dávky dôchodku pri spojito rastúcej poistnej sume. Pre prvú strednú hodnotu na pravej strane vzťahu (6) platí

$$E\left[T \cdot e^{-\delta T}\right] = \frac{\mu}{\left(\mu + \delta\right)^2} \tag{8}$$

Dosadením oboch vydrení (4) a (8) do vzťahu (6) a po úprave dostaneme

$$\left(\bar{I}\bar{a}\right)_x = E\left[Y^*\right] = -\frac{1}{\delta} \cdot \frac{\mu}{\left(\mu+\delta\right)^2} + \frac{1}{\delta^2}\left(1 - \frac{\mu}{\mu+\delta}\right)$$

odkiaľ vyjadríme

$$\left(\bar{I}\bar{a}\right)_x = \frac{1}{\left(\mu+\delta\right)^2} \tag{9}$$

Vzťah (9) predstavuje súčasnú hodnotu spojito rastúceho doživotného dôchodku za predpokladu, že intenzita úmrtnosti μ a intenzita úrokovania δ sú konštantné.

2.2 Technika súčasnej platby

Označme $\mathbf{1}_A$ ukazovateľ udalosti *A*, presnejšie

$$\mathbf{1}_A = \begin{cases} 1, \text{ ak nastane udalosť } A \text{ s pravdepodobnosťou } P(A), \\ 0, \text{ ak nenastane udalosť } A \text{ s pravdepodobnosťou } 1-P(A). \end{cases}$$

Je zrejmé, že $E[\mathbf{1}_A] = P(A)$. Vzťah (1), v ktorom je vyjadrená súčasná hodnota celkovej výplaty dôchodku vyplácaného spojite vo výške c_t, potom môžeme podľa Rotara (2007) prepísať takto

$$Y = \int_0^\infty e^{-\delta t} \cdot c_t \cdot \mathbf{1}_{\{\psi \geq t\}} dt \tag{10}$$

Pre $t \leq \psi$ je výraz, ktorý integrujeme, rovnaký ako vzťah (1), t. j. ukazovateľ $\mathbf{1}_{\{\psi \geq t\}} = 1$ a pre $t > \psi$ je ukazovateľ $\mathbf{1}_{\{\psi \geq t\}} = 0$, takže v skutočnosti počítame integrál len na intervale $\langle 0, \psi \rangle$.

Vypočítajme strednú hodnotu náhodnej premennej *Y* definovanú vzťahom (10). Dostaneme

$$E[Y] = \int_0^\infty e^{-\delta t} \cdot c_t \cdot E\left[\mathbf{1}_{\{\psi \geq t\}}\right] dt = \int_0^\infty e^{-\delta t} \cdot c_t \cdot P(\psi \geq t) dt \tag{11}$$

Ďalej budeme predpokladať, že $\psi = T_x$. Potom $P(\psi \geq t) = P(T_x \geq t) = S_x(t) = {}_t p_x$.

Súčasnú hodnotu *spojitého doživotného dôchodku* ${}^S\bar{a}_x$ plateného spojite vo výške c_t osobe vo veku *x* pokiaľ je nažive vypočítame takto

$${}^S\bar{a}_x = \int_0^\infty e^{-\delta t} \cdot c_t \cdot {}_t p_x dt \tag{12}$$

Ak uvažujeme, že intenzita úmrtnosti μ je konštantná, a teda ${}_t p_x = e^{-\mu t}$ a výška dávok je tiež konštantná $c_t = 1$, vypočítame súčasnú hodnotu spojitého doživotného dôchodku dosadením do (12) a integrovaním metódou per partes takto

$$\bar{a}_x = \int_0^\infty e^{-\delta t} \cdot e^{-\mu t} dt = \int_0^\infty e^{-(\delta+\mu)t} dt = \frac{1}{\mu+\delta} \tag{13}$$

Odvodený vzťah (13) je rovnaký ako vzťah (4), ktorý sme vyjadrili pomocou techniky agregovanej platby.

