

EKONOMICKÁ UNIVERZITA V BRATISLAVE
FAKULTA HOSPODÁRSKEJ INFORMATIKY

Evidenčné číslo: 103006/I/2019/36086129774451204

STOCHASTICKÁ ANALÝZA VPLYVU UNISEX
ÚMRTNOSTI NA DÔCHODKOVÉ POISTENIE

Diplomová práca

2019

Bc. Adriana Dejová

EKONOMICKÁ UNIVERZITA V BRATISLAVE
FAKULTA HOSPODÁRSKEJ INFORMATIKY

STOCHASTICKÁ ANALÝZA VPLYVU UNISEX
ÚMRTNOSTI NA DÔCHODKOVÉ POISTENIE

Diplomová práca

Študijný program:	Aktuárstvo
Študijný odbor:	3.3.24 Kvantitatívne metódy v ekonómii
Školiace pracovisko:	Katedra matematiky a aktuárstva
Vedúci záverečnej práce:	doc. RNDr. Mária Bilíková, PhD

Bratislava 2019

Bc. Adriana Dejová

Čestné vyhlásenie

Čestne vyhlasujem, že záverečnú prácu na tému stochastická analýza vplyvu unisex na dôchodkové poistenie som vypracovala samostatne a že som uviedla všetku použitú literatúru

Dátum:

.....
Bc. Adriana Dejová

PodĎakovanie

V prvom rade by som sa chcela poĎakovať mojej vedúcej diplomovej práce doc. RNDr. Márii Bilíkovej, PhD. za jej odbornú pomoc, čas a cenné rady, ktoré mi poskytovala pri mojej diplomovej práci. Taktiež by som sa chcela veľmi poĎakovať mojej rodine za podporu, trpezlivosť, pevné nervy, hlavne tatinovi a krstnej vĎaka ktorým som to zvládla a boli pre mňa motiváciou. Babke a dedkovi, že prežívali každú skúšku a zápočet viac ako ja a emocionálne ma veľmi podporovali.

V neposlednom rade by som sa chcela poĎakovať Lenke M., ktorá ma vždy podporovala, stála pri mne a verila vo mňa., môjmu priateľovi, ktorý pri mne stál a bol mojim motorom s pevnými nervami a všetkým ľuďom z Meteoritu, ktorí stáli pri mne a podporovali ma celý čas (Veronika K, Janka H, Anežka K, Barborka Ď.)

ABSTRAKT

DEJOVÁ, Adriana: Stochastická analýza vplyvu unisex úmrtnosti na dôchodkové poistenie – Ekonomická univerzita v Bratislave. Fakulta hospodárskej informatiky: Katedra matematiky a aktuárstva – Vedúci záverečnej práce: doc. RNDr. Mária Bilíková, Phd. - Bratislava: FHI EU, 2019 počet strán 56 s.

Cieľom diplomovej práce je urobiť stochastickú analýzu vplyvu unisex úmrtnosti na dôchodkové poistenie. Prácu rozdelíme do štyroch kapitol. Obsahuje 12 tabuliek, 15 grafov. V prvej kapitole sa budeme venovať súčasnému stavu životného poistenia, postupnému vývoju životného poistenia. Charakterizujeme a vysvetlíme poistné riziko, riziko dlhovekosti, úmrtnosť a dôchodkový systém na Slovensku. V druhej a tretej kapitole diplomovej práce, budeme popisovať cieľ práce a metódy, ktoré sme použili aby sme dosiahli cieľ. Pre dosiahnutie hlavného cieľa, musíme použiť niekoľko čiastočných cieľov. Tretia kapitola sa zameriava na metodiku práce. Bude obsahovať stochastické modely, ich charakteristiku a výpočty. Budeme sa venovať dôchodkom, nákladom, peňažným tokom a súčasnej hodnote dávok. Vyberieme si na analýzu úmrtnosti stochastický model – Lee Carterov model, s ktorým budeme pracovať. Štvrtá kapitola sa zameria na aplikáciu Lee Carterovho modelu pre historické dáta a na vytvorenie simulácie budúcich vývojev miery úmrtnosti. Vytvoríme si fiktívne modelové portfólio poistných zmlúv. V ďalšej časti vypočítame čisté peňažné príjmy a súčasné hodnoty pre vybrané poistky aj pre celé modelové portfólio. Všetky výpočty budeme robiť pre mužov, ženy a pre obe pohlavia spolu. Výsledky budú ovplyvňované úmrtnosťnými tabuľkami pre pohlavie zvlášť a úmrtnosťnými tabuľkami podľa gendru.

Kľúčové slová :

stochastická analýza, Lee Carterov model, životné poistenie, technické rezervy, dôchodkové poistenie, modelovanie úmrtnosti, antidiskriminačný zákon

ABSTRACT

DEJOVÁ, Adriana: Stochastic analysis of the impact of unisex mortality on pension insurance – Economic University of Bratislava. Faculty of Economic Informatics: Department of Mathematics and Actuarial Science – Chairman of the final thesis: doc.RNDr. Mária Bilíková, FHI EU, 2019 number of pages 56.

The aim of our master thesis is to create a stochastic analysis of the impact of unisex mortality on pension insurance. The thesis is divided into four chapters containing 12 charts, 15 graphs. In the first chapter the focus is kept on the current status of the life insurance and the gradual evolution of the life insurance. We characterize and explain technical reserves, insurance risk, longevity risk, mortality and pension system in Slovakia. In the second and third chapter of our work, we will describe the goal of the work and the methods we have used to reach our goal. To achieve our main goal, we need to use a few partial goals. The third chapter is more extensive because it focuses only on the methodology of our work. It includes stochastic models, their characteristics and calculations. We pay attention to pensions and costs. We choose a stochastic model for the mortality analysis - The Lee-Carter model to work with. Cash flows and technical analyses, on which we will look closely are very important for us as well. The fourth chapter focuses on the application of Lee-Carter model for historical data and on the creation of the simulation of future evolution of mortality rates. We will create our own portfolio of insurance contracts. In the next part we will calculate net cash income and technical reserves for our portfolio. All calculations will be done for men, women and unisex.

Key words:

stochastic analysis, Lee-Carter model, life insurance, technical reserves, pension insurance, mortality modeling, anti-discrimination law

Obsah

Úvod	10
1 Súčasný stav riešenej problematiky doma a v zahraničí	12
1.1 Životné poistenie	12
1.2 Poistné riziko a riziko dlhovekosti	16
1.3 Dôchodkový systém na Slovensku	17
1.3.1 Dôchodková reforma	18
1.4. Dôchodky v životnom poistení	18
1.4 Úmrtnosť	19
1.5 Vplyv pohlavia na životné poistenie	20
1.5.1 Antidiskriminačný zákon	20
2 Cieľ práce	21
3 Metodika práce a metódy skúmania	22
3.1 Stochastické modely úmrtnosti	22
3. 2 Lee Carterov model a kohorný efekt	24
3.2.1 Lee-Carterov model	25
3.2.2 Prognóza úmrtnosti	26
3. 2. 2 Miera úmrtnosti	27
3.2.3 Úmrtnostné tabuľky a antidiskriminačný zákon	27
3.2.4 Funkcie úmrtnostnej tabuľky	29
3.2.4 Komutačné čísla	29
3. 3 Výpočet predikcie úmrtnosti v LCM	30
3. 4 Dôchodky	31
3.4.1 Dôchodky vyplácané m-krát ročne	32
3. 5 Náklady	32
3.6.1 Peňažné toky a súčasná hodnota	33
4 Výsledky práce a diskusia	36

4.2 Lee Carterov model – kalibrácia parametrov	39
4.2.1 Prognóza pravdepodobnosti úmrtia	42
4.3 Aplikácia stochasticky modelovanej úmrtnosti v aktuárskych výpočtoch	44
4.3.1 Modelové portfólio	44
4.3.2 Súčasná hodnota dávok pre vybrané poistky a portfólio	48
4.3.3 Modelovanie portfólia poistiek pomocou simulácii	51
Záver	53
Použitá literatúra	55

Úvod

Väčšina populácie sa nezaujíma o svoj budúci dôchodok. Spoliehajú sa, že ich zabezpečí štát. V takomto prípade nastáva demografický problém. Každý rok sa rodí menej ľudí a úmrtnosť klesá. Čo znamená, že o pár rokov nám nebude mať kto prispievať na dôchodky.

Životné poistenie má veľmi veľký význam v ekonomickom živote každej krajiny. Čím má väčší ekonomický rozvoj daná krajina, tým má väčší význam životné poistenie. Životné poisťovne sú finančné inštitúcie, ktoré v jednotlivých štátoch akumulujú finančné prostriedky obyvateľstva a pre štáty s rozvinutým trhom životného poistenia sú aj veľmi významným kapitálovým investorom. Životná poisťovňa poisťuje verejnosť proti riziku, ktoré sa viaže na úmrtnosť, dožitie a choroby. V prípade ak nastane poistná udalosť, poisťovňa vyplatí poistencovi poistné plnenie.

Na začiatku musí poisťovňa vytvoriť produkty, alebo zmluvy životného poistenia, ktoré sa rozhodne predávať. Aktuár v životnej poisťovni upisuje, oceňuje produkty a robí aktuárske analýzy (ohodnocovanie prebytku, ohodnocovanie aktív a pasív a taktiež solventnosť a finančný stav životnej poisťovne).

Na trhu životného poistenia má veľmi významnú úlohu miera inflácie a volatilita úrokových mier. Čím je vyššia inflácia a čím sú kolísavejšie úrokové miery, tým viac zneistujú potencionálnych poistencov, ktorí chcú investovať do životného poistenia. Rast reálnych príjmov obyvateľstva ovplyvňuje predaj produktov životného poistenia. Ďalší faktor, ktorý ovplyvňuje životné poistenie je vládna politika. Spôsobuje to zmena úlohy štátu v oblasti sociálnej a dôchodkovej politiky. Za hlavný dôvod sa môže chápať prechod od paternalistického prístupu k sociálnej starostlivosti k spoluzodpovednosti jednotlivcov za svoju budúcnosť a budúcnosť rodiny.

V prvej časti diplomovej práce sa zameriame na charakteristiku životného poistenia, úmrtnosti v životnom poistení, predovšetkým v dôchodkovom poistení. V práci sa zameriame na jednotlivé úmrtia zvlášť pre mužov, pre ženy a pre obe pohlavia spolu (unisex). Ukážeme, ako vplýva jednotná úmrtnostná tabuľka na jednotlivé pohlavia. Opíšeme a charakterizujeme faktory, ktoré ovplyvnili rozhodnutie zákazu diskriminácie podľa pohlavia. Ako vstupné údaje pre úmrtnosť v Slovenskej republike použijeme dáta, ktoré poskytuje Štatistický úrad. Taktiež poukážeme na riziko dlhovekosti.

V ďalšej časti charakterizujeme stochastické modely úmrtnosti a následne vyberieme jeden model (Lee Carterov). Aplikáciou zvoleného modelu na historické dáta budeme môcť urobiť simulácie na budúci vývoj miery úmrtnosti. Zostavíme úmrtnostné tabuľky pre historické údaje unisex. Vytvoríme modelové portfólio fiktívnej poisťovne pre doživotné dôchodky. Modelové portfólio bude obsahovať vstupné údaje ako vek poistenca, dobu platenia poistenia, pohlavie, mesačný dôchodok. Simulácie neskôr aplikujeme na výpočet súčasnej hodnoty pre dané modelové portfólio.

Cieľom práce je stochastická analýza vplyvu unisex úmrtnosti na dôchodkové poistenie. V práci sa budeme venovať zákazu diskriminácie podľa pohlavia. Všetky výpočty budeme porovnávať medzi pohlavím spolu (unisexom) a individuálnymi pohlaviami. Vysvetlíme si čo je úmrtnosť, úmrtnostné tabuľky, modely úmrtnosti. Budeme charakterizovať stochastické modely a následne si vyberieme jeden, ktorý aplikujeme. Na záver práce vypočítame peňažné toky, súčasné hodnoty pre zvolenú poistku, aj pre celé portfólio. Porovnáme ako ovplyvňujú spoločné úmrtnostné tabuľky peňažné toky a súčasnú hodnotu pre historickú a simulovanú úmrtnosť portfólia.

1 Súčasný stav riešenej problematiky doma a v zahraničí

Životné poistenie sa môže charakterizovať ako jeden z pilierov národného hospodárstva, ktorého hlavnou funkciou je udržiavať životnú úroveň obyvateľov v prípade nastatia nepriaznivých udalostí. Poistovne garantujú, že v prípade ak nastane poistné plnenie, budú schopné vyplatiť vopred stanovenú poistnú sumu. Poistovne naakumulujú množstvo kapitálu v technických rezervách, ktoré investujú na finančných trhoch.

Začiatky postenia a poistovní siahajú ďaleko do histórie. Ľudia si už v minulosti uvedomovali, že sami sa nedokážu ubrániť udalostiam, ktoré spôsobia prírodné sily, alebo nežiaducim účinkom, ktoré spôsobili ľudia. V Európe sa životné poistenie objavilo v 15. storočí v Stedomorí. Kupci si poistoval svoj tovar proti poškodeniu ku ktorému patrili aj otroci. Museli ich poistiť proti riziku ochorenia, alebo úmrtia. Životné poistenie sa rozširovalo hlavne medzi šľachtou a bohatými kupcami, ktorí si poistovali svoj život pri cestách do svätej zeme. Poistenie slúžilo ako záruka v prípade zajatia Turkami. Neskôr sa postenie prehlbilo na rozvoj úverovania pri obchodovaní.

V 16.storočí začali vznikať spoločnosti, kde vznikala činnosť spojená s poistením ako napríklad hodnotenie rizika, písanie zmluvy a podobne. V roku 1688 vznikla v Londýne prvá moderná poistovňa, ktorá ponúkala najmä námorné poistenie a od konca 17. storočia začala ponúkať aj životné poistenie.¹

1.1 Životné poistenie

„Životné poistenie má veľký význam v ekonomickom živote akejkolvek krajiny. Čím je ekonomicky rozvinutejšia krajina, tým je väčší význam životného poistenia. Najdôležitejšou úlohou nielen v ekonomickom zabezpečení jednotlivcov, ale aj v ekonomickom rozvoji krajiny, kde najvýznamnejšia je mobilizácia sporenia obyvateľstva. Životné poistovne sú teda finančné inštitúcie, ktoré akumulujú prostriedky obyvateľstva

¹ RYŇÍK, Jozef.Dejiny poistenia[elektronický zdroj].Bratislava, 2010.[2019-29-04]. Dostupné na <https://poistovne.sk/25110-sk/historia-poistovnictva.php>

a v štátoch s rozvinutým trhom životného poistenia sú aj významným kapitálovým investorom.^{“2}

Hlavným cieľom je poistenie základných rizík a dosiahnutie zisku pri daných trhových podmienkach. Z technického hľadiska je najdôležitejšou úlohou je ohodnocovanie produktov. „Aktuár plní v životnej poisťovni dve základné úlohy. Prvá úloha je oceňovanie produktov životného poistenia. Výsledkom je poistné, ktoré poistník zaplatí poisťovni. Druhá úloha je pozorovanie a analýza súvisiaca s tvorbou rezerv na prevzaté riziká a fondy, ktoré umožnia poisťovni plniť všetky svoje záväzky.“³ Medzi aktíva poisťovne patrí poistné, ktoré zaplatia poistenci poisťovni a poisťovňa ich investuje ďalej. Pasíva môžeme chápať ako záväzky poisťovne voči svojim poistencom, ktoré vyplývajú z povinnosti poskytnúť poistné plnenie. Vznik poistnej udalosti môžeme charakterizovať ako náhodný jav. Poistnú udalosť predpokladáme s nejakou pravdepodobnosťou. Jednou z hlavných úloh aktuárskej matematiky je vyvíjanie modelov, ktoré sa použijú pri vytváraní poistných produktov. V Európe sa považujú za najväčšie poistné krajiny Francúzsko, Nemecko, Veľká Británia a Taliansko.

