Marián Goga

MODELOVANIE VÄZIEB PODSYSTÉMOV V EKONOMICKOM SYSTÉME[1]

Úvod

V ekonomickom systéme SR sa od roku 1991 udiali mnohé zmeny vo všetkých jeho oblastiach. Odvetvia v súčasnom ekonomickom systéme sú veľmi špecializované a výrobné sektory sú zviazané zložitým systémom priamych a nepriamych väzieb a výrobných spojení s rôznou intenzitou. Zložitosť výrobných väzieb v ekonomike Slovenska je viditeľná aj z tabuliek dodávok a použitia (input-output tabuliek), ktoré povinne zostavuje ŠÚ SR. Niektoré toky produkcie zachytené v input-output tabuľke predstavujú z hľadiska typu realizovanej analýzy málo významné toky, preto sa na zjednodušenie input-output modelov používa metóda členenia ekonomického systému na podsystémy (bloky, oblasti, regióny). Vhodným spojením (agregovaním) jednotlivých odvetví hospodárstva v input-output tabuľke a ich usporiadaním do blokov sa dajú analyzovať a modelovať rôzne závislosti. Tento spôsob agregácie sa dá využiť napríklad pri analyzovaní ekonomických vzťahov na nižšej geografickej úrovni – v regiónoch.

Potreba členiť ekonomický systém na menšie celky vyplýva z toho, že výrobná technológia v každej oblasti (regióne) má svoje špecifiká a môže byť veľmi podobná, alebo veľmi odlišná od tej na národohospodárskej úrovni, napríklad vek a veľkosť podnikov v regiónoch, charakteristické vlastnosti trhu vstupov, alebo vzdelanostná úroveň pracovnej sily sú dôležitými faktormi, ktoré môžu vplývať na odlišnosť regionálnej úrovne výrobnej technológie od národohospodárskej. Ďalší aspekt tvorí nepriama úmera medzi veľkosťou ekonomiky a jej závislosťou od externého prostredia. Čím je ekonomika menšia, tým relevantnejšie sú exportné a importné zložky dopytu a ponuky. Tieto zložky sa však netýkajú len medzinárodného obchodu, ale aj obchodných tokov do ostatných regiónov danej krajiny.

Tým, že sa rozvíja ekonomická veda a počítačové technológie, ekonómovia analytici môžu využívať nové poznatky pri riešení ekonomických problémov a snažiť sa usmerňovať hospodárstvo na optimálnu trajektóriu ekonomického rozvoja. K tomu sú však potrebné vedecky platné kvantitatívne poznatky o ekonomických kategóriách a o zákonoch ekonomického vývoja. Čas ukázal, že účinným nástrojom v tomto zložitom procese poznávania v súčasnosti sú input-output modely. Potvrdil to aj EUROSTAT tým, že zabudoval do metodiky systému národných účtov povinnosť krajín EÚ zostavovať input-output tabuľky. Input-output modely predstavujú užitočný nástroj, ktorý slúži na kvantitatívne zobrazenie vnútorných väzieb ekonomického systému.[2]

---

[1] Príspevok je výstupom z riešenia projektu VEGA č. 1/0285/14 - *Regionálne modelovanie ekonomického rastu krajín EÚ s dôrazom na metódy priestorovej ekonometrie.*

[2] RAA, T. T. 2005. *The Economics of Input-Output Analysis*. Cambridge : Cambridge University Press, 2005.

Input-output model, ktorý uvádzame v príspevku je založený na predpoklade konštantnej štruktúry hospodárstva z pohľadu podielov produkcie jednotlivých odvetví na celkovej produkcii, čo na jednej strane čiastočne limituje jeho aplikovateľnosť na dlhodobé prognózovanie, na druhej strane je to však vyvážené vhodnosťou jeho použitia na analýzu možnej reakcie jednotlivých zložiek hospodárstva na zmeny pri danej štruktúre.

V príspevku je teoreticky odvodená formálna podoba modelu ekonomického systému rozdeleného na dva podsystémy, pričom na ilustratívnom príklade ukazujeme jeho využiteľnosť v rámci skúmania priamych a nepriamych väzieb v rozdelenom systéme. Tento typ modelu je možné využiť aj na analýzu väzieb pri väčšom počte podsystémov, čo vytvára samozrejme ďalšie väzby. Realizácia týchto analýz vyžaduje dostupnosť relevantných štatistických údajov.

1 ZJEDNODUŠENIE INPUT-OUTPUT MODELU APROXIMÁCIOU MÁLO VÝZNAMNÝCH TOKOV

V tejto časti najskôr venujeme pozornosť metóde, ktorú možno použiť na zjednodušovanie modelov input-output analýzy ich členením na bloky. Existuje mnoho úloh a problémov, ktoré sú riešené aparátom input-output analýzy, pričom sa v týchto úlohách voľnejšie pristupuje k určovaniu rozlišovacej úrovne jednotlivých sledovaných tokov a vzťahov.[3]

Vhodným spojením procesu agregácie s blokovým usporiadaním odvetví národohospodárskeho systému, v rámci rozdelenej štruktúrnej matice, sa dajú analyzovať rôzne závislosti, napríklad analýza závislostí odvetví zúčastňujúcich sa na investičnej výstavbe k bloku odvetví spotrebných výrobkov, alebo analýza vzťahov medzi ekonomickými oblasťami a pod.

Spôsob zjednodušenia modelu pomocou aproximácie málo významných tokov sa dá použiť najmä v analýzach, v ktorých aproximácia určitej časti tokov nevyvolá veľké skreslenie, ktoré by výrazne ovplyvnilo analyzované výsledky.

Metóda predpokladá, že objemy produkcie určitého odvetvia i z nejakého bloku r, ale spotrebúvané mimo bloku r, sa dajú vyjadriť z pohľadu rozdeľovacích vzťahov (ich distribúcie). Z hľadiska veľkosti objemu produkcie tohto odvetvia i, toky produkcie smerujú:

- do finálnej spotreby na konečné použitie,
- do výrobnej spotreby v rámci bloku r (väčšia časť produkcie),
- do výrobnej spotreby odvetviam mimo bloku r pôjde objemovo menej významná časť produkcie.

Podstata zjednodušenia spočíva v tom, že sa objem produkcie dodávaný mimo blok r aproximatívne vyjadrí ako podiel celkového objemu dodávanej produkcie odvetvia, teda pomocou *globálneho distribučného koeficienta*.

Matematicky sa uvedená myšlienka zapisuje takto:

[3] THEIL, H. – URIBE, P. 1967. The Information Approach to the Aggregation of Input-Output Tables. In *The Review of Economics and Statistics*. Vol. 49, No. 4, 1967, s. 451-462.

