

**EKONOMICKÁ UNIVERZITA V BRATISLAVE
FAKULTA HOSPODÁRSKEJ INFORMATIKY**

Evidenčné číslo: 17200/I/2012/2722804922

**MODELOVANIE DLHODOBÝCH VZŤAHOV V
EKONOMETRICKOM MODELOVANÍ**

Diplomová práca

2012

Bc. Erik Hlavatý

**EKONOMICKÁ UNIVERZITA V BRATISLAVE
FAKULTA HOSPODÁRSKEJ INFORMATIKY**

**MODELOVANIE DLHODOBÝCH VZŤAHOV V
EKONOMETRICKOM MODELOVANÍ**

Diplomová práca

Študijný program: Operačný výskum a ekonometria

Študijný odbor: 6258 Kvantitatívne metódy v ekonómii

Školiace pracovisko: Katedra operačného výskumu a ekonometrie

Vedúci záverečnej práce: Ing. Michaela Chocholatá, PhD.

Bratislava 2012

Bc. Erik Hlavatý



ZADANIE ZÁVEREČNEJ PRÁCE

Meno a priezvisko študenta: Bc. Erik Hlavatý
Študijný program: Operačný výskum a ekonometria (Jednoodborové štúdium, inžiniersky II. st., denná forma)
Študijný odbor:
Typ záverečnej práce: Inžinierska záverečná práca
Jazyk záverečnej práce: slovenský

Názov: Modelovanie dlhodobých vzťahov v ekonometrickom modelovaní
Anotácia: Predmetom diplomovej práce je modelovanie dlhodobých vzťahov s dôrazom na testovanie existencie jednotkového koreňa, teóriu kointegrácie, modely korekcie chyby (ECM) a prognostickú aplikáciu s využitím na reálnych údajoch.

Vedúci: Ing. Michaela Chocholatá, PhD.
Katedra: KOVE FHI - Katedra operačného výskumu a ekonometrie FHI
Vedúci katedry: doc. Mgr. Juraj Pekár, PhD.
Dátum zadania: 11.10.2010

Dátum schválenia: 04.11.2010
doc. Mgr. Juraj Pekár, PhD.
vedúci katedry

Čestné vyhlásenie

Čestne vyhlasujem, že záverečnú prácu som vypracoval samostatne a že som uviedol všetku použitú literatúru.

Dátum:

.....

(podpis študenta)

Pod'akovanie

Chcel by som pod'akovať všetkým, ktorí mi akýmkoľvek spôsobom pomohli pri spracovaní tejto diplomovej práce. Moje pod'akovanie patrí najmä vedúcemu práce, Ing. Michaele Chocholatej, PhD. za odborné vedenie, pripomienky a usmernenia pri vypracovaní diplomovej práce.

ABSTRAKT

HLAVATÝ, Erik: *Modelovanie dlhodobých vzťahov v ekonometrickom modelovaní*. – Ekonomická univerzita v Bratislave. Fakulta hospodárskej informtiky; Katedra operačného výskumu a ekonometrie. – Vedúci záverečnej práce: Ing. Michaela Chocholatá, PhD. – Bratislava: FHI EU, 2012, 57s.

Cieľom diplomovej práce je modelovanie dlhodobých vzťahov s dôrazom na testovanie existencie jednotkového koreňa, teóriu kointegrácie, modely s korekčným členom a prognostickú aplikáciu s využitím reálnych údajov. Práca je rozdelená do štyroch kapitol a obsahuje desať grafov, jedenásť tabuliek a jednu prílohu. Prvá kapitola je venovaná základným pojmom ekonometrického modelovania, ekonometrickým modelom na Slovensku a prístupom k modelovaniu spotreby doma a v zahraničí. Jej súčasťou je aj oboznámenie sa s premennými, ktoré vplyvajú na vývoj konečnej spotreby a môžu vystupovať v rovniciach pri jej modelovaní. V ďalšej časti sú charakterizované ciele diplomovej práce. Ďalšia kapitola je venovaná teoretickému predstaveniu problému nestacionarity premenných, kointegrácie a modelu s korekčným členom. Zároveň v tejto časti sú podrobne popísané metódy identifikácie kointegrácie a odhadu parametrov modelu s korekčným členom. Ide o Engleho-Grangerovu a Johansenovu procedúru. Záverečná kapitola sa zaoberá praktickou ukážkou modelovania konečnej spotreby domácností pomocou Engleho-Grangerovej a Johansenovej procedúry. Po potvrdení kointegračného vzťahu medzi premennými je tento model použitý na prognózovanie. Výsledkom práce je komplexný náhľad na problematiku modelovania dlhodobých vzťahov pomocou kointegrácie.

Kľúčové slová:

jednotkový koreň, kointegrácia, prognóza, model s korekčným členom

ABSTRACT

HLAVATÝ, Erik: *Modelling long-term relationships in econometric modelling*. – University of Economics in Bratislava. Faculty of Economic Informatics; Department of Operations Research and Econometrics. – Masters thesis supervisor: Ing. Michaela Chocholatá, PhD. – Bratislava: FHI EU, 2012, 57s.

The aim of this master thesis is the modelling of long-term relationships with an emphasis on testing the existence of a unit root, cointegration theory, error correction models and prognostic applications using real data. The work is divided into four chapters and it contains ten charts, eleven tables and one appendix. The first chapter deals with basic concepts of econometric modelling, econometric models of Slovakia and approaches to modelling consumption at home and abroad. It includes an introduction to the variables that influence the development of final consumption and may act in the equations in the model. The next section is characterized by goals of the master thesis. Another chapter is dedicated to the problems of nonstationarity variables, a cointegration and an error correction model. Also in this section are described methods of identification cointegration and estimation parameters of the error correction model. This methods called the Engle-Granger's procedure and the Johansen's procedure. The final chapter deals with the practical demonstration of the modelling of household final consumption by Engle-Granger's and Johansen's procedures. After confirming the cointegration relationship between variables, the model is used for forecasting. The result is a comprehensive sight into the problem of modelling the long-term relationships through cointegration.

Key words:

unit root, cointegration, forecasting, error correction model

Obsah

ÚVOD	8
1. SÚČASNÝ STAV RIEŠENEJ PROBLEMATIKY DOMA A V ZAHRANIČÍ.....	10
1.1 EKONOMETRIA A EKONOMETRICKÉ MODELÝ	10
1.2 EKONOMETRICKÉ MODELÝ NA SLOVENSKU	11
1.3 SPOTREBNÁ FUNKCIA.....	12
1.4 KONEČNÁ SPOTREBA	15
1.4.1 Príjem	16
1.4.2 Bohatstvo	17
1.4.3 Inflácia.....	17
1.4.4 Reálna úroková miera	18
1.4.5 Iné premenné	18
2 CIEĽ PRÁCE.....	19
3 METODIKA PRÁCE A METÓDY SKÚMANIA.....	20
3.1 STACIONARITA.....	20
3.1.1 Testovanie stacionarity.....	23
3.1.2 Zdanlivá regresia.....	27
3.2 KOINTEGRÁCIA	28
3.3 MODELÝ S KOREKČNÝM ČLENOM (ECM).....	30
3.4 TESTOVANIE KOINTEGRÁCIE A ODHAD PARAMETROV MODELU S KOREKČNÝM ČLENOM ..	32
3.4.1 Engleho-Grangerova metóda	32
3.4.2 Johansenova metóda	34
4 VÝSLEDKY PRÁCE A DISKUSIA	39
4.1 VIZUÁLNA KONTROLA PREMENNÝCH.....	39
4.2 TESTOVANIE STACIONARITY	41
4.3 ENGLEHO-GRANGEROVA METÓDA	43
4.4 JOHANSENOVA METÓDA	44
4.4.1 Prognóza ex-post	46
4.4.2 Prognóza ex-ante	48
ZÁVER	51
ZOZNAM POUŽITEJ LITERATÚRY	52
PRÍLOHY	56

Úvod

Pri modelovaní ekonomických časových radov je logické vychádzať z hypotézy, že vývoj jednotlivých premenných, spojených nejakým teoreticky zdôvodneným ekonomickým vzťahom, sa v dlhodobom časovom horizonte nerozhádza. Ak je odklon vo vývoji časových radov krátkodobý, postupom času sa jeho vplyv vytráca. Takéto časové rady sú v dlhohodobej rovnováhe a vyjadrenie takéhoto stavu sa nazýva kointegrácia časových radov. Ak medzi časovými radmi takáto rovnováha neexistuje, potom časové rady nie sú kointegrované. Pri skúmaní vzťahov medzi ekonomickými časovými radmi sú stredobodom záujmu kointegrované rady, lebo iba u nich môžeme analyzovať charakter ich závislostí. Skúmanie časových radov, medzi ktorými neexistuje kointegrácia je bezpredmetné, pretože sa dlhodobo vyvíjajú nezávisle od seba. Za objaviteľa myšlienky kointegrácie považujeme C.W.J. Grangera, ktorý s touto teóriou prišiel na začiatku 80. rokov. Kointegrácia vychádza z problematiky integrovaných procesov, podľa ktorých je zrejme odvodený aj jej názov.

Pomocou kointegrácie sa najčastejšie skúmajú vzťahy medzi makroekonomickými veličinami. Jednou z nich je aj spotrebná funkcia, ktorá je pomerne často diskutovaná v teoretickej a empirickej ekonómii.

Aj keď modelovanie spotreby nie je hlavným cieľom tejto diplomovej práce, v prvej časti popíšeme metódy a prístupy k modelovaniu spotreby doma a v zahraničí. Zároveň načrtneme a stručne predstavíme premenné, ktoré vplyvujú na vývoj konečnej spotreby a môžu vystupovať v rovniciach pri jej modelovaní.

V druhej časti si vytýčíme ciele, ktoré by mala táto práca splňať.

V časti metodika práce a metódy skúmania sa venujeme teoretickému predstaveniu kointegrácie. Popíšeme problém nestacionarity časových radov a jej zisťovanie pomocou rôznych testov, uvedieme charakteristiku kointegrácie a podmienky, ktoré musia platiť aby sme o kointegrácii mohli uvažovať. Predstavíme model s korekčným členom, ktorý veľmi úzko súvisí s myšlienkou kointegrácie, hlavne pri jej praktickej aplikácii. V neposlednom rade popíšeme metódy zisťovania kointegrácie a odhadu parametrov modelu s korekčným členom pomocou dvoch najčastejšie používaných metód, ktoré boli navrhnuté Englem a Grangerom, resp. Johansenom.

Ďalšia časť je venovaná praktickej ukážke modelovania konečnej spotreby domácností, kde budeme postupovať pomocou jednotlivých krokov popísaných v teoretickej časti. Pomocou už spomenutých dvoch najčastejšie používaných metód otestujeme vzťah kointegrácie medzi premennými. Ak sa kointegrácia potvrdí, zostavíme model s korekčným členom, ktorý použijeme na prognózovanie. Zhrnieme dosiahnuté výsledky, z ktorých vyvodíme závery. Celý postup v praktickej časti sa bude riešiť v ekonometrickom softvéri EViews 6.

Táto práca by mala dávať obraz o problematike modelovania dlhodobých vzťahov v ekonometrii, kde jedným z možných prístupov je práve kointegrácia. Praktická ukážka modelovania spotreby by mala byť len ilustratívna, pomocou ktorej je vysvetlená problematika kointegrácie časových radov.

1. Súčasný stav riešenej problematiky doma a v zahraničí

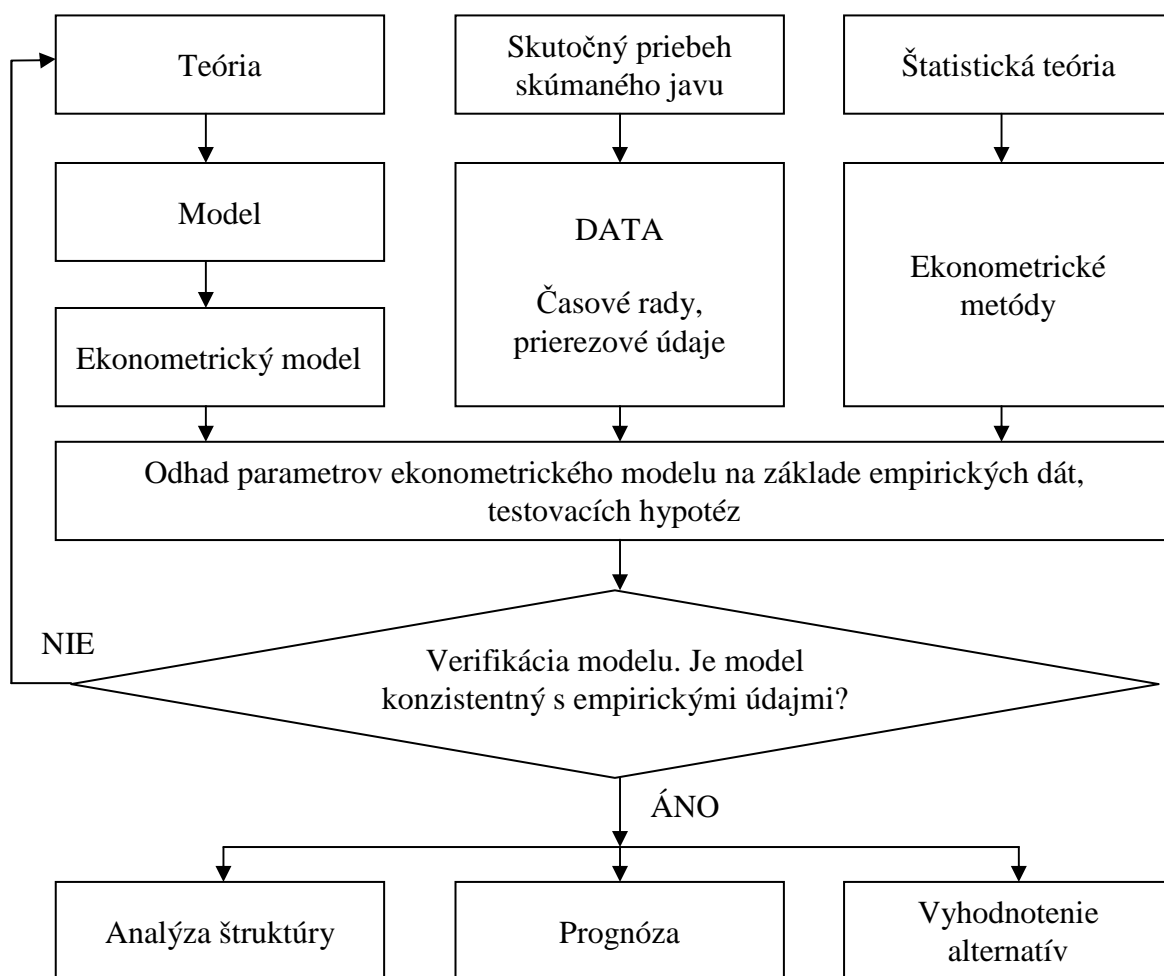
1.1 Ekonometria a ekonometrické modely

Hatrák [19] definoval ekonometriu ako vednú disciplínu, ktorá sa zaoberá kvantifikáciou ekonomických vzťahov, resp. presnejšie povedané, empirickým odhadom parametrov ekonomických vzťahov.

Hlavnou úlohou ekonometrie je vytvárať ekonometrické modely. Ekonometrický model je zjednodušená matematicko-štatistická reprezentácia reálneho ekonomického javu, vzťahu alebo procesu. Pomocou modelu daný proces analyzujeme, prognózujeme alebo riadime [19].

Proces tvorby ekonometrického modelu nazývame ekonometrickým modelovaním. Ekonometrické modelovanie ako celok môžeme vyjadriť podľa nasledujúcej schémy.

Schéma procesu ekonometrického modelovania



Zdroj: Hatrák [19]

Ekonometrické modelovanie môžeme rozdeliť do štyroch etáp [28]:

1. **Formulácia ekonometrického modelu**- formulácia základnej hypotézy, v rámci ktorej sú špecifikované premenné modelu a rovnice modelu.
2. **Kvantifikácia ekonometrického modelu**- odhad parametrov modelu na základe dostupných údajov.
3. **Verifikácia ekonometrického modelu**- overenie, či dané parametre sú v súlade s východzími teoretickými predpokladmi.
4. **Aplikácia ekonometrického modelu**- využitie modelu pri prognózach, analýzach, optimálnom riadení, makroekonomickej regulácii.

1.2 Ekonometrické modely na Slovensku

Rozvoj ekonometrie na Slovensku je datovaný od roku 1953, kedy bola založená Slovenská akadémia vied. Ďalšími inštitúciami ktoré sa zaoberali tvorbou ekonometrických modelov a prognózovaním sú výskum prognostických modelov INFOSTAT, Ekonomická univerzita v Bratislave a Národná banka Slovenska. V nasledujúcej časti si uvedieme niektoré významné modely spomenutých inštitúcií [].

Medzi najvýznamnejšie ekonometrické modely vytvorené Slovenskou akadémiou vied patria:

- a) Reálno-peňažný experimentálny model- vytvorený v roku 1994, ktorý obsahoval 22 rovníc a identít.
- b) ISWE97q3- makroekonomický interdependentný ekonometrický model, ktorý sa skladá zo šiestich úzko previazaných blokov: obyvateľstvo, cena a produktivita práce, zahraničný obchod, monetárny blok, štátny rozpočet a HDP.
- c) ISWE00q4- dopytovo orientovaný model, pozostávajúci zo 178 rovníc.