Spojito rastúci doživotný dôchodok $(I\bar{a})_x$, ak uvažujeme rovnaké predpoklady ako vo vzťahu (13), vyjadríme takto

$$\left(\overline{I}\overline{a}\right)_x = \int_0^\infty t \cdot e^{-\delta t} \cdot e^{-\mu t} dt = \int_0^\infty t \cdot e^{-(\delta+\mu)t} dt \tag{14}$$

Integrál v (14) vypočítame metódou per partes a dostaneme už známy vzťah (9) pre výpočet súčasnej hodnoty spojito rastúceho doživotného dôchodku $\left(\overline{I}\overline{a}\right)_x = \frac{1}{(\mu+\delta)^2}$.

3 Diskrétne dôchodky

Budeme uvažovať postupnosť platieb realizovaných raz ročne, tzv. ročný dôchodok, ktorý zabezpečí výplatu dávok vždy na začiatku roka (*predlehotné dôchodky*) alebo na konci roka (*polehotné dôchodky*). Najskôr si ukážeme použitie techniky agregovanej platby.

3.1 Technika agregovanej platby

Nech ψ je náhodná premenná, ktorá nadobúda celočíselné hodnoty. Uvažujme ψ časových intervalov jednotkovej dĺžky, t. j. ψ celých rokov. Nech premenná c_t určuje hodnotu dávky v celočíselnom čase *t*. Ak je prvá platba vyplatená v čase $t = 0$ a druhá platba na začiatku druhého obdobia, t. j. v čase $t = 1$, atď., potom súčasná hodnota takýchto predlehotných dávok počas ψ časových období je

$$Y = c_0 + c_1 v + c_2 v^2 + \cdots + c_{\psi-1} v^{\psi-1} \tag{15}$$

kde *v* je odúročiteľ. Takéto ročné dôchodky sa nazývajú *predlehotné dôchodky.*
Ak budeme uvažovať $\tilde{\psi}$ intervalov a predpokladáme, že platby sú vyplatené na konci každého intervalu, potom súčasná hodnota celkovej platby je

$$Y = c_1 v + c_2 v^2 + \cdots + c_{\tilde{\psi}} v^{\tilde{\psi}} \tag{16}$$

Takéto dôchodky nazývame *polehotné dôchodky.*
V oboch prípadoch náhodné premenné ψ a $\tilde{\psi}$ zodpovedajú počtu realizovaných platieb. Použijeme rozličné symboly, aby sme zdôraznili, že pre rovnaké dĺžky života a pre rovnaké obdobie vyplácania platieb sú premenné ψ a $\tilde{\psi}$ rozdielne.

Uvažujme ročný dôchodok pre *x*-ročnú osobu, ktorý jej zabezpečí výplatu dávok pokiaľ bude nažive. Pre predlehotné dôchodky je posledná splátka vyplatená na začiatku roku, t. j. v čase $t = K$. Potom pre počet dávok platí $\psi = K + 1$ a súčasnú hodnotu predlehotného dôchodku vyjadríme z (15) takto

$$Y = c_0 + c_1 v + c_2 v^2 + \cdots + c_K v^K, \; K = 0, 1, 2, \ldots \tag{17}$$

Ak je výška platby konštantná, t. j. $c_k = 1, \; k = 0, 1, 2, \ldots, K,$ potom pre súčasnú hodnotu celkových dávok vyplácaných predlehotne po dosadení do (17) a po úprave vzťahu platí

$$Y = 1 + v + v^2 + \cdots + v^K = \frac{1 - v^{K+1}}{1 - v} \tag{18}$$

čo zodpovedá súčasnej hodnote istého finančného dôchodku vyplácaného na začiatku roka.