- dôležité toky produkcie vnútri blokov vyjadruje vzťah $x_{ij} = a_{ij} \,.\, x_j$,
- pre menej významné toky produkcie z hľadiska konečného cieľa analýzy sa zavedie substitúcia na výpočet koeficientov.

Predpokladajme, že v každom riadku matice tokov produkcie existuje viacero málo významných tokov, ktoré sa sčítajú a vyjadria pomocou vzťahu

$$\sum_{j=m}^{n} x_{ij} = k_i \,.\, x_i \,, \qquad i = 1, 2, \ldots, n \tag{1}$$

kde k_i je *koeficient málo významných tokov* produkcie, vyjadrený pomocou celkovej produkcie odvetvia i a vyjadruje súčtovú hodnotu málo významných tokov produkcie. Tieto koeficienty, zapísané do stĺpcového vektora majú tvar **k** a zapísané do diagonálnej matice majú tvar $\widehat{\mathbf{K}}$. Na základe týchto zápisov môžeme adaptovať základný leontiefovský input-output model.[4]

Nech $\mathbf{A}^*$ je matica významných koeficientov priamej spotreby (technických koeficientov) a $\widehat{\mathbf{K}}$ predstavuje určitú aproximáciu, potom

$$\mathbf{x} = \mathbf{A}^* .\, \mathbf{x} + \widehat{\mathbf{K}} .\mathbf{x} + \mathbf{y} \tag{2}$$

resp. po úprave

$$\mathbf{x} = (\mathbf{I} - \mathbf{A}^* - \widehat{\mathbf{K}})^{-1} .\, \mathbf{y} \tag{3}$$

Predpokladajme, že sa odvetvia nejakého analyzovaného ekonomického systému dajú rozdeliť do dvoch blokov s indexmi r a s. Potom leontiefovský input-output model má tvar

$$\begin{bmatrix} \mathbf{x}_r \\ \mathbf{x}_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{rr} & \mathbf{A}_{rs} \\ \mathbf{A}_{sr} & \mathbf{A}_{ss} \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} \mathbf{x}_r \\ \mathbf{x}_s \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{y}_r \\ \mathbf{y}_s \end{bmatrix} \tag{4}$$

Ďalej predpokladajme, že vzájomné vzťahy medzi blokmi sú nulové, t. j. $\mathbf{A}_{rs} = \mathbf{A}_{sr} = \mathbf{0}$. Vhodným usporiadaním možno dosiahnuť, aby submatice $\mathbf{A}_{rs}$ a $\mathbf{A}_{sr}$ obsahovali práve málo významné toky produkcie, ktoré sa dajú vyjadriť pomocou vektorov, resp. diagonálnych matíc *globálnych distribučných koeficientov* $\widehat{\mathbf{K}}_r$ a $\widehat{\mathbf{K}}_s$ a ktoré sú proporcionálne k celkovej produkcii odvetví i.

Použitím vzťahu (2) a (4) po úprave dostaneme

[4] GOGA, M. 2009. *Input-output analýza.* Bratislava : IURA EDITION, 2009, s. 87.
FECANIN, J. a kol. 1985. *Štruktúrna analýza a rozmiestňovacie modely*. Bratislava – Praha : Alfa – SNTL, 1985, s. 121.
ŠIMKOVIC, J. 1974. *Analýza medziodvetvových vzťahov a štruktúrne modely*. Bratislava : Alfa, 1974, s. 163.

$$\begin{bmatrix}\mathbf{x}_r\\ \mathbf{x}_s\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}\mathbf{A}^*_{rr} + \widehat{\mathbf{K}_r} & \mathbf{0}\\ \mathbf{0} & \mathbf{A}^*_{ss} + \widehat{\mathbf{K}_s}\end{bmatrix} . \begin{bmatrix}\mathbf{x}_r\\ \mathbf{x}_s\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}\mathbf{y}_r\\ \mathbf{y}_s\end{bmatrix}, \tag{5}$$

resp.

$$\mathbf{x}_r = (\mathbf{I} - \mathbf{A}_{rr}{}^* - \widehat{\mathbf{K}}_r)^{-1} . \mathbf{y}_r$$

$$\mathbf{x}_s = (\mathbf{I} - \mathbf{A}_{ss}{}^* - \widehat{\mathbf{K}}_s)^{-1} . \mathbf{y}_s \tag{6}$$

Okrem uvedenej metódy zjednodušenia input-output modelu sa v literatúre možno stretnúť aj s inými metódami, založenými na rozklade systému na podsystémy pomocou agregácie.[5]

2 MODELOVANIE PRIAMYCH A NEPRIAMYCH VÄZIEB V SYSTÉME ROZDELENOM NA PODSYSTÉMY

Analýza indukovaných účinkov, ktoré sú vyvolané vplyvom rôznych zmien v oblasti konečného použitia produkcie nemusí byť obmedzená len na údaje získané výpočtami pomocou globálnej leontiefovskej matice $(\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}$. Tým, že sa rozloží národohospodársky systém na podsystémy a matice na submatice, vzniká možnosť získať ďalšie doplňujúce informácie potrebné pre zadané analýzy.

V tejto časti uvedieme poznatky, ktoré poukazujú na možnosti, ako využívať tvar rozdelenej štruktúrnej matice na analýzu vzťahov medzi podsystémami. Základ tvorí postup pri výpočte inverznej matice v rozdelenom tvare, pričom v určitých štádiách výpočtov sa dajú získať ďalšie zaujímavé informácie. Výpočty možno realizovať pomocou tabuľkového kalkulátora Microsoft Excel 2007, ktorým sa dajú robiť základné maticové operácie – maticový súčin, inverzia matice a transponovanie matice.

Skôr, ako sa aplikuje táto metóda, treba upraviť input-output tabuľku vhodnou agregáciou, alebo aproximáciou určitej časti jej údajov. Metóda vyhovuje pre rôzne typy hrubého odhadu vplyvov v ekonomickom systéme, resp. možno ju použiť aj vtedy, keď sú k dispozícii všetky údaje v input-output tabuľke. Širšie použitie tejto metódy má význam v medzioblastných modeloch a pri analýze menších územných celkov (regiónov), z ktorých sa skladá národohospodársky systém.

Ďalej zameriame pozornosť najmä na formálnu stránku využívania tvaru rozdelenej štruktúrnej matice na analýzu priamych a nepriamych väzieb v ekonomickom systéme, ktorý bude rozdelený na dva podsystémy so symbolmi *r* a *s*.

