

**EKONOMICKÁ UNIVERZITA V BRATISLAVE
FAKULTA HOSPODÁRSKEJ INFORMATIKY**

Evidenčné číslo: 103003/D/2016/0004417446

**MODELOVANIE PEŇAŽNÝCH TOKOV NA
BÁZE TEÓRIE GRAFOV**

Dizertačná práca

2016

Ing. Andrej Babej

**EKONOMICKÁ UNIVERZITA V BRATISLAVE
FAKULTA HOSPODÁRSKEJ INFORMATIKY**

**MODELOVANIE PEŇAŽNÝCH TOKOV NA
BÁZE TEÓRIE GRAFOV**

Dizertačná práca

Študijný program: Ekonometria a operačný výskum

Študijný odbor: 3.3.25 Ekonometria a operačný výskum

Školiace pracovisko: Katedra operačného výskumu a ekonometrie

Školiteľ: prof. Ing. Ivan Brezina, CSc.

Bratislava 2016

Ing. Andrej Babej

ZADANIE ZÁVEREČNEJ PRÁCE

Meno a priezvisko študenta: Ing. Andrej Babej
Študijný program: Ekonometria a operačný výskum (Jednoodborové štúdium, doktorandské III. st., denná forma)
Študijný odbor: 3.3.25 Ekonometria a operačný výskum
Typ záverečnej práce: Dizertačná záverečná práca
Jazyk záverečnej práce: slovenský
Sekundárny jazyk: anglický

Názov: Modelovanie peňažných tokov na báze teórie grafov
Cieľ: Cieľom práce je analyzovať možnosti modelovania peňažných tokov na báze teórie grafov a syntetizovať poznatky na podmienky podnikovej a terciárnej sféry.
Anotácia: Teória grafov poskytuje široké možnosti aplikácie vo vzťahoch medzi navzájom prepojenými subjektami tak vo výrobnnej sfére, ako aj vo sfére terciárnej. Dizertačná práca by mala analyzovať možnosti modelovania finančných tokov na báze teórie grafov a syntetizovať poznatky na podmienky podnikovej a terciárnej sféry.

Školiteľ: prof. Ing. Ivan Brezina, CSc.
Katedra: KOVE FHI - Katedra operačného výskumu a ekonometrie FHI
Vedúci katedry: prof. Ing. Michal Fendek, PhD.
Dátum zadania: 22.02.2012

Dátum schválenia: 23.04.2012
prof. Ing. Michal Fendek, PhD.
predseda odborovej komisie

študent

Školiteľ

Čestné vyhlásenie

Čestne vyhlasujem, že záverečnú prácu som vypracoval samostatne a že som uviedol všetku použitú literatúru.

V Bratislave 25. 05. 2016

.....
podpis autora

Pod'akovanie

Na tomto mieste by som rád poďakoval svojmu školiťovi prof. Ing. Ivanovi Brezinovi, CSc. za jeho hodnotné pripomienky a odborné rady, ktorými prispel k vypracovaniu tejto dizertačnej práce.

ABSTRAKT

BABEJ, Andrej: Modelovanie peňažných tokov na báze teórie grafov. – Ekonomická univerzita v Bratislave. Fakulta hospodárskej informatiky; Katedra operačného výskumu a ekonometrie. – Vedúci záverečnej práce: prof. Ing. Ivan Brezina, CSc. – Bratislava: FHI EU, 2016, 98 s.

Cieľom záverečnej práce je návrh komplexného systému vzájomných zápočtov pohľadávok a záväzkov tak, aby bolo možné za pomoci bežnej výpočtovej techniky vykonávať v reálnom čase zápočty pohľadávok a záväzkov medzi veľkou skupinou dlžníkov, pričom tento systém bude právne akceptovateľný a pre zapojené subjekty ekonomicky výhodný. Práca je rozdelená do štyroch kapitol. Prvá kapitola je venovaná histórii systému vzájomných zápočtov dlhov a teoretickým východiskám tohto problému. V ďalšej časti definujeme hlavný cieľ práce a čiastkové ciele dizertačnej práce. V tretej časti sa venujeme metodike práce a metódam skúmania. Zaoberáme sa dostupnými modelmi, ktoré boli publikované viacerými autormi. Záverečná kapitola obsahuje upravené modely vychádzajúce z modelov prezentovaných v predchádzajúcej časti a ich aplikáciu na konkrétnych dlžníckych štruktúrach väčšieho rozsahu. Okrem aplikácie modelu na „klasických“ dlžníckych štruktúrach sme rozšírili možnosť aplikácie aj na iný typ štruktúry. Zároveň sa v záverečnej časti práce venujeme návrhu systému vzájomných zápočtov tak, aby bol právne akceptovateľný. Výsledkom riešenia danej problematiky je návrh komplexného systému vzájomných zápočtov dlhov medzi prepojenými subjektmi.

Kľúčové slová:

sieťový graf, kompenzácia, dlh, pohľadávky, záväzky, vzájomný zápočet

ABSTRACT

BABEJ, Andrej: Cash flow modeling based on graph theory. – Ekonomic University in Bratislava. Faculty of Economic Informatics; Department of Operations Research and Econometrics – Supervisor of Thesis: prof. Ing. Ivan Brezina, CSc. – Bratislava: FEI EU, 2016, 98 p.

The aim of the thesis is to design a comprehensive system of mutual claims and liabilities of the credits, so to allow using a standard computer technology performs real-time calculation of the claims and liabilities of the credits between a large group of debtors, and this system will be legally acceptable and for those who are involved also economically beneficial. The thesis is divided into four chapters. The first chapter is devoted to the history of the system of mutual credits of debts and theoretical basis to this problem. The next chapter defines the main objective and targets of the dissertation thesis. The third chapter is description of the methodology of work and methods of investigation. We are dealing with available models that have been published by several authors. The final chapter contains a modified models based on the models presented in the previous chapter and their application to concrete debtor structures on a larger scale. In addition to the application of the model to the "classic" debtor structures, we have extended the possibility of application to another type of structure. Simultaneously, the final part of the dissertation deals with a system of mutual credits so it could be legally acceptable. The result of the given tasks is a proposal for a comprehensive system of mutual debts of the credits between related parties.

Key words:

network graph, compensation, debt, receivables, liabilities, mutual compensation,

Obsah

Zoznam tabuliek a obrázkov:.....	8
Úvod.....	9
1 Súčasný stav riešenej problematiky doma a v zahraničí.....	12
1.1 Historický vývoj vzájomných zápočtov.....	12
1.2 Medzibankový zúčtovací mechanizmus	22
1.3 Pohľadávky a záväzky	25
1.4 Platobná neschopnosť	26
1.5 Zápočty pohľadávok a záväzkov	29
1.6 Prehľad histórie a súčasného stavu riešenej problematiky	33
2 Cieľ práce.....	35
3 Metodika práce a metódy skúmania	37
3.1 Metodika práce.....	37
3.1.1 Matematická definícia vzájomných zápočtov.....	37
3.1.2 Modelovanie problému pomocou sieťového grafu.....	40
3.1.3 Princíp riešenia zápočtu pohľadávok a záväzkov v sieťovom grafe	41
3.1.4 Softvérové aplikácie pre vykonávanie vzájomných zápočtov.....	43
3.1.5 Vzájomné zápočty ako aplikácia teórie grafov	45
3.1.6 Kompenzácia vzájomných dlhov ako metóda eliminácie cyklov.....	47
3.1.7 Metóda eliminácie cyklov	49
3.1.8 Kompenzácia dlhov ako eliminácia cesty	49
3.1.9 Toky v sieti ako metóda vzájomných zápočtov.....	53
3.1.10 Heuristiky pre vykonávanie vzájomných zápočtov	55
4 Výsledky práce a diskusia.....	60
4.1 Návrh modelov na vykonávanie vzájomných zápočtov	60
4.1.1 Model bez možnosti vytvárania nových dlžníckych vzťahov	60
4.1.2 Model s možnosťou vytvárania nových dlžníckych vzťahov	64
4.2 Aplikácia modelu na simulovaných dlžníckych štruktúrach	72
4.3 Ďalšie možnosti aplikácie modelu	73
4.3.1 Základné informácie o inštitúcii a štruktúre subjektov.....	73
4.3.2 Analýza vstupných údajov.....	75
4.3.3 Vzájomný zápočet pohľadávok a záväzkov	76
4.3.4 Zhrnutie vykonaných vzájomných zápočtov.....	80
4.4 Návrh metodiky a legislatívnych zmien pre vykonávanie zápočtov	81
4.5 Zhrnutie prínosov dizertačnej práce.....	88
Záver	91
Zoznam použitej literatúry	93
Prílohy dizertačnej práce.....	98

Zoznam tabuliek a obrázkov:

Obr. 3.1: Zobrazenie dlžného vzťahu v grafe	40
Obr. 3.2: Zobrazenie dlhovej štruktúry – sieťový graf	41
Obr. 3.3: Dlžnícka štruktúra v uzavretom cykle pred a) a po kompenzácií b).	42
Obr. 3.4: Dlžnícka štruktúra v otvorenom reťazci pred a) a po kompenzácií b).	42
Obr. 3.5: Východisková dlžnícka štruktúra pred (a) a po (b) kompenzácií	46
Obr. 3.6: Dlžnícke vzťahy pred kompenzáciou.	48
Obr. 3.7: Dlžnícke vzťahy medzi subjektmi pri optimálnom poradí eliminácie cyklov.	48
Obr. 3.8: Dlžnícka štruktúra pred kompenzáciou dlhov.	50
Obr. 3.9: Dlžnícka sieť po prvej iterácii (a) a konečná situácia (b).	50
Obr. 3.10: Dlžnícke vzťahy pred (a) a po (b) aplikácii algoritmu eliminácie cesty.	52
Obr. 4.1: Východisková dlžnícka štruktúra.	62
Tab. 4.1: Matica východiskovej dlžníckej štruktúry	62
Obr. 4.2: Dlžnícka štruktúra po vykonaní vzájomného zápočtu	63
Obr. 4.3: Východisková dlžnícka štruktúra.	65
Tab. 4.2: Matica východiskovej dlžníckej štruktúry a vytvoreného úplného grafu	66
Obr. 4.4: Dlžnícka štruktúra po vykonaní vzájomného zápočtu	67
Tab. 4.3: Matica východiskovej dlžníckej štruktúry	68
Tab. 4.4: Matica dlžníckej štruktúry po aplikácii prvého modelu	69
Tab. 4.5: Upravená matica úplného grafu	70
Tab. 4.6: Matica dlžníckej štruktúry po aplikácii druhého modelu	71
Tab. 4.7: Rozdelenia použité pri generovaní hodnôt dlžníckych štruktúr.	72
Tab. 4.8: Prehľad študijných programov na jednotlivých stupňoch štúdia.	74
Tab. 4.9: Matica „dlhov“ po spracovaní vstupných údajov z AIS	75
Obr. 4.5: Sieťový graf „dlhovej“ štruktúry EU v BA	76
Obr. 4.6: Započítanie pohľadávok a záväzkov v zmysle platnej legislatívy.	77
Tab. 4.10: Matica „dlhov“ po vzájomnej kompenzácií pohľadávok a záväzkov.	77
Obr. 4.7: Dlžnícka štruktúra po započítaní vzájomných pohľadávok a záväzkov.	78
Tab. 4.11: Bilancia jednotlivých uzlov.	78
Tab. 4.12: Matica dlhov po aplikácii modelu.	79
Obr. 4.8: Sieťový graf po použití modelu s možnosťou zmeny dlžníckych vzťahov	79
Tab. 4.13: Bilancia jednotlivých uzlov po aplikácii modelu.	80
Obr. 4.9: Návrh organizačnej štruktúry vykonávateľa vzájomných zápočtov	85

Úvod

Ekonomická aktivita každého subjektu je závislá nielen na jeho snahe, schopnosti či ume obstať v konkurenčnom prostredí, ale aj na podmienkach a okolí, v akom daný subjekt vykonáva svoju činnosť. Okolie, v ktorom subjekt pôsobí je to, čo je z hľadiska individuálneho subjektu neovplyvniteľné a nemenné, a pritom práve vonkajšie prostredie má zásadný vplyv na fungovanie, rozvoj a podporu podnikania.

Medzi základné vonkajšie podmienky patrí hlavne právny systém. Pokiaľ je právny systém dostatočne stabilný, tak vytvára prostredie pre rozvoj podnikania a tvorbu stabilných dlhodobých plánov. Dobre vytvorené a stále právne prostredie tvorí základný predpoklad kontinuálneho vývoja ekonomického subjektu. K ďalším dôležitým aspektom podnikania patrí aj etika a morálka pri podnikaní. Taktiež sem patrí aj zdravé konkurenčné prostredie, ktoré prináša rovnaké šance uplatniť sa na trhu pre všetky subjekty. Etika a morálka predstavujú veľmi významnú súčasť podnikania, pretože dovoľujú predvídať konanie subjektov pôsobiacich na trhu a tým prispievajú k stabilite a bezpečnosti pri rozhodovaní.

Popri týchto významných vonkajších aspektoch treba brať do úvahy aj ďalšie, ktoré významným spôsobom vplývajú na podnikateľské subjekty. Medzi ne patrí napríklad dobrá vymožitelnosť práva, fungujúca štátna správa, nízka administratívna náročnosť a pod.

V prípade, že komplex týchto vonkajších aspektov je dobre nastavený a funkčný bez značných výkyvov, vytvára dobré prostredie na rozvoj podnikateľských subjektov, ktoré v ňom pôsobia. V opačnom prípade môže zle nastavený systém predstavovať veľké riziko pre podnikanie a vznik mnohých systémových porúch, ktoré môžu dospieť napríklad k platobnej neschopnosti podnikateľských subjektov. V čase krízy sa však aj dobre fungujúci systém môže dostať do problémov a mnohé podnikateľské subjekty to začnú do veľkej miery pociťovať. Častým problémom sa stáva znížená likvidita (schopnosť uhrádzať svoje záväzky) spôsobená znižovaním ekonomickej aktivity na trhu. V mnohých prípadoch prerastá neschopnosť uhrádzať svoje záväzky medzi jednotlivými subjektmi do

veľkých rozmerov, pričom sa okruh nelikvidných podnikateľský subjektov zvyšuje radikálnym tempom.

Platobná neschopnosť je stav, ktorý by za normálnych okolností mal byť eliminovaný trhovým prostredím alebo pôsobením právnych nástrojov. Avšak v mimoriadnych situáciách ako je nástup ekonomickej krízy alebo náhla zmena právnych či iných podmienok na trhu, je schopnosť vysporiadať sa s platobnou neschopnosťou značne znížená. Jedným z prostriedkov ako sa vyrovnať s týmto problémom je vzájomný zápočet dlhov.

Modely optimalizujúce vzájomný zápočet dlhov majú už pomerne dlhú históriu. V našich podmienkach ich navrhovali od roku 1993 viacerí autori (Fecenko, Gazda a iní), ktorí tento problém formulovali či už ako úlohu lineárneho programovania, úlohu o maximálnej cirkulácii v hranovo ohodnotenom orientovanom grafe alebo problém maximálneho toku.

V dizertačnej práci sa pokúsime navrhnúť taký systém modelovania peňažných tokov, ktorý bude bez nutnosti potreby likvidných peňažných prostriedkov pomáhať zmierňovať dopad platobnej neschopnosti na podnikateľské subjekty a zároveň bude vyhovovať súčasným podmienkam.

V prvej kapitole dizertačnej práce sa venujeme histórii systému vzájomných zápočtov dlhov a teoretickým východiskám tohto problému. Kapitola začína historickým vývojom vzájomných zápočtov, ďalej sa venujeme medzibankovému zúčtovaciemu mechanizmu, ktorý dlhodobo funguje na rovnakom princípe vzájomných zápočtov v medzibankovom styku a tvorí vhodný príklad fungovania tohto mechanizmu. V ďalších častiach sa venujeme definícii jednotlivých pojmov a prehľadu súčasného stavu.

Cieľ práce je definovaný v druhej kapitole. Okrem hlavného cieľa, sme stanovili aj čiastkové ciele dizertačnej práce. Ich splnením prispejeme k naplneniu hlavného cieľa, ktorým je návrh komplexného systému vzájomných zápočtov tak, aby bolo možné za pomoci bežnej výpočtovej techniky vykonávať v reálnom čase zápočty pohľadávok a záväzkov medzi veľkou skupinou dlžníkov, pričom tento systém bude právne akceptovateľný a pre zapojené subjekty ekonomicky výhodný.

V časti metodika práce a metódy skúmania sa zaoberáme matematickou definíciou vzájomných zápočtov a modelovaní tohto problému pomocou sieťového grafu. Zároveň sa zaoberáme možnosťou využitia moderných mobilných a počítačových aplikácií, ktoré riešia problematiku vzájomných zápočtov dlhov pre bežných používateľov. V ďalšej časti tretej kapitoly sa zaoberáme dostupnými modelmi, ktoré publikoval vo svojej habilitačnej práci prof. Gazda (2004). Autor pri svojich modeloch vychádza z modelu publikovaného doc. Fecenkom (1994). Prezentovaný je model zápočtu pohľadávok a záväzkov bez možnosti vytvárania nových dlžníckych vzťahov a model s možnosťou ich vytvárania. Zároveň v tejto kapitole prezentujeme heuristické postupy vzájomného zápočtu pohľadávok a záväzkov.

Štvrtá kapitola s názvom výsledky práce a diskusia obsahuje upravené modely vychádzajúci z modelov prezentovaných v tretej kapitole. Model s možnosťou zmeny dlžníckej štruktúry je pre nás prioritný. Upravený model je prezentovaný na vzorovom príklade a následne je aplikovaný na rozsiahlu dlžnícku štruktúru. Zároveň sme upravený model aplikovali pri zápočtoch výkonov (učebný proces) v rámci Ekonomickej univerzity v Bratislave a tým sme prezentovali ďalšiu možnosť aplikácie modelu nie len na oblasť peňažných tokov, ale aj na oblasť kompenzácie výkonov. Touto aplikáciou sme rozšírili možnosti použitia modelu a prezentovali jeho univerzálnosť. V ďalšej časti štvrtej kapitoly sa zaoberáme možnosťami legislatívnych úprav resp. aplikácií tak, aby vzájomný zápočet dlhov bol akceptovateľný našou aktuálne platnou právnou úpravou. Taktiež sa zaoberáme systémom motivácie dlžných subjektov pre zapojenie sa do systému vzájomných zápočtov. V závere kapitoly prinášame zhrnutie prínosov dizertačnej práce.

1 Súčasný stav riešenej problematiky doma a v zahraničí

V nasledujúcej kapitole opisujeme historický vývoj vzájomného zápočtu pohľadávok a záväzkov, ktorý prerástol do úspešného medzibankového mechanizmu. Definujeme pohľadávky a záväzky z rôznych hľadísk a taktiež situáciu, ktorá sa nazýva platobná neschopnosť. V poslednej časti prvej kapitoly rozoberieme matematickú definíciu vzájomných zápočtov záväzkov a pohľadávok.

1.1 Historický vývoj vzájomných zápočtov

Už v stredovekej Európe bol rozvoj obchodu medzi regiónmi impulzom na vznik doplnkových služieb súvisiacich s inovovaním obchodných transakcií. Tento rozvoj možno charakterizovať ako obchodnú revolúciu (Lopez 1976).

Obchodníci putovali s ich tovarom z jedného mesta do ďalšieho a snažili sa stretnúť s potenciálnymi kupcami, aby čo najlepšie predali svoj tovar. Dôležitým míľnikom vo vývoji obchodu bol prechod z priamej platby v mieste predaja na systém „quid and quo“, to znamená, že platby za nakúpený tovar sa neuskutočnili v rovnakom čase ako predaj, ale mohli sa uskutočniť buď na rovnakom mieste ako predaj, alebo aj na ďalšom mieste predaja, resp. na ďalšom trhu (Greif 2002, 2006). V dôsledku tohto systému obchodovania vznikli nové finančné nástroje, akým je „nákup na vrub“, obligácia a výmenný šek, ktoré predstavovali objednávky alebo prísľuby budúcej platby v konkrétnom čase a na konkrétnom mieste. Zvyčajne sa jednalo o takzvané „výplatné“ dni na konci obchodovania.

Tento systém bol veľmi užitočný pre obchodníkov, pretože si mohli vyjednať miesto a čas platby, keď budú mať opäť k dispozícii likvidné peňažné prostriedky. Takto si vedeli jednoduchým spôsobom zabezpečiť prostriedky na vyplatenie svojich dodávateľov alebo svojich nákupov v čase, keď to potrebovali.

Bezhotovostné platby boli veľmi dobrou alternatívou aj k noseniu a držbe veľkého množstva zlatých alebo strieborných mincí pozdĺž nebezpečných obchodných ciest. Okrem toho tiež znižovali závislosť od „daňovej“, resp. „menovej“ politiky miestnych panovníkov, ktorá v tom čase tiež nebola zanedbateľná. Bezhotovostné platby okrem iného pomáhali prekonať nedostatok peňažných prostriedkov, ktorý vznikol v stredoveku z dôvodu nedostatku zlata a striebra (Spufford 1988). Jediná nevýhoda bezhotovostných nástrojov bola ich obmedzená obchodovateľnosť.

Výsledkom tohto vývoja bolo zriadenie tzv. „vysporiadacích“ dní (zvyčajne na konci trhových dní). Boli to dni, keď sa stretli obchodníci (veritelia) s dlžníkmi (predajcovia, bankári, zástupcovia bankárov a zákazníci) a vyrovnávali si svoje pohľadávky a záväzky. Z uvedeného vyplýva, že už v stredovekej Európe sa formovali prvé algoritmy na vzájomné započítavanie dlhov. Tento postup je známy v literatúre ako „rescontrire, rescontre, skontrieren alebo vivre compte / des parties“ (Denzel 1994, 2009).

Postup fungovania týchto algoritmov možno stručne vysvetliť nasledujúcim spôsobom: na konci obchodných dní alebo v deň určený na vyrovnanie, sa stretli veritelia s dlžníkmi a každý z nich prezentoval svoje pohľadávky a záväzky. Následne musel každý dlžník potvrdiť svoje záväzky. Potom sa začalo s vyrovnávaním dlhov cez decentralizované vyhľadávanie, ktoré prebiehalo v troch krokoch:

- v prvom kroku sa započítali vzájomné dlhy,
- v druhom kroku sa používali zúčtovacie cykly,
- v treťom kroku sa používali zúčtovacie reťazce.

Ak po ukončení týchto troch krokov stále existovali nezapočítané dlhy, tieto museli byť vyplatené v hotovosti alebo boli vyhotovené nové dlhové „účty“.

Tento zúčtovací mechanizmus, ktorý bol vyvinutý na stredovekých trhoch, bol postupne zdokonaľovaný a používali ho aj na finančných trhoch na konci 16. a začiatku 17. storočia, keď sa vyvinul a formálne zakotvil z právneho hľadiska. Tento zúčtovací mechanizmus dlhov bol dominantný v najvýznamnejších obchodných centrách (krajinách) Európy ako je Nemecko, Taliansko, Francúzsko, Holandsko a Španielsko.

Okrem hlavných európskych finančných centier sa systém obchodovania rozšíril aj na takzvaný „nový svet“ (Denzel 2009). Postupne však tento systém vzájomných dlhov strácal na význame. Stalo sa tak hlavne po tom, keď prvé banky prevzali na seba úlohu clearingového centra. Postupný úpadok systému spôsobilo aj schválenie používania zmieniek v priebehu 17. storočia. V literatúre sa však nachádzajú dôkazy, že tento decentralizovaný postup bol používaný na mnohých trhoch aj v priebehu 17. a 18. storočia. Okrem toho obchodníci, ktorí pracovali na prvých burzových trhoch, používali rovnakú techniku tzv. „offset“ platby za akcie alebo „futures“ v mestách ako je Amsterdam a Londýn (Parker 1974).

V roku 1775 bol v Londýne založený Londýnsky zúčtovací klub (London Clearing Club), čo bolo impulzom, že mnohé banky začali vyrovnávať svoje záväzky podobným spôsobom (Seyd 1872). Preto decentralizovaný systém mnohostranného zúčtovacieho

algoritmu pomaly začal strácať svoj význam. Treba však podotknúť, že bol nosným systémom finančných operácií viac ako 500 rokov pred priemyselnou revolúciou v Európe.

Z tohto dôvodu sa do popredia dostávajú tieto otázky (Boerner, Hatfield 2010):

- Prečo tento zúčtovací mechanizmus vznikol?
- Prečo bol tento mechanizmus úspešný tak dlho?

Medzi hlavné dôvody môžeme zaradiť významný vplyv na zníženie potreby hotovostných platieb, avšak nesmieme zabúdať, že tento mechanizmus musel dosahovať vysoký stupeň úspešnosti vyrovnania záväzkov. K vysokej úspešnosti mu dopomáhal hlavne systém evidencie v obchodných knihách, ale aj prítomnosť svedkov jednotlivých operácií. Predovšetkým tieto skutočnosti stáli za úspechom zúčtovacieho mechanizmu.

Na druhej strane je nutné povedať, že obchodníci boli viac či menej nútení k účasti na týchto zúčtovacích transakciách a nesmeli platiť v hotovosti, lebo to obmedzovali v tom čase platné právne dokumenty. Z historických prameňov je taktiež zrejmé, že obchodníci mali právo výberu svojich partnerov pri zúčtovaní a taktiež si mohli voľiť poradie zúčtovania podľa svojich preferencií.

Malá pozornosť však bola venovaná štruktúre zúčtovacieho mechanizmu. Historici sa pri skúmaní právnych a ekonomických skutočností zamerali hlavne na popis fungovania a nie na inštitucionálnu analýzu tohto mechanizmu. Pomocou zúčtovacieho mechanizmu sa v rámci celej Európy riešili problémy s nedostatkom peňazí, avšak nikde v dostupnej literatúre sa neuvádza odhad účinnosti zúčtovania (Denzel 2005, 2009). Kvantifikovanie mechanizmu zúčtovania teda chýbalo. Jeho účinnosť bola iba predpokladaná a to hlavne preto, lebo z historických dokumentov je jasné, že takéto zúčtovanie bolo úspešné a fungovalo. Existujú však aj názory, že mechanizmus bol neefektívny, pretože bol decentralizovaný a celkovo komplikovaný.

Používanie zúčtovacích mechanizmov sa postupom času prenieslo z „trhov a obchodov“ na sofistikovanejšie miesta ako sú burzy cenných papierov a hlavne na zúčtovanie finančných transakcií medzi bankami.

V ďalších častiach rozoberieme komplexnú historickú analýzu tohto mechanizmu. Opíšeme skorý vývoj až do 16. storočia, vytváranie formálnych procesov a legislatívnych obmedzení v priebehu 16. a 17. storočia. Budeme sa venovať aj pravidlám a zvyklostiam pri využívaní tohto mechanizmu, detailom jeho rozvoja a hodnoteniu účinnosti na základe analýzy dostupných zdrojov.

Ranný vývoj a vytváranie formálnych procesov

Dôkazy o použití dlhových zúčtovacích mechanizmov ako „*rescontrire*“ alebo „*rescontre*“ siahajú až do stredoveku. Prvé dokumenty, ktoré to dokazujú, nerozoberajú detailnú štruktúru tejto procedúry zúčtovacieho procesu, ale len poskytujú dôkazy o jeho existencii a bežnom využívaní. Najstaršie zdroje sú z trhov v oblasti Champagne z konca 12. a začiatku 13. storočia (Face 1957). Používanie vzájomného zúčtovania na reálnych trhoch v Európe je opätovne zdokumentované na konci 14. a začiatku 15. storočia (Wolf 1967). Používalo sa hlavne v Nemecku (Frankfurt, Brunswick, neskôr aj Lipsko), vo Francúzku (Lyon), v Holandsku (Antverpy) a v Španielsku (trhy v Medine del Campo). Ďalšie dôkazy o využívaní tohto nástroja z 15. a 16. storočia môžeme nájsť aj v stredovekých trhových mestách ako Barcelona, Janov, Neapol a Benátky. Spoločné využívanie tohto zúčtovacieho mechanizmu v už spomenutých trhových mestách počas 15. a 16. storočia bolo zaznamenané v prvých predpisoch upravujúcich spoločné zúčtovanie. V týchto predpisoch bola ku koncu 16. storočia uvedená aj procedúra výkonu týchto zápočtov tak, ako sa vykonávala na trhoch v meste Piacenza. Tieto predpisy z roku 1597 boli prevzaté z predpisov upravujúcich vzájomné zúčtovanie v meste Besacon a na základe toho sú nazývané Besaconské predpisy (Orders of Besacon). Besaconské predpisy boli zaznamenané v roku 1642 Raphaelom Turri, ktorý detailne opísal proces zúčtovania. Tatiež Peri v 1638 a Sacchia v roku 1645 popísali zúčtovací proces. Besaconské predpisy sa používali na trhoch vo francúzskom Lyone (druhá polovica 15. storočia), neskôr v roku 1537 bol v Janove založený exkluzívny zúčtovací trh, ktorého cieľom bolo konkurovať trhu v Lyone. Na tomto trhu boli taktiež uplatňované predpisy z Besaconu (Da Silva 1969).

Predpisy môžu byť považované za projekt, resp. plán procedúr, ktoré možno nájsť v mnohých zúčtovacích zákonoch a predpisoch počas 17. a 18. storočia v Európe. Podobné postupy môžeme nájsť na trhoch v Taliansku (Novi, Bozen, Verona), ktoré nahradili trh v Piacenze (Da Silva 1969, Denzel 2005, 2009). Vo Francúzku si Lyon udržal, ako zúčtovacie centrum pre poukážky a iné obligácie, predpisy prijaté ešte v roku 1667, ktoré boli založené na predošlých už spomínaných predpisoch. V rovnakom čase vo Frankfurte, najdôležitejšom obchodnom a finančnom centre v Nemecku, boli uzákonené prvé detailné zákony o zúčtovaní. Toto bolo inšpirované kodifikáciou v Lyone. Frankfurt mal dlhú tradíciu používania zúčtovacích mechanizmov (zhruba od 14. storočia), avšak prvé predpisy boli prijaté až v roku 1578, 1611 a podrobnejšie verzie až v roku 1666. Ďalšími dôležitými miestami, kde boli prijaté nariadenia ohľadom zúčtovania boli napríklad

Brunswick v 1686, Lipsko 1682 a 1711. Ďalej sa našli záznamy z obchodných miest ako Augsburg, Breslau, Norimberg a iné (Brübach 1994).

Predpisy a zvyklosti

Zúčtovania sa konali pravidelne 4x ročne. To vychádzalo z tradície štvrťročného konania veľkých trhov. Na konci trhových dní sa uskutočnilo započítanie vzájomných dlhov. Tento postup bol zdokumentovaný v mestách ako Lyon, Brabant, Antverpy a Bergen, taktiež na všetkých talianskych trhoch a väčšine nemeckých trhoch (Da Silva 1969). V mestách, kde trhy prebiehali permanentne, alebo kde zúčtovanie bolo oddelené od obchodovania s tovarom, sa početnosť zúčtovaní zvýšila na mesačné, prípadne až na týždenné cykly (17. a 18. storočie). Takto je to zdokumentované predpismi vo Frankfurte a Lipsku. Zúčtovanie ako také zvyčajne trvalo niekoľko dní. Napríklad v Besacone trvalo 8 dní vždy s presným harmonogramom.

Väčšina predpisov o zúčtovaní neobsahovala žiadne obmedzenie účasti. Zúčtovanie bolo prístupné pre kohokoľvek, avšak v Besacone mali právo zúčastniť sa na vyrovnaní iba obchodníci. V niektorých prípadoch účastníci museli zaplatiť zálohu, aby im bolo umožnené podieľať sa na zúčtovaní. Našli sa ale aj prípady, keď boli obchodníci donútení sa takéhoto zúčtovania zúčastniť (predpisy v Bozene a Lipsku).

Postup zúčtovania fungoval nasledujúcim spôsobom: Stretli sa obchodníci aj so svojimi obchodnými knihami (účtovnými knihami). Obchodníci museli byť osobne prítomní na zúčtovaní alebo mohli poveriť svojho zástupcu. V momente, keď sa uzavrel súbor účastníkov, každý oslovil svojich dlžníkov. Dlžníci mali následne potvrdiť alebo odmietnuť svoje dlhy. V ďalšom kroku každý bankár vytvoril bilanciu (súvahu) svojich dlhov so všetkými uznanými nárokmi, ktoré museli byť v súlade s predpismi Besaconu a ktoré boli skontrolované zodpovedným úradníkom. Žiadny z dlhov, ktorý bol uznaný a uvedený v bilancii, nemohol byť predmetom zúčtovania v budúcnosti na inom mieste. Všetky akceptované dlhy boli neskôr vzájomne započítavané. Dlhy, ktoré boli odmietnuté, boli prerokované pred spravodlivým obchodným súdom.

V ďalšom kroku sa stanovili (zafixovali) výmenné kurzy v mene platnej pre konkrétny trh. Stanovenie výmenných kurzov bolo vykonané skupinami bankárov z rôznych regiónov, ktorí sa zúčastňovali zúčtovacieho procesu. Predpisy Besaconu stanovovali, že výmenné kurzy musia byť primerané. Avšak na základe týchto sadzieb boli ex post dohodnuté iné trhové ceny (Endemann 1885). Nastavovanie výmenných kurzov na základe kolektívnej zhody bolo typické hlavne pre predpisy kodifikované neskôr. Sú

známe prípady, keď sa úmyselným manipulovaním s výmenným kurzom snažili niektorí bankári získať lepšie podmienky pri zúčtovaní, preto bolo rozhodnuté, že výmenné kurzy budú stanovovať miestny makléri v spolupráci s bankármi.

Po stanovení kurzov nasledoval proces zúčtovania pohľadávok medzi obchodníkmi, v niektorých prípadoch za pomoci maklérov. Bol to proces organizovaného a decentralizovaného vyhľadávania a párovania dlhov. V mnohých predpisoch platných v tomto období sa veľa informácií o presnom postupe nenachádzalo. Decentralizovaný zúčtovací algoritmus pracoval spôsobom: ako prvé sa kompenzovali dlhy recipročným spôsobom, takže ak obchodník „A“ dlhoval obchodníkovi „B“ a naopak, ich spoločný dlh mohol byť priamo znížený/zrušený. V ďalšom kroku sa obchodníci snažili nájsť cyklus zúčtovania alebo reťazec. V zúčtovacom cykle, v ktorom napríklad obchodník A dlhuje B, B dlhuje C a C dlhuje A určitú sumu, je možné spoločnú výšku dlhu započítať. V prípade dlhového reťazca, keď A dlhuje B a B dlhuje C, je možné zúčtovať dlhy iba subjektu B, pričom medzi účastníkmi A a C sa vytvorí nový dlh. Takto sa spôsob zúčtovania opakoval znova a znova až kým sa neskončil čas určený na započítavanie, alebo pokiaľ už nebolo možné započítať žiadny dlh medzi obchodníkmi a každý účastník dosiahol tzv. čistú pozíciu. Vo všeobecnosti platilo, že obchodníci si podľa svojich preferencií mohli zvoliť koho uprednostnia pri započítavaní svojich dlhov.

Po skončení vzájomného započítavania dlhov obchodníci skontrolovali, či v obehu nie sú ešte nejaké úvery a dlhy. Všetky vzájomné dohody o vyrovnaní museli mať zapísané vo svojich obchodných knihách. Všetky zápočty, ktoré sa do tohto momentu vykonali a boli zapísané v knihách, boli konečné. To znamenalo, že ak bol dlh prevedený na nového veriteľa, starý veriteľ viac nemal žiadne právo k tomuto dlhu. V predpisoch Besaconu bolo zaužívaným pravidlom, že bezhotovostné vysporiadanie bolo postavené do rovnakej pozície ako vyrovnanie v hotovosti. Aj keby sa ukázalo, že po ukončení vyrovnania sa určitý dlžník dostal do problémov a nebol schopný platiť, nesmelo to narušiť celý doterajší priebeh vyrovnania. Takto bol mechanizmus chránený pred ex post „napadnutím“.

V ďalšom kroku boli zostávajúce dlhy vyplatené v hotovosti alebo boli vyhotovené nové dlhové účty a prísľuby na budúce platby. V niektorých trhových mestách (Augsburg) nebolo možné otvárať nové dlhové účty a povolené boli iba úhrady zvyšných dlhov v hotovosti.

Veľmi prísne sa postupovalo voči obchodníkom, ktorí nesplatili svoje dlhy na konci zúčtovacích dní. Uvádza sa, že na týchto účastníkov bol vyhlásený konkurz a boli vyčlenení z ďalšieho budúceho zúčtovania (Neuhaus 1892).

Zúčtovacie banky, schválenia dlhov, akciové trhy, zúčtovacie kluby

Od stredoveku možno evidovať pokusy založiť verejné banky, ktorých hlavnou úlohou bolo slúžiť ako zúčtovacie domy. Prvýkrát sa takýto pokus uskutočnil v roku 1578, keď bola založená zúčtovacia banka Rialto, ešte skôr však boli založené výmenné banky v niekoľkých mestách Španielska. Za prvú banku svojho druhu sa považuje banka v Barcelone z roku 1401 (Usher 1943, Braudel 1966). Tieto banky mali exkluzívne právo uskutočňovať započítavania medzi dlžníkmi, avšak podľa dostupných informácií obchodníci v uvedenom období nemali záujem o využívanie centralizovanej inštitúcie pri zápočtoch svojich dlhov. Po založení banky v Benátkach bol v roku 1593 prijatý predpis, ktorý zakazoval používanie „rescontre“ techniky a všetky dlhové účty museli byť prenesené do banky. Toto nariadenie však bolo neskôr zrušené a decentralizované započítavanie bolo opäť povolené (Lattes 1869).

Na sever od Álp nebolo úsilie vytvoriť centrálnu zúčtovaciu centrum také vysoké, prvá banka vznikla v Amsterdame v roku 1609 – Wisselbank (Van Dillen 1934). Táto banka bola obdobná ako banka v Benátkach. Ďalšie banky postupne vznikali počas 17. storočia v Holandsku a Nemecku (Hamburg, Norimberg). Úspechy týchto inštitúcií boli zmiešané. Vzhľadom k tomu, že zúčtovacia banka v Amsterdame dosiahla veľký úspech ako multifunkčná inštitúcia, jej výhradnú úlohu ako zúčtovacieho centra bolo potrebné dosiahnuť zákonnými nariadeniami. Aj napriek tomu, že služby zúčtovacieho centra boli do roku 1683 zadarmo, obchodníci neprejavili dôveru v túto inštitúciu a ochotu ju využívať (Van Dillen 1964). Keď banka začala svoju činnosť, bolo zakázané prijímať hotovosť na vyrovnanie dlhov. V roku 1621 sa však toto nariadenie zmenilo. V roku 1700 boli obchodníci nútení využívať banku pri sume 600 a neskôr 300 zlatých (van Velden 1933). V Hamburgu boli v roku 1693 nútení využiť služby banky pri sume vyššej ako 400 mariek. Obchodníkom bolo zakázané priame zúčtovanie (Prausnitz 1928).

Bankové príkazy z rokov 1654 a 1721 z Norimbergu dokazujú, že obchodníci nemohli využívať zúčtovanie na urovnanie svojich dlhov, ale všetky svoje dlhové účty boli nútení odovzdať na zúčtovanie do banky. Podľa dostupných informácií je zrejmé, že obchodníci boli ochotní odovzdať len tie dlhové účty, ktoré sa nedali započítať ľahko alebo zneli na inú sumu. Avšak, ako aj v mnohých ďalších prípadoch, vzájomné zúčtovanie bolo neskôr opäť povolené. V mestách ako Frankfurt alebo Lipsko, boli taktiež založené zúčtovacie banky, avšak obchodníci sa naďalej spoliehali na zaužívaný systém z praxe. Podobná situácia bola v meste Lyon, kde viacnásobná snaha o založenie a udržanie

centrálnej zúčtovacej banky zlyhala (Velde 2009). Jedným z hlavných dôvodov bol nedostatok dôvery v činnosť banky.

Ďalšou významnou novinkou, ktorá ovplyvnila používanie zúčtovacieho mechanizmu, bolo využívanie rubopisu na šekoch/zmenkách v 16. a 17. storočí. Obchodovateľnosť šekov siaha do čias stredoveku a bola zdokumentovaná už v 14. storočí (van der Wee 1993). Bolo prirodzené, že decentralizované vyrovňovanie dlhov v rôznych lokalitách bolo konfrontované s obchodovateľnými šekmi/zmenkami. Akceptácia týchto šekov bola rôzna a závisela od konkrétnej lokality. V Antverpách, v čase rastúcej ekonomickej aktivity na začiatku 16. storočia, sa finančné nástroje stali štandardom a súd niekoľkokrát uznal používanie obchodovateľných šekov na prelome 16. a 17. storočia. Vo Frankfurte legislatíva nebola orientovaná v prospech finančných nástrojov. Súd na základe požiadavky bankárov v rokoch 1620 a 1635, rozhodol že používanie obchodovateľných šekov bolo zakázané z dôvodu zmätku a zneužívania zúčtovacieho mechanizmu. V roku 1666 po veľmi výrazných protestoch obchodníkov, ktorí boli zvyknutí používať tieto obchodovateľné šeky na iných trhoch a finančných centrách v Európe (Lyon), bolo rozhodnutie súdu anulované.

Avšak, regulácia z Lyonu obmedzovala používanie obchodovateľných šekov z talianskych miest ako Benátky a Bozen. To bolo pravdepodobne spôsobené tým, že v týchto mestách nebol povolený rubopis (Schneider 1991). Z tohto dôvodu sa úrady z mesta Lyon obávali narušenia zúčtovacieho mechanizmu. Podobný odpor a neuznanie rubopisu bol zaznamenaný vo Frankfurte. Dôvodom tohto odporu bol silný lobbying zo strany bohatých bankárov, ktorí sa obmedzovaním obchodovania šekov snažili zvýšiť potrebu používania devíz. Zníženie potreby devíz v dôsledku obchodu so šekmi bolo zaznamenané Raumburgerom v roku 1723.

Podobné decentralizované postupy zúčtovania sa prvýkrát objavili aj na burzových trhoch. V Amsterdame sa burzovní obchodníci začali schádzať neformálne počas 30-tych rokov 17. storočia približne raz za mesiac s úmyslom započítavať svoje úvery a dlhy vo forme akcií a „futures“ (Geldbloom a Jonker 2005). Pravdepodobne od 50-tych rokov 17. storočia boli v Amsterdame pevne určené zúčtovacie dni, ktoré sa konali každý štvrtý mesiac.

Navyše, v priebehu 18. storočia špekulanti s anglickými fondami založili svoje vlastné zúčtovacie dni, ktoré sa konali štyrikrát do roka (Wilson 1941). V Londýne boli pravidelné zúčtovacie dni zavedené, pravdepodobne počas 40-tych rokov 18. storočia.

Avšak aj v Londýne sa obchodníci neformálne stretávali už skôr v kaviarňach. Počas týchto stretnutí dochádzalo k započítavaniu vzájomných záväzkov (Dickson 1967).

Pri analýze ďalšieho vývoja možno konštatovať, že koncom 18. a začiatkom 19. storočia boli Národné clearingové kluby zaradené medzi bankové domy. Bolo zaznamenané, že niektorí obchodníci sa pokúsili založiť zúčtovacie kluby na devízových trhoch. Vo Frankfurte v roku 1642, sa bankári rozhodli pravidelne stretávať, aby zúčtovali svoje záväzky. Podobné snahy sú zdokumentované talianskymi bankármi, ktorí začali s malými zúčtovaniami počas 70-tich rokov 16. storočia, keď bankrot Španielska viedol k neistote medzi obchodníkmi a bankármi (Denzel 1994).

Takéto dohody možno nájsť v bankových domoch určených na zúčtovanie záväzkov na konci 18. storočia. V Londýne v roku 1775 niekoľko súkromných bankárov založilo zúčtovací klub, „London Clearinghouse“, na vyrovnanie svojich záväzkov. Predtým, ako fungoval zúčtovací klub, museli bankári vyrovnávať svoje záväzky individuálne. Neoficiálne dôkazy nasvedčujú tomu, že zástupcovia z rôznych bánk sa prvýkrát stretli neformálne pri raňajkách a kompenzovali svoje záväzky. V prípade, že po kompenzácií ostali nevybilancované účty, tie sa neskôr vyplatili v hotovosti. Postup zúčtovania bol veľmi podobný postupu známeho zo zúčtovania z veľkých trhov. Každé ráno v priebehu týždňa sa zástupcovia bánk stretli a prezentovali svoje záväzky. Počas dňa mali zástupcovia jednotlivých bánk čas overiť prezentované dlhy.

V prípade, že dlhy boli overené, zástupcovia ich kompenzovali. Dlhy, ktoré nebolo možné vyrovnať započítaním, boli vyplatené v hotovosti. Myšlienku, clearingového klubu prebrali počas 19. storočia mestá ako Dublin v roku 1845, v New York v roku 1853, Paríž a Viedeň v roku 1872, a Berlín v roku 1884 (Koch 1983).

Účinnosť mechanizmu: Záznamy z obchodných kníh a od priamych účastníkov

Po načrtnutí historického vývoja uvedených zúčtovacích mechanizmov zostáva nezodpovedaná otázka, či boli tieto mechanizmy efektívne v tom zmysle, že započítanie vzájomných dlhov bolo do veľkej miery dosiahnuté bez nutnosti platby v hotovosti, prípadne bez potreby vytvárania nových dlhových účtov.

Existencia mechanizmu v takmer celej Európe a preferencie zo strany obchodníkov pri používaní zúčtovacieho mechanizmu namiesto centrálnych, resp. verejných bánk dokazuje, že v tomto inštitucionálnom riešení musel mechanizmus pracovať pomerne

dobre. Okrem toho, veľké množstvo započítaných dlhov ponúka jednoznačný dôkaz, že takéto započítanie bolo efektívne.

Zdá sa, že iba z dôvodu ekonomického či politického zneužívania inštitúcií na manipuláciu výmenných kurzov, alebo oneskorením platieb, či z dôvodu úmyselných bankrotov niektorých bánk a vypuknutia hospodárskej krízy viedlo k poklesu využívania decentralizovaného clearingového mechanizmu (Denzel 1994).

Ďalší spôsob, ako pristupovať k tejto otázke, je analyzovať niekoľko málo účtovných kníh, ktoré sa zachovali z tohto obdobia. Účtovná kniha z jesenného trhu roku 1632 vo Frankfurte, ktorú viedol trhový bankár Johan Bodeck, poskytuje detailnú evidenciu zúčtovacieho procesu v praxi (Brübach 1994). Bodeckove zápisy obsahovali 77 ľudí, ktorí boli zapojení v zúčtovacom procese, obsahovali údaje o recipročnom clearing, cykloch, a reťazoch. Obchodníci a bankári pochádzali zo všetkých kútov Európy na sever od Álp. Pochádzali z Aachenu, Amsterdamu, Augsburgu, Breslau, Drážďan, Frankfurtu, Hamburgu, Lipska, Štrasburgu, Ulmu, a ďalších. Počas zúčtovania prebehli transakcie v celkovej výške 135 000 zlatých, ale len 4 000 zlatých bolo vyplatených v hotovosti. Zvyšok bol kompenzovaný pomocou zúčtovania. Z uvedeného vyplýva, že viac ako 99,3% dlhov bolo zúčtovaných na základe vzájomného vysporiadania. S ohľadom na túto jedinú účtovnú knihu, ktorá slúži ako vzorka, bolo zúčtovanie veľmi úspešné. Otázkou ostáva, či možno na základe jediného dôkazu túto skutočnosť zovšeobecniť.

Ďalšou možnosťou je analyzovať výpovede vtedajších svedkov, resp. účastníkov zúčtovacích procesov. Obchodník Davanzati v roku 1560 komentoval predpisy Besanconu s výsmechom, na rozdiel od neho autori 17. a 18. storočia, ako Sotus, Molina, Azorius, Scaccia a de Turri obdivovali proces zúčtovania. Scaccia a de Turri uvádzajú, že nič nie je vzácnejšie ako peniaze počas zúčtovacích veľtrhov (Neuhaus 1892). Obchodníci a bankári na veľtrhy priniesli len peniaze na svoje výdavky. Iba Koenig, Raumburger a Marberger (Prausnitz 1928) uvádzajú svoje prekvapenie z toho, že existuje málo zúčtovacích bánk, pretože centralizované zúčtovacie banky boli podľa nich efektívnejšie ako decentralizované zúčtovanie.

Na základe týchto správ vychádzame z predpokladu, že mechanizmus bol úspešný.

V ďalšej časti priblížime fungovanie novodobého medzibankového zúčtovacieho mechanizmu tak, ako ho poznáme dnes.

1.2 Medzibankový zúčtovací mechanizmus

Medzibankový platobný styk (vyrovnanie medzibankových pohľadávok a záväzkov) je ideálnym príkladom fungovania zúčtovacích mechanizmov v praxi. Tento platobný systém, alebo systém prevodu prostriedkov, je systém, ktorý zaisťuje prevody peňažných prostriedkov. Samotný bezhotovostný platobný styk medzi rôznymi bankami môže byť zaisťovaný dvomi základnými systémami. Buď sa jedná o systém s voľne organizovanou štruktúrou (systém korešpondentských bánk) spočívajúci v priamom spojení bánk cez navzájom otvorené účty platobného styku (tzv. nostro a loro účty¹), alebo ide o pevne štruktúrovaný systém, ktorý funguje na princípe zúčtovania (clearingu) a kde jedna inštitúcia vystupuje ako zúčtovacie centrum (clearingová inštitúcia) pre obchodné banky, ktoré sú na ňu napojené prostredníctvom svojich účtov platobného styku.

Pevne štruktúrovaný systém môže byť prevádzkovaný buď na princípe zúčtovania rozdielov vypočítaných zo vzájomných pohľadávok a záväzkov jednotlivých účastníkov systému (čistý platobný systém) alebo na princípe zúčtovania jednotlivých položiek pri súčasnej kontrole ich krytia (hrubý platobný systém), prípadne kombináciou týchto princípov. Právne sa jedná o formálnu dohodu založenú na súkromnoprávnom kontrakte alebo na zákone. Dohoda sa vyznačuje viacnásobným členstvom, spoločnými pravidlami a štandardizovaným usporiadaním pre prevod a zúčtovanie pohľadávok a záväzkov vzniknutých medzi jednotlivými členmi (Jílek 2004).

Pretože z hľadiska zamerania práce sa prikláňame k pevne štruktúrovanému systému, tento v ďalšej časti podrobnejšie rozoberieme. Zároveň popíšeme fungovanie medzibankového systému a jeho vývoj v Československu a neskôr na Slovensku.

Pevne štruktúrovaný systém

Ako už bolo spomenuté vyššie, pevne štruktúrovaný systém sa delí na čistý a hrubý platobný systém.

Čistý platobný systém je charakteristický tým, že zúčtovacie centrum prevádza medzi zúčastnenými bankami na bilaterálnej alebo multilaterálnej báze vzájomné započítanie² platieb uskutočnených za určité obdobie. Výsledkom je potom pre každú banku na konci čistá zúčtovacia pozícia, ktorá môže byť kladná (kreditná - suma prijatých

¹ Nostro účet (náš účet) je účet vedený pre tuzemskú banku v zahraničnej partnerskej banke a loro účet (ich účet) je účet vedený v tuzemskej banke pre zahraničného zmluvného partnera.