Na Slovensku sa objavili prvé zmienky o poisťovníctve medzi 17. a 18. storočím. Prvá slovenská poisťovacia spoločnosť bola založená v Žiline v roku 1919 a vzápätí na to v roku 1920 v Bratislave, kde sa zlúčili dve poisťovne – Prvá slovenská poisťovňa a Prvá uhorská všeobecná poisťovňa. V roku 1939 mala vedúce postavenie poisťovňa Tatra, ktorá prebrala poistné kmene českých poisťovní, ktoré pôsobili na Slovensku. Počas druhej svetovej vojny boli na Slovensku 4 poisťovne : Tatra, Karpatia, Slovenská poisťovňa a skupina zahraničných poisťovní. „V roku 1949 pokračovala v monopole Česko-slovenská poisťovňa. Na dobu viac než 40 rokov definitívne zanikla na poli poistenia konkurencia, ktorá sa začala obnovovať po páde minulého režimu.“⁴ Demonopolizácia poistného trhu začala v roku 1990 v Slovenskej a Českej republike. Od roku 1991 do roku 1993 fungovala Česko-slovenská asociácia poisťovní. V tejto asociácii bolo 13 združených poisťovní:

- Česká poisťovňa, a.s,
- Nationale – Nederlanden životných poisťovní, a.s,
- Exportná garančná a poisťovacia spoločnosť, a.s,

² SAKALOVÁ, Katarína. Oceňovanie produktov v životnom poistení. 1. vyd. Bratislava: Ekonóm, 2001.7.s. ISBN 9788022513500

³ SAKALOVÁ, Katarína. Aktuárske analýzy. 1. vyd. Bratislava: Ekonóm, 2006.9s. ISBN 8022521159

⁴ MITTAŠ, Marek. História poisťovníctva – dejiny hľadania istoty!. [elektronický zdroj]. Bratislava: Next future, 2014. [2019-04-29].

- Allianz poisťovňa, a.s,
- Kooperativa, a.s,
- Slovenská poisťovňa, a.s,
- Poisťovňa Otčina, a.s
- Union, a.s,
- Slovenská investičná poisťovňa, a.s,
- Ergo, a.s,
- Spoločnosť pre poistenie exportných úverov, a.s.

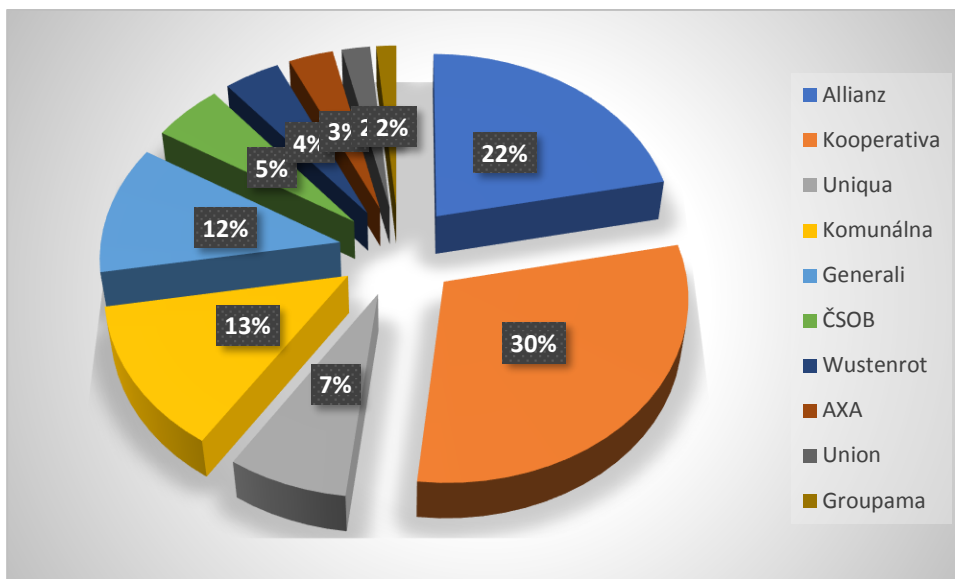
V roku 1993 sa Slovenská republika osamostatnila od Českej republiky. Čo spôsobilo, že v roku 1994 vznikla slovenská asociácia poisťovní. Ku koncu roka 1996 na poistnom trhu bolo 12 poisťovní a slovenská asociácia mala 9 členov

- Slovenská poisťovňa, a.s,
- Kooperativa, družstevná poisťovňa, a.s,
- Poisťovňa Otčina, a.s,
- Union, a.s,
- Slovenská investičná poisťovňa, a.s,
- Ergo, a.s,
- Spoločnosť pre poistenie exportných úverov, a.s,
- Česká poisťovňa – Slovensko a.s,
- Allianz poisťovňa – obchodné zastupiteľstvo
- Komunálna poisťovňa, a.s,
- GERLING a.s,
- Vzájomná životná poisťovňa, a.s.

K roku 2000 bola odobratá licencia Všeobecnej ľudovej poisťovni, a.s. Celkový počet poisťovní na Slovensku bolo 29 a v Slovenskej asociácii bolo združených 24 poisťovní. V roku 2001 sa poisťovňa Otčina, a.s. zmenila svoje obchodné meno na UNIQUA poisťovňa a.s. V roku 2002 bol rovnaký počet poisťovní ako v roku 2000 a počet združených poisťovní v Slovenskej asociácii bolo 23. V roku 2006 začal trh so životným poistením opäť rásť.

Dnes máme na Slovensku 35 poisťovní a pobočiek zahraničných poisťovní, ktoré vykonávajú poisťovaciu činnosť. Poisťovní, ktoré sa zameriavajú na životné poistenie je

dvadsať. Na nižšie uvedenom grafe máme zobrazený podiel 10 najlepších životných poisťovní v roku 2018.



Graf 1 Podiel životných poisťovní

Zdroj: Národná Banka Slovenska⁵

Základná myšlienka životného poistenia bola aby sa zabezpečila určitá časť finančných zdrojov pre rodinu v prípade úmrtia. Základom životných produktov je vhodné moderné životné poistenie, ktorým osoba získa na jednej strane istotu, že ak zomrie pozostalí budú zabezpečení a ak sa dožije určitého veku, vyplátí sa jej dohodnutá poistná suma. Postavenie a význam životného poistenia záleží jednotlivu od krajín podľa ekonomických možností obyvateľstva. Od ich názoru na život, na životné poistenie a od uplatňovaného systému dôchodkového zabezpečenia, ktorý ponúka štát. 1.5.2001 sa stala Slovenska republika súčasťou Európskej únie, od tohto dňa sa slovenský poistný trh stal súčasťou jednotného poistného trhu Európskej únie.

Počas svojej existencie musí každá životná poisťovňa aspoň raz za rok určiť hodnotu svojich aktív, pasív a analyzovať prebytok.

⁵ Subjekty finančného trhu. [elektronické zdroje]. Bratislava: Národná banka Slovenska, 2018.[2019-04-29]. Dostupné na: https://subjekty.nbs.sk/?aktdinput=&aa=select_sector&bb=3&cc=&qq=

1.2 Poistné riziko a riziko dlhovekosti

Hlavným predmetom činnosti poisťovne je preberanie rizika svojich klientov. Tak ako klienti aj poisťovne sú vystavené rizikám. Riziko sa dá definovať rôznymi spôsobmi, pretože sa na dané riziko môžeme pozeráť rôzne. Poistné riziko môže viesť k vzniku poistnej udalosti. V práci sa zameriavame na riziko úmrtnosti a dlhovekosti, ktoré môžeme charakterizovať ako riziko straty alebo nepriaznivej hodnoty v zmene poistných záväzkov, ktoré vyplývajú zo zmien v úrovni úmrtnosti, ak k zvýšeniu hodnoty poistných zmlúv vedie znížene úmrtnosti. Toto riziko predpokladá, že úmrtnosť poistených osôb bude menšia ako je očakávaná úmrtnosť z úmrtnostných tabuliek. Riziko dlhovekosti je veľmi významné najmä v prípade doživotných dôchodkov.

Ak sa poistenci dožijú vyššieho veku ako poisťovne očakávajú, bude to viesť k dlhšiemu vyplácaniu dôchodku. Pre životné poisťovne a penzijné fondy je veľmi dôležité, aby mali čo najnovšie dáta a zmeny miery úmrtnosti a dlhovekosti, aby sa dali čo najpresnejšie vypočítať výšky dôchodkov, aby poisťovne dokázali pokryť svoje budúce záväzky voči poistencom. Najväčší problém pri dlhovekosti je, že nepoznáme vek, ktorého sa poistenci budú v budúcnosti dožívať.

- trhové riziká,
- operačné riziká,
- riziko zlyhania protistrany,
- upisovacie riziká,
- riziko dlhovekosti,
- riziko úmrtnosti,
- riziko invalidity,
- rezervné riziká,
- riziko ukončenia zmlúv.

1.3 Dôchodkový systém na Slovensku

Dôchodkový systém v Slovenskej republike patrí k jedným z piatich typov sociálneho poistenia. Sociálne poistenie podľa zákona č.461/2003 Z.z. sa delí na:

1. Nemocenské poistenie – poistenie v prípade straty príjmu zo zárobkovej činnosti a zabezpečenie príjmov v prípade dočasnej práce neschopnosti.
2. Dôchodkové poistenie
 - Starobné poistenie je poistenie pre prípad zabezpečenia príjmu v starobe ,
 - Invalidné poistenie pre prípad neschopnosti vykonávať zárobkovú činnosť v prípade dlhodobého nepriaznivého zdravotného stavu.
3. Úrazové poistenie pre prípad poškodenia zdravia alebo pre prípad smrti v dôsledku pracovného úrazu alebo choroby z povolania.
4. Garančné poistenie v prípade platobnej neschopnosti zamestnávateľa na uspokojenie nárokov zamestnanca, úhrada príspevkov na starobné dôchodkové sporenie v prípade nezaplatenia zamestnávateľom do základného fondu na starobné dôchodkové sporenie.
5. Poistenie v prípade nezamestnanosti v prípade straty príjmu z činnosti zamestnanca a na zabezpečenie príjmu v dôsledku nezamestnanosti.⁶

Na Slovensku máme dva podsystemy:

1. Starobné poistenie na zabezpečenie príjmu v starobe a v prípade smrti. Patrí sem (starobný, vdovský, sirotsky dôchodok).
2. Invalidné poistenie v prípade neschopnosti vykonávať zárobkovú činnosť v dôsledku dlhodobého nepriaznivého zdravotného stavu alebo pre prípad smrti.

⁶ MITTAŠ, Marek. História poisťovníctva – dejiny hľadania istoty!. [elektronický zdroj]. Bratislava: Next future, 2014. [2019-04-29].

1.3.1 Dôchodková reforma

V rokoch 2004 a 2005 sa realizovala dôchodková reforma na Slovensku, kde sa čiastočne transformovala dávkovo definovaná schéma na príspevkovo definovanú schému. Táto reforma zmenila v dôchodkovom systéme jednopiliérový systém na dôchodkový systém ktorý sa skladá z 3 pilierov.

Prvý dôchodkový pilier s dávkami

Je založený na princípe, kde každý občan povinne odvádza časť svojho príjmu. Prvý pilier zakrýva veľkú časť ekonomicky aktívnych obyvateľov, ktorí vykonávajú zárobkovú činnosť

Druhý pilier

Je veľmi úzko prepojený s prvým pilierom Jeho podstata je, že sporiteľovi, ktorý vstúpil do tohto piliera sa odvádza na osobný dôchodkový účet určitý príspevok. Sporenie do tohto piliera nie je povinné.

Tretí dôchodkový pilier

Nazýva sa aj dobrovoľné dôchodkové sporenie. Príspevok do tohto piliera nesúvisia s prvým, druhým prípadne ani s prvým a druhým pilierom. Účastníkom tohto sporenia môže byť ktorákoľvek osoba, ktorá dovŕšila 18 rokov. Zamestnávateľ zamestnanca nie je povinný prispievať do tohto piliera.

1.4.Dôchodky v životnom poistení

Dôchodok môžeme charakterizovať ako postupnosť platieb v určitých časových intervaloch (napr. mesačne, ročne). Pravidelná výplata dôchodku poistencovi počas celého života alebo počas vopred stanoveného obdobia sa nazýva dôchodok resp. dávka.

Dôchodky sa rozdeľujú podľa:

1. Termínu platieb

- Predlehotný dôchodok - Platby sa uskutočnia na začiatku roka., x ročná osoba sa poistí tak, aby dostávala na začiatku roka p.j, pokiaľ bude nažive.

- Polehotný dôchodok sa označuje. Platby sa uskutočnia na konci roka, x ročná osoba sa poistí tak, aby na konci roka dostávala p_j , pokiaľ bude nažive.
2. Doba trvania
 - Dočasný dôchodok, x ročná osoba sa poistí, aby dostávala na začiatku roka $1p_j$, pokiaľ bude nažive najviac však n rokov.
 - Doživotný dôchodok, ktorý sa označuje, x ročná osoba sa poistí tak, aby dostávala na konci roka p_j , pokiaľ bude nažive.
 3. Interval medzi jednotlivými platbami
 - Platený ročne
 - Platený m -krát ročne (štvrtročne, polročne, mesačne), môžeme ho charakterizovať ako predlehotný dočasný dôchodok x ročnej osoby, platený m -krát ročne a trvajúci n rokov.
 4. podľa začiatku vyplácania
 - Bezprostredný
 - Odložený

1.4 Úmrtnosť

Úmrtnosť sa definuje ako proces umierania. Okamih úmrtia je náhodný jav, ktorý je opísaný s použitím pravdepodobnostných nástrojov. Ak k úmrtnosti pridáme chorobnosť potom úmrtnosť môžeme charakterizovať ako zdravotný stav populácie. Existujú dva stavy, ktoré sa označujú ako živý a mŕtvy, pričom každá poisťovňa vie presne určiť v ktorom stave sa nachádza poistenec. Úmrtnosť je ovplyvnená rôznymi faktormi, a to:

- genetika – vrodené chyby, vyššia úmrtnosť mužov,
- sociálnoekonomické faktory- životná úroveň, zdravie a starostlivosť, vzdelávanie,
- ekologické faktory- životné prostredie, podnebie.