Predpokladajme, že národohospodársky systém s medziodvetvovými tokmi je zapísaný v tvare rozdelenej matice zo vzťahu (4), t. j.

---

[5] FECANIN, J. a kol. 1985. *Štruktúrna analýza a rozmiestňovacie modely*. Bratislava – Praha: Alfa – SNTL, 1985, s. 122,
alebo ŠIMKOVIC, J. 1974. *Analýza medziodvetvových vzťahov a štruktúrne modely*. Bratislava : Alfa, 1974, s. 164-165.

$$\begin{bmatrix}\mathbf{x}_r\\ \mathbf{x}_s\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\mathbf{A}_{rr} & \mathbf{A}_{rs}\\ \mathbf{A}_{sr} & \mathbf{A}_{ss}\end{bmatrix}.\begin{bmatrix}\mathbf{x}_r\\ \mathbf{x}_s\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}\mathbf{y}_r\\ \mathbf{y}_s\end{bmatrix}$$

Tomuto zápisu zodpovedajú dve samostatné sústavy rovníc, získané matematickou úpravou uvedeného vzťahu

$$\mathbf{y}_r = (\mathbf{I} - \mathbf{A}_{rr}).\ \mathbf{x}_r - \mathbf{A}_{rs}\ .\ \mathbf{x}_s$$
$$\mathbf{y}_s = -\mathbf{A}_{sr}.\ \mathbf{x}_r + (\mathbf{I} - \mathbf{A}_{ss}).\ \mathbf{x}_s \qquad (7)$$

pričom submatica $\mathbf{A}_{rr}$ obsahuje tú časť technických koeficientov, ktoré vyjadrujú toky produkcie medzi odvetviami v podsystéme r; submatica $\mathbf{A}_{ss}$ obsahuje také isté veličiny z podsystému s; submatica $\mathbf{A}_{rs}$ obsahuje veličiny, ktoré vyjadrujú takú spotrebu produkcie jednotlivých odvetví podsystému s, ktorá je dodávaná z podsystému r; v submatici $\mathbf{A}_{sr}$sú uvedené také isté veličiny, avšak tok produkcie ide opačným smerom (z podsystému s do podsystému r).

Pokiaľ ide o ekonomický obsah rovníc vo vzťahu (7), ten je definovaný takto:

- prvá rovnica vyjadruje, že celková produkcia v podsystéme r znížená o dodávky produkcie do druhého podsystému s sa rovná konečnej spotrebe $\mathbf{y}_r$, pričom $\mathbf{A}_{rs}\ .\ \mathbf{x}_s$ vyjadruje priame medziodvetvové toky medzi podsystémami,
- druhá rovnica analogicky vyjadruje opačný smer tokov produkcie.

Analýza väzieb medzi oboma podsystémami (blokmi) pri rozdelenom tvare štruktúrnej matice sa realizuje podobným spôsobom, aký je zaužívaný pri výpočte inverznej matice.[6]

Upravíme najskôr sústavu vo vzťahu (4) na tvar modelu $(\mathbf{I} - \mathbf{A}).\ \mathbf{x} = \mathbf{y}$, t. j.

$$\begin{bmatrix}(\mathbf{I}-\mathbf{A}_{rr}) & -\mathbf{A}_{rs}\\ -\mathbf{A}_{sr} & (\mathbf{I}-\mathbf{A}_{ss})\end{bmatrix}.\begin{bmatrix}\mathbf{x}_r\\ \mathbf{x}_s\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\mathbf{y}_r\\ \mathbf{y}_s\end{bmatrix} \qquad (8)$$

potom urobíme substitúciu do tvaru

$$\begin{bmatrix}\mathbf{A} & \mathbf{B}\\ \mathbf{C} & \mathbf{D}\end{bmatrix}.\begin{bmatrix}\mathbf{x}_r\\ \mathbf{x}_s\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\mathbf{y}_r\\ \mathbf{y}_s\end{bmatrix} \qquad (9)$$

kde $\mathbf{A}$ a $\mathbf{D}$ sú štvorcové submatice príslušného rozmeru.

Nech

$$\begin{bmatrix}\mathbf{A} & \mathbf{B}\\ \mathbf{C} & \mathbf{D}\end{bmatrix}^{-1}=\begin{bmatrix}\mathbf{E} & \mathbf{F}\\ \mathbf{G} & \mathbf{H}\end{bmatrix} \qquad (10)$$

potom platí

$$\begin{bmatrix}\mathbf{A} & \mathbf{B}\\ \mathbf{C} & \mathbf{D}\end{bmatrix}.\begin{bmatrix}\mathbf{E} & \mathbf{F}\\ \mathbf{G} & \mathbf{H}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\mathbf{I} & \mathbf{0}\\ \mathbf{0} & \mathbf{I}\end{bmatrix} \qquad (11)$$

[6] GOGA, M. 2009. *Input-output analýza.* Bratislava : IURA EDITION, 2009, s. 89.

Ďalej môžeme vypočítať inverziu celej matice $(\mathbf{I} - \mathbf{A})$, ak poznáme inverziu jednej z jej štvorcových submatíc $\mathbf{A}^{-1}$ alebo $\mathbf{D}^{-1}$ na hlavnej diagonále:

a) Invertovaním pomocou submatice $\mathbf{A}^{-1}$ dostaneme hľadané submatice **E**, **F**, **G**, **H** ako riešenie týchto sústav rovníc:

$$\mathbf{E} = \mathbf{A}^{-1} - \mathbf{A}^{-1}.\ \mathbf{B}.\ \mathbf{G} \qquad \mathbf{F} = -\mathbf{A}^{-1}.\ \mathbf{B}\ .\ \mathbf{H}$$
$$\mathbf{G} = -\mathbf{H}\ .\ \mathbf{C}\ .\ \mathbf{A}^{-1} \qquad \mathbf{H} = (\mathbf{D} - \mathbf{C}\ .\ \mathbf{A}^{-1}.\ \mathbf{B})^{-1} \tag{12}$$

b) Invertovaním pomocou submatice $\mathbf{D}^{-1}$ dostaneme sústavy rovníc v tvare:

$$\mathbf{E} = (\mathbf{A} - \mathbf{B}\ .\ \mathbf{D}^{-1}.\ \mathbf{C})^{-1}\mathbf{F} = -\mathbf{E}\ .\ \mathbf{B}\ .\ \mathbf{D}^{-1}$$
$$\mathbf{G} = -\mathbf{D}^{-1}.\ \mathbf{C}\ .\ \mathbf{E}\mathbf{H} = \mathbf{D}^{-1} - \mathbf{D}^{-1}.\ \mathbf{C}\ .\ \mathbf{F} \tag{13}$$