² Započítanie – anglicky netting

platieb pre danú banku je väčšia ako suma odoslaných platieb) alebo záporná (debetná - odoslané platby prevyšujú prijaté). V prípade kladného salda sa zostatok danej banky na účte v zúčtovacom centre zvyšuje, naopak záporné saldo zostatok na tomto účte znižuje. Banka musí mať záporné saldo na konci zúčtovacieho obdobia v zúčtovacom centre kryté dostatočným zostatkom na svojom účte vedenom v tejto inštitúcii. Zúčtovacie centrum často bankou nie je, platby len započítava a eviduje. Vlastné zúčtovanie prebieha na účtoch bánk vedených v Centrálnnej banke.

V hrubom platobnom systéme účtovanie platieb prebieha priebežne bez vzájomného porovnávania prijatých alebo odoslaných platieb. Každá platba musí mať v dobe zúčtovania krytie na účte v zúčtovacej inštitúcii a pokiaľ tomu tak nie je, platba sa neuskutoční. Neprevedené platby sa v závislosti na pravidlách systému buď vracajú banke, ktorá platbu odoslala, alebo sa odkladajú medzi neprevedené platby do zásobníku a „čakajú“ na okamih, keď je na účte platiaceho účastníka dostatok prostriedkov. Táto situácia je označovaná ako čakanie na krytie z nabehnutých kreditov.

Systémy založené na tomto princípe môžeme ďalej rozlišovať podľa priebehu zúčtovania (podľa toho, ako často prebieha zúčtovanie) na systémy (Polouček 2006):

- s dávkovým systémom zúčtovania, v ktorých zúčtovanie prebieha v niekoľkých po sebe nasledujúcich presne stanovených termínoch v priebehu zúčtovacieho obdobia,
- s priebežným spôsobom zúčtovania, v ktorých zúčtovanie každej platby prebieha priebežne v reálnom čase.

Systém slovenského a českého medzibankového styku začal vznikať v bývalom Československu už v polovici 60-tych rokov 20. storočia. Tento systém, ktorý bol známy pod skratkou ABO (automatizované bankové operácie), bol dokončený v roku 1980 a zabezpečoval vykonávanie platobných operácií v rámci vtedajšej bankovej sústavy³. Systém platobného a zúčtovacieho styku predstavovaný automatickými bankovými operáciami fungoval úspešne až do roku 1989, keď sa začal v bývalom Československu veľmi búrlivo rozvíjať bankový trh. Bolo preto potrebné zaviesť moderný, bezpečný, spoľahlivý a efektívny systém medzibankového platobného styku. V tomto období Štátna banka československá (SBČS) intenzívne pripravovala zriadenie nového zúčtovacieho

³ V tom čase bola banková sústava tvorená Štátnou bankou československou (centrálna banka), Československou obchodnou bankou, Živnostenskou bankou, Investičnou bankou a dvomi sporiteľňami: Českou a slovenskou sporiteľňou.

centra pri SBČS, ktorého fungovanie bolo zahájené 9. marca 1992 (Marvanová, Schlossberger 1998). Po rozdelení Československa začiatkom roka 1993 bolo na Slovensku vytvorené nové zúčtovacie centrum, zatiaľ čo bývalé federálne zúčtovacie centrum zostalo v Českej národnej banke. Zo začiatku boli tieto zúčtovacie centrá úzko previazané tzv. platobnou zmluvou, ktorá riešila vzájomné medzirepublikové zúčtovanie - prevody prostriedkov zo záväzkov vzniknutých v dobe federácie, ako aj prevody nové, vzniknuté po rozdelení federálneho štátu⁴.

Na Slovensku tak po rozdelení Československa muselo vzniknúť nové zúčtovacie centrum na spracovanie medzibankových platieb. Bolo ním Bankové zúčtovacie centrum Slovenska (BZCS), ktoré bolo jediným prevádzkovateľom medzibankového platobného systému v Slovenskej republike a zároveň plnilo funkciu zúčtovacieho centra. BZCS začalo svoju prevádzku 8. februára 1993 (t.j. v deň, keď bola slovenská koruna zavedená ako národná mena) ako jediné klíringové centrum pre všetky domáce medzibankové platby. BZCS pritom nebolo organizačnou jednotkou Národnej banky Slovenska (NBS). Založili ho banky ako akciovú spoločnosť a väčšinovým akcionárom bola NBS.

Počas roka 2002 nastali v oblasti medzibankového platobného styku výrazné zmeny. Valné zhromaždenie akcionárov BZCS v januári 2002 rozhodlo, že BZCS ako prevádzkovateľ medzibankového platobného systému ukončí svoju činnosť k 31. decembru 2002. Od 1. januára 2003 sa prevádzkovateľom nového medzibankového platobného systému SIPS⁵ stala NBS. Projekt zavedenia nového medzibankového platobného systému SIPS prebiehal v niekoľkých etapách a končil paralelnou prevádzkou, ktorá prebiehala od októbra do decembra 2002, a to súbežne v BZCS a NBS. V rámci paralelnej prevádzky boli všetky údaje medzibankového platobného styku spracovávané tak v BZCS, ako aj v NBS. Medzibankový platobný systém SIPS je v súčasnosti jediný platobný systém v Slovenskej republike určený na spracovanie a zúčtovanie tuzemských platieb. Medzibankový platobný systém SIPS nerozlišuje platby veľkej a malej hodnoty. Základné typy platieb, s ktorými medzibankový platobný systém pracuje, sú príkaz na úhradu a príkaz na inkaso. Spracovanie a zúčtovanie platieb je plne automatizované a prenos údajov medzi NBS a účastníkmi medzibankového platobného systému SIPS sa uskutočňuje výhradne v elektronickej forme. Účastníkmi medzibankového platobného systému SIPS sú NBS, komerčné banky, pobočky zahraničných bánk, Eximbanka a dvaja

⁴ Záväzky ešte z doby federácie boli zúčtované v pomere 1 CZK = 1 SKK a záväzky vzniknuté po rozdelení štátu boli prepočítavané cez oficiálny kurz k mene ECU.

⁵ SIPS - Systém SIPS je platobný systém, ktorý Národná banka Slovenska úspešne prevádzkuje od 1.1.2003

nepriami účastníci (nebankové subjekty: Autorizačné centrum Slovenska, a.s. a Burza cenných papierov Bratislava, a.s.).

1.3 Pohľadávky a záväzky

V ďalšej časti práce bližšie rozoberieme pohľadávky a záväzky. Keďže naším cieľom sú peňažné toky a ich modelovanie medzi podnikateľskými subjektmi, zameriame sa práve na pohľadávky a záväzky, ich vznik a definovanie z rôznych hľadísk.

Definícia záväzkov

„Záväzkovým vzťahom podľa Občianskeho zákonníka je právny vzťah, z ktorého veriteľovi vzniká právo na plnenie (pohľadávka) od dlžníka a dlžníkovi vzniká povinnosť splniť záväzok⁶.

Na základe podpísania zmluvy, plyní zmluvnej strane povinnosť (záväzok), ktorý musí splniť do doby, ktorá je uvedená na zmluve. Splnením záväzku zmluva zaniká. Záväzok môže mať rôzne formy, čo závisí od druhu uzatvorenej zmluvy. Pri kúpnej zmluve sa dodávateľ zaväzuje dodať tovar (záväzok hmotný), odberateľ zas zaväzuje zaň zaplatiť (záväzok nehmotný - finančný) (Šíbl 2002).

Definícia pohľadávok

Pohľadávku môžeme definovať ako nárok právnickej alebo fyzickej osoby (veriteľa) na určité peňažné alebo vecné plnenie od inej právnickej alebo fyzickej osoby (dlžníka), najneskôr do stanoveného termínu za výkon alebo z iného právneho dôvodu, ktorý bol poskytnutý. Pohľadávka je to, čo je niekto niekomu povinný vrátiť - vyrovnať. Uvedená definícia zohľadňuje podstatu pohľadávok, avšak žiadny predpis definíciu pohľadávky neuvádza.

Pohľadávky vznikajú na základe občiansko-právnych alebo obchodno-právnych vzťahov. Pohľadávky predstavujú z ekonomického hľadiska poskytnutie obchodného úveru zákazníkovi (odberateľovi služby/tovaru) ako prejav dôvery a korektných obchodných vzťahov. Predávajúci nevyžiadaním promptnej platby pomáha financovať kupujúceho, lebo mu poskytuje obchodné plnenie bez okamžitej protihodnoty. Kvalitnú pohľadávku môžeme z hľadiska financovania brať ako relatívne ľahko likvidnú položku,

⁶ Podľa § 488 Občianskeho zákonníka č.40/1964 Zb. v znení neskorších predpisov.

ktorá tvorí finančný potenciál najmä na splácanie vlastných záväzkov. V podmienkach trhového hospodárstva je schopnosť poskytovania obchodného úveru často formou konkurenčného zápasu.

Z právneho hľadiska sa pohľadávky považujú za právo, ktoré vzniká jednému účastníkovi právneho vzťahu (veriteľovi) požadovať určité plnenie od druhého účastníka tohto vzťahu (dlžníka) a to z určitého právneho dôvodu. V odbornej terminológii sa používa pojem záväzok zo strany dlžníka a pojem pohľadávka zo strany veriteľa, pričom vzťahy medzi dlžníkom a veriteľom sú právne upravené v Občianskom zákonníku. Významná informácia pri pohľadávkach je ich premlčanie. Po uplynutí premlčacej lehoty dlžník môže dobrovoľne plniť svoj záväzok, ktorý ale nie právne vynútiteľný. Podľa Obchodného zákonníka je všeobecná premlčacia doba 4 roky, ak nie je zákonom stanovená iná lehota. Veriteľ sa má aktívne starať o svoje pohľadávky, pričom v praxi je jedným z nástrojov zamedzenia premlčania tzv. uznanie záväzku podľa § 323 Obchodného zákonníka. Pri Občianskom zákonníku je všeobecná premlčacia lehota tri roky.

Pohľadávka je teda od svojho vzniku až do svojho zániku predmetom zobrazenia v účtovníctve prípadne v mimo účtovnej (operatívnej) evidencii účtovnej jednotky. Je uvádzaná v súvahe, ktorá je súčasťou účtovnej závierky. Starostlivosť o pohľadávky treba brať ako každodennú starostlivosť o majetok podniku, ktorý má isté špecifiká.

1.4 Platobná neschopnosť

Podnik je platobne neschopný, ak má viac ako jeden záväzok alebo viac ako jedného veriteľa a nie je schopný tomuto veriteľovi splatiť svoju dlžnú čiastku a tento dlh sa nedá kryť ani pomocou majetku danej spoločnosti. Platobná neschopnosť alebo insolventnosť je veľmi častým javom slovenskej ekonomiky. Na Slovensku sa prejavuje od začiatku jej vzniku a podľa všeobecného názoru sa ešte dlho bude prejavovať.

Z pohľadu podnikateľských subjektov by bolo dobré, keby už v zárodku svojho podnikania začali rozmýšľať, ako by sa dalo tejto nepríjemnosti, ktorá často vzniká aj po dobrom dlhoročnom pôsobení na trhu, zo strany spoločnosti zabrániť. Je potrebné už od začiatku vytvárať dostatočné rezervy, aby bol podnik dostatočne pripravený a dokázal sa v nepriaznivých podmienkach hospodárstva danej krajiny brániť. Ako už bolo spomínané, tak insolventnosť (nelikvidnosť) je z veľkej miery hlavne príčinou samotného podnikateľa

a až potom iných vplyvov. V literatúra je platobná neschopnosť rozdelená do rôznych kategórií (Borovský 2001):

- **Ekonomické ťažkosti** – podnik nemá dostatočné výnosy na to, aby pokryl svoje náklady. Jedinou záchranou takýchto podnikov sú investori, ktorí sú ochotní poskytovať dodatočný kapitál a podnikatelia, teda vlastníci daného podniku vedia, že ich návratnosť aktív nebude veľká.
- **Obchodné ťažkosti** – nie každý podnik má len jednu podnikateľskú aktivitu. Ten, ktorý diverzifikuje svoje činnosti má väčšiu šancu vyhnúť sa platobnej neschopnosti v prípade nepriaznivej situácie. V prípade že jedna z aktivít neprináša podniku dostatočný zisk môže sa podnik preorientovať na druhú, alebo dočasne podporovať nevýnosnú aktivitu.
- **Technická insolventnosť** – podnikateľský subjekt nie je schopný do určitého času dodržať svoje práve prebiehajúce záväzky. Môže to znamenať, že podnik je dočasne menej likvidný, ale to sa dá v krátkom čase zmeniť. Podnik nie je teda až v takých veľkých problémoch, lebo dokáže zo svojej aktivity splatiť svoje záväzky. Aj tak je ale táto technická insolventnosť veľkým ekonomickým problémom a je takzvaným prvým krokom k stálej platobnej neschopnosti podniku.
- **Bankrotová insolventnosť** – je to učebnicový príklad, keď hodnota pasív prekročila hodnotu aktív. Bankrotová insolventnosť je oveľa závažnejšia ako technická insolventnosť, lebo nadmerné prekročenie pasív často vedie k úplnej likvidácii podnikania. Aj sám názov indikuje, že táto insolventnosť vedie k bankrotu daného podniku.
- **Právny bankrot** – pojem bankrot veľa ľudí pozná iba v spojení, keď firma nie je schopná plniť svoju podnikateľskú činnosť. Vo veľkej miere je to správne tvrdenie, ak podnik bol zaregistrovaný ako bankrotujúci podľa daných zákonov. V prípade, že podnik dlhšiu dobu vykazuje platobnú neschopnosť, je povinný podstúpiť proces o možnom bankrote. V tomto procese nejde hneď o automatickú formu bankrotu alebo likvidácie daného podniku. V tomto prípade poznáme dva spôsoby vyrovnania, ktorými sú dobrovoľný a nedobrovoľný bankrot. Dobrovoľný predstavuje dobrovoľné vyrovnanie alebo reštrukturalizáciu a naopak nedobrovoľný musí prebiehať pod dohľadom súdu. Častejšie sa však používa dobrovoľný bankrot, pretože je jasné, že náklady na súd a na konkurz sú zbytočne ďalšími veľkými výdavkami. Uvedomuje si to prevažne veľká časť veriteľov. Tieto náklady tvoria 30 percent z celkového výnosu z likvidácie. Po nefinančnej stránke

je to tiež krok späť pre danú spoločnosť, lebo stratí množstvo obchodných partnerov.

- **Prvotná platobná neschopnosť** – ide o neschopnosť podniku, keď sú záväzky vyššie ako pohľadávky.
- **Druhotná platobná neschopnosť** – suma pohľadávok prevyšuje sumu záväzkov. To znamená, že nemôžeme splácať svoje záväzky, lebo máme množstvo nesplatených pohľadávok.

Metódy riešenia platobnej neschopnosti

Metódy riešenia platobnej neschopnosti môžeme rozdeliť podľa ich určenia do dvoch skupín (Melicheríková 2009):

- a) metódy, ktoré majú zabrániť vzniku platobnej neschopnosti
- b) metódy na odstránenie alebo zníženie platobnej neschopnosti

Metódy, ktoré majú zabrániť platobnej neschopnosti, smerujú k tomu, aby budúce pohľadávky buď vôbec nevznikli, alebo boli veľmi ľahko vyrovnateľné. Tieto metódy by mali byť využívané prioritne v tých prípadoch, keď je riziko ťažkej vymáhateľnosti pohľadávky. Medzi tieto metódy patrí správna obchodná stratégia a štandardné finančné nástroje, napr.:

- výber obchodného partnera,
- platby v hotovosti alebo zálohové platby,
- poistenie pohľadávok,
- faktoring,
- forfaiting,
- zmenka.

Metódy na zníženie alebo odstránenie platobnej neschopnosti smerujú k tomu, aby už vzniknutá pohľadávka bola uhradená. V tomto prípade sa využívajú tieto nástroje:

- súdna cesta vymáhania pohľadávok: V našom právnom systéme predstavujú veľmi zdĺhavú a neefektívnu cestu, ktorá viac nahráva dlžníkom ako veriteľom. Platobný rozkaz je síce vydaný v priebehu niekoľkých dní od podania, ale v prípade aj bezdôvodného odvolania sa zo strany dlžníka, alebo spochybnenie pohľadávky, znamená niekoľkoročný spor.

- predaj pohľadávky: V tomto prípade veriteľ nepotrebuje dlžníkov súhlas na postúpenie pohľadávky tretej osobe, je mu to však povinný oznámiť. Postúpenie je upravené písomnou zmluvou a zvyčajne za odmenu. Cena postúpenia je však zvyčajne podstatne nižšia ako výška pohľadávky. Výhodou je však rýchla úhrada.
- individuálne vzájomné zápočty pohľadávok a záväzkov: Táto metóda je založená na vyhľadávaní pohľadávok dlžníka s možnosťou vykonať vzájomný zápočet záväzkov a pohľadávok medzi tromi a viac subjektmi. Túto činnosť je možné robiť samostatne alebo využiť ponuky niektorej špecializovanej spoločnosti. Tento proces môže byť veľmi náročný z dôvodu citlivých údajov a obchodného tajomstva, takže často sa pohybuje na hrane zákona.
- účasť v plošných systémoch zápočtu pohľadávok a záväzkov: V princípe ide o rovnakú metódu ako pri individuálnych zápočtoch. Rozdiel je v tom že zapojenie firiem je masové a informácie o svojich záväzkoch a pohľadávkach poskytujú dobrovoľne s cieľom vykonať zápočet. Táto činnosť však musí byť organizovaná prevádzkovateľom takéhoto systému.

1.5 Zápočty pohľadávok a záväzkov

Riešením pre podnikateľské subjekty, ktoré sa z dôvodu vysokých pohľadávok dostávajú do platobnej neschopnosti, môže byť zápočet pohľadávok a záväzkov, čiže akt, keď sa vzájomným zápočtom znížia pohľadávky a záväzky.

Vzájomný zápočet je ekonomický nástroj, ktorý je zakotvený v príslušných zákonoch ovplyvňujúcich podnikateľské prostredie (Občiansky zákonník, Obchodný zákonník a v určitej miere aj v zákone o účtovníctve). Tento vzájomný zápočet je prvotne chápaný tak, že dva subjekty, ktoré majú vzájomne medzi sebou pohľadávky aj záväzky, si ich môžu znížiť o rovnakú sumu. Akt vzájomného zápočtu môžu riešiť dvoma spôsobmi a je právne nespochybniteľný. Inštitút vzájomného zápočtu medzi dvoma prepojenými subjektmi je bežne využívaný. Reálne však podiel vzájomných záväzkov tvorí len zanedbateľnú časť celkových dlhov medzi ekonomickými subjektmi.

Tak ako sa každý produkt vyvíja a prechádza postupne od prvovýrobcov, cez ďalších spracovateľov, sprostredkovateľov, obchodníkov až ku konečnému spotrebiteľovi, prúd záväzkov sa vyvíja presne opačným smerom. Spracovateľský reťazec, ale nie je len

jednosmerný, nachádzajú sa v ňom aj subjekty, ktoré nakupujú a predávajú svoje produkty a služby subjektom umiestneným na vyššej, resp. nižšej úrovni v reťazci. Vznikajú teda aj záväzky v opačnom smere a tým sa vytvárajú reťazce dlžníckych vzťahov, ktoré sa uzatvárajú do dlžníckych cyklov. V takýchto uzavretých cykloch je potom možné uskutočniť vzájomný zápočet medzi viacerými subjektmi naraz.

Vzájomné zápočty medzi viacerými prepojenými subjektmi chápeme tak, že po vykonaní zápočtu sa celková bilancia medzi pohľadávkami a záväzkami jednotlivých subjektov nezmení. Pre úspešné vykonanie takéhoto zápočtu, ale musíme vyriešiť niekoľko základných problémov:

- ochota jednotlivých subjektov zapojiť sa do systému vzájomných zápočtov,
- hľadanie dlžníckych cyklov,
- legislatívne obmedzenia z hľadiska platných zákonov.

Ochota ekonomických subjektov zapojiť sa do systému vzájomných zápočtov

Ekonomické subjekty by mali sami prejaviť vôľu zapojiť sa do systému vzájomných zápočtov, kladné ekonomické dopady na ich likviditu sú zrejmé. Motivácia k takémuto riešeniu je preto veľmi dôležitá, pokiaľ však subjekt nie je motivovaný snahou vylepšiť svoje ekonomické postavenie znížením záväzkov a pohľadávok, je možné ho dodatočne motivovať zo strany štátu prípadne profesnej organizácie.

Hľadanie dlžníckych cyklov

V Slovenskej republike pôsobí niekoľko spoločností, ktoré sa zaoberajú vykonávaním vzájomných zápočtov, prípadne odkupovaním a vymáhaním pohľadávok. Často ale táto činnosť je len vedľajší produkt inej činnosti. Vyhľadávanie dlžníckych cyklov je preto nesystematické a viacmenej náhodné. Pre efektívne vykonávanie vzájomných zápočtov je preto potrebné vychádzať z matematickej definície vzájomných zápočtov a používať zodpovedajúce metódy založené na matematických modeloch.

Legislatívne obmedzenia z hľadiska platných zákonov

S prihliadnutím na aktuálne platnú legislatívu v Slovenskej republike je započítanie pohľadávok (kompenzácia) jeden zo spôsobov zániku záväzkov dvoch subjektov, ktoré majú navzájom postavenie veriteľa a dlžníka. Vzájomné postavenie veriteľa a dlžníka dvoch zmluvných strán znamená, že subjekt, ktorý si uplatňuje pohľadávku voči svojmu dlžníkovi, a teda má voči nemu postavenie veriteľa, v tom istom čase eviduje voči tomu

istému subjektu dlh, a teda súčasne má postavenie dlžníka. Uplatnením tohto inštitútu sa zmluvné strany môžu vyhnúť zbytočnému plneniu vzájomných dlhov, stačí ak jeden z nich urobí voči tomu druhému započítací prejav vôle.

Všeobecná právna úprava započítania pohľadávok je obsiahnutá v Občianskom zákonníku v ustanoveniach §580 a §581. Ustanovenia o započítaní pohľadávok obsiahnuté v Obchodnom zákonníku (ustanovenia §358 až §364) dopĺňajú túto základnú právnu úpravu s prihliadnutím na aplikáciu výhradne na obchodno-právne vzťahy.

Započítanie teda znamená **zánik vzájomných** pohľadávok, ktorý nastáva okamihom, v ktorom sa stretli pohľadávky spôsobilé na započítanie a to za splnenia zákonných podmienok, ktorými sú: **a/ vzájomnosť (reciprocita) pohľadávok**, keď dva subjekty sú si navzájom súčasne veriteľom i dlžníkom, **b/ skutočnosť, že plnenie rovnakého druhu** (najčastejšie ide o započítanie pohľadávok peňažného druhu), **c/ spôsobilosť pohľadávky na započítanie**, t.j. že započítanie nie je vylúčené ani zákonom, ani právnym predpisom, ani dohodou účastníkov a napokon **d/ existencia prejavu smerujúceho k započítaniu** ako jednostranného právneho úkonu, z obsahu ktorého musí byť zrejmé, ktorá pohľadávka sa uplatňuje na započítanie, v akej je výške a proti ktorej pohľadávke veriteľa smeruje. Tento prejav nemožno urobiť skôr, než sa pohľadávky stretnú.

Ak niektorý z vyššie uvedených predpokladov chýba alebo ak prejav smerujúci k započítaniu bol urobený skôr, než sa vzájomné pohľadávky stretli, účinky započítania nenastanú.

Započítanie pohľadávok sa môže uskutočniť dvoma spôsobmi:

1. jednostranným právnym úkonom (t.j. písomný prejav vôle adresovaný druhému účastníkovi, v ktorom si účastník uplatní právo na započítanie vzájomných pohľadávok),
2. dohodou zmluvných strán (t.j. súhlasný prejav vôle oboch účastníkov o započítaní vzájomných pohľadávok).

Z uvedeného vyplýva, že v súčasnosti je vzájomné započítanie pohľadávok a záväzkov značne legislatívne obmedzené. Z hľadiska zamerania našej práce to bude predstavovať komplikáciu, pretože budeme musieť pri výbere vhodného modelu vždy abstrahovať od aktuálne platnej legislatívy. Pri navrhnutí modelu sa budeme snažiť prispôsobiť model tak, aby čo najviac vyhovoval aktuálne platnej legislatíve. Jedným

z čiastkových cieľov práce bude taktiež návrh takej legislatívnej zmeny, ktorá by mohla spôsob započítavania uľahčiť, prípade sprístupniť aj iným dlžníckym štruktúram. V tomto smere je dôležité povedať, že Slovensko v obmedzení sa na zápočet iba vzájomných pohľadávok nie je ničím výnimočné a aj v okolitých štátoch je legislatívne vymedzenie tohto problému veľmi podobné a obmedzené iba na vzájomné pohľadávky dvoch prepojených subjektov.

V práve Európskej únie je započítanie pohľadávok upravené v článkoch III.- 6:101 až III.- 6:108. V článku 6:101⁷ definuje pojem započítanie („set-off“) ako proces, ktorým môže osoba využiť práva k plneniu, ktoré „drží“ proti inej osobe k uspokojeniu celého alebo len časti záväzku dlžného tejto osobe. Komentár k spomenutému článku inštitút započítania zjednodušene popisuje prirovnaním. Keď osoba A dlhuje osobe B určitú čiastku a zároveň osoba B dlhuje rovnakú čiastku osobe A, a ak sú oba dlhy splatné, je možné tieto dlhy navzájom „zrušiť“.⁸ Podľa návrhu referenčného rámca musia byť, k využitiu započítania, splnené nasledujúce požiadavky, uvedené v čl. III.-6:102 DFCR :

- vzájomnosť (pohľadávky smerujúce proti sebe),
- plnenie rovnakého druhu,
- kompenzačný úkon,
- splatnosť pohľadávok,
- pravosť (v návrhu ako „unascertained“ neurčité pohľadávky nemožno započítať).

Podľa článku (III.-6:103) DFCR stanovuje, že dlžník nemôže započítať neurčitú pohľadávku, vyjadrenú ako „*unascertained*“ – teda ako nešpecifikovateľnú, neistú, čo ale môžeme brať ako synonymum neurčitej pohľadávky, ibaže by neohrozil záujmy veriteľa.⁹ Podľa druhého odstavca spomenutého článku sa prezumpuje, že pri vzájomných pohľadávkach, vzniknutých z rovnakého právneho vzťahu sa započítanie *nedotkne* práv druhej strany.

⁷ originálne znenie - III.-6:101: „*Set-off*” is the process by which a person may use a right to performance held against another person to extinguish in whole or in part an obligation owed to that person.“

⁸ http://ec.europa.eu/justice/contract/files/european-private-law_en.pdf s. 1135

⁹ originálne znenie - III.- 6:103 odst. 1 : „A debtor may not set off a right which is unascertained as to its existence or value unless the set-off will not prejudice the interests of the creditor“.

1.6 Prehľad histórie a súčasného stavu riešenej problematiky

Teória grafov ako samostatná matematická disciplína vznikla pomerne neskoro – v prvej polovici 20. storočia. Niektoré jej prvky používané v súčasnosti sa však už sporadicky objavovali aj dávno predtým. Za prvú prácu teórie grafov sa považuje práca o probléme siedmich mostov mesta Kaliningrad, ktorú v roku 1736 vyriešil matematik Leonhard Euler. Od toho istého autora pochádza aj Eulerova polyedrická formula, ktorá hovorí o vzťahu počtu stien, vrcholov a hrán konvexného telesa. V roku 1847 Kirchhoff navrhol riešenie zložitého elektrického obvodu s využitím jeho podschémy, ktorú v dnešnej terminológii teórie grafov nazývame kostrou grafu. Ďalším autorom bol matematik R. W. Hamilton, ktorý sa venoval problémom cestovania po vrcholech a hranách pravidelného dvanásťstenu. Formuloval úlohu nájdenia okružnej cesty, ktorá každý vrchol obsahuje práve raz. Táto úloha sa stala predchodcom známeho problému obchodného cestujúceho.

Za definitívny vznik modernej teórie grafov sa považuje rok 1936, kedy maďarský matematik D. König publikoval prvú monografiu z teórie grafov. V posledný desaťročiach sa aplikácia teórie grafov značne rozširuje a to hlavne kvôli výraznému rozvoju výpočtovej techniky. Bez nej nemal algoritmus veľký význam, úlohu malého rozmeru bolo možné vyriešiť preskúmaním každej možnosti, pri úlohách veľkého rozmeru by si však výpočet vyžadoval neúmerne množstvo času a výpočtov, preto sa takéto úlohy riešili intuitívne. Dnes je algoritmus teórie grafov návodom, podľa ktorého možno napísať program pre riešenie daného problému.

Teória grafov je dnes veľmi dobrým nástrojom na tvorbu matematických modelov pre najrôznejšie problémy. Modelovanie peňažných tokov je toho príkladom.

Prvé práce na tému vzájomných zápočtov pohľadávok a záväzkov v rozsiahlych dlžných systémoch vznikli v Českej republike a na Slovensku približne v rokoch 1993 a 1994. Na Slovensku možno pozorovať viaceré pokusy vybudovať teóriu vzájomnej kompenzácie dlhov. Nezávisle na sebe Terek a Fecenko (1993), Hozlár (1993) a Gazda a Munka (1996) prezentovali problém vzájomnej zadlženosti podnikov ako problém teórie grafov, resp. problém toku v sieti. Fecenko (1994) navrhol formuláciu tohto problému ako úlohu o maximálnej cirkulácii v orientovanom grafe. Navrhol vhodnú metódu minimalizácie vzájomných dlhov a prezentoval vplyv dotácie firmám zahrnutým do procesu kompenzácie na samotný zápočet. Gazda (2000) navrhol alternatívnu metódu vzájomnej kompenzácie dlhov s použitím dotácií a uviedol analýzu možnosti vzájomnej

kompenzácie dlhov s možnosťou zmeny dlžníckej štruktúry. Gazda a Palúch (2004) preformulovali problém maximálnej cirkulácie na problém toku zo zdroja do ústia siete a vyriešili problém riadeného bankrotu firmy s ohľadom na minimalizáciu vzájomného zadĺženia firiem v sieti. Problém vzájomného zápočtu organizovaného ministerstvom financií riešil Gazda (2001).

V Českej republike vznikli prvé práce na tému vzájomných zápočtov pohľadávok a záväzkov na Katedre ekonomiky a riadenia strojárenskej výroby Fakulty strojnej Vysokého učení technického v Brne, konkrétne Koch (1994), Rais (1993 a 1995), tieto práce vyústili do praktického vykonávania vzájomných zápočtov v rokoch 1991 až 1995. Neskôr sa problematikou zaoberal aj Ondrák (2002), ktorý vo svojej práci vytvoril a otestoval heuristiky pre vyhľadávanie cyklov a vyhľadávanie dlžníckych reťazcov v sieťovom grafe a ponúkol metodiku pre fungovanie inštitúcie, ktorá by sa zaoberala zápočtom pohľadávok a záväzkov a tým by zabráňovala druhotnej platobnej neschopnosti.

2 Cieľ práce

V nasledujúcej časti dizertačnej práce sa budeme venovať jej cieľom. Pri ich formulovaní sme vychádzali zo súčasného stavu započítavania vzájomných pohľadávok a záväzkov s cieľom zlepšenia tohto systému ako celku. V praxi sa totiž častokrát aktuálne platný stav javí ako nedostatočný a málo využívaný. Preto sa pokúsime naše ciele nastaviť tak, aby systém vzájomných zápočtov bol jednoduchý, účinný a ľahko použiteľný v praxi. Jeho aktívnym využívaním by bolo možné vyhnúť sa situáciám, ako sú konkurzy a reštrukturalizácie veľkých firiem, ktoré sa v poslednom období udiali na Slovensku a viedli k celospoločenskej diskusii a k zmene legislatívy v tejto oblasti.

Hlavným cieľom práce je návrh komplexného systému vzájomných zápočtov tak, aby bolo možné za pomoci bežnej výpočtovej techniky vykonávať v reálnom čase zápočty pohľadávok a záväzkov medzi veľkou skupinou dlžníkov, pričom tento systém bude právne akceptovateľný a pre zapojené subjekty ekonomicky výhodný.

Na to, aby sme boli schopní splniť hlavný cieľ dizertačnej práce, definovali sme tieto čiastkové ciele:

- vymedziť a definovať teoretické pojmy a základný pojmový aparát, popísať historický vývoj dlhových štruktúr a vzájomného zápočtu pohľadávok a záväzkov a prezentovať aktuálny legislatívny rámec v tejto oblasti,
- správny model pri zápočte pohľadávok a záväzkov, pri splnení tohto cieľa sa zameriame hlavne na analýzu dostupných modelov, ktoré riešia vzájomné zápočty, výber vhodného modelu pre naše potreby a jeho prípadnú úpravu tak, aby spĺňal konkrétne požiadavky,
- navrhnuť metodiku uskutočňovania zápočtov tak, aby bola legislatívne akceptovateľná, tento cieľ bude zameraný na možnú realizáciu zápočtov v podmienkach Slovenskej republiky. Pokúsime sa navrhnuť právny rámec konkrétnych činností, ktorý by bol akceptovateľný pre náš právny systém. Bude potrebné navrhnuť postupy, ktoré budú v súlade s Obchodným zákonníkom, Občianskym zákonníkom, so zákonom o účtovníctve a zákonom o dani z príjmu prípadne s ďalšími prepojenými zákonmi a vyhláškami,
- zdôvodniť motiváciu k zapojeniu sa do systému zápočtov. Z hľadiska komplexnosti práce je dôležité poukázať aj na to, čo je základom pre dobré praktické fungovanie

zápočtov v praxi. Hlavným predpokladom vysokej efektivity vzájomných zápočtov je skutočnosť, že sa do tohto systému zapojí čo najviac subjektov v rámci dlžného systému (obvykle územne členeného – štát, zoskupenie štátov a pod.). Zapojenie sa do tohto systému prináša účastníkom aj určité zaťaženie. Vstup do systému vyžaduje právne úkony, poplatky s tým spojené, poplatky za uskutočnenie zápočtov, prípravu vstupných dát, časovú náročnosť pri poskytovaní informácií pre prevádzkovateľa systému ohľadom svojich pohľadávok a záväzkov atď.. Je preto nutné vytvoriť taký systém, aby benefity z neho plynúce značným spôsobom prevyšovali uvedené zápory.

- prezentovať možnosť ďalších aplikácií využitia vzájomného započítavania pohľadávok a záväzkov na iných typoch „dlžníckych“ štruktúr, ako napríklad započítanie vzájomných výkonov v rámci výučby študentov na univerzite. Pri takomto zápočte budeme pracovať s výkonovou (hodnotovou) jednotkou „študentohodina“ čím nahradíme využitie peňažných jednotiek.

V dizertačnej práci sa budeme zaoberať tromi metódami zápočtu vzájomných pohľadávok a záväzkov. Prvá metóda, tzv. „intuitívna“, bude využívaná v situáciách kedy dlžnícka štruktúra nebude príliš početná. Pri rozsiahlejších systémoch a dlžníckych štruktúrach sa použitím vhodného modelu, budeme snažiť vyhľadávať cykly a tie následne eliminovať. Pomocou tejto eliminácie cyklov budeme znižovať celkové zadĺženie, po vyčerpaní možnosti započítavať vzájomné dlhy pomocou cyklov sa budeme snažiť použiť aplikovať model povoliujúci zmenu východiskovej dlžníckej štruktúry. Týmto spôsobom sa budeme snažiť eliminovať celkové zadĺženie na minimum.

3 Metodika práce a metódy skúmania

3.1 Metodika práce

V nasledujúcej časti práce opíšeme dostupné metódy a modely zaoberajúce sa danou problematikou. Prezентujeme matematickú definíciu vzájomných zápočtov a možnosti modelovania problému pomocou sieťového grafu. Zameriame sa na modely ktoré publikoval Gazda (2004). Gazda pri svojich modeloch vychádza z modelov, ktoré publikoval Fecenko (1994).

3.1.1 Matematická definícia vzájomných zápočtov

V tejto časti práce rozoberieme teoretický základ, vychádzajúci z Palúch (2008), vzájomných zápočtov pohľadávok a záväzkov. Definujme si základné termíny, ktoré budeme používať:

Dlžnícky subjekt – ekonomický subjekt, ktorý má voči iným ekonomickým subjektom záväzky a/alebo pohľadávky.

Dlžnícky vzťah – vzťah medzi dvoma dlžníckymi subjektmi, kedy jeden dlžnícky subjekt (dlžník) dlží druhému dlžníckemu subjektu (veriteľ). Pre dlžníka je dlžnícky vzťah záväzkom, pre veriteľa pohľadávkou. Dlžnícky vzťah môže byť tvorený niekoľkými záväzkami alebo pohľadávkami, ktoré mohli vzniknúť nezávisle od seba pri rôznych transakciách.

Dlžnícky systém – uzavretá množina dlžníckych subjektov a všetkých dlžníckych vzťahov medzi nimi.

Grafom nazveme usporiadanú dvojicu $G = (V, H)$, kde V je neprázdna konečná množina a H je množina neusporiadaných dvojíc typu $\{i, j\}$ takých, že $i \in V, j \in V$ a $i \neq j$, t. j.

$$H \subseteq \{\{i, j\} \mid i \neq j, i, j \in V\} \subset V \circ V \quad (3.1)$$

Prvky množiny V nazývame **vrcholmi** a prvky množiny H **hranami** grafu G .

Digrafom nazveme usporiadanú dvojicu $\vec{G} = (V, H)$, kde V je neprázdna konečná množina a H je množina usporiadaných dvojíc typu (i, j) takých, že $i \in V, j \in V$ a $i \neq j$, t. j.

$$H \subseteq \{(i, j) \mid i \neq j, i, j \in V\} \subset V \times V \quad (3.2)$$

Prvky množiny V nazývame vrcholmi a prvky množiny H orientovanými hranami digrafu $\vec{G}$.

Majme graf $G = (V, H)$, resp. digraf $\vec{G} = (V, H)$. Množina V sa volá vrcholová množina grafu G , resp. digrafu $\vec{G}$, množina H sa volá hranová množina grafu G , resp. digrafu $\vec{G}$.

Graf, resp. digraf $G = (V, H)$ nazveme **hranovo ohodnoteným**, ak každej hrane, resp. orientovanej hrane $h \in H$ je priradené reálne číslo $c(h)$ nazývané cena hrany h alebo tiež ohodnotenie hrany h . Za hranovo ohodnotený graf budeme teda pokladať usporiadanú trojicu $G = (V, H, c)$, kde V je množina vrcholov, H množina hrán a $c : H \rightarrow R$ je reálna funkcia definovaná na množine H .

Nech $G = (V, H)$ je graf alebo digraf, $i \in V$. **Okolím** vrchola i nazveme graf, resp. digraf $O(i) = (V(i) \cup \{i\}, H(i))$, t. j. ktorého vrcholová množina pozostáva z vrchola i a všetkých s ním susedných vrcholov a ktorého hranová množina je množinou všetkých hrán incidentných s vrcholom i .

Nech $\vec{G} = (V, H)$ je digraf, $i \in V$. Výstupnou hviezdou vrchola i nazveme digraf $F(i) = (V^+(i) \cup \{i\}, H^+(i))$, ktorého vrcholová množina pozostáva z vrchola i a koncových vrcholov všetkých hrán vychádzajúcich z vrchola i a hranová množina je množinou všetkých hrán vychádzajúcich z vrchola i . Vstupnou hviezdou vrchola i nazveme digraf $B(i) = (V^-(i) \cup \{i\}, H^-(i))$, ktorého vrcholová množina pozostáva z vrchola i a začiatkových vrcholov všetkých hrán vchádzajúcich do vrchola i a ktorého hranová množina je množinou všetkých hrán vchádzajúcich do vrchola i .

Cyklus (orientovaný cyklus, polocyklus) je uzavretý ťah (orientovaný ťah, polotáh), v ktorom sa okrem prvého a posledného vrchola žiaden vrchol nevyskytuje viac než raz.

Nech $G = (V, H)$ je graf. **Sled** v grafe G je ľubovoľná alternujúca (striedavá) postupnosť vrcholov a hrán.

Cesta v grafe G je taký sled v grafe G , v ktorom sa žiaden vrchol neopakuje.

Sieťou nazveme neorientovane súvislý hranovo ohodnotený digraf $\vec{G} = (V, H, c)$, v ktorom ohodnotenie $c(h) > 0$ každej hrany $h \in H$ je celočíselné a predstavuje priepustnosť hrany h , a v ktorom existuje práve jeden vrchol z taký, že $\text{iddeg}(z) = 0$ a práve jeden vrchol taký u , že $\text{odeg}(u) = 0$. Vrchol z nazveme zdroj, a vrchol u nazveme ústie.

Lineárne usporiadanie je také usporiadanie $\preceq$ na V , že pre každú dvojicu prvkov $i, j \in V$ je $i \preceq j$ alebo $j \preceq i$. Dvojicu $(V, \preceq)$, kde P je lineárne usporiadanie na V , voláme lineárne usporiadaná množina alebo **reťazec**.

Predpokladajme dlžnícky systém, ktorý tvorí množinu V s n dlžníckymi subjektmi, ktoré majú vzájomne medzi sebou m nenulových dlžníckych vzťahov. Výšku dlžníckeho vzťahu v peňažných jednotkách (záväzkov i -teho subjektu voči j -temu subjektu) označíme $c_{ij}; (i, j \in V; i \neq j)$

Úlohou je znížiť objem dlžníckych vzťahov, hodnotu zníženia dlžníckeho vzťahu $c_{ij}; (i, j \in V; i \neq j)$ označíme z_{ij} . Pretože dlžnícke vzťahy je možné znižovať len do nulovej hodnoty (maximálne do ich výšky), musí pre všetky $z_{ij}; (i, j \in V; i \neq j)$ platiť:

$$z_{ij} \leq c_{ij} \quad (3.3)$$

Pre hodnotu neznížených (nezapočítaných) dlžníckych vzťahov y_{ij} platí:

$$\text{ak } c_{ij} > c_{ji}, \text{ potom } z_{ij} = c_{ji} \text{ a } y_{ij} = c_{ij} - c_{ji}, \text{ resp. } y_{ij} = c_{ij} - z_{ij}; \quad (3.4)$$

$$\text{ak } c_{ij} < c_{ji}, \text{ potom } z_{ij} = c_{ij} \text{ a } y_{ij} \text{ neexistuje } y_{ij} \quad (3.5)$$

$$\text{ak } c_{ij} = c_{ji}, \text{ potom } z_{ij} = c_{ij}, \text{ resp. } z_{ij} = c_{ji} \text{ a } y_{ij} = 0 \quad (3.6)$$

Z dôvodu zachovania vyrovnanej bilancie pohľadávok a záväzkov každého dlžníckeho subjektu musí platiť pre i -tý subjekt podmienka:

$$\sum_{\substack{j \in V \\ (i \neq j)}} z_{ij} = \sum_{\substack{j \in V \\ (i \neq j)}} z_{ji} \quad (3.7)$$

Inými slovami musí platiť vzťah, že suma zníženia pohľadávok sa rovná sume zníženia záväzkov.

Pre celý systém dostaneme sústavu n rovníc a m nerovností, kde n je počet dlžníckych subjektov a m je počet nenulových dlžníckych vzťahov systému.

Cieľom problému je pre každý nenulový dlžnícky vzťah c_{ij} nájsť zníženie, tak aby suma zníženia z_{ij} ($i, j \in V; i \neq j$) všetkých dlžníckych vzťahov bola maximálna:

$$\sum z_{ij} \rightarrow \max.$$

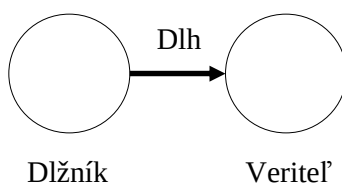
Jedná sa teda o klasický prípad úlohy lineárneho programovania zadaný sústavou $n+m$ obmedzujúcich vzťahov s cieľom maximalizovať hodnotu započítania.

3.1.2 Modelovanie problému pomocou sieťového grafu

Matematickým modelom dlžnickeho systému je cyklický sieťový graf. Pomocou sieťového grafu môžeme zobrazit vzťahy medzi veriteľmi a dlžníkmi, tieto subjekty v grafe predstavujú jednotlivé uzly, hrany v grafe reprezentujú dlžné vzťahy a ohodnotenie hrán predstavuje výšku dlhu medzi dvoma subjektmi (veriteľ a dlžník)

Hrany v grafe sú orientované (orientácia je zobrazená smerovaním šípky) smerom od dlžníka k veriteľovi. Hrany, ktoré vstupujú do uzla, predstavujú pre daný uzol (subjekt) pohľadávky a hrany, ktorý z uzla vystupujú, predstavujú pre daný uzol záväzok, ich ohodnotenie predstavuje výšku dlhu.

Obr. 3.1: Zobrazenie dlžného vzťahu v grafe



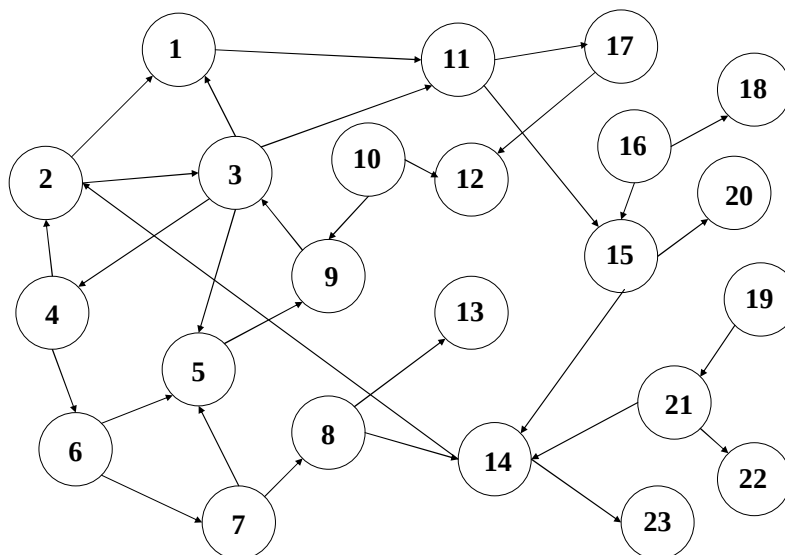
Zdroj: Vlastné spracovanie

Sieťový graf zobrazujúci dlžnicke vzťahy bude obsahovať 3 druhy uzlov:

- Počiatočné uzly: sú to uzly z ktorých hrany iba vychádzajú, takéto uzly predstavujú také subjekty (dlžníkov), ktorí majú iba záväzky.
- Vnútorne uzly: sú to uzly z ktorých hrany vstupujú a zároveň vystupujú, čiže reprezentujú subjekty, ktoré majú aj záväzky aj pohľadávky.

- Koncové uzly: sú také uzly v grafe do ktorých hrany iba vstupujú, tieto uzly predstavujú tie subjekty (veriteľov), ktoré majú iba pohľadávky.

Obr. 3.2: Zobrazenie dlhovej štruktúry – sieťový graf



Zdroj: Vlastné spracovanie

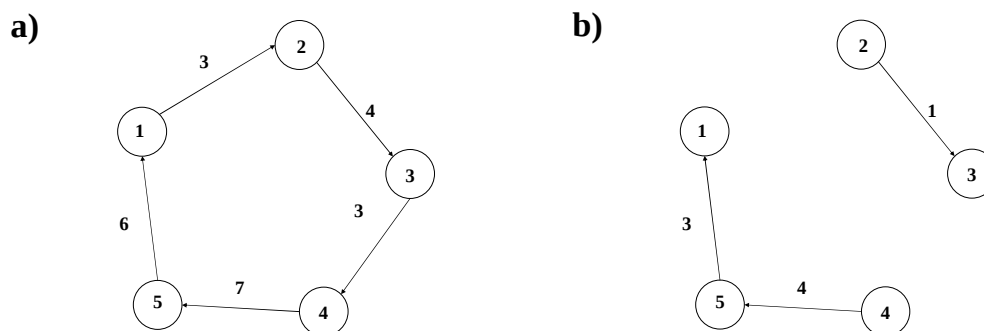
3.1.3 Princíp riešenia zápočtu pohľadávok a záväzkov v sieťovom grafe

V nasledujúcej časti sa budeme zaoberať znižovaním vzájomnej zadĺženosti pomocou sieťového grafu. Riešenie platobnej neschopnosti môžeme rozdeliť na dva okruhy s postupnou následnosťou

Znižovanie dlhov v uzavretom cykle

Riešenie tohto problému spočíva v nájdení uzavretých cyklov v sieťovom grafe, pričom v každom takomto nájdenom cykle je možné previesť zníženie dlhov medzi prepojenými subjektmi o rovnakú hodnotu (maximálna hodnota zníženia je daná najnižším ohodnotením hrany (výškou dlhu) v cykle). Každému uzlu sa teda zníži o rovnakú hodnotu záväzok aj pohľadávka.

Obr. 3.3: Dlžnícka štruktúra v uzavretom cykle pred a) a po kompenzácií b).



Zdroj: Vlastné spracovanie

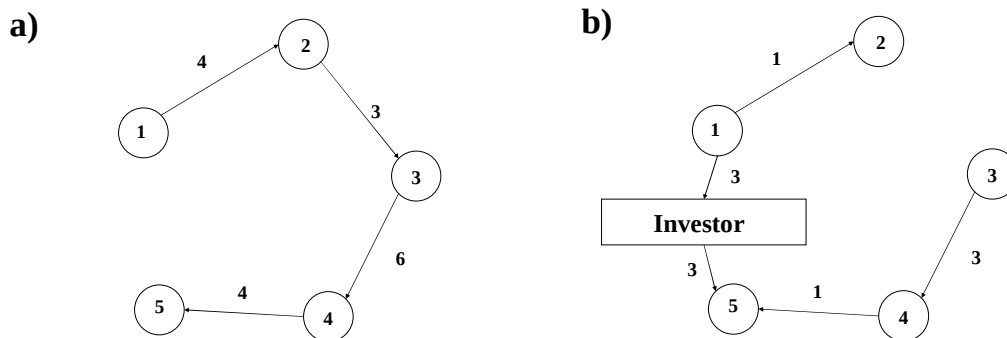
Najväčším problémom vyhľadáváním takýchto cyklov je to, že pri znížení hodnôt (hrán) sa môžu narušiť ďalšie a výhodnejšie cykly. Dôvodom tohto narušenia je že minimálne jedna hrana v cykle nadobudne nulovú hodnotu, čo znamená že z daného grafu zmizne.

Výhodnosť cyklu je daná jeho dĺžkou, teda tým cez koľko uzlov prechádza (koľko subjektov je prepojených a bude u nich znížená aj pohľadávka aj záväzok). V grafe, ktorý obsahuje mnoho subjektov je veľké množstvo takýchto uzavretých cyklov, ktoré sa vzájomne prelínajú a často vedú po rovnakých hranách.

Znižovanie platobnej neschopnosti v otvorených reťazcoch

Pretože v tomto prípade sa nejedná o cyklus, nie je možné túto úlohu vyriešiť bez investície (úveru) z externého prostredia. Jedná sa o nájdenie súvislého dlžného reťazca v grafe. Po jeho nájdení bude prvému subjektu v reťazci poskytnutá finančná podpora (úver) na úhradu jeho záväzkov, teda jeho dlh voči ďalšiemu členovi reťazca sa zníži o výšku poskytnutej pomoci, zároveň mu však vznikne záväzok voči investorovi, ktorý mu poskytol finančnú pomoc (hodnota záväzkov prvého subjektu ostane nezmenená). Posledný člen reťazca príjme úhradu od investora a o rovnakú čiastku sa mu zníži aj jeho pohľadávka voči predchádzajúcemu členovi reťazca. Subjekty nachádzajúce sa vo vnútri reťazca si znížia svoje záväzky aj pohľadávky o rovnakú sumu rovnajúcu sa sume poskytnutého úveru a zároveň rovnej ohodnoteniu najmenšej hrany v reťazci.

