

EKONOMICKÁ UNIVERZITA V BRATISLAVE
FAKULTA HOSPODÁRSKEJ INFORMATIKY

Evidenčné číslo:103003/I/2020/36086129770905604

ODHAD ELASTICITY SUBSTITÚCIE VSTUPOV
V EKONOMIKÁCH VO SVETE

Diplomová práca

Bratislava 2020

Bc. Marián Viglaš

EKONOMICKÁ UNIVERZITA V BRATISLAVE
FAKULTA HOSPODÁRSKEJ INFORMATIKY

ODHAD ELASTICITY SUBSTITÚCIE VSTUPOV
V EKONOMIKÁCH VO SVETE

Diplomová práca

Študijný program: Operačný výskum a ekonometria

Študijný odbor: Kvantitatívne metódy v ekonómii

Školiace pracovisko: Katedra operačného výskumu a ekonometrie

Vedúci záverečnej práce: doc. Ing. Karol Szomolányi, PhD.

Bratislava 2020

Bc. Marián Viglaš

Čestné vyhlásenie

Čestne vyhlasujem, že záverečnú prácu som vypracoval samostatne a že som uviedol všetku použitú literatúru.

Dátum:

.....

Marián Viglaš

Pod'akovanie

Touto formou vyslovujem pod'akovanie môjmu vedúcemu diplomovej práce doc. Ing. Karolovi Szomolányimu, PhD. za trpezlivosť, odborné vedenie a cenné pripomienky pri vypracovávaní tejto diplomovej práce.

ABSTRAKT

VIGLAŠ, Marián: *Odhad elasticity substitúcie vstupov v ekonomikách vo svete*. – Ekonomická univerzita v Bratislave. Fakulta hospodárskej informatiky; Katedra operačného výskumu a ekonometrie. – vedúci záverečnej práce: doc. Ing. Karol Szomolányi, PhD. – Bratislava: FHI EU, 2020, 49 s.

Hlavným cieľom záverečnej práce je odhadnúť elasticitu substitúcie vstupov vo vybraných 24 krajinách vo svete rozdelených do troch skupín podľa miery otvorenosti ekonomiky a vzájomné porovnanie výsledkov odhadov týchto skupín. Práca je rozdelená do štyroch kapitol, obsahuje 22 obrázkov Prvá kapitola sa zaoberá súčasným stavom riešenej problematiky. V ďalšej kapitole definujeme hlavný cieľ a jednotlivé čiastkové ciele záverečnej práce. Tretia kapitola popisuje metodiku práce a metódy skúmania uplatnené v diplomovej práci. Záverečná kapitola obsahuje samotné výsledky práce, odhady modelov elasticity substitúcie vstupov.

Kľúčové slová: elasticita substitúcie vstupov, svetové ekonomiky, ekonometrický odhad

ABSTRACT

VIGLAŠ, Marián:.Estimate of elasticity of substitution in world economies – University of Economics in Bratislava. Faculty of Economic Informatics; Department of Operational Research and Econometrics. – Supervisor of thesis: doc. Ing. Karol Szomolányi, PhD. – Bratislava: FHI EU, 2020, 49 p.

The main aim of this Diploma thesis is to estimate the elasticity of input substitution of chosen 24 world economies divided to three groups according to rate of economic openness and comparison of results of estimates between those groups. The thesis is divided to four chapters. contains 22 pictures. First chapter describes current state of problem. In the next chapter we define the main goal and partial goals of thesis. Third chapter describes the methodology of work. The final chapter contains the results of work, estimates models of elasticity of input substitution.

Keywords: elasticity of input substitution, world economies, econometric estimate

OBSAH

ZOZNAM OBRÁZKOV	8
ÚVOD.....	9
1 Súčasný stav riešenej problematiky doma a v zahraničí.....	10
1.1 Elasticita dopytu	10
1.1.1 Výpočet elasticity dopytu.....	11
1.1.2 Determinanty elasticity dopytu	12
1.2 Elasticita substitúcie	13
1.2.1 Produkčná funkcia a marginálna produktivita	14
1.2.2 Izokvanta a miera technickej substitúcie.....	17
1.3 Produkčné funkcie s rôzne určenými elasticitami substitúcie	20
1.4 Determinanty elasticity substitúcie	25
2 Cieľ práce	29
3 Metodika práce a metódy skúmania	30
3.1 Panelové dáta	30
3.1.1 Spojený regresný model.....	30
3.1.2 Model s fixnými efektmi.....	31
3.1.3 Model s náhodnými efektmi.....	32
3.2 Frekvenčný filter Baxtera-Kinga	32
4 Výsledky práce	34
4.1 Odhad σ pre prvú skupinu krajín	35
4.2 Odhad σ pre druhú skupina krajín	38
4.3 Odhad σ pre tretiu skupina krajín	41
ZÁVER	45
Zoznam použitej literatúry.....	46