V obidvoch prípadoch sme získali hľadané riešenie pre inverznú maticu $(\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}$. Získané riešenia sa využívajú na výpočet hodnôt vektorov celkovej produkcie oboch podsystémov $\mathbf{x}_r$ a $\mathbf{x}_s$. Riešenia, získané z prvej sústavy rovníc sa použijú na výpočet hodnôt vektora $\mathbf{x}_r$ a riešenia, získané z druhej sústavy rovníc sa použijú na výpočet hodnôt vektora $\mathbf{x}_s$. Potom platí

$$\mathbf{x}_r = \mathbf{E}\ .\ \mathbf{y}_r + \mathbf{F}\ .\ \mathbf{y}_s = (\mathbf{A} - \mathbf{B}.\mathbf{D}^{-1}.\mathbf{C})^{-1}.\ \mathbf{y}_r - [(\mathbf{A} - \mathbf{B}.\mathbf{D}^{-1}.\mathbf{C})^{-1}.\mathbf{B}.\mathbf{D}^{-1}].\ \mathbf{y}_s \tag{14}$$

a

$$\mathbf{x}_s = \mathbf{G}\ .\ \mathbf{y}_r + \mathbf{H}\ .\ \mathbf{y}_s = -[(\mathbf{D} - \mathbf{C}.\mathbf{A}^{-1}.\mathbf{B})^{-1}.\mathbf{C}.\mathbf{A}^{-1}].\ \mathbf{y}_r + (\mathbf{D} - \mathbf{C}.\mathbf{A}^{-1}.\mathbf{B})^{-1}.\ \mathbf{y}_s \tag{15}$$

Na základe týchto vzťahov môžeme teraz zapísať inverziu upravenej sústavy (7) pomocou submatíc $\mathbf{A}_{rr}$, $\mathbf{A}_{rs}$, $\mathbf{A}_{sr}$ a $\mathbf{A}_{ss}$ do tvaru

$$\mathbf{x}_r = [(\mathbf{I} - \mathbf{A}_{rr}) - \mathbf{A}_{rs}(\mathbf{I} - \mathbf{A}_{ss})^{-1}.\ \mathbf{A}_{sr}]^{-1}.\ \mathbf{y}_r + [(\mathbf{I} - \mathbf{A}_{rr}) - \mathbf{A}_{rs}(\mathbf{I} - \mathbf{A}_{ss})^{-1}.\ \mathbf{A}_{sr}].\ \mathbf{A}_{rs}(\mathbf{I} - \mathbf{A}_{ss})^{-1}.\ \mathbf{y}_s \tag{16}$$

a

$$\mathbf{x}_s = [(\mathbf{I} - \mathbf{A}_{ss}) - \mathbf{A}_{sr}(\mathbf{I} - \mathbf{A}_{rr})^{-1}.\ \mathbf{A}_{rs}]^{-1}.\ \mathbf{A}_{sr}(\mathbf{I} - \mathbf{A}_{rr})^{-1}.\ \mathbf{y}_r + [(\mathbf{I} - \mathbf{A}_{ss}) - \mathbf{A}_{sr}(\mathbf{I} - \mathbf{A}_{rr})^{-1}.\ \mathbf{A}_{rs}]^{-1}.\ \mathbf{y}_s \tag{17}$$

Tým, že vo vzťahoch (16) a (17) tvorí kľúčový prvok inverzie vždy iná zo submatíc (v prvom vzťahu je to $(\mathbf{I} - \mathbf{A}_{ss})^{-1}$ a v druhom vzťahu $(\mathbf{I} - \mathbf{A}_{rr})^{-1}$), dosahuje sa prehľadnejšie zobrazenie vzájomných tokov produkcie medzi oboma podsystémami.

Pri ekonomickej interpretácii vzťahov (16) a (17) vychádzame z toho, že vzťah (17) predstavuje identifikáciu celkových nárokov na produkciu v podsystéme *s*, vyplývajúcich z uspokojenia konečnej spotreby $\mathbf{y}_s$ v podsystéme *s* (interná časť celkovej spotreby) a uspokojenia konečnej spotreby $\mathbf{y}_r$ v podsystéme *r* (externá časť celkovej spotreby). Toto je možné ďalej analyzovať na základe charakteru väzby medzi uvedenými podsystémami. Vzťah (16) sa interpretuje podobne.

Na ilustráciu niektorých väzieb v dvoch ekonomických podsystémoch použijeme číselné údaje z input-output *tabuľky 1*:

Tabuľka 1

Odberateľské odvetvia / Dodávateľské odvetvia		Odvetvia výrobnej spotreby 1.	2.	3.	4.	Konečná spotreba	Celková produkcia
Odvetvia výrobnej spotreby	1.	200	500	300	150	980	2 130
	2.	60	140	260	300	1 200	1 960
	3.	100	50	0	160	2 100	2 410
	4.	80	200	60	120	2 000	2 460
Pridaná hodnota		1 540	830	1 490	1 560		
z toho: dovoz		150	240	300	170		
Celková produkcia		2 130	1 960	2 410	2 460		

Údaje z uvedeného systému odvetví rozdelíme na dva podsystémy *r* a *s,* pričom na úspešnú analýzu priamych a nepriamych väzieb je potrebné, aby bola matica medziodvetvových tokov rozdelená na submatice s rovnakými rozmermi:

- konečná spotreba odvetví

$\mathbf{y}_r = (980,\ 1\ 200)$ a $\mathbf{y}_s = (2\ 100,\ 2\ 000)$

- matica technických koeficientov má štyri bloky

$$\mathbf{A}_{rr} = \begin{bmatrix} 0{,}094 & 0{,}255 \\ 0{,}028 & 0{,}071 \end{bmatrix} \mathbf{A}_{rs} = \begin{bmatrix} 0{,}125 & 0{,}061 \\ 0{,}108 & 0{,}122 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{A}_{sr} = \begin{bmatrix} 0{,}047 & 0{,}026 \\ 0{,}038 & 0{,}102 \end{bmatrix} \mathbf{A}_{ss} = \begin{bmatrix} 0 & 0{,}065 \\ 0{,}025 & 0{,}049 \end{bmatrix}$$