Obr. 3.4: Dlžnícka štruktúra v otvorenom reťazci pred a) a po kompenzácií b).



Zdroj: Vlastné spracovanie

Tak isto ako pri započítavaní pohľadávok a záväzkov v rámci cyklu aj pri reťazcoch platí, že znížením hodnôt hrán (dlhov) sa môžu narušiť iné vhodnejšie reťazce (pri znížení dlhov totiž minimálne jedna hrana nadobudne nulovú hodnotu a je odstránená z grafu).

Výhodnosť reťazca je daná jeho dĺžkou, teda tým cez koľko uzlov prechádza (koľko subjektov je prepojených a bude u nich znížená aj pohľadávka aj záväzok). V grafe, ktorý obsahuje mnoho subjektov je veľké množstvo takýchto otvorených reťazcov, ktoré sa vzájomne prelínajú a často vedú po rovnakých hranách.

Naším cieľom bude nájsť taký model, ktorý bude pri znižovaní dlžníckych vzťahov vychádzať z kritéria čo najmenšej sumy zbytkových hrán tak, aby suma zníženého zadĺženia bola čo najvyššia (budeme klásť dôraz na efektívnosť celého procesu).

Úspešnosť celkových zápočtov pohľadávok a záväzkov môžeme zvýšiť tým že využijeme kombináciu oboch uvedených postupov.

3.1.4 Softvérové aplikácie pre vykonávanie vzájomných zápočtov

Problému vzájomných zápočtov sa okrem iného venuje pozornosť aj v oblasti vývoja mobilných a počítačových aplikácií. V súčasnosti je na trhu k dispozícii veľké množstvo produktov, ktoré uľahčujú život svojim používateľom v oblasti započítania vzájomných dlhov.

Aplikácie využívané na zápočet vzájomných dlhov ponúkajú jednoduché riešenie ako sa vyrovnat' so spoločnými výdavkami v rámci určitej skupiny osôb, prípadne subjektov (skupina spriaznených osôb a pod.). V prípade, že takáto skupina zdieľa spoločné platby a účty, napríklad z dôvodu spoločného cestovania, bývania, ale aj z iných dôvodov, môžu využiť praktickú aplikáciu, ktorá každému používateľovi ponúka neustály prehľad o tom, kto čo zaplatil, koľko ľudí sa na platbe podieľalo a ako je možné dlžnú čiastku vyrovnat'. Aplikácie sú schopné poskytnúť radu, kto ďalší by mal za určitú službu, resp. tovar zaplatiť. Takto uľahčujú záverečné vyrovnanie v rámci skupiny

Veľkou výhodou daných aplikácií je, že vďaka „online“ synchronizácii komunikujú so zariadeniami (mobilný telefón, tablet, notebook) všetkých zapojených členov skupiny. Aplikácie sú schopné pracovať v operačných systémoch Android, Apple iOS, prípadne k účtom jednotlivých členov skupiny prístupujú cez internet. Aplikácie sú schopné pracovať taktiež aj v „offline“ režime, kedy jeden užívateľ zadáva všetky potrebné informácie o platbách a tieto zdieľa s ostatnými členmi skupiny prostredníctvom e-mailu. V rámci aplikácie je možné vytvoriť neobmedzený počet skupín s taktiež neobmedzeným počtom osôb/subjektov, pričom užívateľ môže medzi jednotlivými skupinami „preskakovať“ podľa potreby.

Aplikácie ponúkajú aj veľkú paletu drobných vylepšení, ako napríklad nerovnomerné delenie platieb, vďaka čomu je možné nastaviť, že jeden užívateľ reprezentuje väčšiu skupinu ľudí (napríklad pár, rodinu), čo sa následne premietne v rozpočítaní platieb. Aplikácie ponúkajú aj výber meny v ktorej bola platba uskutočnená, čo uľahčuje používateľom situáciu, ak sa nachádzajú v zahraničí.

Aplikácie sú zväčša ponúkané potenciálnym používateľom ako „freeware“, čiže zdarma. V mnohých prípadoch, ale bezplatná verzia ponúka iba obmedzenú funkcionálnosť aplikácie, napr. v obmedzení počtu skupín, obmedzenie počtu osôb v rámci skupiny, prípadne obmedzenie výšky započítavaných platieb. Kompletnú funkcionálnosť je možné využiť až po zakúpení používateľských práv. Cena za takéto práva sa pohybuje v intervale od 1 do 2 € a pre používateľa zakúpené práva predstavujú vyššiu pridanú hodnotu.

Medzi známe a často využívané aplikácie patria napríklad: Share-a-bill, Cost Split, spitmybill, Dlžníček, Bill Splitter, Split Bill, Settle Up.

3.1.5 Vzájomné zápočty ako aplikácia teórie grafov

Grafom nazveme usporiadanú dvojicu $G = (V, H)$, kde V je neprázdna konečná množina a H je množina neusporiadaných dvojíc typu $\{u, v\}$ takých, že $u \in V, v \in V$ a $u \neq v$ t.j. $H \subseteq \{\{u, v\} \mid u \neq v, u, v \in V\} \subset V \circ V$. Prvky množiny V nazývame vrcholmi a prvky množiny H hranami grafu G .

Nech $V = \{1, 2, \dots, n\}$ je množina ekonomických subjektov. Potom nech c_{ij} je dlh, ktorý i -tá firma dlhuje j -tej firme. Predpokladáme, že pre všetky $(i, j \in V; i \neq j)$ platí $c_{ij} \geq 0$ a aspoň v jednom prípade platí $c_{ij} = 0$ alebo $c_{ji} = 0$. Nech dlžnícke vzťahy sú nadefinované nasledovne

$$H = \{(i, j) \mid c_{ij} > 0\} \quad (3.8)$$

Relácia $H \subseteq V^2$ je irreflexívna (t.j. $(i, i) \notin H$) a asymetrická (t.j. ak $(i, j) \in H$, potom $(j, i) \notin H$). Potom funkcia $c: H \rightarrow R^+$ priradzuje každému dlžníckemu vzťahu kladnú reálnu hodnotu dlhu. To znamená, že

$$c_{ij} = c_{ji} \text{ pre } (i, j) \in H \quad (3.9)$$

Potom

$$G = (V, H, c) \quad (3.10)$$

je sieťou. Bilancia dlhov a pohľadávok každej firmy $i \in V$ sa dá vyjadriť ako

$$b(i) = \sum_{j \in V(i)^+} c_{ij} - \sum_{j \in V(i)^-} c_{ji} \text{ pre } i \in V \quad (3.11)$$

kde $V(i)^-$ je vstupné okolie vrcholu i a predstavuje zoznam dlžníkov i -tej firmy a $V(i)^+$ je výstupné okolie tohto vrcholu a predstavuje zoznam veriteľov firmy reprezentovanej vrcholom i . Suma vstupného okolia vrcholu i v (3.11) sú celkové dlhy i -tej firmy a suma výstupného okolia sú jej celkové pohľadávky. Štandardne z dôvodu korektnosti budeme v procese vzájomného zápočtu požadovať, aby bilancia dlhov a pohľadávok (3.11) každej firmy zostávala nezmenená (konštantná).

Pre súčet bilancií dlhov a pohľadávok všetkých firiem v sieti platí

$$\sum_{i \in V} b(i) = 0 \quad (3.12)$$

čo môže byť dokázané nasledovne

$$\sum_{i \in V} b(i) = \sum_{i \in V} \left(\sum_{j \in V(i)^+} c_{ij} - \sum_{j \in V(i)^-} c_{ji} \right) = \sum_{i \in V} \sum_{j \in V(i)^+} c_{ij} - \sum_{i \in V} \sum_{j \in V(i)^-} c_{ji} = 0$$

Nech $C \subseteq G$ je cyklus¹⁰ v G s kapacitou

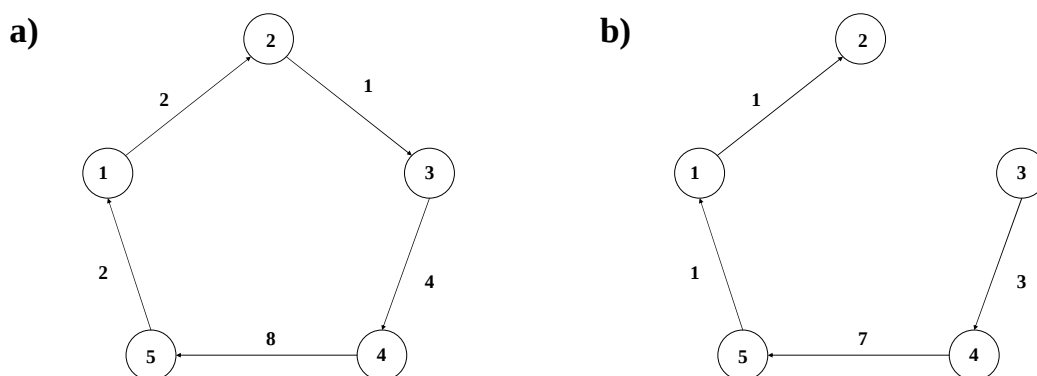
$$c(C) = \min_{h \in H(C)} c(h) \quad (3.13)$$

Ak sieť (3.10) obsahuje cyklus C s kapacitou (3.13), znamená to, že existujúca dlžnícka štruktúra obsahuje cyklické zadĺženie firiem¹¹. Takáto situácia môže byť: potom zjednodušená odpočítaním kapacity cyklu $c(C)$ od kapacity $c(h)$ každej hrany $h \in C$:

$$c(h) = c(h) - c(C) \text{ pre } h \in C \quad (3.14)$$

Znamená to redukciu celkového zadĺženia v sieti a týmto spôsobom aspoň jedna hrana v cykle C obdrží novú hodnotu rovnú $c(h) = 0$. Z toho vyplýva, že uvedený dlžnícky vzťah je z cyklu C a teda aj zo siete G odstránený. Cyklus C je potom eliminovaný (jedna jeho hrana je odstránená). Takýmto spôsobom je možné odstrániť všetky cykly z G a sieť sa stane acyklickou.

Obr. 3.5: Východisková dlžnícka štruktúra pred (a) a po (b) kompenzácií



Zdroj: vlastné spracovanie

Kompletné zadanie príkladu 1 nájdete v *Prílohe č. 1* dizertačnej práce.

¹⁰ Cyklus (orientovaný cyklus, polocyklus) je uzavretý ťah (orientovaný ťah, polotáh), v ktorom sa okrem prvého a posledného vrchola žiaden vrchol nevyskytuje viac než raz.

¹¹ Cyklické zadĺženie je typické pre vznik druhej platobnej neschopnosti.

3.1.6 Kompenzácia vzájomných dlhov ako metóda eliminácie cyklov

Nech $G = (V, H, c)$ je súvislá dlžnícka sieť¹² a nech $z(i, j)$ je veľkosť dlhu, ktorý bol započítaný medzi i -tou a j -tou firmou. Potom celková suma započítaných dlhov je daná vzt'ahom

$$\sum_{(i,j) \in H} z_{ij} \quad (3.15)$$

Keďže $z(i, j)$ predstavuje započítaný (znížený) dlh, musí platiť

$$0 \leq z_{ij} \leq c_{ij} \text{ pre } (i, j) \in H \quad (3.16)$$

Kompenzácia vzájomných dlhov nesmie zmeniť bilanciu dlhov a pohľadávok žiadnej firmy z množiny firiem V , a preto musí platiť

$$\sum_{j \in V(i)^-} z_{ji} = \sum_{j \in V(i)^+} z_{ij} \text{ pre } i \in V \quad (3.17)$$

čo znamená, že sa kompenzované záväzky u každej firmy musia rovnať kompenzovaným pohľadávkam. Bilancia záväzkov a pohľadávok každej i -tej firmy pred procesom eliminácie je daná vzt'ahom

$$b(i) = \sum_{j \in V(i)^+} c_{ij} - \sum_{j \in V(i)^-} c_{ji} \quad (3.18)$$

a po procese eliminácie je daná vzt'ahom

$$b(i) = \sum_{j \in V(i)^+} (c_{ij} - z_{ij}) - \sum_{j \in V(i)^-} (c_{ji} - z_{ji}) \quad (3.19)$$

Bilancia sa teda nezmení vtedy a len vtedy, ak podmienka (3.17) platí pre každú firmu $i \in V$. Úloha minimalizácie celkových dlhov sa dá, formulovať nasledovne

$$\max \sum_{(i,j) \in E} z_{ij} \quad (3.20)$$

$$\sum_{j \in V(i)^-} z_{ji} = \sum_{j \in V(i)^+} z_{ij} \text{ pre } i \in V$$

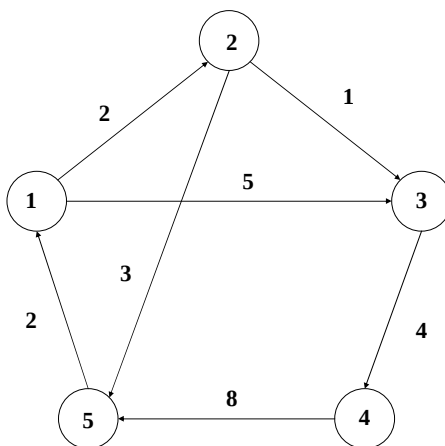
$$0 \leq z_{ij} \leq c_{ij} \text{ pre } (i, j) \in H$$

¹² Hovoríme, že graf $G = (V, H)$ je súvislý, ak pre každú dvojicu vrcholov $i, j \in V$ existuje i - j cesta. Inak hovoríme, že graf G je nesúvislý.

Navrhovaný model je známy ako model o maximálnej cirkulácii (pozri napr. (Diestel 1997)).

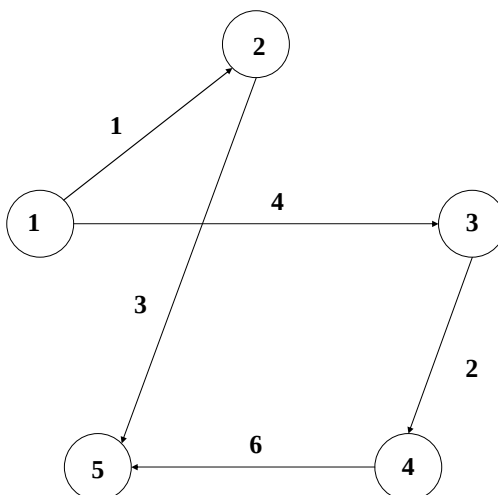
Poznámka: Z (3.14) vyplýva, že pre $(i, j \in V; i \neq j)$ platí $c_{ij} = 0$, potom aj $z_{ij} = 0$. Minimalizácia dlhov teda nevytvára nové dlžnícke vzťahy, čo môžeme považovať za dobrú vlastnosť navrhovaného modelu.

Obr. 3.6: Dlžnícke vzťahy pred kompenzáciou.



Zdroj: vlastné spracovanie

Obr. 3.7: Dlžnícke vzťahy medzi subjektmi pri optimálnom poradí eliminácie cyklov.



Zdroj: vlastné spracovanie

Kompletné zadanie príkladu 2 nájdete v *Prílohe č. 2* dizertačnej práce.

3.1.7 Metóda eliminácie cyklov

Klein (1967) navrhol algoritmus, ktorý v sieťovom grafe (sieti) vyhľadáva cirkuláciu s nákladmi. Rozšírme teraz našu definíciu siete o definíciu cenovej funkcie¹³

$$v: H \rightarrow R^+ \quad (3.21)$$

kde v_{ij} reprezentuje výnos organizátora zápočtu za zápočet jednej peňažnej jednotky dlhu. Dĺžnicku sieť potom budeme označovať ako $G = (V, H, c, v)$. Pripomeňme, ak $v_{ij} = 1$ pre všetky $(i, j) \in H$, potom úloha na nájdenie cirkulácie s maximálnymi nákladmi sa dá interpretovať ako úloha na nájdenie maximálnej cirkulácie v sieti G .

Metóda eliminácie cyklov je iteračná metóda, ktorá je založená na aplikácii reziduálnej siete. Skonstruujeme reziduálnu sieť: $G_A = (D_A, H_A, h_A, v_A)$ k sieti $G = (V, H, c, v)$ uplatníme modifikáciu algoritmu eliminácie cyklov na nájdenie maximálnych nákladov na príklade.

Kompletné zadanie príkladu 3 nájdete v *Prílohe č. 3* dizertačnej práce.

3.1.8 Kompenzácia dlhov ako eliminácia cesty

Predpokladajme, že digraf $G = (V, H, c)$ je dĺžnická acyklická sieť a teda nemôžeme uplatniť algoritmy, ktoré sú založené na eliminácii cyklov. Predpokladajme, že účastníci zápočtu súhlasia s možnosťou zmeny dĺžnickej štruktúry. Táto možnosť predpokladá vznik nových dĺžných vzťahov, ale so zachovaním podmienky o konštantnosti bilancie dlhov a pohľadávok všetkých účastníkov zápočtu. Nech $P = P(v_k, v_{k+i})$ je maximálna cesta z v_k do v_{k+i} v sieti $G(V, H, c)$ s l hranami, ktoré predstavujú dĺžné vzťahy (pojem maximálna znamená, že neexistuje možnosť cestu predĺžiť). Kapacita cesty $P(v_k, v_{k+i})$ je potom definovaná ako

$$h(P) = \min_{(d_i, d_{i+1}) \in D(P)} h(d_i, d_{i+1}) \quad (3.22)$$

Ak firma d_i predchádza v ceste firme v_j a sieť G neobsahuje hranu (v_i, v_j) , hovoríme, že firma v_i má druhotné dlhy voči firme v_j . Predpokladáme, že je povolené

¹³ Výraz „cenová funkcia“ sú v tejto situácii vhodnejšie, ako pojem „funkcia náklad jednotkového toku“, pretože ho používame za účelom určitého ocenenia, alebo ohodnotenia každej započítanej poňažnej jednotky dlhu.

presmerovanie dlhov a teda vytvorenie nových hrán v sieti. Podmienkou je zachovanie konštantnej bilancie pohľadávok a záväzkov každej firmy zahrnutej do procesu kompenzácie. Nové kapacity hrán ležiacich na ceste $P(v_k, v_{k+1})$ potom vypočítame nasledovne

$$c(v_i, v_{i+1}) := c(v_i, v_{i+1}) - c(P) \text{ pre } i = k, k+1, \dots, k+l-1 \quad (3.23)$$

a je vytvorená nová hrana (v_i, v_{i+1}) s kapacitou $c(v_k, v_{k+1}) = c(P)$. Na druhej strane je zo siete G odstránená hrana (a teda aj dlžný vzťah), ktorej je priradená nulová kapacita. Takýmto spôsobom eliminujeme v G všetky cesty, ktoré obsahujú viac, ako jednu hranu. Bilancia pohľadávok a záväzkov každého vrcholu ležiaceho vnútri cesty $P(v_k, v_{k+1})$ zostane nezmenená, teda

$$\sum_{v_j \in V(v_i)^+} c(v_i, v_j) - \sum_{v_j \in V(v_i)^-} c(v_j, v_i) = \sum_{v_j \in V(v_i)^+} c(v_i, v_j) - c(P) - \left(\sum_{v_j \in V(v_i)^-} c(v_j, v_i) - c(P) \right)$$

pre $v_i \in V(P) - (v_k, v_{k+1})$

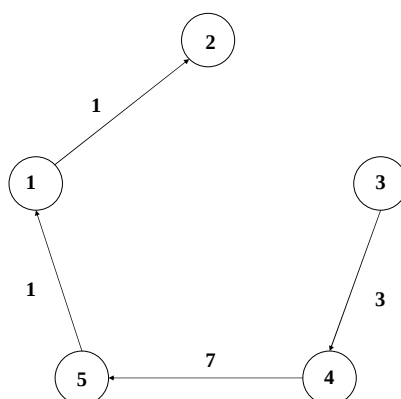
Bilancia pohľadávok a dlhov vrcholu v_k je

$$\sum_{v_j \in V(v_k)^+} c(v_k, v_j) = \left(\sum_{v_j \in V(v_k)^+ - (v_{k+1})} c(v_k, v_j) \right) - c(P) + y(v_k, v_{k+1}), \text{ kde } c(P) = c(v_k, v_{k+1}).$$

Bilancia pohľadávok a dlhov vrcholu v_{k+1} je

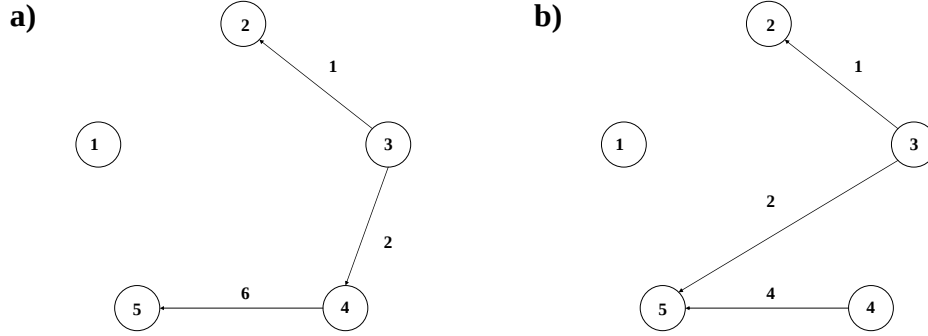
$$\sum_{v_j \in V(v_{k+1})^-} c(v_j, v_{k+1}) = \left(\sum_{v_j \in V(v_{k+1})^- - (v_k)} c(v_j, v_{k+1}) \right) - c(P) + c(v_k, v_{k+1}), \text{ kde } c(v_k, v_{k+1}) = c(P).$$

Obr. 3.8: Dlžnícka štruktúra pred kompenzáciou dlhov.



Zdroj: vlastné spracovanie

Obr. 3.9: Dlžnícka sieť po prvej iterácii (a) a konečná situácia (b).



Zdroj: vlastné spracovanie

Kompletné zadanie príkladu 4 nájdete v *Prílohe č.4* dizertačnej práce.

Z dlžníckej siete $G = (V, H, c, v)$ vytvoríme úplnú súvislú sieť $\tilde{G} = (\tilde{V}, \tilde{H}, \tilde{c}, \tilde{v})$ s množinou vrcholov $\tilde{V} = V$ a množinou hrán $\tilde{H}$ definovanou nasledovne

$$\tilde{H} = \{(i, j) | i, j \in \tilde{V}, i \neq j\} \quad (3.24)$$

Funkcia $\tilde{c} : \tilde{H} \rightarrow R_0^+$ je definovaná ako

$$\tilde{c}_{ij} = c_{ij} \text{ pre } (i, j) \in H \quad (3.25)$$

$$\tilde{c}_{ij} = M \text{ pre } (i, j) \notin H \quad (3.26)$$

kde M je veľké kladné reálne číslo ($M \gg \max_{(i,j) \in H} c_{ij}$). Množina vrcholov $\tilde{V}(i)^- = \{j | (j, i) \in \tilde{H}\}$ je vstupné okolie vrcholu i v sieti $\tilde{G}$.

Nákladová funkcia $\tilde{v} : \tilde{H} \rightarrow \{-1, +1\}$ je definovaná nasledovne

$$\tilde{v}_{ij} = 1 \text{ pre } (i, j) \in H, \quad (3.27)$$

$$\tilde{v}_{ij} = -1 \text{ pre } (i, j) \in \tilde{H} - H \quad (3.28)$$

Nech z_{ij} je tá časť dlhu medzi firmami i a j , ktorá bola eliminovaná. My môžeme vyjadriť celkový objem eliminovaných dlhov nasledovne

$$\sum_{(i,j) \in \tilde{H}} z_{ij} \tilde{v}_{ij}. \quad (3.29)$$

Keďže z_{ij} reprezentuje eliminovaný dlh, musí platiť nasledovný vzťah:

$$0 \leq z_{ij} \leq c_{ij} \text{ pre } (i, j) \in \tilde{H} \quad (3.30)$$

Kompenzácia dlhov nesmie zhoršiť ani zlepšiť bilanciu pohľadávok a záväzkov žiadneho subjektu v $\tilde{V}$. Rovnica

$$\sum_{j \in \tilde{V}(i)^-} z_{ij} = \sum_{j \in \tilde{V}(i)^+} z_{ij} \text{ pre } i \in \tilde{H} \quad (3.31)$$

znamená, že kompenzované dlhy a kompenzované pohľadávky musia dosiahnuť rovnakú výšku v prípade každej firmy zahrnutej do procesu kompenzácie dlhov.

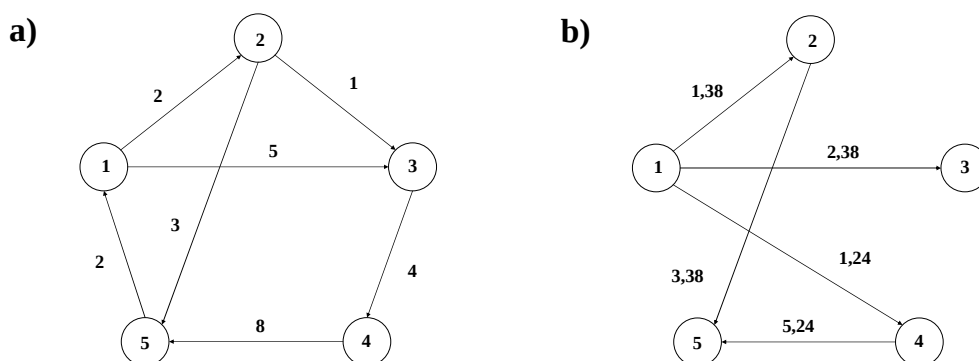
Úloha lineárneho programovania má potom tvar:

$$\max \sum_{(i,j) \in \tilde{E}} z_{ij} \tilde{v}_{ij} \quad (3.32)$$

$$\sum_{j \in \tilde{V}(i)^-} z_{ij} = \sum_{j \in \tilde{V}(i)^+} z_{ij} \text{ pre } i \in \tilde{V}$$

$$0 \leq x_{ij} \leq c_{ij} \text{ pre } (i, j) \in \tilde{H}$$

Obr. 3.10: Dlžnícke vzťahy pred (a) a po (b) aplikácii algoritmu eliminácie cesty.



Zdroj: vlastné spracovanie

Kompletné zadanie príkladu 5 nájdete v *Prílohe č.5* dizertačnej práce.

Poznámka: Horné ohraničenie zápočtu dlhu reprezentované kapacitou hrany môže byť do určitej miery zmätočné. Ak je umožnená zmena dlžníckej štruktúry a vznik nových dlhov,

týka sa to aj existujúcich dlhov. Uplatnenie metódy eliminácie cesty môže viesť k zvýšeniu dlhu medzi určitou dvojicou subjektov, ako to je vidieť aj v príklade medzi firmami 2 a 5.

3.1.9 Toky v sieti ako metóda vzájomných zápočtov

Medzi optimalizačné úlohy tokov v grafe patrí úloha hľadania maximálneho toku v grafe, resp. úloha hľadania minimálneho toku v grafe. Predpokladom tejto triedy úloh je opäť existencia súvislého hranovo ohodnoteného grafu s ohodnotenými hranami c_{ij} , ktoré môžu predstavovať maximálnu priepustnosť (prietok) medzi jednotlivými vrcholmi, teda graf $G = (V, H, c)$. Hrany v grafe môžu predstavovať úseky vedenia, pričom sú ohraničené kapacitou hrany, čo predstavuje maximálny prietok, ktorý hranou (príslušným úsekom vedenia) môže tiecť. Cieľom úlohy hľadania *maximálneho toku v grafe*, resp. *minimálneho toku v grafe* je nájsť taký tok C hranami grafu zo začiatočného do koncového vrcholu, pre ktorý je súčet ohodnotení hrán maximálny, resp. minimálny.

Opäť nech $V = \{1, 2, \dots, n\}$ je množina vrcholov grafu. Potom predpokladom hľadania maximálneho toku v grafe je teda hranovo ohodnotený graf $G = (V, H, c)$ s počtom všetkých uzlov n a maticou maximálneho prietoku medzi i -tým a j -tým vrcholom $C = \{c_{ij}\}$. Neznámymi premennými sú spojité premenné $x_{ij} \geq 0$, $(i, j) \in V$ ktoré predstavujú hľadaný tok v smere od uzla v_i do uzla v_j , pre ktoré platí $x_{ij} \leq c_{ij}$, (Brezina 2012).

Predpokladmi formulácie úlohy hľadania maximálneho toku v grafe sú:

- v grafe sa prepravuje homogénny substrát,
- vrchol v_1 je vstupným (začiatočným) vrcholom, vrchol v_n výstupným (koncovým) vrcholom, ostatné vrcholy sú tranzitné,
- ohodnotenia c_{ij} predstavujú maximálnu priepustnosť (kapacitu) z i -tého do j -tého vrcholu,
- tok po hrane z vrcholu v_i do vrcholu v_j je označený x_{ij} , opačným smerom x_{ji} , pričom platí $x_{ij} = -x_{ji}$,
- pre premenné x_{ij} platí $x_{ij} \leq c_{ij}$, ak platí $x_{ij} = c_{ij}$, ide o nasýtenú hranu, ak platí $x_{ij} < c_{ij}$, ide o nenasýtenú hranu, rozdiel $c_{ij} - x_{ij}$ predstavuje nevyužitú kapacitu hrany, pričom platí: $\sum_j x_{1j} > 0$; $\sum_i x_{ni} < 0$; $\sum_j x_{zj} - \sum_i x_{iz} = 0$ ($z \neq 1, n$).

Na hľadanie maximálneho toku v grafe možno aplikovať rôzne prístupy:

- *riešenie úlohy pomocou matematického programovania,*
- *algoritmy na nájdenie maximálneho toku v grafe:*
 - algoritmus pre rovinné siete,
 - všeobecný Fordov-Fulkersonov (značkovací) algoritmus,
 - Edmondsov-Karpov,
 - Dinicov/Edmondsov-Karpov algoritmus.

Nájdenie maximálneho toku v grafe pomocou matematického programovania

Cieľom riešenia úlohy nájdenia maximálneho toku v grafe je nájsť maximálny tok východiskového vrcholu v_1 do koncového vrcholu v_n cez všetky tranzitné vrcholy. Uvedenú úlohu možno formulovať ako úlohu matematického programovania so spojitými premennými $x_{ij} \geq 0$, $(i, j) \in V$, ktoré predstavujú hľadaný tok v smere od vrcholu v_i do vrcholu v_j , pre ktoré platí $x_{ij} \leq c_{ij}$ (Brezina 2012).

$$c(\mathbf{x}) = \sum_{j \in V} x_{1j} - \sum_{j \in V} x_{jn} \rightarrow \max \quad (3.33)$$

$$\sum_{j \in V} x_{ij} = \sum_{j \in V} x_{ji} \quad j = 2, 3, \dots, n-1$$

$$0 \leq x_{ij} \leq c_{ij} \quad (i, j) \in V$$

Úlohy o maximálnom toky v sieti možno aplikovať aj pre riešenie problémov optimalizácie finančných tokov nakoľko, vychádzajú z rovnakých bilančných princípov. Tak ako úloha maximalizácie toku zapísaná vyššie, tak aj úloha maximalizácie vzájomného zápočtu pohľadávok a záväzkov, vychádzajú z predpokladu maximálneho toku. Rozdiel medzi týmito úlohami je v tom, že pri úlohách riešiacich finančné vyrovnanie sa **neuvažuje**, so **začiatočným** a **koncovým** uzlom, keďže sa jedná o uzavretú dlhovú štruktúru.

Ohraničenia oboch typov uvedených úloh, sú zhodné a predstavujú bilanciu „tranzitného“ uzlu. Táto myšlienka vychádza zo skutočnosti, že rovnako musí byť zachovaná aj bilancia pohľadávok a záväzkov subjektu, zúčastňujúceho sa procesu vzájomných zápočtov.

3.1.10 Heuristiky pre vykonávanie vzájomných zápočtov

V nasledujúcej podkapitole si opíšeme heuristiky pre vyhľadávanie cyklov v sieťovom grafe, (Ondrák 2002).

Ak v sieťovom grafe existuje aspoň jeden cyklus, môžeme takýto graf nazvať grafom cyklickým, (Ondrák 1993). Pod pojmom cyklus rozumieme takú orientovanú cestu v grafe, kedy sa vrátíme späť do počiatočného uzlu tejto cesty. Najmenší možný cyklus je cez dva uzly, (Ondrák, Koch 1994).

Z hľadiska vyhľadávania cyklov sú uzly a hrany v acyklicitách nevýznamné, môžeme ich teda z grafu odstrániť. Pretože je zložité určiť uzly a tým aj hrany so skrytou acyklicitou, je najvýhodnejším spôsobom postupné odstraňovanie zjavných acyklicit. Vždy v jednom kroku odstránime všetky zjavné acyklicity – teda uzly počiatočné a koncové spolu s ich hranami. Pokiaľ v grafe existujú skryté acyklicity, odstránením predchádzajúce acyklicity sa vždy najmenej jedna skrytá acyklicita zmení na zjavnú. Pokiaľ po niektorom kroku zostanú všetky uzly vnútorné, môžeme tvrdiť, že získaný graf je čisto cyklický.

Z dôvodu že najmenší možný cyklus je cesta cez dva uzly, môžeme tvrdiť, že pokiaľ v grafe s n vrcholmi existuje aspoň jeden cyklus, musíme po najviac $n-2$ krokoch dospieť k čisto cyklickému grafu.

Po vyhľadaní cyklov a prevedení vzájomných zápočtov v týchto cykloch (teda zníženie hodnoty všetkých hrán cyklu o hodnotu hrany s najnižšou hodnotou v tomto cykle), vždy minimálne jedna hrana v tomto cykle nadobudne nulovú hodnotu. V prípade, že táto hrana je jedinou výstupnou hranou uzla, z ktorého vystupuje, stane sa tento uzol uzlom koncovým, v prípade, že táto hrana je jedinou vstupnou hranou do uzla, do ktorého smeruje, stane sa z tohto uzla uzol začiatkový. Týmto spôsobom sa môže z vnútorného uzla stať uzol počiatočný resp. koncový a graf znova bude obsahovať aspoň jednu acyklicitu. Z tohto dôvodu je potrebné vždy po vyhľadaní cyklu a jeho kompenzácii, odstrániť prípadnú vzniknutú acyklicitu.

Vyhľadávanie cyklov

Vyhľadávanie cyklov v rozsiahlych dlžníckych štruktúrach je možné prakticky vykonávať iba sekvenčne, teda tak, že vytvárame v grafe cestu podľa zvoleného pravidla z vopred určeného začiatkového uzla, vo vopred určenom smere (môžeme zvoliť smer

v zmysle orientácie hrán, ale aj opačný), od uzla k uzlu, až narazíme na uzol, ktorý už leží na vytváratej ceste.

Pokiaľ je graf čisto cyklický obsahujúci n uzlov, musíme vždy najviac po $n-1$ krokoch cyklus nájsť. Pokiaľ by graf obsahoval acyklicitu, môže byť hľadanie cyklu týmto spôsobom neúspešné. Pred každým procesom hľadania cyklu teda musia byť z grafu odstránené acyklicity.

Predpoklady heuristiky pre vyhľadávanie cyklov

Heuristika je súbor pravidiel uplatňovaných pri nejakej činnosti s definovaným cieľom. Vlastnosťou jednotlivých pravidiel heuristiky je, že nevychádzajú z analýzy, ale z nepotvrdených a obvykle nepotvrditeľných hypotéz. Heuristika ako celok nemusí viesť k stanovenému cieľu, len sa k nemu viac či menej približuje.

Pri stanovení heuristiky je nutné vychádzať z definície cieľa, ku ktorému sa máme priblížiť. Jednotlivé pravidlá vychádzajú z hypotéz. Kvalitu heuristik môžeme posudzovať iba na základe ich otestovania.

Stanovenie cieľa heuristiky pre vyhľadávanie cyklov

Cieľom je vyhľadať v cyklickom sieťovom grafe dlžnickej štruktúry, cykly tak, aby pri vzájomnom zápote vo všetkých vyhľadaných cykloch bola suma zápote čo najvyššia.

Táto úloha má n možných riešení tvoriacich vektor $\mathbf{Y}$ o n prvkoch. Preto ak označíme j -té riešenie zníženia dlžných vzťahov v i -tom cykle s_{ij} a dĺžku i -tého cyklu l_{ij} . Každý prvok z tohto vektoru riešenia y_j predstavuje jedno z j možných riešení (celkové zníženie dlžných vzťahov). Toto riešenie je dané vzťahom:

$$y_j = \sum_{i \in K} s_{ij} l_{ij} \quad K = \{1, 2, \dots, n\} \quad (3.34)$$

Vektor možných riešení y obsahuje aspoň jedno riešenie optimálne y_0 a to také, kedy hodnota prvku y_j je maximálna. Cieľom je vyhľadať také riešenie, ktoré sa tomuto optimu čo najviac približuje.

Hodnota riešenia y_j teda závisí na troch faktoroch:

- počet vyhľadaných cyklov k ,
- dĺžka jednotlivých vyhľadaných cyklov l_{ij} ,

- hodnota zníženia dlžného vzťahu v jednotlivých cykloch s_{ij} .

Hypotézy k jednotlivým pravidlám musia teda vyjadrovať snahu o maximalizáciu týchto faktorov. Pretože sa tieto faktory vzájomne ovplyvňujú, budú hypotézy predpokladať vždy jeden z týchto faktorov ako riadiaci.

Stanovenie súboru pravidiel heuristiky pre vyhľadávanie cyklov

Aby sme mohli stanoviť postupnosť pravidiel aplikovaných na vyhľadávanie cyklov, musíme najprv stanoviť prostriedok, ktorým budeme smerovať k danému cieľu. Aby bola zachovaná kontinuita cyklov, musí ich vyhľadávanie prebiehať sekvenčne prechádzaním cesty v grafe, prostriedkom vedúcim k cieľu (vyhľadávanie cyklov) teda bude sekvenčné prechádzanie grafu. Pretože pri sekvenčnom prechádzaní grafu musíme mať definovaný počiatočný bod a smer, musí heuristika pre vyhľadávanie cyklov byť tvorená z troch pravidiel:

- pravidlo pre určenie začiatočného uzlu vyhľadávania cyklov,
- pravidlo pre určenie smeru vyhľadávania cyklov,
- pravidlo pre určenie nasledujúceho uzlu cesty.

Stanovenie subjektov systému a ich atribútov

Pri určovaní pravidiel sú jedinými možnými hľadáskami atribúty subjektov grafov. Subjekty grafu sú uzly a hrany. Z dôvodu objektivity je potrebné vopred abstrahovať od možnosti použiť subjektívne orientované vlastnosti – napr. vzťah ku konkrétnemu dlžnému subjektu a pod. U jednotlivých subjektov grafu teda budeme brať do úvahy iba nasledujúce atribúty:

a) Atribúty uzlov:

- počet vstupujúcich hrán,
- počet vystupujúcich hrán,
- súčet hodnôt vstupujúcich hrán,
- súčet hodnôt vystupujúcich hrán,
- maximálna hodnota vstupujúcej hrany,
- maximálna hodnota vystupujúcej hrany,
- minimálna hodnota vstupujúcej hrany,
- minimálna hodnota vystupujúcej hrany.

b) Atribúty hrán:

- hodnota hrany,
- vlastnosti uzla, z ktorého hrana vystupuje,
- vlastnosti uzla, do ktorého hrana vstupuje.

Pravidlá spoločné pre všetky heuristiky vyhľadávania cyklov

Zo stanoveného súboru pravidiel je možné prvé dve pravidlá stanoviť spoločne pre všetky navrhnuté heuristiky. Nemajú totiž na výsledok heuristiky podstatný vplyv.

Pravidlo pre určenie počiatočného uzlu vyhľadávania cyklov. Toto pravidlo nemá v celkovej heuristike pre vyhľadávanie cyklov prioritný význam. Nemusí totiž byť členom vyhľadného cyklu – pravdepodobnosť, že cesta vytváraná procesom vyhľadávania cyklov v grafe sa vráti práve do tohto uzlu sa s predlžujúcou sa cestou znižuje. Pretože nosným pravidlom z hľadiska cieľa heuristiky bude pravidlo pre určenie nasledujúceho uzlu cesty v grafe a práve týmto pravidlom sa budú navzájom jednotlivé heuristiky líšiť, je nutné vybrať počiatočný uzol vyhľadávania cyklov tak, aby pokiaľ to bude možné poskytoval tomuto pravidlu čo najväčšiu voľnosť. Pravidlo pre určenie počiatočnému uzlu vyhľadávania cyklov bude teda pre heuristiky spoločné.

Pravdepodobnosť, že bude počiatočný uzol vyhľadávania cyklu vhodný pre každé pravidlo pre určenie nasledujúceho uzla cesty je tým väčšie, čím väčší je počet vstupujúcich a vystupujúcich hrán bude uzol obsahovať a čím tieto hrany budú mať vyššiu hodnotu.

Počiatočný uzol vyhľadávania cyklov je uzol s najvyšším súčtom počtu vstupných a výstupných hrán. V prípade viacerých takýchto uzlov bude za počiatočný uzol zvolený ten, ktorý má maximálny súčet hodnôt hrán.

Pravidlo pre určenie smeru vyhľadávania v grafe. Vplyv na smer vyhľadávania v grafe na cieľ vyhľadávania cyklov je závislý len na topológii konkrétneho grafu. Všeobecne teda na smere vyhľadávania nezáleží. Pravidlo pre určenie smeru vyhľadávania cyklov v grafe bude teda pre heuristiky spoločné.

Na smere vyhľadávania cyklov v grafe nezáleží. Je prirodzenejšie vykonávať vyhľadávanie v smere orientácie hrán grafu. Nasledujúci uzol cesty v grafe pri

vyhľadávání cyklov bude uzol do ktorého vstupuje niektorá z hrán vystupujúcich zo zatiaľ posledného uzlu cesty.

Ondrák (2002) uvádza vo svojej publikácii jednotlivé heuristiky pre vyhľadávania cyklov a heuristiky pre vyhľadávanie zlepšenia riešení.

4 Výsledky práce a diskusia

V nasledujúcej časti sa budeme venovať dosiahnutým výsledkom práce. V jednotlivých podkapitolách opíšeme návrh vytvorených modelov na vykonávanie vzájomných zápočtov. Fungovanie vytvorených modelov budeme prezentovať prostredníctvom softvéru GAMS. Model vzájomných zápočtov s možnosťou vytvárania nových dlžníckych vzťahov následne aplikujeme na reálnych údajoch početnejšej dlžníckej štruktúry. Okrem použitia modelu na „klasickej“ dlžníckej štruktúre, budeme model aplikovať aj iný typ štruktúry vzťahov medzi prepojenými subjektmi, čím ukážeme univerzálnosť použitia tohto modelu. V ďalšej časti práce sa budeme venovať návrhu metodiky a legislatívnych zmien pre vykonávanie vzájomných zápočtov a motivačným faktorom pre zapojenie sa subjektu do systému vzájomných zápočtov. V závere kapitoly uvádzame prínosy dizertačnej práce.

4.1 Návrh modelov na vykonávanie vzájomných zápočtov

Na základe modelov prezentovaných v tretej kapitole sme ich úpravou vytvorili návrh dvoch modelov:

1. model vzájomných zápočtov bez možnosti vytvárania nových dlžníckych vzťahov,
2. model vzájomných zápočtov pripúšťajúci zmenu dlžníckej štruktúry.

V nasledujúcej časti práce upravené modely opíšeme a ukážeme ich použitie na konkrétnych dlžníckych štruktúrach. Výpočet budeme realizovať v programe GAMS.

4.1.1 Model bez možnosti vytvárania nových dlžníckych vzťahov

Základným predpokladom takejto úlohy je opäť existencia súvislého hranovo orientovaného grafu s ohodnotenými hranami c_{ij} , ktoré predstavujú výšku dlhu medzi jednotlivými vrcholmi (subjektmi), teda graf $G = (V, H, c)$ je silne súvislá dlžnícka sieť s množinou vrcholov V a množinou hrán H definovanou nasledovne

$$H = \{(i, j) | i, j \in V, i \neq j\} \quad (4.1)$$

Funkcia $c : H \rightarrow R_0^+$ je definovaná ako

$$c_{ij} > 0 \text{ pre } (i, j) \in H \quad (4.2)$$

$$c_{ij} = 0 \text{ pre } (i, j) \notin H \quad (4.3)$$

Nech x_{ij} je podiel dlhu c_{ij} , ktorý bol započítaný medzi i -tou a j -tou firmou. Potom celková suma započítaných dlhov je daná vzťahom

$$\sum_{i \in V} \sum_{j \in V} c_{ij} x_{ij} \quad (4.4)$$

Keďže x_{ij} predstavuje podiel započítaného (zníženého) dlhu c_{ij} , prevoditeľný na percentá a nemôže byť vyšší ako 100% na základe vzťahu (3.1) a teda musí platiť

$$0 \leq x_{ij} \leq 1, i, j \in V \quad (4.5)$$

Kompenzácia vzájomných dlhov nesmie zmeniť bilanciu záväzkov a pohľadávok žiadnej firmy z množiny firiem V , a preto musí platiť:

$$\sum_{j \in V(i)^-} c_{ij} x_{ij} = \sum_{j \in V(i)^+} c_{ji} x_{ji}, i \in V \quad (4.6)$$

čo znamená, že sa kompenzované záväzky u každej firmy musia rovnať kompenzovaným pohľadávkam. Bilancia záväzkov a pohľadávok každej i -tej firmy pred procesom eliminácie je daná vzťahom

$$b(i) = \sum_{j \in V(i)^+} c_{ij} - \sum_{j \in V(i)^-} c_{ji} \quad (4.7)$$

Bilancia sa teda nezmení vtedy a len vtedy, ak podmienka (4.6) platí pre každú firmu $i \in V$.

Úlohu maximalizácie zápočtu dlhov formulujeme nasledovne:

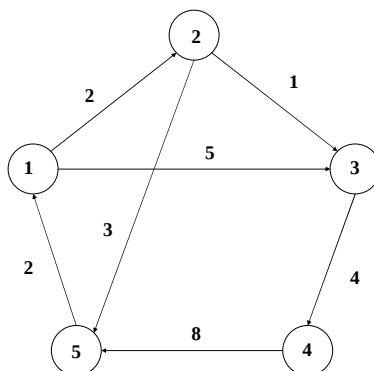
$$\max f(x) = \sum_{i \in V} \sum_{j \in V} c_{ij} x_{ij} \quad (4.8)$$

$$\sum_{j \in V} c_{ij} x_{ij} - \sum_{j \in V} c_{ji} x_{ji} = 0 \text{ pre } i \in V$$

$$0 \leq x_{ij} \leq 1, i, j \in V$$

Daný model sme aplikovali na príklade 5 (príloha č.5). Výpočet sme uskutočnili prostredníctvom program GAMS. Zo sieťového grafu zostavíme maticu východiskovej dlžnickej štruktúry, pričom nerátame s možnosťou vytvorenia dlžníckych vzťahov.

Obr. 4.1: Východisková dlžnícka štruktúra.



Zdroj: vlastné spracovanie

Tab. 4.1: Matica východiskovej dlžnickej štruktúry.

Uzol	1	2	3	4	5
1	0	2	5	0	0
2	0	0	1	0	3
3	0	0	0	4	0
4	0	0	0	0	8
5	2	0	0	0	0

Zdroj: vlastné spracovanie

Zápis modelu dlhovej štruktúry v programe GAMS:

```

1 $ontext
2 Vzájomný zápočet dlhov bez zmeny dlžnickej štruktúry
3 $offtext
4 Sets
5 i index uzla /1*5/
6 Alias(i,j)
7 Sets offdiag1(i,j);
8 offdiag1(i,j)=yes;
9 offdiag1(i,i)=no;
10 Table c(i,j)
11   1 2 3 4 5
12 1 0 2 5 0 0
13 2 0 0 1 0 3
14 3 0 0 0 4 0
15 4 0 0 0 0 8
16 5 2 0 0 0 0 ;

```

```

17 Scalar n;
18 n=card(i);
19 Variables f,x;
20 x.lo(i,j)=0;
21 x.up(i,j)=1;
22 Equations
23 ohr1(i)
24 ucel;
25 ucel.. f=e=sum((i,j),c(i,j)*x(i,j));
26 ohr1(i)..sum(j,c(i,j)*x(i,j)$offdiag1(i,j))-
sum(j,c(j,i)*x(j,i)$offdiag1(j,i))=e=0;
27 Model VZD/all/;
28 Solve VZD using lp maximizing f;
29 Display x.l;

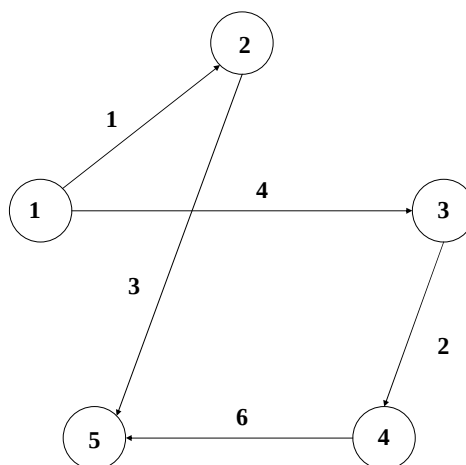
```

Na základe výpočtu z programu GAMS sme dosiahli optimálne riešenie celkového zníženia dlhu o 9 peňažných jednotiek (kompletný výstup z programu GAMS nájdete v *Prílohe č. 6* dizertačnej práce).

Optimal solution found.
Objective : 9.000000

Z uvedeného vyplýva že pomocou nami navrhnutého modelu sme dosiahli zhodné výsledky ako metóda eliminácie cyklov (Gazda 2004). Upravená dlžnícka štruktúra po vzájomnom zápočte je zobrazená na nasledujúcom obrázku.

Obr. 4.2: Dlžnícka štruktúra po vykonaní vzájomného zápočtu



Zdroj: vlastné spracovanie

4.1.2 Model s možnosťou vytvárania nových dlžníckych vzťahov

Základným predpokladom takejto úlohy je opäť existencia súvislého hranovo orientovaného grafu s ohodnotenými hranami c_{ij} , ktoré predstavujú výšku dlhu medzi jednotlivými vrcholmi (subjektmi), teda graf $G = (V, H, c)$. Nech $G = (V, H, c)$ je dlžnícka sieť. Z tejto dlžníckej siete vytvorme úplnú súvislú sieť $\tilde{G} = (\tilde{V}, \tilde{H}, \tilde{c})$ s množinou vrcholov $\tilde{V} = V$ a množinou hrán $\tilde{H}$ definovanou nasledovne

$$\tilde{H} = \{(i, j) \mid i, j \in \tilde{V}, i \neq j\} \quad (4.9)$$

Funkcia $\tilde{y} : \tilde{H} \rightarrow R_0^+$ je definovaná ako

$$\tilde{c}_{ij} = c_{ij} + M \text{ pre } (i, j) \in H \quad (4.10)$$

$$\tilde{c}_{ij} = M \text{ pre } (i, j) \notin H \quad (4.11)$$

kde M je veľké kladné reálne číslo ($M \gg \max_{(i,j) \in H} c_{ij}$).