Vyjadrime súčasnú hodnotu *doživotného predlehotného dôchodku* $\ddot{a}_x$, ktorý vypláca osobe vo veku *x* dávku vo výške 1 p. j. vždy na začiatku roka, pokiaľ je osoba nažive. Súčasná hodnota tohto poistenia sa rovná strednej hodnote náhodnej premennej *Y* opísanej v (18), pričom $K = K_x$, $K_x = 0, 1, 2, \ldots$, kde K_x je skrátená budúca dĺžka života osoby. Náhodná premenná K_x je diskrétna a môžeme ju interpretovať ako počet celých rokov, ktorých sa ešte dožije jedinec dnes vo veku *x*. Dá sa ukázať, že $P(K_x = k) = {}_k p_x \cdot q_{x+k}$, a preto môžeme odvodiť nasledujúci vzťah

$$\ddot{a}_x = E[Y] = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1-v^{k+1}}{1-v} \cdot P(K_x = k) =$$

$$= \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1-v^{k+1}}{1-v} \cdot {}_k p_x \cdot q_{x+k} = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1-v^{k+1}}{d} \cdot \frac{l_{x+k} - l_{x+k+1}}{l_x} =$$

$$= \frac{1}{d}\left[\sum_{k=0}^{\infty} \frac{l_{x+k} - l_{x+k+1}}{l_x} - \sum_{k=0}^{\infty} v^{k+1} \cdot \frac{l_{x+k}}{l_x} + \sum_{t=0}^{\infty} v^{k+1} \cdot \frac{l_{x+k+1}}{l_x}\right] =$$

$$= \frac{1}{d}\left[1 - \sum_{k=0}^{\infty} v^{k+1} \cdot \frac{l_{x+k}}{l_x} + \sum_{k=1}^{\infty} v^{k} \cdot \frac{l_{x+k}}{l_x}\right] =$$

$$= \frac{1}{d}\left[v^0 \cdot \frac{l_{x+0}}{l_x} - \sum_{k=0}^{\infty} v^{k+1} \cdot \frac{l_{x+k}}{l_x} + \sum_{k=1}^{\infty} v^{k} \cdot \frac{l_{x+k}}{l_x}\right] =$$

$$= \frac{1}{d}\left[- \sum_{k=0}^{\infty} v^{k+1} \cdot \frac{l_{x+k}}{l_x} + \sum_{k=0}^{\infty} v^{k} \cdot \frac{l_{x+k}}{l_x}\right] =$$

$$= \frac{1}{d}(-v+1) \cdot \sum_{k=0}^{\infty} v^k \cdot {}_k p_x = \sum_{k=0}^{\infty} v^k \cdot {}_k p_x$$

$$\ddot{a}_x = \sum_{k=0}^{\infty} v^k \cdot {}_k p_x \tag{19}$$

pričom pre diskontný faktor platí $d = 1 - v$.

V prípade doživotného *polehotného dôchodku* a_x je posledná dávka vyplatená v čase *t* rovnajúcom sa skrátenej dobe života osoby, t. j. $t = K = K_x$, pretože na konci roka, v ktorom nastalo úmrtie, spoločnosť už dávku nevyplatí. V tomto prípade pre náhodnú premennú $\tilde{Y}$ platí

$$\tilde{Y} = \begin{cases} 0, & K = 0 \\ c_1 v + c_2 v^2 + \cdots + c_K v^K, & K = 1, 2, \ldots \end{cases} \tag{20}$$

Podobne rovnako ako pri predlehotnom dôchodku, za predpokladu, že dávky sú konštantné $c_k = 1,\ k = 0, 1, 2, \ldots, K,$ vyjadríme súčasnú hodnotu polehotného doživotného dôchodku ako strednú hodnotu náhodnej premennej $\tilde{Y}$ opísanej v (20) takto

$$a_x = E\left[\tilde{Y}\right] = \sum_{k=1}^{\infty} v^k \cdot {}_k p_x \tag{21}$$

Je zrejmé, že platí $Y = c_0 + \tilde{Y}$.