INFOSTAT prispel k rozvoju ekonometrie na Slovensku nasledujúcimi modelmi:

- a) Polročný experimentálny ekonometrický model slovenskej ekonomiky.
- b) Ročný model s desagregovaným zahraničným obchodom bývalej ČSFR.
- c) EMSE 1.0- agregovaný ročný model pre tranzitívne obdobie.
- d) EMSE 2.0- predstavuje vylepšenú verziu EMSE 1.0, ktorý môžeme rozdeliť do nasledovných blokov: spotreba a investície, zahraničný obchod, HDP, cenové indexy a deflátoary, zamestnanosť, nezamestnanosť a produktivita práce, mzdy a príjmy obyvateľstva, štátny rozpočet, ponuka peňazí, úrokové miery a kurz meny.

- e) QEM-ECM-1.0- je dopytovo orientovaným ekonometrickým modelom, ktorý je založený na metodológii ECM. Model pozostáva z regresných rovníc a identít, ktoré možno z ekonomického hľadiska rozdeliť do nasledovných blokov: spotreba a investície, zahraničný obchod, HDP a jeho zložky, cenové indexy a deflátoary, zamestnanosť, nezamestnanosť a produktivita práce, mzdy, príjmy a výdavky obyvateľstva, štátny rozpočet, menový blok.

Ekonometrické modely Ekonomickej univerzity v Bratislave:

- a) Investičný model rozvoja- zahŕňal 17 odvetví ekonomiky.
- b) Model transformácie slovenskej ekonomiky v podmienkach trhu.

Ekonometrický model Národnej banky Slovenska:

- a) NBS 1.0- obsahuje 56 rovníc a popisuje vývoj 88 premenných.

Model konečnej spotreby domácností, ktorý sme si zvolili ako ukážku praktickej demonštrácie modelovania dlhodobých vzťahov, a premenné, ktoré môže daný model obsahovať, budú predmetom ďalšej časti tejto kapitoly.

1.3 Spotrebná funkcia

Jednou z najčastejšie diskutovaných tém v teoretickej a tiež empirickej ekonómii je spotrebná funkcia. Konečná spotreba domácností tvorí vo väčšine krajín viac než polovicu hrubého domáceho produktu. Z pohľadu rôznych inštitúcií, či už ide o národnú banku, ministerstvo financií alebo iné, je dôležité poznať elasticity disponibilného príjmu alebo iných premenných na spotrebu pretože táto veličina vplyva na dopytovú zložku inflácie. Pre Slovensko je to zvlášť významné, pretože rámcom menovej politiky SR je inflačné ciele v podmienkach mechanizmu výmenných kurzov- ERM II [37].

Na Slovensku je odhad spotreby súčasťou makroekonomických modelov rôznych inštitúcií, ako napríklad Národná banka Slovenska, Ministerstvo financií SR, Slovenská akadémia vied. Aj napriek tomu spotrebnej funkcii nie je venovaná dostatočná pozornosť. Viac svetla do tejto problematiky priniesli práce Senaja [37] a Hučeka [21].

Spotrebná funkcia je nástrojom ekonomickej analýzy, ktorá skúma vzťahy medzi ekonomickými veličinami, najmä spotrebnými výdavkami, dôchodkom, úrokovou mierou, rôznymi demografickými a sociálnymi faktormi a inými veličinami, ktoré so spotrebou

súvisia. Najčastejšie sa formuluje na makroúrovni ako agregátna funkcia spotreby, ale v posledných rokoch majú čoraz širšie zastúpenie aj mikroekonomické spotrebné funkcie.

Na spotrebné funkcie sa dá nazerat' z viacerých uhlov pohľadov, odvodených z rôznych hypotéz, ktoré si predstavíme v nasledujúcich riadkoch. Pozrieme sa aj na históriu vývoja spotrebných funkcií, resp. vzťahov medzi spotrebou a faktormi, ktoré ju ovplyvňujú.

J. M. Keynes v roku 1936 [24] ako prvý zaviedol pojem spotrebná funkcia, ktorú definoval ako priamu závislosť reálnej spotreby od reálneho dôchodku, pričom spotreba rastie pomalšie než dôchodok.

Teória keynesovej spotrebnej funkcie sa dostala do rozporu s výsledkami empirických štúdií, ktoré viedli k formulácii hypotézy relatívneho dôchodku. Túto teóriu rozpracoval v roku 1949 Duesenberry [11], ktorý vo svojej štúdií dospel k záveru, že priemerný sklon k spotrebe jednotlivého spotrebiteľa (domácnosti) závisí na pozícii, ktorú zaujíma svojou výškou dôchodku medzi ostatnými spotrebiteľmi, pretože individuálny úžitok nie je závislý len na vlastnej spotrebe jednotlivca, ale aj na spotrebe ostatných subjektov. Vyjadril individuálnu spotrebu relatívne ku spotrebe ostatných subjektov.

M. T. Brown [7] prišiel s modifikáciou spotrebnej funkcie v zmysle zvykovej zotrvačnosti. Podľa jeho teórie ja spotreba v ľubovoľnom období vždy ovplyvnená aj úrovňou spotreby v predchádzajúcom období v dôsledku zotrvačnosti spotrebných zvyklostí.

Ďalšou z teórií špecifikácie spotrebnej funkcie je teória životného cyklu, ktorú prezentovali Modigliani a Brumberg [30] a Ando a Modigliani [1]. Táto teória vychádza z predpokladu, že spotreba predstavuje konštantnú časť zo súčasnej hodnoty celoživotného príjmu a tvrdí, že sklon k spotrebe je nižší u mladých domácností ako u domácností starších osôb, ktoré žijú z úspor. Agregátna spotreba potom závisí okrem príjmu a bohatstva aj od demografických zmien.

Modifikáciou teórie životného cyklu Friedman [15] vypracoval teóriu permanentného príjmu, podľa ktorej je súčasná spotreba funkciou súčasného bohatstva a úrokovej miery. Friedman ďalej zavádza pojem permanentný dôchodok, ktorý definuje ako maximálnu čiastku, ktorú je možné spotrebovať bez toho aby sa zmenilo bohatstvo spotrebiteľa. Tvrdí, že spotrebiteľ spotrebovávajú menej ako je hodnota jeho permanentného dôchodku, teda jeho bohatstvo neustále rastie. Podľa Friedmana majú spotrebiteľia v podmienkach neistoty ešte

väčšiu motiváciu sporiť, aby pre prípad núdze mali k dispozícii rezervu bohatstva. Tieto závery vyjadruje autoregresným model adaptívneho očakávania a autoregresným modelom čiastočného prispôsobenia.

Hall a Mishkin [18] alebo Zeldes [42] vo svojich prácach dokazujú, že spotreba je determinovaná viac súčasnými ako budúcimi príjmami a úroková miera nehrá významnú úlohu pri rozhodovaní o spotrebe, čo je v rozpore s Friedmanovou teóriou permanentného príjmu s racionálnymi očakávaniami [15].

Spotrebné funkcie odhadované z časových radov sú spravidla zaťažené nestacionárnosťou a existenciou zdanlivej korelácie reálneho dôchodku a spotreby. Preto Davidsson, Hendry, Srba a Yeo [9] navrhli model označovaný ako DHSY model, ktorý vychádza z princípu modelu korekcie chyby. Na ich prácu nadviazali Hendry a Ungern – Sternberg [20], ktorí ďalej rozvinuli teóriu modelu využívajúceho korekciu chyby.

Ďalšími autormi, ktorí sa zaoberajú odhadovaním spotrebnej funkcie a nadväzujú na spomínané teórie sú napríklad:

- Takala [40], podľa ktorého, ak do modelu spotreby zahrnieme premennú vyjadrujúcu bohatstvo, povedie to k lepším odhadom spotrebnej funkcie.
- Côté a Johnson [8] vo svojom modeli použili premennú, ktorá je obdobou slovenského indikátora spotrebiteľskej dôvery (consumer attitudes index)¹, čím zvýšili podiel vysvetlenej variancie závislej premennej a presnosť prognózy spotreby.
- Bredin [6] sa zaoberal modelmi spotrebnej funkcie pre Českú republiku, kde do modelu okrem spotreby zahrnul aj reálne mzdy a infláciu. Zistil, že ak v modeli použijeme premennú nezamestnanosť, výrazne to vplýva na elasticitu príjmového efektu.
- Artl a kol [3] sa venovali modelom spotreby v Českej republike, kde popisujú koitegračný vzťah medzi sezónne očistenými hodnotami reálnej spotreby a reálneho disponibilného príjmu.

¹Indikátor spotrebiteľskej dôvery je súhrnná charakteristika, ktorá približuje celkovú očakávanú spotrebiteľskú dôveru obyvateľstva. Tento súhrnný ukazovateľ je vypočítaný ako aritmetický priemer súčtu predpokladaného vývoja ekonomiky, nezamestnanosti a predpokladaného vývoja finančnej situácie a úspor vo vlastnej domácnosti, (nezamestnanosť je s opačným znamienkom). Všetky štyri zložky majú rovnakú váhu. (zdroj: www.hpi.sk).

- Martínez-Carrascal a Del Rio [29], navrhli model s korekčným členom pre spotrebu domácností v Španielsku. Analyzovali tiež vplyv úverov poskytnutých domácnostiam na ich spotrebu.
- Bover [5] a Sierminska a Takhtamanova [38] sa venovali efektom vplyvu finančného a nehnuteľného majetku na spotrebu.

1.4 Konečná spotreba

Výdavky na konečnú spotrebu sa skladajú z výdavkov vynaložených na výrobky a služby, ktoré sa používajú na priame uspokojenie potrieb. Môžu sa vyskytovať na domácom území i v zahraničí. Výdavky na konečnú spotrebu sa skladajú z výdavkov na konečnú spotrebu vlády, výdavkov na konečnú spotrebu domácností a výdavkov na konečnú spotrebu neziskových inštitúcií [41].

Výdavky na konečnú spotrebu vlády (verejnej správy) zahŕňajú:

- hodnotu výrobkov a služieb produkovaných verejnou správou,
- nákupy výrobkov a služieb realizované verejnou správou, ktoré boli spotrebované domácnosťami,
- nepriamo merané finančné služby.

Výdavky na konečnú spotrebu domácností zahŕňajú:

- výrobky a služby, ktoré sa používajú pre priame uspokojenie individuálnych potrieb,
- bytové služby pre potrebu vlastníkov obydľí,
- naturálne dôchodky,
- materiály a práce spojené s malými opravami,
- predmety dlhodobej spotreby, ktoré sa nepovažujú za tvorbu hrubého fixného kapitálu,
- priamo a nepriamo merané finančné služby,
- poplatky domácností za služby poisťovníctva a penzijných fondov,
- platby domácností za licencie a povolenia, ktoré sa považujú za nákup služieb,
- nákup produkcie za ekonomicky nevýznamné ceny.

Výdavky na konečnú spotrebu neziskových inštitúcií zahŕňajú:

- hodnotu výrobkov a služieb produkovaných neziskovými inštitúciami,
- výdavky neziskových inštitúcií na nákup tovarov a služieb, ktoré poskytujú priamo domácnostiam na ich spotrebu,

- nepriamo merané finančné služby.

Z predchádzajúcich riadkov je zrejmé, že spotreba domácností sa dá merať dvomi spôsobmi a to v užšom slova zmysle ako finálne spotrebné výdavky na nákup tovarov a služieb alebo v širšom slova zmysle, ak do spotreby domácností obsiahneme aj spotrebu neziskových inštitúcií slúžiacich domácnostiam a spotrebu vlády. Nás bude predovšetkým zaujímať prvý spôsob, ktorý je bližší príjmom domácností. Na Slovensku táto spotreba reprezentuje viac než polovicu HDP.

V kapitole 1.1 sme uviedli niekoľko prístupov k modelovaniu spotreby. Ako hlavný determinant spotreby je najčastejšie uvádzaný príjem. Spotrebná funkcia sa dá vyjadriť pomocou viacerých rôznych druhov modelov. V posledných dvoch desaťročiach je jednou z najpoužívanějších metód na vyjadrenie vzťahu medzi časovými radmi model s korekčným členom, pretože jeho výhoda spočíva v tom, že dokáže zachytiť dlhodobé aj krátkodobé vzťahy medzi časovými radmi. Typická rovnica spotreby domácností vo forme modelu s korekčným členom vyzerá nasledovne:

$$\Delta c_t = \alpha + \sum_{j=1}^p \alpha_j \Delta c_{t-j} + \sum_{j=0}^q \beta_j \Delta y_{t-j} - \lambda(c_{t-1} - \mu y_{t-1}) + \gamma z_t, \quad (1.1)$$

kde c a y predstavujú logaritmy spotreby a reálneho príjmu, z je vektor ostatných vysvetľujúcich premenných relevantných z dlhodobého aj krátkodobého hľadiska, α je úrovňová konštanta, α_j , β_j a γ sú koeficientmi krátkodobého prispôsobenia, výraz v zátvorke predstavuje dlhodobý vzťah medzi premennými, pričom λ je koeficientom dlhodobého prispôsobenia a μ je hodnota parametra reálneho príjmu vzhľadom na konečnú spotrebu v dlhodobom vzťahu. Model s korekčným členom bude bližšie popísaný v kapitole 3.3. Poďme si predstaviť vysvetľujúce premenné, ktoré môžeme zaradiť do rovnice spotreby.

1.4.1 Príjem

Príjem je najvýznamnejšou vysvetľujúcou premennou v spotrebnej funkcii. Najčastejšie sa uvažuje o disponibilnom príjme domácností. Disponibilný príjem alebo disponibilný dôchodok predstavuje celkový bežný príjem domácností, t.j. mzdy a platy, sociálne dávky a pod., očistený o bežné výdavky (dane, sociálne príspevky, úroky a pod.). Je to teda objem prostriedkov, ktorý majú spotrebitelia (domácnosti) k dispozícii a ktorý môžu dať buď na úspory alebo ho môžu spotrebovať. Potom vzťah príjmu a spotreby môžeme vyjadriť jednoduchým spôsobom:

$$s = y - c , \quad (1.2)$$

pričom s sú úspory, y predstavuje disponibilný príjem a c spotrebu.

Príjem môžeme niekedy rozdeliť na tri zložky, z ktorých každá má rozdielny sklon k spotrebe. Ide o mzdy, príjmy z aktív (dividendy alebo úroky) a transfery. Preto sa zvykne testovať dlhodobá elasticita príjmu. Prispôsobenie spotreby príjmu by malo byť maximálne do jedného roka.

1.4.2 Bohatstvo

Čisté bohatstvo sa definuje ako rozdiel medzi aktívami a pasívami domácností. Ak je zaradené do rovnice spotreby, pomáha lepšie vysvetliť výkyvy v sklone k úsporám. Elasticita bohatstva na spotrebu by mala byť kladná a menšia ako jedna.

Proces výberu premennej pre bohatstvo je pomerne komplikovaný. V literatúrach [3] alebo [14] býva bohatstvo najčastejšie vyjadrené agregátom $M2^2$, prípadne sa od agregátu $M2$ odpočítajú bankové pôžičky [6]. Na vyjadrenie bohatstva sa tiež používajú kvázipeniaze [39]. Senaj vo svojej práci [37] pre Národnú banku Slovenska použil na zachytenie bohatstva agregáty $M0^3$, $M2$, $M2$ rozšírený o aktíva domácností v podielových fondoch a posledným bol súčet kvázipeňazí, teda rozdiel medzi agregátmi $M2$ a $M1^4$, rozšírený o aktíva v podielových fondoch. Vytvorením modelov pre všetky štyri situácie a ich následným porovnaním dospel k záveru, že pre podmienky Slovenska sa ako najlepšia alternatíva pre bohatstvo v modeli spotreby ukázala tretia možnosť, teda agregát $M2$ rozšírený o aktíva v podielových fondoch.

1.4.3 Inflácia

Inflácia má negatívny vplyv na spotrebu a príjem, pretože ich znehodnocuje. Pri očakávanej inflácii môžu nastať dva efekty. Pri prvom, očakávaná inflácia podporí nákupy, teda rast spotreby. Pri druhom efekte je to naopak, kedy inflácia podporí vyššie sporenie, čo je takzvaný Pigou efekt [34]. Pigou efekt je význačný hlavne pre vyspelé ekonomiky.

² Menový agregát, ktorý zahŕňa hotovostné obeživo, vklady na bežných účtoch, termínované vklady, sporiace účty a iné vklady v bankách.

³ Menový agregát, ktorý predstavuje len obeživo.

⁴ Menový agregát, ktorý zahŕňa hotovostné obeživo a vklady na bežných účtoch.

Inflácia sa meria indexom spotrebiteľských cien. Index spotrebiteľských cien tovarov a služieb (životných nákladov) charakterizuje cenový vývoj v celospoločenskom priemere. Ich vývoj sa sleduje na univerzálnom spotrebnom koši, založenom na súbore 710 reprezentantov – vybraných druhov tovarov a služieb platených obyvateľstvom. Týmto reprezentantom sú následne priradené váhy. Index spotrebiteľských cien sa vypočítava reťazením k základnému obdobiu predchádzajúceho roku. Aby bolo zabezpečené, že váhy za základné agregáty odrážajú súčasnú výdavkovú vzorku a spotrebiteľské správanie, musia sa každoročne revidovať. Výber reprezentantov sa realizuje tak, aby za cenové reprezentanty boli vybrané výrobky a služby, ktoré sa významne podieľajú na výdavkoch obyvateľstva a svojím rozsahom reprezentujú celú sféru spotreby [41].