Nech x_{ij} je podiel dlhu $\tilde{c}_{ij}$, ktorý bol započítaný medzi i -tou a j -tou firmou. Potom celková suma započítaných dlhov je daná vzťahom

$$\sum_{i \in V} \sum_{j \in V} \tilde{c}_{ij} x_{ij} \quad (4.12)$$

Keďže x_{ij} predstavuje podiel započítaného (zníženého) dlhu $\tilde{c}_{ij}$, prevoditeľný na percentá a nemôže byť vyšší ako 100% na základe vzťahu (3.1) a teda musí platiť

$$0 \leq x_{ij} \leq 1, i, j \in \tilde{V} \quad (4.13)$$

Kompenzácia vzájomných dlhov nesmie zmeniť bilanciu záväzkov a pohľadávok žiadnej firmy z množiny firiem $\tilde{V}$, a preto musí platiť:

$$\sum_{j \in \tilde{V}(i)^-} \tilde{c}_{ij} x_{ij} = \sum_{j \in \tilde{V}(i)^+} \tilde{c}_{ji} x_{ji} \text{ pre } (i, j) \in \tilde{H} \quad (4.14)$$

čo znamená, že sa kompenzované záväzky u každej firmy musia rovnať kompenzovaným pohľadávkam. Bilancia záväzkov a pohľadávok každej firmy pred procesom eliminácie je daná vzťahom

$$b(i) = \sum_{j \in \tilde{V}(i)^+} \tilde{c}_{ij} - \sum_{j \in \tilde{V}(i)^-} \tilde{c}_{ji} \quad (4.15)$$

Bilancia sa teda nezmení vtedy a len vtedy, ak podmienka (4.14) platí pre každú firmu $i \in \tilde{V}$.

Úlohu maximalizácie celkového zápočtu dlhov s možnosťou vytvárania nových dlžníckych vzťahov formulujeme nasledovne¹⁴:

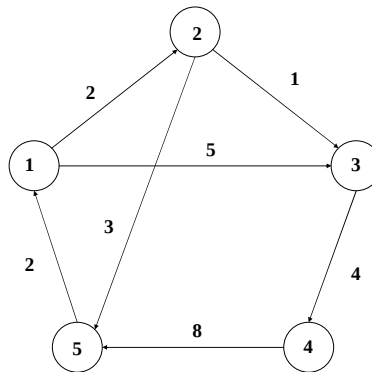
$$\max f(x) = \sum_{i \in \tilde{V}} \sum_{j \in \tilde{V}} \tilde{c}_{ij} x_{ij} - (n \cdot n - n) \cdot M \quad (4.16)$$

$$\sum_{j \in \tilde{V}} \tilde{c}_{ij} x_{ij} - \sum_{j \in \tilde{V}} \tilde{c}_{ji} x_{ji} = 0 \text{ pre } i \in \tilde{V}$$

$$0 \leq x_{ij} \leq 1 \text{ pre } i, j \in \tilde{V}$$

Prezentovaný model budeme aplikovať na zadaní príkladu číslo 5 (príloha č. 5 dizertačnej práce). Výpočet vykonáme v programe GAMS.

Obr. 4.3: Východisková dlžnícka štruktúra.



Zdroj: vlastné spracovanie

Zo sieťového grafu zostavíme maticu východiskovej dlžníckej štruktúry, keďže rátame s možnosťou vytvorenia dlžníckych vzťahov, musíme vytvoriť úplný graf, a to tak že ku všetkým aj neexistujúcim hranám (ohodnotenie hrany = 0) pripočítame hodnotu M,

¹⁴ Vzťah $(n \cdot n - n) \cdot M$ vyjadruje zníženie hodnoty hrán grafu $\tilde{G}$ o hodnotu M pre každú hranu $\tilde{c}_{ij}$, $(i, j) \in \tilde{H}$, ktoré boli do grafu vložené z dôvodu dosiahnutia súvislého hranovo orientovaného grafu.

ktorá vyjadruje dostatočne veľké celé číslo. V našom prípade bude hodnota $M = 10$, keďže žiadna hrana nepresahuje hodnotu 10.

Tab. 4.2: Matica východiskovej dlžnickej štruktúry a vytvoreného úplného grafu

Uzol	1	2	3	4	5
1	0	2	5	0	0
2	0	0	1	0	3
3	0	0	0	4	0
4	0	0	0	0	8
5	2	0	0	0	0

Uzol	1	2	3	4	5
1	0	12	15	10	10
2	10	0	11	10	13
3	10	10	0	14	10
4	10	10	10	0	18
5	12	10	10	10	0

Zdroj: vlastné spracovanie

Zápis matice dlhovej štruktúry v programe GAMS:

```

1 $ontext
2 Vzajomný zápočet dlhov s možnosťou zmeny dlžnickej štruktúry
3 $offtext
4 Sets
5 i index uzla /1*5/
6 Alias(i,j)
7 Set offdiag1(i,j);
8 offdiag1(i,j)=yes;
9 offdiag1(i,i)=no;
10 Table c(i,j)
11   1  2  3  4  5
12 1  0 12 15 10 10
13 2 10  0 11 10 13
14 3 10 10  0 14 10
15 4 10 10 10  0 18
16 5 12 10 10 10  0 ;
17 Scalar n;
18 n=card(i);
19 Variables f,x;
20 x.lo(i,j)=0;
21 x.up(i,j)=1;
22 Equations
23 ohr1(i)
24 ucel;
25 ucel.. f=e=sum((i,j),c(i,j)*x(i,j))-(n*n-n)*10;
26 ohr1(i)..sum(j,c(i,j)*x(i,j)$offdiag1(i,j))-
sum(j,c(j,i)*x(j,i)$offdiag1(j,i))=e=0;
27 Model VZD/all/;
28 Solve VZD using lp maximizing f;
29 Display x.l;

```

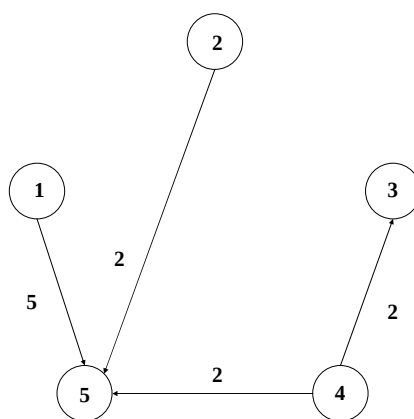
Na základe výpočtu z programu GAMS sme dosiahli celkové zníženie dlhu o 14 peňažných jednotiek (kompletný výstup z programu GAMS nájdete v *Prílohe č. 7* dizertačnej práce).

Optimal solution found.

Objective : 14.000000

Z uvedeného vyplýva že pomocou nami navrhnutého modelu sme dosiahli lepšie výsledky ako metóda kompenzácie dlhov ako eliminácia cesty (Gazda 2004). Pomocou metódy eliminácie cesty bolo dosiahnuté zníženie o 11 peňažných jednotiek. Upravená dlžnícka štruktúra po vzájomnom zápočte je zobrazená na nasledujúcom obrázku.

Obr. 4.4: Dlžnícka štruktúra po vykonaní vzájomného zápočtu.



Zdroj: vlastné spracovanie

Aplikácia modelov na vybranej skupine podnikov

V nasledujúcej časti aplikujeme prezentované modely vzájomných zápočtov na vybranú dlžnícku sieť. Konkrétne sa jedná o dlžnícku sieť 21 prepojených subjektov, ktoré navzájom spolupracujú a rozhodli sa dobrovoľne zapojiť do systému vzájomných zápočtov. Motiváciou pre takéto rozhodnutie bolo najmä ich majetkové prepojenie a zníženie potreby kapitálu na úhradu svojich pohľadávok a záväzkov, a tým aj zníženie nákladov na prevod peňažných prostriedkov medzi jednotlivými subjektmi. Údaje prezentované v matici vzájomných dlhov sme získali od majiteľov týchto subjektov, za čo im patrí naša vďaka. Zároveň je potrebné zdôrazniť, že z dôvodu zachovania obchodného tajomstva nie je možné prezentovať názvy spoločností, ani ich majetkové prepojenie. Dlžnícka štruktúra je vynásobená koeficientom a zaokrúhlená na celé čísla v intervale od 1

do 10 peňažných jednotiek, tak aby bolo možné vhodne prezentovať výsledky bez rizika narušenia obchodného tajomstva.

Keďže v dnešnej dobe už neexistuje žiadna organizácia resp. inštitúcia, ktorá by účelovo a cielene zbierala údaje o zadlžení a výške dlhu jednotlivých subjektov voči iným osobám, tak ako to bolo ešte pred rokom 1989, kedy bolo vlastníctvo všetkých podnikov výlučne štátne. Po transformácii našej ekonomiky sa zber takýchto údajov zastavil a to najmä z dôvodu ochrany obchodného tajomstva a citlivosti informácií, z tohto dôvodu je získanie takýchto ucelených dát priam nemožné, bez toho aby ho dobrovoľne poskytli ekonomické subjekty so záujmom svoje dlhy kompenzovať. Z tohto dôvodu, sa nám nepodarilo počas nášho skúmania získať údaje o početnejších dlžníckych štruktúrach. Napriek tomu si myslíme, že získané údaje o dlžníckej štruktúre s veľkosťou 21 subjektov, postačia na dokonalú prezentáciu modelu.

V nasledujúcej tabuľke je zobrazená dlžnícka štruktúra prepojených subjektov.

Tab. 4.3: Matica východiskovej dlžníckej štruktúry.

Subjekt	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
1	0	1	0	8	0	4	0	0	0	9	5	0	0	3	9	0	0	0	7	0	0
2	0	0	0	0	10	0	8	0	5	2	6	0	0	0	0	9	0	8	4	0	3
3	3	2	0	9	0	9	5	3	0	9	0	0	4	0	0	0	8	0	0	0	0
4	0	0	0	0	2	0	5	0	8	0	0	0	3	4	5	0	9	0	8	7	2
5	2	0	0	0	0	0	7	0	0	6	0	0	2	0	0	0	4	3	0	5	0
6	0	1	0	0	0	0	3	0	2	0	0	8	0	4	0	0	0	0	5	0	0
7	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	7	0	0	6	0	8	0	0	0
8	7	0	0	0	0	2	0	0	0	8	5	4	0	0	0	0	0	0	3	5	9
9	6	0	2	0	0	0	0	2	0	5	7	6	0	0	0	0	3	0	0	0	0
10	0	0	0	0	8	0	3	0	0	0	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	9
11	0	0	0	3	0	3	0	0	0	0	0	0	0	0	7	4	9	0	0	6	0
12	5	0	1	0	0	0	0	0	0	0	3	0	0	5	3	2	9	0	0	7	3
13	0	3	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	9	0	0	5	0	0
14	0	0	0	0	0	0	3	3	0	4	0	0	1	0	6	0	8	0	3	0	0
15	0	0	0	0	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	1	0	5	0
16	0	0	0	6	0	5	0	0	2	0	0	0	0	0	0	0	0	2	0	0	3
17	0	2	0	0	0	0	7	0	0	7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	10	0
18	10	0	0	0	0	1	0	4	0	0	2	0	0	0	0	0	3	0	0	2	0
19	0	0	0	0	0	0	0	0	0	6	0	5	0	4	0	0	0	0	0	5	0
20	7	0	3	0	0	7	0	0	6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
21	0	0	0	0	3	0	2	0	0	0	0	0	2	0	3	0	0	0	0	2	0

Zdroj: vlastné spracovanie

Na uvedenú dlžnícku štruktúru aplikujeme oba modely vzájomných zápočtov pohľadávok a záväzkov, keďže ide o majetkovo prepojené subjekty, všetci účastníci vzájomného zápočtu s touto možnosťou súhlasili.

Aplikácia modelu bez možnosti vytvárania nových dlžníckych vzťahov

V prvom kroku aplikujeme model bez možnosti vytvárania nových dlžníckych vzťahov. Na výpočet použijeme program GAMS. Na základe výpočtu sme dosiahli zníženie dlhu o 396 peňažných jednotiek (zápis a kompletný výstup z programu GAMS nájdete v *Prílohe č. 8* dizertačnej práce).

Optimal solution found.

Objective : 396.000000

Z uvedeného vyplýva, že aplikovaním modelu na dlžnícku štruktúru 21 prepojených subjektov sme dosiahli zníženie celkového dlhu zo 625 na 229 peňažných jednotiek, čo v pomernom ukazovateli znamená zníženie dlhu o 63,36%.

Tab. 4.4: Matica dlžníckej štruktúry po aplikácii prvého modelu

Subjekt	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	0	0	0	0	7	0	0	0	0	0	0
2	0	0	0	0	9	0	8	0	0	2	6	0	0	0	0	9	0	5	4	0	3
3	3	0	0	8	0	9	5	0	0	9	0	0	4	0	0	0	8	0	0	0	0
4	0	0	0	0	0	0	5	0	0	0	0	0	0	0	5	0	8	0	8	7	2
5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3	0	0	0	0	0	0	4	0	0	5	0
6	0	0	0	0	0	0	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
8	0	0	0	0	0	2	0	0	0	0	7	0	4	0	0	0	0	0	3	5	9
9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	5	0	0	0	0	0	0	2	0	0	0	0
10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
11	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	6	0	0	0	0	5	0
12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	4	0	0	7	3
13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3	0	0	0	0	0
14	0	0	0	0	0	0	0	0	0	4	0	0	0	0	4	0	0	0	0	0	0
15	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
16	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
17	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
18	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3	0	0	2	0
19	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
20	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
21	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Zdroj: vlastné spracovanie

Aplikácia modelu s možnosťou vytvárania nových dlžníckych vzťahov

Pred použitím modelu, je potrebné vytvoriť úplný graf, pripočítaním dostatočne veľkého čísla M ku všetkým ohodnoteniam hrán. V našom prípade sa $M = 20$ peňažným jednotkám.

Tab. 4.5: Upravená matica úplného grafu

Subjekt	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
1	0	21	20	28	20	24	20	20	20	29	25	20	20	23	29	20	20	20	27	20	20
2	20	0	20	20	30	20	28	20	25	22	26	20	20	20	20	29	20	28	24	20	23
3	23	22	0	29	20	29	25	23	20	29	20	20	24	20	20	20	28	20	20	20	20
4	20	20	20	0	22	20	25	20	28	20	20	20	23	24	25	20	29	20	28	27	22
5	22	20	20	20	0	20	27	20	20	26	20	20	22	20	20	20	24	23	20	25	20
6	20	21	20	20	20	0	23	20	22	20	20	28	20	24	20	20	20	20	25	20	20
7	20	20	20	20	20	20	0	21	20	20	20	20	27	20	20	26	20	28	20	20	20
8	27	20	20	20	20	22	20	0	20	20	28	25	24	20	20	20	20	20	23	25	29
9	26	20	22	20	20	20	20	22	0	25	27	26	20	20	20	20	23	20	20	20	20
10	20	20	20	20	28	20	23	20	20	0	23	20	20	20	20	20	20	20	20	20	29
11	20	20	20	23	20	23	20	20	20	20	0	20	20	20	27	24	29	20	20	26	20
12	25	20	21	20	20	20	20	20	20	20	23	0	20	25	23	22	29	20	20	27	23
13	20	23	20	20	20	20	20	20	21	20	20	20	0	20	20	29	20	20	25	20	20
14	20	20	20	20	20	20	23	23	20	24	20	20	21	0	26	20	28	20	23	20	20
15	20	20	20	20	23	20	20	20	20	20	20	20	20	20	0	20	22	21	20	25	20
16	20	20	20	26	20	25	20	20	22	20	20	20	20	20	20	0	20	22	20	20	23
17	20	22	20	20	20	20	27	20	20	27	20	20	20	20	20	20	0	20	20	30	20
18	30	20	20	20	20	21	20	24	20	20	22	20	20	20	20	20	23	0	20	22	20
19	20	20	20	20	20	20	20	20	20	26	20	25	20	24	20	20	20	20	0	25	20
20	27	20	23	20	20	27	20	20	26	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	0	20
21	20	20	20	20	23	20	22	20	20	20	20	20	22	20	23	20	20	20	20	22	0

Zdroj: vlastné spracovanie

Na základe výpočtu z programu GAMS sme dosiahli optimálne riešenie celkového zníženia dlhu o 438 peňažných jednotiek (zápis a kompletný výstup z programu GAMS nájdete v *Prílohe č. 9* dizertačnej práce).

Optimal solution found.
Objective : 438.000000

Z uvedeného vyplýva, že aplikovaním modelu na dlžnícku štruktúru 21 prepojených subjektov sme dosiahli zníženie celkového dlhu zo 625 na 187 peňažných jednotiek, čo v pomernom ukazovateli znamená zníženie dlhu o 70,08 %.

Tab. 4.6: Matica dlžnickej štruktúry po aplikácii druhého modelu

Subjekt	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
1	0	0	0	0	0	0	6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	0	0	0	0	2	0	0	0	0	0	0	5	0	0	0	20	0	0	19	0
3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	0	0	0	0	0	0	0	15	12	17
4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	5	0	0	0	0	22	0	0	0	0	0	0
5	0	0	0	0	0	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
8	0	0	0	0	0	0	15	0	0	6	0	0	0	0	0	0	9	0	0	0	0
9	0	0	0	0	0	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	4	0	0	0	0	0
10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
11	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	14	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
14	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	8	0	0	0	0	0
15	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
16	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
17	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
18	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
19	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
20	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
21	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Zdroj: vlastné spracovanie

Porovnanie jednotlivých modelov

Z uvedených výsledkov vyplýva, že model s možnosťou vytvárania nových dlžníckych vzťahov dosiahol vyššie zníženie celkového zadĺženia o zhruba 7%. Nezanedbateľné ale je podstatné zníženie počtu dlžných vzťahov medzi jednotlivými subjektmi. Kým dlžnícka štruktúra po aplikácii prvého modelu bez možnosti vytvárania nových vzťahov mala ešte 45 dlhov, aplikáciou modelu s možnosťou vytvárania nových vzťahov bol ich počet len 19. Aj toto považujeme za veľkú výhodu druhého modelu, nakoľko na úplné vyrovnanie dlhov medzi subjektmi je potrebné vykonať o 26 transakcií menej. Pri zohľadnení transakčných poplatkov, môže byť úspora nákladov nezanedbateľná.

4.2 Aplikácia modelu na simulovaných dlžníckych štruktúrach

Z dôvodu nedostupnosti údajov o dlžníckych štruktúrach, sme sa rozhodli využiť možnosť nasimulovať údaje a na základe toho testovať model vzájomných zápočtov s možnosťou vytvárania nových dlžníckych vzťahov. Simuláciou sme vygenerovali 100 dlžníckych štruktúr (matíc) predstavujúcich vzťahy medzi 10 prepojenými subjektami, ktoré sme spracovali s použitím modelu vzájomných zápočtov.

Simulácia

Výsledky modelu sú prezentované na náhodne generovaných hodnotách, pričom uvažujeme s dlžníckym systémom obsahujúcim 10 dlžných subjektov. Dlhy sú generované v šiestich úrovniach s rôznymi rozdeleniami.

Tab. 4.7: Rozdelenia použité pri generovaní hodnôt dlžníckych štruktúr.

Úroveň	Rozdelenie
0.	Exponenciálne s $\lambda = 2$
1.	Normálne (4;1)
2.	Normálne (7;1,5)
3.	Normálne (9;2,5)
4.	Normálne (15;4)
5.	Normálne (25;5)

Proces generovania pozostáva z dvoch krokov. V prvom kroku sa rozhoduje, ktoré zo šiestich vyššie uvedených rozdelení sa použije pri generovaní hodnoty dlhu medzi dvoma subjektami s použitím exponencionálneho parametra $\lambda = 2$. Výsledné hodnoty sú generované v závislosti od uvedeného rozdelenia a matematicky zaokrúhľované po poslednú úroveň uvedenú v *Tabuľke 4.7*. Všetky vyššie hodnoty sú priradené poslednej úrovni. Následne sa dané číslo použije pre výber konkrétneho rozdelenia v zmysle *Tabuľky 4.7* a je mu priradená konkrétna váha (hodnota). Tento postup dovoľuje generovať dlžnicke štruktúry s nízkym počtom extrémnych hodnôt a s častým výskytom nulových hodnôt. To je jeden z dôvodov prečo sme si zvolili takúto formu simulovania vzťahov. Samozrejme je možné vytvoriť a otestovať aj dlžnicke štruktúry s inými predpokladmi.

Výsledky optimalizácie po použití modelu na simulovaných dlžníckych štruktúrach preukazuje významné zníženie dlhov vo všetkých 100 prípadoch. Priemerné zníženie dlhu je na úrovni **79,56%**, pričom zníženie dlhov sa pohybuje v interval od **64,85%** do **91,67%**. Je dôležité si uvedomiť, že rôzne dlžnícke štruktúry môžu mať rôznu úroveň zníženia celkového dlhu. Takéto zníženie dlhov, je samozrejme možné ak predpokladáme, že neexistujú žiadne administratívne a legislatívne prekážky, ktoré by zabránili takémuto procesu. V takomto prípade je možné dosiahnuť značné zníženie dlhov v ekonomike, čo môže priniesť v neposlednom rade aj zvýšenie kvality podnikateľského prostredia.

Zdrojové údaje a výsledky 100 použitých matíc dlžnickej štruktúry 10x10, ktoré boli vygenerované na základe vyššie uvedených pravidiel, sú uvedené v *Prílohe č. 10* dizertačnej práce.

4.3 Ďalšie možnosti aplikácie modelu

Doteraz prezentované poznatky si v nasledujúcich podkapitolách aplikujeme na príklade konkrétnej inštitúcie. Nepôjde však o klasickú dlžnicu štruktúru tvorenú pohľadávkami a záväzkami z obchodno-záväzkových vzťahov, a to hlavne z dôvodu už spomenutej náročnosti získavania informácií či už od súkromných, alebo aj štátnych inštitúcií.

4.3.1 Základné informácie o inštitúcii a štruktúre subjektov

Ekonomická univerzita v Bratislave predstavuje v súčasnosti najväčšiu univerzitu v SR, ktorá zabezpečuje na všetkých stupňoch štúdia komplexné a ucelené vzdelávanie v ekonomických a manažérskych študijných programoch. Na EU v Bratislave sa uskutočňuje výučba v 19 študijných programoch na 1. stupni štúdia (bakalárske), v 30 študijných programoch na 2. stupni štúdia (inžinierske), v 1 študijnom programe na 2. stupni štúdia (magisterské) a v 16 študijných programoch na 3. stupni štúdia (doktorandské štúdium). Všetky študijné programy sú akreditované a garantované internými učiteľmi univerzity vrátane troch študijných programov, ktoré môžu študenti študovať v anglickom, nemeckom a francúzskom jazyku. Študijné programy sú kompatibilné so študijnými programami obdobných vysokých škôl v Európe. Túto skutočnosť potvrdili aj výsledky

medzinárodnej evalvácie uskutočnenej Európskou asociáciou univerzít, ktorej členom je aj EU v Bratislave.

Rozsiahla je aj medzinárodná spolupráca univerzity s viac ako 230-timi univerzitami a vysokými školami vo svete, ako aj zapojenie učiteľov univerzity do vedeckovýskumnej činnosti.

V oblasti vzdelávania si EU v Bratislave kladie za cieľ zabezpečiť vysoký stupeň kvality ekonomického vzdelávania prioritne v inžinierskom štúdiu a v doktorandskom štúdiu. Tomuto podrobuje svoju riadiacu, ale hlavne obsahovú náplň pri koncipovaní foriem a druhov vzdelávania, skvalitňovaní odbornej úrovne a výkonnosti pedagogických zamestnancov a aplikácii moderných vyučovacích a študijných metód pre študentov. Týmto cieľom prispôsobuje a buduje vedenie univerzity aj organizačné usporiadanie univerzity - jej fakúlt a pracovísk v novej štruktúre študijných odborov a študijných programov.

Pri analýze dlžníckych vzťahov budeme vychádzať z organizačnej štruktúry univerzity (príloha č.9), pričom podstatné pre nás budú pracoviská poskytujúce výučbu študentom, čiže celouniverzitné ústavy a fakulty s ich katedrami. Budeme pracovať s údajmi za akademický rok 2012/2013, konkrétne zimný semester. Podľa výročnej správy Ekonomickej univerzity (ďalej len EU v BA) bolo k 31.10.2012 na jej 7 fakultách vo všetkých študijných programoch zapísaných celkom 10634 študentov. Z toho na prvom stupni štúdia bolo zapísaných 5683 študentov čo tvorí 53,44% všetkých študentov.

Tab. 4.8: Prehľad študijných programov na jednotlivých stupňoch štúdia.

fakulta	1. stupeň	2. stupeň	3. stupeň	spolu
NHF EU	7	10	5	22
OF EU	2	5	4	11
FHI EU	3	5	3	11
FPM EU	2	6	2	10
FMV EU	1	1	1	3
FAJ EU	1	1	–	2
PHF EU	2	1	1	4
EU rektorát	–	3	0	3
EU spolu	18	32	16	66

Zdroj: www.euba.sk

Ako sme už spomenuli pri našich výpočtoch budeme používať dáta za rok 2012, ktoré sme získali z akademického informačného systému univerzity (ďalej len AIS). Pre lepšie vykreslenie dlžníckych štruktúr sme sa rozhodli pracovať len s dátami pre prvý stupeň štúdia z dôvodu, že na prvom stupni štúdia sa na vzdelávaní študentov podieľajú jednotlivé pracoviská spoločne, na stupni druhom, kedy je študent už profilovaný v rámci svojho študijného programu si z veľkej miery výučbu zabezpečujú jednotlivé fakulty vo vlastnej réžii, z čoho vyplýva, že početnosť dlžných vzťahov je podstatne nižšia.

Pri našich výpočtoch budeme používať mernú jednotku – „študentohodina“ čo je súčin počtu študentov zapísaných na jednotlivých fakultách s počtom hodín, ktoré absolvovali počas daného semestra výučby.

Subjekty ktoré budú zapojené do vzájomných zápočtov pohľadávok a záväzkov a ich podsubjekty sú uvedené v *Prílohe č.11* dizertčnej práce.

4.3.2 Analýza vstupných údajov

Po analýze vstupných údajov a priradení jednotlivých výkonov ich dodávateľom (stredisku zabezpečujúce výučbu) a odberateľom (stredisku na ktorom študujú študenti ktorým bola poskytnutá výučba). Sme zostavili maticu dlhov medzi jednotlivými strediskami. Riadky v matici predstavujú poskytnutú službu (výučbu), čiže z hľadiska obchodného pohľadávku voči jej príjmateľovi, stĺpce v matici predstavujú záväzky voči poskytovateľovi výučby.

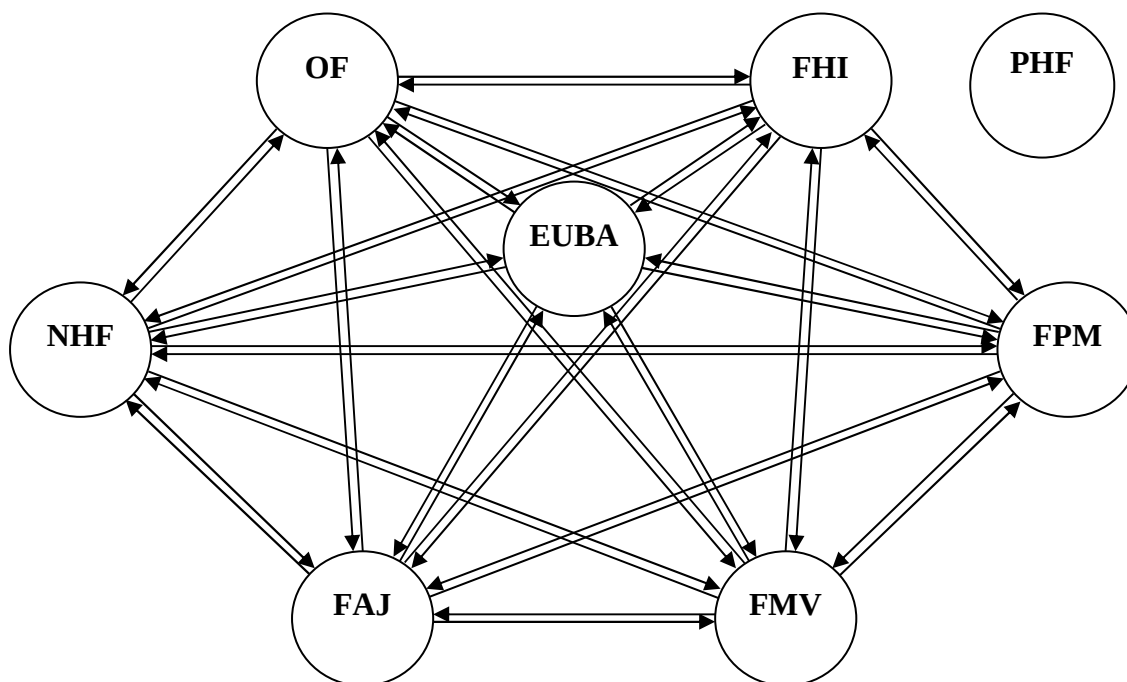
Tab. 4.9: Matica „dlhov“ po spracovaní vstupných údajov z AIS.

	euba	nhf	of	fhi	fpm	fmv	faj	phf	
euba	--	23200	9622	2184	1144	12090	2678	0	50918
nhf	0	--	53772	56886	41980	26273	12948	0	191859
of	0	40772	--	44958	46288	18408	7800	0	158226
fhi	0	66260	73642	--	88118	45370	0	0	273390
fpm	0	47041	59902	60560	--	20072	3016	0	190591
fmv	0	12086	7106	0	4480	--	1872	0	25544
faj	0	58986	71478	14856	31462	83746	--	0	260528
phf	0	0	0	0	0	0	0	--	0
	0	248345	275522	179444	213472	205959	28314	0	1151056

Zdroj: vlastné spracovanie

Z danej matice sme zostrojili sieťový graf, zobrazujúci dlhovú štruktúru medzi jednotlivými strediskami, je dôležité podotknúť že v grafe sú zobrazené aj hrany s nulovou hodnotou (okrem PHF). Dlh medzi subjektmi je rovný nule.

Obr. 4.5: Sieťový graf „dlhovej“ štruktúry EU v BA



V danom sieťovom grafe vidíme vzťahy medzi jednotlivými dlžnými subjektmi. Vidíme, že fakulta/subjekt PHF nemá žiadny vzťah s iným subjektom v rámci EU v BA, toto je spôsobené sídlom fakulty, ktorá sa nachádza v Košiciach. V ďalších výpočtoch od nej preto môžeme abstrahovať.

4.3.3 Vzájomný zápočet pohľadávok a záväzkov

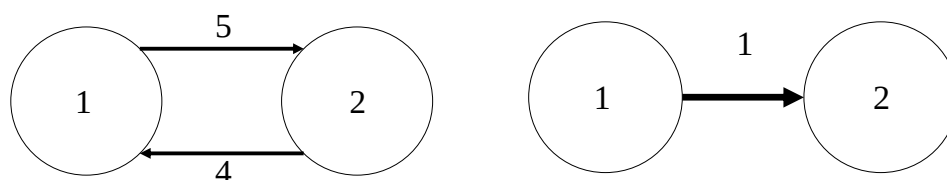
V tejto fáze môžeme pristúpiť k postupnému vykonávaniu vzájomných zápočtov pohľadávok a záväzkov v sieťovom grafe, pre lepšiu ilustráciu si po každej kompenzácii, ktorú vykonáme zostavíme aj novú maticu dlhov k danému grafu.

1. krok – kompenzácia vzájomných pohľadávok a záväzkov

V prvom kroku pristúpime k právne čistému zápočtu pohľadávok a záväzkov, a to takému ktorý je definovaný v občianskom resp. obchodnom zákonníku. V prípade že dva subjekty majú medzi sebou súčasne pohľadávky aj záväzky tie možno vzájomne započítať.

Grafické znázornenie dlhovej štruktúry a možnosti započítania pohľadávok v zmysle platnej legislatívy zobrazuje obrázok 4.6, na ktorom jednotlivé uzly grafu predstavujú vzájomné postavenie subjektov a ohodnotenie hrán predstavuje výšku dlhu v peňažných jednotkách. Z uvedeného vyplýva, že vzájomným započítaním pohľadávok kleslo celkové zadĺženie z 9 peňažných jednotiek na 1 peňažnú jednotku bez potreby peňažného plnenia medzi prepojenými subjektmi.

Obr. 4.6: Započítanie pohľadávok a záväzkov v zmysle platnej legislatívy.

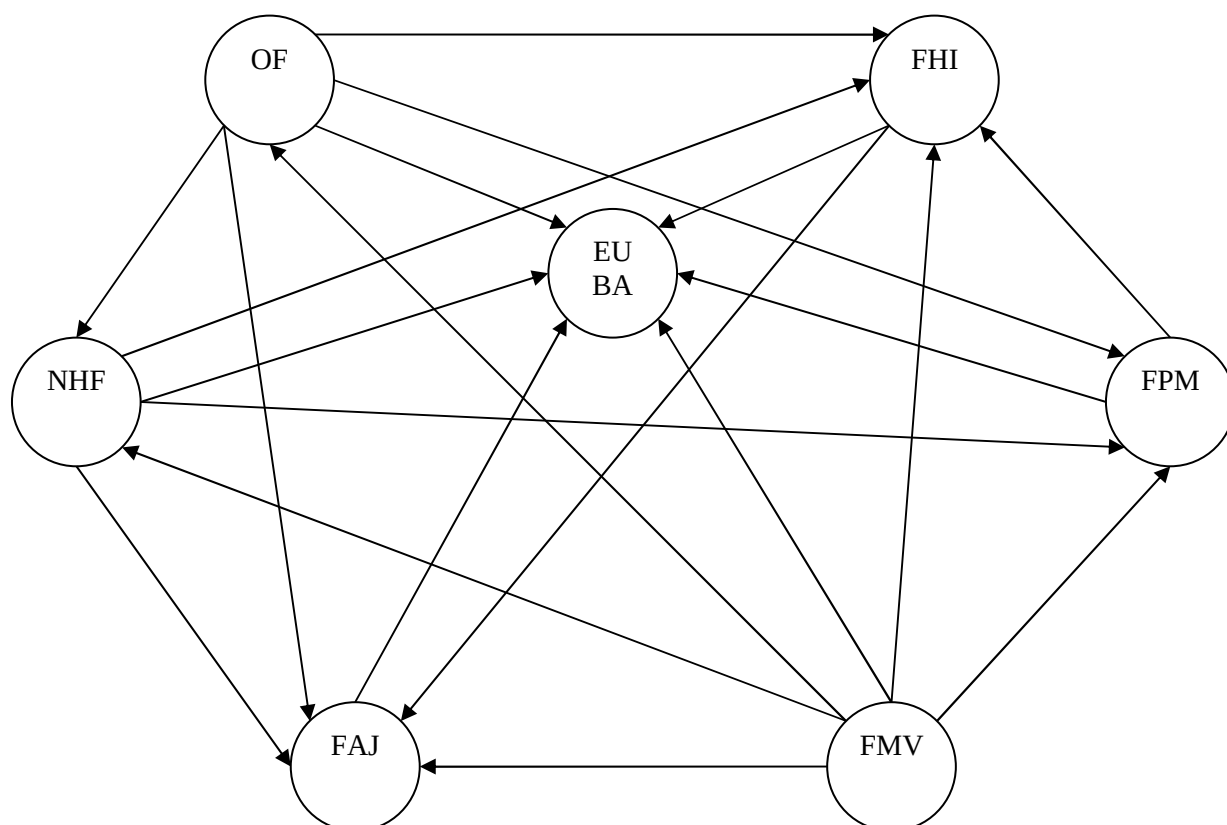


Tab. 4.10: Matica „dlhov“ po vzájomnej kompenzácii pohľadávok a záväzkov.

	euba	nhf	of	fhi	fpm	fmv	faj	phf	
euba	--	23200	9622	2184	1144	12090	2678	0	50918
nhf	0	--	13000	0	0	14187	0	0	27187
of	0	0	--	0	0	11302	0	0	11302
fhi	0	9374	28684	--	27558	45370	0	0	110986
fpm	0	5061	13614	0	--	15592	0	0	34267
fmv	0	0	0	0	0	--	0	0	0
faj	0	46038	63678	14856	28446	81874	--	0	234892
phf	0	0	0	0	0	0	0	--	0
	0	83673	128598	17040	57148	180415	2678	0	469552

Zdroj: vlastné spracovanie

Obr. 4.7: Dlžnícka štruktúra po započítaní vzájomných pohľadávok a záväzkov.



Zdroj: vlastné spracovanie

Sieťový graf po zápočte vzájomných pohľadávok a záväzkov spĺňa požiadavku, že bilancia jednotlivých uzlov musí ostať zachovaná vykonaní zápočtu pohľadávok a záväzkov.

Bilancie jednotlivých uzlov nájdeme v priloženej tabuľke, v prípade že celková bilancia je kladná znamená to, že daný subjekt/uzol má viac pohľadávok ako záväzkov a naopak.

Tab. 4.11: Bilancia jednotlivých uzlov.

Uzol	Suma hrán vystupujúcich z uzla	Suma hrán vstupujúcich do uzla	Bilancia
euba	50918	0	-50918
nhf	27187	83673	56486
of	11302	128598	117296
fhi	110986	17040	-93946
fpm	34267	57148	22881
fmv	0	180415	180415
faj	234892	2678	-232214

Zdroj: Vlastné spracovanie

2. krok – kompenzácia s vytvorením nových dlžníckych vzťahov

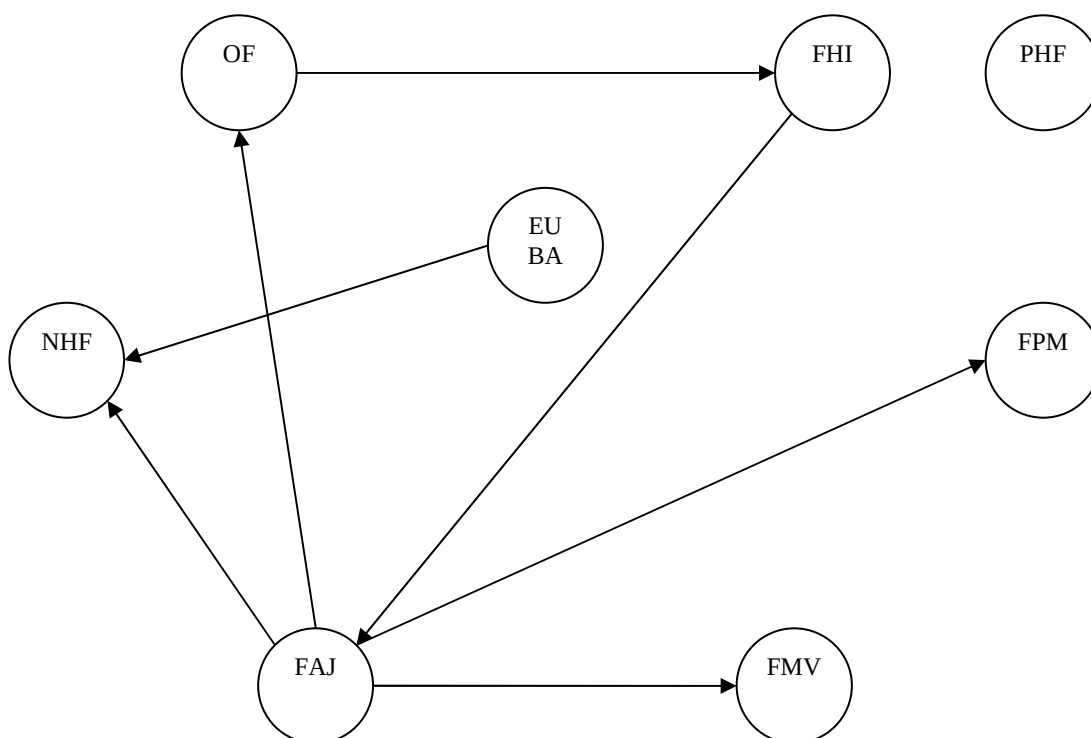
V ďalšom kroku pristúpime ku kompenzácii záväzkov s tým, že budem abstrahovať od aktuálne platnej legislatívy v Slovenskej republike. Po analýze, sieťového grafu, zistíme že graf je acyklycký, to znamená že neobsahuje žiadny cyklus, z tohto dôvodu pri ďalšej kompenzácii môžeme použiť iba model akceptujúci nové dlžnícke vzťahy. Pri ďalšej kompenzácii vychádzame z predpokladu, že všetci účastníci súhlasia s možnosťou zmeny dlhovej štruktúry, ale so zachovaním podmienky konštantnosti bilancií jednotlivých uzlov. Po vykonaní kompenzácie dostávame novú maticu dlhov a nový sieťový graf.

Tab. 4.12: Matica dlhov po aplikácii modelu.

	euba	nhf	of	fhi	fpm	fmv	faj	
euba	--	50918	0	0	0	0	0	50918
nhf	0	--	0	0	0	0	0	0
of	0	0	--	0	0	0	0	0
fhi	0	0	0	--	0	93946	0	93946
fpm	0	0	0	0	--	0	0	0
fmv	0	0	0	0	0	--	0	0
faj	0	5568	117296	0	22881	86469	--	232214
	0	56486	117296	0	22881	180415	0	377078

Zdroj: vlastné spracovanie

Obr. 4.8: Sieťový graf po použití modelu s možnosťou zmeny dlžníckych vzťahov



Zdroj: vlastné spracovanie

Overenie bilancie jednotlivých uzlov nájdeme v priloženej tabuľke, v prípade že celková bilancia je kladná znamená to, že daný subjekt/uzol má viac pohľadávok ako záväzkov a naopak.

Tab. 4.13: Bilancia jednotlivých uzlov po aplikácii modelu.

Uzol	Suma hrán vystupujúcich z uzla	Suma hrán vstupujúcich do uzla	Bilancia
euba	50918	0	-50918
nhf	0	56486	56486
of	0	117296	117296
fhi	93946	0	-93946
fpm	0	22881	22881
fmv	0	180415	180415
faj	232214	0	-232214

Zdroj: vlastné spracovanie

4.3.4 Zhrnutie vykonaných vzájomných zápočtov

Z uvedených zápočtov, ktoré sme vykonali medzi jednotlivými fakultami EU v BA jasne vidíme výrazné zníženie potreby vykonávania transakcií medzi zapojenými subjektmi. Z počiatočného grafu dlhovej štruktúry a jeho matice, ktorá vznikla spracovaním počiatočných dát, vidíme, že celková výška pohľadávok a záväzkov medzi prepojenými subjektmi je vo výške 1 151 056 „študentohodín“, vzájomným zápočtom po 1. kroku sme dosiahli zníženie celkových dlhov na úroveň 469 552 „študentohodín“, čo je zníženie potreby „kapitálu“ o 681 504 jednotiek. Po aplikovaní modelu s možnosťou vytvárania nových dlžných vzťahov sa celkový dlh znížil na 377 078 „študentohodín“ čo predstavuje úsporu oproti kroku 1. o 92 474 jednotiek a celkovú úsporu v porovnaní s počiatočnými údajmi o 773 978 „študentohodín“. V prípade ak by sme ocenili 1 „študentohodinu“ len jedným Eurom (1 €), celková úspora kapitálu by bola vo výške 773 978 €. Ak by sme uvažovali s tým, že jednotlivé subjekty by vykonali úhradu svojich záväzkov klasickým spôsobom a zohľadnili by sme ich náklady na bankové poplatky a transakčné náklady, prípadne potrebu krátkodobého úveru, celková úspora nákladov by určite nebola zanedbateľná.

4.4 Návrh metodiky a legislatívnych zmien pre vykonávanie zápočtov

V nasledujúcej časti sa pokúsime načrtnúť a popísať metodiku vykonávania vzájomných zápočtov z technickej a právnej stránky, tak aby s predchádzajúcimi kapitolami tvorila jeden celok. Týmto spôsobom sa pokúsime zobraziť praktickú využiteľnosť tohto systému v praxi.

Keďže si uvedomujeme, že legislatívne prostredie nedovoľuje vykonávanie vzájomných zápočtov inak ako medzi dvoma vzájomne prepojenými subjektmi, pokúsime sa navrhnúť riešenie, ktoré by bolo právne akceptovateľné. Veľmi dôležitým predpokladom úspešného vykonávania vzájomných zápočtov je, že do tohto procesu sa zapojí čo najviac subjektov z určitej lokality (hospodársky sektor, región). Ideálna lokalita pre vykonávanie vzájomných zápočtov je štát.

V nasledujúcich podkapitolách sa budeme zaoberať otázkami, ktoré musia byť zodpovedané a vyriešené pred prípadným vykonávaním vzájomných zápočtov. Jedná sa o základné princípy, ktoré vychádzajú z teórie vzájomných zápočtov. Jedná sa o tieto oblasti:

- časový horizont vykonávania vzájomných zápočtov,
- legislatívna úprava vzájomných zápočtov,
- právna subjektivita a organizačná štruktúra vykonávateľa vzájomných zápočtov,
- systém komunikácie pri vzájomných zápočtoch.

Základný predpoklad úspešného vykonávania vzájomných zápočtov je daný už z historického hľadiska tým, že započítavanie musí prebiehať medzi všetkými zapojenými subjektmi v rovnakom čase (počas zúčtovacích dní). Počas tohto vlastného zúčtovania musia byť k dispozícii všetky informácie súvisiace s dlžným systémom, ktoré sa počas celého procesu nesmú žiadnym spôsobom dopĺňať alebo meniť. Z toho vyplýva, že dlžnícka štruktúra musí byť počas celého procesu statická. Pre akéhokoľvek účastníka dlžného systému to znamená, že od momentu kedy prihlási svoje dlhy do systému zápočtu až po moment kedy obdrží výsledky tohto procesu nemôže s prihlásenými pohľadávkami ani záväzkami žiadny spôsobom nakladať. Je takisto potrebné zdôrazniť, že všetky informácie, ktoré o vzájomných pohľadávkach a záväzkoch sú predmetom obchodného tajomstva.

Časový horizont vykonávania vzájomných zápočtov

Vykonávanie vzájomného zápočtu pohľadávok a záväzkov je typická úloha dávkového spracovania dát. Každé spracovanie je vždy samostatná úloha s vlastným zberom a spracovaním informácií.

Zápočet pohľadávok a záväzkov by sa mal vykonávať opakovane v určitých presne stanovených intervaloch. Každé opakovanie vzájomných zápočtov môžeme nazvať kolo zápočtov. Početnosť jednotlivých kôl zápočtov závisí od viacerých faktorov. Je potrebné brať do úvahy rýchlosť vzniku dlžníckych štruktúr a ich zmien. Podľa môjho názoru je ideálna početnosť výkonu vzájomných zápočtov v štvrtročných intervaloch (4x ročne).

Obdobie medzi koncom jedného a začiatkom ďalšieho kola zápočtov je ideálne využiť na analýzu predchádzajúcich kôl zápočtov a získavanie nových subjektov, ktoré sa zapoja do započítania.

Legislatívna úprava vzájomných zápočtov

Tak ako bolo spomenuté v prvej kapitole aktuálna Slovenská a Európska legislatíva pozná započítanie pohľadávok (kompenzáciu) ako jeden zo spôsobov zániku záväzkov dvoch subjektov, ktoré majú navzájom postavenie veriteľa a dlžníka. Uplatnením tohto inštitútu sa zmluvné strany môžu vyhnúť zbytočnému plneniu vzájomných dlhov, stačí ak jeden z nich urobí voči tomu druhému započítací prejav vôle.

Všeobecná právna úprava započítania pohľadávok je obsiahnutá Občianskom zákonníku v ustanoveniach §580 a §581. Ustanovenia o započítaní pohľadávok obsiahnuté v Obchodnom zákonníku (ustanovenia §358 až §364) dopĺňajú túto základnú právnu úpravu s prihliadnutím na aplikáciu výhradne na obchodno-právne vzťahy.

Systém vzájomného započítania pohľadávok a záväzkov riešený v tejto dizertačnej práci sa však úplne odlišuje od spôsobu započítania pohľadávok obsiahnutého a akceptovaného platným právnym systémom. Vzájomné započítanie pohľadávok pomocou matematických metód pripúšťa započítanie každého prihláseného dlhu medzi rôznymi subjektmi (aj vzájomne vôbec neprepojenými) a každý dlh z matematického hľadiska rozkladá na mnoho častí, pričom každá časť dlhu môže byť súčasťou iného cyklu započítavania. Nejedná sa preto o právne čisté započítanie iba medzi dvoma prepojenými subjektmi tak ako ho pozná naša resp. európska legislatíva. Práve z tohto dôvodu je veľmi

dôležité aby žiadny subjekt, ktorý sa dobrovoľne zapojí do systému vzájomných zápočtov v budúcnosti nemal výhrady proti takejto forme zániku svojich pohľadávok a záväzkov, prípadne ho iným spôsobom nespochybňoval. Ak by k takémuto konaniu niektorého subjektu došlo nenávratne by to narušilo celý systém vzájomných zápočtov.

Z uvedeného jasne vyplýva, že systém vzájomných zápočtov musí byť dostatočne právne ošetrený aby sa vyhol prípadným komplikáciám v budúcnosti. Vytvorenie potrebného legislatívneho rámca je časovo a administratívne náročná voľba, preto je lepšie zvoliť si cestu vytvorenia takých zmlúv, ktoré by boli vhodné pre daný systém. Pri súčasne platnej legislatíve by sa jednalo o zmluvy, ktoré nie sú Obchodným¹⁵ resp. Občianskym¹⁶ zákonníkom pomenované. Oba zákony, ale pri splnení zákonných podmienok pripúšťajú možnosť vytvorenia takýchto zmlúv. Pokiaľ by účastníci systému vzájomných zápočtov jednoznačne zmluvne vyjadrili súhlas a vôľu s takýmto zánikom pohľadávok a záväzkov, ktoré by boli jasne definované a obsiahnuté v zmluvách, vyriešil by sa problém s prípadným napadnutím celého procesu v budúcnosti. Tieto zmluvy by mali byť uzatvorené medzi subjektom, ktorý prihlasuje svoje pohľadávky a záväzky do systému vzájomných zápočtov a spracovateľom, ktorý zabezpečí tento proces. Okrem iného by takáto zmluva mala obsahovať nasledujúce náležitosti:

- presný zoznam prihlasovaných pohľadávok a záväzkov,
- uznanie jednotlivých prihlasovaných záväzkov zo strany prihlasovaného subjektu v zmysle § 323 Obchodného zákonníka prípadne § 558 Občianskeho zákonníka,
- vyhlásenie prihlasovaného subjektu, že pohľadávky a záväzky nie sú ku dňu podpisu zmluvy predmetom súdnych sporov, prípadne exekučných konaní,
- akceptáciu prihlasovaného subjektu, že odo dňa uzavretia zmluvy, až do momentu prevzatia výsledkov spracovania nebude so svojimi peňažnými záväzkami prihlásenými do systému zápočtov nakladať (uhrádzať, posupovať na inú osobu a pod.) a zároveň nebude svoje pohľadávky vymáhať,
- ustanovenie, že prihlásené pohľadávky a záväzky zaniknú v momente ich zápočtu u spracovateľa,
- termín, kedy sa vzájomné započítanie uskutoční,

¹⁵ § 269 ods. 2. Obchodného zákonníka: Účastníci môžu uzavrieť aj takú zmluvu, ktorá nie je upravená ako typ zmluvy. Ak však účastníci dostatočne neurčia predmet svojich záväzkov, zmluva nie je uzavretá.

¹⁶ § 51 Občianskeho zákonníka: Účastníci môžu uzavrieť i takú zmluvu, ktorá nie je osobitne upravená; zmluva však nesmie odporovať obsahu alebo účelu tohto zákona.

- povinnosť spracovateľa oznámiť výsledky spracovania prihlásenému subjektu písomnou formou, vystavením zápočtového listu resp. iného dokumentu preukazujúceho zánik pohľadávok a záväzkov k určitému dátumu,
- vyhlásenie prihlasovaného subjektu, že bude akceptovať výsledky vzájomného zápočtu a v budúcnosti nebude spochybňovať a vymáhať plnenie pohľadávok, ktoré zanikli zápočtom.