„Predpoklady o úmrtnosti by mali reprezentovať očakávanú úmrtnosť tých, ktorí uzavru daný poisťný kontrakt. Východiskovým bodom pri výbere predpokladov, ktoré sa týkajú mortality by malo byť teda štúdium posledných úmrtnostných tabuliek týkajúcich sa

príslušného typu kontraktu.“⁷ Úmrtnostným tabuľkám sa budeme viac venovať v tretej kapitole práce.

1.5 Vplyv pohlavia na životné poistenie

Pohlavie môžeme považovať za jeden z najdôležitejších faktorov, ktorý ovplyvňuje životné poistenie. Pri mužoch je vyššia úroková miera úmrtia oproti ženám. Od histórie platí, že muži umierajú v skoršom veku ako ženy. Pre poisťovne bola úmrtnosť mužov väčšie riziko, ako úmrtnosť žien. Z dôvodu väčšej miery rizika boli nastavené pre mužov iné podmienky pri uzatváraní poistnej zmluvy ako u žien. Muži platili vyššie dávky, vytvárali sa pre nich väčšie technické rezervy. Zhoršené podmienky pre mužov viedli k problematike diskriminácie podľa pohlavia.

1.5.1 Antidiskriminačný zákon

Diskriminácia podľa pohlavia bola problematika pre mnohé oblasti života. Európa si zakladá na politickej korektnosti. Preto vydala smernicu, ktorá zakazuje rozdiely medzi mužmi a ženami. Pre poistný trh platila výnimka. Súdny dvoj Európskej únie túto výnimku zrušil a od 21. decembra 2012 ju označil za neplatnú, pretože je nezlučiteľná s 21 a 23 článkom Charty základných práv Európskej únie. Rada Európskej únie vydala smernicu 2004/113/ES „Gender smernica“ za účelom odstránenie diskriminácie. V danej smernici sa zaviedla rovnaká výška poistného pre mužov aj pre ženy, čo malo pomôcť zabezpečiť rovnoprávnosť medzi pohlaviami. Pre poisťovne to znamená, že nemôžu používať úmrtnostné tabuľky pre mužov a ženy, ale musia používať zjednotené tabuľky úmrtnosti.

Zavedenie spoločných úmrtnostných tabuliek spôsobí pre poisťovne veľké zmeny hlavne vo výške poistného. „Gender smernica“ sa musela zaviesť do praxe vo všetkých členských štátoch do 1. marca 2013. Slovenská asociácia poisťovní sa vyjadrila, k antidiskriminačnému zákonu.⁸

⁷ SAKALOVÁ, Katarína. Oceňovanie produktov v životnom poistení. 1. vyd. Bratislava: Ekonóm, 2001. 51. s. ISBN 9788022513500

⁸ Doplnenie antidiskriminačného zákona 365/2004 Z.z. a zákona o poisťovníctve 39/2015 Z.z. Dostupné na: <https://www.noveaspi.sk/products/lawText/1/83691/1/2>

2 Cieľ práce

Cieľom práce je uskutočniť stochastickú analýzu vplyvu unisex úmrtnosti na dôchodkové poistenie. Miera úmrtnosti je najdôležitejší faktor v poisťovniach.. Muži majú väčšiu pravdepodobnosť úmrtia ako ženy, preto sa im vytvárajú väčšie technické rezervy aj poisťné. Poisťovne nepoužívajú úmrtnostné tabuľky individuálne podľa pohlavia, ale používajú zjednotené tabuľky úmrtnosti. Od roku 2013 začal platiť antidiskriminačný zákon. Jednotlivé výpočty budeme analyzovať z aktuárskeho pohľadu a podľa gender smernice.

Ciele si zhrnieme do bodov:

- vysvetliť základné definície a charakteristiky,
- vysvetliť a popísať rizika poisťovne a riziko dlhovekosti,
- charakterizovať stochastické modely,
- charakterizovať dôchodky a ich výpočty,
- stochasticky modelovať úmrtnosť,
- vypočítať peňažné toky a súčasnú hodnotu dávky,
- porovnať výsledky medzi unisexom, ženami a mužmi,
- prognózovať úmrtnosť.

3 Metodika práce a metódy skúmania

V metodike a v praktickej časti sa budeme zameriavať na stochastické prístupy a dôchodkové poistenie. Vysvetlíme nami zvolený stochastický model (Lee Carterov model), jeho predikciu, charakterizujeme rezervy, ich výpočty, peňažné toky a súčasnú hodnotu, náklady, dôchodky.

3.1 Stochastické modely úmrtnosti

Stochastický prístup sleduje náhodnosť úmrtností. Zameriava sa predovšetkým na náhodné premenné ukazujúce minulé úmrtnosť. Nazývame ich pozorované miery úmrtnosti a odhady budúcej úmrtnosti, ktoré nazývame predpovedané miery úmrtnosti. Čo znamená, že pre stochastický model je počet úmrtí náhodná veličina. Stochastická projekcia úmrtnosti zahŕňa bodové a intervalové odhady budúcich úmrtností a ďalších demografických ukazovateľov.

V praxi sa využíva viacero modelov, ktoré sa začali objavovať v priebehu posledných niekoľko desaťročí a zaoberajú sa odhadom dlhovekosti a budúceho rizika úmrtnosti. Veľké množstvo týchto modelov sa vylepšilo alebo boli rozšírené o niekoľko ďalších parametrov. Jeden z parametrov, ktorý ovplyvňuje model je kohortný efekt. Všetky stochastické modely majú spoločnú charakteristickú črtu – modely časových radov, ktorých parametre odhadujeme na základe historických údajov.

Niektoré modely by mohli poisťovňu stáť veľké finančné prostriedky a dokonca sa nedajú vždy ľahko používať v praxi. Kvôli týmto dôvodom je pre poisťovňu dôležité aby si určila kritéria na výber vhodného modelu.

- Tolerancia neistoty parametra.
- Ak by boli modely vo všetkých kritériách rovnaké, berieme do úvahy projekt, ktorý sa dá najľahšie použiť.
- Schopnosť modelu generovať odhady percentilov.
- Ak by boli modely vo všetkých kritériách rovnaké, tak model s menším počtom parametrov je výhodnejší.
- Začlenenie kohortného efektu.

Nasledujúca tabuľka opisuje najčastejšie stochastické modely úmrtnosti

Tabuľka 1 Stochastické modely úmrtnosti

Model	Vzorec
M1	$\ln m(x, t) = \beta_x^{(1)} + \beta_x^{(2)} \kappa_t^{(2)}$
M1A	$\ln m(x, t) = \beta_x^{(1)} + \beta_x^{(2)} \kappa_t^{(2)} + \beta_x^{(3)} \kappa_t^{(3)}$
M2	$\ln m(x, t) = \beta_x^{(1)} + \beta_x^{(2)} \kappa_t^{(2)} + \beta_x^{(3)} \gamma_{t-x}$
M3	$\ln m(x, t) = \beta_x^{(1)} + \kappa_t^{(2)} + \gamma_{t-x}$
M4	$\ln m(x, t) = \sum_{i,j} \theta_{ij} B_{ij}^{xy}(x, t)$
M5	$\text{logit } q(x, t) = \kappa_t^{(1)} + \kappa_t^{(2)} (x - \bar{x})$
M6	$\text{logit } q(x, t) = \kappa_t^{(1)} + \kappa_t^{(2)} (x - \bar{x}) + \gamma_{t-x}$
M7	$\text{logit } q(x, t) = \kappa_t^{(1)} + \kappa_t^{(2)} (x - \bar{x}) + \kappa_t^{(3)} b(x) + \gamma_{t-x}$
M8	$\text{logit } q(x, t) = \kappa_t^{(1)} + \kappa_t^{(2)} (x - \bar{x}) + \gamma_{t-x} (x_c - x)$
M9	$\ln m(x, t) = \beta_x^{(1)} + \kappa_t^{(1)} + \kappa_t^{(2)} (\bar{x} - x) + \kappa_t^{(3)} (\bar{x} - x)^+ + \gamma_{t-x}$
M10	$\ln m(x, t) = \beta_x^{(1)} + \kappa_t^{(1)} + \kappa_t^{(2)} (\bar{x} - x) + \kappa_t^{(3)} (\bar{x} - x)^+$
M11	$\ln m(x, t) = \beta_x^{(1)} + \kappa_t^{(1)} + \kappa_t^{(2)} (\bar{x} - x) + \kappa_t^{(3)} (\bar{x} - x)^+ + b(x) \kappa_t^{(4)} + \gamma_{t-x}$
M12	$\ln m(x, t) = \beta_x^{(1)} + \kappa_t^{(1)} + \kappa_t^{(2)} (\bar{x} - x) + \kappa_t^{(3)} (\bar{x} - x)^+ + (x_x - x) \gamma_{t-x}$
M13	$\ln m(x, t) = \beta_x^{(1)} + \kappa_t^{(1)} + \kappa_t^{(2)} (\bar{x} - x) + c(x) \kappa_t^{(3)} + \gamma_{t-x}$

Zdroj: Berkum [2]

Charakteristika stochastických modelov uvedených v tabuľke 1:

M1: Lee Carterov model, rok 1992

M1A: Rozšírený Lee Carterov model, rok 2003

M2: Zovšeobecnený Lee Carterov model s kohortným efektom v roku 2006

M3: Špecifický prípad pre model M2 s $\beta x^{(2)} = 1$ a $\beta x^{(3)} = 1$. Currie rok 2006

M4: Návrh používania B a P- spline krivky, Currie a kolektív rok 2006

M5: Cairns a kolektív, 2006

M6: Prvý zovšeobecnený model CBD s kohortným efektom, Cirm a kol., 2009

M7: Druhý zovšeobecnený model CBD. Cairns a kol., 2009

M8: Tretí zovšeobecnený model CBD, s kohortami klesajúcim časom, Cairns a kol, 2009

M9: Rozšírenie modelu M6, Plat, 2009

M10: Rozšírenie modelu M5, Haberman a Renshaw, 2011

M11: Rozšírenie modelu M7, Haberman a Renshaw, 2011

M12: Rozšírenie modelu M8, Haberman a Renshaw, 2011

M13: O'Hare and Li rok 2011, Haberman a Renshaw, 2011

Prehľad niektorých vzťahov z tabuľky 1:

$\beta x^{(i)}$	funkcia efektu závislosti od veku,
$k_t^{(i)}$	funkcia efektu závislosti od doby,
γ_c	funkcia efektu závislosti od kohorty ,
θ_{ij}	váhy pri každej základnej funkcii,
$\hat{\sigma}_x^2$	odhad rozptylu,
$\bar{x}$	priemerný vek,
$(x-\bar{x})^2$	štvorec odchýlky od priemerného veku,
$B_{ij}^{ay}(x,t)$	B-splinové základné funkcie

3. 2 Lee Carterov model a kohorný efekt

Kohortným efektom môžeme rozumieť väčšiu skupinu subjektov v určitom časovom intervale. Podstatou kohorty je sledovať čo sa deje počas chronologického vývoja s konkrétnou kohortou. „Cohort effect“ je pojem, ktorý bol zadaný na základe zistenia, že v niektorých generáciách sa zlepšila úmrtnosť v porovnaní v predchádzajúcou generáciou. Čo je samozrejme ovplyvnené životnými podmienkami, lepším lekárskeym vzdelaním, a podobne. V poisťovníctve to môžeme chápať ako skupiny ľudí, ktoré majú

určité spoločné charakteristiky (napríklad ich spoločný atribút je rok narodenia, dátum úmrtia, atď').⁹

3.2.1 Lee-Carterov model

Vznikol v roku 1992 a bol navrhnutý Lee a Lawrence B. Carterom a Ronaldom D. Navrhol sa relatívne jednoducho a veľmi rýchlo sa stal najobľúbenejším a najpoužívanejším modelom. Pôvodne bol navrhnutý pre USA, kde medzi rokmi 1900 a 1988 bol trend predlžovania očakávanej dĺžky života zo 47 rokov na 75 rokov. Lee a Cartera zaujímal ďalší vývoj miery úmrtnosti a očakávaná dĺžka života v najbližších rokoch. Tento model je vhodný na aktuárske výpočty a pre dlhodobejšie časové úseky. Ak $m_{x,t}$ je miera úmrtnosti vo veku x v kalendárnom roku t tak vzťah pre určenie logaritmu tejto miery bude :

$$\ln(M_{x,t}) = \beta_x^{(1)} + \beta_x^{(2)} k_t^{(2)} + \varepsilon_{x,t} \quad (3.1)$$

Parametre môžeme interpretovať nasledovne:

- $\beta_x^{(1)}$ priemerná úroveň úmrtnosti pre určitý vek, nezávislý na čase a vieme ho vypočítať ako aritmetický priemer z hodnôt $\ln(m_{xt})$
- $\varepsilon_{x,t}$ chyba modelu za predpokladu Gaussovho rozdelenie
- $\beta_x^{(2)}$ citlivosť miery úmrtnosti na zmenu parametra k_t
- $k_t^{(2)}$ mení sa v priebehu času, môžeme ho nazvať ako index úmrtnosti v čase t

Pri kalibrácii sa musia dodržať nasledovné podmienky

$$\sum_{x_1}^{x_n} \beta_x^{(2)} = 1 \quad (3.2)$$

$$\sum_{t_1}^{t_m} k_t^{(2)} = 0 \quad (3.3)$$

⁹ Lee, R. The Lee-Carter Method for Forecasting Mortality, with Various Extensions and Applications. [Dostupné na internete]. [2019-04-29]. Dostupné na internete: http://pages.stern.nyu.edu/~dbackus/BCH/demography/Lee_LeeCartermethod_NAAJ_00.p df.

Nakalibrované parametre sú výstupom Lee Carterovho modelu. Na modelovanie budúceho vývoja úmrtnosti je nutná prognóza parametra $k_t^{(2)}$. Parameter je závislý od daného roku v ktorom nastala úmrtnosť.¹⁰

3.2.2 Prognóza úmrtnosti

Pre prognózu úmrtnosti sa používa Box-Jenkinsova metóda, konkrétne ARIMA model.

$$\hat{k}_{t+1} = \hat{k}_t + \theta + \varepsilon_{t+1}$$

Kde ε je vzdialenosť medzi reálnou a odhadovanou hodnotou k_t a konštanta θ sa určí pomocou prvej a poslednej hodnoty ako

$$\theta = \frac{k_T - k_{T_0}}{T - T_0}$$

$< T_0 - T >$ je obdobie vstupných dát.

Štandardnú odchýlku našich hodnôt vektora k od priamky na intervale T_0 a T vypočítame ako

$$s = \sqrt{\frac{1}{(T - T_0)} \sum_{t=T_0}^T \varepsilon_{x,t}^2}$$

Kde $\varepsilon_{x,t}$ je vektor rozdielov medzi skutočnou hodnotou úmrtnosti v intervale $< T_0, T >$ ¹¹

¹⁰ VKL, Vladimír-PASTOR, Karol, Využitie Lee-Carterovho modelu na predikciu normálnej dĺžky života v SR a ČR [elektronický zdroj].2015.6 s. Dostupné na: <https://relik.vse.cz/2015/download/pdf/14-Pastor-Karol-paper.pdf>

¹¹ BARLÁK, Ján, Predikcia úmrtnosti na Slovensku [elektronický zdroj].2015.1-6s. Dostupné na: https://www.nbs.sk/_img/Documents/_PUBLIK_NBS_FSR/Biatec/Rok2014/06-2014/05_biatic14-6_Barlak.pdf

3. 2. 2 Miera úmrtnosti

V stochastickom modeli je najpoužívanější miera úmrtnosti centrálna miera úmrtnosti, ktorá sa vypočíta nasledovným vzťahom:

$$m_{x,t} = \frac{D_{x,t}}{E_{x,t}}$$

kde:

x je vek osoby

t kalendárny rok

$m_{x,t}$ centrálna miera úmrtnosti

$D_{x,t}$ počet úmrtí vo veku x počas roka t

$E_{x,t}$ priemerná populácia vo veku x počas roka t

Počiatočnou mierou úmrtnosti môžeme nazvať pravdepodobnosť x ročnej osoby na začiatku roka t , ktorá zomrie počas nasledujúceho roka a označuje sa $q_{x,t}$. Okamžitú mieru úmrtnosti označujeme ako $\mu_{x,t}$.