1.4.4 Reálna úroková miera

Reálna úroková miera na rozdiel od nominálnej, ktorú určujú banky, zohľadňuje aj vplyv očakávanej inflácie. Ide teda o rozdiel medzi nominálnou úrokovou mierou a očakávanou infláciou. V prípade vkladov je z dlhodobého hľadiska dôležité, aby reálna úroková miera mala kladnú hodnotu. Jej záporná hodnota znamená, že v sledovanom období je miera inflácie vyššia ako ponúkaná nominálna úroková miera.

Pre modelovanie sa v praxi väčšinou využíva dlhodobá reálna úroková miera. Reálna úroková miera ovplyvňuje spotrebu hneď niekoľkými spôsobmi:

1. Substitúcia- budúca spotreba sa pri raste úrokovej miery zlacňuje, čo má za následok vyššie úspory
2. Príjmový efekt- vzrastajú aj doterajšie úspory a môže sa teraz viac spotrebovať
3. Znižuje sa hodnota aktív- klesá bohatstvo

1.4.5 Iné premenné

Inými premennými, ktoré môžu ovplyvňovať konečnú spotrebu sú napríklad nezamestnanosť, vplyvy sezóny, počasia alebo zásahy do systému hospodárstva.

2 Cieľ práce

Ciele tejto diplomovej práce môžeme rozdeliť na dva hlavné čiastkové ciele.

Prvým je oboznámenie sa s problematikou kointegrácie časových radov a popísanie všetkých aspektov, ktoré s touto témou súvisia. V tejto časti predstavíme metódy zisťovania stacionarity časových radov, zisťovania kointegrácie medzi premennými a postupy tvorby modelu s korekčným členom pomocou Engleho-Grangerovej a Johansenovej procedúry. Spomenieme tiež niektoré ekonometrické modely vytvorené pre Slovenskú ekonomiku a okrajovo rozoberieme problematiku modelovania spotrebných funkcií, ktorá bude základom praktickej ukážky tejto práce.

Druhým hlavným cieľom je praktická aplikácia metód a postupov popísaných v teoretickej časti. Budeme sa snažiť nájsť kointegračný vzťah medzi konečnou spotrebou domácností a hrubým disponibilným dôchodkom oboma vyššie spomenutými spôsobmi. Ak sa tento vzťah potvrdí a ďalšie testy potvrdia opodstatnenosť použitého modelu, vykonáme prognózu ex post a na základe vybraných mier presností urobíme záver o vhodnosti použitého modelu na prognózovanie. Následne vykonáme prognózu do budúcnosti na rok 2012 a popíšeme dosiahnuté výsledky.

Komplexné modelovanie konečnej spotreby nie je hlavnou témou tejto diplomovej práce a má slúžiť len ako príklad na demonštrovanie zisťovania kointegrácie oboma spôsobmi.

3 Metodika práce a metódy skúmania

3.1 Stacionarita

Pri modelovaní časových radov je veľmi dôležitou témou skúmanie stacionarity [35]. Ak by sme v modeli použili nestacionárne časové rady, radikálne by to ovplyvnilo výsledky regresie a viedlo by k nesprávnym záverom.

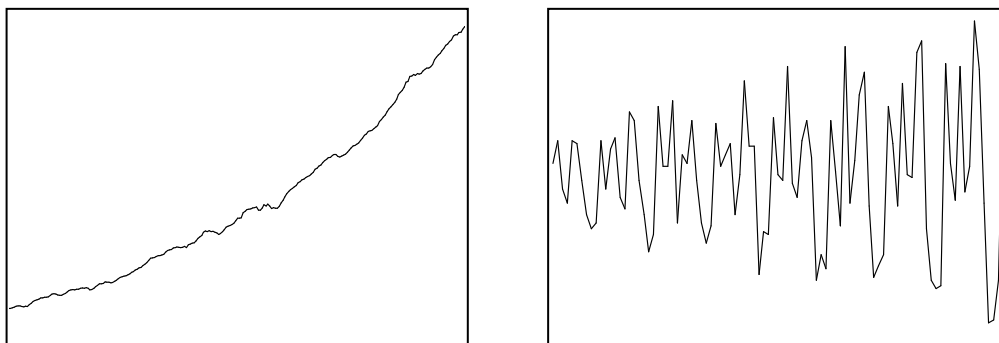
Z hľadiska stacionarity je potrebné poznať, či je v časovom rade prítomný trend. Ak sa potvrdí prítomnosť trendu, tak či je tento trend stochastický alebo deterministický.

Rozlišujeme dva typy stacionarity: striktnú a slabú.

- Ak hovoríme o striktnej (silnej) stacionarite znamená to nemennosť skúmanej náhodnej premennej v čase, bez ohľadu na to, aký časový úsek si z nej vyberieme. Mali by sme stále dostať to isté pravdepodobnostné rozdelenie.
- Slabá stacionarita vyžaduje nemennosť (konštantnosť) priemeru, rozptylu a kovariancie náhodnej premennej v čase. Keďže pri väčšine praktických výskumov na potvrdenie stacionarity časových radov postačuje práve slabá stacionarita, aj my ju budeme využívať v tejto práci.

Ak u ekonomických časových radov je prítomný trend, čo je veľmi častým javom, potom môžeme konštatovať, že takéto časové rady sú nestacionárne vzhľadom na priemer. Ak je tento trend lineárny, časový rad stacionarizujeme jednoduchými prvými diferenciami. Časový rad môže byť nestacionárny aj vzhľadom na rozptyl a to v tom prípade ak hodnoty rozptylov premennej pri nižších a vyšších úrovniach v čase sú rôzne. Pre stacionarizovanie takýchto časových radov je najvhodnejšou transformáciou logaritmovanie.

Graf č.1: Nestacionárny časový rad vzhľadom na trend a nestacionárny časový rad vzhľadom na priemer



Zdroj: ŠÚ SR, vlastné výpočty

Uvedené časové rady môžeme rozdeliť na dve skupiny a to trendovo a diferencne stacionárne procesy [26].

Lineárny deterministický trend

Majme model v tvare:

$$y_t = \alpha + \beta \cdot t + \varepsilon_t, \quad (3.1)$$

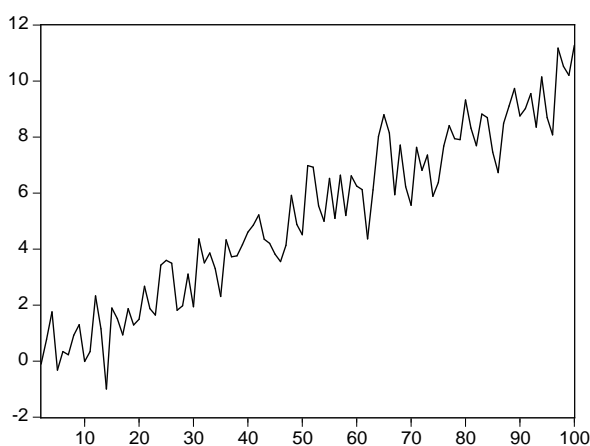
kde $\varepsilon_t \sim N(0, \sigma_\varepsilon^2)$, teda náhodná zložka je stacionárna.

Časový rad y_t je nestacionárnym procesom, keďže je porušená prvá podmienka slabej stacionarity, čiže priemer nie je konštatný. Jedná sa o model s lineárnym deterministickým trendom. Proces sa stane stabilným (stacionárnym), ak od procesu odpočítam jeho deterministickú časť, čiže

$$(y_t - \alpha - \beta \cdot t) = \varepsilon_t. \quad (3.2)$$

Pôvodný proces (3.1) môžeme nazývať trendovo stacionárnym procesom, keďže ho môžeme stacionarizovať takýmto spôsobom. Podmienky stacionarity $E(y_t) = E(\varepsilon_t) = 0$ a $var(y_t) = var(\varepsilon_t) = \sigma_\varepsilon^2$ sú splnené.

Graf č.2: Príklad deterministického trendu ($y_t = 0, 1t + \varepsilon_t$) pre 100 pozorovaní



Zdroj: vlastné výpočty

Stochastický trend

O stochastickom trende hovoríme vtedy, ak jeho forma nie je známa, alebo sa mení s časom. Majme model náhodnej prechádzky:

$$y_t = y_{t-1} + \varepsilon_t . \quad (3.3)$$

Prvá podmienka slabej stacionarity o konštantnosti priemeru je splnená (pozri (3.4)). Tento proces však nie je stacionárny, pretože nie je splnená podmienka o konštantnosti rozptylu (3.5).

$$E(y_t) = E(\varepsilon_t) + E(\varepsilon_{t-1}) + \dots = 0 + 0 + \dots = 0 , \quad (3.4)$$

$$\text{var}(y_t) = \text{var}(\varepsilon_t) + \text{var}(\varepsilon_{t-1}) + \dots = \sigma_\varepsilon^2 + \sigma_\varepsilon^2 + \dots = \infty . \quad (3.5)$$

Môžeme konštatovať, že rozptyl náhodnej prechádzky je nekonečný, čo je hlavný rozdiel oproti trendovo stacionárnym procesom.

Uvažujme teraz model náhodnej prechádzky s posunom (driftom), čo je model (3.3) rozšírený o konštantu.

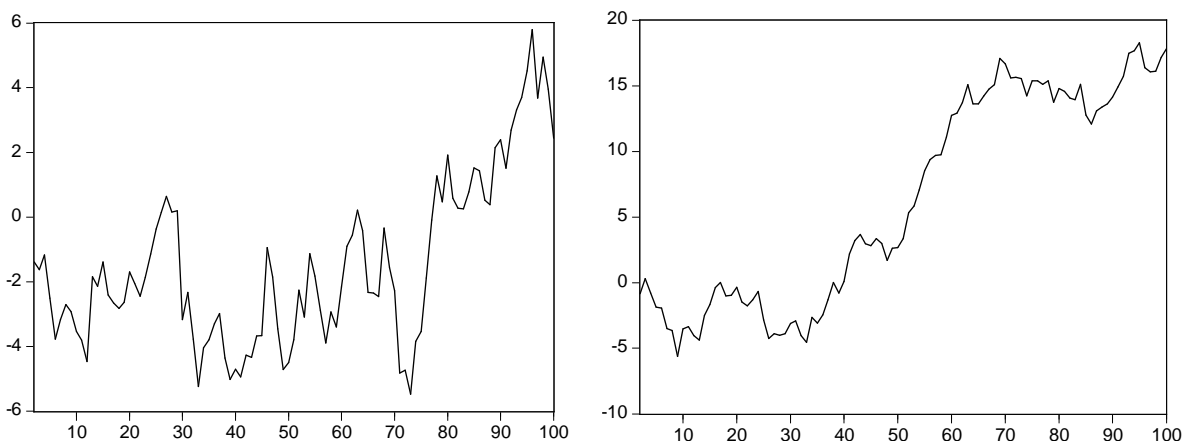
$$y_t = \beta_0 + y_{t-1} + \varepsilon_t . \quad (3.6)$$

Takýto proces je nestacionárny, ale keď ho zdiferencujeme stane sa stacionárnym (3.7).

$$\Delta y_t = y_t - y_{t-1} = \beta_0 + \varepsilon_t . \quad (3.7)$$

Proces (3.7) nazývame diferénčne stacionárnym procesom.

Graf č.3: Príklady stochastického trendu: náhodná prechádzka ($y_t = y_{t-1} + \varepsilon_t$) a náhodná prechádzka s posunom ($y_t = 0,1 + y_{t-1} + \varepsilon_t$) pre 100 pozorovaní



Zdroj: vlastné výpočty

Pre modelovanie časových radov je dôležité rozlišovať medzi stacionárnymi a nestacionárnymi procesmi a to kvôli rozdielnej reakcii na šoky (neočakávané zásahy) v náhodnej zložke. Pri stacionárnych procesoch sa vplyv šoku s postupom času stráca a vracia sa k dlhodobej rovnováhe (ekvilibriu). U nestacionárnych procesov zostáva šok dlhodobo prítomný, má permanentný vplyv.

Pri stacionarizácii časových radov rozoznávame stupeň integrácie. Stupeň integrácie k vyjadruje, že z nestacionárneho procesu k -násobným diferencovaním dostávame stacionárny proces. Integrovaný rad rádu k označujeme $y_t \sim I(k)$.

Zápis

$$y_t \sim I(0) \quad (3.8)$$

znamená, že časový rad y_t je už stacionárny (netreba ho diferencovať).

Časový rad, ktorý potrebujeme raz diferencovať, aby sme získali stacionárny proces, nazývame integrovaný rádu 1. Takýto rad obsahuje jeden jednotkový koreň.

$$\Delta y_t = y_t - y_{t-1} = \varepsilon_t \Rightarrow y_t \sim I(1), \Delta y_t \sim I(0) . \quad (3.9)$$

Časový rad, ktorý je kvôli stacionarizácii dvakrát diferencovaný, nazývame integrovaný rádu 2. Takýto rad obsahuje dva jednotkové korene.

$$\Delta^2 y_t = \Delta y_t - \Delta y_{t-1} = \varepsilon_t \Rightarrow y_t \sim I(2), \Delta y_t \sim I(1), \Delta^2 y_t \sim I(0) . \quad (3.10)$$

Tento zápis môžeme ekonomicky interpretovať nasledovne: y_t má trend v tempe rastu, Δy_t má lineárny trend a $\Delta^2 y_t$ je stacionárna.

V ekonomických časových radoch je najčastejšia integrovanosť prvého rádu. Integrovanosť druhého rádu sa občas vyskytuje napríklad v cenových premenných pri výrazných inflačných obdobiach. Integrovanosť tretieho a vyššieho rádu je veľmi ojedinelá a ak by sa vyskytla, znamenalo by to exponenciálny trend v tempe rastu.

3.1.1 Testovanie stacionarity

Existuje niekoľko spôsobov, ako zistiť rád integrácie časových radov. Prvou možnosťou je preskúmať graf daného časového radu a subjektívnym posúdením rozhodnúť, či

je časový rad stacionárny, alebo je ho potrebné diferencovať, aby bol stacionárny. Druhá veľmi jednoduchá metóda má opäť subjektívny charakter a spočíva v posúdení tvaru autokorelačnej funkcie analyzovaného časového radu. Ak je prvá hodnota tejto funkcie blízka jednej a ostatné hodnoty klesajú len veľmi pomaly, môžeme očakávať, že daný rad nebude typu $I(0)$.

Tieto subjektívne metódy sú často postačujúce pre zistenie typu časového radu, ale v niektorých prípadoch je potrebné použiť presnejšie metódy. Existuje niekoľko štatistických testov na zistenie rádu integrácie. Keďže sa zisťuje prítomnosť jednotkového koreňa v časových radoch, označujú sa ako testy jednotkového koreňa.

Majme model

$$y_t = \beta_1 y_{t-1} + \varepsilon_t, \quad (3.11)$$

kde ε_t predstavuje náhodnú zložku s vlastnosťami bieleho šumu.

Na zistenie, či je časový rad y_t stacionárny, je potrebné preskúmať hypotézy o parametri β :

$$H_0: \beta_1 = 1, \quad \Rightarrow \quad y_t \sim I(1)$$

$$H_1: |\beta_1| < 1,^5 \quad \Rightarrow \quad y_t \sim I(0)$$

V prípade, ak prijmeme nulovú hypotézu, znamená to prítomnosť stochastického trendu. Časový rad je nestacionárny, pretože obsahuje jednotkový koreň, teda je integrovaný rádu 1. Ak nulovú hypotézu zamietneme a prijmeme alternatívnu hypotézu, vyjadrujeme, že časový rad neobsahuje jednotkový koreň, to znamená je stacionárny.

Ak z modelu (3.11) od oboch strán odpočítame y_{t-1} dostávame model

$$\Delta y_t = (\beta_1 - 1)y_{t-1} + \varepsilon_t = \delta y_{t-1} + \varepsilon_t, \quad (3.12)$$

ktorý sa zvyčajne používa na testovanie stacionarity a testuje sa štatistická významnosť parametra δ .

⁵ Pri ekonomických radoch abstrahujeme od záporného parametra β , čiže skúma sa len časť vyššie uvedenej podmienky, a to $0 < \beta_1 < 1$.

Dickeyov-Fullerov test (DF test)

Na testovanie existencie jednotkového koreňa sa najčastejšie používa Dickeyov a Fullerov test [10]. Po odhade parametra δ z rovnice 3.12, vypočítame testovaciu štatistiku t_δ , ktorú porovnáme s tabelovanou τ^6 hodnotou. Ak $t_\delta < \tau$, zamietame nulovú hypotézu, čo znamená, že časový rad je stacionárny. Ak nulovú hypotézu nezamietneme, môžeme proces testovania opakovať s modelmi vyšších diferencií, až kým prvýkrát nezamietneme nulovú hypotézu. Rád integrácie sa potom určí podľa stupňa diferenciencie.

Popísaný DF test je možné použiť len vtedy, ak y_t je autoregresný model prvého rádu AR(1).