Takto nastavený systém je z právneho hľadiska jednoznačne neobvyklý a zákonom nie je priamo upravený, avšak nie nemožný a zakázaný. Preto sa riadime základnou premisou: „Čo nie je zakázané je dovolené“. Všetky zúčastnené subjekty v tomto systéme vzájomných zápočtov však musia mať túto skutočnosť na zreteli a venovať značnú pozornosť riadnemu a presnému spracovaniu príslušných zmlúv, tak aby v budúcnosti nedošlo k ich spochybneniu z dôvodu akejkoľvek právnej vady. V dôsledku akéhokoľvek spochybnenia by mohlo dôjsť k celkovému popretiu výsledkov vzájomného zápočtu, avšak návrat k pôvodnej dlžníckej štruktúre (pred uskutočnením zápočtu) by bol právne a ekonomicky nemožný, a to hlavne s ohľadom na množstvo zapojených subjektov a výšku celkového zníženia pohľadávok a záväzkov.

Právna subjektivita a organizačná štruktúra vykonávateľa vzájomných zápočtov

Vykonávanie vzájomných zápočtov možno charakterizovať ako podnikanie, nakoľko sa jedná o sústavnú činnosť, vykonávanú vo vlastnom mene a na vlastnú zodpovednosť subjektu, ktorý tieto zápočty uskutočňuje, pričom jeho cieľom je okrem iného dosiahnutie zisku. Z tohto dôvodu je potrebné aby subjekt, ktorý zápočty vykonáva bol obchodnou spoločnosťou. Predmetom jeho činnosti by bolo spracovanie vzájomného zápočtu pohľadávok a záväzkov pre svojich klientov. Výkon tejto činnosti so sebou prináša prístup k citlivým informáciám o jednotlivých spoločnostiach, ktoré sú predmetom obchodného tajomstva. Z tohto dôvodu by bolo ideálne keby subjekt vykonávajúci túto činnosť bol akciovou spoločnosťou s takým základným imaním aby bol pre klientov čo naj dôveryhodnejší. Ak sa na tento subjekt pozrieme z hľadiska vlastníctva, preferoval by som vlastníctvo štátne, z dôvodu vyššej miery dôvery, prípadne s účasťou štátu. Samozrejme súkromné vlastníctvo by nebolo prekážkou pre jeho efektívne fungovanie.

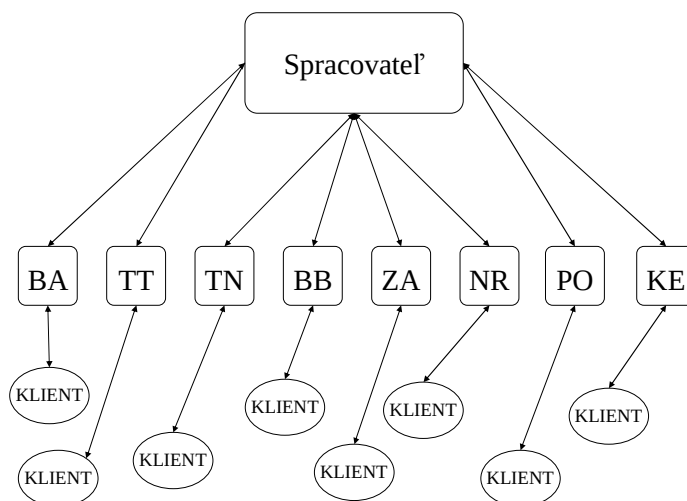
Zo základných princípov popísaných na začiatku tejto podkapitoly vyplýva veľká teritoriálna pôsobnosť takéhoto subjektu. Pri zbere a informácií je potrebné aby tento

subjekt úzko komunikoval so všetkými potenciálnymi klientmi v relatívne krátkom časovom horizonte. Z tohto dôvodu by bolo vhodné ak by zber dát od klientov vykonávali lokálne klientské centrá, ktoré by boli z hľadiska komunikácie a blízkosti ku klientom efektívnejšie. Ak by bola teritoriálna pôsobnosť na úrovni štátu tieto klientské centrá by mohli vzniknúť napríklad v jednotlivých krajských mestách prípadne iných obdobných lokalitách. Organizačne by boli súčasťou subjektu vykonávajúceho vzájomné zápočty prípadne by to mohli byť samostatné subjekty spolupracujúce na základe zmluvného vzťahu.

Klientské centrá by zabezpečovali:

- získavanie nových klientov,
- marketingovú a informačnú kampaň,
- príprava a uzatváranie zmlúv,
- zber a kontrola dát od klientov,
- zaistenie prípadných opráv a doplnenia dát,
- odovzdanie finálnych dát na spracovanie,
- distribúcia výsledkov vzájomného zápočtu jednotlivým klientom.

Obr. 4.9: Návrh organizačnej štruktúry vykonávateľa vzájomných zápočtov



Zdroj: vlastné spracovanie

Systém komunikácie pri vzájomných zápočtoch

Celý návrh systému komunikácie od klienta až po subjekt spracovania je podriadený požiadavkám na rýchlosť a bezchybnosť komunikácie. Tak ako sme uviedli

v predchádzajúcej časti, organizačná štruktúra pozostáva zo subjektu vykonávajúceho vzájomné zápočty, ďalej z klientských centier a dlžných subjektov. Klientské centrá sú zodpovedné za zber dát, formálnu kontrolu a postúpenie dát na spracovanie. Po spracovaní a vykonaní vzájomných zápočtov zase klientské centrá distribuujú dáta zapojeným dlžným subjektom (klientom). Celý proces komunikácie z hľadiska jeho rýchlosti a bezchybnosti by mal fungovať v reálnom čase online, pričom je potrebné zabezpečiť jeho bezpečnosť pred možným napadnutím a únikom informácií.

Celý proces komunikácie možno rozdeliť do niekoľkých stupňov:

1. stupeň – registrácia dlžného subjektu (klienta)

Registrácia nového klienta môže prebiehať kedykoľvek pred zahájením nového kola zápočtov, ktorého sa chce daný subjekt zúčastniť. Každý klient by sa mal registrovať len v jednom klientskom centre, v prípade že by mal záujem sa zaregistrovať vo viacerých klientských centrách, online systém by ho mal zabrániť takejto registrácii z dôvodu duplicity. Registrácia sa vykoná podpísaním rámcovej zmluvy. Informácie o klientovi sú prostredníctvom informačného systému prenášané do centra spracovania.

2. stupeň – registrácia pohľadávok a záväzkov

Po úspešnej registrácii a podpísaní rámcovej zmluvy, klient predloží zoznam pohľadávok a záväzkov, ktoré chce prihlásiť do systému vzájomných zápočtov, týmto sa dané prihlásené pohľadávky a záväzky zaradia do najbližšieho kola spracovania. Po vykonaní formálnej kontroly sú dáta „nahraté“ do systému. Dlžný subjekt musí pri registrácii podpísať príslušné vyhlásenia týkajúce sa pohľadávok a záväzkov a vyhlásenie o akceptovaní výsledkov spracovania.

3. stupeň – spracovanie a overenie dát

V tomto kroku prevádza subjekt vykonávajúci samotný zápočet opätovnú formálnu kontrolu a overuje či prihlásené pohľadávky a záväzky sú reálne, teda či k prihlásenej pohľadávke voči určitému subjektu existuje rovnaký záväzok a naopak. Týmto overením dosiahne spárovanie pohľadávok a záväzkov. V prípade, že sa pri kontrole zistia nedostatky či už formálne resp. vecné, tieto sú postúpené klientským centrá. Klientské centrá následne vykonajú opravu nezrovnalostí a zaistia opätovné potvrdenie doplnených dát u klienta. Následne sú dáta postúpené do centra spracovania.

4. stupeň – vykonanie vzájomného zápočtu

Spracovateľ na základe zozbieraných dát a ich opätovnej kontrole pristúpi k vzájomnému zápočtu pohľadávok a záväzkov. V prípade že sa v zozbieraných dátach aj napriek predchádzajúcej kontrole objavia nezrovnalosti, pohľadávky a záväzky ktorých sa tieto nezrovnalosti týkajú sa vyradia zo systému zápočtov. Týmto sa zabezpečí bezchybnosť samotného spracovania a nemožnosť jeho napadnutia v budúcnosti. Vyradené pohľadávky a záväzky sa po odstránení nedostatkov môžu zaradiť do ďalšieho kola zápočtov. Samotný vzájomný zápočet vykoná v nasledujúcich krokoch:

- a) Vytvorenie matice dlhov - zozbierané a skontrolované dáta vloží do matice dlhov. Z matice dlhov je možné zostrojiť sieťový graf, pokiaľ to veľkosť súboru dát dovoľuje.
- b) Vybilancovanie vzájomných dlhov – v prípade existencie vzájomných pohľadávok a záväzkov medzi dvoma subjektmi, pristúpi spracovateľ k ich vybilancovaniu skôr ako bude vykonaný vzájomný zápočet. Z takto vybilancovaných pohľadávok a záväzkov vzniká nová matica dlhov, prípadne sieťový graf.
- c) Vykonanie vzájomných zápočtov prostredníctvom matematického modelu (4.13) – pokiaľ to veľkosť súboru dovoľuje, vykonáme vzájomný zápočet prostredníctvom matematického modelu s využitím výpočtovej techniky a potrebného softvérového vybavenia (napr. GAMS). Po vykonaní zápočtu dostávame novú maticu dlhov a sieťový graf.
- d) Vykonanie vzájomného zápočtu s pomocou heuristiky – v prípade, že veľkosť súboru dlžníckych vzťahov je natoľko rozsiahla, že ju nie je možné spracovať pomocou bežne dostupnej výpočtovej techniky, pristúpime k vykonávaniu vzájomných zápočtov pomocou heuristik. Po vykonaní vzájomných zápočtov týmto spôsobom zostavíme novú maticu dlhov a sieťový graf.
- e) Overenie výsledkov – po vykonaní vzájomných zápočtov pristúpime k overeniu získaných výsledkov prostredníctvom overenia bilancií jednotlivých subjektov (bilancie uzlov).

Ak po overení výsledkov nie je zistená žiadna chyba, pristúpime k ďalšiemu kroku. V prípade zistenia chyby sa ju snažíme identifikovať a odstrániť. Po odstránení chyby sa vrátíme na začiatok celého procesu a vzájomný zápočet vykonáme znova. Ak sa chyby nedá odstrániť, vylúčime pohľadávky a záväzky, ktoré ju spôsobujú zo súboru dát.

5. stupeň – distribúcia výsledkov

Po vykonaní vzájomných zápočtov sa výsledky spracovania odošlú do klientských centier, ktoré sú zodpovedné za doručenie všetkých potrebných dokumentov (potvrdení) zaregistrovaným klientom. V tomto kroku je taktiež potrebné zabezpečiť potvrdenie prevzatia výsledkov spracovania klientom.

Takto navrhnutý proces má však význam len vtedy ak sa do neho zapojí čo najvyšší počet subjektov, preto sme spracovali návrh motivačných faktorov a nástrojov, ktoré by mali slúžiť ako podpora a propagácia takéhoto systému. Návrh motivačných faktorov obsahuje zvyšovanie právneho povedomia medzi dlžníkmi a veriteľmi, uvedenie možných rizík z neplnenia si svojich záväzkov, ale poukazuje aj na právne nedostatky systému v Slovenskej republike, etiku a morálku v podnikaní. Taktiež sa venujeme zabezpečeniu záväzkov a výhodami, ktoré plynú zo zapojenia sa do tohto systému. Kompletné spracovanie motivačných faktorov nájdete v *Prílohe č. 12* dizertačnej práce.

4.5 Zhrnutie prínosov dizertačnej práce

Prínosy predloženej dizertačnej práce sú v rovine tak teoretickej ako aj praktickej, pričom tvoria jeden neoddeliteľný a úzko prepojený komplex. Za najdôležitejšie prínosy dizertačnej práce považujem:

Návrh modelu na vykonávanie vzájomných zápočtov pohľadávok a záväzkov v reálnom čase za pomoci bežnej výpočtovej techniky **bez možnosti vytvárania nových dlžníckych vzťahov**, pričom tento model sa vyznačuje veľmi dobrým podielom započítaných dlhov. Ako sme si ilustrovali na príklade 21 prepojených subjektov dosiahol zníženie o 63,36%. Toto zníženie celkového zadĺženia skupiny podnikov je veľmi výrazné, ale ako sme si uviedli už skôr, jeho nevýhodou je, že počet dlhov (hrán) klesol „iba“ na 45.

Návrh modelu na vykonávanie vzájomných zápočtov pohľadávok a záväzkov s **možnosťou vytvárania nových dlžníckych vzťahov**, model svojou podstatou vychádza z publikovaného modelu Gazdu (2004), pričom jeho úpravou sa nám podarilo dosiahnuť lepšie výsledky, ako aj nižší počet zostávajúcich dlhov v dlžnom systéme. Model sme aplikovali aj na dlžníckej štruktúre 21 subjektov, pričom oproti predchádzajúcemu modelu

bez možnosti vytvárania nových vzťahov dosiahol započítanie na úrovni 70,08% čo je o zhruba o 7 % viac, ale početnosť zostávajúcich dlhov bola o 26 dlhov (hrán) menej. Model sme testovali aj na simulovaných dátach, pričom dosiahol výsledky započítania v intervale od 64,85% do 91,67%. Priemerná úroveň započítania bola na úrovni 79,59%. Z výsledkov testovania modelu je zrejmé, že model pracuje efektívne. Jeho výhodou oproti prvému modelu je značné zníženie počtu dlhov (hrán), čiže počtu budúcich transakcií, ktoré by boli potrebné k úplnému vyrovnaní všetkých dlhov. Tým prináša okrem zníženia potreby kapitálu aj značné zníženie počtu transakcií medzi prepojenými subjektmi, čo prináša úsporu ďalších nákladov.

Oba modely pracujú v reálnom čase, čiže časová náročnosť výpočtu bola vo všetkých prípadoch výpočtov menej ako 3 sekundy. Na výpočet sme používali program GAMS, ktorý vo všetkých prípadoch dosiahol optimálne riešenie.

Model vzájomných zápočtov s možnosťou vytvárania nových vzťahov sme úspešne aplikovali aj na inom type štruktúry – zápočet vzájomných výkonov medzi fakultami v rámci výučby Ekonomickej univerzity v Bratislave. Touto aplikáciou sme prezentovali univerzálnosť modelu na akýkoľvek typ štruktúry, ktorý je možné kvantifikovať. V našom prípade bola kvantitatívna jednotka „študentohodina“.

V ďalšej časti sme prezentovali návrh komplexnej metodiky vykonávania vzájomných zápočtov tak ako z technickej stránky, tak aj z právnej stránky. Nakoľko je legislatívna v tejto oblasti striktne vymedzená, ponúkli sme alternatívu, ktorá dovoľuje v rámci zákona vykonávať vzájomné zápočty, na základe dobrovoľného vstupu subjektu do systému. Taktiež sme navrhli technický rámec vykonávania vzájomných zápočtov, od zodpovedného subjektu, cez systém komunikácie a samotného spracúvania údajov a ich následnej distribúcie.

V prílohe č. 12 dizertačnej práce je spracovaný návrh motivačných faktorov pre zapojenie sa do systému vzájomných zápočtov, ktorá môže byť použitá ako základ marketingovej komunikácie.

Takto štruktúrovaný návrh metodiky vykonávania vzájomných zápočtov z hľadiska technického právneho a marketingového, môže slúžiť ako podklad podnikateľského plánu pre vytvorenie subjektu vykonávajúceho túto činnosť. Podľa môjho názoru, by existencia

podobného subjektu bola žiadúca, hlavne z dôvodu existencie mnohých neuhradených a často nedobytných pohľadávok, ktoré sú často pozostatkom ešte krízového obdobia spred niekoľkých rokov. Vytvorenie systému vzájomných zápočtov by viedlo k zlepšeniu podnikateľského prostredia. Takéto opatrenie by malo byť podporované zo strany štátu a iných organizácií zastupujúcich podnikateľov. Dôkazom, že systém vzájomných zápočtov pohľadávok a záväzkov je významný pre hospodársku prax, je skutočnosť, že v minulosti boli úspešne vykonávané vzájomné celoštátne zápočty pohľadávok a záväzkov.

Záver

Uvedený problém vzájomnej zadlženosti podnikateľských subjektov, ktorý ohrozuje ich platobnú schopnosť je dlhodobým problémom takmer všetkých postkomunistických krajín, v čase krízy sa už postupne ustupujúci problém zase dostáva do popredia preto ho nemožno považovať za uzavretý.

Hlavný cieľom predkladanej dizertačnej práce je návrh komplexného systému vzájomných zápočtov tak, aby bolo možné za pomoci bežnej výpočtovej techniky vykonávať v reálnom čase zápočty pohľadávok a záväzkov medzi veľkou skupinou dlžníkov, pričom tento systém bude právne akceptovateľný a pre zapojené subjekty ekonomicky výhodný.

V prvej kapitole dizertačnej práce sme popísali históriu systému vzájomných zápočtov dlhov a teoretické východiská tohto problému. Zaoberáme sa historickým vývojom vzájomných zápočtov, ďalej sa venujeme medzibankovému zúčtovaciemu mechanizmu, ktorý dlhodobo funguje na rovnakom princípe vzájomných zápočtov v medzibankovom styku a tvorí vhodný príklad fungovania tohto mechanizmu. V ďalšej sme uviedli prehľad súčasného stavu.

Po definovaní hlavného a čiastkového cieľa práce sme sa v časti metodika práce a metódy skúmania zaoberali matematickou definíciou vzájomných zápočtov a modelovaniu tohto problému pomocou sieťového grafu. Zároveň uvádzame možnosti využitia moderných mobilných a počítačových aplikácií, ktoré riešia problematiku vzájomných zápočtov dlhov pre bežných používateľov. V ďalšej časti tretej kapitoly sa zaoberáme dostupnými modelmi, ktoré publikovali Gazda (2004) a Fecenko (1994).

V štvrtej kapitole prezentujeme upravené modely vychádzajúce z modelov uvádzaných v tretej kapitole. Model s možnosťou zmeny dlžníckej štruktúry je pre nás prioritný. Upravený model je prezentovaný na konkrétnom príklade a následne je aplikovaný na rozsiahlu dlžnícku štruktúru, otestovaný na simulovaných dátach pričom výsledky započítania sú na veľmi dobrej úrovni. V ďalšej časti sme model aplikovali na iný typ dlžníckej štruktúry - pri zápočtoch výkonov (učebný proces) v rámci Ekonomickej univerzity v Bratislave a tým sme prezentovali ďalšiu možnosť aplikácie modelu nie len na

oblasť peňažných tokov, ale aj na oblasť kompenzácie výkonov. Touto aplikáciou sme rozšírili možnosti použitia modelu a prezentovali jeho univerzálnosť. V ďalšej časti štvrtej kapitoly sa zaoberáme možnosťami legislatívnych úprav resp. aplikácií tak aby vzájomný zápočet dlhov bol akceptovateľný našou aktuálne platnou právnou úpravou. Taktiež sa zaoberáme systémom motivácie dlžných subjektov pre zapojenie sa do systému vzájomných zápočtov.

Hlavný cieľ a čiastkové ciele dizertačnej práce boli splnené v jednotlivých kapitolách dizertačnej práce. Navrhnutý model vzájomného zápočtu pohľadávok a záväzkov, spolu s návrhom metodiky vykonávania vzájomných zápočtov a s návrhom motivačných faktorov pre zapojenie sa do tohto systému, tvoria jeden neoddeliteľný celok. Takto navrhnutý koncept je možné aplikovať na reálne trhové prostredie a s jeho pomocou vykonávať reálne započítavania vzájomných pohľadávok a záväzkov medzi ekonomickými subjektmi. Ak by sa systém zaviedol do praxe, bol by prínosom pre mnohé podnikateľské subjekty, ktoré zápasia s druhotnou platobnou neschopnosťou, alebo s neochotou dlžníkov splatiť svoje záväzky. Využívanie tohto systému by mohlo priniesť zlepšenie podnikateľského prostredia, zníženie potreby pohybu peňažných prostriedkov a v neposlednom rade zníženie nákladov.

Zoznam použitej literatúry

- [1] Börner, L., Hatfield, J. W., 2010. The economics of debt clearing mechanisms. In *Free University Berlin, School of Business and Economics, Berlin 2010*
- [2] BOROVSÝ, J., 2001: *Platobná neschopnosť – príčiny, súvislosti, riešenia*, 2001. vyd. 1., Inštitút personálneho rozvoja, Senec, s. 142. ISBN 80-968546-6-6
- [3] BRAUDEL, F. 1976. *The Mediterranean and the Mediterranean world in the age*.
- [4] BREZINA, I., ČIČKOVÁ, Z., GEŽÍK, P., 2012: *Sieťová analýza*, Bratislava : Vydavateľstvo Ekonóm, 2012. 198 s. ISBN 978-80-225-3503-8
- [5] BRÜBACH, N. 1994. *Die Reichsmessen von Frankfurt am Main, Leipzig und Braunschweig*. Stuttgart: Franz Steiner, 1994. ISBN 3-515-06405-2.
- [6] DENZEL, M. A. 1994. *La Practica della Cambiatura, Europäischer Zahlungsverkehr vom 14. bis zum 17. Jahrhundert*. Stuttgart: Franz Steiner Verlag, 1994. Zugleich: Bamberg, Universität, Dissertation, 1994. ISBN 3-515-06577-6.
- [7] DENZEL, M. A. 2005. *Die Bozener Messen und ihr Zahlungsverkehr*. Verlags-Anstalt Athesia: Bozen, 2005. ISBN 88-8266-394-9.
- [8] DENZEL, M. A. 2008. *Das System des bargeldlosen Zahlungsverkehrs europäischer Prägung vom Mittelalter bis 1914*. Steiner, Stuttgart, 2008. ISBN 978-3-515-09292-0.
- [9] DICKSON, P. G. M. 1967. *The Financial Revolution in England. A Study in the Development of Public Credit 1688-1756*. London: MacMillan, 1976. s. 458-461. ISBN 0 86193 281 1.
- [10] DIESTLER, R.: *Graph Theory*. New York, Springer Verlag 1997.
- [11] DILLEN, J.G. van., 1934. *The bank of Amsterdam. In History of the Principle Public Banks*, ed. Johannes.G. van Dillen, 79-123. The Hague: Martinus Nijhoff.
- [12] DILLEN, J.G. van., 1964. Oprichting en functie der Amsterdamse Wisselbank in de zeventiende eeuw 1609-1686; Bloeitijd der Amsterdamse Wisselbank 1687-1781; Ondergang van de Amsterdamse Wisselbank 1782-1820, In *Mensen en achtergronden : studies uitg. ter gelegenheid van de 80. jaardag van de schrijver / J. G. van Dillen*, ed. Johannes G. Dillen, 336-384 Groningen: Wolters.
- [13] DRDLA, M., RAIS, K.: *Operační analýza – příklady*. Skripta VUT Brno, 1995, str. 80.

- [14] ENDEMANN, W. 1885. Handbuch des deutschen Handels, See- und Wechselrechts. Volume 3. Leipzig: Fues, 1885.
- [15] FECENKO, J. 1994. K optimalizácii operácií zápočtov pohľadávok a záväzkov po lehote splatnosti. In *Ekonomický časopis = Journal of economics*, roč. 42, č. 5, s. 360-374.
- [16] FECENKO, J. 1994. K optimalizácii operácií zápočtov pohľadávok a záväzkov po lehote splatnosti. Bratislava, In *Ekonomický časopis* č. 5.
- [17] FECENKO, J. 1995. Optimalizačný model medzipodnikového započítavania pohľadávok a záväzkov s použitím kapitálu. Bratislava, In *Ekonomické rozhlady* 1995/2.
- [18] GAZDA, V. 2003. O nahradení klasického prístupu ku kompenzácii dlhov a pohľadávok. In *Acta Oeconomica Cassoviensia* No 7. - Košice : Podnikovohospodárska fakulta so sídlom v Košiciach, 2003. ISBN 80-225-1713-5, s. 141-148.
- [19] GAZDA, V., MUNKA, V.: Návrh modelu riešenia vzájomného zápočtu pohľadávok. Bratislava, Zborník konferencie „*Ekonomika podnikov a regiónov 1997*“ 1997.
- [20] GAZDA, V., PALUCH, S.: One Method of Mutual Dedts Comensation. *Proceedings of the Conference in Canakkale held in April 2000*, CD-ROM.
- [21] GAZDA, V.: Mutual Debts Compesation as Graph Theory Application. Gökceada-Canakkale, Turkey, *First Joint Symposium on Business Administrator Proceedings 2000*.
- [22] GELDERBLOM, O., Joost, J., 2005. Amsterdam as the Cradle of Modern Futures and Options Trading 1550-1650. In *The Origins of Value, The Fianncial Innovations that Created Modern Capital Markets*, ed. William N. Goetzmann and K. Geert Rouwenhorst, 641-72. Oxford: Oxford University Press.
- [23] GONDA, V. 2006. *Metodika vedeckej práce pre doktorandov*. Bratislava : Vydavateľstvo Ekonóm, 2006. 275 s. ISBN 80-225-2250-3.
- [24] GREIF, A. 2002. Institutions and Impersonal Exchange, From Communal to Individual Responsibility. In *Journal of Institutional and Theoretical Economics*, 2004. s. 168-204.
- [25] GREIF, A. 2006. *Institutions and the Path to the Modern Economy: Lessons from Medieval Trade*. Cambridge: University Press, 2006.

- [26] HOUDEK, V.: Dovody, podmínky a principy zápočtu pohledávek a závazku. *Účetnictví 1993/29*, 1993.
- [27] HOZLÁR, E.: Modelový prístup k riešeniu problematiky vzájomnej zadĺženosti podnikov. Bratislava, *Zborník 2-nd seminár FHI EU 1993*.
- [28] JÍLEK, J. 2004. *Peníze a měnová politika*. 1. vyd. Praha : Grada, 2004, s. 742. ISBN 80-247-0769-1
- [29] KOCH, M. a kol.: Rozvoj metod snižování závazků a pohledávek českých firem. Brno, *Grand GAČR 402/94/0573 1994*.
- [30] KOCH, R. 1883. Abrechnungsstellen (Clearinghäuser) in Deutschland und deren Vorgänger. *Zeitschrift für das gesamte Handelsrecht* 29: 59ff, 1883.
- [31] LATTES, E. 1869. La Libert`a delle Banche a Venezia dal Secolo XIII al XVII. Rist. anast. dell`ed.: Milano, 1869. BID SBN 000850131.
- [32] LOPEZ, ROBERT, S. 1976. The Commercial Revolution of the Middle Ages, 950- 1350. Cambridge: University Press, 1976. ISBN 9780521290463.
- [33] MACEK, J., TOMSA, M.: Jak vymáhat pohledávky?. *Montanex* 1994; str. 117
- [34] MARVANOVÁ M., SCHLOSSBERGER O. a kol. 1998. *Platební styk*. 2. vyd. Praha : Bankovní institut, 1998. s. 372. ISBN
- [35] MELICHERÍKOVÁ, Z., 2009. Platobné podmienky ako prostriedok prechádzania platobnej neschopnosti. In *Finančný manažment a controlling v praxi* : [odborný mesačník pre oblasť finančného riadenia]. Č. 5 (2009), s. 304-308. - Bratislava : Iura Edition, 2009. ISSN 1337-7574
- [36] NEUHAUS, 1892. Die Skontration, ihre historische Entwicklung, juristische Natur und volkswirtschaftliche Bedeutung. Dissertation Erlangen, 1892.
- [37] ONDRÁK, V., KOCH, M. – KOL.: Rozvoj metod snižování závazků a pohledávek českých firem. Výzkumná zpráva grantu grantové agentury ČR 402/94/0573. Brno, VUT FP 1994, str. 27
- [38] ONDRÁK, V., 2002 *Řešení problematiky druhotné platební neschopnosti metodou vzájemných zápočtu*. Vysoké učení technické v Brne, Fakulta podnikatel'ská. 2002
- [39] PALÚCH, S., 2008. *Algoritmická teória grafov*. (Online) Žilinská univerzita. Fakulta riadenia a informatiky. 2008. Dostupné z: <http://frcatel.fri.uniza.sk/users/paluch/grafy.pdf>

- [40] PARKER, G. 1974. The Emergence of Modern Finance in Europe 1500-1730. In *The Fontana Economic History of Europe*. Volume 2 Chapter 7, ed C. Cipolla. Glasgow: Collins, 1974.
- [41] POLOUČEK, S. a kol. 2006. *Bankovníctví*. 1. vyd. Praha : C.H. Beck, 2006. s. 716. ISBN 80-7179-462-7.
- [42] PRAUSNIZT, O. 1928. Die Forderungsverrechnung in geschichtlicher Entwicklung. Breslau: Wurst, 1928.
- [43] RAIS, K.: Druhotná platební neschopnost podniku a její odstraňování využitím matematického modelování. Ostrava, *Sborník medzinárodného moravskoslezského kolokvia "Vybrané problémy simulačních modelů"* 1993.
- [44] RAIS, K.: Jak se zbavit dluhů. *Ekonom*, č. 18, 1995, str. 22.
- [45] Seyd, E. 1872. *The London banking and bankers Clearinghouse-System*, London.
- [46] SCHNEIDER, J. 1991. Messen und Internationaler Zahlungsverkehr (Mittelalter bis 16. Jahrhundert). In *Banchi pubblici, banchi privati e monti di pietà nell'Europa preindustriale: amministrazione, tecniche operative e ruoli economici*, s. 133-169. Genoa: Societ`a ligure di storia patria, 1991.
- [47] SILVA, JOSE-GENTIL DA., 1969. Banque et Cr´edit en Italie au XVII Siecle. 2 Volumes. Paris: Editions Klincksieck.
- [48] SPUFFORD, P. 1988. *Money and its Use in Medieval Europe*. Cambridge: Cambridge University Press, 1988. ISBN 0 521 30384 2.
- [49] ŠÍBL, D. 2002. *Veľká ekonomická encyklopédia – výkladový slovník*. 2. vyd. Bratislava: Sprint, 2002. 945 s. ISBN 8089085040.
- [50] TEREK, M., FECENKO, J.: Analýza veriteľ'sko-dlžníckych vzťahov hospodárskych organizácií pomocou grafov. FHI EU, *Zborník – medzinárodný seminár "Transformácia ekonomiky Slovenska a životné prostredie"* 1993.
- [51] USHER, A. P. 1943. *The Early History of Deposit Banking in Mediterranean Europe*. Cambridge MA: Harvard University Press, 1943.
- [52] VELDE, F. R. 2009. The Case of the Missing Public Bank: Early Modern France. Preliminary Draft presented at the *XVth World Economic History Congress*, Utrecht, 2009.
- [53] VELDEN, H. van. 1933. Het kassiersbedrijf te Amsterdam in de 17e eeuw. *De Economist* 82(1), 1933. s. 48-68. ISSN 1572-9982.
- [54] WEE, H. VAN DER., 1993. *The Low Countries in the Early Modern World*. Cambridge: University Press.

- [55] WILSON, CH., 1941. *Anglo-Dutch Commerce & Finance in the Eighteenth Century*. Camdridge – University press.
- [56] WOLF, A., 1967. *Die Gesetze der Stadt Frankfurt am Main im Mittelalter*. Frankfurt a. M.: Kramer.
- [57] Zákon č. 300/2005 Z. z. Trestný zákon v znení neskorších predpisov.
- [58] Zákon č. 40/1964 Zb. Občiansky zákonník v znení neskorších predpisov.
- [59] Zákon č. 513/1991 Zb. Obchodný zákonník v znení neskorších predpisov.
- [60] Zákon č. 7/2005 Z. z. o konkurze a reštrukturalizácii v znení neskorších predpisov.
- [61] Zákon č. 431/2002 Z. z. o účtovníctve v znení neskorších predpisov.

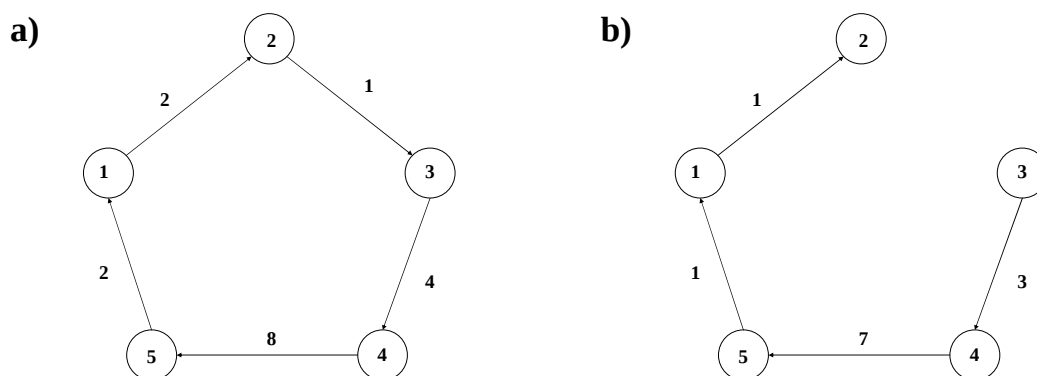
Prílohy dizertačnej práce

Zoznam príloh:

Príloha č. 1:	Príklad č. 1
Príloha č. 2:	Príklad č. 2
Príloha č. 3:	Príklad č. 3
Príloha č. 4:	Príklad č. 4
Príloha č. 5:	Príklad č. 5
Príloha č. 6:	Výstup z programu GAMS – Model vzájomných zápočtov bez možnosti vytvárania nových dlžníckych vzťahov, matica 5x5
Príloha č. 7:	Výstup z programu GAMS – Model vzájomných zápočtov s možnosťou vytvárania nových dlžníckych vzťahov, matica 5x5
Príloha č. 8:	Výstup z programu GAMS – Model vzájomných zápočtov bez možnosti vytvárania nových dlžníckych vzťahov, matica 21x21
Príloha č. 9:	Výstup z programu GAMS – Model vzájomných zápočtov s možnosťou vytvárania nových dlžníckych vzťahov, matica 21x21
Príloha č. 10:	Organizačná štruktúra Ekonomickej univerzity v Bratislave
Príloha č. 11:	Zoznam subjektov a podsubjektov Ekonomickej univerzity v Bratislave
Príloha č. 12:	Návrh motivačných faktorov pre zapojenie sa do systému zápočtov

Príloha č. 1: Príklad č. 1

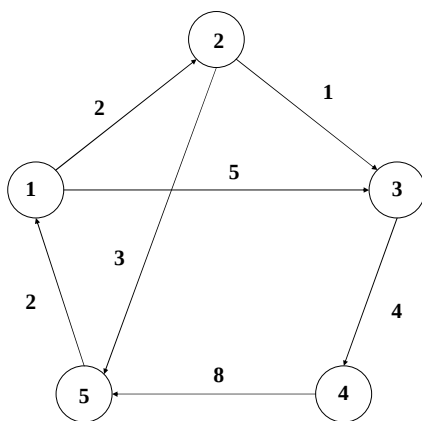
Majme 5 firiem, ktorých dlžnícka štruktúra je znázornená na obr. P1a. Dlžnícka štruktúra obsahuje cyklus: $(1,2) = 2$, $(2,3) = 1$, $(3,4) = 4$, $(4,5) = 8$, $(5,1) = 2$. V tejto cyklickej štruktúre dlhov má najmenšiu hodnotu dlh medzi druhou a treťou firmou, ktorý má hodnotu 1 a táto hodnota potom predstavuje kapacitu tohto cyklu. Dlžnícka štruktúra na obrázku b) vzniká po eliminácii cyklu, t.j. odpočítaním hodnoty 1 od hodnôt všetkých dlžníckych vzťahov, ktoré reprezentuje cyklus po zrušení dlžníckeho vzťahu medzi druhou a treťou firmou. Výsledná sieť je acyklická.



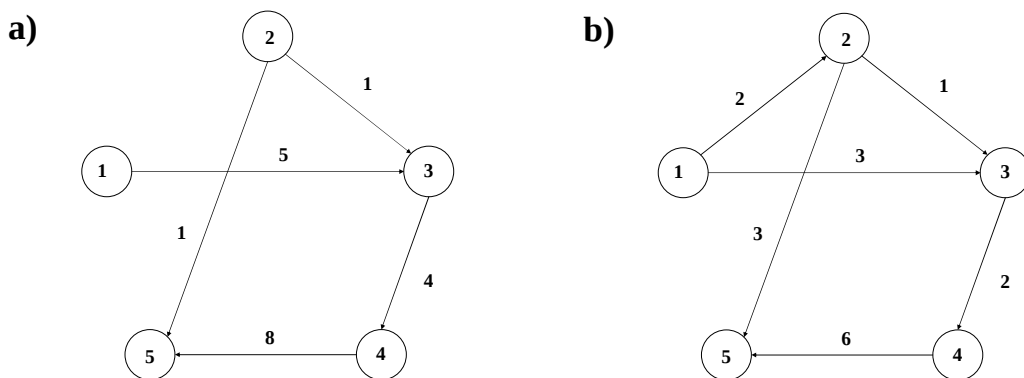
Obr. P1: Východisková dlžnícka štruktúra pred (a) a po (b) kompenzácií

Príloha č. 2: Príklad č. 2

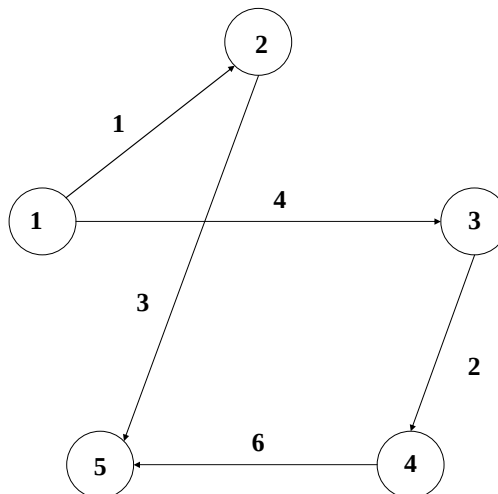
Na obrázku P2 je znázornený dlžný vzťah, medzi piatimi firmami. Vrcholy 1, 2, 3, 4, 5 digrafu reprezentujú firmy a hrany predstavujú dlžnícke vzťahy medzi firmami. Prvá firma dlhuje 2 peňažné jednotky druhej firme a 5 peňažných jednotiek tretej firme, druhá firma dlhuje 1 peňažnú jednotku tretej firme a 3 peňažné jednotky piatej firme, tretia firma dlhuje 4 peňažné jednotky štvrtej firme, štvrtá firma dlhuje 8 peňažných jednotiek piatej firme, piata dlhuje 2 peňažné jednotky prvej firme. Celkový objem dlhov sa rovná súčtu kapacít všetkých hrán v digrafe, t.j. 25 peňažných jednotiek. Digraf obsahuje 3 cykly. Prvý cyklus je daný postupnosťou I, $(1,2) = 2$, $(2,3) = 3$, $(3,4) = 4$, $(4,5) = 8$, $(5,1) = 2$; druhý cyklus postupnosťou II, $(1,2) = 2$, $(2,5) = 3$, $(5,1) = 2$ a tretí cyklus postupnosťou III, $(1,3) = 5$, $(3,4) = 4$, $(4,5) = 8$ a $(5,1) = 2$.



Obr. P2: Dlžnícke vzťahy pred kompenzáciou.



Obr. P3: Dlžnícke vzťahy ak: a) je eliminovaný cyklus II, b) je eliminovaný cyklus III.

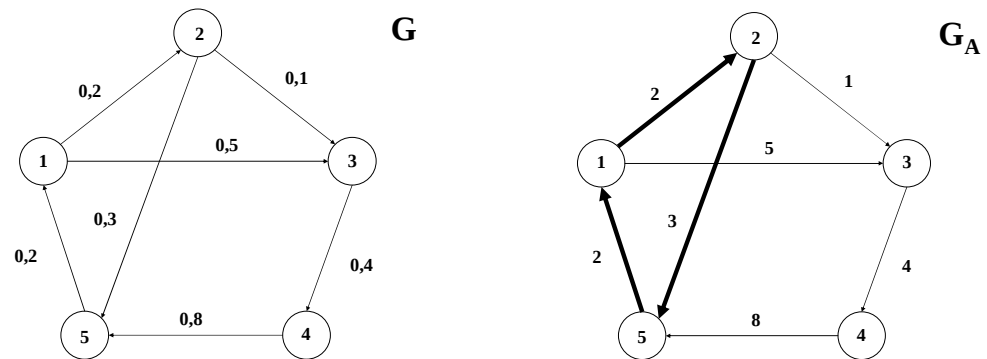


Obr. P4: Dlžnícke vzťahy medzi subjektmi pri optimálnom poradí eliminácie cyklov.

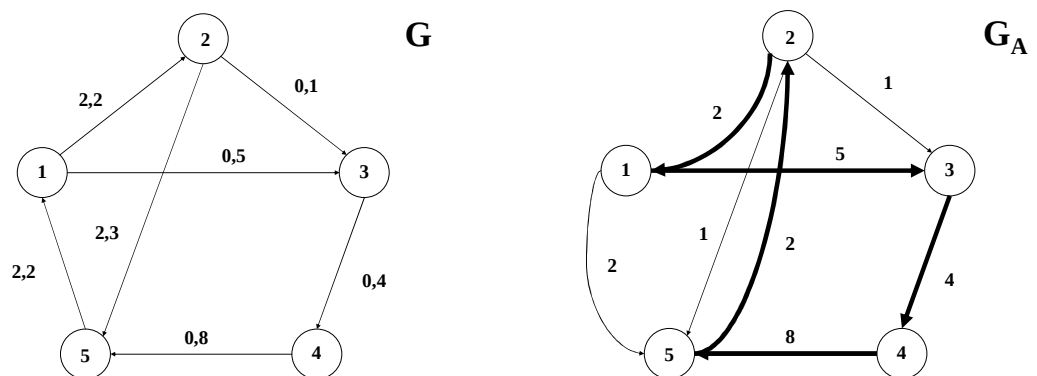
Všetky tieto cykly obsahujú hranu (5, 1). V druhom a treťom cykle je to zároveň hrana s minimálnou kapacitou. Znamená to, že eliminácia druhého cyklu spôsobí zrušenie hrany (5,1) a tým zároveň aj elimináciu tretieho cyklu. Naopak aj eliminácia tretieho cyklu spôsobí elimináciu druhého cyklu (pozri obr. 7). Celkový objem nekompenzovaných dlhov sa v oboch prípadoch líši - v prvom prípade je to 19 peňažných jednotiek a v druhom prípade je to 17 peňažných jednotiek. Je zrejmé, že vhodnejšie je najprv eliminovať cyklus I a potom eliminovať cyklus III. Takto zrušíme hranu (5,1) a eliminujeme cyklus II, (pozri obr. 8). Celkový objem nekompenzovaných dlhov po uplatnení optimálneho poradia eliminácie cyklov je 16 peňažných jednotiek.

Príloha č. 3: Príklad č. 3

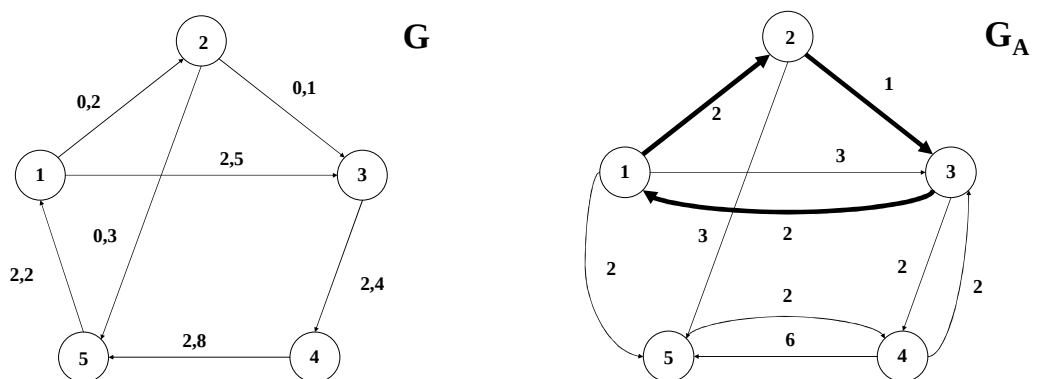
Riešime úlohu ktorú sme uviedli v príklade 2. Za účelom zníženia všetkých cyklov v sieti uplatníme metódu eliminácie cyklov.



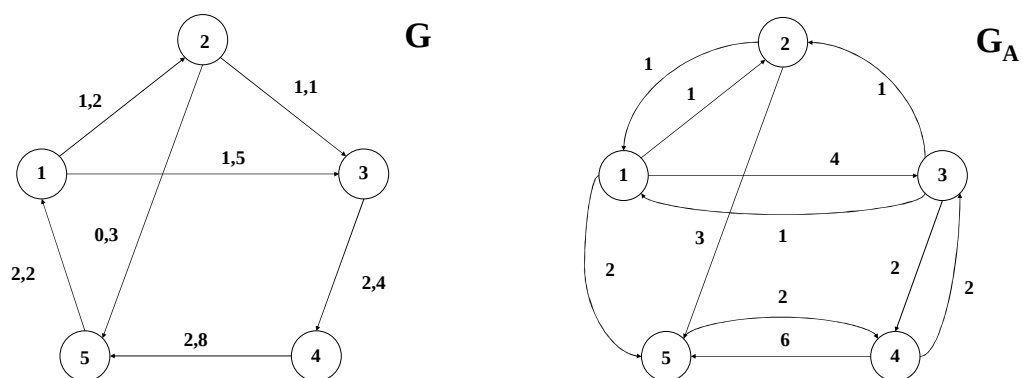
Obr. P5a: Metóda eliminácie cyklov prvá iterácia



Obr. P5b: Metóda eliminácie cyklov druhá iterácia



Obr. P6a: Metóda eliminácie cyklov - tretia iterácia.



Obr. P6b: Metóda eliminácie cyklov - štvrtá iterácia.

Platí $c(i, j) = 1$ pre všetky hrany $(i, j) \in E$. Uplatnenie metódy eliminácie cyklov popísané nižšie je znázornené na obrázkoch P5 a P6. Sieť G je vážená kapacitou y a je v nej definovaný tok x , čo nazývame tokom v sieti. Vybraný kladný cyklus je v obrázkoch nakreslený hrubými čiarami v reziduálnej sieti G_A . Spätné hrany v G_A sú zaoblené.

I. Iterácia.

V prvej iterácii neexistuje žiaden tok. Zvolíme si cyklus, $(1,2) = 2$, $(2,5) = 5$, $(5,1) = 1$. Kapacita cyklu je 2 a jeho cena je 6.

II. Iterácia.

Cyklus s kladnou cenou, $(1,3) = 3$, $(3,4) = 4$, $(4,5) = 5$, $(5,2) = 2$, $(2,1) = 1$, ktorý má kapacitu 2 a cenu 2.

3. Iterácia.

Cyklus s kladnou cenou, $(1,2) = 2$, $(2,3) = 3$, $(3,1) = 1$ s kapacitou 1 a cenou 1.

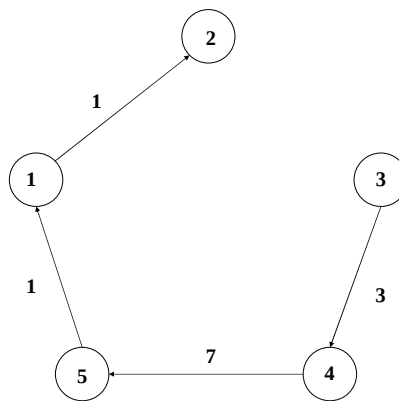
Iterácia.

V reziduálnej sieti sa nenachádza cyklus s kladnou cenou. Výsledný tok v sieti G je teda optimálny.

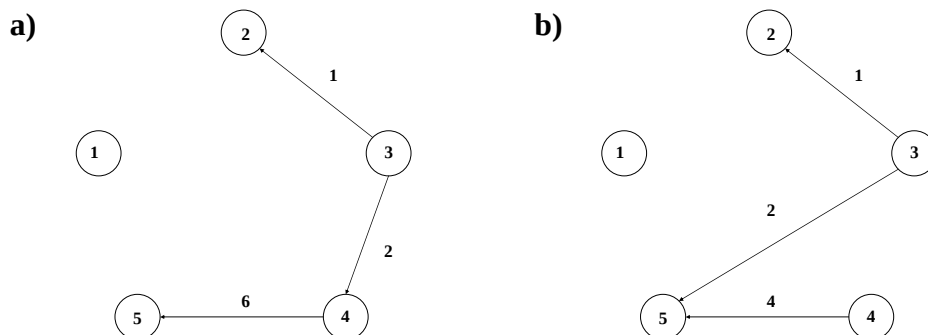
Poznámka: Výsledná sieť je odvodená odpočítavaním tokov v hranách od jej kapacít. Takýmto spôsobom sme získali sieť, ktorá bola popísaná na obrázku 8.

Príloha č. 4: Príklad č. 4

Nech existuje 5 firiem s dlžníckou štruktúrou znázornenou na obr. P7. Dlžnícka štruktúra vytvára cestu (reťazec): $(3,4) = 3$, $(4,5) = 7$, $(5,1) = 1$, $(1,2) = 1$. Celkový objem dlhov je 12 peňažných jednotiek. Dlžnícky vzťah s minimálnou hodnotou v ceste je medzi firmami 1 a 2 a medzi firmami 5 a 1. Výška minimálneho dlhu je 1. Dlžnícka štruktúra na obrázku 10 je výsledkom vyššie popísanej eliminácie cesty. Cesta P $(3,2)$ je eliminovaná a je vytvorená nová cesta $(3,4) = 2$, $(4,5) = 6$. Je vytvorená nová hrana $(3,2)$ s výškou dlhu 1. Celkový objem dlhov sa znížil na 9 peňažných jednotiek. Po eliminácii cesty $(3,4) = 2$ a $(4,5) = 6$ sme obdržali novú štruktúru ktorá je popísaná na obrázku 10 b). Tu už neexistuje žiadna cesta s väčším počtom hrán ako 1. Celkový objem dlhov sa znížil na 7 peňažných jednotiek.



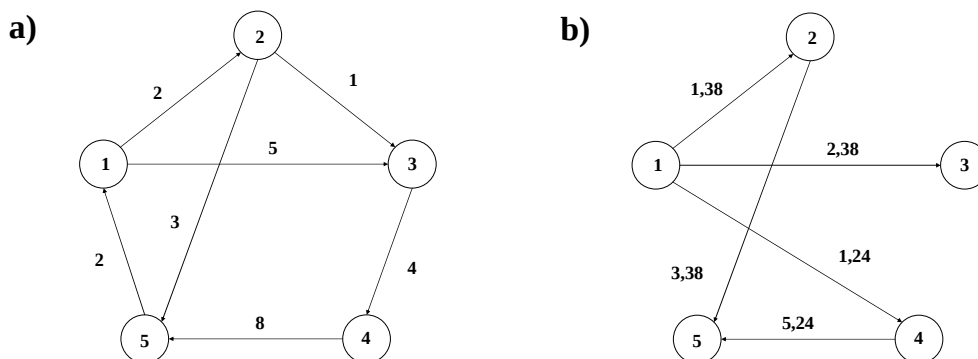
Obr. P7: Dlžnícka štruktúra pred kompenzáciou dlhov.



Obr. P8: Dlžnícka sieť po prvej iterácii (a) a konečná situácia (b).

Príloha č. 5: Príklad č. 5

Východisková dlžnícka štruktúra je znázornená na obr. P9a). Je akceptovaná zmena štruktúry dlžnícky vzťahov. Objem východiskovej dlžníckej štruktúry je 25 peňažných jednotiek. Vyriešením úlohy lineárneho programovania (Gams, Excel), obdržíme výslednú dlžnícku štruktúru, ktorá je znázornená na obr. P9b). Objem dlžníckej štruktúry po znížení je 14 peňažných jednotiek, čo predstavuje redukciu celkového zadlženia subjektov o 11 peňažných jednotiek.