- koeficienty priamej dovoznej náročnosti $a_j^m = \dfrac{z_j^m}{x_j}$

$\mathbf{a}_r^m = (0{,}070;\ 0{,}123)$ $\mathbf{a}_s^m = (0{,}125;\ 0{,}069)$

Vypočítame inverzné submatice $(\mathbf{I} - \mathbf{A}_{rr})^{-1}$ a $(\mathbf{I} - \mathbf{A}_{ss})^{-1}$, ktoré zobrazujú vhodné informácie o väzbách v podsystémoch *r* a *s*:

$$(\mathbf{I} - \mathbf{A}_{rr})^{-1} = \begin{bmatrix} 1{,}114 & 0{,}306 \\ 0{,}034 & 1{,}086 \end{bmatrix} \qquad (\mathbf{I} - \mathbf{A}_{ss})^{-1} = \begin{bmatrix} 1{,}004 & 0{,}069 \\ 0{,}026 & 1{,}054 \end{bmatrix}.$$

Ďalej urobíme súčin matíc, ktoré informujú o dodávkach produkcie z podsystému s do r po zohľadnení podielu, ktorý pripadá na odvetvia podsystému r:

$$\mathbf{A}_{rs}.(\mathbf{I} - \mathbf{A}_{ss})^{-1}.\ \mathbf{A}_{sr} = \begin{bmatrix} 0{,}0087 & 0{,}0107 \\ 0{,}0105 & 0{,}0168 \end{bmatrix}$$

a) Vypočítame inverziu vzťahu

$$[(\mathbf{I} - \mathbf{A}_{rr}) - \mathbf{A}_{rs}.(\mathbf{I} - \mathbf{A}_{ss})^{-1}.\ \mathbf{A}_{sr}]^{-1} = \begin{bmatrix} 1{,}1286 & 0{,}3287 \\ 0{,}0476 & 1{,}1101 \end{bmatrix},$$

ktorý vyjadruje plné väzby spojené s krytím požiadaviek vektora konečnej spotreby $\mathbf{y}_r$. Súčin tejto matice a subvektora $\mathbf{y}_r$ informuje o príslušnom podieli celkovej produkcie podsystému r, ktorý je potrebný pre tento podsystém, t. j.

$$\begin{bmatrix} 1{,}1286 & 0{,}3287 \\ 0{,}0476 & 1{,}1101 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} 980 \\ 1200 \end{bmatrix} = (1\ 500{,}47;\ 1\ 378{,}77).$$

b) Ďalej vypočítame maticu zo vzťahu

$$[(\mathbf{I} - \mathbf{A}_{rr}) - \mathbf{A}_{rs}.(\mathbf{I} - \mathbf{A}_{ss})^{-1}.\ \mathbf{A}_{sr}]^{-1}.\ \mathbf{A}_{rs}.(\mathbf{I} - \mathbf{A}_{ss})^{-1} = \begin{bmatrix} 0{,}1802 & 0{,}1270 \\ 0{,}1300 & 0{,}1546 \end{bmatrix},$$

ktorá po vynásobení so subvektorom $\mathbf{y}_s$ informuje o príslušnom podieli celkovej produkcie podsystému r, potrebného pre podsystém s, t. j.

$$\begin{bmatrix} 0{,}1802 & 0{,}1270 \\ 0{,}1300 & 0{,}1546 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} 2100 \\ 2000 \end{bmatrix} = (632{,}42;\ 582{,}2).$$

c) Vypočítame údaje zo vzťahu

$$[(\mathbf{I} - \mathbf{A}_{ss}) - \mathbf{A}_{sr}.(\mathbf{I} - \mathbf{A}_{rr})^{-1}.\ \mathbf{A}_{rs}]^{-1}.\ \mathbf{A}_{sr}.(\mathbf{I} - \mathbf{A}_{rr})^{-1}.\ \mathbf{y}_r = \begin{bmatrix} 0{,}0579 & 0{,}0533 \\ 0{,}0519 & 0{,}1338 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} 980 \\ 1200 \end{bmatrix} =$$

$$= (120{,}70;\ 211{,}42).$$

d) Vypočítame tiež údaje zo vzťahu

$[(\mathbf{I} - \mathbf{A}_{ss}) - \mathbf{A}_{sr}.(\mathbf{I} - \mathbf{A}_{rr})^{-1}.\ \mathbf{A}_{rs}]^{-1}.\ \mathbf{y}_s = \begin{bmatrix} 1{,}018 & 0{,}080 \\ 0{,}048 & 1{,}075 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} 2100 \\ 2000 \end{bmatrix} = (2\,297{,}8;$ $2\,250{,}8)$.

Ďalej urobíme súčet vypočítaných veličín v bode a) a b), ktorý vytvorí subvektor $\mathbf{x}_r$:

$$\mathbf{x}_r = \begin{bmatrix} 1500{,}47 \\ 1378{,}77 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 632{,}42 \\ 582{,}20 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2132{,}89 \\ 1960{,}97 \end{bmatrix},$$

potom urobíme súčet vypočítaných veličín v bode c) a d), ktorý vytvorí subvektor $\mathbf{x}_s$:

$$\mathbf{x}_s = \begin{bmatrix} 120{,}70 \\ 211{,}42 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2297{,}8 \\ 2250{,}8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2418{,}50 \\ 2462{,}22 \end{bmatrix}.$$

Poznamenávame, že vo vypočítaných hodnotách subvektorov $\mathbf{x}_r$ *a* $\mathbf{x}_s$ *a zadaných hodnotách týchto veličín v tabuľke č. 1 sú drobné odchýlky, ktoré vznikli vo výpočtoch zaokrúhľovaním čísiel na desatinných miestach.*

Ďalšie informácie sa dajú získať zo súčinov subvektorov primárnych vstupov (koeficientov priamej dovoznej náročnosti $\mathbf{a}_r^m$, $\mathbf{a}_s^m$ s údajmi za jednotlivé bloky, vypočítané v a) až d).

1. Použitím subvektora $\mathbf{a}_r^m$ z podsystému r dostaneme:

$$(0{,}070;\ 0{,}123).\begin{bmatrix} 1500{,}47 \\ 1378{,}77 \end{bmatrix} = (105{,}03 + 169{,}59)$$

$$(0{,}070;\ 0{,}123).\begin{bmatrix} 632{,}42 \\ 582{,}20 \end{bmatrix} = (44{,}27 + 71{,}61)$$

Vypočítané hodnoty ukazujú, že na podsystém r a jeho objem celkovej produkcie pripadá spotreba dovezenej produkcie celkom

$$(105{,}03 + 169{,}59) + (44{,}27 + 71{,}61) = 390{,}5,$$

z toho priamo pre podsystém r

$$105{,}03 + 169{,}59 = 274{,}62$$

a nepriamo pre podsystém s

$$44{,}27 + 71{,}61 = 115{,}88.$$

2. Použitím subvektora $\mathbf{a}_s^m$ z podsystému s vypočítame

$$(0{,}125;\ 0{,}069).\begin{bmatrix}120{,}70\\211{,}42\end{bmatrix} = (15{,}09 + 14{,}59)$$

$$(0{,}125;\ 0{,}069).\begin{bmatrix}2297{,}8\\2250{,}8\end{bmatrix} = (287{,}23 + 155{,}31)$$

Na podsystém s a jeho objem celkovej produkcie pripadá spotreba dovezenej produkcie celkom

(15,09 + 14,59) + (287,23 + 155,31) = 472,12,

z toho nepriamo pre podsystém r

15,09 + 14,59 = 29,58

a priamo pre podsystém s

287,23 + 155,31 = 442,54.