Rozšírený Dickeyov-Fullerov test (ADF test)

Rozšírenie ADF testu [10] oproti DF testu spočíva v tom, že autori tabelovali kritické hodnoty ešte zvlášť pre model obsahujúci absolútny člen a zvlášť aj pre model s absolútnym členom a lineárnym trendom. Klasický DF test zlyháva, ak je náhodná zložka autokorelovaný proces, preto je pôvodný autoregresný model prvého rádu rozšírený na všeobecný autoregresný model rádu p . Pridanými autoregresnými členmi sa eliminuje problém autokorelácie. Skúmané modely potom nadobúdajú nasledovné tvary:

Rozšírený model

$$\Delta y_t = \delta y_{t-1} + \sum_{j=1}^{p-1} \beta_j \Delta y_{t-j} + \varepsilon_t . \quad (3.13)$$

Rozšírený model s absolútnym členom

$$\Delta y_t = \alpha_0 + \delta y_{t-1} + \sum_{j=1}^{p-1} \beta_j \Delta y_{t-j} + \varepsilon_t . \quad (3.14)$$

Rozšírený model s absolútnym členom a lineárnym trendom

$$\Delta y_t = \alpha_0 + \alpha_1 t + \delta y_{t-1} + \sum_{j=1}^{p-1} \beta_j \Delta y_{t-j} + \varepsilon_t . \quad (3.15)$$

Postup testovania:

1. Odhadneme parametre modelu s absolútnym členom a lineárnym trendom (3.15).
2. Na testovanie prítomnosti trendu v modeli sa využije podmienená hypotéza:

⁶ Rozdelenie t -štatistiky nie je asymptoticky normálne a nie je ani symetrické, preto táto štatistika nie je vhodná pre testovanie. Dickey a Fuller tabelovali kritické hodnoty t -štatistiky pre nulovú hypotézu existencie jednotkového koreňa a nazvali ju τ štatistika [10].

$$H_0: \alpha_1 = 0 \text{ ak } \delta = 0, \text{ oproti } H_1: \alpha_1 \neq 0 \text{ ak } \delta = 0$$

Nevýznamný parameter α_1 (priятие nulovej hypotézy) znamená, že v modeli nie je prítomný trend a pokračujeme krokom 4.

3. Po prijatí alternatívnej hypotézy o významnosti parametra α_1 sa vykoná test významnosti parametra δ . Nevýznamný parameter δ znamená, že rad je nestacionárny proces náhodnej prechádzky s trendom. Po zamietnutí hypotézy o nevýznamnosti parametra δ (δ je štatisticky významné), procedúra končí a môžeme konštatovať, že časový rad je stacionárny.
4. Odhadneme parametre modelu s absolútnym členom (3.14).
5. Na testovanie prítomnosti absolútneho člena v modeli využijeme hypotézu:

$$H_0: \alpha_0 = 0 \text{ ak } \delta = 0, \text{ oproti } H_1: \alpha_0 \neq 0 \text{ ak } \delta = 0$$

Priятие nulovej hypotézy o nevýznamnosti parametra α_0 znamená, že rad je výsledkom nestacionárneho procesu náhodnej prechádzky (bez driftu a trendu).

6. Po zamietnutí nulovej hypotézy, testujeme významnosť parametra δ . Nevýznamnosť tohto parametra znamená, že časový rad je výsledkom nestacionárneho procesu s driftom. Po zamietnutí hypotézy o nevýznamnosti parametra δ (δ je štatisticky významné), procedúra končí a môžeme konštatovať, že časový rad je stacionárny. Testom významnosti sa zistí, či rad obsahuje absolútny člen alebo deterministický trend.
7. Ak je výsledkom testovania konštatovanie, že časový rad je nestacionárny, opakujeme testovaciu procedúru pre prvú diferenciu. Ak je záver rovnaký aj pre prvú diferenciu, procedúru opakujeme pre druhú diferenciu.

Tabuľka č.1: Kritické hodnoty ADF testu pre výber so 100 pozorovaniami [10]

Model	Hypotéza	Testovacia štatistika	Kritické hodnoty 95%
$\Delta y_t = \alpha_0 + \alpha_1 t + \delta y_{t-1} + \sum_{j=1}^{p-1} \beta_j \Delta y_{t-j} + \varepsilon_t$	$\delta = 0$	τ_t	-3,45
	$\alpha_1 = 0, \delta = 0$	$\tau_{\alpha t}$	2,54
$\Delta y_t = \alpha_0 + \delta y_{t-1} + \sum_{j=1}^{p-1} \beta_j \Delta y_{t-j} + \varepsilon_t$	$\delta = 0$	τ_{μ}	-2,89
	$\alpha_0 = 0, \delta = 0$	$\tau_{\alpha t}$	2,79
$\Delta y_t = \delta y_{t-1} + \sum_{j=1}^{p-1} \beta_j \Delta y_{t-j} + \varepsilon_t$	$\delta = 0$	τ	-1,95

Testovanie stacionarity pomocou ADF testu môže niekedy viesť k nesprávnym záverom kvôli určitým špecifikám ADF testu. Jedným z nich je nízka sila testu, čo znamená, že DF test zamietne stacionaritu časového radu, aj keď tento časový rad môže byť stacionárny. Táto situácia vzniká najmä v prípade, keď je rad blízko jednotkového koreňa, ale stále je stacionárny. Druhým problémom môže byť, že ADF vyhodnotí nestacionárnosť časového radu (prítomnosť jednotkového koreňa) kvôli štrukturálnym zmenám v časovom rade. Pritom v obdobiach pred a po štrukturálnej zmene je vývoj radu stacionárny. Tento problém rieši Perronov test [32], kde nulová hypotéza predpokladá skok v jednom období oproti alternatívnej hypotéze zmeny konštanty trendovo stacionárneho procesu. Tretí problém testovania stacionarity pomocou ADF testu môže nastať, keď rozdelenie náhodných zložiek ε_t v skúmaných modeloch nie je identické a nezávislé. Túto problematiku vyriešili Phillips a Perron [33], ktorí zovšeobecnilí Dickeyov a Fullerov test [10] tak, že do testovacej štatistiky pridali neparametrický korekčný faktor. Ďalším z testov skúmania stacionarity je KPSS test [25], ktorý má oproti ADF a PP testu prehodené hypotézy. Nulová hypotéza znamená stacionaritu a alternatívna prítomnosť jednotkového koreňa. Tento test sa zvykne používať na potvrdenie výsledkov ADF testu alebo PP testu.

3.1.2 Zdanlivá regresia

Rozlíšenie časových radov na stacionárne a nestacionárne je veľmi dôležité pri skúmaní ich vzťahov. Jedným z najpoužívanejších modelov sú jednorovnicové regresné modely. Pri ich konštrukcii je nutné postupovať veľmi opatrne, pretože pri použití nestacionárnych časových radov môže vzniknúť situácia, ktorá sa označuje ako zdanlivá (falošná) regresia. Táto situácia znamená, že koeficient determinácie, t-testy a F-test indikujú možnosť použitia daného modelu aj v prípade časových radov, ktoré spolu nesúvisia. V takýchto prípadoch odhady získané metódou najmenších štvorcov nie sú konzistentné.

Indikátormi na odhalenie zdanlivej regresie by mali byť vysoká hodnota koeficienta determinácie ($R^2 > 0,95$), vysoké hodnoty t-štatistík regresných koeficientov alebo hodnota Durbinovho-Watsonovho koeficienta (DW) blízka sa k nule, ktorá indikuje, že reziduály získané z regresie sú korelované [4]. Granger a Newbold vo svojej práci [17] dospeli k záveru, že ak $R^2 \cong 1$ alebo $R^2 > DW$ ide s určitosťou o zdanlivú regresiu. Pretože zdanlivá regresia nemôže vzniknúť pri použití stacionárnych časových radov (rady typu $I(0)$), autori naznačujú možnosť odstrániť ju diferencovaním (stacionarizáciou) jednotlivých

analyzovaných radov. Zároveň však poukazujú na nevhodnosť tohto postupu, pretože pri ňom dochádza ku strate dôležitých informácií o dlhodobých vzťahoch medzi časovými radmi.

Pri kointegrácii, ktorej sa budeme bližšie venovať v nasledujúcej kapitole, je odhalenie zdanlivej regresie veľmi dôležité z hľadiska dlhodobých vzťahov medzi premennými. Majme nasledujúci model dvoch premenných:

$$y_t = \beta_0 + \beta_1 x_t + u_t, \quad (3.16)$$

$$u_t = y_t - \beta_0 - \beta_1 x_t. \quad (3.17)$$

Pri regresii rovnice (3.16) môžu nastať 4 rôzne situácie:

1. Časové rady x_t a y_t sú stacionárne. Pretože ich lineárna kombinácia je stacionárna, aj u_t je stacionárne.
2. Časové rady x_t a y_t sú nestacionárne a sú integrované rôzneho rádu. Premenná u_t bude nestacionárna.
3. Časové rady x_t a y_t sú nestacionárne a sú integrované rovnakého rádu. Reziduály u_t sú tiež nestacionárne. V tomto prípade ide o zdanlivú regresiu.
4. Časové rady x_t a y_t sú nestacionárne a sú integrované rovnakého rádu. Reziduály u_t sú však stacionárne. V tomto prípade hovoríme o kointegrácii. Rady x_t a y_t sú kointegrované, čiže ich lineárna kombinácia je stacionárna.

3.2 Kointegrácia

Snaha skonštruovať model, ktorý by rešpektoval ako krátkodobé, tak aj dlhodobé vzťahy viedla k záveru, že pri modelovaní sa musia použiť nediferencované časové rady. Musí však platiť podmienka, ktorá bude v nasledujúcom texte vysvetlená.

Uvedme niekoľko jednoduchých vzťahov, ktoré sa týkajú lineárnych kombinácií procesov $I(0)$ a $I(1)$ [2]:

- a) ak $x_t \sim I(0)$, potom $\{\alpha + \beta x_t\} \sim I(0)$,
- b) ak $x_t \sim I(1)$, potom $\{\alpha + \beta x_t\} \sim I(1)$,
- c) ak $x_t \sim I(0)$ a $y_t \sim I(0)$, potom $\{\alpha x_t + \beta y_t\} \sim I(0)$,
- d) ak $x_t \sim I(1)$ a $y_t \sim I(0)$, potom $\{\alpha x_t + \beta y_t\} \sim I(1)$,
- e) všeobecne platí, že ak $x_t \sim I(1)$ a $y_t \sim I(1)$, potom $\{\alpha x_t + \beta y_t\} \sim I(1)$.

V prípade ak posledné pravidlo neplatí a lineárna kombinácia týchto procesov je stacionárna, t.j. $\{\alpha x_t + \beta y_t\} \sim I(0)$, také procesy a časové rady sa nazývajú kointegrované.

Engle a Granger [13] definovali všeobecný vzťah, ktorý môže existovať medzi integrovanými procesmi. Pre dva procesy ho môžeme vyjadriť nasledovne:

Časové rady x_t a y_t sa nazývajú kointegrované rádu d , b , pričom $d \geq b \geq 0$ a označujú sa ako $x_t, y_t \sim CI(d, b)$, ak:

- a) obidva rady sú typu $I(d)$,
- b) existuje lineárna kombinácia $\{\alpha x_t + \beta y_t\} \sim I(d - b)$,

potom vektor $[\alpha, \beta]$ sa nazýva kointegračný vektor.

Pre n premenných má definícia kointegrácie nasledujúce znenie:

Majme n - rozmerný vektor X_t , obsahujúci rady $x_{1t}, x_{2t}, \dots, x_{nt}$. Ak platia podmienky, že:

- a) každý z nich je integrovaný rádu d , t.j. $X_t \sim I(d)$,
- b) existuje taký vektor α rozmeru $(n \times 1)$, pre ktorý platí, že $X_t^T \cdot \alpha \sim I(d - b)$,

potom sú tieto procesy kointegrované a môžeme napísať $X_t \sim CI(d, b)$. Vektor α sa nazýva kointegračný vektor. Pre prípady n premenných môže existovať až $n - 1$ kointegračných lineárne nezávislých vektorov. Podľa počtu kointegračných vektorov sa rozoznáva hodnota kointegrácie.

V prípade dvoch procesov môže existovať len jeden kointegračný vektor. Existuje teda len jedna ich lineárna kombinácia, ktorá je stacionárna. V empirickej ekonometrii časových radov je najzaujímavejší prípad, keď kointegračný vektor vedie k stacionárnej lineárnej kombinácii, t.j. keď $d = b$, čo prináša možnosť odhadovať premenné bez diferencovania.

V situácii, keď uvažujeme viac než dva procesy, môže byť situácia komplikovanejšia než bolo uvedené v definícii kointegračných procesov. Granger a Lee vo svojej práci [16] uviedli prípad, kedy môžu byť kointegrované časové rady s rôznym stupňom integrácie. Musia však byť splnené určité podmienky. Uvažujme časové rady x_{1t}, x_{2t}, x_{3t} . Ich lineárna kombinácia môže byť daná kointegračným vektorom $[1, -\beta_1, -\beta_2]$. Predpokladajme, že $x_{1t} \sim I(1)$, $x_{2t} \sim I(2)$ a $x_{3t} \sim I(2)$. Aby sme mohli uvažovať, že výsledná lineárna kombinácia ε_t je typu $I(0)$, musí byť druhý a tretí proces kointegrovaný tak, že ich lineárna kombinácia je typu $I(1)$. Musí platiť, že v prípade procesov, ktoré sú integrované rozdielneho rádu, musí existovať viac než jeden proces vyššieho rádu, aby mohlo dôjsť k ďalšej kointegrácii, teda k lineárnej kombinácii s rovnakým rádom integrácie ako majú ostatné procesy. Z tohto

dôvodu môžeme konštatovať, že v špeciálnych prípadoch podmienka a, z definície kointegrácie n premenných nemusí byť splnená. Takýto typ kointegrácie sa nazýva multikointegrácia, ktorá stále nie je dostatočne preskúmaná. V posledných rokoch sa multikointegrácii venuje značná pozornosť.

Existuje niekoľko dôvodov, prečo kointegráciu považujeme za ústrednú myšlienku modelovania integrovaných časových radov [2]:

- Stacionárnu lineárnu kombináciu integrovaných časových radov je možné chápať ako odhad ich dlhodobej rovnováhy.
- Regresia obsahujúca integrované časové rady má zmysel len vtedy, ak tieto časové rady sú kointegrované. Test kointegrácie časových radov je teda súčasne metódou na odlíšenie medzi pravou regresiou a zdanlivou regresiou.
- Skupinu kointegrovaných časových radov môžeme okrem iných modelov popísať modelom s korekčným členom. Prostredníctvom neho môžeme odlišovať krátkodobé a dlhodobé vzťahy medzi časovými radmi. Tento model obsahuje parametre charakterizujúce mieru vychýlenia systému od dlhodobej rovnováhy. Táto skutočnosť je významná nielen sama o sebe, ale môže byť tiež prostriedkom pre riešenie rozporu medzi štatistickým a ekonometrickým prístupom modelovania ekonomických časových radov. Umožňuje spojiť štatistické metódy, ktoré spočívajú v skúmaní vlastností diferencovaných časových radov a ekonometrické metódy, ktoré kladú dôraz na dlhodobú rovnováhu časových radov. Oba prístupy použité izolovane sú problematické. Štatistický prístup v tom, že sa zbavuje dôležitých informácií obsiahnutých v pôvodných nestacionarizovaných časových radoch a ekonometrický prístup v tendencii nevšimáť si problém zdanlivej regresie.

3.3 Modely s korekčným členom (ECM)

Model s korekčným členom je model, ktorý obsahuje koeficienty pre dlhodobé aj krátkodobé vzťahy.

Uvažujme jednorovnicový model s rozloženým oneskorením

$$y_t = c + \alpha_1 y_{t-1} + \beta_1 x_t + \beta_2 x_{t-1} + u_t. \quad (3.18)$$

Pri skúmaní závislostí ekonomických časových radov nás obvykle zaujíma problém, ako určiť dlhodobo rovnovážny stav medzi endogénnym a exogénnym časovým radom.

V prípade statickej regresie ho môžeme určiť jednoduchým spôsobom, ak si vzťah (3.19) vyjadríme v stredných hodnotách, odkiaľ dostávame vzťah (3.20).

$$y_t = c + \beta x_t + u_t, \quad (3.19)$$

$$E(y_t) = c + \beta E(x_t), \quad (3.20)$$

kde β je dlhodobým multiplikátorom y vzhľadom k x . V prípade dynamickej regresie (3.18) platia vzťahy $E(y_t) = E(y_{t-1})$ a $E(x_t) = E(x_{t-1})$ a preto

$$(1 - \alpha_1) E(y_t) = c + (\beta_1 + \beta_2) E(x_t), \quad (3.21)$$

odkiaľ

$$E(y_t) = c^* + \beta^* E(x_t), \quad (3.22)$$

kde

$$c^* = \frac{c}{1 - \alpha_1} \text{ a } \beta^* = \frac{\beta_1 + \beta_2}{1 - \alpha_1}. \quad (3.23)$$

Dlhodobým multiplikátorom je parameter β^* . Model (3.18) sa tiež dá vyjadriť v nasledujúcom tvare

$$\Delta y_t = c + \beta_1 \Delta x_t + \gamma (y_{t-1} - \beta^* x_{t-1}) + v_t, \quad \text{kde } \gamma = \alpha_1 - 1. \quad (3.24)$$

Tento model sa nazýva model s korekčným členom (ECM). Dlhodobý vzťah je vyjadrený regresorom $(y_{t-1} - \beta^* x_{t-1})$, ktorý obsahuje dlhodobý multiplikátor β^* daný vzťahom (3.23). Zvyšok modelu (3.24) vyjadruje krátkodobý vzťah medzi časovými radmi. Parameter γ je koeficientom krátkodobého prispôsobenia a môžeme ho interpretovať aj ako rýchlosť, s akou sa krátkodobé vychýlenie od rovnovážneho stavu stratí.