3.2 Technika súčasnej platby

Ďalej si ukážeme použitie techniky súčasnej platby opísanej v časti 2.2. Náhodnú premennú Y môžeme pre predlehotné výplaty dávok vo výške c_t vyjadriť takto

$$Y = \sum_{t=0}^{\infty} c_t \cdot v^t \cdot \mathbf{1}_{\{\psi - 1 \geq t\}} \tag{22}$$

a súčasnú hodnotu doživotného predlehotného finančného dôchodku ${}^S\ddot{a}_{\overline{\infty}|}$ určíme ako strednú hodnotu náhodnej premennej Y definovanú vo vzťahu (22). Dostaneme

$${}^S\ddot{a}_{\overline{\infty}|} = E\left[Y\right] = \sum_{t=0}^{\infty} c_t \cdot v^t \cdot P\left(\psi \geq t+1\right) \tag{23}$$

Uvažujme *predlehotný doživotný dôchodok* $\ddot{a}_x$ vyplácaný x-ročnej osobe. Keďže náhodná premenná $\psi = K_x + 1$ a $t = k$, dostaneme súčasnú hodnotu tohto dôchodku v tvare

$$\ddot{a}_x = \sum_{k=0}^{\infty} c_k \cdot v^k \cdot P\left(K_x \geq k\right) \tag{24}$$

z ktorého po nahradení pravdepodobnosti $P\left(K_x \geq k\right)$ vyjadríme už známy vzťah

$$\ddot{a}_x = \sum_{k=0}^{\infty} c_k \cdot v^k \cdot {}_k p_x \tag{25}$$

Podobne by sme pokračovali pri odvodení vzťahu pre doživotný polehotný dôchodok a_x.

4 Záver

Na modelovanie dôchodkových poistení môžeme použiť stochastický alebo deterministický prístup. Stochastické modelovanie v poistnej matematike má v súčasnosti významné postavenie aj v súvislosti s cieľmi projektu Solventnosť II. Ak dĺžka života nie je deterministicky daná, ale pracujeme s ňou ako s náhodnou premennou, získame tak oveľa viac možností jej využitia pri kalkulácii poistného, rezerv, ale aj celkovej straty poisťovne. Medzi dôležité charakteristiky kalkulované pre náhodnú premennú budúca doba života, resp. skrátenú budúcu dĺžku života patria stredná hodnota, ktorá určuje súčasnú hodnotu poistenia, ďalej rozptyl a štandardná odchýlka, ktorá nám umožňuje kvantifikovať riziko poistenia. Ak poisťovňa riziko pozná, na základe svojej politiky sa môže rozhodnúť, či ho chce prijať alebo ho určitým spôsobom eliminuje.

V príspevku sme ukázali dva prístupy výpočtu súčasnej hodnoty spojitého doživotného dôchodku a diskrétnych doživotných dôchodkov s predlehotným a polehotným vyplácaním dávok. Obidva prístupy – technika agregovanej platby a technika súčasnej hodnoty vedú k rovnakému odvodeniu vzťahov pre výpočet strednej hodnoty definovanej náhodnej premennej.

Príspevok bol spracovaný v rámci riešenia grantovej úlohy VEGA 1/0618/17 *Moderné nástroje na modelovanie a riadenie rizík v životnom poistení.*

Literatúra

[1] Bilíková, M. (2003). *Spojité metódy v poistnej matematike*. Ekonóm.
[2] Cipra, T. (2006). *Pojistná matematika: teorie a praxe*. Ekopress.
[3] Dickson, D. C., Hardy, M., Hardy, M. R., & Waters, H. R. (2009). *Actuarial mathematics for life contingent risks*. Cambridge University Press.
[4] Rotar, V. I. (2007). *Actuarial models: the mathematics of insurance*. Chapman and Hall/CRC.