Nakoniec vypočítame potrebné objemy dovezenej produkcie pre dané subvektory podsystémov $\mathbf{y}_r$ a $\mathbf{y}_s$:

pre podsystém r: 274,62 + 29,58 = 304,20
pre podsystém s: 115,88 + 442,54 = 558,42

Na celý systém odvetví pripadá celkový objem dovezenej produkcie na konečnú spotrebu $\mathbf{y}$

304,20 + 558,42 = 862,62,

čo sú údaje porovnateľné so zadanými hodnotami v input-output *tabuľke č. 1.*

3 MODELOVANIE ČIASTOČNÝCH VÄZIEB V DVOCH PODSYSTÉMOCH

Nové možnosti na modelovanie určitej časti väzieb podsystémov, ktoré sú potrebné ako báza údajov na rôzne analytické účely, tvorí vzájomné spojenie poznatkov o zjednodušovaní modelov a o metódach rozdeľovania štruktúrnej matice.[7]

[7] GOGA, M. 2009. *Input-output analýza.* Bratislava : IURA EDITION, 2009, s. 93.

Predpokladajme, že celkový objem produkcie národného hospodárstva $\mathbf{x}$ je rozdelený do dvoch blokov:

- prvý blok tvorí celkový objem produkcie *dlhodobej* spotreby $\mathbf{x}_r$,
- druhý blok tvorí celkový objem produkcie *krátkodobej* spotreby $\mathbf{x}_s$.

Podobným spôsobom sa rozdelí aj vektor konečnej spotreby $\mathbf{y}$ na $\mathbf{y}_r$ a $\mathbf{y}_s$ a štruktúrna matica $\mathbf{A}$ na submatice $\mathbf{A}_{rr}$, $\mathbf{A}_{rs}$, $\mathbf{A}_{sr}$ a $\mathbf{A}_{ss}$.

1. Ak uvažujeme s prípadom, že produkcia krátkodobej spotreby je vyradená z konečnej spotreby, potom $\mathbf{y}_s = (0, 0, ..., 0)$. Objem produkcie dlhodobej spotreby má prevažne exogénny charakter a keďže nevstupuje do spotreby v odvetviach podsystému s, príslušná submatica medziodvetvových tokov (technických koeficientov) $\mathbf{A}_{rs}$ je nulová.[8]

   Z týchto predpokladov vyplýva, že celý systém odvetví (4) má tvar

$$\begin{bmatrix}\mathbf{x}_r\\ \mathbf{x}_s\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}\mathbf{A}_{rr} & \mathbf{0}\\ \mathbf{A}_{sr} & \mathbf{A}_{ss}\end{bmatrix} . \begin{bmatrix}\mathbf{x}_r\\ \mathbf{x}_s\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}\mathbf{y}_r\\ \mathbf{0}\end{bmatrix} \qquad (18)$$

Riešenie pre podsystém odvetví r má po úprave tvar

$$\mathbf{x}_r = \mathbf{A}_{rr}.\ \mathbf{x}_r + \mathbf{y}_r = (\mathbf{I} - \mathbf{A}_{rr})^{-1}.\ \mathbf{y}_r \qquad (19)$$

a pre podsystém odvetví s je riešením vzťah

$$\mathbf{x}_s = \mathbf{A}_{sr}.\ \mathbf{x}_r + \mathbf{A}_{ss}.\ \mathbf{x}_s = (\mathbf{I} - \mathbf{A}_{ss})^{-1}.\ \mathbf{A}_{sr}.(\mathbf{I} - \mathbf{A}_{rr})^{-1}.\ \mathbf{y}_r \qquad (20)$$

Keď zadáme exogénne veličiny subvektora konečnej spotreby $\mathbf{y}_r$ (produkcia dlhodobej spotreby), môžeme vypočítať riešenie celého systému odvetví, ktoré poskytuje informácie nielen o celkovom objeme produkcie $\mathbf{x}_r$ v bloku r, ale aj o celkovom objeme produkcie krátkodobej spotreby $\mathbf{x}_s$ v bloku s.

Výhodou takto rozdeleného systému odvetví je, že sa dá aj samostatne využívať riešenie prvého podsystému odvetví, nezávisle od druhého podsystému. Model v tvare (20) vytvára podmienky a predpoklady na analýzu určitej časti väzieb podsystémov, ktoré sa týkajú vplyvov zmien v podsystéme r na podsystém s. Rôzne varianty modelu vo vzťahu (18) vytvárajú priestor na alternatívne analýzy pri aproximácii subvektora konečnej spotreby $\mathbf{y}_s$ a submatice $\mathbf{A}_{sr}$.

2. Predchádzajúci predpoklad o nulovej submatici $\mathbf{A}_{rs}$ sa nemusí vždy striktne dodržiavať. Do úvahy prichádza aj iná forma aproximácie existujúcich málo významných tokov v tejto matici. Matica $\mathbf{A}_{rs}$ sa dá nahradiť diagonálnou submaticou distribučných koeficientov.

Predpokladajme, že subvektor konečnej spotreby $\mathbf{y}_s$ v podsystéme s zostane nulový, pretože príslušné toky produkcie za základné obdobie sa premietajú do matice

[8] BACHARACH, M. 1970. *Biproportional Matrices and Input-Output Change*. Cambridge : Cambridge University Press, 1970.

medziodvetvových tokov a ďalšie zmeny v tomto podsystéme neberieme do úvahy. Produkcia dlhodobej spotreby spolu s exportom tvorí exogénnu oblasť modelu. Vektor produkcie dlhodobej spotreby označíme $\mathbf{h} = (\mathbf{h}_r, \mathbf{0})$. Export objemu produkcie $\mathbf{e}^*$ z oboch podsystémov zahrnieme do finálnej spotreby. Bude síce uvedený samostatne, ale v modifikovanom tvare, t. j. bude zmenšený o doplnkový dovoz príslušnej produkcie $\mathbf{d}^*$.