Ak namiesto jednorovnicového modelu používame viacrovnicový model potom ide o vektorový model s korekčným členom (VECM). Takýto model môžeme vyjadriť vzťahom:

$$\Delta \mathbf{y}_t = \mathbf{A}_0 + \mathbf{C} \mathbf{y}_{t-1} + \mathbf{D}_1 \Delta \mathbf{y}_{t-1} + \mathbf{D}_2 \Delta \mathbf{y}_{t-2} + \dots + \mathbf{D}_{p-1} \Delta \mathbf{y}_{t-p+1} + \mathbf{v}_t, \quad (3.25)$$

kde \mathbf{C} je matica dlhodobých vplyvov, \mathbf{D} je matica krátkodobých vplyvov a \mathbf{A}_0 je úrovnňová konštanta.

Všeobecne, ak máme n premenných integrovaných rádu 1 ($I(1)$), môže existovať až $n-1$ nezávislých lineárnych vzťahov, ktoré sú stacionárne a každá lineárna kombinácia týchto vzťahov je tiež stacionárna.

Pri modelovaní vzťahov medzi časovými radmi typu $I(1)$ nie je v prípade kointegrovaných časových radov vhodné stacionarizovať jednotlivé rady diferencovaním, pretože by sme stratili veľmi dôležitú informáciu. Tá je obsiahnutá v modeli *ECM*. Je potrebné zdôrazniť, že význam modelu *ECM* spočíva v skutočnosti, že umožňuje kombinovať štatistický a ekonometrický prístup k modelovaniu ekonomických časových radov. *ECM* spája výhody modelovania časových radov transformovaných diferencovaním a pôvodných netransformovaných časových radov. Umožňuje teda zachytiť krátkodobé vzťahy a dlhodobé vzťahy súčasne.

3.4 Testovanie kointegrácie a odhad parametrov modelu s korekčným členom

3.4.1 Engleho-Grangerova metóda

Engle a Granger vo svojom vedeckom článku [13] navrhli na testovanie kointegrácie, tzv. dvojstupňovú metódu. Ide o pomerne jednoduchú metódu, ktorá sa používa na testovanie kointegrácie medzi dvoma premennými.

V prvom kroku sa pomocou testovania jednotkového koreňa určia stupne integrácie premenných. Ak je rád integrácie oboch premenných rozdielny, premenné nie sú kointegrované. Ak sú obidve premenné stacionárne $I(0)$, testovanie končí, lebo na odhad sa dajú použiť štandardné regresné techniky. Až v prípade, ak sú premenné integrované rovnakého rádu, ale nie stacionárne, môžeme prejsť k ďalšiemu kroku procedúry.

V druhom kroku sa pomocou metódy najmenších štvorcov odhadne rovnica dlhodobej rovnováhy, ktorá sa tiež nazýva kointegračná rovnica v tvare:

$$y_t = \beta_0 + \beta_1 x_t + \varepsilon_t . \quad (3.26)$$

Podmienkou kointegrácie premenných y_t a x_t je, aby náhodný člen ε_t z rovnice dlhodobej rovnováhy bol tiež stacionárny.

V treťom kroku sa pomocou ADF testu na testovanie jednotkového koreňa zistí, či je časový rad reziduálov e_t získaných z odhadu rovnice dlhodobej rovnováhy (3.26) stacionárny alebo nie.

$$\Delta e_t = \delta e_{t-1} + \sum_{j=2}^p \delta_j \Delta e_{t-j+1} + v_t . \quad (3.27)$$

Prijatie nulovej hypotézy znamená, že reziduály sú nestacionárne, teda medzi premennými y_t a x_t neexistuje kointegračný vzťah. Potom regresia z druhého kroku bola zdanlivá. Zamietnutie nulovej hypotézy značí kointegráciu medzi skúmanými premennými. Kritické hodnoty ADF testu pre kointegráciu sa odlišujú od kritických hodnôt pre stacionaritu. V praxi sa často používajú kritické hodnoty pre kointegráciu τ_M , ktoré vo svojej práci zverejnil MacKinnon [27]. Tieto hodnoty sú oproti hodnotám klasického ADF testu viac negatívne. Ak si to zhrnieme, ak $\tau_\delta > \tau_M$ prijímate nulovú hypotézu o nestacionarite radu reziduálov. Zamietnutie nulovej hypotézy znamená kointegráciu medzi skúmanými premennými.

Tabuľka č.2: Kritické hodnoty pri testovaní reziduálov- MacKinnonova úprava pre výber so 100 pozorovaniami [27]

Počet premenných ⁷ / hladina významnosti	1%	5%	10%
m = 2	-4,01	-3,39	-3,09
m = 3	-4,44	-3,83	-3,51
m = 4	-4,83	-4,21	-3,89

Grangerova veta [13] hovorí, že ak nejaké premenné sú kointegrované, potom medzi nimi existuje dlhodobý vzťah. Z krátkodobého hľadiska premenné môžu byť v nerovnováhe. Dynamiku krátkodobých nerovnovážnych vzťahov medzi premennými rieši model s korekčným členom. Takýto model môžeme všeobecne zapísať:

$$\Delta y_t = f(\Delta y_{t-1}, \Delta y_{t-2}, \dots, \Delta x_t, \Delta x_{t-1} \dots) + \lambda e_{t-1} + u_t , \quad (3.28)$$

kde y_t a x_t sú nestacionárne, ale kointegrované časové rady a λ je koeficientom krátkodobého prispôsobenia. Ak si z rovnice dlhodobého vzťahu $y_t = \beta_0 + \beta_1 x_t + e_t$ vyjadříme reziduál oneskorený o jedno obdobie

⁷ Pre Engleho-Grangerovu metódu sa uvažuje len s dvomi premennými.

$$e_{t-1} = y_{t-1} - \beta_0 - \beta_1 x_{t-1}, \quad (3.29)$$

potom tento reziduál je odchýlkou od dlhodobej rovnováhy a v prípade, ak sú časové rady y_t a x_t kointegrované, musí byť stacionárny.

Engleho-Grangerovho metóda sa vyznačuje jednoduchosťou, lebo k odhadu kointegračného vektora nemusí byť špecifikovaná dynamika modelu. To predstavuje jej výhodu. Nedostatkom Engleho-Grangerovej metódy je fakt, že sa dá použiť len pre dve premenné, pretože touto metódou sa dá určiť len jeden kointegračný vzťah. Pri použití viac než jednej premennej môže nastať situácia, že kointegračných vzťahov bude viacero, čo sa vylučuje s predchádzajúcim tvrdením. Ďalšou z nevýhod je to, že iba jedna premenná je endogénna, čo komplikuje využitie tejto metódy vo viacrovnicových modeloch. Posledným nedostatkom je fakt, že parametre dlhodobých rovnovážnych vzťahov sa nedajú testovať. Všetky tieto problémy rieši Johansenova metóda, ktorá pracuje súčasne s viacerými premennými.

3.4.2 Johansenova metóda

Johansenova procedúra [22] je založená na odhade modelu metódou maximálnej vierohodnosti. Umožňuje odhadovať niekoľko lineárne nezávislých kointegračných vektorov a zároveň sa používa na testovanie rádu kointegrácie. Ak predpokladáme n premenných, môžeme nájsť maximálne $n-1$ kointegrujúcich vektorov.

Uvažujme vektorovo autoregresný model (VAR) bez absolútneho člena v nasledujúcom tvare [26]:

$$\mathbf{y}_t = \mathbf{A}_1 \mathbf{y}_{t-1} + \mathbf{A}_2 \mathbf{y}_{t-2} + \dots + \mathbf{A}_n \mathbf{y}_{t-n} + \boldsymbol{\varepsilon}_t, \quad (3.30)$$

čo je možné vyjadriť nasledovne:

$$\mathbf{y}_t = \sum_{j=1}^n \mathbf{A}_j \mathbf{y}_{t-j} + \boldsymbol{\varepsilon}_t. \quad (3.31)$$

Ak sú všetky premenné integrované rádu 1 a $\boldsymbol{\varepsilon}_t$ je integrované rádu 0 (je stacionárne) môžeme model (3.31) transformovať na VEC model:

$$\Delta \mathbf{y}_t = \mathbf{B} \mathbf{y}_{t-1} + \sum_{j=1}^n \mathbf{B}_j \Delta \mathbf{y}_{t-j+1} + \mathbf{v}_t, \quad (3.32)$$

kde $\mathbf{B} = -(\mathbf{I} - \mathbf{A}_1 - \mathbf{A}_2 - \dots - \mathbf{A}_n) = -(\mathbf{I} - \sum_{i=1}^n \mathbf{A}_i)$ a $\mathbf{B}_j = -\sum_{i=j+1}^n \mathbf{A}_i$ pre $j=1, 2, \dots, n-1$.

Predpokladajme, že všetky premenné obsiahnuté vo vektore \mathbf{y}_{t-j} sú nestacionárne a integrované rádu 1. Potom premenné vektora $\Delta\mathbf{y}_{t-j}$ musia byť stacionárne. Ľavá strana rovnice $\Delta\mathbf{y}_t$ je tiež stacionárna, keďže pred diferencovaním $\mathbf{y}_t \sim I(1)$. Aby sme mohli hovoriť o kointegrácii premenných, musí byť aj pravá strana rovnice stacionárna. Táto podmienka bude splnená len za predpokladu, že člen $\mathbf{B}\mathbf{y}_{t-1}$ je stacionárny.

Môžu nastať tri prípady, kedy je člen $\mathbf{B}\mathbf{y}_{t-1}$ stacionárny:

- V prípade, ak hodnosť matice \mathbf{B} je nula, všetky prvky matice sú nulové. Potom ide o falošnú regresiu, premenné nie sú kointegrované a keďže medzi nimi neexistuje dlhodobý vzťah potom model (3.32) nie je modelom s korekčným členom $\mathbf{B}\mathbf{y}_{t-1}$. VAR model by mal byť formulovaný pomocou diferencií.
- V prípade, ak hodnosť matice \mathbf{B} sa rovná n , alebo tiež $r^8 = n$, všetky riadky matice \mathbf{B} sú lineárne nezávislé a všetky obsiahnuté premenné vo vektore \mathbf{y}_t sú stacionárne, pretože všetky premenné sú integrované rádu 0. VAR model by mal byť formulovaný v pôvodných úrovniach premenných.
- Posledný prípad predstavuje situáciu, kedy hodnosť matice \mathbf{B} sa rovná $r < n$. V takomto prípade riadky matice \mathbf{B} nie sú lineárne nezávislé a maticu \mathbf{B} môžeme zapísať ako $\mathbf{B} = \mathbf{D}\mathbf{C}^T$. Matica \mathbf{C} je kointegrujúcou maticou, ktorej stĺpce zodpovedajú vektorom kointegrácie a matica \mathbf{D} je maticou prispôsobenia. V prípade, ak premenné vektora \mathbf{y}_t sú integrované rádu 1, tak $\mathbf{C}^T\mathbf{y}_t \sim I(0)$. Hodnosť matice \mathbf{B} sa rovná počtu kointegrujúcich vektorov (r). VAR model by mal byť formulovaný ako vektorový model s korekčným členom.

Hľadanie vzťahu $\mathbf{B} = \mathbf{D}\mathbf{C}^T$ sa realizuje za pomoci λ_{trace} (štatistika stopy) a λ_{max} (štatistika maxima) štatistík koeficientov vierohodnosti, ktoré sa využívajú na zistenie hodnosti kointegrujúcej matice.

Štatistika λ_{trace}

Test hodnosti kointegrujúcej matice pomocou štatistiky stopy sa realizuje nasledovným spôsobom.

$$\lambda_{trace}(r) = -T \sum_{j=r+1}^n \ln(1 - \hat{\lambda}_j), \quad (3.33)$$

⁸ r predstavuje počet kointegračných rovníc.

kde n je počet skúmaných premenných, T je počet pozorovaní a $\hat{\lambda}_j$ sú charakteristické hodnoty. Zo vzťahu (3.33) sa vypočíta hodnota λ_{trace} štatistiky, ktorá sa porovnáva s kritickými hodnotami, vypočítanými pre túto štatistiku [23] na základe testovania sekvencie hypotéz:

$$\begin{aligned} H_0: r = 0 \text{ oproti } H_1: r \geq 1, \text{ ak } \lambda_{trace}(r) \text{ je väčšia ako kritická hodnota,} \\ H_0: r \leq 1 \text{ oproti } H_1: r \geq 2, \text{ ak } \lambda_{trace}(r) \text{ je väčšia ako kritická hodnota, až po} \\ H_0: r \leq n - 1 \text{ oproti } H_1: r = n, \text{ ak } \lambda_{trace}(r) \text{ je väčšia ako kritická hodnota.} \end{aligned}$$

Testovanie sa prevádza od najväčšieho počtu kointegračných vektorov, kým prvýkrát nezamietneme nulovú hypotézu. Zodpovedajúca hodnota r je hodnotou kointegrujúcej matice.

Štatistika λ_{max}

Test štatistiky λ_{max} sa realizuje obdobným spôsobom ako pri λ_{trace} štatistike. Zo vzťahu:

$$\lambda_{max}(r|r+1) = -T \ln(1 - \hat{\lambda}_j), \quad (3.34)$$

sa vypočíta hodnota štatistiky a porovná sa s jej kritickými hodnotami [23], podľa nasledujúcej sekvencie hypotéz:

$$\begin{aligned} H_0: r = 0 \text{ oproti } H_1: r \geq 1, \text{ ak } \lambda_{max}(r) \text{ je väčšia ako kritická hodnota,} \\ H_0: r \leq 1 \text{ oproti } H_1: r \geq 2, \text{ ak } \lambda_{max}(r) \text{ je väčšia ako kritická hodnota, až po} \\ H_0: r \leq n - 1 \text{ oproti } H_1: r = n, \text{ ak } \lambda_{max}(r) \text{ je väčšia ako kritická hodnota.} \end{aligned}$$

Testovanie sa končí, keď prvýkrát nezamietneme nulovú hypotézu. Potom zodpovedajúca hodnota r je hodnotou kointegrujúcej matice.

Kritické hodnoty pre obe štatistiky uviedli Johansen a Juselius [23]. V praxi sa častejšie preferujú výsledky λ_{trace} štatistiky.

Postup použitia Johansenovej metódy na určenie počtu kointegrujúcich vektorov môžeme zhrnúť do nasledujúcich krokov [12]:

V prvom kroku otestujeme všetky premenné na stacionárnaosť a určíme ich rád integrácie. Ak ich chceme používať aj v ďalších krokoch tejto procedúry, mali by byť integrované rovnakého rádu.

V druhom kroku určíme rád vektorovo autoregresného modelu, čiže počet oneskorení. Postupujeme takým spôsobom, že odhadneme VAR so všetkými premennými s rôznymi oneskoreniami. Pre každé oneskorenie si zaznamenáme SC⁹ alebo AIC¹⁰ kritérium, ktoré následne porovnáme. Vyberieme model, pre ktorý sú tieto informačné kritéria najmenšie. Po vybratí modelu by sme ho mali otestovať na koreláciu, heteroskedasticitu a normalitu reziduálov. Rozhodnutie o počte oneskorení sa dá určiť aj bez zostavovania VAR modelu. V takomto prípade si určíme počet oneskorení na základe charakteru premenných a ekonomickej teórie zaoberajúcej sa danou problematikou.

Tretím krokom je odhad modelu. Pomocou λ_{trace} a λ_{max} štatistík určíme hodnotu kointegrujúcej matice \mathbf{C} , ktorá by sa mala rovnať počtu kointegrujúcich vektorov. V tomto kroku sa musíme rozhodnúť, či do rovnice modelu zahrnieme deterministický trend a konštantu, čo je pomerne komplikovaný proces. Uvažujme nasledovný vektorový model s korekčným členom (VEC model), kde $\mathbf{B} = \mathbf{DC}^T$:

$$\Delta \mathbf{y}_t = \boldsymbol{\alpha}_0 + \boldsymbol{\alpha}_1 t + \mathbf{B} \mathbf{y}_{t-1} + \sum_{j=1}^{n-1} \mathbf{B}_j \Delta \mathbf{y}_{t-j} + \mathbf{Q} \mathbf{x}_t + \boldsymbol{\varepsilon}_t. \quad (3.35)$$

Na výber máme päť rôznych možností špecifikácie deterministických zložiek [26]:

- Model 1 $\boldsymbol{\alpha}_0 = 0, \boldsymbol{\alpha}_1 = 0$ – Model neobsahuje deterministický trend ani konštantu. Takýto prípad sa v reálnom svete neobjavuje, preto sa pri ďalšej analýze nebude brať do úvahy.
- Model 2 $\boldsymbol{\alpha}_0$ -ohraničené, $\boldsymbol{\alpha}_1 = 0$ – Model, ktorý obsahuje konštantu v kointegračnom vzťahu.
- Model 3 $\boldsymbol{\alpha}_0$ -neohraničené, $\boldsymbol{\alpha}_1 = 0$ – Model s nulovým priemerom pre stacionárnu časť a lineárnym trendom pre zložky, ktoré sú integrované.
- Model 4 $\boldsymbol{\alpha}_0$ -neohraničené, $\boldsymbol{\alpha}_1$ -ohraničené – Model, ktorého obidve zložky obsahujú lineárny trend.