Obr. P9: Dlžnícke vzťahy pred (a) a po (b) aplikácii algoritmu eliminácie cesty.

Poznámka: Horné ohraničenie zápočtu dlhu reprezentované kapacitou hrany môže byť do určitej miery zmätočné. Ak je umožnená zmena dlžníckej štruktúry a vznik nových dlhov, týka sa to aj existujúcich dlhov. Uplatnenie metódy eliminácie cesty môže viesť k zvýšeniu dlhu medzi určitou dvojicou subjektov, ako to je vidieť aj v príklade medzi firmami 2 a 5.

**Príloha č. 6: Výstup z programu GAMS – Model vzájomných zápočtov
bez možnosti vytvárania nových dlžníckych vzťahov,
matica 5x5**

General Algebraic Modeling System
Compilation

Vzájomný zápočet dlhov bez zmeny dlžnickej štruktúry

```

4 Sets
5 i index uzla /1*5/
6 Alias(i,j)
7 Sets offdiag1(i,j);
8 offdiag1(i,j)=yes;
9 offdiag1(i,i)=no;
10 Table c(i,j)
11      1      2      3      4      5
12 1      0      2      5      0      0
13 2      0      0      1      0      3
14 3      0      0      0      4      0
15 4      0      0      0      0      8
16 5      2      0      0      0      0 ;
17 Scalar n;
18 n=card(i);
19 Variables f,x;
20 x.lo(i,j)=0;
21 x.up(i,j)=1;
22 Equations
23 ohr1(i)
24 ucel;
25 ucel.. f=e=sum((i,j),c(i,j)*x(i,j));
26 ohr1(i)..sum(j,c(i,j)*x(i,j)$offdiag1(i,j))-sum(j,c(j,i)*x(j,i)$offdiag1(j,i))=e=0;
27 Model VZD/all/;
28 Solve VZD using lp maximizing f;
29 Display x.l;
```

COMPILATION TIME = 0.000 SECONDS 3 MB 24.4.3 r51699 WIN-VS8

Equation Listing SOLVE VZD Using LP From line 28

---- ohr1 =E=

ohr1(1).. 2*x(1,2) + 5*x(1,3) - 2*x(5,1) =E= 0 ; (LHS = 0)

ohr1(2).. - 2*x(1,2) + x(2,3) + 3*x(2,5) =E= 0 ; (LHS = 0)

ohr1(3).. - 5*x(1,3) - x(2,3) + 4*x(3,4) =E= 0 ; (LHS = 0)

REMAINING 2 ENTRIES SKIPPED

---- ucel =E=

ucel.. f - 2*x(1,2) - 5*x(1,3) - x(2,3) - 3*x(2,5) - 4*x(3,4) - 8*x(4,5)
- 2*x(5,1) =E= 0 ; (LHS = 0)

---- f

f
1 (.LO, .L, .UP, .M = -INF, 0, +INF, 0)
ucel

---- x

x(1,2)
2 (.LO, .L, .UP, .M = 0, 0, 1, 0)
ohr1(1)
-2 ohr1(2)
-2 ucel

x(1,3)
5 (.LO, .L, .UP, .M = 0, 0, 1, 0)
ohr1(1)
-5 ohr1(3)
-5 ucel

x(2,3)
1 (.LO, .L, .UP, .M = 0, 0, 1, 0)
ohr1(2)
-1 ohr1(3)
-1 ucel

REMAINING 4 ENTRIES SKIPPED

Model Statistics SOLVE VZD Using LP From line 28

MODEL STATISTICS

BLOCKS OF EQUATIONS	2	SINGLE EQUATIONS	6
BLOCKS OF VARIABLES	2	SINGLE VARIABLES	8
NON ZERO ELEMENTS	22		

GENERATION TIME = 0.015 SECONDS 4 MB 24.4.3 r51699 WIN-VS8

EXECUTION TIME = 0.015 SECONDS 4 MB 24.4.3 r51699 WIN-VS8

Solution Report SOLVE VZD Using LP From line 28

S O L V E S U M M A R Y

MODEL VZD OBJECTIVE f
TYPE LP DIRECTION MAXIMIZE
SOLVER CPLEX FROM LINE 28

**** SOLVER STATUS 1 Normal Completion

**** MODEL STATUS 1 Optimal

**** OBJECTIVE VALUE 9.0000

RESOURCE USAGE, LIMIT 0.016 1000.000

ITERATION COUNT, LIMIT 0 2000000000

IBM ILOG CPLEX 24.4.3 r51699 Released Apr 2, 2015 VS8 x86 32bit/MS Windows
Cplex 12.6.1.0

Space for names approximately 0.00 Mb

Use option 'names no' to turn use of names off

LP status(1): optimal

Cplex Time: 0.00sec (det. 0.01 ticks)

Optimal solution found.

Objective : 9.000000

---- EQU ohr1

	LOWER	LEVEL	UPPER	MARGINAL
1	.	.	.	3.000
2	.	.	.	2.000
3	.	.	.	2.000
4	.	.	.	1.000
5	.	.	.	.

	LOWER	LEVEL	UPPER	MARGINAL
--	-------	-------	-------	----------

---- EQU ucel . . . 1.000

	LOWER	LEVEL	UPPER	MARGINAL
--	-------	-------	-------	----------

---- VAR f -INF 9.000 +INF .

---- VAR x

		LOWER	LEVEL	UPPER	MARGINAL
1.2	.	0.500	1.000	.	
1.3	.	0.200	1.000	.	
2.3	.	1.000	1.000	1.000	
2.5	.	.	1.000	-3.000	
3.4	.	0.500	1.000	.	
4.5	.	0.250	1.000	.	
5.1	.	1.000	1.000	8.000	

**** REPORT SUMMARY : 0 NONOPT
 0 INFEASIBLE
 0

Execution

---- 29 VARIABLE x.L

	1	2	3	4	5
1		0.500	0.200		
2			1.000		
3				0.500	
4					0.250
5	1.000				

EXECUTION TIME = 0.000 SECONDS 3 MB 24.4.3 r51699 WIN-VS8

**Príloha č. 7: Výstup z programu GAMS – Model vzájomných zápočtov
s možnosťou vytvárania nových dlžníckych vzťahov,
matica 5x5**

General Algebraic Modeling System
Compilation

Vzájomný zápočet dlhov so zmenou dlžníckej štruktúry

```

4 Sets
5 i index uzla /1*5/
6 Alias(i,j)
7 Sets offdiag1(i,j);
8 offdiag1(i,j)=yes;
9 offdiag1(i,i)=no;
10 Table c(i,j)
11      1      2      3      4      5
12 1      0     12     15     10     10
13 2     10      0     11     10     13
14 3     10     10      0     14     10
15 4     10     10     10      0     18
16 5     12     10     10     10      0 ;
17 Scalar n;
18 n=card(i);
19 Variables f,x;
20 x.lo(i,j)=0;
21 x.up(i,j)=1;
22 Equations
23 ohr1(i)
24 ucel;
25 ucel.. f=e=sum((i,j),c(i,j)*x(i,j))-(n*n-n)*10;
26 ohr1(i)..sum(j,c(i,j)*x(i,j))$offdiag1(i,j))-sum(j,c(j,i)*x(j,i))$offdiag1(j
,i))=e=0;
27 Model VZD/all/;
28 Solve VZD using lp maximizing f;
29 Display x.l;
```

COMPILATION TIME = 0.000 SECONDS 3 MB 24.4.3 r51699 WIN-VS8

Equation Listing SOLVE VZD Using LP From line 28

---- ohr1 =E=

ohr1(1).. 12*x(1,2) + 15*x(1,3) + 10*x(1,4) + 10*x(1,5) - 10*x(2,1) - 10*x(3,1)

- 10*x(4,1) - 12*x(5,1) =E= 0 ; (LHS = 0)

$$\text{ohr1(2)..} - 12*x(1,2) + 10*x(2,1) + 11*x(2,3) + 10*x(2,4) + 13*x(2,5)$$

$$- 10*x(3,2) - 10*x(4,2) - 10*x(5,2) =E= 0 ; (\text{LHS} = 0)$$

$$\text{ohr1(3)..} - 15*x(1,3) - 11*x(2,3) + 10*x(3,1) + 10*x(3,2) + 14*x(3,4)$$

$$+ 10*x(3,5) - 10*x(4,3) - 10*x(5,3) =E= 0 ; (\text{LHS} = 0)$$

REMAINING 2 ENTRIES SKIPPED

---- ucel =E=

$$\text{ucel..} f - 12*x(1,2) - 15*x(1,3) - 10*x(1,4) - 10*x(1,5) - 10*x(2,1)$$

$$- 11*x(2,3) - 10*x(2,4) - 13*x(2,5) - 10*x(3,1) - 10*x(3,2) - 14*x(3,4)$$

$$- 10*x(3,5) - 10*x(4,1) - 10*x(4,2) - 10*x(4,3) - 18*x(4,5) - 12*x(5,1)$$

$$- 10*x(5,2) - 10*x(5,3) - 10*x(5,4) =E= -200 ; (\text{LHS} = 0, \text{INFES} = 200 \text{ ****})$$

Column Listing SOLVE VZD Using LP From line 28

---- f

f

1 (.LO, .L, .UP, .M = -INF, 0, +INF, 0)
ucel

---- x

x(1,2)

(.LO, .L, .UP, .M = 0, 0, 1, 0)

12 ohr1(1)

-12 ohr1(2)

-12 ucel

x(1,3)

(.LO, .L, .UP, .M = 0, 0, 1, 0)

15 ohr1(1)

-15 ohr1(3)

-15 ucel

x(1,4)

(.LO, .L, .UP, .M = 0, 0, 1, 0)

10 ohr1(1)

-10 ohr1(4)

-10 ucel

REMAINING 17 ENTRIES SKIPPED

Model Statistics SOLVE VZD Using LP From line 28

MODEL STATISTICS

BLOCKS OF EQUATIONS	2	SINGLE EQUATIONS	6
BLOCKS OF VARIABLES	2	SINGLE VARIABLES	21
NON ZERO ELEMENTS	61		

GENERATION TIME = 0.812 SECONDS 4 MB 24.4.3 r51699 WIN-VS8

EXECUTION TIME = 0.812 SECONDS 4 MB 24.4.3 r51699 WIN-VS8

Solution Report SOLVE VZD Using LP From line 28

S O L V E S U M M A R Y

MODEL VZD	OBJECTIVE f
TYPE LP	DIRECTION MAXIMIZE
SOLVER CPLEX	FROM LINE 28

**** SOLVER STATUS 1 Normal Completion
**** MODEL STATUS 1 Optimal
**** OBJECTIVE VALUE 14.0000

RESOURCE USAGE, LIMIT	0.000	1000.000
ITERATION COUNT, LIMIT	5	2000000000

IBM ILOG CPLEX 24.4.3 r51699 Released Apr 2, 2015 VS8 x86 32bit/MS Windows
Cplex 12.6.1.0

Space for names approximately 0.00 Mb
Use option 'names no' to turn use of names off
LP status(1): optimal
Cplex Time: 0.00sec (det. 0.02 ticks)
Optimal solution found.
Objective : 14.000000

---- EQU ohr1

LOWER	LEVEL	UPPER	MARGINAL
-------	-------	-------	----------

1	.	.	.	EPS
---	---	---	---	-----

2	.	.	.	EPS
3	.	.	.	-1.000
4	.	.	.	.
5	.	.	.	-1.000

LOWER	LEVEL	UPPER	MARGINAL
-------	-------	-------	----------

----	EQU ucel	-200.000	-200.000	-200.000	1.000
------	----------	----------	----------	----------	-------

LOWER	LEVEL	UPPER	MARGINAL
-------	-------	-------	----------

----	VAR f	-INF	14.000	+INF	.
------	-------	------	--------	------	---

----	VAR x
------	-------

LOWER	LEVEL	UPPER	MARGINAL
-------	-------	-------	----------

1.2	.	1.000	1.000	12.000
1.3	.	1.000	1.000	EPS
1.4	.	1.000	1.000	10.000
1.5	.	0.500	1.000	.
2.1	.	1.000	1.000	10.000
2.3	.	1.000	1.000	EPS
2.4	.	1.000	1.000	10.000
2.5	.	0.846	1.000	.
3.1	.	1.000	1.000	20.000
3.2	.	1.000	1.000	20.000
3.4	.	1.000	1.000	28.000
3.5	.	1.000	1.000	10.000
4.1	.	1.000	1.000	10.000
4.2	.	1.000	1.000	10.000
4.3	.	0.800	1.000	.
4.5	.	0.889	1.000	.
5.1	.	1.000	1.000	24.000
5.2	.	1.000	1.000	20.000
5.3	.	1.000	1.000	10.000
5.4	.	1.000	1.000	20.000

**** REPORT SUMMARY : 0 NONOPT
 0 INFEASIBLE
 0 UNBOUNDED

General Algebraic Modeling System
Execution

---- 29 VARIABLE x.L

	1	2	3	4	5
1		1.000	1.000	1.000	0.500
2	1.000		1.000	1.000	0.846
3	1.000	1.000		1.000	1.000
4	1.000	1.000	0.800		0.889
5	1.000	1.000	1.000	1.000	

EXECUTION TIME = 0.266 SECONDS 3 MB 24.4.3 r51699 WIN-VS8

**Príloha č. 8: Výstup z programu GAMS – Model vzájomných zápočtov
bez možnosti vytvárania nových dlžníckych vzťahov,
matica 21x21**

General Algebraic Modeling System
Compilation

```

      Vzájomný zápočet dlhov bez zmeny dlžnickej štruktúry
4  Sets
5  i index uzla /1*21/
6  Alias(i,j)
7  Sets offdiag1(i,j);
8  offdiag1(i,j)=yes;
9  offdiag1(i,i)=no;
10 Table c(i,j)
11
11      1      2      3      4      5      6      7      8
      9      10     11     12     13     14     15     16
12  1      17      18      19      20      21      4      0      0
      0      9      5      0      0      3      9      0
13  2      0      0      7      0      0      0      8      0
      5      2      6      0      0      0      0      9
14  3      0      8      4      0      9      0      5      3
      0      9      0      0      4      0      0      0
15  4      8      0      0      0      0      2      5      0
      8      0      0      0      3      4      5      0
16  5      9      0      8      7      2      0      7      0
      0      6      0      0      2      0      0      0
17  6      4      3      0      5      0      0      3      0
      2      0      0      8      0      4      0      0
18  7      0      0      5      0      0      0      0      1
      0      0      0      0      7      0      0      6
19  8      0      8      0      0      0      2      0      0
      0      0      8      5      4      0      0      0
20  9      0      0      3      5      9      0      0      2
      0      5      7      6      0      0      0      0
21  10     3      0      0      0      0      0      3      0
      0      0      3      0      0      0      0      0
22  11     0      0      0      0      3      0      7      4
      9      0      0      6      0      0      0      0
23  12     0      5      0      1      0      0      0      0
      0      0      3      0      0      5      3      2
24  13     9      0      0      7      3      0      0      0
      1      0      0      0      0      0      0      9
25  14     0      0      5      0      0      0      3      3
      0      4      0      0      1      0      6      0
26  15     8      0      3      0      0      3      0      0
      0      0      0      5      0      0      0      0
27  16     2      1      0      5      0      5      0      0
      0      0      0      0      6      0      0      0
28  17     0      2      0      0      3      0      7      0
      0      2      0      0      0      0      0      0

```

```

      0      7      0      0      0      0      0      0
29 18      0      10      0      0      10      0      0      1      0      4
      0      0      2      0      0      0      0      0      0      0
      3      0      0      2      0      0      0      0      0      0
30 19      0      0      0      0      0      0      0      0      0      0
      0      6      0      5      0      4      0      0      0      0
      0      0      0      5      0      0      0      0      0      0
31 20      7      0      3      0      0      7      0      0      0
      6      0      0      0      0      0      0      0      0      0
      0      0      0      0      0      0      0      0      0      0
32 21      0      0      0      0      0      3      0      2      0      0
      0      0      0      0      0      2      0      3      0      0
      0      0      0      2      0      0      0      0      0      0;
33 Scalar n;
34 n=card(i);
35 Variables f,x;
36 x.lo(i,j)=0;
37 x.up(i,j)=1;
38 Equations
39 ohr1(i)
40 ucel;
41 ucel.. f=e=sum((i,j),c(i,j)*x(i,j));
42 ohr1(i)..sum(j,c(i,j)*x(i,j)$offdiag1(i,j))-sum(j,c(j,i)*x(j,i)$offdiag1(j
,i))=e=0;
43 Model VZD/all/;
44 Solve VZD using lp maximizing f;
45 Display x.l;

---- ohr1 =E=

ohr1(1).. x(1,2) + 8*x(1,4) + 4*x(1,6) + 9*x(1,10) + 5*x(1,11) + 3*x(1,14)
          + 9*x(1,15) + 7*x(1,19) - 3*x(3,1) - 2*x(5,1) - 7*x(8,1) - 6*x(9,1)
          - 5*x(12,1) - 10*x(18,1) - 7*x(20,1) =E= 0 ; (LHS = 0)

ohr1(2).. - x(1,2) + 10*x(2,5) + 8*x(2,7) + 5*x(2,9) + 2*x(2,10) + 6*x(2,11)
          + 9*x(2,16) + 8*x(2,18) + 4*x(2,19) + 3*x(2,21) - 2*x(3,2) - x(6,2)
          - 3*x(13,2) - 2*x(17,2) =E= 0 ; (LHS = 0)

ohr1(3).. 3*x(3,1) + 2*x(3,2) + 9*x(3,4) + 9*x(3,6) + 5*x(3,7) + 3*x(3,8)
          + 9*x(3,10) + 4*x(3,13) + 8*x(3,17) - 2*x(9,3) - x(12,3) - 3*x(20,3) =E= 0
          ; (LHS = 0)

REMAINING 18 ENTRIES SKIPPED

---- ucel =E=

ucel.. f - x(1,2) - 8*x(1,4) - 4*x(1,6) - 9*x(1,10) - 5*x(1,11) - 3*x(1,14)
          - 9*x(1,15) - 7*x(1,19) - 10*x(2,5) - 8*x(2,7) - 5*x(2,9) - 2*x(2,10)
          - 6*x(2,11) - 9*x(2,16) - 8*x(2,18) - 4*x(2,19) - 3*x(2,21) - 3*x(3,1)
          - 2*x(3,2) - 9*x(3,4) - 9*x(3,6) - 5*x(3,7) - 3*x(3,8) - 9*x(3,10)
          - 4*x(3,13) - 8*x(3,17) - 2*x(4,5) - 5*x(4,7) - 8*x(4,9) - 3*x(4,13)
          - 4*x(4,14) - 5*x(4,15) - 9*x(4,17) - 8*x(4,19) - 7*x(4,20) - 2*x(4,21)
          - 2*x(5,1) - 7*x(5,7) - 6*x(5,10) - 2*x(5,13) - 4*x(5,17) - 3*x(5,18)
          - 5*x(5,20) - x(6,2) - 3*x(6,7) - 2*x(6,9) - 8*x(6,12) - 4*x(6,14)
          - 5*x(6,19) - x(7,8) - 7*x(7,13) - 6*x(7,16) - 8*x(7,18) - 7*x(8,1)
          - 2*x(8,6) - 8*x(8,11) - 5*x(8,12) - 4*x(8,13) - 3*x(8,19) - 5*x(8,20)

```

- 9*x(8,21) - 6*x(9,1) - 2*x(9,3) - 2*x(9,8) - 5*x(9,10) - 7*x(9,11)
 - 6*x(9,12) - 3*x(9,17) - 8*x(10,5) - 3*x(10,7) - 3*x(10,11) - 9*x(10,21)
 - 3*x(11,4) - 3*x(11,6) - 7*x(11,15) - 4*x(11,16) - 9*x(11,17)
 - 6*x(11,20) - 5*x(12,1) - x(12,3) - 3*x(12,11) - 5*x(12,14) - 3*x(12,15)
 - 2*x(12,16) - 9*x(12,17) - 7*x(12,20) - 3*x(12,21) - 3*x(13,2) - x(13,9)
 - 9*x(13,16) - 5*x(13,19) - 3*x(14,7) - 3*x(14,8) - 4*x(14,10) - x(14,13)
 - 6*x(14,15) - 8*x(14,17) - 3*x(14,19) - 3*x(15,5) - 2*x(15,17) - x(15,18)
 - 5*x(15,20) - 6*x(16,4) - 5*x(16,6) - 2*x(16,9) - 2*x(16,18) - 3*x(16,21)
 - 2*x(17,2) - 7*x(17,7) - 7*x(17,10) - 10*x(17,20) - 10*x(18,1) - x(18,6)
 - 4*x(18,8) - 2*x(18,11) - 3*x(18,17) - 2*x(18,20) - 6*x(19,10)
 - 5*x(19,12) - 4*x(19,14) - 5*x(19,20) - 7*x(20,1) - 3*x(20,3) - 7*x(20,6)
 - 6*x(20,9) - 3*x(21,5) - 2*x(21,7) - 2*x(21,13) - 3*x(21,15) - 2*x(21,20)
 =E= 0 ; (LHS = 0)

---- f

f

1 (.LO, .L, .UP, .M = -INF, 0, +INF, 0)
 ucel

---- x

x(1,2) (.LO, .L, .UP, .M = 0, 0, 1, 0)
 1 ohr1(1)
 -1 ohr1(2)
 -1 ucel

 x(1,4) (.LO, .L, .UP, .M = 0, 0, 1, 0)
 8 ohr1(1)
 -8 ohr1(4)
 -8 ucel

 x(1,6) (.LO, .L, .UP, .M = 0, 0, 1, 0)
 4 ohr1(1)
 -4 ohr1(6)
 -4 ucel

REMAINING 127 ENTRIES SKIPPED

MODEL STATISTICS

BLOCKS OF EQUATIONS	2	SINGLE EQUATIONS	22
BLOCKS OF VARIABLES	2	SINGLE VARIABLES	131
NON ZERO ELEMENTS	391		

GENERATION TIME = 0.032 SECONDS 4 Mb WIN235-235 Jul 2, 2010

EXECUTION TIME = 0.032 SECONDS 4 Mb WIN235-235 Jul 2, 2010

S O L V E S U M M A R Y

MODEL	VZD	OBJECTIVE	f
TYPE	LP	DIRECTION	MAXIMIZE

SOLVER CPLEX FROM LINE 44

**** SOLVER STATUS 1 Normal Completion
 **** MODEL STATUS 1 Optimal
 **** OBJECTIVE VALUE 396.0000

RESOURCE USAGE, LIMIT 0.200 1000.000
 ITERATION COUNT, LIMIT 26 2000000000

IBM ILOG CPLEX Jul 4, 2010 23.5.1 WIN 18414.18495 VS8 x86/MS Windows
 Cplex 12.2.0.0, GAMS Link 34

LP status(1): optimal
 Optimal solution found.
 Objective : 396.000000

---- EQU ohr1

	LOWER	LEVEL	UPPER	MARGINAL
1	.	.	.	.
2	.	.	.	1.000
3	.	.	.	1.000
4	.	.	.	2.538E-16
5	.	.	.	EPS
6	.	.	.	2.220E-16
7	.	.	.	-1.000
8	.	.	.	1.000
9	.	.	.	2.961E-16
10	.	.	.	-1.000
11	.	.	.	1.269E-16
12	.	.	.	1.974E-16
13	.	.	.	EPS
14	.	.	.	EPS
15	.	.	.	-1.000
16	.	.	.	-1.000
17	.	.	.	-1.000
18	.	.	.	EPS
19	.	.	.	-1.000
20	.	.	.	-1.000
21	.	.	.	-2.000

LOWER	LEVEL	UPPER	MARGINAL
-------	-------	-------	----------

---- EQU ucel . . . 1.000

LOWER	LEVEL	UPPER	MARGINAL
-------	-------	-------	----------

---- VAR f -INF 396.000 +INF .

---- VAR x

	LOWER	LEVEL	UPPER	MARGINAL
1 .2	.	1.000	1.000	2.000
1 .4	.	1.000	1.000	8.000
1 .6	.	1.000	1.000	4.000
1 .10	.	0.778	1.000	.
1 .11	.	1.000	1.000	5.000
1 .14	.	1.000	1.000	3.000
1 .15	.	0.222	1.000	.
1 .19	.	1.000	1.000	1.776E-15
2 .5	.	0.100	1.000	.
2 .7	.	.	1.000	-8.000
2 .9	.	1.000	1.000	1.480E-15
2 .10	.	.	1.000	-2.000
2 .11	.	.	1.000	7.613E-16
2 .16	.	.	1.000	-9.000
2 .18	.	0.375	1.000	.
2 .19	.	.	1.000	-4.000
2 .21	.	.	1.000	-6.000

3 .1	.	.	1.000	-8.88E-16
3 .2	.	1.000	1.000	2.000
3 .4	.	0.111	1.000	.
3 .6	.	.	1.000	2.220E-16
3 .7	.	.	1.000	-5.000
3 .8	.	1.000	1.000	3.000
3 .10	.	.	1.000	-9.000
3 .13	.	.	1.000	-8.88E-16
3 .17	.	.	1.000	-8.000
4 .5	.	1.000	1.000	2.000
4 .7	.	.	1.000	-8.88E-16
4 .9	.	1.000	1.000	8.000
4 .13	.	1.000	1.000	3.000
4 .14	.	1.000	1.000	4.000
4 .15	.	.	1.000	-8.88E-16
4 .17	.	0.111	1.000	.
4 .19	.	.	1.000	.
4 .20	.	.	1.000	.
4 .21	.	.	1.000	-2.000
5 .1	.	1.000	1.000	2.000
5 .7	.	1.000	1.000	.
5 .10	.	0.500	1.000	.
5 .13	.	1.000	1.000	2.000
5 .17	.	.	1.000	8.882E-16
5 .18	.	1.000	1.000	3.000
5 .20	.	.	1.000	8.882E-16
6 .2	.	1.000	1.000	2.000
6 .7	.	.	1.000	-8.88E-16
6 .9	.	1.000	1.000	2.000
6 .12	.	1.000	1.000	8.000
6 .14	.	1.000	1.000	4.000
6 .19	.	1.000	1.000	EPS
7 .8	.	1.000	1.000	3.000
7 .13	.	1.000	1.000	14.000
7 .16	.	1.000	1.000	6.000
7 .18	.	1.000	1.000	16.000
8 .1	.	1.000	1.000	-1.78E-15
8 .6	.	.	1.000	.
8 .11	.	0.125	1.000	.
8 .12	.	1.000	1.000	9.869E-17
8 .13	.	.	1.000	-8.88E-16
8 .19	.	.	1.000	-3.000
8 .20	.	.	1.000	-5.000
8 .21	.	.	1.000	-18.000
9 .1	.	1.000	1.000	6.000
9 .3	.	1.000	1.000	4.000
9 .8	.	1.000	1.000	4.000
9 .10	.	.	1.000	-1.78E-15
9 .11	.	1.000	1.000	7.000
9 .12	.	1.000	1.000	6.000
9 .17	.	0.333	1.000	.
10.5	.	1.000	1.000	16.000
10.7	.	1.000	1.000	3.000
10.11	.	1.000	1.000	6.000
10.21	.	1.000	1.000	.
11.4	.	1.000	1.000	3.000
11.6	.	1.000	1.000	3.000
11.15	.	0.143	1.000	.
11.16	.	1.000	1.000	-4.44E-16
11.17	.	1.000	1.000	EPS
11.20	.	0.167	1.000	.
12.1	.	1.000	1.000	5.000
12.3	.	1.000	1.000	2.000
12.11	.	1.000	1.000	3.000
12.14	.	1.000	1.000	5.000
12.15	.	1.000	1.000	-4.44E-16
12.16	.	1.000	1.000	-4.44E-16
12.17	.	0.556	1.000	.
12.20	.	.	1.000	EPS
12.21	.	.	1.000	-3.000
13.2	.	1.000	1.000	6.000
13.9	.	1.000	1.000	1.000

13.16	.	0.667	1.000	.
13.19	.	1.000	1.000	8.882E-16
14.7	.	1.000	1.000	EPS
14.8	.	1.000	1.000	6.000
14.10	.	.	1.000	EPS
14.13	.	1.000	1.000	1.000
14.15	.	0.333	1.000	.
14.17	.	1.000	1.000	1.776E-15
14.19	.	1.000	1.000	8.882E-16
15.5	.	1.000	1.000	6.000
15.17	.	1.000	1.000	2.000
15.18	.	1.000	1.000	2.000
15.20	.	1.000	1.000	5.000
16.4	.	1.000	1.000	12.000
16.6	.	1.000	1.000	10.000
16.9	.	1.000	1.000	4.000
16.18	.	1.000	1.000	4.000
16.21	.	1.000	1.000	.
17.2	.	1.000	1.000	6.000
17.7	.	1.000	1.000	7.000
17.10	.	1.000	1.000	7.000
17.20	.	1.000	1.000	10.000
18.1	.	1.000	1.000	10.000
18.6	.	1.000	1.000	1.000
18.8	.	1.000	1.000	8.000
18.11	.	1.000	1.000	2.000
18.17	.	.	1.000	8.882E-16
18.20	.	.	1.000	4.441E-16
19.10	.	1.000	1.000	6.000
19.12	.	1.000	1.000	10.000
19.14	.	1.000	1.000	8.000
19.20	.	1.000	1.000	5.000
20.1	.	1.000	1.000	14.000
20.3	.	1.000	1.000	9.000
20.6	.	1.000	1.000	14.000
20.9	.	1.000	1.000	12.000
21.5	.	1.000	1.000	9.000
21.7	.	1.000	1.000	4.000
21.13	.	1.000	1.000	6.000
21.15	.	1.000	1.000	6.000
21.20	.	1.000	1.000	4.000

**** REPORT SUMMARY : 0 NONOPT
 0 INFEASIBLE
 0 UNBOUNDED

----- 45 VARIABLE X.L

	1	2	3	4	5	6
1		1.000		1.000		1.000
2					0.100	
3		1.000		0.111		
4					1.000	
5	1.000					
6		1.000				
8	1.000					
9	1.000		1.000			
10					1.000	
11				1.000		1.000
12	1.000		1.000			
13		1.000				
15					1.000	
16				1.000		1.000
17		1.000				
18	1.000					1.000
20	1.000		1.000			1.000
21					1.000	

+	7	8	9	10	11	12
1				0.778	1.000	
2			1.000			
3		1.000				
4			1.000			
5	1.000			0.500		
6			1.000			1.000
7		1.000				
8					0.125	1.000
9		1.000			1.000	1.000
10	1.000				1.000	
12					1.000	
13			1.000			
14	1.000	1.000				
16			1.000			
17	1.000			1.000		
18		1.000			1.000	
19				1.000		1.000
20			1.000			
21	1.000					

+	13	14	15	16	17	18
1		1.000	0.222			
2						0.375
4	1.000	1.000			0.111	
5	1.000					1.000
6		1.000				
7	1.000			1.000		1.000
9					0.333	
11			0.143	1.000	1.000	
12		1.000	1.000	1.000	0.556	
13				0.667		
14	1.000		0.333		1.000	
15					1.000	1.000
16						1.000
19		1.000				
21	1.000		1.000			

+	19	20	21
1	1.000		
6	1.000		
10			1.000
11		0.167	
13	1.000		
14	1.000		
15		1.000	
16			1.000
17		1.000	
19		1.000	
21		1.000	

EXECUTION TIME = 0.000 SECONDS 3 Mb WIN235-235 Jul 2, 2010

**Príloha č. 9: Výstup z programu GAMS – Model vzájomných zápočtov
s možnosťou vytvárania nových dlžníckych vzťahov,
matica 21x21**

General Algebraic Modeling System
Compilation

```

1 $ontext
2 Vzájomný zápočet dlhov
3 $offtext
4 Sets
5 i index uzla /1*21/
6 Alias(i,j)
7 Sets offdiag1(i,j);
8 offdiag1(i,j)=yes;
9 offdiag1(i,i)=no;
10 Table c(i,j)
11
12 1 2 3 4 5 6 7 8
13 9 10 11 12 13 14 15
14 16 17 18 19 20 21
15 20 29 25 20 20 23 29 20
16 20 20 20 27 20 20 28 20
17 25 22 26 20 20 20 20 20
18 29 20 28 24 20 23 25 23
19 20 23 22 29 20 24 20 20
20 20 28 29 20 20 20 25 20
21 20 22 20 20 20 27 22 20
22 20 26 20 20 20 22 20 27 20
23 20 24 23 20 20 25 20 20 20
24 20 27 20 20 20 20 22 20 0
25 20 20 20 20 20 24 20 20 20
26 20 20 20 20 20 20 20 20 21
27 20 20 20 20 20 20 20 20 20
28 20 20 20 20 20 20 20 20 20
29 20 20 20 20 20 20 20 20 20
30 20 20 20 20 20 20 20 20 20
31 20 20 20 20 20 20 20 20 20
32 20 20 20 20 20 20 20 20 20
33 20 20 20 20 20 20 20 20 20
34 20 20 20 20 20 20 20 20 20
35 20 20 20 20 20 20 20 20 20
36 20 20 20 20 20 20 20 20 20
37 20 20 20 20 20 20 20 20 20
38 20 20 20 20 20 20 20 20 20
39 20 20 20 20 20 20 20 20 20
40 20 20 20 20 20 20 20 20 20
41 20 20 20 20 20 20 20 20 20
42 20 20 20 20 20 20 20 20 20
43 20 20 20 20 20 20 20 20 20
44 20 20 20 20 20 20 20 20 20
45 20 20 20 20 20 20 20 20 20
46 20 20 20 20 20 20 20 20 20
47 20 20 20 20 20 20 20 20 20
48 20 20 20 20 20 20 20 20 20
49 20 20 20 20 20 20 20 20 20
50 20 20 20 20 20 20 20 20 20
51 20 20 20 20 20 20 20 20 20
52 20 20 20 20 20 20 20 20 20
53 20 20 20 20 20 20 20 20 20
54 20 20 20 20 20 20 20 20 20
55 20 20 20 20 20 20 20 20 20
56 20 20 20 20 20 20 20 20 20
57 20 20 20 20 20 20 20 20 20
58 20 20 20 20 20 20 20 20 20
59 20 20 20 20 20 20 20 20 20
60 20 20 20 20 20 20 20 20 20
61 20 20 20 20 20 20 20 20 20
62 20 20 20 20 20 20 20 20 20
63 20 20 20 20 20 20 20 20 20
64 20 20 20 20 20 20 20 20 20
65 20 20 20 20 20 20 20 20 20
66 20 20 20 20 20 20 20 20 20
67 20 20 20 20 20 20 20 20 20
68 20 20 20 20 20 20 20 20 20
69 20 20 20 20 20 20 20 20 20
70 20 20 20 20 20 20 20 20 20
71 20 20 20 20 20 20 20 20 20
72 20 20 20 20 20 20 20 20 20
73 20 20 20 20 20 20 20 20 20
74 20 20 20 20 20 20 20 20 20
75 20 20 20 20 20 20 20 20 20
76 20 20 20 20 20 20 20 20 20
77 20 20 20 20 20 20 20 20 20
78 20 20 20 20 20 20 20 20 20
79 20 20 20 20 20 20 20 20 20
80 20 20 20 20 20 20 20 20 20
81 20 20 20 20 20 20 20 20 20
82 20 20 20 20 20 20 20 20 20
83 20 20 20 20 20 20 20 20 20
84 20 20 20 20 20 20 20 20 20
85 20 20 20 20 20 20 20 20 20
86 20 20 20 20 20 20 20 20 20
87 20 20 20 20 20 20 20 20 20
88 20 20 20 20 20 20 20 20 20
89 20 20 20 20 20 20 20 20 20
90 20 20 20 20 20 20 20 20 20
91 20 20 20 20 20 20 20 20 20
92 20 20 20 20 20 20 20 20 20
93 20 20 20 20 20 20 20 20 20
94 20 20 20 20 20 20 20 20 20
95 20 20 20 20 20 20 20 20 20
96 20 20 20 20 20 20 20 20 20
97 20 20 20 20 20 20 20 20 20
98 20 20 20 20 20 20 20 20 20
99 20 20 20 20 20 20 20 20 20
100 20 20 20 20 20 20 20 20 20

```

```

28  0      20      22      20      20      23
    17      20      22      20      20      20      27      20
        20      27      20      20      20      20      20
29  20      0      20      20      20      30      20      24
    18      30      20      20      20      20      20      20
        20      20      22      20      20      20      20
30  20      23      0      20      22      20      20      20
    19      20      20      20      20      20      20      20
        20      26      20      25      20      24      20
31  20      20      20      0      25      20      20      20
    20      27      20      23      20      20      27      20
        26      20      20      20      20      20      20
32  20      20      20      20      20      0      20      20
    21      20      20      20      20      23      20      22
        20      20      20      20      22      20      23
    20      20      20      20      22      0
33  Scalar n;
34  n=card(i);
35  Variables f,x;
36  x.lo(i,j)=0;
37  x.up(i,j)=1;
38  Equations
39  ohr1(i)
40  ucel;
41  ucel.. f=e=sum((i,j),c(i,j)*x(i,j))-(n*n-n)*20;
42  ohr1(i)..sum(j,c(i,j)*x(i,j)$offdiag1(i,j))-
sum(j,c(j,i)*x(j,i)$offdiag1(j,i))=e=0;
43  Model VZD/all/;
44  Solve VZD using lp maximizing f;
45  Display x.l;

```

COMPILATION TIME = 0.000 SECONDS 3 Mb WIN235-235 Jul 2, 2010

Equation Listing SOLVE VZD Using LP From line 48

---- ohr1 =E=

```

ohr1(1).. 21*x(1,2) + 20*x(1,3) + 28*x(1,4) + 20*x(1,5) + 24*x(1,6) + 20*x(1,7)
          + 20*x(1,8) + 20*x(1,9) + 29*x(1,10) + 25*x(1,11) + 20*x(1,12)
          + 20*x(1,13) + 23*x(1,14) + 29*x(1,15) + 20*x(1,16) + 20*x(1,17)
          + 20*x(1,18) + 27*x(1,19) + 20*x(1,20) + 20*x(1,21) - 20*x(2,1)
          - 23*x(3,1) - 20*x(4,1) - 22*x(5,1) - 20*x(6,1) - 20*x(7,1) - 27*x(8,1)
          - 26*x(9,1) - 20*x(10,1) - 20*x(11,1) - 25*x(12,1) - 20*x(13,1)
          - 20*x(14,1) - 20*x(15,1) - 20*x(16,1) - 20*x(17,1) - 30*x(18,1)
          - 20*x(19,1) - 27*x(20,1) - 20*x(21,1) =E= 0 ; (LHS = 0)
ohr1(2).. - 21*x(1,2) + 20*x(2,1) + 20*x(2,3) + 20*x(2,4) + 30*x(2,5)
          + 20*x(2,6) + 28*x(2,7) + 20*x(2,8) + 25*x(2,9) + 22*x(2,10) + 26*x(2,11)
          + 20*x(2,12) + 20*x(2,13) + 20*x(2,14) + 20*x(2,15) + 29*x(2,16)
          + 20*x(2,17) + 28*x(2,18) + 24*x(2,19) + 20*x(2,20) + 23*x(2,21)
          - 22*x(3,2) - 20*x(4,2) - 20*x(5,2) - 21*x(6,2) - 20*x(7,2) - 20*x(8,2)
          - 20*x(9,2) - 20*x(10,2) - 20*x(11,2) - 20*x(12,2) - 23*x(13,2)
          - 20*x(14,2) - 20*x(15,2) - 20*x(16,2) - 22*x(17,2) - 20*x(18,2)
          - 20*x(19,2) - 20*x(20,2) - 20*x(21,2) =E= 0 ; (LHS = 0)
ohr1(3).. - 20*x(1,3) - 20*x(2,3) + 23*x(3,1) + 22*x(3,2) + 29*x(3,4)

```

$$\begin{aligned}
& + 20^*x(3,5) + 29^*x(3,6) + 25^*x(3,7) + 23^*x(3,8) + 20^*x(3,9) + 29^*x(3,10) \\
& + 20^*x(3,11) + 20^*x(3,12) + 24^*x(3,13) + 20^*x(3,14) + 20^*x(3,15) \\
& + 20^*x(3,16) + 28^*x(3,17) + 20^*x(3,18) + 20^*x(3,19) + 20^*x(3,20) \\
& + 20^*x(3,21) - 20^*x(4,3) - 20^*x(5,3) - 20^*x(6,3) - 20^*x(7,3) - 20^*x(8,3) \\
& - 22^*x(9,3) - 20^*x(10,3) - 20^*x(11,3) - 21^*x(12,3) - 20^*x(13,3) \\
& - 20^*x(14,3) - 20^*x(15,3) - 20^*x(16,3) - 20^*x(17,3) - 20^*x(18,3) \\
& - 20^*x(19,3) - 23^*x(20,3) - 20^*x(21,3) =E= 0 ; (LHS = 0)
\end{aligned}$$

REMAINING 18 ENTRIES SKIPPED

---- ucel =E=

ucel.. f - 21^*x(1,2) - 20^*x(1,3) - 28^*x(1,4) - 20^*x(1,5) - 24^*x(1,6)

$$\begin{aligned}
& - 20^*x(1,7) - 20^*x(1,8) - 20^*x(1,9) - 29^*x(1,10) - 25^*x(1,11) - 20^*x(1,12) \\
& - 20^*x(1,13) - 23^*x(1,14) - 29^*x(1,15) - 20^*x(1,16) - 20^*x(1,17) \\
& - 20^*x(1,18) - 27^*x(1,19) - 20^*x(1,20) - 20^*x(1,21) - 20^*x(2,1) \\
& - 20^*x(2,3) - 20^*x(2,4) - 30^*x(2,5) - 20^*x(2,6) - 28^*x(2,7) - 20^*x(2,8) \\
& - 25^*x(2,9) - 22^*x(2,10) - 26^*x(2,11) - 20^*x(2,12) - 20^*x(2,13) \\
& - 20^*x(2,14) - 20^*x(2,15) - 29^*x(2,16) - 20^*x(2,17) - 28^*x(2,18) \\
& - 24^*x(2,19) - 20^*x(2,20) - 23^*x(2,21) - 23^*x(3,1) - 22^*x(3,2) - 29^*x(3,4) \\
& - 20^*x(3,5) - 29^*x(3,6) - 25^*x(3,7) - 23^*x(3,8) - 20^*x(3,9) - 29^*x(3,10) \\
& - 20^*x(3,11) - 20^*x(3,12) - 24^*x(3,13) - 20^*x(3,14) - 20^*x(3,15) \\
& - 20^*x(3,16) - 28^*x(3,17) - 20^*x(3,18) - 20^*x(3,19) - 20^*x(3,20) \\
& - 20^*x(3,21) - 20^*x(4,1) - 20^*x(4,2) - 20^*x(4,3) - 22^*x(4,5) - 20^*x(4,6) \\
& - 25^*x(4,7) - 20^*x(4,8) - 28^*x(4,9) - 20^*x(4,10) - 20^*x(4,11) - 20^*x(4,12) \\
& - 23^*x(4,13) - 24^*x(4,14) - 25^*x(4,15) - 20^*x(4,16) - 29^*x(4,17) \\
& - 20^*x(4,18) - 28^*x(4,19) - 27^*x(4,20) - 22^*x(4,21) - 22^*x(5,1) \\
& - 20^*x(5,2) - 20^*x(5,3) - 20^*x(5,4) - 20^*x(5,6) - 27^*x(5,7) - 20^*x(5,8) \\
& - 20^*x(5,9) - 26^*x(5,10) - 20^*x(5,11) - 20^*x(5,12) - 22^*x(5,13) \\
& - 20^*x(5,14) - 20^*x(5,15) - 20^*x(5,16) - 24^*x(5,17) - 23^*x(5,18) \\
& - 20^*x(5,19) - 25^*x(5,20) - 20^*x(5,21) - 20^*x(6,1) - 21^*x(6,2) - 20^*x(6,3) \\
& - 20^*x(6,4) - 20^*x(6,5) - 23^*x(6,7) - 20^*x(6,8) - 22^*x(6,9) - 20^*x(6,10) \\
& - 20^*x(6,11) - 28^*x(6,12) - 20^*x(6,13) - 24^*x(6,14) - 20^*x(6,15) \\
& - 20^*x(6,16) - 20^*x(6,17) - 20^*x(6,18) - 25^*x(6,19) - 20^*x(6,20) \\
& - 20^*x(6,21) - 20^*x(7,1) - 20^*x(7,2) - 20^*x(7,3) - 20^*x(7,4) - 20^*x(7,5) \\
& - 20^*x(7,6) - 21^*x(7,8) - 20^*x(7,9) - 20^*x(7,10) - 20^*x(7,11) - 20^*x(7,12) \\
& - 27^*x(7,13) - 20^*x(7,14) - 20^*x(7,15) - 26^*x(7,16) - 20^*x(7,17) \\
& - 28^*x(7,18) - 20^*x(7,19) - 20^*x(7,20) - 20^*x(7,21) - 27^*x(8,1)
\end{aligned}$$

- $20^*x(8,2) - 20^*x(8,3) - 20^*x(8,4) - 20^*x(8,5) - 22^*x(8,6) - 20^*x(8,7)$
 - $20^*x(8,9) - 20^*x(8,10) - 28^*x(8,11) - 25^*x(8,12) - 24^*x(8,13)$
 - $20^*x(8,14) - 20^*x(8,15) - 20^*x(8,16) - 20^*x(8,17) - 20^*x(8,18)$
 - $23^*x(8,19) - 25^*x(8,20) - 29^*x(8,21) - 26^*x(9,1) - 20^*x(9,2) - 22^*x(9,3)$
 - $20^*x(9,4) - 20^*x(9,5) - 20^*x(9,6) - 20^*x(9,7) - 22^*x(9,8) - 25^*x(9,10)$
 - $27^*x(9,11) - 26^*x(9,12) - 20^*x(9,13) - 20^*x(9,14) - 20^*x(9,15)$
 - $20^*x(9,16) - 23^*x(9,17) - 20^*x(9,18) - 20^*x(9,19) - 20^*x(9,20)$
 - $20^*x(9,21) - 20^*x(10,1) - 20^*x(10,2) - 20^*x(10,3) - 20^*x(10,4)$
 - $28^*x(10,5) - 20^*x(10,6) - 23^*x(10,7) - 20^*x(10,8) - 20^*x(10,9)$
 - $23^*x(10,11) - 20^*x(10,12) - 20^*x(10,13) - 20^*x(10,14) - 20^*x(10,15)$
 - $20^*x(10,16) - 20^*x(10,17) - 20^*x(10,18) - 20^*x(10,19) - 20^*x(10,20)$
 - $29^*x(10,21) - 20^*x(11,1) - 20^*x(11,2) - 20^*x(11,3) - 23^*x(11,4)$
 - $20^*x(11,5) - 23^*x(11,6) - 20^*x(11,7) - 20^*x(11,8) - 20^*x(11,9)$
 - $20^*x(11,10) - 20^*x(11,12) - 20^*x(11,13) - 20^*x(11,14) - 27^*x(11,15)$
 - $24^*x(11,16) - 29^*x(11,17) - 20^*x(11,18) - 20^*x(11,19) - 26^*x(11,20)$
 - $20^*x(11,21) - 25^*x(12,1) - 20^*x(12,2) - 21^*x(12,3) - 20^*x(12,4)$
 - $20^*x(12,5) - 20^*x(12,6) - 20^*x(12,7) - 20^*x(12,8) - 20^*x(12,9)$
 - $20^*x(12,10) - 23^*x(12,11) - 20^*x(12,13) - 25^*x(12,14) - 23^*x(12,15)$
 - $22^*x(12,16) - 29^*x(12,17) - 20^*x(12,18) - 20^*x(12,19) - 27^*x(12,20)$
 - $23^*x(12,21) - 20^*x(13,1) - 23^*x(13,2) - 20^*x(13,3) - 20^*x(13,4)$
 - $20^*x(13,5) - 20^*x(13,6) - 20^*x(13,7) - 20^*x(13,8) - 21^*x(13,9)$
 - $20^*x(13,10) - 20^*x(13,11) - 20^*x(13,12) - 20^*x(13,14) - 20^*x(13,15)$
 - $29^*x(13,16) - 20^*x(13,17) - 20^*x(13,18) - 25^*x(13,19) - 20^*x(13,20)$
 - $20^*x(13,21) - 20^*x(14,1) - 20^*x(14,2) - 20^*x(14,3) - 20^*x(14,4)$
 - $20^*x(14,5) - 20^*x(14,6) - 23^*x(14,7) - 23^*x(14,8) - 20^*x(14,9)$
 - $24^*x(14,10) - 20^*x(14,11) - 20^*x(14,12) - 21^*x(14,13) - 26^*x(14,15)$
 - $20^*x(14,16) - 28^*x(14,17) - 20^*x(14,18) - 23^*x(14,19) - 20^*x(14,20)$
 - $20^*x(14,21) - 20^*x(15,1) - 20^*x(15,2) - 20^*x(15,3) - 20^*x(15,4)$
 - $23^*x(15,5) - 20^*x(15,6) - 20^*x(15,7) - 20^*x(15,8) - 20^*x(15,9)$
 - $20^*x(15,10) - 20^*x(15,11) - 20^*x(15,12) - 20^*x(15,13) - 20^*x(15,14)$
 - $20^*x(15,16) - 22^*x(15,17) - 21^*x(15,18) - 20^*x(15,19) - 25^*x(15,20)$
 - $20^*x(15,21) - 20^*x(16,1) - 20^*x(16,2) - 20^*x(16,3) - 26^*x(16,4)$
 - $20^*x(16,5) - 25^*x(16,6) - 20^*x(16,7) - 20^*x(16,8) - 22^*x(16,9)$
 - $20^*x(16,10) - 20^*x(16,11) - 20^*x(16,12) - 20^*x(16,13) - 20^*x(16,14)$
 - $20^*x(16,15) - 20^*x(16,17) - 22^*x(16,18) - 20^*x(16,19) - 20^*x(16,20)$
 - $23^*x(16,21) - 20^*x(17,1) - 22^*x(17,2) - 20^*x(17,3) - 20^*x(17,4)$

```

- 20*x(17,5) - 20*x(17,6) - 27*x(17,7) - 20*x(17,8) - 20*x(17,9)
- 27*x(17,10) - 20*x(17,11) - 20*x(17,12) - 20*x(17,13) - 20*x(17,14)
- 20*x(17,15) - 20*x(17,16) - 20*x(17,18) - 20*x(17,19) - 30*x(17,20)
- 20*x(17,21) - 30*x(18,1) - 20*x(18,2) - 20*x(18,3) - 20*x(18,4)
- 20*x(18,5) - 21*x(18,6) - 20*x(18,7) - 24*x(18,8) - 20*x(18,9)
- 20*x(18,10) - 22*x(18,11) - 20*x(18,12) - 20*x(18,13) - 20*x(18,14)
- 20*x(18,15) - 20*x(18,16) - 23*x(18,17) - 20*x(18,19) - 22*x(18,20)
- 20*x(18,21) - 20*x(19,1) - 20*x(19,2) - 20*x(19,3) - 20*x(19,4)
- 20*x(19,5) - 20*x(19,6) - 20*x(19,7) - 20*x(19,8) - 20*x(19,9)
- 26*x(19,10) - 20*x(19,11) - 25*x(19,12) - 20*x(19,13) - 24*x(19,14)
- 20*x(19,15) - 20*x(19,16) - 20*x(19,17) - 20*x(19,18) - 25*x(19,20)
- 20*x(19,21) - 27*x(20,1) - 20*x(20,2) - 23*x(20,3) - 20*x(20,4)
- 20*x(20,5) - 27*x(20,6) - 20*x(20,7) - 20*x(20,8) - 26*x(20,9)
- 20*x(20,10) - 20*x(20,11) - 20*x(20,12) - 20*x(20,13) - 20*x(20,14)
- 20*x(20,15) - 20*x(20,16) - 20*x(20,17) - 20*x(20,18) - 20*x(20,19)
- 20*x(20,21) - 20*x(21,1) - 20*x(21,2) - 20*x(21,3) - 20*x(21,4)
- 23*x(21,5) - 20*x(21,6) - 22*x(21,7) - 20*x(21,8) - 20*x(21,9)
- 20*x(21,10) - 20*x(21,11) - 20*x(21,12) - 22*x(21,13) - 20*x(21,14)
- 23*x(21,15) - 20*x(21,16) - 20*x(21,17) - 20*x(21,18) - 20*x(21,19)
- 22*x(21,20) =E= -8400 ; (LHS = 0, INFES = 8400 ****)

```

Column Listing SOLVE VZD Using LP From line 48

```

---- f
f
      1      (.LO, .L, .UP, .M = -INF, 0, +INF, 0)
            ucel

---- x
x(1,2)
      21      (.LO, .L, .UP, .M = 0, 0, 1, 0)
            ohr1(1)
      -21      ohr1(2)
      -21      ucel

x(1,3)
      20      (.LO, .L, .UP, .M = 0, 0, 1, 0)
            ohr1(1)
      -20      ohr1(3)
      -20      ucel

x(1,4)
      28      (.LO, .L, .UP, .M = 0, 0, 1, 0)
            ohr1(1)
      -28      ohr1(4)
      -28      ucel

```

REMAINING 417 ENTRIES SKIPPED

MODEL STATISTICS

BLOCKS OF EQUATIONS	2	SINGLE EQUATIONS	22
BLOCKS OF VARIABLES	2	SINGLE VARIABLES	421
NON ZERO ELEMENTS	1,261		

GENERATION TIME = 0.016 SECONDS 4 Mb WIN235-235 Jul 2, 2010

EXECUTION TIME = 0.016 SECONDS 4 Mb WIN235-235 Jul 2, 2010

GAMS Rev 235 WEX-VS8 23.5.1 x86/MS Windows 05/14/15 21:28:02 Page 5
 General Algebraic Modeling System
 Solution Report SOLVE VZD Using LP From line 48

S O L V E S U M M A R Y

MODEL	VZD	OBJECTIVE	f
TYPE	LP	DIRECTION	MAXIMIZE
SOLVER	CPLEX	FROM LINE	48

**** SOLVER STATUS 1 Normal Completion
 **** MODEL STATUS 1 Optimal
 **** OBJECTIVE VALUE 438.0000

RESOURCE USAGE, LIMIT	0.126	1000.000
ITERATION COUNT, LIMIT	31	2000000000

IBM ILOG CPLEX Jul 4, 2010 23.5.1 WIN 18414.18495 VS8 x86/MS Windows
 Cplex 12.2.0.0, GAMS Link 34
 GAMS/Cplex licensed for continuous and discrete problems.