Predikciu pravdepodobnosti úmrtia vypočítame podľa vzťahu ¹²

$$q_{x,t} = 1 - e^{-\mu_{x,t}}$$

3.2.3 Úmrtnostné tabuľky a antidiskriminačný zákon

Úmrtnostné tabuľky nám poskytujú základné informácie o úmrtnostnom spávaní uzavretej populácie. Sú predmetom skúmania demografií a predstavujú najčastejší spôsob analýzy úmrtnosti. Ak sa poisťovňa rozhodne použiť celoštátne úmrtnostné tabuľky vytvorené na základe demografických krajín, musí počítať s rizikom, že úmrtnosť poistencov môže byť odlišná. Toto riziko môžeme nazvať aj ako riziko selekcie. Úmrtnostné tabuľky sa vytvárali zvlášť pre mužov a zvlášť pre ženy, čo bolo spôsobené hlavne tým, že ženy sa dožívajú vyššieho veku. Od roku 2013 sa používajú unisex tabuľky, aj napriek

¹² VKL, Vladimír-PASTOR, Karol, Využitie Lee-Carterovho modelu na predikciu normálnej dĺžky života v SR a ČR [elektronický zdroj]. 2015. 10-11 s. Dostupné na: <https://relik.vse.cz/2015/download/pdf/14-Pastor-Karol-paper.pdf>

tomu, že pohlavie je veľmi významný faktor ktorý vplýva na mieru úmrtnosti. Kvôli antidiskriminačnému zákonu ktorý vznikol 1.3.2013 neberieme do úvahy pohlavie. Tento zákon nadobudol platnosť aj v oblasti poisťovníctva. Zmiešané úmrtnostné tabuľky sú vhodné pre poisťovne, ktoré majú väčšie portfólio poistencov. Poisťovne si môžu dovoliť vytvoriť vlastné úmrtnostné tabuľky podľa správania poistenca, kde sa nerozlišuje pohlavie. Ak nastanú straty, poisťovne ich môžu kompenzovať nižšími administratívnymi nákladmi. Antidiskriminačný zákon hovorí o dodržiavaní rovnakých zásad v prípade zákazu diskriminácie z dôvodu pohlavia. V prípade poistenia na úmrtie ženy doplatia na vyššiu úmrtnosť tým, že sa im zvýši poistné. V dôchodkovom poistení na dlhovekosť žien doplatia muži, pretože dlhovekosť žien spôsobí zvýšenie poistného aj pre mužov. Muži pred zavedením tohto zákona platili menšie poistné ako ženy, pretože mali menšiu pravdepodobnosť dožitia ako ženy. Viac sme sa antidiskriminačnému zákonu venovali v kapitole jedna.

Úmrtnostné tabuľky sa delia na :

- Generačné – záznam priebehu života konkrétnej populácie od narodenia až po úmrtie posledného z nich.
- Prierezové – vychádzajú z úmrtnostných tabuliek z krátkého časového obdobia. Podľa jednotlivých vekových skupín a úmrtnostných mier sa zostaví obraz hypotetickej populácie súčasne narodených jedincov.

Delenia podľa sledovaného vekového intervalu

- úplne – vekový interval je jeden rok,
- skrátené – vekový interval je 5 rokov.¹³

¹³ SEKEROVÁ, Viera - BILÍKOVÁ, Mária, Poistná matematika. Bratislava: Vydavateľstvo Ekonóm, 2005. 29-35 s. ISBN 80-225-2001-2.

3.2.4 Funkcie úmrtnostnej tabuľky

Charakteristika parametrov úmrtnostnej tabuľky:

x – vek osoby, nadobúda hodnoty $x = 0, 1, \dots, \omega$, ω je predpokladaný maximálny vek, ktorého sa môže dožiť,

l_x – počet osôb dožívajúcich sa veku x . Začiatočná hodnota je l_0 a nazýva sa koreň úmrtnostnej tabuľky. Musí platiť nerovnosť $l_0 \geq l_1 \geq \dots \geq l_\omega$

d_x – vyjadruje počet zomretých v dokončenom veku x a vy počíta sa ako

$$d_x = l_x - l_{x+1}$$

q_x – pravdepodobnosť, že x ročná osoba sa nedožije veku $(x+1)$. Nazýva sa ročná miera úmrtnosti

$$q_x = \frac{l_{x+1}}{l_x} = 1 - p_x$$

3.2.4 Komutačné čísla

Komutačné čísla závisia od dvoch faktorov¹⁴

1. úmrtnostné tabuľky (l_x a d_x)
2. od výšky úrokovej miery (od hodnoty odúročiteľa v)

Význam komutačných čísiel

1. Urýchľujú a zjednodušujú výpočty
2. Umožňujú porovnávanie platieb z rôznych dôchodkov

Komutačné čísla delíme na dva typy: pre žijúcich a pre mŕtvych

Základné komutačné čísla sú

$$D_x = l_x * v^x \qquad C_x = d_x * v^{x+1}$$

Interpretovať ich môžeme nasledovne

D_x – diskontovaný počet osôb, ktorí sa dožívajú veku x

$D_x = l_x * v^x$ - počet žijúcich osôb vo veku x , odúročených k dátumu svojho narodenia

$$N_x = \sum_{k=0}^{\omega-x} D_{x+k}$$

¹⁴ SEKEROVÁ, Viera - BILÍKOVÁ, Mária, Poistná matematika. Bratislava: Vydavateľstvo Ekonóm, 2005. 38-42 s. ISBN 80-225-2001-2.

- Súčet D_{x+k} od veku x až po koniec tabuľky úmrtnosti

3.3 Výpočet predikcie úmrtnosti v LCM

Odhad parametra $\beta_x^{(2)}$ pomocou lineárnej regresii navrhli Haberman a Rusoolillo v roku 2005. Táto metóda vychádza zo singulárneho rozkladu.

$$\beta_x^{(1)} = \frac{1}{T} \sum_{t_1}^{t_m} \ln(M_{x,t}) \quad (3.4)$$

$$\tilde{k}_t = \sum_{x_1}^{x_n} (\ln(M_{x,t}) - \beta_x^{(1)}) \quad (3.5)$$

$$\beta_x^{(2)} = \frac{\sum_{t_1}^{t_m} \tilde{k}_t (\ln(M_{x,t}) - \beta_x^{(1)})}{\sum_{t_1}^{t_m} \tilde{k}_t^2} \quad (3.6)$$

Týmto spôsobom odhadneme všetky parametre Lee Carterovho modelu, ktorým pomocou parametra $\tilde{k}_t$ určíme prognózu na nasledujúce roky, čím dostaneme do budúcnosti odhad úmrtnosti. Metódy na kalibráciu parametrov Lee Carterovho modelu $\beta_x^{(2)} \beta_x^{(1)}$ sú parametre, ktoré vyjadrujú efekty závislosti od veku a pri predikcii do budúcnosti modelujeme iba parameter $k_t^{(2)}$, ktorý je závislý od doby.

3. 4 Dôchodky

Dôchodok môžeme charakterizovať ako postupnosť platieb v určitých časových intervaloch (napr. mesačne, ročne). Pravidelná výplata dôchodku poistencovi počas celého života alebo počas vopred stanoveného obdobia sa nazýva dôchodok resp. dávka. Opíšeme a charakterizujeme dôchodky, ktoré používame v práci.

1. Termínu platby

- Predlehotný dôchodok označuje sa $\ddot{a}_x$. Platby sa uskutočnia na začiatku roka pomocou komutačných čísel

$$\ddot{a}_x = \frac{N_x}{D_x}$$

pomocou pravdepodobnosti:

$$\ddot{a}_x = \sum_{t=0}^{\omega-x} {}_t p_x * v^t$$

2. Doba trvania

- Doživotný dôchodok, ktorý sa označuje $\ddot{a}_x$. Dôchodok sa začne vyplácať až od dôchodkového veku (62 rokov) a nemá ohraničenú dĺžku vyplávania. Vypočítame ho podľa:

pomocou komutačných čísel

$$\ddot{a}_x = \frac{N_x}{D_x}$$

pomocou pravdepodobnosti

$$\ddot{a}_x = \sum_{t=0}^{\omega-x} {}_t p_x * v^t$$

3. Začiatok vyplávania

- Odložený – symbol doplnený ako ľavý dolný index ${}_k \ddot{a}_x$. Dôchodok sa poistencovi začne vyplácať až v roku $(x+k)$.

Vypočítame ho podľa:

pomocou pravdepodobnosti

$${}_k\ddot{a}_x = \frac{N_{x+k}}{D_x}$$

pomocou pravdepodobnosti

$${}_k\ddot{a}_x = \sum_{t=k}^{\omega-x} {}_tp_x * v^t$$

3.4.1 Dôchodky vyplácané m-krát ročne

Dôchodky sa často vyplácajú viackrát do roka. Napríklad polročne, mesačne, štvrťročne. Ak sa ročne vyplatí 1 p.j, tak pri vyplácaní m-krát ročne dostane poistenec $\frac{1}{m}$ p.j

- Predlehotný doživotný a dočasný dôchodok

$$\ddot{a}_x^{(m)}$$

Pri predpoklade rovnomerného rozdelenia úmrtia počas roka sa dá dokázať lineárna aproximácia.

- Súčasná hodnota doživotného a dočasného predlehotného dôchodku vyplácaného m-krát ročne v sume $\frac{1}{m}$ p.j

$$\ddot{a}_x^{(m)} \cong \ddot{a}_x - \frac{m-1}{2m}$$

3. 5 Náklady

Náklady môžu byť určené podľa časového obdobia podľa trvania kontraktu kedy vznikli. Poistovňa musí zistiť aspoň približnú veľkosť skutočných nákladov. Čiže musí analyzovať náklady poisťovne pre určité obdobie a pre určitý druh poistky. Poznáme tri druhy nákladov:

- Začiatkové náklady – vznikajú na začiatku poistenia.
- Priebežné náklady terminované náklady – vznikajú počas poistenia.
- Inkasné náklady
- Terminálne náklady – vznikajú pri výplate dôchodku

V diplomovej práci sme pre každého poistenca vypočítali brutto poistné podľa vzorca:

$$B = \frac{(1 + \delta) * {}_k\ddot{a}_x^{(12)} + \beta * \ddot{a}_{x,k}^{(m)}}{m - ((1 - \gamma) * \ddot{a}_{x,k}^{(m)} - \alpha)} * PS \quad (3.7)$$

kde:

- α - začiatkové náklady
- β - priebežné náklady
- δ - náklady pri výplate dôchodku
- γ - inkasné náklady
- m - frekvencia platenia

3.6.1 Peňažné toky a súčasná hodnota

Každá oblasť sa vyvíja. Inak to nie je ani v poistnej matematike. Vývoj a rozvoj výpočtovej techniky poukázal na nové potreby a možnosti pre predpoklady, ktoré vstupujú do jednotlivých výpočtov. Čoraz častejšie sa využívajú metódy peňažných tokov. Pomocou nižšie uvedeného vzorca vyjadríme peňažné toky všeobecnej poistky, ktorú uzavrela osoba vo veku x a trvá n rokov.

$$CF_t = (P_t - N_t) + i_t * (P_t - N_t) - M_t * q_{x+t-1} - S_t * p_{x+t-1} \quad (3.8)$$

kde:

- P_t ročná výška poistného na začiatku roka t ,
- N_t výška nákladov na začiatku roka t ,
- $i_t * (P_t - N_t)$ investičný výnos za rok t
- M_t poistné plnenie v prípade úmrtnosti osoby vo veku x , v roku t , ktorá sa vypláti na konci roka úmrtia

S_t	poistné plnenie pre x ročnú osobu v prípade dožitia sa konca roka t
q_{x+t-1}	pravdepodobnosť úmrtia x+t+1 ročnej osoby, ktorá nastane počas roka
p_{x+t-1}	pravdepodobnosť x+t-1 ročnej osoby, ktorá sa dožije ďalšieho roka

$$NPV = \sum_{t=1}^n (1+r)^{-t} * \delta_t \quad (3.9)$$

Pre rovnicu ekvivalencie poistného kontraktu platí:

$$\sum_{t=1}^n v^t * {}_{t-1}p_x * CF_t = 0$$

Ročné peňažné toky vynásobíme faktorom prežitia čím získame očakávané peňažné toky ECF_t (expected cash flow)

$$ECF_t = CF_t * {}_{t-1}p_x$$

Na vyjadrenie súčasnej hodnoty všetkých peňažných tokov CF_t pre t, je potrebné aby sme všetky peňažné toky diskontovali na začiatok.

$$PVCF = \sum_{t=1}^T DF_t * CF_t$$

kde:

DF_t je diskontovaný faktor obdobia t, ktorý vychádza z bezrizikovej výnosovej krivky

T počet období do konca poistnej doby

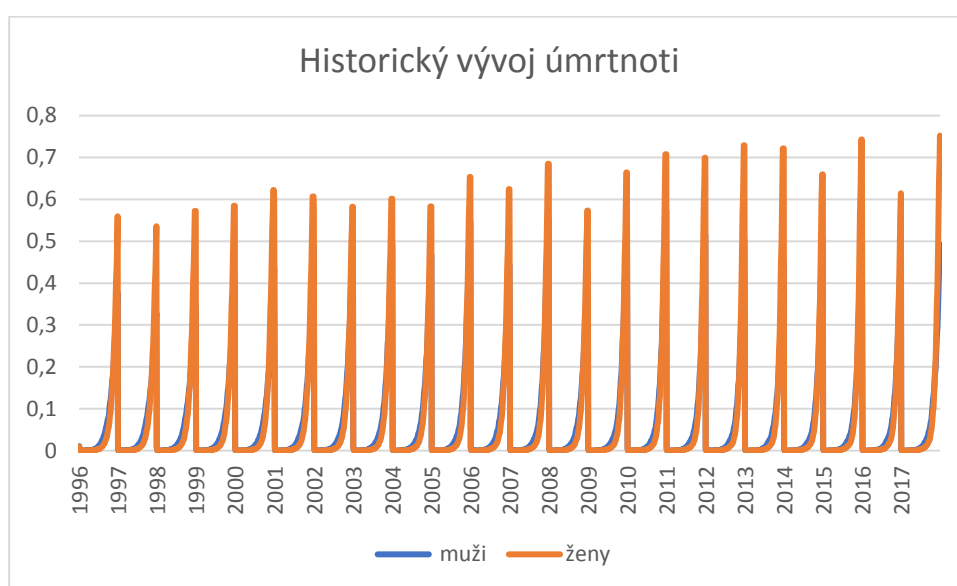
Diskontný faktor sa používa na vyjadrenie súčasnej hodnoty pre jednotlivé peňažné toky, ktoré sú merané v peňažných jednotkách splatných v budúcom období t.