⁹ SC- Schwarzovo informačné kritérium

¹⁰ AIC- Akaikeho informačné kritérium

Model 5 α_0 -neohraničené, α_1 - neohraničené – Model, ktorý neobsahuje žiadne obmedzenia, čiže predpokladá lineárny trend stacionárnej časti a kvadratický trend časti, ktorá je integrovaná. S takýmto modelom opäť nebudeme uvažovať, pretože z ekonomického hľadiska je jeho interpretácia komplikovaná.

Po vylúčení prvého a piateho typu, s ktorými nebudeme ďalej uvažovať, keďže prvý sa v reálnom svete neobjavuje a piaty je komplikované ekonomicky zdôvodniť, na výber nám ostávajú ešte tri možnosti. Výber správneho modelu by mal byť podložený empirickými vedomosťami o vzťahoch medzi analyzovanými premennými, resp. by mal byť podložený analýzami iných autorov, ktorý tento problém už vyriešili. Ak tieto empirické poznatky nemáme, môžeme postupovať podľa Pantulovho princípu [31]. Pantula navrhuje odhadnúť všetky možné modely pre všetky počty kointegrujúcich vektorov a ich zoradenie podľa piatich typov modelov. Pre každý model vypočítame λ_{trace} a λ_{max} štatistiky, ktoré porovnáme s ich kritickými hodnotami a vyberieme ten model, kedy prvýkrát nezamietneme nulovú hypotézu. Takýto model však ešte nemusí byť s určitou správny, preto sa ho ďalej odporúča otestovať podľa hypotéz z ekonomickej teórie.

Ako sme už na začiatku spomenuli, výhodou Johansenovej metódy je, že dokáže pracovať s viacerými premennými a nájsť medzi nimi všetky existujúce kointegračné vzťahy. Ďalšou výhodou je, že automaticky vypočíta všetky koeficienty kointegrácie a reakcie na impulz odklonu od dlhodobej rovnováhy.

Vďaka svojim nesporným kvalitám, patrí Johansenova procedúra k najviac používaným metódam pri tvorbe makroekonomických modelov.

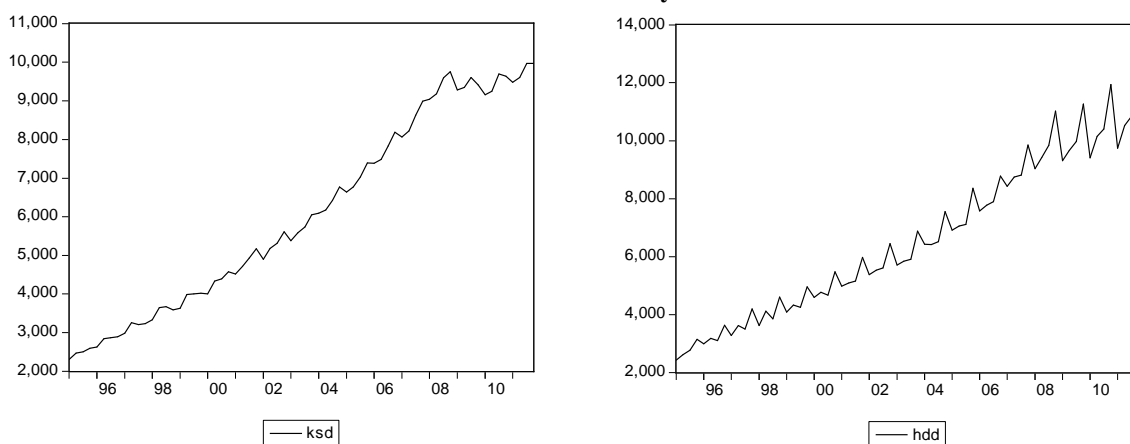
4 Výsledky práce a diskusia

Analýzu budeme prevádzať na sezónne očistených štvrťročných údajoch časových radov konečnej spotreby domácností (ksd) a hrubého disponibilného dôchodku (hdd) od roku 1995 do roku 2011, čo predstavuje 68 pozorovaní. Zdrojom údajov bola internetová stránka Štatistického úradu Slovenskej republiky [41]. Kompletná analýza bola realizovaná v ekonometrickom softvéri EViews 6.

4.1 Vizuálna kontrola premenných

Graf č.4 znázorňuje priebeh pôvodných premenných v čase. Z grafov je zrejмый rastúci trend a sezónnosť, dokonca pri údajoch hrubého disponibilného dôchodku ide pravdepodobne o multiplikatívnu sezónnosť, kedy sa výkyvy okolo trendu v čase zväčšujú. Táto sezónnosť je spôsobená 13.,14. platmi a koncoročnými prémiami, kedy je dôchodok v štvrtom štvrťroku vyšší oproti ostatným štvrťrokom. Zároveň môžeme vidieť dopad hospodárskej krízy, kedy sa rast spotreby očividne spomalil, dokonca poklesol, a hodnoty disponibilného príjmu začali vykazovať väčšiu variabilitu.

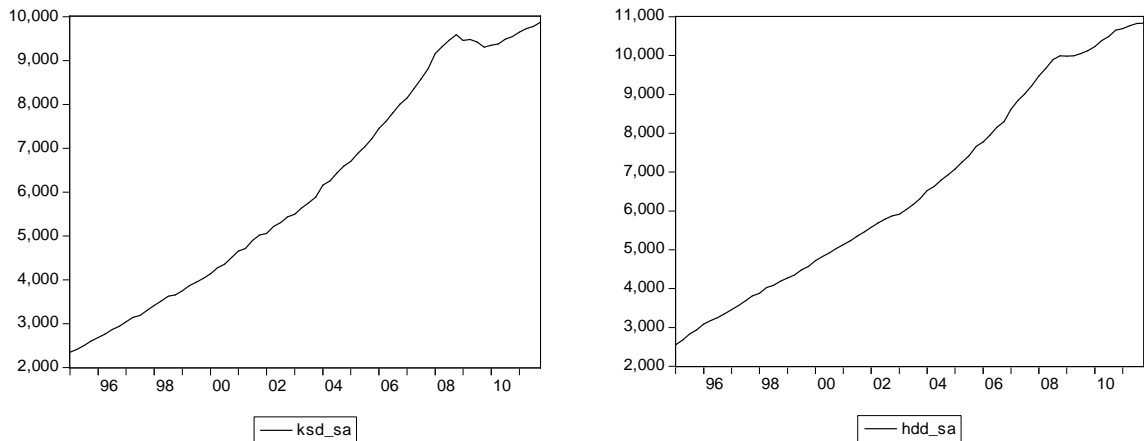
Graf č.4: Pôvodné údaje vývoja konečnej spotreby domácností a hrubého disponibilného dôchodku na Slovensku v mil. Eur v bežných cenách



Zdroj: ŠÚ SR, vlastné výpočty

Pôvodné údaje sme očistili od sezónnej zložky prostredníctvom procedúry Tramo/Seats, ktorú ponúka softvérový balík EViews 6, a ktorá slúži práve na odstránenie sezónnych výkyvov. Predišli sme tým možnému ovplyvneniu výsledkov sezónnou zložkou. Po odstránení sezónnosti dostávame premenné s trendovou a náhodnou zložkou, ktorých priebeh je znázornený na grafoch č.5.

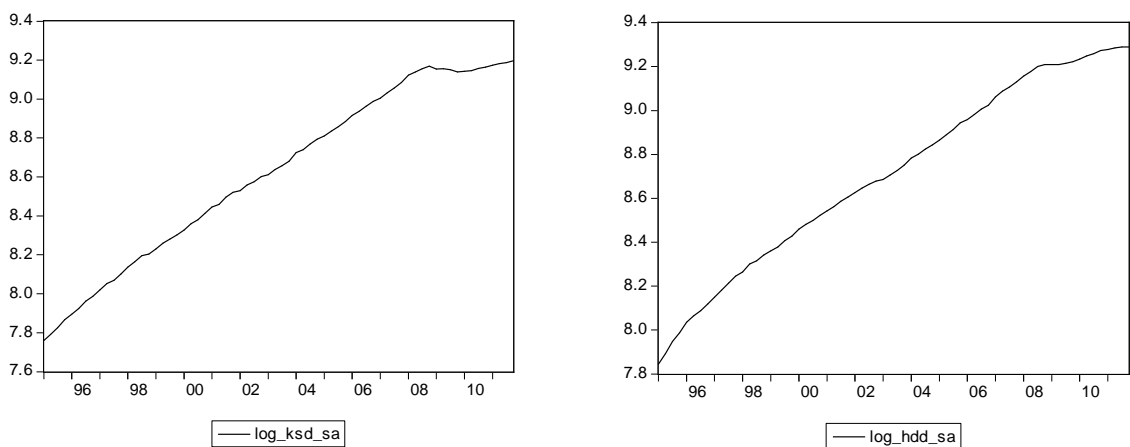
Graf č.5: Sezónne očistené údaje vývoja konečnej spotreby domácností na a hrubého disponibilného dôchodku na Slovensku v mil. Eur v bežných cenách



Zdroj: ŠÚ SR, vlastné výpočty

Zlogaritmovaním časových radov prirodzeným logaritmom budeme hovoriť o elasticite, čo už predstavuje percentuálnu zmenu premenných v čase, a nie absolútnu, ako tomu bolo pri pôvodných časových radoch.

Graf č.6: Logaritmované sezónne očistené údaje vývoja konečnej spotreby domácností na a hrubého disponibilného dôchodku na Slovensku v %



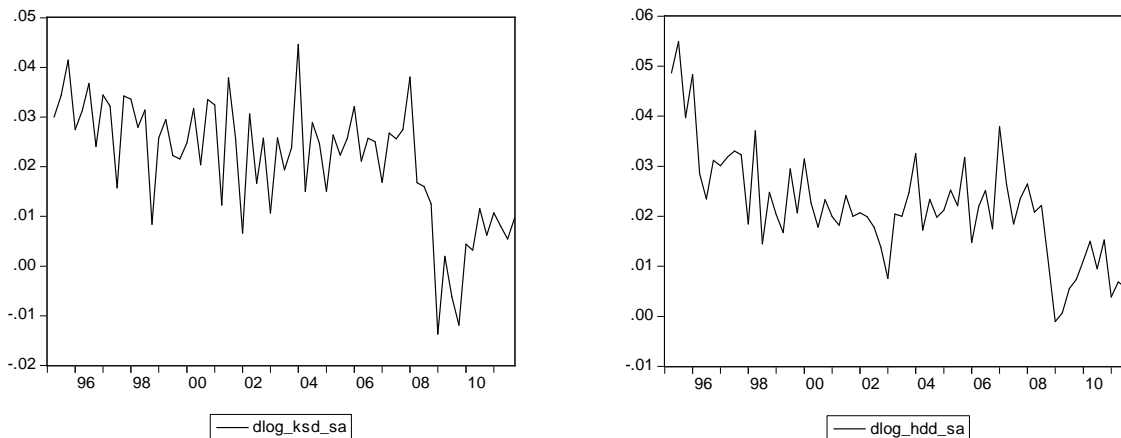
Zdroj: ŠÚ SR, vlastné výpočty

Grafy konečnej spotreby domácností a hrubého disponibilného príjmu naznačujú, že by malo ísť o deterministický trend, keďže prírastok pre každé obdobie je takmer konštantný. Podobne ako na predchádzajúcich grafoch aj tu vidíme, že časové rady boli ovplyvnené hospodárskou krízou, čo spôsobilo pokles spotreby aj príjmu.

Lepšie závery ohľadom stacionarity časových radov nám môžu poskytnúť grafy prvých diferencií, čiže grafy náhodných zložiek, ktoré ak budú vykazovať známky bieleho

šumu, budeme môcť konštatovať, že sú stacionárne. Potom by to znamenalo, že pôvodné premenné sú integrované prvého rádu.

Graf č.7: Prvé diferencie logaritmovaných sezónne očistených údajov vývoja konečnej spotreby domácností a hrubého disponibilného dôchodku na Slovensku v %



Zdroj: ŠÚ SR, vlastné výpočty

Po odstránení sezónnosti (sezónne očistenie) a trendu (diferencovanie) dostávame grafy náhodných zložiek, ktoré nenaznačujú ideálny priebeh, pretože sa nedá povedať, že ich hodnoty náhodne kolíšu okolo nejakej konštanty a rozptyly nevykazujú konštantnú úroveň. Ak by sme zobrali časové obdobie do roku 2008, dalo by sa povedať, že náhodné zložky časového radu spotreby majú charakter bieleho šumu. O náhodných zložkách časového radu disponibilného dôchodku sa to však povedať nedá, pretože aj pred rokom 1997 vidíme iný priebeh. Medzi rokmi 1997 až 2008 sa dá v prípade náhodných zložiek disponibilného dôchodku hovoriť o bielom šume.

Záver o stacionarite časových radov len z vizuálnej kontroly nie sú adekvátne, preto jednotlivé časové rady je potrebné podrobiť testom stacionarity. V našom prípade použijeme rozšírený Dickeyho-Fullerov test (ADF).

4.2 Testovanie stacionarity

Testovanie stacionarity pomocou ADF testu v prostredí softvéru EViews je pomerne jednoduchou procedúrou, kde si potrebujeme zvoliť či ideme testovať pôvodné, raz diferencované alebo dvakrát diferencované premenné. Ak v prvom prípade zamietneme nulovú hypotézu H_0 o existencii jednotkového koreňa, pôvodný časový rad je už stacionárny, čiže je integrovaný rádu nula $I(0)$. Ak zamietneme H_0 až v druhom prípade, časový rad obsahuje jeden jednotkový koreň, takže je integrovaný rádu jeden $I(1)$. Zamietnutie H_0

v treťom prípade, znamená integráciu druhého rádu $I(2)$. Ďalej si volíme, či do testovania zahrnieme konštantu a trend, iba konštantu, alebo ani trend ani konštantu, pričom pri výbere postupujeme v takomto poradí. Tento výber nám hovorí o adekvátnosti testovaného modelu.

Kvôli lepšej interpretácii výsledkov sa často používajú premenné v logaritmickej tvare, ktoré už nie sú v absolútnom vyjadrení, ale v percentuálnom. Pri testovaní stacionarity premenných v logaritmickej tvare, ADF test potvrdil prítomnosť jedného jednotkového koreňa pre hrubý disponibilný príjem, čiže $\log_hdd_sa \sim I(1)$ a dvoch jednotkových koreňov pre konečnú spotrebu domácností, čiže $\log_ksd_sa \sim I(2)$. Vidíme, že premenné sú integrované rozdielneho rádu, čo je v rozpore s podmienkou kointegrácie, ktorá hovorí, že dve premenné musia byť integrované rovnakého rádu. Preto v našom prípade nebudeme používať logaritmickej tvar premenných.

Podme sa pokúsiť otestovať sezónne očistené premenné, ale bez logaritmickej transformácie.

Tabuľka č.3: Výsledky ADF testu pre nediferencované premenné

	Dĺžka oneskorenia	ADF bez trendu a bez konštanty	ADF s konštantou	ADF s konštantou a trendom
ksd_sa	4	1.958402	-0.375284	-1.787006
hdd_sa	2	1.108039	-0.300618	-2.116854

Symbol * označuje zamietnutie nulovej hypotézy na hladine významnosti 0,05

Z výstupu tabuľky č.3 pre nediferencované premenné sa potvrdila nestacionarita oboch premenných. V testovaní budeme pokračovať po ich zdiferencovaní.

Tabuľka č.4: Výsledky ADF testu pre diferencované premenné prvého rádu

	Dĺžka oneskorenia	ADF bez trendu a bez konštanty	ADF s konštantou	ADF s konštantou a trendom
Δ ksd_sa	3	-1.560217	-3.401058	-3.363625
Δ hdd_sa	0	-1.309014	-3.999284	-2.444279

Symbol * označuje zamietnutie nulovej hypotézy na hladine významnosti 0,05

Z testov pre diferencie premenných vidíme, že obe premenné sú stacionárne a potvrdila sa štatistická významnosť konštanty, z čoho vyplýva, že ide o model s konštantou. Môžeme konštatovať, že sa potvrdila prítomnosť jednotkového koreňa, teda premenné sú integrované prvého rádu ($ksd_sa \sim I(1)$, $hdd_sa \sim I(1)$). Pre ďalšie analýzy budeme teda uvažovať sezónne očistené premenné bez logaritmickej transformácie.

4.3 Engleho-Grangerova metóda

Keďže pracujeme len s dvomi premennými, na testovanie kointegrácie je možné použiť Engleho-Grangerovu metódu. Jej prvým krokom je otestovanie stacionarity premenných, čo sme vykonali v predošlej časti.