LP status(1): optimal
 Optimal solution found.
 Objective : 438.000000

---- EQU ohr1

	LOWER	LEVEL	UPPER	MARGINAL
1	.	.	.	EPS
2	.	.	.	EPS
3	.	.	.	EPS
4	.	.	.	EPS
5	.	.	.	EPS
6	.	.	.	-1.000
7	.	.	.	-1.000
8	.	.	.	EPS
9	.	.	.	EPS
10	.	.	.	-1.000
11	.	.	.	-1.000
12	.	.	.	EPS
13	.	.	.	-1.000
14	.	.	.	EPS
15	.	.	.	-1.000
16	.	.	.	-1.000
17	.	.	.	-1.000
18	.	.	.	.
19	.	.	.	-1.000
20	.	.	.	-1.000
21	.	.	.	-1.000

	LOWER	LEVEL	UPPER	MARGINAL
---- EQU ucel	-8400.000	-8400.000	-8400.000	1.000
	LOWER	LEVEL	UPPER	MARGINAL

---- VAR f -INF 438.000 +INF .

---- VAR x

	LOWER	LEVEL	UPPER	MARGINAL
1 .2	.	1.000	1.000	21.000
1 .3	.	1.000	1.000	20.000
1 .4	.	1.000	1.000	28.000
1 .5	.	1.000	1.000	20.000
1 .6	.	1.000	1.000	EPS
1 .7	.	0.700	1.000	.
1 .8	.	1.000	1.000	20.000
1 .9	.	1.000	1.000	20.000
1 .10	.	1.000	1.000	EPS
1 .11	.	1.000	1.000	EPS
1 .12	.	1.000	1.000	20.000
1 .13	.	1.000	1.000	EPS
1 .14	.	1.000	1.000	23.000
1 .15	.	1.000	1.000	EPS
1 .16	.	1.000	1.000	EPS
1 .17	.	1.000	1.000	EPS
1 .18	.	1.000	1.000	20.000
1 .19	.	1.000	1.000	EPS
1 .20	.	1.000	1.000	EPS
1 .21	.	1.000	1.000	EPS
2 .1	.	1.000	1.000	20.000
2 .3	.	1.000	1.000	20.000
2 .4	.	1.000	1.000	20.000
2 .5	.	1.000	1.000	30.000
2 .6	.	0.900	1.000	.
2 .7	.	1.000	1.000	EPS
2 .8	.	1.000	1.000	20.000
2 .9	.	1.000	1.000	25.000
2 .10	.	1.000	1.000	EPS
2 .11	.	1.000	1.000	EPS
2 .12	.	1.000	1.000	20.000
2 .13	.	0.750	1.000	.
2 .14	.	1.000	1.000	20.000
2 .15	.	1.000	1.000	EPS
2 .16	.	1.000	1.000	EPS
2 .17	.	.	1.000	EPS
2 .18	.	1.000	1.000	28.000
2 .19	.	1.000	1.000	EPS
2 .20	.	0.050	1.000	.
2 .21	.	1.000	1.000	EPS
3 .1	.	1.000	1.000	23.000
3 .2	.	1.000	1.000	22.000
3 .4	.	1.000	1.000	29.000
3 .5	.	1.000	1.000	20.000
3 .6	.	1.000	1.000	EPS
3 .7	.	1.000	1.000	EPS
3 .8	.	1.000	1.000	23.000
3 .9	.	1.000	1.000	20.000
3 .10	.	1.000	1.000	EPS
3 .11	.	0.900	1.000	.
3 .12	.	1.000	1.000	20.000
3 .13	.	1.000	1.000	EPS
3 .14	.	1.000	1.000	20.000
3 .15	.	1.000	1.000	EPS
3 .16	.	1.000	1.000	EPS
3 .17	.	1.000	1.000	EPS
3 .18	.	1.000	1.000	20.000
3 .19	.	0.250	1.000	.
3 .20	.	0.400	1.000	.
3 .21	.	0.150	1.000	.
4 .1	.	1.000	1.000	20.000
4 .2	.	1.000	1.000	20.000
4 .3	.	1.000	1.000	20.000
4 .5	.	1.000	1.000	22.000
4 .6	.	1.000	1.000	EPS
4 .7	.	1.000	1.000	EPS

4 .8	.	1.000	1.000	20.000
4 .9	.	1.000	1.000	28.000
4 .10	.	0.750	1.000	.
4 .11	.	1.000	1.000	EPS
4 .12	.	1.000	1.000	20.000
4 .13	.	1.000	1.000	EPS
4 .14	.	1.000	1.000	24.000
4 .15	.	0.120	1.000	.
4 .16	.	1.000	1.000	EPS
4 .17	.	1.000	1.000	EPS
4 .18	.	1.000	1.000	20.000
4 .19	.	1.000	1.000	EPS
4 .20	.	1.000	1.000	EPS
4 .21	.	1.000	1.000	EPS
5 .1	.	1.000	1.000	22.000
5 .2	.	1.000	1.000	20.000
5 .3	.	1.000	1.000	20.000
5 .4	.	1.000	1.000	20.000
5 .6	.	0.850	1.000	.
5 .7	.	1.000	1.000	EPS
5 .8	.	1.000	1.000	20.000
5 .9	.	1.000	1.000	20.000
5 .10	.	1.000	1.000	EPS
5 .11	.	1.000	1.000	EPS
5 .12	.	1.000	1.000	20.000
5 .13	.	1.000	1.000	EPS
5 .14	.	1.000	1.000	20.000
5 .15	.	1.000	1.000	EPS
5 .16	.	1.000	1.000	EPS
5 .17	.	1.000	1.000	EPS
5 .18	.	1.000	1.000	23.000
5 .19	.	1.000	1.000	EPS
5 .20	.	1.000	1.000	EPS
5 .21	.	1.000	1.000	EPS
6 .1	.	1.000	1.000	40.000
6 .2	.	1.000	1.000	42.000
6 .3	.	1.000	1.000	40.000
6 .4	.	1.000	1.000	40.000
6 .5	.	1.000	1.000	40.000
6 .7	.	1.000	1.000	23.000
6 .8	.	1.000	1.000	40.000
6 .9	.	1.000	1.000	44.000
6 .10	.	1.000	1.000	20.000
6 .11	.	1.000	1.000	20.000
6 .12	.	1.000	1.000	56.000
6 .13	.	1.000	1.000	20.000
6 .14	.	1.000	1.000	48.000
6 .15	.	1.000	1.000	20.000
6 .16	.	1.000	1.000	20.000
6 .17	.	1.000	1.000	20.000
6 .18	.	1.000	1.000	40.000
6 .19	.	1.000	1.000	25.000
6 .20	.	1.000	1.000	20.000
6 .21	.	1.000	1.000	20.000
7 .1	.	1.000	1.000	40.000
7 .2	.	1.000	1.000	40.000
7 .3	.	1.000	1.000	40.000
7 .4	.	1.000	1.000	40.000
7 .5	.	1.000	1.000	40.000
7 .6	.	1.000	1.000	20.000
7 .8	.	1.000	1.000	42.000
7 .9	.	1.000	1.000	40.000
7 .10	.	1.000	1.000	20.000
7 .11	.	1.000	1.000	20.000
7 .12	.	1.000	1.000	40.000
7 .13	.	1.000	1.000	27.000
7 .14	.	1.000	1.000	40.000
7 .15	.	1.000	1.000	20.000
7 .16	.	1.000	1.000	26.000
7 .17	.	1.000	1.000	20.000
7 .18	.	1.000	1.000	56.000
7 .19	.	1.000	1.000	20.000

7 .20	.	1.000	1.000	20.000
7 .21	.	1.000	1.000	20.000
8 .1	.	1.000	1.000	27.000
8 .2	.	1.000	1.000	20.000
8 .3	.	1.000	1.000	20.000
8 .4	.	1.000	1.000	20.000
8 .5	.	1.000	1.000	20.000
8 .6	.	1.000	1.000	EPS
8 .7	.	0.250	1.000	.
8 .9	.	1.000	1.000	20.000
8 .10	.	0.700	1.000	.
8 .11	.	1.000	1.000	EPS
8 .12	.	1.000	1.000	25.000
8 .13	.	1.000	1.000	EPS
8 .14	.	1.000	1.000	20.000
8 .15	.	1.000	1.000	EPS
8 .16	.	1.000	1.000	EPS
8 .17	.	0.550	1.000	.
8 .18	.	1.000	1.000	20.000
8 .19	.	1.000	1.000	EPS
8 .20	.	1.000	1.000	EPS
8 .21	.	1.000	1.000	EPS
9 .1	.	1.000	1.000	26.000
9 .2	.	1.000	1.000	20.000
9 .3	.	1.000	1.000	22.000
9 .4	.	1.000	1.000	20.000
9 .5	.	1.000	1.000	20.000
9 .6	.	0.850	1.000	.
9 .7	.	1.000	1.000	EPS
9 .8	.	1.000	1.000	22.000
9 .10	.	1.000	1.000	EPS
9 .11	.	1.000	1.000	EPS
9 .12	.	1.000	1.000	26.000
9 .13	.	1.000	1.000	EPS
9 .14	.	1.000	1.000	20.000
9 .15	.	1.000	1.000	EPS
9 .16	.	0.800	1.000	.
9 .17	.	1.000	1.000	EPS
9 .18	.	1.000	1.000	20.000
9 .19	.	1.000	1.000	EPS
9 .20	.	1.000	1.000	EPS
9 .21	.	1.000	1.000	EPS
10.1	.	1.000	1.000	40.000
10.2	.	1.000	1.000	40.000
10.3	.	1.000	1.000	40.000
10.4	.	1.000	1.000	40.000
10.5	.	1.000	1.000	56.000
10.6	.	1.000	1.000	20.000
10.7	.	1.000	1.000	23.000
10.8	.	1.000	1.000	40.000
10.9	.	1.000	1.000	40.000
10.11	.	1.000	1.000	23.000
10.12	.	1.000	1.000	40.000
10.13	.	1.000	1.000	20.000
10.14	.	1.000	1.000	40.000
10.15	.	1.000	1.000	20.000
10.16	.	1.000	1.000	20.000
10.17	.	1.000	1.000	20.000
10.18	.	1.000	1.000	40.000
10.19	.	1.000	1.000	20.000
10.20	.	1.000	1.000	20.000
10.21	.	1.000	1.000	29.000
11.1	.	1.000	1.000	40.000
11.2	.	1.000	1.000	40.000
11.3	.	1.000	1.000	40.000
11.4	.	1.000	1.000	46.000
11.5	.	1.000	1.000	40.000
11.6	.	1.000	1.000	23.000
11.7	.	1.000	1.000	20.000
11.8	.	1.000	1.000	40.000
11.9	.	1.000	1.000	40.000
11.10	.	1.000	1.000	20.000

11.12	.	1.000	1.000	40.000
11.13	.	1.000	1.000	20.000
11.14	.	1.000	1.000	40.000
11.15	.	1.000	1.000	27.000
11.16	.	1.000	1.000	24.000
11.17	.	1.000	1.000	29.000
11.18	.	1.000	1.000	40.000
11.19	.	1.000	1.000	20.000
11.20	.	1.000	1.000	26.000
11.21	.	1.000	1.000	20.000
12.1	.	1.000	1.000	25.000
12.2	.	1.000	1.000	20.000
12.3	.	1.000	1.000	21.000
12.4	.	1.000	1.000	20.000
12.5	.	1.000	1.000	20.000
12.6	.	1.000	1.000	.
12.7	.	1.000	1.000	EPS
12.8	.	1.000	1.000	20.000
12.9	.	1.000	1.000	20.000
12.10	.	0.300	1.000	.
12.11	.	1.000	1.000	EPS
12.13	.	1.000	1.000	EPS
12.14	.	1.000	1.000	25.000
12.15	.	1.000	1.000	EPS
12.16	.	1.000	1.000	EPS
12.17	.	1.000	1.000	EPS
12.18	.	1.000	1.000	20.000
12.19	.	1.000	1.000	EPS
12.20	.	1.000	1.000	EPS
12.21	.	1.000	1.000	EPS
13.1	.	1.000	1.000	40.000
13.2	.	1.000	1.000	46.000
13.3	.	1.000	1.000	40.000
13.4	.	1.000	1.000	40.000
13.5	.	1.000	1.000	40.000
13.6	.	1.000	1.000	20.000
13.7	.	1.000	1.000	20.000
13.8	.	1.000	1.000	40.000
13.9	.	1.000	1.000	42.000
13.10	.	1.000	1.000	20.000
13.11	.	1.000	1.000	20.000
13.12	.	1.000	1.000	40.000
13.14	.	1.000	1.000	40.000
13.15	.	1.000	1.000	20.000
13.16	.	1.000	1.000	29.000
13.17	.	1.000	1.000	20.000
13.18	.	1.000	1.000	40.000
13.19	.	1.000	1.000	25.000
13.20	.	1.000	1.000	20.000
13.21	.	1.000	1.000	20.000
14.1	.	1.000	1.000	20.000
14.2	.	1.000	1.000	20.000
14.3	.	1.000	1.000	20.000
14.4	.	1.000	1.000	20.000
14.5	.	1.000	1.000	20.000
14.6	.	1.000	1.000	EPS
14.7	.	1.000	1.000	EPS
14.8	.	1.000	1.000	23.000
14.9	.	1.000	1.000	20.000
14.10	.	1.000	1.000	EPS
14.11	.	1.000	1.000	EPS
14.12	.	1.000	1.000	20.000
14.13	.	1.000	1.000	EPS
14.15	.	1.000	1.000	EPS
14.16	.	0.600	1.000	.
14.17	.	1.000	1.000	EPS
14.18	.	1.000	1.000	20.000
14.19	.	1.000	1.000	EPS
14.20	.	1.000	1.000	EPS
14.21	.	1.000	1.000	EPS
15.1	.	1.000	1.000	40.000
15.2	.	1.000	1.000	40.000

15.3	.	1.000	1.000	40.000
15.4	.	1.000	1.000	40.000
15.5	.	1.000	1.000	46.000
15.6	.	1.000	1.000	20.000
15.7	.	1.000	1.000	20.000
15.8	.	1.000	1.000	40.000
15.9	.	1.000	1.000	40.000
15.10	.	1.000	1.000	20.000
15.11	.	1.000	1.000	20.000
15.12	.	1.000	1.000	40.000
15.13	.	1.000	1.000	20.000
15.14	.	1.000	1.000	40.000
15.16	.	1.000	1.000	20.000
15.17	.	1.000	1.000	22.000
15.18	.	1.000	1.000	42.000
15.19	.	1.000	1.000	20.000
15.20	.	1.000	1.000	25.000
15.21	.	1.000	1.000	20.000
16.1	.	1.000	1.000	40.000
16.2	.	1.000	1.000	40.000
16.3	.	1.000	1.000	40.000
16.4	.	1.000	1.000	52.000
16.5	.	1.000	1.000	40.000
16.6	.	1.000	1.000	25.000
16.7	.	1.000	1.000	20.000
16.8	.	1.000	1.000	40.000
16.9	.	1.000	1.000	44.000
16.10	.	1.000	1.000	20.000
16.11	.	1.000	1.000	20.000
16.12	.	1.000	1.000	40.000
16.13	.	1.000	1.000	20.000
16.14	.	1.000	1.000	40.000
16.15	.	1.000	1.000	20.000
16.17	.	1.000	1.000	20.000
16.18	.	1.000	1.000	44.000
16.19	.	1.000	1.000	20.000
16.20	.	1.000	1.000	20.000
16.21	.	1.000	1.000	23.000
17.1	.	1.000	1.000	40.000
17.2	.	1.000	1.000	44.000
17.3	.	1.000	1.000	40.000
17.4	.	1.000	1.000	40.000
17.5	.	1.000	1.000	40.000
17.6	.	1.000	1.000	20.000
17.7	.	1.000	1.000	27.000
17.8	.	1.000	1.000	40.000
17.9	.	1.000	1.000	40.000
17.10	.	1.000	1.000	27.000
17.11	.	1.000	1.000	20.000
17.12	.	1.000	1.000	40.000
17.13	.	1.000	1.000	20.000
17.14	.	1.000	1.000	40.000
17.15	.	1.000	1.000	20.000
17.16	.	1.000	1.000	20.000
17.18	.	1.000	1.000	40.000
17.19	.	1.000	1.000	20.000
17.20	.	1.000	1.000	30.000
17.21	.	1.000	1.000	20.000
18.1	.	1.000	1.000	30.000
18.2	.	1.000	1.000	20.000
18.3	.	1.000	1.000	20.000
18.4	.	1.000	1.000	20.000
18.5	.	1.000	1.000	20.000
18.6	.	1.000	1.000	EPS
18.7	.	1.000	1.000	EPS
18.8	.	1.000	1.000	24.000
18.9	.	1.000	1.000	20.000
18.10	.	1.000	1.000	EPS
18.11	.	1.000	1.000	EPS
18.12	.	1.000	1.000	20.000
18.13	.	1.000	1.000	EPS
18.14	.	1.000	1.000	20.000

18.15	.	1.000	1.000	EPS
18.16	.	1.000	1.000	EPS
18.17	.	1.000	1.000	EPS
18.19	.	1.000	1.000	EPS
18.20	.	1.000	1.000	.
18.21	.	1.000	1.000	EPS
19.1	.	1.000	1.000	40.000
19.2	.	1.000	1.000	40.000
19.3	.	1.000	1.000	40.000
19.4	.	1.000	1.000	40.000
19.5	.	1.000	1.000	40.000
19.6	.	1.000	1.000	20.000
19.7	.	1.000	1.000	20.000
19.8	.	1.000	1.000	40.000
19.9	.	1.000	1.000	40.000
19.10	.	1.000	1.000	26.000
19.11	.	1.000	1.000	20.000
19.12	.	1.000	1.000	50.000
19.13	.	1.000	1.000	20.000
19.14	.	1.000	1.000	48.000
19.15	.	1.000	1.000	20.000
19.16	.	1.000	1.000	20.000
19.17	.	1.000	1.000	20.000
19.18	.	1.000	1.000	40.000
19.20	.	1.000	1.000	25.000
19.21	.	1.000	1.000	20.000
20.1	.	1.000	1.000	54.000
20.2	.	1.000	1.000	40.000
20.3	.	1.000	1.000	46.000
20.4	.	1.000	1.000	40.000
20.5	.	1.000	1.000	40.000
20.6	.	1.000	1.000	27.000
20.7	.	1.000	1.000	20.000
20.8	.	1.000	1.000	40.000
20.9	.	1.000	1.000	52.000
20.10	.	1.000	1.000	20.000
20.11	.	1.000	1.000	20.000
20.12	.	1.000	1.000	40.000
20.13	.	1.000	1.000	20.000
20.14	.	1.000	1.000	40.000
20.15	.	1.000	1.000	20.000
20.16	.	1.000	1.000	20.000
20.17	.	1.000	1.000	20.000
20.18	.	1.000	1.000	40.000
20.19	.	1.000	1.000	20.000
20.21	.	1.000	1.000	20.000
21.1	.	1.000	1.000	40.000
21.2	.	1.000	1.000	40.000
21.3	.	1.000	1.000	40.000
21.4	.	1.000	1.000	40.000
21.5	.	1.000	1.000	46.000
21.6	.	1.000	1.000	20.000
21.7	.	1.000	1.000	22.000
21.8	.	1.000	1.000	40.000
21.9	.	1.000	1.000	40.000
21.10	.	1.000	1.000	20.000
21.11	.	1.000	1.000	20.000
21.12	.	1.000	1.000	40.000
21.13	.	1.000	1.000	22.000
21.14	.	1.000	1.000	40.000
21.15	.	1.000	1.000	23.000
21.16	.	1.000	1.000	20.000
21.17	.	1.000	1.000	20.000
21.18	.	1.000	1.000	40.000
21.19	.	1.000	1.000	20.000
21.20	.	1.000	1.000	22.000

**** REPORT SUMMARY : 0 NONOPT
 0 INFEASIBLE
 0 UNBOUNDED

General Algebraic Modeling System
Execution

---- 49 VARIABLE x.L

	1	2	3	4	5	6
1		1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
2	1.000		1.000	1.000	1.000	0.900
3	1.000	1.000		1.000	1.000	1.000
4	1.000	1.000	1.000		1.000	1.000
5	1.000	1.000	1.000	1.000		0.850
6	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	
7	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
8	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
9	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.850
10	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
11	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
12	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
13	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
14	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
15	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
16	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
17	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
18	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
19	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
20	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
21	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
+	7	8	9	10	11	12
1	0.700	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
2	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
3	1.000	1.000	1.000	1.000	0.900	1.000
4	1.000	1.000	1.000	0.750	1.000	1.000
5	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
6	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
7		1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
8	0.250		1.000	0.700	1.000	1.000
9	1.000	1.000		1.000	1.000	1.000
10	1.000	1.000	1.000		1.000	1.000
11	1.000	1.000	1.000	1.000		1.000
12	1.000	1.000	1.000	0.300	1.000	
13	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
14	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
15	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
16	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
17	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
18	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
19	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
20	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
21	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
+	13	14	15	16	17	18
1	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
2	0.750	1.000	1.000	1.000		1.000
3	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
4	1.000	1.000	0.120	1.000	1.000	1.000
5	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
6	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
7	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
8	1.000	1.000	1.000	1.000	0.550	1.000
9	1.000	1.000	1.000	0.800	1.000	1.000
10	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
11	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
12	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
13		1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
14	1.000		1.000	0.600	1.000	1.000
15	1.000	1.000		1.000	1.000	1.000
16	1.000	1.000	1.000		1.000	1.000

17	1.000	1.000	1.000	1.000		1.000
18	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	
19	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
20	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
21	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000

+	19	20	21
---	----	----	----

1	1.000	1.000	1.000
2	1.000	0.050	1.000
3	0.250	0.400	0.150
4	1.000	1.000	1.000
5	1.000	1.000	1.000
6	1.000	1.000	1.000
7	1.000	1.000	1.000
8	1.000	1.000	1.000
9	1.000	1.000	1.000
10	1.000	1.000	1.000
11	1.000	1.000	1.000
12	1.000	1.000	1.000
13	1.000	1.000	1.000
14	1.000	1.000	1.000
15	1.000	1.000	1.000
16	1.000	1.000	1.000
17	1.000	1.000	1.000
18	1.000	1.000	1.000
19		1.000	1.000
20	1.000		1.000
21	1.000	1.000	

EXECUTION TIME = 0.000 SECONDS 3 Mb WIN235-235 Jul 2, 2010

Príloha č. 10: Výsledky 100 náhodne simulovaných dlžníckych štruktúr

Zdrojové údaje:

m1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0	2	0	1	0	5	0	1	0	1
2	1	0	0	1	3	5	0	1	5	1
3	1	0	0	0	0	6	5	0	5	0
4	1	1	0	0	0	0	0	6	1	1
5	1	4	5	1	0	5	1	3	4	4
6	1	0	5	5	7	0	2	0	7	4
7	0	4	1	0	2	0	0	4	4	0
8	4	0	0	4	1	7	4	0	5	1
9	5	1	0	5	1	1	4	0	0	5
10	0	0	4	0	1	7	0	2	7	0

m2	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0	4	8	9	1	0	4	5	4	3
2	0	0	1	4	0	8	0	5	7	1
3	0	5	0	0	0	7	0	3	9	0
4	6	3	5	0	4	0	0	4	0	1
5	1	0	4	5	0	1	5	5	3	4
6	1	4	0	0	4	0	0	9	0	4
7	0	5	3	5	4	2	0	0	0	5
8	4	0	1	0	0	2	1	0	0	4
9	0	5	4	4	0	5	0	4	0	0
10	0	0	0	6	4	3	0	0	8	0

m3	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0	0	4	1	0	0	4	7	4	0
2	1	0	3	5	0	0	1	0	2	4
3	3	3	0	0	0	0	5	0	2	4
4	3	9	1	0	0	0	1	4	2	4
5	7	3	3	0	0	4	1	4	4	0
6	0	0	0	9	0	0	5	0	0	0
7	0	5	5	0	2	0	0	0	3	0
8	6	0	0	4	4	4	5	0	4	5
9	6	0	6	3	1	6	7	4	0	5
10	8	0	0	3	5	1	0	0	0	0

m4	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0	0	0	1	0	5	5	0	4	4
2	0	0	4	0	6	0	3	5	0	4

3	0	0	0	3	9	5	4	4	3	6
4	1	0	5	0	0	0	4	0	0	7
5	2	0	4	4	0	5	4	0	0	1
6	0	1	5	0	3	0	6	4	1	4
7	5	4	5	1	6	4	0	0	3	4
8	5	1	8	9	4	0	8	0	1	4
9	9	1	5	0	1	5	1	3	0	3
10	6	6	1	0	0	0	0	4	1	0

m5	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0	0	2	0	3	0	3	0	5	0
2	0	0	5	5	0	1	9	3	3	0
3	1	3	0	0	1	5	0	0	4	1
4	1	5	1	0	1	7	0	2	4	0
5	1	5	0	0	0	4	2	4	4	1
6	3	0	1	15	1	0	0	4	0	1
7	0	0	1	1	10	1	0	4	0	10
8	3	3	2	5	12	5	1	0	4	5
9	2	1	0	5	10	5	4	6	0	9
10	6	0	0	0	6	5	3	1	1	0

m6	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0	5	0	0	1	0	1	0	0	0
2	5	0	3	0	0	1	1	4	0	5
3	4	0	0	0	2	3	0	1	2	3
4	4	0	3	0	4	0	0	3	7	0
5	9	3	4	0	0	5	9	0	0	0
6	3	3	0	3	3	0	4	1	4	1
7	9	4	2	6	3	0	0	3	0	1
8	2	4	6	1	5	5	1	0	0	8
9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	5
10	6	6	0	2	1	0	5	1	12	0

m7	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0	3	1	0	4	0	3	0	1	1
2	0	0	0	13	0	0	4	0	2	1
3	3	3	0	5	0	1	0	5	1	1
4	14	0	1	0	13	0	0	5	6	0
5	6	1	0	0	0	7	0	1	1	5
6	0	5	10	1	2	0	4	18	0	4
7	6	3	1	9	8	2	0	5	1	3
8	8	2	1	4	7	0	3	0	0	1
9	2	3	1	0	4	0	5	0	0	3
10	5	11	5	4	0	1	5	0	6	0

m8	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0	4	3	5	4	8	0	0	0	1
2	5	0	4	4	4	0	1	4	0	2
3	2	7	0	0	6	2	9	5	0	0
4	0	0	0	0	5	0	3	0	5	0
5	5	3	4	0	0	3	4	0	2	0
6	6	2	0	5	5	0	0	0	12	0
7	4	0	3	0	0	0	0	0	0	4
8	4	0	0	1	1	0	4	0	6	7
9	1	0	5	1	0	1	3	1	0	1
10	3	3	6	6	5	11	1	1	13	0

m9	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0	6	5	0	0	0	4	1	6	1
2	0	0	0	2	2	0	3	4	11	9
3	8	4	0	0	1	1	2	4	1	0
4	1	0	0	0	0	0	0	6	3	6
5	5	0	0	7	0	7	8	3	4	3
6	4	0	0	7	2	0	1	3	3	1
7	0	0	0	0	6	0	0	2	5	3
8	0	0	5	4	4	0	0	0	3	6
9	0	1	0	7	4	1	0	0	0	2
10	6	2	3	3	5	2	7	1	0	0

m10	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0	0	5	0	3	0	6	0	0	6
2	1	0	8	0	0	1	4	9	0	0
3	0	3	0	5	1	0	0	3	5	1
4	5	1	3	0	0	4	5	4	0	0
5	0	1	0	1	0	4	4	0	1	4
6	3	5	0	5	0	0	5	0	11	0
7	0	0	5	1	4	4	0	0	5	0
8	3	0	6	5	0	3	4	0	5	0
9	4	5	5	5	0	4	0	3	0	0
10	4	1	7	1	0	1	3	0	0	0

m11	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0	4	0	4	6	4	0	0	4	1
2	5	0	1	5	1	1	0	3	5	4
3	1	0	0	0	3	0	1	3	4	7
4	7	0	0	0	1	1	4	5	3	0
5	1	0	0	3	0	4	4	1	2	3
6	5	7	0	0	5	0	0	0	2	1

7	0	3	1	0	1	11	0	0	0	0
8	1	0	0	5	0	0	0	0	5	5
9	6	6	17	1	0	5	1	1	0	0
10	0	4	4	0	4	2	1	3	3	0

m12	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0	1	1	0	1	4	4	6	0	1
2	5	0	5	3	1	5	0	0	5	3
3	4	0	0	0	0	3	0	5	3	5
4	1	0	1	0	0	4	0	3	1	8
5	1	0	6	1	0	1	1	0	0	0
6	4	0	11	5	1	0	2	0	3	7
7	5	0	1	4	1	1	0	1	4	1
8	8	0	3	0	1	0	0	0	4	0
9	4	4	2	0	0	0	4	2	0	0
10	4	5	0	1	0	0	3	0	3	0

m13	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0	4	8	3	4	4	6	1	0	1
2	4	0	6	8	4	1	0	0	1	0
3	1	0	0	0	5	0	0	0	4	0
4	3	0	4	0	5	2	1	0	1	0
5	3	0	1	2	0	0	6	1	1	11
6	0	3	0	3	1	0	0	0	0	4
7	5	0	8	2	1	11	0	5	1	0
8	6	4	11	1	6	7	0	0	0	2
9	5	1	9	6	1	4	5	0	0	6
10	0	1	3	1	1	4	0	5	0	0

m14	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0	0	0	5	1	0	0	0	5	4
2	0	0	7	5	1	0	0	0	4	0
3	7	5	0	3	4	1	6	4	0	0
4	1	0	0	0	5	0	0	7	0	8
5	0	0	4	3	0	3	4	1	6	4
6	0	0	0	3	4	0	1	16	3	0
7	1	0	0	0	5	9	0	0	0	0
8	0	0	7	0	0	6	0	0	0	5
9	0	7	0	2	0	1	0	0	0	0
10	6	3	0	5	9	1	1	0	0	0

m15	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0	4	0	6	26	0	0	0	6	2
2	5	0	5	4	1	0	0	1	0	4

3	3	3	0	4	6	0	3	5	1	7
4	2	4	5	0	5	0	3	1	0	0
5	4	1	7	0	0	7	4	1	0	4
6	0	8	0	0	1	0	4	0	0	0
7	4	5	6	1	5	4	0	5	3	21
8	0	1	1	1	0	0	1	0	4	0
9	2	1	1	4	6	1	0	6	0	4
10	6	1	0	8	0	1	0	1	1	0

m16	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0	1	1	0	0	0	0	2	0	0
2	3	0	0	3	3	0	5	6	0	1
3	3	6	0	1	3	5	0	0	0	1
4	4	0	5	0	4	4	0	1	0	0
5	5	3	0	5	0	0	3	0	5	3
6	8	6	0	1	5	0	0	0	4	3
7	1	1	8	0	4	2	0	1	6	4
8	6	0	1	0	0	8	0	0	4	5
9	1	0	2	0	1	4	2	0	0	4
10	0	20	0	4	0	5	0	0	0	0

m17	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0	2	0	0	4	1	1	3	0	0
2	1	0	1	8	4	0	4	4	5	8
3	0	0	0	0	3	4	1	0	0	0
4	8	5	0	0	1	4	4	5	5	0
5	0	5	5	1	0	0	0	0	5	1
6	5	1	5	1	2	0	0	0	0	4
7	0	0	1	5	4	9	0	0	0	0
8	4	0	3	0	0	0	3	0	4	3
9	3	0	7	6	5	7	8	6	0	0
10	0	1	1	4	4	1	2	0	4	0

m18	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0	1	5	2	4	6	3	4	2	3
2	4	0	0	0	3	4	4	0	0	8
3	1	5	0	0	18	0	6	1	0	0
4	0	4	5	0	6	2	5	0	0	1
5	0	0	0	7	0	7	1	0	1	0
6	1	0	9	0	0	0	4	5	0	0
7	0	4	1	4	1	5	0	0	5	3
8	3	0	0	5	5	2	4	0	1	0
9	4	1	0	8	0	3	6	0	0	0
10	15	9	7	4	0	3	0	3	0	0

m19	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0	0	7	0	7	2	0	7	5	4
2	0	0	0	5	4	2	3	0	5	7
3	5	5	0	5	1	0	1	4	0	0
4	0	3	1	0	4	0	3	7	0	8
5	0	7	3	3	0	4	0	4	0	5
6	7	2	4	1	4	0	6	4	3	2
7	0	3	3	0	7	1	0	4	3	0
8	0	5	3	0	0	1	4	0	5	1
9	4	0	1	0	0	0	5	0	0	2
10	4	1	0	1	5	3	1	4	0	0

m20	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0	0	0	0	4	0	0	0	0	3
2	1	0	1	0	4	0	3	0	5	3
3	0	0	0	2	4	5	0	1	1	0
4	1	0	0	0	4	4	0	1	1	2
5	1	3	0	0	0	0	3	4	5	1
6	0	0	1	0	2	0	6	0	0	1
7	3	5	1	3	3	8	0	0	5	0
8	1	7	3	0	1	2	1	0	5	0
9	3	1	4	5	1	0	0	0	0	1
10	5	1	4	0	1	0	0	0	0	0

m21	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0	4	5	6	5	4	1	3	1	10
2	6	0	5	4	4	0	4	0	0	0
3	0	0	0	4	1	3	9	1	6	5
4	3	0	4	0	7	1	11	4	0	2
5	0	4	0	3	0	3	4	1	2	5
6	5	4	10	4	5	0	3	1	1	0
7	3	5	1	12	5	2	0	0	3	4
8	0	3	1	2	9	3	4	0	5	7
9	3	6	4	4	3	7	4	0	0	5
10	0	9	5	0	0	1	0	4	5	0

m22	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0	0	4	7	4	9	5	1	1	8
2	6	0	0	5	3	1	0	3	1	1
3	5	3	0	1	0	4	0	1	6	5
4	4	4	1	0	0	4	4	0	0	0
5	4	4	3	0	0	11	0	4	0	5
6	0	1	7	1	1	0	0	0	0	0

7	6	4	0	1	3	1	0	6	1	5
8	1	2	0	3	3	4	3	0	1	1
9	2	5	1	6	0	0	3	5	0	0
10	0	3	3	4	1	8	0	6	0	0

m23	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0	0	0	0	5	5	4	3	5	1
2	1	0	5	5	0	5	0	4	1	5
3	3	3	0	0	0	0	4	7	4	0
4	0	4	5	0	8	4	0	4	0	0
5	5	4	0	0	0	4	0	4	8	0
6	0	0	1	1	2	0	11	0	5	3
7	5	4	1	4	0	8	0	0	3	5
8	0	5	5	0	3	0	5	0	3	0
9	0	1	1	0	0	3	2	0	0	5
10	0	1	7	12	2	5	8	4	4	0

m24	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0	5	0	4	6	4	8	4	0	8
2	3	0	1	2	1	2	0	1	9	0
3	6	0	0	0	1	0	0	6	0	4
4	0	5	0	0	1	1	0	8	5	0
5	0	0	4	2	0	5	0	4	1	0
6	4	0	0	2	0	0	0	0	5	4
7	0	0	6	0	0	3	0	5	3	3
8	0	0	1	1	5	1	0	0	1	1
9	0	1	0	4	5	4	0	0	0	1
10	1	4	0	4	0	1	4	0	0	0

m25	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0	2	2	4	4	2	5	0	10	4
2	4	0	3	1	6	0	0	0	0	3
3	3	4	0	3	6	1	12	5	8	4
4	9	1	1	0	3	4	3	4	1	3
5	0	3	0	0	0	4	0	1	0	4
6	3	0	4	6	1	0	5	0	1	8
7	0	0	6	0	5	4	0	1	0	0
8	2	0	4	0	4	0	0	0	1	0
9	1	1	0	4	4	4	0	5	0	0
10	2	3	5	0	5	3	4	1	5	0

m26	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0	6	0	0	0	1	5	0	1	3
2	3	0	1	3	2	5	4	10	1	1

3	0	8	0	0	0	0	0	1	4	4
4	0	8	0	0	5	1	0	3	3	7
5	1	0	0	3	0	1	0	6	4	4
6	1	0	1	7	0	0	1	3	1	4
7	4	4	6	0	4	5	0	0	0	2
8	0	0	0	0	6	3	3	0	3	0
9	5	0	6	12	6	0	4	0	0	1
10	6	4	3	1	3	1	1	4	5	0

m27	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0	10	0	1	4	4	1	5	8	0
2	4	0	1	0	6	0	4	1	4	0
3	0	3	0	4	1	3	1	3	5	6
4	0	1	3	0	4	3	8	4	0	2
5	1	4	0	4	0	5	0	3	0	8
6	0	5	3	4	5	0	1	2	3	0
7	1	9	2	0	1	0	0	4	2	3
8	1	3	2	0	1	0	4	0	0	3
9	0	3	0	4	1	4	8	7	0	5
10	4	0	1	5	3	0	1	4	0	0

m28	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0	1	3	0	1	0	5	5	0	1
2	1	0	3	5	0	0	7	0	4	3
3	0	0	0	0	0	4	0	4	1	0
4	5	3	9	0	0	1	11	5	4	0
5	0	0	1	5	0	3	1	3	3	5
6	1	1	3	1	1	0	5	0	5	0
7	5	3	9	3	5	3	0	5	6	0
8	7	4	4	0	4	4	0	0	5	2
9	1	1	2	4	4	2	1	3	0	0
10	2	4	7	0	9	8	0	8	1	0

m29	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0	10	0	5	1	6	0	3	7	1
2	0	0	8	0	5	3	3	4	0	0
3	5	3	0	4	0	5	0	0	1	0
4	0	0	0	0	5	4	4	3	0	8
5	5	1	0	8	0	2	1	1	4	1
6	5	0	0	0	0	0	7	5	3	0
7	0	4	0	0	0	0	0	1	8	1
8	5	1	3	5	0	0	0	0	0	0
9	4	5	1	0	0	1	5	0	0	1
10	7	0	1	0	0	3	2	0	5	0

m30	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0	1	1	0	4	1	0	4	3	1
2	1	0	1	5	1	9	6	0	4	8
3	1	5	0	2	5	5	0	4	4	3
4	5	5	4	0	6	0	4	7	0	4
5	1	0	0	0	0	0	2	0	5	5
6	0	6	0	0	4	0	0	6	4	5
7	7	0	0	5	7	0	0	1	5	0
8	0	1	6	5	5	1	1	0	1	9
9	5	6	0	1	5	2	5	0	0	4
10	0	8	7	2	1	0	4	0	1	0

m31	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0	4	5	1	0	0	4	3	0	5
2	4	0	0	5	0	3	3	7	7	4
3	0	7	0	1	7	0	3	8	1	0
4	0	6	19	0	0	0	0	4	0	4
5	0	0	7	1	0	0	9	0	0	4
6	1	5	0	0	4	0	6	3	7	21
7	1	1	4	2	5	1	0	0	1	4
8	0	0	1	0	0	0	3	0	1	4
9	2	5	5	0	0	1	1	0	0	0
10	1	7	1	6	1	3	0	1	0	0

m32	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0	0	3	0	5	4	1	0	1	8
2	4	0	0	3	0	0	10	4	4	0
3	3	0	0	5	4	0	5	0	0	1
4	2	3	0	0	2	0	0	4	0	6
5	0	1	0	5	0	0	5	0	0	0
6	1	0	3	3	5	0	2	4	5	2
7	4	5	1	4	1	5	0	9	0	3
8	4	0	5	0	3	0	4	0	5	0
9	0	9	0	8	0	1	1	3	0	0
10	0	8	9	0	4	0	4	1	20	0

m33	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0	0	0	4	3	0	4	9	3	0
2	1	0	6	1	1	0	3	4	0	3
3	4	0	0	0	2	0	5	5	3	8
4	5	0	0	0	5	5	1	0	3	5
5	0	0	3	0	0	3	1	0	1	0
6	3	1	3	0	0	0	6	0	0	4

7	0	2	1	0	1	4	0	3	0	5
8	0	5	4	6	5	1	3	0	3	0
9	0	8	8	2	0	1	5	0	0	1
10	0	4	1	2	0	6	6	4	3	0

m34	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0	0	1	3	4	6	7	2	0	0
2	5	0	3	1	0	1	8	2	0	8
3	0	2	0	6	0	2	5	4	0	3
4	0	0	8	0	3	4	2	1	4	0
5	0	3	2	2	0	0	1	0	0	0
6	0	0	0	0	0	0	0	4	5	6
7	0	0	0	2	5	4	0	0	1	0
8	1	0	9	0	6	0	1	0	0	0
9	0	0	0	4	0	0	5	0	0	5
10	8	4	0	0	0	1	0	3	4	0

m35	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0	1	0	0	1	0	1	0	1	0
2	6	0	0	5	0	6	3	8	5	0
3	4	0	0	3	1	0	1	8	1	0
4	3	4	0	0	0	7	0	0	0	3
5	14	0	0	3	0	2	1	0	0	1
6	4	5	4	3	0	0	0	0	0	3
7	4	0	0	1	0	0	0	0	5	1
8	5	0	4	1	1	7	0	0	0	3
9	6	1	4	3	0	3	5	5	0	0
10	0	0	0	4	1	0	1	0	5	0

m36	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0	4	4	1	0	0	2	0	5	4
2	5	0	7	4	4	0	5	4	8	2
3	0	1	0	4	4	3	5	5	4	4
4	1	7	0	0	0	6	4	1	4	0
5	4	1	3	0	0	0	0	0	5	1
6	0	1	1	2	0	0	6	4	0	4
7	3	6	4	3	0	0	0	0	1	3
8	3	9	3	3	4	3	0	0	0	3
9	2	0	8	0	1	0	8	5	0	1
10	1	0	0	0	4	4	4	0	2	0

m37	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0	0	0	4	1	5	5	0	1	1
2	6	0	0	2	4	3	0	2	0	2

3	3	0	0	0	4	4	3	0	7	0
4	0	0	3	0	4	0	0	0	4	3
5	4	6	9	4	0	5	1	5	0	0
6	1	4	0	3	3	0	3	0	0	3
7	3	0	5	6	1	5	0	3	5	4
8	3	1	0	4	4	0	5	0	4	4
9	4	8	0	0	4	0	1	4	0	2
10	0	0	5	0	5	4	4	0	1	0

m38	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0	4	1	1	3	6	0	5	1	4
2	0	0	9	1	2	0	1	7	0	0
3	2	4	0	5	1	0	1	0	3	4
4	6	0	7	0	1	1	0	0	2	0
5	1	5	0	1	0	4	5	1	5	0
6	3	4	1	4	1	0	0	10	1	0
7	1	5	4	1	5	5	0	1	0	4
8	0	4	4	5	1	3	5	0	0	4
9	1	0	0	0	1	6	1	4	0	5
10	5	0	5	4	2	2	1	4	3	0

m39	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0	2	4	1	4	0	0	0	4	4
2	4	0	2	6	9	5	0	9	0	0
3	0	3	0	1	5	4	0	0	0	4
4	0	3	4	0	5	3	0	1	0	1
5	0	3	4	1	0	0	1	1	4	0
6	1	6	2	0	0	0	3	2	0	0
7	3	6	9	0	0	4	0	0	1	5
8	3	5	6	1	3	6	2	0	0	0
9	5	1	1	2	1	4	12	0	0	8
10	6	1	0	0	0	0	0	6	4	0

m40	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0	5	4	0	4	1	0	0	4	0
2	0	0	6	0	1	1	0	2	6	5
3	3	5	0	5	0	8	0	4	4	4
4	0	0	1	0	3	0	0	3	0	3
5	0	4	0	0	0	1	8	4	5	0
6	26	1	0	6	0	0	0	0	0	1
7	1	4	1	0	5	8	0	6	3	1
8	5	2	5	1	4	9	3	0	6	0
9	3	0	2	25	0	0	0	5	0	1
10	0	1	1	4	0	5	0	4	4	0

m41	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0	7	0	5	3	0	2	0	0	3
2	0	0	1	0	0	10	8	4	7	1
3	8	3	0	0	1	0	4	4	0	0
4	2	2	16	0	0	0	0	4	4	0
5	5	4	5	1	0	5	2	4	1	4
6	5	0	5	5	0	0	0	1	0	9
7	4	0	3	0	6	1	0	0	0	0
8	5	7	0	1	0	1	0	0	7	6
9	1	0	1	3	7	1	0	0	0	6
10	2	4	4	3	0	5	5	0	7	0

m42	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0	4	3	0	1	2	4	4	2	1
2	0	0	1	6	5	4	0	1	3	3
3	0	4	0	0	7	0	7	0	0	4
4	0	0	1	0	2	7	2	1	17	10
5	5	5	1	4	0	0	3	4	1	0
6	0	5	1	6	0	0	4	1	1	3
7	5	5	1	4	0	0	0	1	2	0
8	0	2	2	1	5	2	3	0	3	3
9	4	0	0	0	0	1	3	4	0	3
10	2	5	6	3	3	5	0	3	6	0

m43	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0	4	3	1	9	1	2	0	1	0
2	4	0	2	0	5	0	5	4	6	1
3	8	1	0	0	4	0	1	0	0	3
4	5	1	4	0	3	0	4	0	0	0
5	0	1	2	1	0	4	10	9	0	0
6	12	3	1	1	1	0	5	0	1	5
7	5	5	1	7	3	4	0	5	0	5
8	10	2	0	5	4	5	7	0	4	1
9	1	8	0	5	4	0	0	4	0	1
10	0	5	4	4	0	1	4	5	0	0

m44	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0	0	4	6	1	1	0	1	3	0
2	5	0	1	6	1	0	0	0	3	0
3	4	5	0	0	0	1	1	0	9	4
4	3	4	6	0	0	4	4	0	1	1
5	2	0	0	0	0	3	4	7	0	0
6	4	4	0	4	0	0	0	0	4	0

7	6	0	7	4	1	5	0	0	0	0
8	1	0	3	0	0	0	0	0	4	10
9	5	1	3	4	1	3	0	1	0	1
10	0	7	0	5	1	4	1	4	7	0

m45	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0	0	4	0	4	5	5	0	6	1
2	1	0	4	1	2	0	1	5	1	4
3	5	0	0	4	3	3	0	3	1	6
4	1	9	0	0	0	1	1	6	4	0
5	1	3	3	0	0	4	0	3	0	2
6	0	1	1	1	2	0	8	1	1	0
7	3	4	5	0	6	0	0	6	3	5
8	1	4	4	6	4	3	0	0	11	0
9	0	7	2	4	0	5	4	4	0	2
10	1	1	3	3	4	4	1	1	3	0

m46	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0	5	4	7	5	0	0	11	1	2
2	0	0	11	4	3	5	4	4	0	6
3	0	0	0	9	0	3	0	3	5	1
4	0	0	0	0	1	1	4	3	0	1
5	3	1	4	4	0	1	0	3	1	0
6	4	3	0	3	2	0	1	0	0	4
7	7	1	12	7	0	5	0	5	5	6
8	0	1	1	0	6	0	5	0	6	4
9	1	4	0	0	0	1	4	5	0	8
10	0	5	5	4	4	0	6	0	4	0

m47	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0	0	0	0	1	6	6	4	1	4
2	3	0	12	4	8	1	7	0	3	1
3	4	0	0	0	4	1	1	0	5	6
4	0	1	1	0	12	4	4	1	1	0
5	5	5	0	4	0	5	4	2	6	5
6	2	7	5	1	5	0	6	1	3	1
7	1	5	5	0	7	4	0	4	6	1
8	4	2	3	3	1	1	6	0	4	9
9	0	4	1	0	2	1	4	1	0	4
10	1	0	3	4	5	3	0	0	1	0

m48	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0	5	4	1	1	6	1	4	4	4
2	5	0	1	1	0	7	2	0	0	0