Všetky vzorce a rozdelenia, ktoré sme použili v tejto kapitole aplikujeme v nasledujúcej kapitole, ktorá tvorí praktickú časť. Zo stochastických model použijeme Lee Carterov model a pomocou neho spravíme prognózy úmrtnosti pre ďalšie roky. Vypočítame pre poistencov výšky netto poistenia a následne aplikujeme do výpočtov náklady

a dopočítame brutto poistenie. Vypočítame rezervy a peňažné toky pre historickú úmrtnosť a nasimulovanú úmrtnosť pre portfólio.

4 Výsledky práce a diskusia

V štvrtej kapitole aplikujeme teoretické poznatky na modelové portfólio dôchodkových poistení. V prvej časti nasimulujeme mieru úmrtnosti z historických dát. Následne opíšeme a charakterizujeme modelové portfólio poistných zmlúv. Vysvetlíme jednotlivé výpočty. Vypočítame peňažné toky a súčasnú hodnotu pre nami zvolenú poistku aj pre modelové portfólio. Porovnáme ako ovplyvní súčasnú hodnotu a peňažné toky, ak použijeme úmrtnostné tabuľky unisex. Následne všetko vypočítame aj pre simulované úmrtnosť.



Graf 2: Historický vývoj úmrtnosti

Zdroj: vlastné spracovanie podľa úmrtnostných tabuliek z roku 2017

Na uvedenom grafe máme vývoj úmrtnosti od rokov 1996 do 2017 v intervaloch každých desať rokov. Oranžovou farbou máme zvýraznenú úmrtnosť pre ženy a modrou farbou úmrtnosť pre mužov. Do roku 1999 sa úmrtnosť medzi pohlaviami veľmi nelíšila. Taktiež musíme podotknúť, že sa rodí viac žien ako mužov. Muži majú vyššiu pravdepodobnosť úmrtia ako ženy. Na úmrtnosť vplyvajú rôzne faktory už od histórie ľudstva. Celková úmrtnosť populácie začala postupne klesať, pretože sa ľudia dožívajú vyššieho veku. Dožitie sa vyššieho veku a zároveň menšiu pravdepodobnosť úmrtia ovplyvňujú geografické podmienky, zdravotné podmienky a podobne.

Na nižšie uvedenej tabuľke 3. vidíme ako sa presne vyvíjala úmrtnosť žien, od roku 1996 do 2017 v intervale každých 5 rokov a vek je v intervale každých 10 rokov a v tabuľke 4 sú muži pre to isté obdobie.

Tabuľka 3 Historická úmrtnosť žien

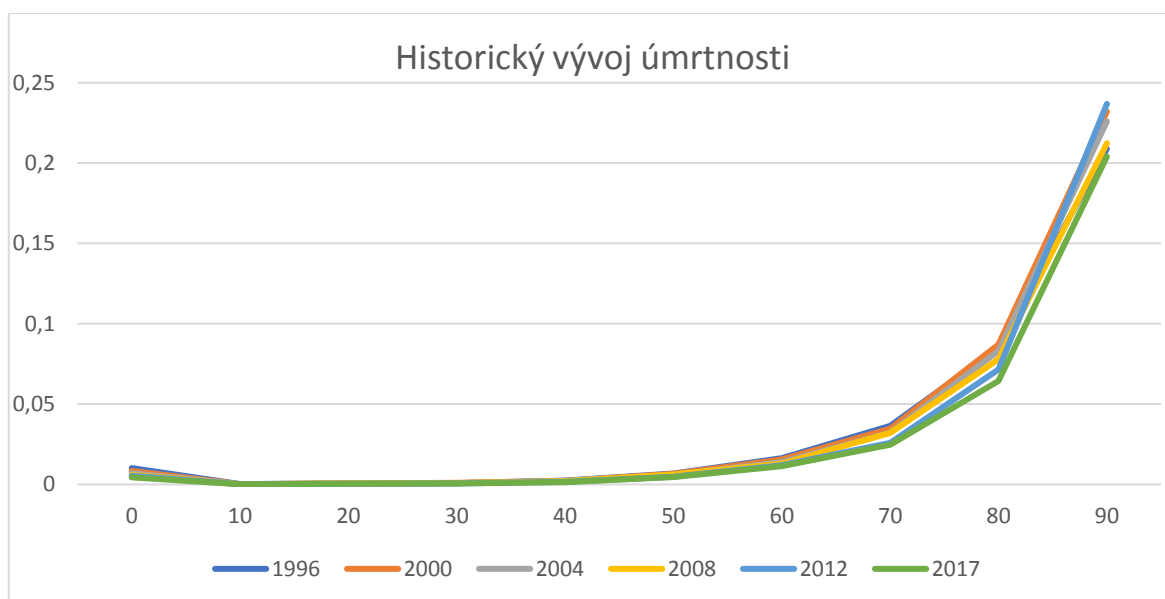
Vek	1996	2000	2004	2008	2012	2017
0	0,0094	0,0071	0,006443	0,00520756	0,00479007	0,003778
10	0,00016	0,00018	0,000182	0,000078979	0,000055305	0,000107
20	0,0003	0,00034	0,000191	0,00024609	0,00019753	0,000245
30	0,00039	0,00036	0,000362	0,00034162	0,00028399	0,000334
40	0,00118	0,0011	0,001368	0,00114655	0,00092195	0,000742
50	0,00358	0,00342	0,003249	0,00316479	0,0028687	0,002683
60	0,0095	0,00843	0,00809	0,00760106	0,00674935	0,006483
70	0,02543	0,02383	0,022022	0,02205176	0,01684774	0,016433
80	0,07456	0,07798	0,071789	0,06636265	0,06087408	0,053933
90	0,21262	0,24369	0,224135	0,21322047	0,24354245	0,20913
100	0,51912	0,62241	0,583413	0,57316823	0,72945407	0,644697

Zdroj: vlastné spracovanie

Tabuľka 4 Historická úmrtnosť mužov

Vek/rok	1996	2000	2004	2008	2012	2017
0	0,01087	0,00986	0,0074	0,00678	0,00617	0,00516
10	0,00028	0,00022	0,0002	0,00017	0,00024	0,00011
20	0,00102	0,00093	0,00091	0,001	0,00083	0,0008
30	0,0014	0,00151	0,00114	0,00116	0,00092	0,0009
40	0,00362	0,0032	0,00301	0,00299	0,00227	0,00205
50	0,0101	0,01004	0,00896	0,00929	0,007	0,00649
60	0,02436	0,02394	0,02088	0,0194	0,01774	0,0169
70	0,05239	0,05034	0,0464	0,04564	0,03785	0,03538
80	0,10546	0,10553	0,10429	0,09882	0,08934	0,08126
90	0,20029	0,21039	0,23073	0,21025	0,22325	0,19395
100	0,35681	0,39201	0,4674	0,41229	0,50345	0,42878

Zdroj: vlastné spracovanie



Graf 3. Historický vývoj úmrtnosti spolu

Zdroj: vlastné spracovanie

Na grafe 3 máme zobrazené pravdepodobnosti úmrtia od roku 1996 do roku 2017 v štvorročných intervaloch. Na osi x sú zobrazené veku osôb v 10 ročných intervaloch. Úmrtnosť začína rásť od 45 veku osôb. Čím je vyšší vek tým je väčšia pravdepodobnosť úmrtia. Danú pravdepodobnosť úmrtia zvyšuje zvýšená úmrtnosť mužov. Najväčšia úmrtnosť bola v roku 2012 pre osoby vo veku osemdesiat rokov. V roku 2017 klesá úmrtnosť osôb vo veku osemdesiat rokov, čo môže byť spôsobené rôznymi inováciami.

Tabuľka 5 Historická úmrtnosť unisex

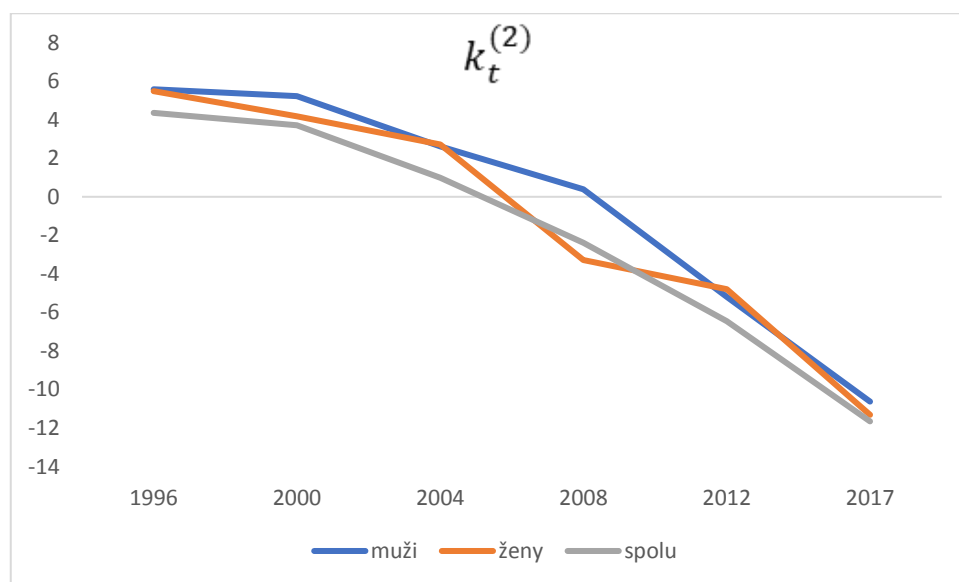
Vek/rok	1996	2000	2004	2008	2012	2017
0	0,01013	0,0085	0,0069	0,00599	0,0055	0,00449
10	0,00022	0,0002	0,0002	0,00012	0,0001	0,00011
20	0,00066	0,0006	0,0005	0,00062	0,0005	0,00052
30	0,00089	0,0009	0,0007	0,00075	0,0006	0,00061
40	0,00238	0,0021	0,0022	0,00206	0,0016	0,00139
50	0,00673	0,0066	0,006	0,00614	0,0049	0,00455
60	0,01632	0,0155	0,014	0,01308	0,0119	0,01145
70	0,03647	0,0346	0,0323	0,03202	0,026	0,02481
80	0,08509	0,087	0,0832	0,07783	0,0715	0,0644
90	0,20894	0,232	0,226	0,21235	0,2369	0,20408

Zdroj: vlastné spracovanie

4.2 Lee Carterov model – kalibrácia parametrov

Do kalibrácie parametrov je dôležité vybrať vhodné historické dáta. Pracovali sme s historickými dátami od roku 1996 a od vekov 0 do 102. Parametre sme nakalibrovali podľa vzťahu (3.4), (3.5), (3.6). Na výpočty sme používali Excel a VBA.

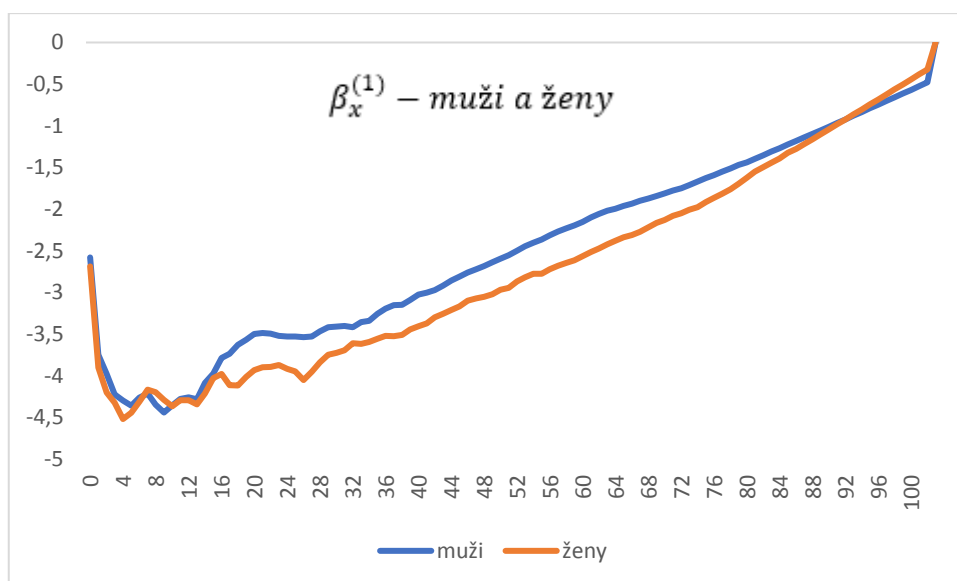
Na grafe 4 sú hodnoty parametra $k_t^{(2)}$, ktoré reprezentujú vývoj úmrtnosti v čase. Parametre sme vypočítali podľa vzťahu (3.5). Máme na grafe znázornené obe pohlavia a spolu. Ako môžeme vidieť na grafe úmrtnosť od roku 1996 do roku 2017 začala postupne klesať. Úmrtnosť žien klesala pomalšie od roku 1996 do 2004 a od roku 2004 začala úmrtnosť klesať rýchlejšie. U mužov úmrtnosť klesá pomalšie. Rýchlejší spád úmrtnosti nastáva až od roku 2009. V roku 2011 až do roku 2015 je úmrtnosť podľa pohlavia skoro rovnaká. Spolu od roku 2002.