V druhom kroku sa odhadne rovnica dlhodobej rovnováhy, ktorá pre náš prípad vyzerá nasledovne:

$$ksd_sa_t = \beta_0 + \beta_1 hdd_sa_t + \varepsilon_t. \quad (4.1)$$

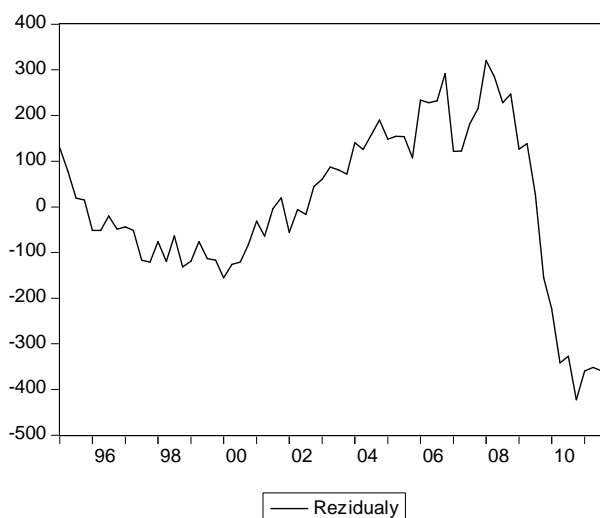
Po odhade parametrov má rovnica (4.1) nasledujúci tvar:

$$ksd_sa_t = -221,6907 + 0,956674 hdd_sa_t + \varepsilon_t. \quad (4.2)$$

Z odhadu rovnice dlhodobej rovnováhy vypočítame reziduály e_t , ktoré pomocou ADF testu otestujeme na stacionaritu, v ktorom zvolíme model bez konštanty a trendu. Aby sa potvrdila kointegrácia medzi premennými, musia byť reziduály stacionárne. Vypočítané hodnoty t-štatistiky τ_δ reziduálov sú porovnávané s MacKinnonovými kritickými hodnotami τ_M [27], ktoré sú striktnejšie než kritické hodnoty, ktoré navrhli Engle a Granger [13]. Pre potvrdenie kointegrácie musí platiť vzťah: $\tau_\delta < \tau_M$, čo znamená, že zamietame nulovú hypotézu.

Keďže hodnota t-štatistiky z ADF testu $\tau_\delta = -1,9782$ a hodnota $\tau_M = -3,39$, tzn. platí vzťah $\tau_\delta > \tau_M$, preto nemôžeme zamietnuť nulovú hypotézu o nestacionarite reziduálov a musíme konštatovať, že medzi premennými sa nepotvrdila kointegrácia.

Graf č.8: Priebeh reziduálov z kointegračnej rovnice



Zdroj: ŠÚ SR, vlastné výpočty

Z grafu č.8 je zrejmé, že reziduály netvorí stacionárny rad, pretože ich variabilita je v posledných rokoch veľmi veľká, čo potvrdzuje naše predošlé závery.

Naše závery potvrdzuje aj teória Grangera a Newbolda [17] o zdanlivej regresii, pretože $R^2 > DW$ ($R^2 = 0,995152$ a $DW = 0,116860$).

S konštatovaním, že medzi premennými sa nepotvrdil kointegračný vzťah, nie je možné konštruovať model s korekčným členom.

Doplnením modelu o ďalšie premenné alebo oneskorenia by mohlo dôjsť ku kointegrácii medzi premennými, ale len za predpokladu existencie jedného kointegračného vzťahu. Z dôvodu nedostupnosti údajov napríklad o bohatstve (agregáty M1, M2 a pod.) alebo reálnej úrokovej miere, tieto tvrdenia nevieme podložiť reálnymi výsledkami.

4.4 Johansenova metóda

Prvým krokom Johansenovej procedúry je testovanie premenných na stacionaritu. Keďže my už máme premenné otestované, môžeme hneď prejsť k ďalšiemu kroku.

Vezmime si najprv model s dvomi premennými (ksd_sa, hdd_sa), pre ktorý potrebujeme určiť dĺžku oneskorenia. Keďže naše obidve premenné sú typu $I(1)$ a ide o štvrtročné údaje, predpokladáme dĺžku oneskorenia o štyri obdobia.

V ďalšej časti spomedzi modelov 2-4 vyberieme vhodný model na základe Pantulovho princípu, pričom v nasledujúcej tabuľke sú uvedené hodnoty testovacích štatistík λ_{trace} a λ_{max} .

Tabuľka č.5: Výber vhodného tvaru modelu a identifikácia počtu kointegračných vektorov na základe Pantulovho princípu

r	N-r	Model 2	Model 3	Model 4
Trace štatistika				
0	2	39.48434	28.78283	52.66080
1	1	2.469433*	1.431233	12.38007
Maximum štatistika				
0	2	37.01491	27.35160	40.28072
1	1	2.469433*	1.431233	12.38007

Symbol * označuje model, pre ktorý nemožno prvýkrát zamietnuť H_0 na hladine významnosti 0,05.

Z výsledkov tabuľky č.5 je zrejmé, že na základe Pantulovho princípu si zvolíme druhý model (model obsahujúci konštantu len v kointegračnej rovnici) s existenciou jedného

kointegračného vektora. Odhadnuté kointegračné rovnice môžeme zapísať pomocou VECM, ktorý obsahuje krátkodobé aj dlhodobé rovnovážne vzťahy.

$$\begin{aligned}\Delta ksd_t &= 0,023(ksd_{t-1} - 0,9358hdd_{t-1} + 675,7456) + 0,2403\Delta ksd_{t-1} + 0,3513\Delta ksd_{t-2} \\ &\quad + 0,2627\Delta ksd_{t-3} - 0,4869\Delta ksd_{t-4} + 0,408\Delta hdd_{t-1} - 0,0715hdd_{t-2} \\ &\quad + 0,1732hdd_{t-3} - 0,0566hdd_{t-4},\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\Delta hdd_t &= 0,2167(ksd_{t-1} - 0,9358hdd_{t-1} + 675,7456) + 0,2649\Delta ksd_{t-1} \\ &\quad + 0,1409\Delta ksd_{t-2} - 0,101\Delta ksd_{t-3} - 0,251\Delta ksd_{t-4} + 0,1601\Delta hdd_{t-1} \\ &\quad + 0,0867hdd_{t-2} + 0,0912hdd_{t-3} - 0,4302hdd_{t-4}.\end{aligned}$$

Dlhodobá informácia zahrnutá v kointegračnom vektore sa nachádza v zátvorkách vo vyššie uvedených rovniciach. Krátkodobú dynamiku zase vyjadrujú premenné v prvých diferenciách. Nízka hodnota koeficienta prispôsobenia v prvej rovnici VECM, t.j. hodnota 0,023 poukazuje na pomalosť procesu korekcie chyby, kedy každý štvrtý rok je korigovaných len 2,3% odchýlky od dlhodobej rovnovážnej úrovne. Navyše hodnota tohto koeficienta nie je štatisticky významne odlišná od nuly, keďže zodpovedajúca hodnota t-štatistiky je len 0,48099. Naproti tomu druhý koeficient prispôsobenia je vysoko štatisticky významný, kde hodnota t-štatistiky je 5,83312. Tento koeficient prispôsobenia z druhej rovnice VECM má pomerne vysokú hodnotu (0,2167), čo znamená výraznú dynamiku v korekcii odchýlky od dlhodobej rovnovážnej úrovne, kedy je každý štvrtý rok korigovaných 21,67% tejto odchýlky.

Kladná hodnota parametra 0,9358 stojaceho v kointegračnej rovnici pri premennej hdd_{t-1} je v súlade s teóriou a vyjadruje, že nárast hrubého disponibilného dôchodku povedie k nárastu konečnej spotreby domácností.

Kompletné výsledky odhadu kointegračných rovníc pomocou programu EViews sú uvedené v prílohe č.1.

Vzhľadom na posúdenie kvality VECM sme pomocou testu Lagrangeových multiplikátorov testovali nekorelovanosť reziduí. Na základe výsledkov tohto testu, uvedeného v tabuľke č.6, môžeme reziduá na hladine významnosti 0,05 považovať za sériovo nekorelované.

Tabuľka č.6: Výsledky LM testu autokorelácie reziduí

Lags	LM-Stat	Prob
1	6.981390	0.1369
2	2.680868	0.6126
3	5.665872	0.2255
4	6.098125	0.1919
5	4.121177	0.3899
6	4.105330	0.3919
7	6.021393	0.1976
8	9.833939	0.0533
9	5.847687	0.2108
10	3.663311	0.4535
11	4.595700	0.3314
12	1.617836	0.8056

Zdroj: vlastné výpočty

Stabilitu modelu sme testovali AR roots testom. Výsledky v tabuľke č.7 svedčia o stabilite modelu, kde v prípade VECM s dvomi endogénnymi premennými a jedným kointegračným vektorom sa potvrdilo, že práve jeden koreň je rovný 1.

Tabuľka č.7: Výsledky AR roots testu z programu Eviews

Root	Modulus
1.000000	1.000000
0.992261	0.992261
-0.618045 - 0.622500i	0.877204
-0.618045 + 0.622500i	0.877204
0.756731 - 0.377524i	0.845675
0.756731 + 0.377524i	0.845675
-0.573404 - 0.545926i	0.791725
-0.573404 + 0.545926i	0.791725
0.548921 - 0.518714i	0.755234
0.548921 + 0.518714i	0.755234

Zdroj: vlastné výpočty

Keďže testy potvrdili správnosť nášho VECM, môžeme pristúpiť k prognózovaniu.

4.4.1 Prognóza ex-post

Najprv vykonáme prognózu ex-post, kedy časové rady skrátime o štyri štvrťroky, odhadneme parametre modelu a pre tieto štyri obdobia urobíme prognózu. Následne túto prognózu porovnáme so skutočnými hodnotami a na základe vybraných mier presností

(MSE¹¹, MAPE¹²) posúdime vhodnosť, resp. nevhodnosť použitia modelu pre prognózu ex-ante.

Tabuľka č.8 zobrazuje výsledky prognózy ex-post pre konečnú spotrebu domácností, kde v prvom stĺpci je obdobie, za ktoré sme vykonali prognózu ex-post, v druhom stĺpci sú skutočné hodnoty v mil. Eur, v treťom je bodová prognóza v mil. Eur a posledný stĺpec zobrazuje intervalovú prognózu v mil. Eur. Z výsledkov tejto tabuľky však nie je celkom zrejmé do akej miery sa náš model približuje skutočnosti. Práve pre tento účel sa používajú miery presností prognóz. Štatistika MSE vyjadruje, že skutočné hodnoty konečnej spotreby domácností sa odlišovali od odhadnutých hodnôt v priemere o 9 029,52 Eur, čo v percentuálnom vyjadrení podľa MAPE štatistiky znamená 0,8803 %.

Tabuľka č.8: Prognóza ex-post pre konečnú spotrebu domácností

Obdobie	Ksd_sa	Ex-post	Intervalová prognóza	
2011Q1	9648.929	9681.116	9576.429	9785.804
2011Q2	9726.463	9797.468	9606.573	9988.363
2011Q3	9779.650	9899.902	9605.692	10194.11
2011Q4	9875.283	10026.99	9598.086	10455.90

Zdroj: vlastné výpočty

Z hodnôt mier presností a z údajov v tabuľke č.8 usudzujeme, že prognózované hodnoty pomerne dobre kopírujú skutočný vývoj, preto môžeme tvrdiť, že náš model je vhodný na prognózovanie budúceho vývoja konečnej spotreby domácností.

V tabuľke č.9 sú obdobným spôsobom znázornené výsledky prognózy ex-post pre hrubý disponibilný dôchodok. Miery presností hovoria, že odhadnuté hodnoty sa od skutočných hodnôt odlišujú v priemere o 12 308,44 Eur, čo predstavuje 0,9277 % chybu.

Tabuľka č.9: Prognóza ex-post pre hrubý disponibilný dôchodok

Obdobie	Hdd_sa	Ex-post	Intervalová prognóza	
2011Q1	10693.04	10749.53	10665.99	10833.08
2011Q2	10766.49	10830.97	10686.24	10975.70
2011Q3	10828.75	10941.16	10719.62	11162.71
2011Q4	10831.10	11018.36	10715.18	11321.54

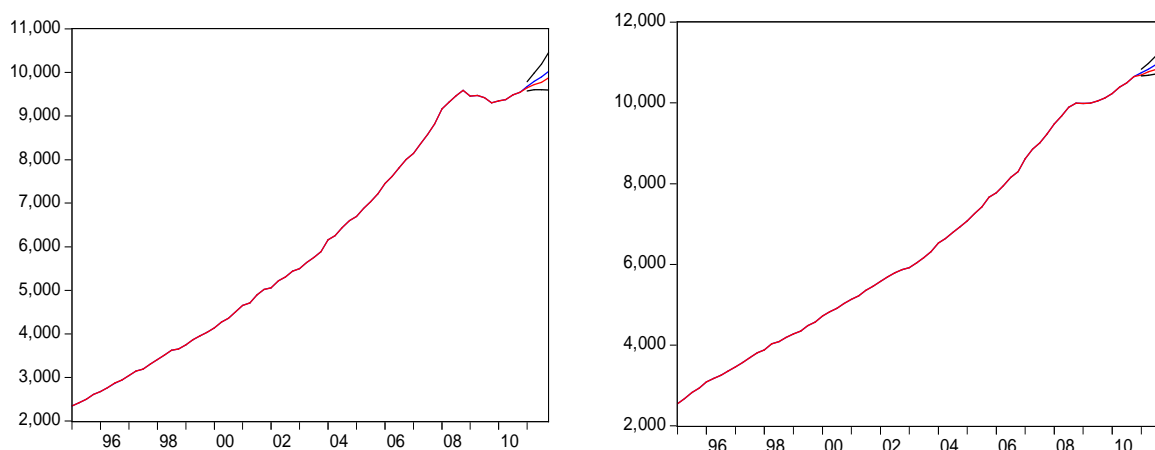
Zdroj: vlastné výpočty

Záver o vhodnosti modelu na prognózovanie konečnej spotreby domácností a hrubého disponibilného dôchodku vyjadruje aj graf č.9, kde skutočné hodnoty dobre kopírujú prognózované hodnoty a spadajú do intervalových prognóz.

¹¹ MSE (Mean Square Error)- priemerná štvorcová chyba, resp. rezptyl reziduí [36]

¹² MAPE (Mean Absolute Percentage Error)- priemerná absolútna percentuálna chyba [36]

Graf č.9: Prognóza ex-post pre konečnú spotrebu domácností a hrubý disponibilný dôchodok (modrá), pôvodné hodnoty (červená), intervalová prognóza (čierna)



Zdroj: ŠÚ SR, vlastné výpočty

4.4.2 Prognóza ex-ante

Keďže sme konštatovali, že model je vhodný na prognózovanie, môžeme pristúpiť k odhadu hodnôt premenných do budúcnosti, čiže k prognóze ex-ante.

Tabuľka č.10 zobrazuje prognózu konečnej spotreby domácností pre rok 2012.

Tabuľka č.10: Prognóza ex-ante pre konečnú spotrebu domácností

Obdobie	Ex-ante	Intervalová prognóza	
2012Q1	9899.200	9799.382	9999.017
2012Q2	9962.362	9786.991	10137.73
2012Q3	10007.51	9740.203	10274.81
2012Q4	10048.26	9651.021	10445.51

Zdroj: vlastné výpočty

Z výsledkov prognózy ex-ante pre konečnú spotrebu domácností môžeme konštatovať nasledovné závery. Za predpokladu, že vývoj premennej bude pokračovať v nastolenom trende, teda ak nenastane žiadny neočakávaný šok vo vývoji premennej, potom:

- v prvom kvartáli roku 2012 bude konečná spotreba domácností na Slovensku z intervalu 9 799,382 až 9 999,017 mil. Eur,
- v druhom kvartáli roku 2012 bude konečná spotreba domácností na Slovensku z intervalu 9 786,991 až 10 137,73 mil. Eur,
- v treťom kvartáli roku 2012 bude konečná spotreba domácností na Slovensku z intervalu 9 740,203 až 10 274,81 mil. Eur,
- v štvrtom kvartáli roku 2012 bude konečná spotreba domácností na Slovensku z intervalu 9 651,021 až 10 445,51 mil. Eur.

Čo sa týka bodovej prognózy, ide o prognózu bez sezónneho zaťaženia, preto je potrebné tieto prognózy prenásobiť sezónnymi indexmi. Sezónne indexy sme vypočítali klasickou sezónnou dekompozíciou v programe Excel. Sezónne indexy pre konečnú spotrebu domácností sú nasledovné:

1. pre prvý štvrťrok $Si_1 = 0,980535$,
2. pre druhý štvrťrok $Si_2 = 1,00178$,
3. pre tretí štvrťrok $Si_3 = 1,006764$,
4. pre štvrtý štvrťrok $Si_4 = 1,010922$.

Po prenásobení bodových prognóz sezónnymi indexmi dostávame sezónne zaťaženie prognózu. Môžeme konštatovať, že hodnota konečnej spotreby domácností na Slovensku bude v roku 2012 v prvom kvartáli 9 706,507 mil. Eur, v druhom kvartáli 9 980,093 mil. Eur, v treťom kvartáli 10 075,202 mil. Eur a v štvrtom kvartáli 10 158,003 mil. Eur.

V tabuľke č.11 sú zobrazené prognózy hrubého disponibilného dôchodku pre rok 2012.