3	0	8	0	1	4	5	0	0	0	4
4	4	5	4	0	0	0	5	1	0	0
5	6	0	3	3	0	4	1	0	0	0
6	3	1	2	3	0	0	0	4	4	4
7	4	0	4	7	5	3	0	0	2	0
8	1	0	7	0	0	4	0	0	0	3
9	2	0	0	4	0	5	0	0	0	4
10	0	5	5	0	6	0	10	4	0	0

m49	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0	4	0	0	1	3	5	3	4	7
2	4	0	0	8	0	4	0	1	3	4
3	6	0	0	3	5	1	0	1	1	0
4	4	0	0	0	0	4	3	1	2	5
5	1	2	6	4	0	5	5	0	1	0
6	0	6	3	3	3	0	0	1	5	1
7	5	0	8	2	1	6	0	0	0	6
8	0	3	1	3	0	4	1	0	0	1
9	1	1	8	8	8	7	0	0	0	1
10	4	4	5	5	2	7	5	1	1	0

m50	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0	3	5	1	11	4	0	0	2	0
2	6	0	1	6	6	0	0	4	3	1
3	4	0	0	1	0	1	0	0	2	0
4	1	4	1	0	2	3	1	0	4	10
5	1	4	0	0	0	0	0	6	1	6
6	0	6	1	0	1	0	1	1	11	0
7	0	12	5	0	7	1	0	1	4	4
8	0	6	4	0	1	4	4	0	1	3
9	0	0	0	3	1	0	0	7	0	0
10	1	4	1	0	1	8	1	4	4	0

m51	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0	11	1	1	4	0	0	0	4	4
2	0	0	0	1	7	4	0	5	0	1
3	4	1	0	4	0	5	0	1	0	0
4	3	1	1	0	0	0	0	4	0	0
5	1	0	1	1	0	3	1	3	6	0
6	4	4	4	5	4	0	0	0	3	1
7	6	0	0	1	1	0	0	3	6	0
8	4	0	4	0	3	1	1	0	14	8
9	0	4	1	0	6	1	6	4	0	4
10	3	3	4	1	3	1	6	4	2	0

m52	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0	7	1	4	0	8	0	6	4	0
2	7	0	1	0	1	3	5	0	0	0
3	0	1	0	0	3	4	7	4	1	0
4	0	5	3	0	4	1	3	0	0	0
5	1	0	4	5	0	2	0	10	1	4
6	0	0	3	1	5	0	3	0	6	5
7	4	1	5	1	9	2	0	0	5	5
8	0	0	8	3	3	0	2	0	3	1
9	0	8	0	3	4	10	0	5	0	5
10	4	4	5	0	0	0	6	3	4	0

m53	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0	0	1	6	4	0	1	6	1	5
2	0	0	0	8	4	3	7	3	5	1
3	2	0	0	5	0	1	1	0	0	4
4	0	0	4	0	7	0	0	0	3	4
5	0	4	0	0	0	0	5	4	0	4
6	6	0	5	7	0	0	0	0	1	1
7	0	4	1	3	6	1	0	0	9	4
8	1	10	0	1	1	7	4	0	0	4
9	2	5	4	4	0	1	5	4	0	9
10	5	3	4	0	0	0	3	1	3	0

m54	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0	4	5	4	0	1	0	4	2	0
2	0	0	0	4	3	5	0	0	1	5
3	8	0	0	6	0	0	10	3	2	0
4	0	0	4	0	6	0	0	0	0	0
5	3	2	0	0	0	4	0	3	0	0
6	4	5	0	4	0	0	1	0	8	1
7	3	0	4	8	0	0	0	1	1	4
8	2	3	0	6	1	1	4	0	0	1
9	0	0	0	3	0	2	0	4	0	0
10	3	1	0	4	0	6	0	0	1	0

m55	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0	0	0	3	0	0	0	5	4	5
2	5	0	2	1	1	0	0	1	1	0
3	3	5	0	0	1	4	0	4	1	1
4	4	0	4	0	5	1	5	0	0	0
5	4	1	3	1	0	6	4	1	1	2
6	0	0	3	1	4	0	0	0	0	3

7	9	1	0	0	2	3	0	1	0	1
8	0	0	5	0	1	2	0	0	0	0
9	2	0	3	4	0	0	1	1	0	3
10	1	1	1	0	1	4	0	9	0	0

m56	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0	3	5	3	0	4	5	1	6	0
2	0	0	1	1	4	1	1	4	0	0
3	4	4	0	3	0	0	1	2	4	5
4	4	0	0	0	6	0	1	0	5	0
5	0	5	0	0	0	9	2	0	3	1
6	5	2	8	5	0	0	5	10	0	0
7	1	4	0	1	5	1	0	3	0	0
8	1	1	0	2	3	5	0	0	4	0
9	3	4	5	4	3	2	1	2	0	0
10	4	6	0	4	0	0	1	6	5	0

m57	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0	1	4	4	8	3	3	4	1	5
2	2	0	4	0	3	4	8	1	5	4
3	4	0	0	0	0	1	4	5	6	4
4	17	4	4	0	4	8	2	0	5	4
5	5	0	3	1	0	3	0	4	1	6
6	3	4	1	0	6	0	0	2	0	1
7	4	1	1	0	4	0	0	4	0	0
8	0	0	0	1	5	1	2	0	3	3
9	0	0	0	0	6	2	0	4	0	0
10	0	5	5	3	4	1	2	7	2	0

m58	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0	1	10	0	5	1	0	5	1	0
2	5	0	0	2	14	8	3	7	0	0
3	0	0	0	5	1	9	4	0	4	0
4	5	0	1	0	5	0	0	0	0	0
5	3	4	1	1	0	0	17	0	3	0
6	8	1	5	3	4	0	2	3	3	0
7	8	3	0	1	0	0	0	5	0	1
8	5	1	0	5	0	5	4	0	0	4
9	0	6	3	5	0	3	5	10	0	1
10	5	5	0	5	4	5	6	4	0	0

m59	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0	1	4	0	8	6	8	4	4	0
2	0	0	0	4	4	1	5	3	4	0

3	5	5	0	0	1	1	7	6	8	3
4	0	2	3	0	3	6	1	0	0	3
5	4	1	0	1	0	1	0	6	1	0
6	5	1	2	0	10	0	0	1	6	0
7	0	0	0	1	4	5	0	1	1	3
8	0	6	0	3	0	8	9	0	3	5
9	0	1	6	5	0	0	5	0	0	2
10	3	3	4	1	0	1	3	0	0	0

m60	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0	2	0	5	0	1	5	3	4	3
2	6	0	2	4	8	5	1	2	0	1
3	4	7	0	4	0	0	0	0	1	0
4	0	0	1	0	3	4	0	0	0	1
5	1	0	1	0	0	2	1	4	0	0
6	0	3	0	3	10	0	8	7	3	0
7	2	1	4	0	0	2	0	4	4	0
8	9	5	1	0	4	1	0	0	4	0
9	0	0	4	1	4	0	4	4	0	3
10	9	2	0	0	5	7	6	0	3	0

m61	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0	0	0	4	0	5	5	3	6	4
2	5	0	1	4	4	0	4	2	5	0
3	3	4	0	4	1	1	2	3	1	0
4	1	0	4	0	7	5	1	4	5	0
5	1	1	2	0	0	1	0	5	0	1
6	4	0	7	4	1	0	0	5	1	1
7	1	3	2	0	3	0	0	1	3	1
8	4	0	5	1	3	1	0	0	2	1
9	7	0	3	4	4	2	1	0	0	3
10	1	3	8	0	0	14	3	6	4	0

m62	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0	0	4	1	0	0	5	1	0	1
2	0	0	4	1	0	0	5	4	7	0
3	0	9	0	3	1	3	4	4	7	0
4	5	0	0	0	2	4	0	0	4	3
5	5	3	4	3	0	0	2	4	1	5
6	0	0	0	0	5	0	0	10	3	1
7	1	0	0	2	5	7	0	1	1	0
8	3	0	0	1	6	0	5	0	3	3
9	5	0	0	0	10	4	6	3	0	0
10	1	1	1	0	1	0	4	0	3	0

m63	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0	4	0	0	0	1	5	1	6	0
2	1	0	4	1	5	1	0	1	0	5
3	0	4	0	6	7	1	4	6	1	1
4	5	0	3	0	0	4	14	1	0	2
5	0	0	0	0	0	0	0	5	1	0
6	4	4	6	0	5	0	0	0	3	4
7	2	7	6	5	0	6	0	4	1	3
8	8	4	8	1	0	3	1	0	4	0
9	7	3	5	4	3	8	2	0	0	0
10	1	4	2	3	0	0	0	0	0	0

m64	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0	3	0	0	1	1	3	5	1	1
2	0	0	4	0	0	1	1	3	5	1
3	20	7	0	3	4	4	3	3	5	2
4	5	0	0	0	3	6	3	0	7	4
5	3	1	0	1	0	5	6	0	0	0
6	0	1	0	0	1	0	1	0	3	0
7	0	0	0	4	2	0	0	0	0	4
8	4	0	5	0	0	4	7	0	4	0
9	4	0	5	6	6	0	7	0	0	5
10	3	1	1	5	4	0	0	0	1	0

m65	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0	4	1	3	6	7	0	0	0	7
2	1	0	0	9	9	1	1	0	2	12
3	0	0	0	0	3	0	0	1	0	5
4	1	5	0	0	0	7	5	4	0	1
5	0	0	4	0	0	1	1	4	1	4
6	4	1	2	8	3	0	4	5	5	8
7	4	0	0	0	1	0	0	1	7	0
8	1	0	1	0	4	0	1	0	6	0
9	6	1	0	2	4	8	1	1	0	0
10	0	8	6	0	4	4	7	0	0	0

m66	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0	5	4	2	0	1	0	1	5	0
2	0	0	1	3	3	6	1	0	4	2
3	0	4	0	4	4	6	0	2	4	7
4	3	0	0	0	5	4	4	3	5	1
5	4	0	0	4	0	2	0	5	0	16
6	8	0	0	0	2	0	0	0	2	4

7	9	3	0	3	2	2	0	3	3	1
8	4	4	0	3	0	1	7	0	6	0
9	8	2	3	5	4	4	4	3	0	7
10	1	4	0	4	2	5	3	1	0	0

m67	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0	1	6	4	4	5	0	4	0	0
2	2	0	1	1	1	5	1	0	4	5
3	1	0	0	4	9	4	0	6	1	0
4	10	0	0	0	15	0	4	0	9	3
5	2	0	0	0	0	0	0	6	5	1
6	7	0	5	9	4	0	0	5	1	0
7	1	4	4	0	5	4	0	6	0	1
8	0	0	0	4	1	1	4	0	3	5
9	4	1	1	3	1	2	0	5	0	6
10	4	0	0	3	5	0	3	4	0	0

m68	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0	0	4	0	5	1	4	0	0	4
2	1	0	0	1	2	7	1	3	8	1
3	0	0	0	0	0	0	0	10	7	4
4	0	1	10	0	0	5	1	6	0	4
5	0	4	10	1	0	3	3	6	0	2
6	4	0	2	6	3	0	5	0	0	0
7	1	7	0	3	0	6	0	0	1	1
8	9	6	1	0	7	4	0	0	1	0
9	0	6	2	5	4	1	4	4	0	0
10	5	1	0	4	3	1	0	4	0	0

m69	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0	0	1	5	4	0	21	1	2	8
2	4	0	5	3	0	5	0	4	4	1
3	1	4	0	5	0	0	1	8	0	3
4	0	4	4	0	0	4	3	1	4	3
5	5	1	5	3	0	1	1	0	4	1
6	6	1	1	3	1	0	1	2	0	3
7	6	0	1	4	3	2	0	1	0	4
8	0	0	4	7	0	6	1	0	15	5
9	3	4	0	15	1	1	4	0	0	0
10	1	4	0	0	3	0	1	0	1	0

m70	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0	9	3	2	0	19	0	5	0	5
2	1	0	3	0	8	0	6	4	4	0

3	8	5	0	3	3	7	2	5	5	1
4	0	10	1	0	6	3	3	5	6	0
5	0	0	0	1	0	5	0	1	5	0
6	1	4	4	0	3	0	4	5	6	6
7	0	0	1	1	5	3	0	2	8	4
8	7	0	0	4	1	4	4	0	8	5
9	1	0	5	0	1	0	4	6	0	0
10	5	5	0	2	3	0	5	6	3	0

m71	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0	0	2	3	1	6	0	4	6	3
2	4	0	3	0	8	7	1	0	5	0
3	0	3	0	1	4	0	1	0	0	0
4	13	3	6	0	4	9	4	5	0	4
5	6	6	0	4	0	0	0	1	0	4
6	8	0	0	8	6	0	1	0	1	1
7	7	0	0	7	1	3	0	0	6	6
8	0	4	5	1	5	1	1	0	8	4
9	1	5	4	4	0	6	1	5	0	0
10	4	0	0	0	0	5	0	0	3	0

m72	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0	1	7	0	1	1	1	0	5	7
2	0	0	3	8	5	1	3	2	4	0
3	7	0	0	4	0	0	1	0	0	6
4	1	3	0	0	6	3	1	8	1	0
5	0	0	4	4	0	0	9	6	1	0
6	1	0	0	0	0	0	8	0	5	8
7	4	1	5	4	4	0	0	9	4	1
8	0	6	2	0	5	0	4	0	4	1
9	1	4	3	4	5	1	0	7	0	0
10	8	8	0	1	0	0	5	3	3	0

m73	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0	5	9	4	5	3	0	1	1	0
2	0	0	3	6	3	5	8	1	5	0
3	0	0	0	0	3	0	3	0	4	4
4	1	0	4	0	0	0	3	0	0	5
5	0	0	7	1	0	0	4	2	4	0
6	1	0	0	5	1	0	4	0	1	6
7	1	6	5	0	0	1	0	1	3	1
8	4	0	10	0	0	8	4	0	1	5
9	1	0	3	0	3	6	0	12	0	4
10	0	5	1	5	3	1	4	3	4	0

m74	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0	1	4	0	1	5	5	5	7	7
2	2	0	1	1	2	0	1	10	2	0
3	4	3	0	0	0	3	0	0	4	4
4	0	1	0	0	4	0	0	6	1	3
5	1	0	0	4	0	1	8	1	4	0
6	6	1	5	6	1	0	0	4	1	1
7	3	0	4	7	0	4	0	0	0	0
8	0	6	4	4	0	3	4	0	0	0
9	4	10	0	5	7	4	4	3	0	0
10	4	3	0	1	4	1	6	4	4	0

m75	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0	2	5	0	3	1	0	0	3	0
2	9	0	1	4	0	1	1	0	0	0
3	0	1	0	5	0	3	2	4	0	0
4	0	0	0	0	0	4	1	1	7	3
5	1	3	4	4	0	4	0	0	0	0
6	4	1	8	0	1	0	4	5	4	3
7	7	4	1	4	1	0	0	0	0	7
8	8	0	1	0	4	1	1	0	0	1
9	0	0	3	3	0	0	5	0	0	4
10	1	0	1	4	0	4	2	1	2	0

m76	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0	8	27	17	5	7	0	1	0	1
2	4	0	1	1	1	0	4	5	5	4
3	1	0	0	4	4	2	5	0	0	4
4	4	5	0	0	0	3	4	0	0	4
5	1	0	1	0	0	5	4	3	6	5
6	0	0	0	1	2	0	0	5	1	0
7	0	4	4	0	0	0	0	4	5	1
8	4	6	4	0	8	6	17	0	5	5
9	1	5	3	4	1	5	1	1	0	1
10	4	0	0	5	1	6	1	2	9	0

m77	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0	1	0	1	4	0	0	4	0	6
2	3	0	0	1	0	0	0	0	3	7
3	0	3	0	4	8	4	0	6	3	3
4	0	0	8	0	5	0	1	0	5	4
5	1	5	2	0	0	2	5	4	1	0
6	5	0	3	0	0	0	4	0	0	4

7	3	0	11	0	10	5	0	0	5	6
8	4	4	1	2	1	1	1	0	0	2
9	3	4	4	3	5	5	3	5	0	0
10	1	0	0	6	4	0	4	0	5	0

m78	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0	4	1	0	0	2	5	0	0	8
2	0	0	1	4	6	2	0	0	0	4
3	3	5	0	0	1	4	1	11	3	3
4	0	0	4	0	1	0	4	9	3	4
5	8	3	0	0	0	4	11	3	2	3
6	4	0	0	5	8	0	4	0	3	5
7	4	0	1	4	3	1	0	0	2	5
8	5	10	6	1	3	1	0	0	0	1
9	0	0	0	3	1	0	4	0	0	1
10	3	3	0	0	1	1	2	5	0	0

m79	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0	4	0	1	0	7	0	5	4	0
2	1	0	3	7	0	6	1	0	0	6
3	4	0	0	0	1	5	2	5	9	0
4	0	1	0	0	0	0	0	0	0	4
5	4	0	0	4	0	2	5	1	0	0
6	0	3	10	1	0	0	5	1	5	28
7	1	0	0	4	0	1	0	1	4	6
8	0	1	0	0	1	4	1	0	5	0
9	1	0	3	4	0	11	0	3	0	0
10	1	3	3	0	4	5	0	4	5	0

m80	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0	5	1	4	2	0	0	3	4	0
2	7	0	0	6	0	3	0	4	14	0
3	5	3	0	0	0	4	3	8	0	0
4	1	5	4	0	0	4	6	3	0	3
5	6	7	3	0	0	4	8	0	4	1
6	5	1	1	2	0	0	0	0	0	1
7	0	0	4	5	0	0	0	5	6	0
8	1	0	1	5	1	0	1	0	4	5
9	1	3	0	1	0	0	3	6	0	12
10	5	0	1	4	0	0	9	0	6	0

m81	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0	3	4	0	0	0	0	5	1	2
2	0	0	3	0	5	3	0	0	4	0

3	3	0	0	10	0	6	0	6	5	0
4	5	0	0	0	2	0	0	5	0	2
5	5	1	3	0	0	3	5	4	11	0
6	0	0	5	6	6	0	4	1	0	5
7	1	4	6	0	5	1	0	0	4	1
8	4	1	1	3	1	4	1	0	0	8
9	5	1	2	5	1	4	0	7	0	4
10	1	0	0	5	4	3	0	3	0	0

m82	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0	5	4	6	5	0	1	3	1	0
2	0	0	1	6	5	2	0	4	0	1
3	0	4	0	4	29	0	0	1	0	6
4	0	0	3	0	3	0	2	0	0	5
5	3	0	4	2	0	3	1	3	0	1
6	4	3	0	6	5	0	6	0	0	3
7	0	1	0	5	1	0	0	0	1	3
8	0	3	3	0	1	0	1	0	13	0
9	4	2	4	6	0	0	2	12	0	2
10	5	7	2	0	1	0	1	6	1	0

m83	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0	4	0	6	1	5	6	0	0	2
2	0	0	5	0	2	4	1	0	8	9
3	5	4	0	5	0	4	1	5	8	9
4	0	2	1	0	0	0	0	5	4	6
5	4	0	4	3	0	3	0	4	4	1
6	1	0	1	0	1	0	0	3	4	0
7	0	1	3	0	1	0	0	0	5	4
8	0	5	0	0	0	3	3	0	3	0
9	0	0	1	0	5	0	1	8	0	5
10	6	4	4	0	1	5	1	5	4	0

m84	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0	1	0	4	5	2	9	0	4	6
2	8	0	5	0	0	4	4	0	2	0
3	4	4	0	6	0	5	1	4	0	1
4	7	0	4	0	3	1	0	1	0	0
5	1	0	1	4	0	1	4	5	0	2
6	10	5	3	0	5	0	2	11	7	5
7	0	2	0	4	1	4	0	4	2	3
8	1	0	5	1	0	0	0	0	7	0
9	1	3	3	4	4	1	0	1	0	0
10	4	1	5	0	6	8	4	8	0	0

m85	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0	4	7	4	4	1	5	4	3	0
2	1	0	1	5	1	4	5	0	0	1
3	3	2	0	0	8	12	0	0	0	4
4	2	6	0	0	4	1	0	7	0	1
5	3	1	0	3	0	2	1	4	6	5
6	6	1	7	6	1	0	0	7	1	1
7	10	5	7	0	1	0	0	0	0	3
8	0	0	4	6	3	4	7	0	0	3
9	6	0	3	1	4	1	1	5	0	7
10	1	2	9	1	2	3	2	3	0	0

m86	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0	5	0	4	1	5	0	0	0	1
2	4	0	0	0	4	6	5	6	1	1
3	4	4	0	0	0	1	1	1	0	4
4	1	0	6	0	1	3	4	11	0	4
5	9	0	1	4	0	0	3	4	0	2
6	0	9	2	0	3	0	0	5	3	4
7	1	7	8	1	0	1	0	0	1	2
8	0	0	0	0	4	7	0	0	1	4
9	5	0	1	7	0	5	4	8	0	4
10	0	5	0	0	1	4	1	3	0	0

m87	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0	0	1	4	1	1	4	7	5	0
2	0	0	4	3	0	0	1	8	0	4
3	0	0	0	0	9	0	5	0	5	0
4	3	1	1	0	0	0	3	0	10	4
5	1	0	1	8	0	0	5	9	0	0
6	1	0	4	3	0	0	0	4	1	0
7	0	1	5	1	9	1	0	0	6	5
8	5	0	6	2	4	0	3	0	6	0
9	0	0	4	0	5	1	1	5	0	6
10	0	0	3	0	1	0	0	24	3	0

m88	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0	7	2	2	3	9	2	1	0	3
2	6	0	0	0	0	0	5	8	4	1
3	2	6	0	4	30	0	22	2	4	10
4	0	3	0	0	3	4	1	0	4	1
5	3	3	5	4	0	0	0	0	0	6
6	1	17	1	5	1	0	3	4	5	0

7	4	4	1	8	0	5	0	5	4	1
8	0	0	4	3	5	0	0	0	0	4
9	8	0	5	4	1	2	1	3	0	1
10	8	1	3	5	0	1	0	1	0	0

m89	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0	0	7	1	1	0	5	10	3	0
2	10	0	4	2	0	1	0	0	1	0
3	0	7	0	6	0	4	0	0	0	1
4	0	1	1	0	4	0	0	0	3	0
5	4	1	2	4	0	0	0	0	4	0
6	0	1	3	0	0	0	5	3	0	0
7	1	0	0	4	6	3	0	0	0	4
8	1	0	2	1	1	1	0	0	4	3
9	1	1	1	5	4	0	0	3	0	0
10	1	3	0	0	8	4	9	3	3	0

m90	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0	0	5	1	5	3	3	5	4	3
2	4	0	1	4	3	0	4	0	4	1
3	3	3	0	1	9	2	2	6	6	0
4	0	1	1	0	1	1	0	5	1	4
5	2	1	4	1	0	1	3	1	4	5
6	6	7	1	1	3	0	0	1	3	6
7	1	1	4	1	1	2	0	0	0	5
8	0	0	6	8	5	5	3	0	3	0
9	4	5	7	2	6	5	1	3	0	4
10	0	0	0	4	3	4	5	4	9	0

m91	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0	4	1	0	5	0	0	1	0	2
2	0	0	4	5	1	0	1	9	7	0
3	7	0	0	3	5	4	1	2	4	8
4	1	3	12	0	1	0	0	4	4	0
5	6	4	3	0	0	4	0	2	0	1
6	0	0	2	1	10	0	1	0	0	1
7	0	0	7	0	0	1	0	5	0	0
8	1	5	7	3	1	3	1	0	1	0
9	1	0	0	1	0	0	4	0	0	8
10	5	0	0	3	6	4	9	0	3	0

m92	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0	1	4	2	0	0	4	1	3	1
2	5	0	0	1	6	2	0	1	1	0

3	3	4	0	5	5	0	4	0	0	1
4	5	0	1	0	0	0	2	3	0	1
5	4	0	3	1	0	0	5	5	3	1
6	0	7	5	1	0	0	1	1	0	0
7	0	0	0	0	4	2	0	4	0	0
8	0	5	0	0	0	4	1	0	4	4
9	1	5	0	4	5	0	4	8	0	10
10	1	0	0	4	0	0	0	0	0	0

m93	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0	0	0	0	1	4	1	0	1	11
2	4	0	5	5	4	5	1	0	1	15
3	1	0	0	0	5	0	1	7	1	13
4	0	13	0	0	4	4	4	0	3	1
5	0	1	6	0	0	8	2	0	8	0
6	6	7	1	0	0	0	1	31	12	6
7	1	5	1	0	1	5	0	6	1	0
8	0	4	0	5	0	4	0	0	3	0
9	5	6	5	0	0	2	4	0	0	0
10	3	0	0	1	1	0	8	1	0	0

m94	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0	0	0	0	0	3	0	4	1	2
2	4	0	4	5	3	3	0	0	1	0
3	0	1	0	1	5	1	1	5	1	7
4	1	3	4	0	5	0	0	5	0	1
5	7	0	0	1	0	1	6	4	0	0
6	4	5	0	0	1	0	0	0	1	9
7	4	4	6	4	0	3	0	4	3	3
8	1	1	8	5	5	0	4	0	1	4
9	6	0	3	0	3	0	5	0	0	3
10	0	3	6	4	5	3	1	10	1	0

m95	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0	0	0	0	1	0	1	0	7	0
2	4	0	0	16	4	4	0	1	4	0
3	4	0	0	4	0	1	4	4	1	3
4	0	2	4	0	10	1	0	0	0	5
5	1	1	0	5	0	5	1	0	22	5
6	0	1	3	5	5	0	0	4	5	3
7	0	0	0	5	0	0	0	6	7	0
8	0	1	4	0	1	8	0	0	4	6
9	3	4	6	1	0	0	4	1	0	0
10	1	1	4	0	1	4	5	1	0	0

m96	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0	0	3	0	4	4	0	3	0	3
2	4	0	1	2	3	0	9	4	0	0
3	3	0	0	1	6	4	0	5	1	5
4	4	1	1	0	1	1	0	6	1	5
5	3	5	3	1	0	0	4	0	0	0
6	0	0	0	5	0	0	6	1	0	8
7	3	3	4	3	5	0	0	4	0	3
8	5	0	4	7	2	0	0	0	0	0
9	5	2	5	0	4	0	0	5	0	5
10	0	4	0	4	0	4	4	1	7	0

m97	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0	4	0	0	0	0	1	5	6	6
2	4	0	0	3	0	1	4	4	0	1
3	4	4	0	2	0	5	0	0	4	0
4	1	0	0	0	1	0	1	0	0	1
5	5	0	1	0	0	0	0	6	0	0
6	4	4	5	0	0	0	8	7	2	0
7	4	1	5	0	0	0	0	0	5	5
8	0	1	0	4	0	0	3	0	2	7
9	4	1	5	0	0	5	2	2	0	0
10	5	4	6	0	5	0	5	1	4	0

m98	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0	1	0	1	4	1	0	3	0	3
2	0	0	3	5	0	4	9	3	0	8
3	4	0	0	1	0	1	5	5	4	4
4	0	7	6	0	1	1	0	0	0	5
5	0	5	2	9	0	1	7	0	5	9
6	5	0	1	4	0	0	5	7	0	0
7	4	0	3	1	0	0	0	0	5	3
8	5	0	3	3	0	5	0	0	2	1
9	0	0	6	4	15	0	1	2	0	4
10	5	5	0	9	0	0	0	5	4	0

m99	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0	0	3	0	0	4	0	0	0	5
2	5	0	0	4	0	4	3	4	1	0
3	1	2	0	0	0	0	4	7	0	0
4	1	0	2	0	1	1	1	0	0	5
5	0	0	0	1	0	2	0	2	0	12
6	0	1	0	4	8	0	1	0	0	3

7	8	1	5	0	4	4	0	0	0	0
8	0	0	1	1	1	2	5	0	0	0
9	8	0	0	5	0	4	4	4	0	2
10	1	4	0	4	0	5	4	2	0	0

m100	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0	0	5	4	2	0	6	8	5	5
2	0	0	1	0	8	1	1	5	0	0
3	0	1	0	4	4	1	1	4	1	0
4	3	0	13	0	0	1	4	4	3	0
5	0	0	0	3	0	6	4	1	0	1
6	5	1	0	1	0	0	4	3	5	4
7	0	7	1	5	6	6	0	5	3	1
8	4	6	1	1	0	0	5	0	1	0
9	4	0	5	0	7	4	1	0	0	1
10	6	0	7	4	4	1	0	0	0	0

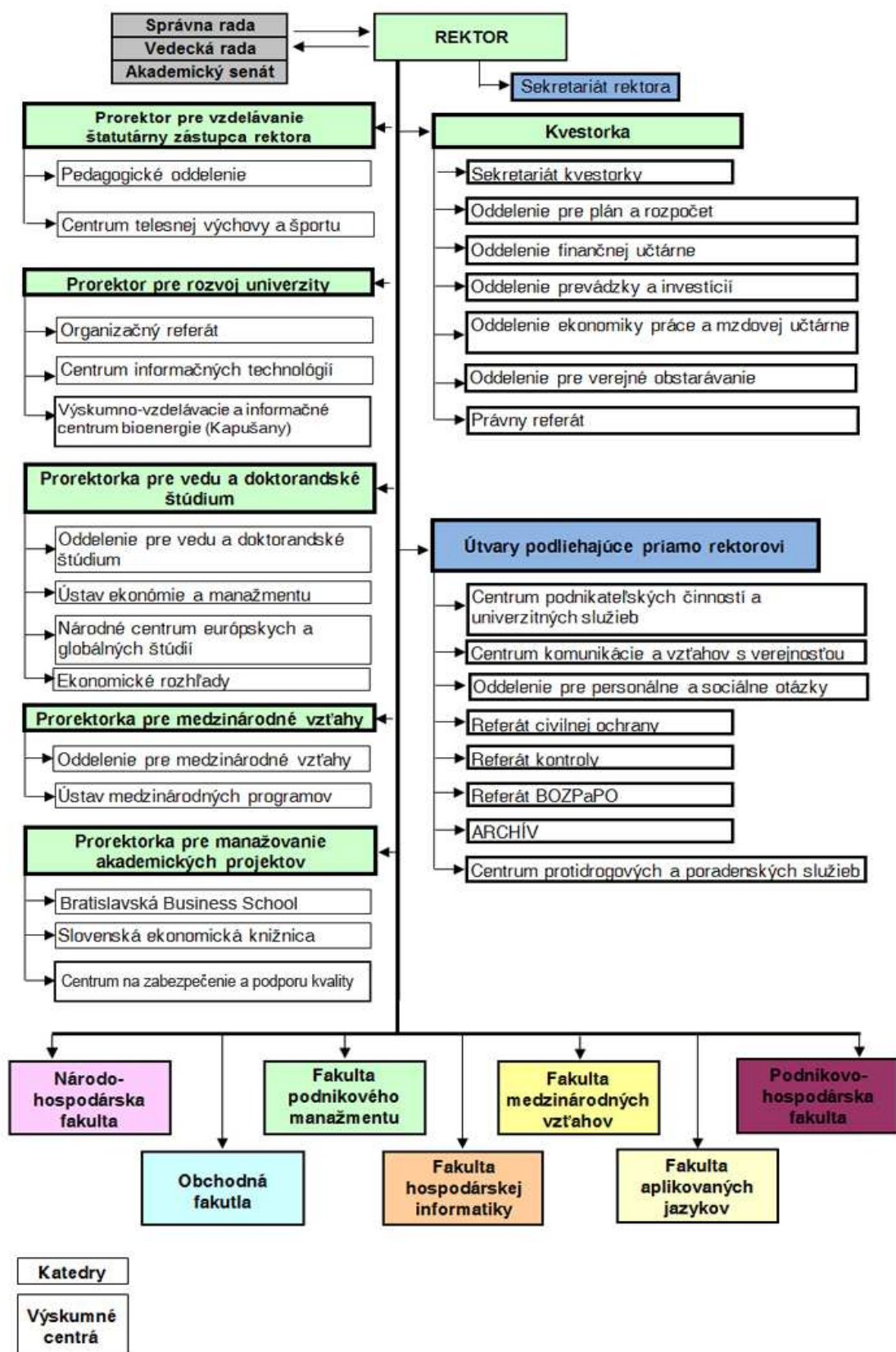
Výsledky:

Matica	Hodnota dlhu	Zníženie dlhu	Zostatok dlhu	% zníženia
M1	197	164	33	83,25%
M2	240	189	51	78,75%
M3	219	175	44	79,91%
M4	254	210	44	82,68%
M5	252	202	50	80,16%
M6	212	148	64	69,81%
M7	275	207	68	75,27%
M8	240	178	62	74,17%
M9	231	182	49	78,79%
M10	215	180	35	83,72%
M11	216	198	18	91,67%
M12	192	147	45	76,56%
M13	239	155	84	64,85%
M14	203	176	27	86,70%
M15	262	223	39	85,11%
M16	207	158	49	76,33%
M17	216	168	48	77,78%
M18	248	196	52	79,03%
M19	235	192	43	81,70%
M20	151	119	32	78,81%
M21	307	246	61	80,13%
M22	234	177	57	75,64%

M23	249	204	45	81,93%
M24	185	142	43	76,76%
M25	239	187	52	78,24%
M26	229	206	23	89,96%
M27	238	185	53	77,73%
M28	250	187	63	74,80%
M29	204	177	27	86,76%
M30	257	211	46	82,10%
M31	245	172	73	70,20%
M32	239	194	45	81,17%
M33	212	181	31	85,38%
M34	181	148	33	81,77%
M35	182	127	55	69,78%
M36	232	204	28	87,93%
M37	221	195	26	88,24%
M38	224	193	31	86,16%
M39	221	173	48	78,28%
M40	257	205	52	79,77%
M41	245	204	41	83,27%
M42	237	202	35	85,23%
M43	257	214	43	83,27%
M44	200	158	42	79,00%
M45	236	204	32	86,44%
M46	259	196	63	75,68%
M47	273	223	50	81,68%
M48	210	180	30	85,71%
M49	242	192	50	79,34%
M50	218	163	55	74,77%
M51	213	180	33	84,51%
M52	246	209	37	84,96%
M53	232	188	44	81,03%
M54	175	137	38	78,29%
M55	156	120	36	76,92%
M56	214	172	42	80,37%
M57	246	187	59	76,02%
M58	263	192	71	73,00%
M59	232	180	52	77,59%
M60	213	164	49	77,00%
M61	226	178	48	78,76%
M62	205	171	34	83,41%

M63	231	185	46	80,09%
M64	213	146	67	68,54%
M65	228	186	42	81,58%
M66	252	195	57	77,38%
M67	240	182	58	75,83%
M68	230	206	24	89,57%
M69	249	194	55	77,91%
M70	290	219	71	75,52%
M71	253	191	62	75,49%
M72	243	218	25	89,71%
M73	227	173	54	76,21%
M74	234	193	41	82,48%
M75	177	140	37	79,10%
M76	288	201	87	69,79%
M77	228	188	40	82,46%
M78	227	177	50	77,97%
M79	221	168	53	76,02%
M80	234	183	51	78,21%
M81	223	185	38	82,96%
M82	232	160	72	68,97%
M83	223	167	56	74,89%
M84	248	200	48	80,65%
M85	259	234	25	90,35%
M86	222	168	54	75,68%
M87	228	168	60	73,68%
M88	299	220	79	73,58%
M89	176	140	36	79,55%
M90	257	228	29	88,72%
M91	213	183	30	85,92%
M92	173	129	44	74,57%
M93	276	203	73	73,55%
M94	223	185	38	82,96%
M95	229	175	54	76,42%
M96	214	176	38	82,24%
M97	190	155	35	81,58%
M98	244	191	53	78,28%
M99	171	126	45	73,68%
M100	229	184	45	80,35%
Priemer	229,02	182,17	46,85	79,56%

Príloha č. 11: Organizačná štruktúra Ekonomickej univerzity v Bratislave



Príloha č.10: Zoznam subjektov a podsubjektov Ekonomickej univerzity v Bratislave

Subjekty:

1. Ekonomická univerzita v Bratislave -
(ďalej len EUBA)

2. Fakulta aplikovaných jazykov -
(ďalej len FAJ)

3. Fakulta hospodárskej informatiky -
(ďalej len FHI)

4. Fakulta medzinárodných vzťahov -
(ďalej len FMV)

5. Fakulta podnikového manažmentu -
(ďalej len FPM)

6. Národohospodárska fakulta -
(ďalej len NHF)

7. Obchodná fakulta -
(ďalej len OF)

8. Podnikovohospodárska fakulta -
(ďalej len PHF)

Podsubjekty:

Centrum telesnej výchovy a športu
Oddelenie pre medzinárodné vzťahy
Ústav medzinárodných programov

Katedra anglického jazyka
Katedra interkultúrnej komunikácie
Katedra jazykovedy a translatológie
Katedra nemeckého jazyka
Katedra románskych a slovanských jazykov

Katedra aplikovanej informatiky
Katedra matematiky
Katedra operačného výskumu a ekonometrie
Katedra štatistiky
Katedra účtovníctva a audítorstva

Katedra medzinárodného práva
Katedra medzinárodných ekonomických vzťahov a
hospodárskej diplomacie
Katedra medzinárodných politických vzťahov

Katedra informačného manažmentu
Katedra manažmentu
Katedra manažmentu výroby a logistiky
Katedra podnikovohospodárska
Katedra podnikových financií

Katedra aplikovanej info a výpočtovej techniky
Katedra bankovníctva a medzinárodných financií
Katedra ekonomickej teórie
Katedra financií
Katedra hospodárskej politiky
Katedra pedagogiky
Katedra poisťovníctva
Katedra sociálneho rozvoja a práce
Katedra verejnej správy a regionálneho rozvoja

Katedra informatiky obchodných firiem
Katedra marketingu
Katedra medzinárodného obchodu
Katedra obchodného práva
Katedra služieb a cestovného ruchu
Katedra tovaroznalectva a kvality tovaru

Katedra cudzích jazykov
Katedra ekonómie
Katedra financií a účtovníctva
Katedra hospodárskej informatiky a matematiky
Katedra manažmentu (PHF)
Katedra marketingu a obchodu

Príloha č.12: Návrh motivačných faktorov pre zapojenie sa do systému zápočtov

Zníženie pohľadávok a záväzkov, ktoré sme schopní dosiahnuť pomocou vzájomných zápočtov, by malo byť logicky najväčšou motiváciou na zapojenie sa do tohto systému. V praxi sa však stretávame s častým nepochopením resp. nezaujmom o takéto riešenie zo strany dlžných subjektov. Z veľkej časti tento nízky záujem vyplýva z nevedomosti dlžných subjektov. Práve z tohto dôvodu je potrebné aby marketingová stratégia bola založená na masívnej reklamnej a zároveň vzdelávacej kampani, ktorej hlavou úlohou bude poskytnúť potencionálnym klientom také informácie aby ich to stimulovalo sa do daného procesu vzájomných zápočtov zapojiť. Čím viac subjektov sa podarí osloviť z daného regiónu (štátu), tým bude úspešnosť vzájomných zápočtov vyššia.

V nasledujúcom texte si popíšeme hlavné ciele a oblasti na ktoré by mala byť marketingová a vzdelávacia kampaň orientovaná.

1.1.1 Právne vedomie v oblasti pohľadávok a záväzkov

Veľkým problémom nášho podnikateľského prostredia je nízke práve vedomie podnikateľov, manažérov a iných riadiacich pracovníkov. Hlavným dôvodom tohto stavu je do značnej miery veľmi nestabilné podnikateľské prostredie a časté zmeny a novelizácie zákonov, ktoré ho ovplyvňujú. Z analýz mimovládnych organizácií vyplýva, že v priemere sa zákony, ktoré priamo alebo nepriamo ovplyvňujú podnikateľské prostredie, menia každý týždeň.

Určitou výhodou týchto legislatívnych zmien je fakt, že po mnohých rokoch sa mení trend a veritelia začínajú byť viac chránení pred svojimi dlžníkmi. Tento proces však stále nie je ideálny. Veľkým problémom stále ostáva hlavne vymožiteľnosť práva a pomalé súdnictvo.

V rámci kampane bude potrebné zamerať sa na oblasť právneho vedomia v oblasti pohľadávok a záväzkov. Veľakrát si osoby, ktoré zastupujú jednotlivé subjekty neuvedomujú aké majú povinnosti a z nich plynúcu zodpovednosť v tejto oblasti. Existencia veľkého (ale aj malého) množstva pohľadávok a záväzkov so sebou prináša aj určité riziká, ktoré je potrebné zdôrazniť:

Riziká plynúce z pohľadávok

Pokiaľ firma disponuje pohľadávkami po lehote splatnosti, dostáva sa do situácie kedy musí vynakladať ďalšie finančné prostriedky na ich úhradu. Často sú s týmto stavom spojené problémy, ktoré sa prejavujú v rôznych finančných ukazovateľoch daného subjektu. Nedostatok likvidných finančných prostriedkov vedie k platobnej neschopnosti, obmedzeniu na strane investícií do nových technológií, obmedzeniam v prevádzke daného subjektu a pod. Platobná neschopnosť prináša riziko reštrukturalizácie prípadne konkurzu, čo môže viesť až k ukončeniu činnosti subjektu.

K hlavným problémom, ktoré plynú z pohľadávok patria:

- možnosť vzniku druhotnej platobnej neschopnosti,
- potreba získať chýbajúce zdroje z externého prostredia, čo prináša zvýšené prevádzkové náklady,
- zvýšené náklady na správu pohľadávok a ich súdne prípadne mimosúdne vymáhanie.

Riziká plynúce zo záväzkov

Existencia záväzkov so sebou prináša značné riziká či už zo strany veriteľov (štátu), alebo z hľadiska trestnej zodpovednosti. Zo strany veriteľov (štátu) sa dlžný subjekt vystavuje riziku hlavne v týchto oblastiach:

- subjekt, ktorý akumuluje svoje záväzky vykazuje znaky prvej platobnej neschopnosti, čo môže viesť k návrhu na konkurz zo strany veriteľov,
- poškodenie dobrého mena a strata dôvery,
- zlý prístup k externým spôsobom financovania (úvery, pôžičky),
- hrozba súdneho a mimosúdneho vymáhania pohľadávok
- nemožnosť získať štátne dotácie, prípadne stratu prístupu k dotáciám z európskych fondov,
- nemožnosť zapojiť sa do verejného obstarávania.

Z hľadiska trestnej zodpovednosti nemožno existenciu záväzkov považovať za trestný čin, avšak vyhýbanie sa plneniu voči svojim veriteľom prináša reálnu hrozbu páchania trestných činov. Aktuálny právny stav neumožňuje trestne postihovať právnické osoby. V súčasnej dobe Trestný zákon pozná len tzv. nepravú trestnú zodpovednosť právnických osôb. Táto nepravá trestná zodpovednosť právnických osôb spočíva v tom, že právnickej osobe môže byť, v súvislosti s trestným činom, ktorý spáchala fyzická osoba

pri výkone funkcie štatutára, resp. na inej riadiacej či kontrolnej pozícii v rámci právnickej osoby, uložená sankcia vo forme ochranného opatrenia. Ochrannými opatreniami, ktoré je možné uložiť, sú zhabanie peňažnej čiastky vo výške od 800 až do 1 660 000 Eur, alebo zhabanie majetku, pričom sa tým myslí celý majetok postihovanej právnickej osoby.

V dohľadnej dobe sa očakáva prijatie legislatívy ktorá bude umožňovať postihnúť aj konkrétnu právnickú osobu. Návrh zavádza tzv. pravú trestnú zodpovednosť právnických osôb, ktorá spočíva v tom, že trestný čin môže byť spáchaný aj priamo právnickou osobou. Najvýznamnejší rozdiel spočíva v tom, že za účelom sankcionovania právnickej osoby nebude potrebné preukázať zodpovednosť konkrétnej fyzickej osoby, ale páchatel'om trestného činu bude môcť byť výlučne aj právnická osoba.

Podľa súčasne platnej legislatívy môžu byť v súvislosti so záväzkami spáchané nasledujúce trestné činy:

- poškodzovanie veriteľa podľa §239 trestného zákona,
- zvýhodňovanie veriteľa podľa §240 trestného zákona,
- machinácie v súvislosti s konkurzným a vyrovnacím konaním podľa §241 trestného zákona,
- marenie konkurzného alebo vyrovnacieho konania podľa § 242 a §243 trestného zákona,
- neodvedenie dane a poistného podľa §277 trestného zákona,
- nezaplatenie dane a poistného podľa §278 trestného zákona.

1.1.2 Nedostatky právneho systému v Slovenskej republike

Právne prostredie v Slovenskej republike stále poskytuje dlžníkom značné výhody a nedostatočne ochraňuje veriteľov. Pokiaľ sa v budúcnosti nezlepší postavenie veriteľov natoľko, aby to bolo pre dlžníkov motivujúce svoje dlhy uhrádzať, ich vôľa na zapojenie sa do systému vzájomných zápočtov nebude dostatočná. Na motiváciu znižovať svoju platobnú neschopnosť má vplyv hlavne nepružné a pomalé súdnictvo, vysoká miera korupcie a zlá vymožiteľnosť práva. Problémy s ktorými sa veritelia stretávajú pri vymáhaní pohľadávok sú:

- Značná voľnosť pri nakladaní s majetkom dlžníka. Častým príkladom je, že dlžník sa prevodom svojho majetku na inú osobu snaží vyhnúť plneniu svojho dlhu. Prevodom majetku na inú osobu vznikne nemajetná spoločnosť, ktorá po vyhlásení

konkurzu nemá majetok na uspokojenie záväzkov svojich veriteľov. Nedostatkom nášho právneho systému je to, že takéto konanie nie je automaticky považované za nelegálne, občiansky zákonník pripúšťa len odporovateľnosť právneho úkonu. Občiansky zákonník v ust. § 42a ods. 1 upravuje, že veriteľ sa môže domáhať, aby súd určil, že dlžníkove právne úkony, ak ukracujú uspokojenie jeho vymáhateľnej pohľadávky, sú voči nemu právne neúčinné. Uvedené právo má veriteľ aj v tom prípade, ak je jeho nárok voči dlžníkovi z odporovateľného úkonu už vymáhateľný alebo dokonca, ak už bol uspokojený. Takýto právny úkon však nemá právny dosah na nového majiteľa (nadobúdateľa) majetku, pretože je účinný len vo vzťahu k veriteľovi, vo vzťahu k ostatným subjektom ostávajú účinky právneho úkonu zachované. To tým pádom nebráni novému majiteľovi predat' majetok ďalšej osobe, čím sa nádej na uspokojenie pohľadávky veriteľa značne znižuje.

- Nedostatočná funkčnosť súdnictva a nízka vymožitelnosť práva je najväčšou prekážkou v podnikaní na Slovensku. Príčinou súčasného pomalého a neefektívneho súdnictva predovšetkým zastaraná legislatíva. Slovenský Občiansky súdny poriadok (OSP) totiž pochádza z roku 1963 a odvtedy prešiel 50 novelizáciami. Tie zákon okresávajú, avšak jeho podstata zostáva rovnaká. Zlepšiť funkčnosť súdnictva preto môže len rekodifikácia tohto základného zákona občianskeho konania¹.
- Zákon o konkurze a reštrukturalizácii. Hlavnými negatívami súčasnej právnej úpravy je príliš veľká formálnosť celej právnej úpravy, čo znamená zbytočné riziko neúspešného procesu v dôsledku nesplnenia množstva formálnych požiadaviek.. Ďalším negatívom je aj skutočnosť, že zákon je pomerne dlhý a pre laikov mnohokrát nezrozumiteľný, čo môže spôsobiť, že tieto osoby bez pomoci odborníka nebudú vedieť svoje práva v konkurze či reštrukturalizácii správne uplatniť. Právna úprava zákona o konkurze a reštrukturalizácii je na Slovensku považovaná za „pro-veriteľskú“. No napriek tomu skúsenosti s reštrukturalizáciou a mnohokrát aj medializované informácie a kauzy vedú k značnej nedôvere voči tomuto inštitútu.
- Stále nezavedená trestná zodpovednosť právnických osôb.

¹ V čase odovzdanie záverečnej práce boli prijaté právne kódexy, ktoré nahrádzajú v súčasnosti platný Občiansky súdny poriadok. Do platnosti majú vstúpiť v roku 2016.

1.1.3 Etika a morálka v podnikaní

Úroveň etiky a morálky podnikateľov v Slovenskej republike, je stále považovaná za veľmi nízku. Za hlavnú príčinu tohto stavu sa považuje pozostatok z predchádzajúceho spoločenského zriadenia, ktorý spôsobuje značne degenerovaný pohľad na podnikanie u mnohých jednotlivcov. Pravdou je, že toto tvrdenie sa nedá zovšeobecniť pretože hodnotenie morálky a etiky závisí od stanovených hodnotiacich kritérií. Z pohľadu našej problematiky nás zaujíma hlavne postoj dlžníkov k svojim záväzkom a ochota ich plniť. V mnohých prípadoch sa stretávame s názorom niektorých podnikateľov, že existencia a neplnenie svojich záväzkov nepovažujú za vážny morálny a etický problém. Prenikanie „etického vedomia“ do podnikateľskej sféry nie je jednoduché a bezkonfliktné. Existuje množstvo situácií, ktoré tento proces brzdia. Ako príklad možno uviesť: uprednostňovanie krátkodobých ziskov pred dlhodobými záujmami, hľadanie rýchlych rozhodnutí alebo jednoduchých riešení svojich komplexných etických problémov, absencia etických postojov, ak ide o finančné otázky a podobne. Kombinácie takýchto praktík sa stávajú potom živnou pôdou na neetické správanie jednotlivcov. Signalizujú absenciu firemnej kultúry, inštitucionalizovaných štruktúr vrátane presvedčenia, že neetické správanie je v záujme firmy. Zmenu v celkovom chápaní etiky a morálky nemožno urýchliť žiadnou marketingovou kampaňou, a je zrejmé, že na zmenu si budeme musieť počkať ešte niekoľko rokov možno generácií. Z tohto dôvodu pri propagácii vzájomných zápočtov, nemôžeme stavať na etických a morálnych princípoch.

1.1.4 Zabezpečenie záväzkov

Účasť v systéme vzájomných zápočtov môže byť do značnej miery ovplyvnená skutočnosťou, že veritelia nebudú ochotní vstúpiť do systému vzájomných zápočtov z dôvodu neistoty vyplatenia svojich záväzkov. Táto neistota plynie z možnosti vytvárania nových dlžníckych vzťahov, kedy sa po vykonaní vzájomného zápočtu značne zmení dlžnícka štruktúra a môže nastať situácia, že novým dlžníkom bude spoločnosť, ktorá je insolventná. Na ochranu veriteľov a zvýšenie dôvery celého systému vzájomných zápočtov je preto potrebné vykonať kroky na zabezpečenie záväzkov. Vhodným riešením tohto problému je banková záruka.

Banková záruka je ručenie, kde ako ručiteľ vystupuje banka. Vzniká písomným vyhlásením banky v záručnej listine, že uspokojí veriteľa do výšky určitej peňažnej sumy

podľa obsahu záručnej listiny, ak určitá tretia osoba (dlžník) nesplní určitý záväzok alebo sa splnia iné podmienky určené v záručnej listine. Banka ručí za splnenie zabezpečeného záväzku iba do výšky sumy a za podmienok určených v záručnej listine. Teda aj v prípade, že dôjde k čiastočnému splneniu záväzku dlžníkom nemá táto skutočnosť žiadne účinky na bankovú záruku, ak nesplnený zvyšok záväzku je rovnaký alebo vyšší, než je suma, na ktorú znie záručná listina.

V prípade zapojenia subjektu do systému vzájomných zápočtov by sa vyžadovala banková záruka do výšky záväzkov daného subjektu (prípadne do inej vopred stanovenej výšky). Tým by sa zabezpečilo splatenie všetkých záväzkov po vykonaní samotného zápočtu.

1.1.5 Výhodnosť vzájomných zápočtov pre dlžníkov

Účasť v systéme vzájomných zápočtov so sebou prináša aj určité náklady spojené s administratívou a s prípadnými poplatkami spracovateľského subjektu. Tieto náklady sú však v porovnaní s nákladmi, ktoré by musel subjekt vynaložiť na vymáhanie svojich pohľadávok (súdne poplatky², právne zastúpenie, strata času a iné), ktoré môže dopadnúť aj neuhradením celej dlžnej čiastky, neporovnateľne nižšie. Ak by sme náklady vyjadrili percentuálne z čiastky celkového zníženia dlhu v dlžných vzťahoch, nedosiahli by ani výšku jednotiek percent.

² Aktuálna výška súdneho poplatku pri vymáhaní dlhov v Slovenskej republike je vo výške 6% z istiny.