Graf 4 Parameter $k_t^{(2)}$ Lee Carterovho modelu

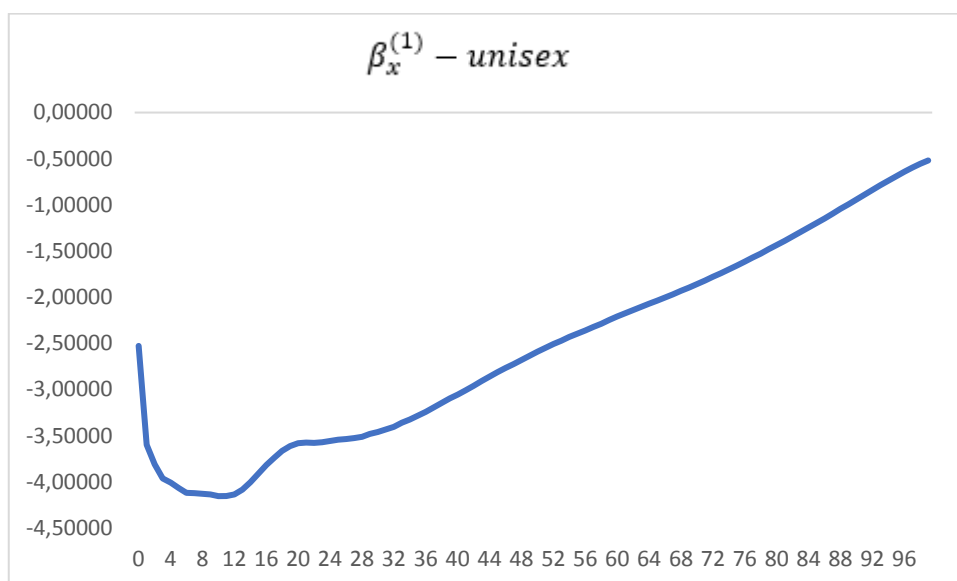
Zdroj: vlastné spracovanie

Parameter $\beta_x^{(1)}$ vyjadruje pre určitý vek priemernú úmrtnosť. Čo znamená, že čím je vyšší vek, tým je väčšia úmrtnosť. Na nižšie uvedených grafoch vidíme parameter $\beta_x^{(1)}$ pre mužov, ženy a spolu. Parameter sme vypočítali podľa vzťahu (3. 4)



Graf 5 Parameter $\beta_x^{(1)}$ Lee Carterovho modelu pre mužov a ženy

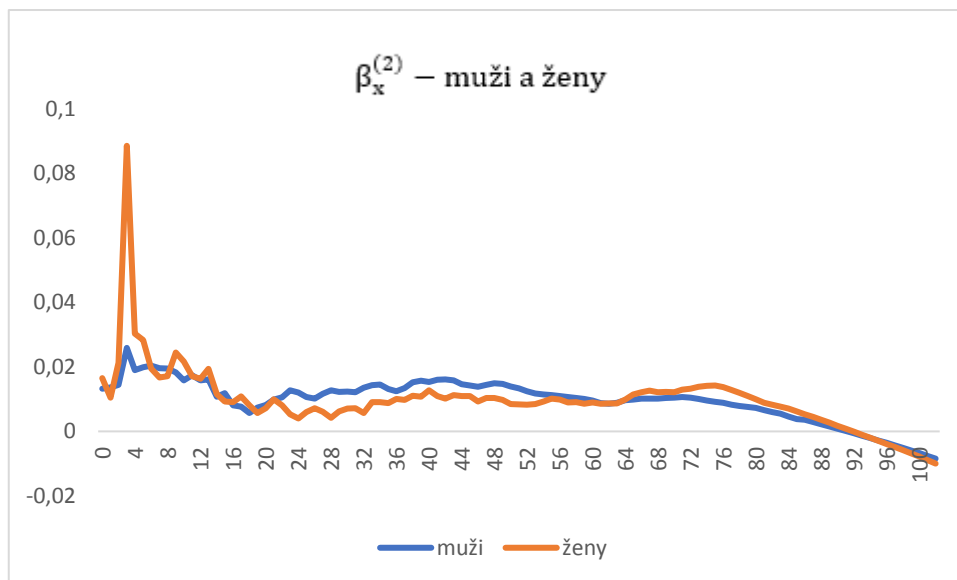
Zdroj: vlastné spracovanie



Graf 6 Parameter $\beta_x^{(1)}$ Lee Carterovho modelu pre unisex

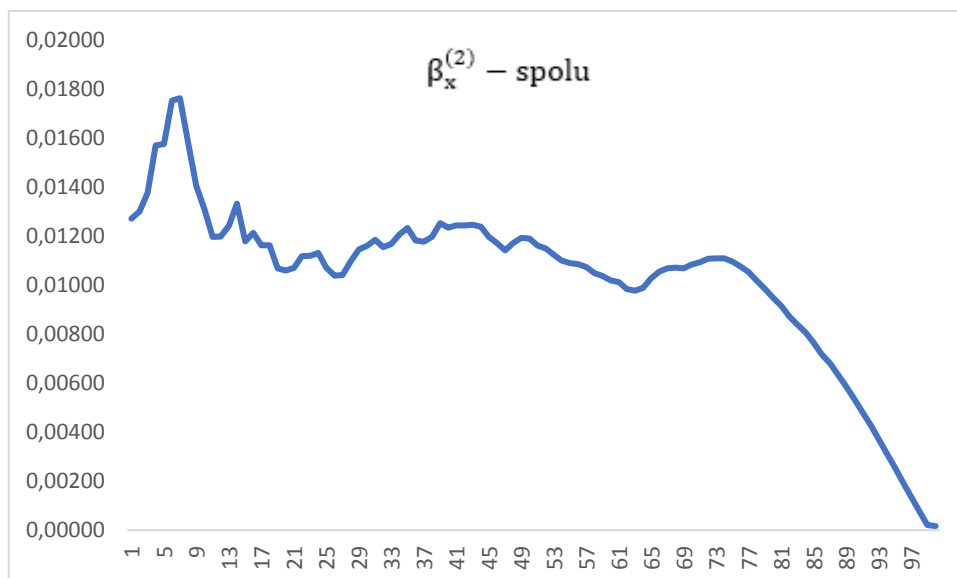
Zdroj: vlastné spracovanie

Parameter $\beta_x^{(2)}$ je závislý na hodnotách $k_t^{(2)}$. Vyjadruje, ako sa mení pre každý vek miera úmrtnosti, ak sa v čase zmení všeobecná miera úmrtnosti. Parameter $\beta_x^{(2)}$ je vypočítaný na základe vzťahu (3 . 6)



Graf 7 Parameter $\beta_x^{(2)}$ Lee Carterovho modelu pre mužov a ženy

Zdroj: vlastné spracovanie



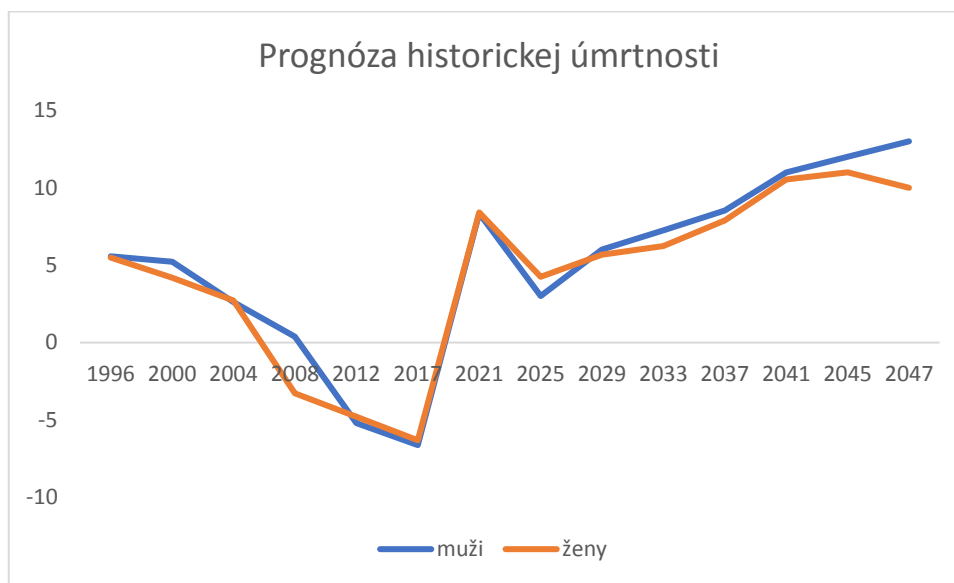
Graf 8 Parameter $\beta_x^{(2)}$ Lee Carterovho modelu pre obe pohlavia

Zdroj: vlastné spracovanie

4.2.1 Prognóza pravdepodobnosti úmrtia

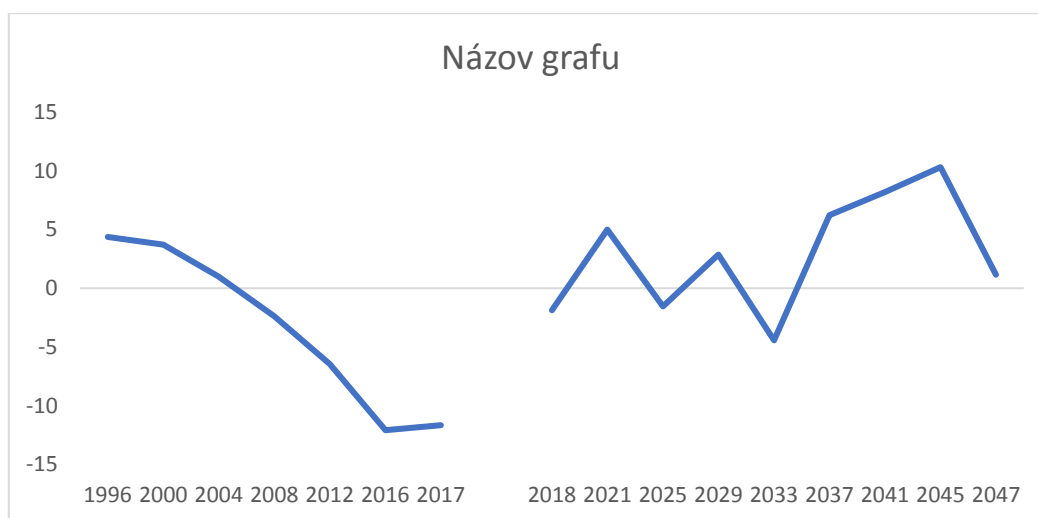
V metodike sme vysvetlili, ako sa počíta prognóza úmrtnosti. Pre prognózu je najdôležitejšie urobiť prognózu parametra $k_t^{(2)}$. Zvolili sme prognózu úmrtnosti na 29 rokov pre mužov, ženy a pre spolu $k_t^{(2)}$ obsahuje kalibrovaný parameter, ktorý je vypočítaný z historických údajov a prognózy budúceho vývoja.

Graf 9 má na ľavej strane historickú úmrtnosť od roku 1996 do roku 2017 a na pravej strane prognózu úmrtnosti od roku 2018 do 2047. U žien oproti mužom bude úmrtnosť klesať od roku 2021, ale v rokoch 2033 a 2034 bude úmrtnosť skoro rovnaká. U mužov bude stále väčšia miera úmrtnosti a začne rásť od roku 2045. Na grafe 10 máme znázornený kalibrovaný parameter $k_t^{(2)}$ pre unisex. Ak poisťovňa pracuje s takouto úmrtnosťou tak úmrtnosť začne výrazne rásť v roku 2045 ale potom znovu klesne veľkou rýchlosťou v roku 2045. Os x znázorňuje roky a os y hodnoty parametra $k_t^{(2)}$



Graf 9 Prognóza $k_t^{(2)}$ z historických dát pre mužov a ženy

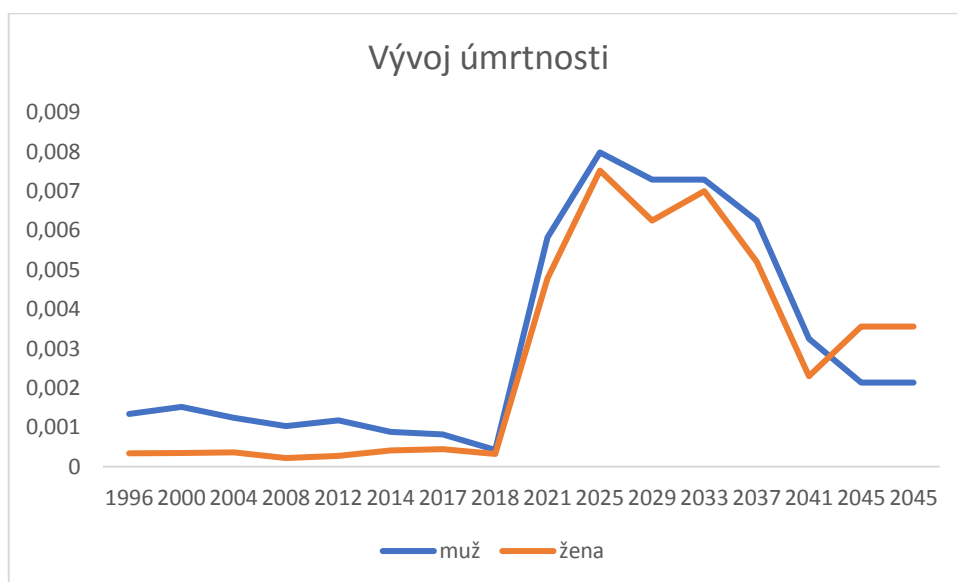
Zdroj: vlastné spracovanie



Graf 10 Prognóza $k_t^{(2)}$ z historických dát pre obe pohlavia spolu

Zdroj: vlastné spracovanie

Ak poznáme historické údaje aj predpoveď vývoja parametra $k_t^{(2)}$, vyčíslime centrálnu mieru úmrtnosti na základe vzťahu (3.1). Na nižšie uvedenom grafe je úmrtnosť 29 ročnej osoby. Na grafe je reálny vývoj pravdepodobnosti a predpokladaný vývoj pravdepodobnosti úmrtia. Ako môžeme vidieť na grafe 11, vývoj úmrtnosti počas celého obdobia kolísal.



Graf 11 Vývoj pravdepodobnosti úmrtia 29 ročnej osoby – pre muža a ženu

Zdroj: vlastné spracovanie



Graf 12 Vývoj pravdepodobnosti úmrtia 29 ročnej osoby pre spolu

Zdroj: vlastné spracovanie

4.3 Aplikácia stochasticky modelovanej úmrtnosti v aktuárskych výpočtoch

Na začiatku štvrtej kapitoly, sme nasimulovali úmrtnosť, ktorú teraz aplikujeme na niektoré aktuárske výpočty pre portfólio. Budeme analyzovať ako sa jednotlivé aktuárske výpočty menia podľa pohlavia.

4.3.1 Modelové portfólio

Modelové portfólio pozostáva z 500 uzatvorených poisťiek. Poistné zmluvy boli uzavreté k 1.1.2017. V modeli ide o predlehotné doživotné dôchodky, ktoré uzavreli poistenci od osemnásť do päťdesiatpäť rokov. Portfólio tvoria muži a ženy. Dôchodok sa platí iba do dôchodkového veku (62 rokov) a poisťovňa ho začne vyplácať až od tohto veku. Vstupné údaje sú vek poistenca, doba platenia poistenia, dôchodky a ročné poistné. Na tvorbu modelového portfólia sme používali Excel a VBA. Dôchodky sme náhodne vygenerovali a ročné poistné sme dopočítali. Ročné poistné zahŕňa náklady. Dĺžka platenia sa určila, ako dôchodkový vek mínus vstupný vek. Výška dôchodku a ročného poistného je vyjadrená v eurách. Modelové portfólio obsahuje 276 mužov a 224 žien. Vstupné údaje sa nachádzajú v tabuľke 6.