Tabuľka č.11: Prognóza ex-ante pre hrubý disponibilný dôchodok

Obdobie	Ex-ante	Intervalová prognóza	
2012Q1	10912.92	10834.19	10991.66
2012Q2	10975.24	10838.42	11112.05
2012Q3	11042.82	10837.07	11248.58
2012Q4	11137.06	10851.87	11422.25

Zdroj: vlastné výpočty

Za predpokladu pokračovania vývoja hrubého disponibilného dôchodku z posledných období môžeme konštatovať, že:

- v prvom kvartáli roku 2012 bude hrubý disponibilný dôchodok na Slovensku z intervalu 10 834,19 až 10 991,66 mil. Eur,
- v druhom kvartáli roku 2012 bude hrubý disponibilný dôchodok na Slovensku z intervalu 10 838,42 až 11 112,05 mil. Eur,
- v treťom kvartáli roku 2012 bude hrubý disponibilný dôchodok na Slovensku z intervalu 10 0837,07 až 11 248,58 mil. Eur,
- v štvrtom kvartáli roku 2012 bude hrubý disponibilný dôchodok na Slovensku z intervalu 10 851,87 až 11 422,25 mil. Eur.

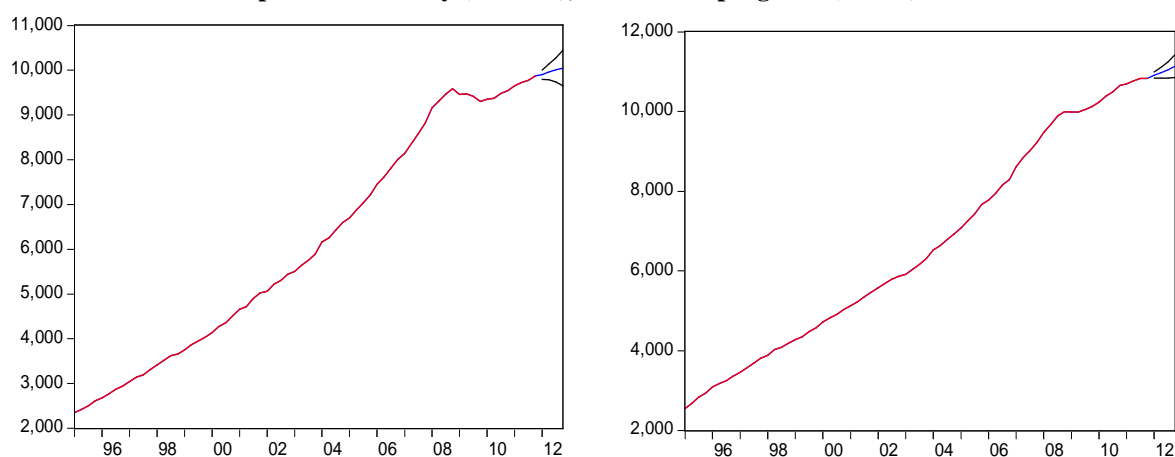
Hodnoty sezónnych indexov pre hrubý disponibilný dôchodok sú nasledovné:

1. pre prvý štvrťrok $Si_1 = 0,958354$,
2. pre druhý štvrťrok $Si_2 = 0,983915$,
3. pre tretí štvrťrok $Si_3 = 0,96591$,
4. pre štvrtý štvrťrok $Si_4 = 1,091821$.

Prenásobením bodovej prognózy z tabuľky č.11 so sezónnymi indexmi dostávame sezónne zaťažujú prognózu, ktorú môžeme interpretovať nasledovne. Hodnota hrubého disponibilného dôchodku na Slovensku bude v roku 2012 v prvom kvartáli 10 458,436 mil. Eur, v druhom kvartáli 10 798,705 mil. Eur, v treťom kvartáli 10 066,373 mil. Eur a v štvrtom kvartáli 12 159,677 mil. Eur.

Priebeh bodových a intervalových prognóz pre konečnú spotrebu domácností a hrubý disponibilný dôchodok na Slovensku pre rok 2012 je zobrazený na grafe č.10.

Graf č.10: Prognóza ex-ante pre konečnú spotrebu domácností a hrubý disponibilný dôchodok (modrá), pôvodné hodnoty (červená), intervalová prognóza (čierna)



Zdroj: ŠÚ SR, vlastné výpočty

Z číselných aj grafických výsledkov prognóz môžeme vyvodit' záver, že konečná spotreba domácností aj hrubý disponibilný dôchodok by mali mať v najbližšom období rastúcu tendenciu, čo je pozitívny záver nielen z ekonomického, ale aj celospoločenského hľadiska.

Záver

V práci sme sa venovali problematike kointegrácie, ktorú sme demonštrovali na príklade spotrebnej funkcie.

Pomocou Engleho-Grangerovaj metódy sa prítomnosť kointegrácie medzi konečnou spotrebou domácností a hrubým disponibilným dôchodkom nepodarilo potvrdiť. Táto skutočnosť bola spôsobená tým, že pri testovaní stacionarity reziduálov z rovnice dlhodobého vzťahu sa používajú prísnejšie MacKinnonove kritické hodnoty. Dôvodom nepotvrdenia kointegrácie medzi premennými mohla byť aj skutočnosť, že ku koncu sledovaného obdobia došlo k veľkým výkyvom a prepadu hodnôt v oboch premenných, čo zapríčinila ekonomická hospodárska kríza. Tento fakt mohol ovplyvniť výsledky prezentovaných testov a tým prijatie chybných záverov.

Johansenova procedúra potvrdila kointegračný vzťah medzi konečnou spotrebou domácností a hrubým disponibilným dôchodkom. Na základe Pantulovho princípu a testovacích štatistík λ_{trace} a λ_{max} sme vybrali model s konštantou v kointegračnej rovnici, pričom sa potvrdila prítomnosť jedného kointegračného vzťahu. Výsledky testov stability modelu a autokorelácie reziduí potvrdili vhodnosť nami použitého modelu s korekčným členom, ktorý sme podrobili prognóze ex-post a následne sme vykonali prognózu ex-ante na najbližšie štyri štvrtroky. Z prognózy vyplýva záver, že po prekonaní hospodárskej krízy sa ekonomika Slovenskej republiky opäť zotavuje, čo indikuje rastúci charakter oboch premenných.

Hlavnou témou tejto diplomovej práce bol komplexný náhľad na problematiku modelovania dlhodobých vzťahov pomocou kointegrácie. Keďže všetky uvedené ciele boli splnené, môžeme konštatovať, že práca splnila svoj účel.

Zoznam použitej literatúry

- [1] ANDO, A., Modigliani F. 1963. *The 'life-cycle' hypothesis of saving: aggregate implications and tests*. American Economic Review. 1963. 53(1), s. 55–84.
- [2] ARTL, J. 1997. *Kointegrace v jednorovnicových modelech*. V Politická ekonomie 45, VŠE Praha, 1997, s. 733-746. ISSN 0032-3233.
- [3] ARTL, J. a kol. 2002. *Některé aspekty spotřební funkce v podmínkách České republiky 90. let (Some aspects of the consumption function in the circumstances of the Czech Republic in the 1990s)*. Politická ekonomie a. 1. Praha 2002.
- [4] ASTERIOU, D., HALL, S.G. 2007. *Applied Econometrics. A modern Approach using EViews and Microfit*. 2.vyd. Huondmills, Basingstoke, Hampshire and New York: Palgrave Macmillan, 2007. s. 394. ISBN 0-230-50640-2.
- [5] BOVER, O. 2006. *Wealth Effects on Consumption: Microeconomic Estimates from a New Survey of Household Finances*. CEPR Discussion Paper No. 5874. London 2006.
- [6] BREDIN, D. and CUTHBERTSON, K. 2001. *Liquidity Effects and Precautionary Saving in The Czech Republic*. Central Bank of Ireland Technical Paper 4/RT/01. Dublin 2001.
- [7] BROWN, T.M. 1952. *Econometrica: Habit persistence and lags in consumer behavior*. The Econometric Society, 1952. 20, pp. 355-371, ISSN 0012-9682.
- [8] CÔTÉ, D., JOHNSON, M. 1998. *Consumer Attitudes, Uncertainty, and Consumer Spending*. Bank of Canada Working Paper 98-16. Ottawa 1998.
- [9] DAVIDSON, J.E.H., HENDRY, D.F., SRBA, F., YEO, J.S. 1978. *Econometric modelling of the aggregate time series relationship between consumers' expenditure and income in the United Kingdom*. Economic Journal, 1978. 88, 661-692. Reprinted in HENDRY, D.F., *Econometrics: Alchemy or Science* (1993).
- [10] DICKEY, D.A., FULLER, W.A. 1979. *Distributions of the Estimators for Autoregressive Time Series with a Unit Root*. Journal of American Statistical Assotiation 74, 1979. s. 427-431.

- [11] DUESENBERY, J.S. 1949. *Income, Saving and the Theory of Consumer Behavior*. United Kingdom: Harvard University Press, 1949. 142 s. ISBN 978-0674447509.
- [12] ENDERS, W. 2004. *Applied Econometrics Time Series*. 2.vyd. Phoenix: John Wiley & Sons, 2004, s. 460. ISBN 0-471-23065-0.
- [13] ENGLE, R.F., GRANGER, C.W.J. 1988. *Co-integration and error correction representation, estimation and testing*. In.: *Econometrica* 55, 1988, s. 251-276.
- [14] FILÁČEK, J. 1999. *Model spotřeby domácností v letech 1994-1998*. V *Finance a úvěr*, 49, Praha, 1999, s. 427-437.
- [15] FRIEDMAN, M. 1957. *A Theory of the Consumption Function*. National Bureau of Economic Research, Inc: Princeton University Press, 1957. 259 s. ISBN 0-691-04182-2.
- [16] GRANGER, C.W.J., LEE, T. 1990. *Multicointegration*. In Rhodes, G.F., Fomby, T.B. (Eds.), *Advances in Econometrics*, vol. 8. JAI Press, Greenwich, CT, 1990, s. 71-84.
- [17] GRANGER, C.W.J., NEWBOLD, P. 1974. *Economic Forecasting: The atheist's viewpoint in G.A Fenton Modelling the economy*. London, Heinemann, 1974. ISSN 1479-8417.
- [18] HALL, R.H., MISHKIN, F.S. 1982. *The Sensitivity of Consumption to Transitory Income: Estimates from Panel Data on Households*. NBER Working Papers 0505, National Bureau of Economic Research, Inc. 1982
- [19] HATRÁK, M. 1995. *Ekonomické metody I*. Ekonomická univerzita v Bratislave, 1995, s. 285, ISBN 80-225-0695-8.
- [20] HENDRY, D.F., UNGERN-STERNBERG, T. 1981. *Liquidity and inflation effects on consumers' expenditure*, in A. S. Deaton (ed.), *Essays in the Theory and Measurement of Consumers' Behaviour*, Cambridge: Cambridge University Press, 1981. Reprinted in Hendry, D. F., *Econometrics: Alchemy or Science?* (1993).
- [21] HUČEK, J. 2002. *Modelovanie príjmov a spotreby obyvateľstva SR*. Univerzita Komenského, Bratislava, Diplomová práca, 2002, s. 62.

- [22] JOHANSEN, S. 1988. Statistical Analysis of Cointegration Vectors. In Journal of Economic Dynamics and Control, 1988, s. 231-254. ISSN 0165-1889.
- [23] JOHANSEN, S., JUSELIUS, K. 1990. *Maximum Likelihood Estimation and Inference on Cointegration, with Applications to the Demand for Money*. Oxford Bulletin of Economics and Statistics 52, 1990, s. 169-210.
- [24] KEYNES, J.M. 1936. *The General Theory of Employment, Interest and Money*. United Kingdom: Palgrave Macmillan, 1936. 472 s. (2007 Edition). ISBN 978-0-230-00476-4.
- [25] KWIATKOWSKI, D., P.C.B. Phillips, P. Schmidt and Y. Shin. 1992. *Testing the Null Hypothesis of Stationarity Against the Alternative of a Unit Root*. Journal of Econometrics, 54, 1992. s. 159-178.
- [26] LUKÁČIK, M., PEKÁR, J. 2006. *Kointegračná analýza v ekonometrii* [elektronický zdroj]. Bratislava : Katedra operačného výskumu a ekonometrie FHI EU, 2006. Dostupné na internete: <<http://www.fhi.sk/files/katedry/kove/veda-vyskum/prace/2006/Lukacik-Pekar2006.pdf>>.
- [27] MacKINNON, J. 1991. *Critical values for Cointegration Tests*. In Long/run Economic Relationships, Oxford: Oxford University Press, 1991, s. 267-276.
- [28] MARČEK, D. 1999. *Ekonometria*. Žilinská univerzita v Žiline, 1999, s. 169, ISBN 80-7100-557-6.
- [29] MARTINEZ-CARRASCAL, C., del RIO, A. 2004. *Household borrowing and consumption in Spain: A VECM approach*. Banco de Espana working paper N. 0421, 2004.
- [30] MODIGLIANI, F., BRUMBERG, R.H. 1954. *Utility analysis and the consumption function: an interpretation of cross-section data*. in Kenneth K. Kurihara, ed., Post-Keynesian Economics, New Brunswick, NJ. Rutgers University Press. 1954 Pp 388–436.
- [31] PANTULA, S.G. 1989. *Testing for unit roots in time series data*. Econometric Theory 5, 1989, s. 256–271.

- [32] PERRON, P. 2006. *Dealing with Structural Breaks*. Palgrave Handbook of Econometrics, K. Patterson and T.C. Mills (eds.), Palgrave Macmillan, 2006. s. 278-352.
- [33] PHILLIPS, P.C.B., P. PERRON. 1988. *Testing for Unit Roots in Time Series Regression*. Biometrika, 75, 1988. s. 335-346.
- [34] PIGOU, A.C. 1943. *The Classical Stationary State*. Economic Journal 53, 1943, s. 343–351.
- [35] PRIESTLEY, M.B. 1988. *Non-linear and Non-stationary Time Series Analysis*. Academic Press, 1988, s. 248. ISBN 0-12-564911-8.
- [36] RUBLÍKOVÁ, E. 2007. *Analýza časových radov*. Iura Edition, Bratislava, 2007, s. 207. ISBN 978-80-8078-139-2.
- [37] SENAJ, M. 2007. *Odhad spotrebnej funkcie pre Slovensko a prognóza spotreby*. Národná banka Slovenska- výskumná štúdia, 2007, s. 36. ISBN 978-80-8043-117-4.
- [38] SIERMINSKA, E., TAKHTAMONOVA, Y. 2007. *Wealth Effects out of Financial and Housing Wealth: Cross Country and Age Group Comparisons*. Federal Reserve Bank of San Francisco working paper 2007-01. San Francisco 2007.
- [39] SINGH, B. 2004. *Modeling real private consumption expenditure-an empirical study on Fiji*. Reserve Bank of Fiji Working Paper, 2004.
- [40] TAKALA, K. 1995. *The Consumption Function Revisited: An Error Correction Model For Finnish Consumption*. Bank of Finland Discussion Papers 20/95. Helsinki 1995.
- [41] www.statistics.sk
- [42] ZELDES, S.P. 1989. *Optimal Consumption with Stochastic Income: Deviations from Certainty Equivalence*. The Quarterly Journal of Economics, MIT Press, vol. 104(2), 1989. pages 275-98.

Prílohy

Príloha č.1

Výstup z programu EViews: Odhad kointegračných rovníc pre dve premenné

Vector Error Correction Estimates

Date: 04/28/12 Time: 10:58

Sample (adjusted): 1996Q2 2011Q4

Included observations: 63 after adjustments

Standard errors in () & t-statistics in []

Cointegrating Eq:	CointEq1	
KSD_SA(-1)	1.000000	
HDD_SA(-1)	-0.935798 (0.01033) [-90.5925]	
C	675.7456 (76.6477) [8.81625]	

Error Correction:	D(KSD_SA)	D(HDD_SA)
CointEq1	0.022990 (0.04780) [0.48099]	0.216656 (0.03714) [5.83312]
D(KSD_SA(-1))	0.240284 (0.13399) [1.79324]	0.264908 (0.10412) [2.54416]
D(KSD_SA(-2))	0.351311 (0.12878) [2.72791]	0.140863 (0.10007) [1.40758]
D(KSD_SA(-3))	0.262717 (0.12619) [2.08198]	-0.101046 (0.09806) [-1.03049]
D(KSD_SA(-4))	-0.486863 (0.13670) [-3.56153]	-0.251016 (0.10623) [-2.36303]
D(HDD_SA(-1))	0.407964 (0.16438) [2.48187]	0.160140 (0.12773) [1.25370]
D(HDD_SA(-2))	-0.071537 (0.17127)	0.086669 (0.13309)

	[-0.41768]	[0.65120]
D(HDD_SA(-3))	0.173205 (0.16952) [1.02172]	0.091163 (0.13173) [0.69203]
D(HDD_SA(-4))	-0.056643 (0.16969) [-0.33380]	-0.430199 (0.13186) [-3.26250]
R-squared	0.611111	0.608059
Adj. R-squared	0.553498	0.549994
Sum sq. resids	147632.5	89147.02
S.E. equation	52.28704	40.63091
F-statistic	10.60715	10.47200
Log likelihood	-333.8125	-317.9227
Akaike AIC	10.88294	10.37850
Schwarz SC	11.18910	10.68466
Mean dependent	114.1895	122.9024
S.D. dependent	78.24965	60.56859
Determinant resid covariance (dof adj.)		3273576.
Determinant resid covariance		2405076.
Log likelihood		-641.6187
Akaike information criterion		21.03551
Schwarz criterion		21.74989