Po týchto úpravách má model (18) východiskový tvar

$$\begin{bmatrix}\mathbf{x}_r\\ \mathbf{x}_s\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}\mathbf{A}_{rr} & \mathbf{A}_{rs}\\ \mathbf{A}_{sr} & \mathbf{A}_{ss}\end{bmatrix} . \begin{bmatrix}\mathbf{x}_r\\ \mathbf{x}_s\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}\mathbf{h}_r\\ \mathbf{0}\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}\mathbf{e}_r^* - \mathbf{d}_r^*\\ \mathbf{e}_s^* - \mathbf{d}_s^*\end{bmatrix} \qquad (21)$$

pričom objem celkovej produkcie krátkodobej spotreby je zahrnutý do matice medziodvetvových tokov.

Uviedli sme už, že submatica $\mathbf{A}_{rs}$ môže byť v modeli buď nulová, alebo silne zjednodušená, čiže obsahuje len málo významné toky produkcie. Nahradíme ju diagonálnou maticou *globálnych distribučných koeficientov* $\hat{\mathbf{K}}_r$ (pozri časť 1). Potom súčin $\mathbf{A}_{rs}.\ \mathbf{x}_s$ bude nahradený súčinom $\hat{\mathbf{K}}_r\mathbf{x}_r$.

Riešenie prvého podsystému r má tvar

$$\mathbf{x}_r = (\mathbf{A}_{rr} + \hat{\mathbf{K}}_r).\ \mathbf{x}_r + \mathbf{h}_r + (\mathbf{e}_r^* - \mathbf{d}_r^*) = (\mathbf{I} - \mathbf{A}_{rr} - \hat{\mathbf{K}}_r)^{-1}.\ [\mathbf{h}_r + (\mathbf{e}_r^* - \mathbf{d}_r^*)] \qquad (22)$$

a riešenie druhého podsystému s má po úprave tvar

$$\mathbf{x}_s = \mathbf{A}_{sr}.\ \mathbf{x}_r + \mathbf{A}_{ss}.\ \mathbf{x}_s + (\mathbf{e}_s^* - \mathbf{d}_s^*) = (\mathbf{I} - \mathbf{A}_{ss})^{-1}.\ [\mathbf{A}_{sr}\,[(\mathbf{I} - \mathbf{A}_{rr} - \hat{\mathbf{K}}_r)^{-1}.\ (\mathbf{h}_r + (\mathbf{e}_r^* - \mathbf{d}_r^*))] + \\ + (\mathbf{e}_s^* - \mathbf{d}_s^*)] \qquad (23)$$

V predchádzajúcom prípade spomenutý autonómny charakter prvého podsystému odvetví r (22) zostáva zachovaný aj v tomto prípade. Rozšírila sa však jeho vypovedacia schopnosť. Istou relatívnou výhodou takýchto modelov je, že riešenia sa dajú získať aj pri menšom rozsahu požadovaných vstupných údajov. Nie je napríklad potrebné konštruovať úplný vektor finálnej spotreby.

3. Predpokladajme v tomto prípade, že aproximácia submatice $\mathbf{A}_{rs}$ je zachovaná a vektor finálnej spotreby $\mathbf{y}_s$ podsystému s nemusí byť nulový (môže obsahovať aj nenulové súradnice). Ostatné predpoklady z predchádzajúcich prípadov sa nemenia.

Ak upravíme základný tvar modelu (4) pomocou delenej rozšírenej matice, dostaneme systém odvetví rozložený na dva podsystémy v tvare

$$\begin{bmatrix}\mathbf{x}_r\\ \mathbf{x}_s\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}\mathbf{A}_{rr} & \mathbf{A}_{rs}\\ \mathbf{A}_{sr} & \mathbf{A}_{ss}\end{bmatrix} . \begin{bmatrix}\mathbf{x}_r\\ \mathbf{x}_s\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}\mathbf{h}_r\\ \mathbf{h}_s\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}\mathbf{e}_r^* - \mathbf{d}_r^*\\ \mathbf{e}_s^* - \mathbf{d}_s^*\end{bmatrix} \qquad (24)$$

z ktorého má riešenie pre prvý podsystém r rovnaký tvar ako (22), teda,

$$\mathbf{x}_r = (\mathbf{A}_{rr} + \hat{\mathbf{K}}_r).\ \mathbf{x}_r + \mathbf{h}_r + (\mathbf{e}_r^* - \mathbf{d}_r^*) = (\mathbf{I} - \mathbf{A}_{rr} - \hat{\mathbf{K}}_r)^{-1}.\ [\mathbf{h}_r + (\mathbf{e}_r^* - \mathbf{d}_r^*)] \qquad (25)$$

a riešenie druhého podsystému je v upravenom tvare

$$\mathbf{x}_s = \mathbf{A}_{sr}.\ \mathbf{x}_r + \mathbf{A}_{ss}.\ \mathbf{x}_s + \mathbf{h}_s + (\mathbf{e}_s^* - \mathbf{d}_s^*) = (\mathbf{I} - \mathbf{A}_{ss})^{-1}.\ [[\mathbf{A}_{sr}\ (\mathbf{I} - \mathbf{A}_{rr} - \hat{\mathbf{K}}_r)^{-1}.\ (\mathbf{h}_r + (\mathbf{e}_r^* - \mathbf{d}_r^*))] + [\mathbf{h}_s + (\mathbf{e}_s^* - \mathbf{d}_s^*)]] \qquad (26)$$

Z riešení vyplývajú informácie vhodné na odhady a vysvetlenie rôznych väzieb v ekonomických podsystémoch. Tieto informácie sa oproti predchádzajúcemu modelu líšia iba rozsahom, použiteľným na rôzne analýzy.[9]

Záver

V príspevku uvedený spôsob modelovania a analýzy ekonomických podsystémov je zaujímavým spôsobom ako získať veľa ťažšie zistiteľných a dôležitých údajov o agregovaných celkoch (podsystémoch) analyzovaného hospodárstva. Treba však spomenúť, že tento spôsob má aj svoj nedostatok spočívajúci v istých obmedzeniach z hľadiska voľnosti vytvárať jednotlivé ekonomické podsystémy. Tieto musia mať rovnakú rozmernosť, pretože z matematického pohľadu sa pri modelovaní používa maticový a vektorový súčin, ktorý nie je možné realizovať, ak matice a vektory sú rôznej rozmernosti.