Tabuľka 6 Štruktúra modelového portfólia

		Muži	Ženy	Spolu
Počet poistiek		276	224	500
Vek poistenca	priemer	37	3	38
	minimum	18	18	18
	maximum	55	55	55
Doba platenia	priemer	26	26	26
	minimum	7	7	7
	maximum	44	44	44
Dôchodok v €	priemer	176,09	176,09	176,09
	minimum	51	51	51
	maximum	300	300	300
Ročné poistné	priemer	2093,79	2083,87	2135,08
	minimum	224,32	243,38	217,35
	maximum	9134,4	11590,1	10571,05

Zdroj: vlastné spracovanie

Do výpočtov poistného vstupujú aj predpoklady aktuárskej bázy

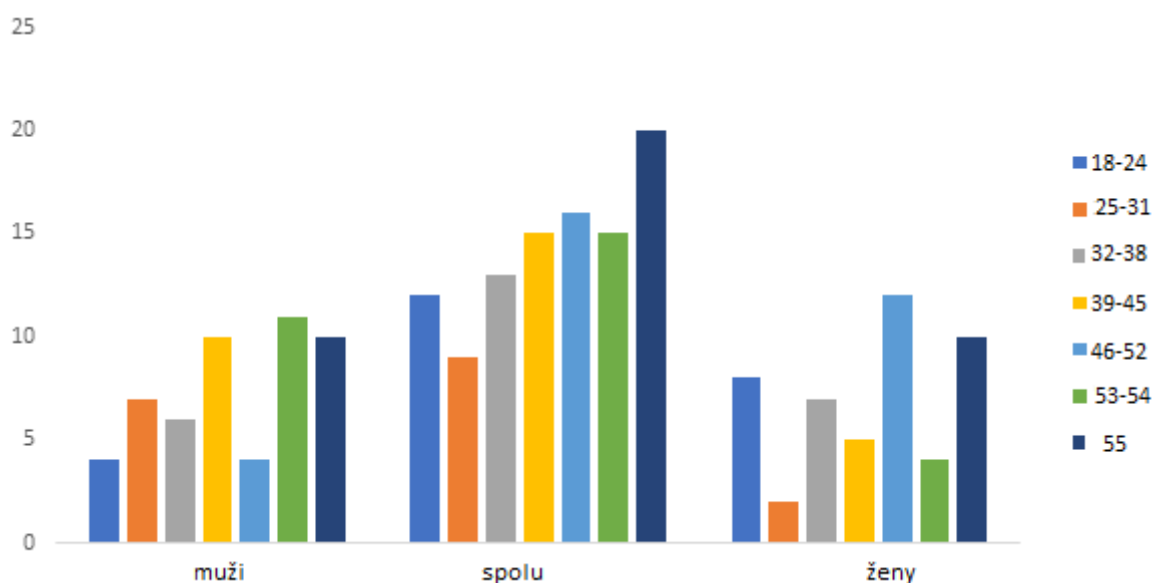
- úmrtnostné tabuľky Štatistického úradu SR z roku 2017,
- náklady α, β, γ ktorých hodnoty si uvedieme nižšie ,
- úroková miera 1,00%

Tabuľka 7 Náklady

Náklady		
Alfa	160,00%	z ročného poistného
Beta	1,80%	z ročného dôchodku
Gama	2,00%	z ročného poistného
Delta	3,00%	z ročného dôchodku

Na grafe 13 máme zobrazenú štruktúru portfólia, ktorá obsahuje veky poistencov. Graf máme rozdelený podľa mužov, žien a spolu. Vek je rozdelený do sedemročných intervalov. Až na posledný vek, kde je interval medzi posledným a predposledným vekom dva roky. Os x tvorí pohlavie a os y počet, koľko ľudí uzatvorilo poistnú zmluvu v pre daný vek. V modelovom portfóliu ženy uzatvorili najviac poistení na doživotný dôchodok vo veku 46 až 52 rokov a najmenej poistných zmlúv bolo uzatvorených vo veku 25 – 31 rokov.

Môže to byť ovplyvnené tým, že mladí ľudia nepremýšľajú veľmi do budúcnosti, hlavne čo sa týka dôchodkov. Pri poistení mužov, je najväčší počet uzatvorených zmlúv vo veku 53 – 54 rokov a najmenej v intervale 18 – 24 rokov. Je to ovplyvnené aj finančnou stránkou poistenca a taktiež jeho víziou do budúcnosti, akú vysokú chce dostávať dávku po dovŕšení dôchodkového veku. V prípade spolu sa vo veku 55 rokov, uzatvorilo najviac poistných zmlúv pre doživotný dôchodok a najmenej vo veku 25 až 31 rokov.

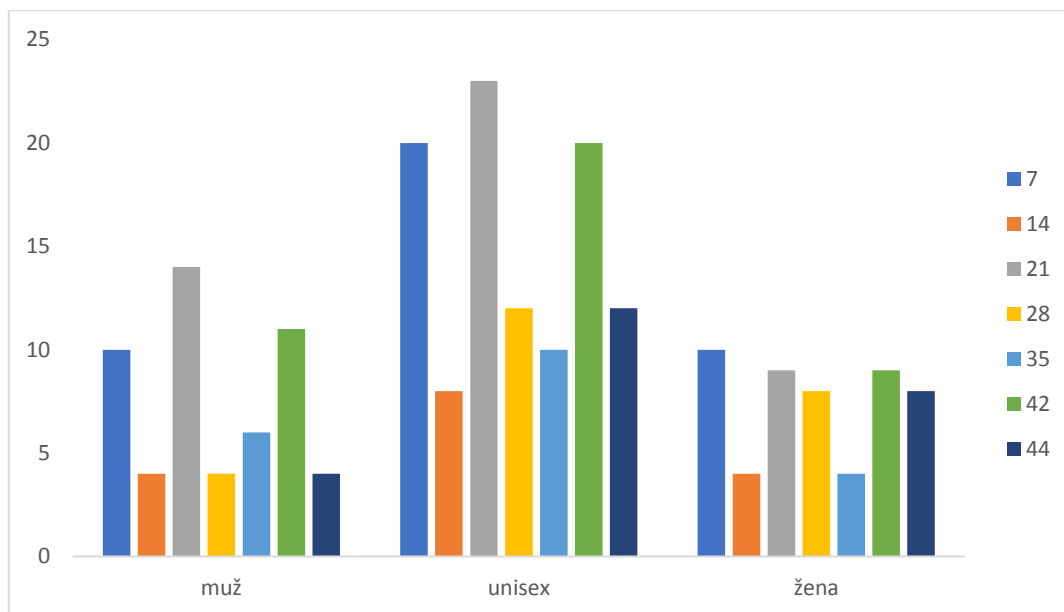


Graf 13 Štruktúra modelového portfólia podľa pohlavia a vekových kategórií

Zdroj: vlastné spracovanie

Graf 14 obsahuje štruktúru portfólia podľa doby platenia poistného. Najväčší počet žien je zastúpený pri platení 7 rokov, teda u tých, čo uzatvorili poistnú zmluvu v 55 rokoch. To znamená že osoba, ktorá bude platiť 7 rokov poistné uzatvorila poistnú zmluvu vo veku 55 rokov. Najmenej poistencov je vo veku 48 rokov, ktorí budú platiť poistné ešte 14 rokov.

Pri mužoch je najväčší počet poistencov, ktorí budú platiť poistné 21 rokov a najmenej 44 rokov. To znamená, že osoba, ktorá bude platiť ešte 21 rokov má 41 rokov a osoba, ktorá sa nachádza v modelovom portfóliu najmenej bude platiť 44 rokov, čo znamená že poistenec je vo veku 18. Pri oboch pohlaviach je najväčší počet pre poistencov, ktorí budú platiť 21 rokov poistné a najmenej 14 rokov. Poistenci, ktorí budú platiť 14 rokov majú poistný vek 48 rokov.



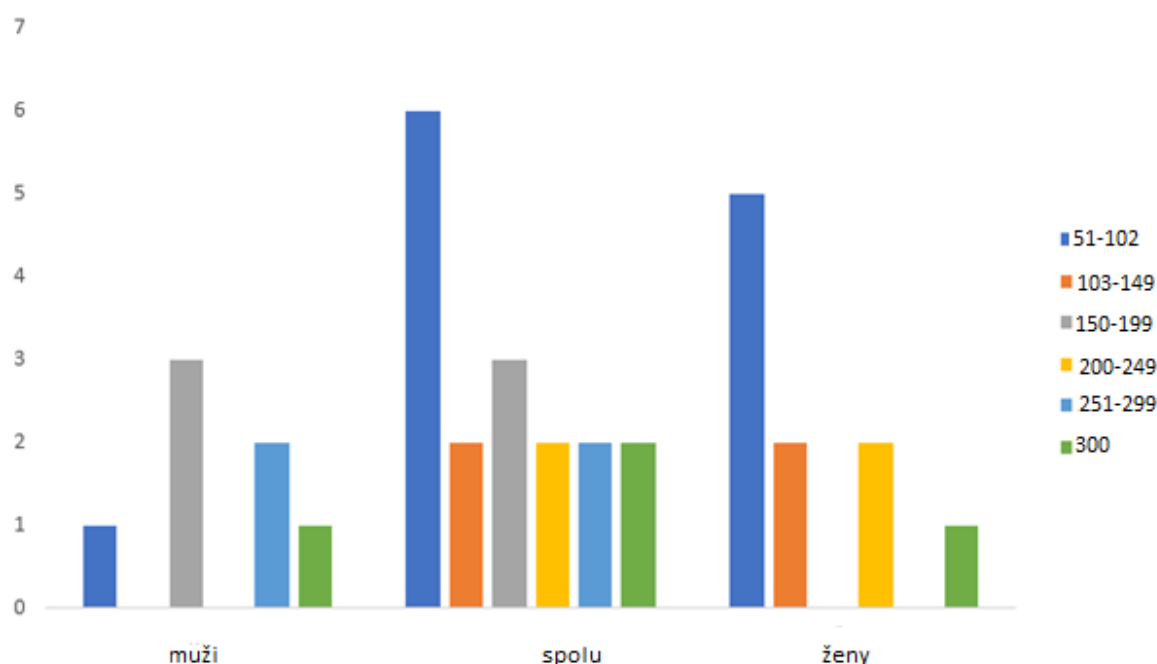
Graf 14 Modelové portfólio podľa pohlavia a doby platenia poistného

Zdroj: vlastné spracovanie

Na grafe 15 máme zobrazených mužov, ženy a obe pohlavia spolu. Môžeme vidieť výšky dávok, ktoré poistenci dostanú vždy na konci mesiaca po dovŕšení dôchodkového veku (62 rokov). Výška dávky je od 51 eur do 300 eur. Na nižšie uvedenom grafe máme intervaly poistných súm približne päťdesiat eur. U žien je najväčšia výplata poistnej sumy vo výške 51 eur mesačne. Aby dostávali určitú výšku poistnej sumy, museli platiť vopred dohodnutú výšku poistného. Najmenší počet dávky sa vypláca v hodnote 300 eur. Čo je zrejmé, pretože čím je vyššia výplata poistnej sumy, tým poistenec platil vyššie poistné a nie všetci majú dostatok finančných prostriedkov na platenie vyššej výšky poistného. U mužov je najmenší počet výplaty poistnej sumy vo výške 51 eur. To znamená, že muži platili vyššie poistné ako ženy. Ako jeden z mnohých faktorov, ktoré ovplyvňujú výšku poistného je fakt, že muži umierajú skôr, čím sa im zvyšuje výška poistného oproti ženám. Ďalší faktor môže byť ten, že muži dostávajú lepšie finančné ohodnotenie ako ženy, takže si niekedy vedľa zaplatiť vyššie poistné čo ich taktiež vedie k vyššej poistnej sume. V tomto prípade k 150 eurám mesačne.

Na grafe máme ukázanú výšku dávky v prípade oboch pohlaví spolu. Čo znamená, že nepozeralíme na pohlavie. Antidiskriminačný zákon sme definovali v druhej kapitole. Od nadobudnutia platnosti tohto zákona je výška poistného rovnaká pre obe pohlavia. V našom modelovom portfóliu je najvyššia poistná suma vo výške 51 eur. Poistné sumy 103 € a od

200 do 300 eur sú rovnako často vyplácané poistné sumy, nelíšia sa skoro vôbec. Ale druhá najviac vyplácaná poistná suma je vo výške 150 eur.



Graf 15 Modelové portfólio podľa poistnej sumy

Zdroj: vlastné spracovanie

4.3.2 Súčasná hodnota dávok pre vybrané poistky a portfólio

V tejto časti ukážeme ako vplyva na výpočet súčasných hodnôt stochastické modelovanie úmrtnosti. Najprv zvolíme jednu poistku z nášho modelového portfólia na ktorej ukážeme postup výpočtu, určíme pre ňu peňažné toky a súčasnú hodnotu dávok. Porovnáme ako sa menia v portfóliu peňažné a súčasné hodnoty pre jednotlivé pohlavia. V ďalšom kroku vypočítame a porovnáme ako sa menia technické rezervy pri historickej úmrtnosti a pri simulovanej úmrtnosti pre portfólio pre jednotlivé pohlavia. Zvolená poistka bude pre 55 ročnú osobu, ktorá platí 7 rokov na doživotný dôchodok. Zobrazíme a vypočítame peňažné toky a súčasnú hodnotu pre mužov, ženy a pre spolu. Porovnáme zmenu súčasných dávok, ak vypočítame mužov a ženy podľa rozdielnych úmrtnostných tabuliek, následne pomocou gender smernice a podľa aktuárskeho pohľadu.

Vstupné údaje pre našu zvolenú poistku z modelového portfólia sú uvedené v tabuľke 8.

Tabuľka 8 Vstupné údaje pre zvolenú poistku

Pohlavie	Vek	Doba platenia	Dávka	Ročné poistné v €	Počiatočné náklady v €	Provízia v %	Správne náklady €	Terminované náklady v €	Výnos z aktiv v %	Úroková miera v%
muž	55	7	852,00	2533,37	120,00	60,00	30,00	15,00	1,50	1,00

Zdroj: vlastné spracovanie

Tabuľka 9 Peňažné toky pre vybranú poistku s historickou mierou úmrtnosti (muž)

Čas t	na začiatku roka				na konci roka			Celkový CF
	Vek x	Poistné	Náklady	Výnos	Faktor prežitia	Poistné plnenia	Náklady na PP	
1	55	2533,37	1640,02	13,40	1	-	-	906,75
2	56	2533,37	81,30	36,78	0,990129	-	-	2488,85
3	57	2533,37	81,94	36,77	0,979372	-	-	2488,20
4	58	2533,37	82,60	36,76	0,967897	-	-	2487,53
5	59	2533,37	83,27	36,75	0,955402	-	-	2486,85
6	60	2533,37	83,95	36,74	0,940998	-	-	2486,16
7	61	2533,37	84,65	36,73	0,925091	-	-	2485,45
8	62	-	-	-	0,907907	2517,50	17,36	-2534,86
9	63	-	-	-	0,890053	2513,82	17,70	-2531,52
10	64	-	-	-	0,871273	2510,63	18,05	-2528,68

Zdroj: vlastné spracovanie

Vyššie uvedená tabuľka obsahuje ročné peňažné toky pre nami zvolenú poistku. Čas t charakterizuje rok poistenia, poistné charakterizuje výšku poistného, ktoré má poistenec zaplatiť počas siedmich rokov. Náklady boli vypočítané ako provízia z poistného a súčet nákladov na správu, ktorá je daná ako pevná suma na rok. Vo štvrtom stĺpci je výnos, ktorý sa vypočítal ako rozdiel ročných celkových nákladov a ročného poistného, ktorý je vynásobený výnosom z aktív 1,50%. V poslednom stĺpci máme celkové peňažné toky, ktoré sa vypočítali ako rozdiel poistného a nákladov plus rozdiel medzi výnosom, poistným plnením a faktorom pre daný rok. Historické dáta sú použité z roku 2017. Doživotný dôchodok sa vypláca do konca života. Hodnoty v tabuľke nekončia pri veku 64, ale pokračujú až k veku 102. Súčasná hodnota pre 55 ročnú osobu je 10 628,64 €. Ak zmeníme úmrtnosť muža v portfóliu na úmrtnosť podľa „gender“ súčasná hodnota poistky sa zmení na 12 541,19 €.

V peňažných tokoch pre mužov a žien sme si vybrali ako príklad osobu vo veku 55 rokov. Nastavili sme výšku poistného u oboch pohlaviach rovnakú. Poistné platí osoba iba

do dôchodkového veku a poistné plnenie sa jej začne vyplácať až keď sa dožije dôchodkového veku čo je v našom prípade 62 rokov. Keďže žena vo veku 55 rokov dostane dôchodok až o 62 roku, ale dôchodok sa jej vypláca do konca života, tak sme ako názorný príklad vybrali 10 rokov. Faktor prežitia závisí od pravdepodobnosti dožitia. V peňažných tokoch poistné náklady a výnos ostávajú rovnaké. Začne sa meniť až poistné plnenie. Muži majú nižšie poistné plnenie ako ženy kvôli najdôležitejšiemu faktoru a to je úmrtnosť. V úmrtnostných tabuľkách je úmrtnosť pre mužov vyššia ako pri ženách, to vedie k nižšiemu poistnému plneniu ako u žien. Do výpočtu peňažných tokov sa ráta aj faktor prežitia a poistné plnenie, čo znamená, že muži budú mať aj peňažné toky nižšie ako ženy.

Tabuľka 10 Peňažné toky vybranej zmluvy so simulovanou mierou úmrtnosti (muž)

Čas t	na začiatku roka				na konci roka			
	Vek x	Poistné	Náklady	Výnos	Faktor prežitia	Poistné plnenia	Náklady na PP	Celkový CF
1	55	2533,37	1640,02	13,40	1	-	-	906,75
2	56	2533,37	81,30	36,78	0,990129	-	-	2488,85
3	57	2533,37	81,94	36,77	0,977796	-	-	2488,20
4	58	2533,37	82,60	36,76	0,964554	-	-	2487,53
5	59	2533,37	83,27	36,75	0,950307	-	-	2486,85
6	60	2533,37	83,95	36,74	0,934809	-	-	2486,16
7	61	2533,37	84,65	36,73	0,918007	-	-	2485,45
8	62	-	-	-	0,899809	2512,57	17,33	-2529,90
9	63	-	-	-	0,880385	2508,50	17,67	-2526,17
10	64	-	-	-	0,859987	2504,79	18,01	-2522,80

Zdroj: vlastné spracovanie

Na tabuľke 10 môžeme vidieť, že sa poistné, náklady ani výnosy nemenia. Do 56 veku, sme počítali s historickými úmrtnostnými tabuľkami a od roku 57 sme počítali s predikovanými úmrtnosťami, ktoré sme vypočítali podľa vzorcov (3.4), (3.5), (3.6). Pri mužoch nám pomaly začala miera úmrtnosti rásť pre rok 2018 a pre ženy začala klesať. Poistné, náklady a výnosy sa nemenia pretože nemajú žiadny súvis resp. nie sú ovplyvnené simulovanou mierou úmrtnosti. Od nákladov na poistné plnenie až po celkové peňažné toky, sa jednotlivé výpočty menia, pretože sú závislé na pravdepodobnosti úmrtnosti. Na začiatku tejto kapitole sme si spravili simulácie budúcej miery úmrtnosti, kde sme videli, že pre mužov bude v roku 2018 rásť miera úmrtnosti.

Poistné plnenie klesá, čo je ovplyvnené nárastom miery úmrtnosti. Súčasná hodnota pre zvolenú poisťku pri simulovanej úmrtnosti pre rok 2018 bude 48 226,51 €.

4.3.3 Modelovanie portfólia poistiek pomocou simulácii

Pre fiktívne modelové portfólio vypočítame súčasnú hodnotu dávok, ktorú budeme počítat' a porovnávať s úmrtnostnými tabuľkami zvlášť pre mužov, ženy a z pohľadu aktuárskeho a genderu. Portfólio sa skladá z 500 rôznych zmlúv, preto ako príklad vyberieme 10 poistiek, ktoré budeme porovnávať.

Tabuľka 11 Súčasná hodnota pre výber z portfólia žien

Pohlavie	Vstupný vek	Doba trvania	Dávka	Ročné brutto poistne	SH dávky	SH dávky unisex
žena	53	9	87,00	2776,28	15908,72	14078,29
žena	25	37	144,00	826,89	23748,52	20669,78
žena	39	23	177,00	1797,57	29695,97	25917,01
žena	55	7	184,00	8170,83	37445,34	33397,84
žena	39	23	194,00	1970,21	32649,34	28502,87
žena	46	16	148,00	2320,54	24999,85	21890,78
žena	55	7	261,00	11590,14	53360,54	47604,60
žena	46	16	245,00	3841,43	41938,92	36763,75
žena	55	7	104,00	4618,29	20910,06	18637,56
žena	18	44	178,00	827,32	29395,06	25591,10

Zdroj: vlastné spracovanie

Vo fiktívnom portfóliu sa nachádza 221 žien. Do tabuľky 11 sme vybrali na ukážku 10 žien s rôznymi dávkami a vekmi. Súčasná hodnota sa mení podľa veľkosti dávky, brutto poistného a veku osoby x. Celková súčasná hodnota pre portfólio, v ktorom sú len ženy je 12 786 388,59 €. Súčasnú hodnotu sme vypočítali na základe vzorca (3. 9). V prípade celého portfólia pre „unisex“ z aktuárskeho pohľadu je súčasná hodnota 13 199 258,55 €. Pre mužov je súčasná hodnota portfólia 12 637 192,22 €. Z pohľadu „gender“, kde máme rovnakú mieru úmrtnosti aj dávku pre obe pohlavia vyšla súčasná hodnota 18 798 547,44 €.

Tabuľka 12 Nasimulovaná súčasná hodnota portfólia (ženy)

Pohlavie	Vstupný vek	Dobrá trvania	Dávka	Ročné brutto poistne	SH dávky	SH dávky unsiex
žena	53	9	87,00	2776,28	16 058,99 €	14161,41
žena	25	37	144,00	826,89	23 898,50 €	20745,78
žena	39	23	177,00	1797,57	29 917,55 €	26036,48
žena	55	7	184,00	8170,83	37 778,65 €	33582,18
žena	39	23	194,00	1970,21	32 891,63 €	28633,39
žena	46	16	148,00	2320,54	25 223,86 €	22016,11
žena	55	7	261,00	11590,14	53 831,04 €	47864,63
žena	46	16	245,00	3841,43	42 306,12 €	36968,77
žena	55	7	104,00	4618,29	21 100,83 €	18743,27
žena	18	44	178,00	827,32	29 555,50 €	25675,54

Zdroj: vlastné spracovanie

V tabuľke 12 máme nasimulovanú súčasnú hodnotu pre ženy. Kde sme pre prvý rok mali úmrtnosť z úmrtnostnej tabuľky 2017 a od druhého roka sme použili nasimulovanú úmrtnosť pre rok 2018. Súčasná hodnota pri simulácii žien 12 959 223,22 € a u mužov je 12 959 223,22 €. Pri použití rovnakých úmrtnostných tabuliek z aktuárskeho pohľadu je súčasná hodnota 13 260 022,59 € . Súčasná hodnota narástla, pretože úmrtnosť stúpla, čo znamená že ide o pozitívny vplyv, pretože je menšia pravdepodobnosť, že sa niekto dožije dôchodku. Ak by sa dožil, nebude mu dôchodok už dlho vyplácaný. Pri nasimulovanej úmrtnosti na celé portfólio pri použití gedner je súčasná hodnota 14 151 159,97 €.

Záver

Diplomová práca sa venuje stochastickej analýze vplyvu unisex úmrtnosti na dôchodkové poistenie. Hlavným cieľom bolo pomocou vybraného stochastického modelu urobiť prognózu úmrtnosti na ďalšie roky, ukázať ako ovplyvňujú úmrtnostné tabuľky dôchodkové poistenie. Aký je rozdiel, keď sa používajú úmrtnostné tabuľky pre mužov, pre ženy a pre unisex.

V prvej kapitole sme sa venovali životnému poisteniu, kde sme charakterizovali základné pojmy a vývoj životného poistenia. Venovali sme sa poistným rizikám, ktoré sú pre poisťovňu veľmi dôležité a popísali sme aj riziko dlhovekosti, ktoré je pre poisťovne každým rokom väčšie riziko. Opísali sme dôchodkový systém na Slovensku a dôchodkovú reformu. Zo všetkých rizík, ktoré ovplyvňujú poisťovne, sme sa zamerali na riziko úmrtnosti a jeho vplyv na dôchodkové poistenie.

V druhej kapitole práce sme popisovali cieľ práce. Na dosiahnutie hlavného cieľa sme museli použiť aj čiastkové ciele. V práci pracujeme so ženami, mužmi a oboma pohlaviami spolu. Antidiskriminačný zákon nadobudol platnosť na Slovensku od roku 2013.. Poisťovne dodržiavajú smernicu gender, ale vo svojom systéme majú prehľad, koľko ľudí tvoria muži a koľko ženy.

V tretej kapitole sú metodicky spracované všetky metódy, ktoré sme využívali. Pre diplomovú prácu boli veľmi dôležité stochastické modely, ktoré sme charakterizovali a opísali. Vybrali sme Lee Carterov model, s ktorým sme pracovali. Charakterizovali sme dôchodky, ktoré sú pre nás veľmi dôležité. V práci používame predľhotný doživotný dôchodkom. Fiktívne modelové portfólio tvorí 500 rôznych poistných zmlúv. Je rozdelené na mužov, ženy a na obe pohlavia spolu. Na modelové portfólio aj pre historické dáta sme použili stochastický model úmrtnosti Lee Carter. Teória k modelom je opísaná v tretej kapitole práce. Modelové portfólio a jeho vznik sme opísali na začiatku štvrtej kapitoly.

Lee Carterov model sme aplikovali najprv na historické dáta Slovenskej republiky, získali sme parametre závislé na vekoch a rokoch, ktoré sme použili v modeli. Následne sme urobili prognózu úmrtnosti na historické dáta aj na modelové portfólio. Získali sme simulovaný budúci vývoj úmrtnosti pre Slovensko. V ďalšom kroku sme vypočítali peňažné toky a súčasnú hodnotu pre celé modelové portfólio, pre historický vývoj aj pre simulovaný. Na vybranej poisťke sme vypočítali peňažné toky s historickou mierou úmrtnosti a porovnali sme výsledné peňažné toky, s peňažnými tokmi pre simulovanú mieru úmrtnosti.

Z fiktívneho modelu sme vybrali portfólio žien a vypočítali pre neho súčasnú hodnotu, ktorú sme vypočítali podľa rôznych úmrtnostných tabuliek pre mužov a ženy, podľa genderu a nakoniec z aktuárskeho hľadiska. Pri simulácii celého portfólia žien, sme postupovali rovnako a počítali sme s predikciou úmrtnosti pre rok 2018. Miera úmrtnosti narástla, čiže je menšia pravdepodobnosť výplaty dôchodku. Pre poisťovňu je nárast úmrtnosti veľmi pozitívny faktor. Ak prejdeme z rozlišovania pohlavia na unisex, tak sa súčasná hodnota dvihne z dôsledku, že ženám ktoré sa dožívajú dlhšieho veku sa po unisexe zdvihla úmrtnosť, zvýšili sa dávky, čo spôsobilo zníženie pravdepodobnosti výplaty dôchodku. Pravdepodobnosť úmrtia sa zvýšila vo všeobecnosti v predikovanom roku 2018 oproti kalkulovanému roku 2017. Pre modelové portfólio sa výplata doživotného dôchodku znížila.

Použitá literatúra

1. BARLÁK, Ján, Predikcia úmrtnosti na Slovensku [elektronický zdroj]. 2015. 23 s. Dostupné na:
https://www.nbs.sk/_img/Documents/_PUBLIK_NBS_FSR/Biatec/Rok2014/06-2014/05_biatic14-6_Barlak.pdf
2. Doplnenie antidiskriminačného zákona 365/2004 Z.z. a zákona o poisťovníctve 39/2015 Z.z. Dostupné na: <https://www.noveaspi.sk/products/lawText/1/83691/1/2>
3. Lee, R. The Lee-Carter Method for Forecasting Mortality, with Various Extensions and Applications. [Dostupné na internete]. [2019-04-29]. Dostupné na internete: http://pages.stern.nyu.edu/~dbackus/BCH/demography/Lee_LeeCartermethod_NA_AJ_00.pdf.
4. MITTAŠ, Marek. História poisťovníctva – dejiny hľadania istoty!. [elektronický zdroj]. Bratislava: Next future, 2014. [2019-04-29].
5. MILLIMAN, Replicating Portfolios, An Introduction: Analysis and Illustrations. Milliman. [elektronický zdroj], 2009. [2019-04-25] Dostupné na internete: <http://publications.milliman.com/research/life-rr/pdfs/replicating-portfolios-rr.pdf>
6. RYNÍK, Jozef. Dejiny poistenia [elektronický zdroj]. Bratislava, 2010. [2019-04-04]. Dostupné na <https://poistovne.sk/25110-sk/historia-poistovnictva.php>
7. SAKALOVÁ, Katarína. Aktuárske analýzy. 1. vyd. Bratislava: Ekonóm, 2006. 112 s. ISBN 8022521159.
8. SAKALOVÁ, Katarína. Oceňovanie produktov v životnom poistení. 1. vyd. Bratislava: Ekonóm, 2001. 156 s. ISBN 9788022513500.
9. SEKEROVÁ, Viera - BILÍKOVÁ, Mária, Poistná matematika. Bratislava: Vydavateľstvo Ekonóm, 2005. 180 s. ISBN 80-225-2001-2.
10. Štatistický úrad Slovenskej republiky. [elektronický zdroj]. Bratislava. Dostupné na http://statdat.statistics.sk/cognosext/cgi-bin/cognos.cgi?b_action=cognosViewer&ui.action=run&ui.object=storeID%28%22i0C69708C596040098932DD3EA811F009%22%29&ui.name=Preh%C4%BEad%20pohybu%20obyvate%C4%BEstva%20%20SR%2C%20oblasti%2C%20kraje%2C%20okresy%2C%20mesto%2C%20vidiek%20%28ro%C4%8Dne%29%20%5Bom7104rr%5D&run.outputFormat=&run.p

rompt=true&cv.header=false&ui.backURL=%2Fcognosext%2Fcps4%2Fportlets%
2Fcommon%2Fclose.html&run.outputLocale=sk

11. Subjekty finančného trhu. [elektronický zdroj]. Bratislava: Národná banka Slovenska, 2018. [2019-04-29]. Dostupné na:
https://subjekty.nbs.sk/?aktdinput=&aa=select_sector&bb=3&cc=&qq=
12. VKL, Vladimír-PASTOR, Karol, Využitie Lee-Carterovho modelu na predikciu normálnej dĺžky života v SR a ČR [elektronický zdroj]. 2015. 11 s. Dostupné na:
<https://relik.vse.cz/2015/download/pdf/14-Pastor-Karol-paper.pdf>