Z niektorých nepublikovaných výskumných štúdií z uvedenej problematiky na pracovisku autora tohto príspevku vyplynul zaujímavý poznatok napríklad pri analyzovaní ekonomického systému v SR rozdelenom na dva podsystémy odvetví s vysokou a nízkou pridanou hodnotou. Každý podsystém obsahoval 18 odvetví. Z rozsiahlejších výpočtov (vzhľadom na ohraničenosť článku ich neuvádzame, pretože budú súčasťou iného pripravovaného príspevku), ktoré boli vykonané pomocou Excelu 2007 vyplynulo napríklad, že na spotrebe primárnych zdrojov v ekonomike SR sa najviac podieľali odvetvia s nízkou pridanou hodnotou v porovnaní s odvetviami s vysokou pridanou hodnotou približne v pomere 2:1. Podobne v niektorých ďalších výsledkoch bolo možné pozorovať tendenciu, že v podsystéme odvetví s nízkou pridanou hodnotou sa väčšina vytvorenej produkcie použila na pokrytie dopytu po výrobkoch v podsystéme s vysokou pridanou hodnotou a iba malá časť bola použitá na pokrytie dopytu v produkujúcom podsystéme. Na druhej strane, v prípade podsystému odvetví s vysokou pridanou hodnotou sa väčšina vytvorenej produkcie použila na pokrytie dopytu po výrobkoch v tomto podsystéme a menšia časť sa použila na pokrytie konečného dopytu po produkcii odvetví v podsystéme s nízkou pridanou hodnotou.

Výsledky ukázali, že niektoré odvetvia agregované v podsystéme odvetví spôsobujú isté skreslenia a disproporcie vo výsledkoch. To vedie k názoru, že tvorba podsystémov

---

9 SNOWER, D. J. 1990. New Methods of Updating Input-Output Matrices. In *Economic Systems Research*, Vol. 2, 1990, s. 307-324.

odvetví je veľmi dôležitý proces, v ktorom niekedy dochádza k situácii, že vytvorené agregované podsystémy odvetví nemusia vždy zodpovedať preferenciám riešiteľa.

Kľúčové slová

Input-output model, agregácia, matica technických koeficientov, priame a nepriame väzby, systém a podsystémy

Klasifikácia JEL

C 67

LITERATÚRA

[1] BACHARACH, M. 1970. *Biproportional Matrices and Input-Output Change*. Cambridge : Cambridge University Press, 1970.
[2] CIASCHINI, M. 2001. *Input-Output Analysis. Current Developments*. New York : Springer, 2001.
[3] DIETZENBACHER, E. – LAHR, M. (ed.). 2001. *Input-Output Analysis: Frontiers and Extensions*. New York : Palgrave, 2001.
[4] DUCHIN, F. – STEENGE, A. E. 2007. *Mathematical Models in Input-Output Economics*. New York : Rensselaer, 2007.
[5] FECANIN, J. a kol. 1985. *Štruktúrna analýza a rozmiestňovacie modely*. Bratislava – Praha : Alfa – SNTL, 1985.
[6] GOGA, M. 2009. *Input-output analýza.* Bratislava : IURA EDITION, 2009.
[7] MILLER, R. E. – BLAIR, P. D. 1985. *Input-Output Analysis: Foundations and Extensions*. New Yersey : Prentice Hall, 1985.
[8] RAA, T. T. 2005. *The Economics of Input-Output Analysis*. Cambridge : Cambridge University Press, 2005.
[9] ROJÍČEK, M. 2007. Klíčová odvětví v české ekonomice z pohledu input-output analýzy. In *Statistika*. Č. 2, 2007, s. 133-145.
[10] SNOWER, D. J. 1990. New Methods of Updating Input-Output Matrices. In *Economic Systems Research*. Vol. 2, 1990, s. 307-324.
[11] ŠIMKOVIC, J. 1974. *Analýza medziodvetvových vzťahov a štruktúrne modely*. Bratislava : Alfa, 1974.
[12] THEIL, H. – URIBE, P. 1967. The Information Approach to the Aggregation of Input-Output Tables. In *The Review of Economics and Statistics*. Vol. 49, No. 4, 1967, s. 451-462.
[13] www. statistics.sk
[14] www.stats.oecd.org

RESUMÉ

Input-output modely predstavujú užitočný nástroj, ktorý slúži na kvantitatívne zobrazenie vnútorných väzieb ekonomického systému. Autor v príspevku uvádza typ modelu a možnosti analýzy priamych a nepriamych väzieb v ekonomickom systéme, ktorý je rozdelený na určité podsystémy. Toto rozdelenie môže byť z hľadiska regionálneho členenia, rozdelenia podľa významnosti jednotlivých tokov v systéme a pod.

V príspevku je teoreticky odvodená formálna podoba modelu ekonomického systému rozdeleného na dva podsystémy, pričom na ilustratívnom príklade je ukázaná jeho využiteľnosť v rámci modelovania priamych a nepriamych väzieb v rozdelenom ekonomickom systéme. Tento typ modelu je možné využiť aj na analýzu väzieb pri väčšom počte podsystémov, čo vytvára samozrejme ďalšie väzby. Realizácia týchto analýz vyžaduje dostupnosť relevantných štatistických údajov.

Input-output model, ktorý autor uvádza v príspevku je založený na predpoklade konštantnej štruktúry hospodárstva z pohľadu podielov produkcie jednotlivých odvetví na celkovej produkcii, čo na jednej strane čiastočne limituje jeho aplikovateľnosť na dlhodobé prognózovanie, na druhej strane je to však vyvážené vhodnosťou jeho použitia na analýzu možnej reakcie jednotlivých zložiek hospodárstva na zmeny pri danej štruktúre.

SUMMARY

Input-output models are a useful tool which is used to view internal links quantitative economic system. Author in the article indicates the type of model and possibilities of analysis of direct and indirect links in the economic system, which is divided into some subsystems. This distribution can be in terms of regional breakdown, breakdown by the significance of individual flows in the system and so on.

In the article is theoretically derived formalized model of the economic system divided into two subsystems, while on illustrative example is shown its usefulness in the context of modelling the direct and indirect links in the divisional economic system. This type of model can also be used for analysis links in case of more subsystems, which of course creates more links. Implementation of these analyzes requires the availability of relevant statistics.

Input-output model, which the author states in the article, is based on the assumption of a constant structure of the economy in terms of share production of each sector on total output, which on the one hand partially limits its applicability on long-term forecasting, however on the other hand this is balanced by suitability its use for analyzing the possible reaction of the individual components of the economy regarding the changes in the structure.

Kontakt

doc. Ing. Marián Goga, CSc., Katedra operačného výskumu a ekonometrie, Fakulta hospodárskej informatiky, Ekonomická univerzita v Bratislave, Dolnozemská cesta 1, 852 35 Bratislava, tel.: + 421 903 906 533, e-mail: goga@euba.sk