ZOZNAM OBRÁZKOV

Obrázok č.1: Krivka dopytu

Obrázok č.2: Izokvanta produkčnej funkcie

Obrázok č.3: Izokvantová mapa

Obrázok č.4: Elasticita substitúcie medzi kapitálom a prácou

Obrázok č.5: Izokvanty zodpovedajúce produkčnej funkcii s $\sigma = \infty$

Obrázok č.6: Izokvanty zodpovedajúce produkčnej funkcii s $\sigma = 0$

Obrázok č.7: Izokvanty zodpovedajúce produkčnej funkcii s $\sigma = 1$

Obrázok č.8: Spojený regresný model prvej skupiny krajín

Obrázok č.9: Model FEM s výpisom fixných efektov prvej skupiny krajín

Obrázok č.10: Testovanie hypotézy, či jednotlivé krajiny majú rovnaké konštanty prvej skupiny krajín

Obrázok č.11: Model REM s výpisom náhodných efektov prvej skupiny krajín

Obrázok č.12: Hausmanov test rozhodujúci medzi modelmi FEM a REM prvej skupiny

Obrázok č.13: Spojený regresný model druhej skupiny krajín

Obrázok č.14: Model FEM s výpisom fixných efektov druhej skupiny krajín

Obrázok č.15: Testovanie hypotézy, či jednotlivé krajiny majú rovnaké konštanty druhej skupiny krajín

Obrázok č.16: Model REM s výpisom náhodných efektov druhej skupiny krajín

Obrázok č.17: Hausmanov test rozhodujúci medzi modelmi FEM a REM druhej skupiny krajín

Obrázok č.18: Spojený regresný model tretej skupiny krajín

Obrázok č.19: Model FEM s výpisom fixných efektov tretej skupiny krajín

Obrázok č.20: Testovanie hypotézy, či jednotlivé krajiny majú rovnaké konštanty tretej skupiny krajín

Obrázok č.21: Model REM s výpisom náhodných efektov tretej skupiny krajín

Obrázok č.22: Hausmanov test rozhodujúci medzi modelmi FEM a REM tretej skupiny krajín

ÚVOD

Elasticita substitúcie medzi kapitálom a prácou (σ) zohráva rozhodujúcu úlohu vo viacerých ekonomických témach, ako sú napríklad hospodársky rast, pracovný trh, verejné financie a mnohé ďalšie. Vysoká hodnota σ , dostatočne vyššia ako jedna, je vnímaná ako dôsledok neprestajného hospodárskeho rastu, pretože nedostatočný faktor je jednoduchšie nahradiť za dostatočný. Elasticita substitúcie je považovaná ako dôležitá vlastnosť produkčnej funkcie. Produkčná funkcia je matematickým zobrazením vzťahov medzi výsledkami výroby a faktormi jej rastu, pričom sa nepriamo zaoberá aj vzájomnými vzťahmi medzi týmito faktormi.

Existuje mnoho produkčných funkcií v rôznych analytických tvaroch. Prirodzené prostredie k štúdiu elasticity je konštantná elasticita substitúcie (CES) produkčnej funkcie. Keď sa elasticita substitúcie rovná jednej, potom CES produkčná funkcia nadobúda formu Cobbovo-Douglasovej, ktorá sa takmer považuje za vzor v modernom makroekonomickom modelovaní. Kritická hodnota elasticity je jedna. Čím je elasticita substitúcie vyššia, tým viac sú faktory substitútmi a čím menšia, tým sú viac komplementmi.

Napriek dôležitosti a rozsiahlym výskumom sa v literatúre neobjavili takmer žiadne fakty, ktoré by mohli ovplyvňovať alebo určovať elasticitu substitúcie. Tento nedostatok prehľadu je ešte viac zavádzajúci pri empirických dôkazoch a štúdiách, ktoré nachádzajú rôzne zmeny v hodnote elasticity pre rozličné krajiny, špecifické sektory a priemysly počas rôznych období. Veľkosť elasticity substitúcie je dôležitá pre pochopenie trendu v pomere faktorov. Kaldor (1957) dospel k makroekonomickému faktu, že podiel práce a kapitálu je v čase stabilný. Tento fakt motivoval predpoklad Cobbovo-Douglasovo agregátnej produkčnej funkcie.

V našej práci budeme pracovať s údajmi vybraných 24 krajín sveta rozdelených do troch skupín podľa miery otvorenosti ekonomiky a odhadneme elasticitu substitúcie pre každú skupinu týchto krajín. Jednotlivé výsledky odhadov porovnáme a určíme, aký majú vzťah s mierou otvorenosti ekonomiky. Základnou odbornou literatúrou, z ktorej budeme čerpať informácie je štúdia substituenej elasticity (Chirinko, Mallick, 2014) a štúdia elasticity substitúcie v post komunistických krajinách (Szomolányi, Lukáčik, Lukáčiková, 2018).

1 Súčasný stav riešenej problematiky doma a v zahraničí

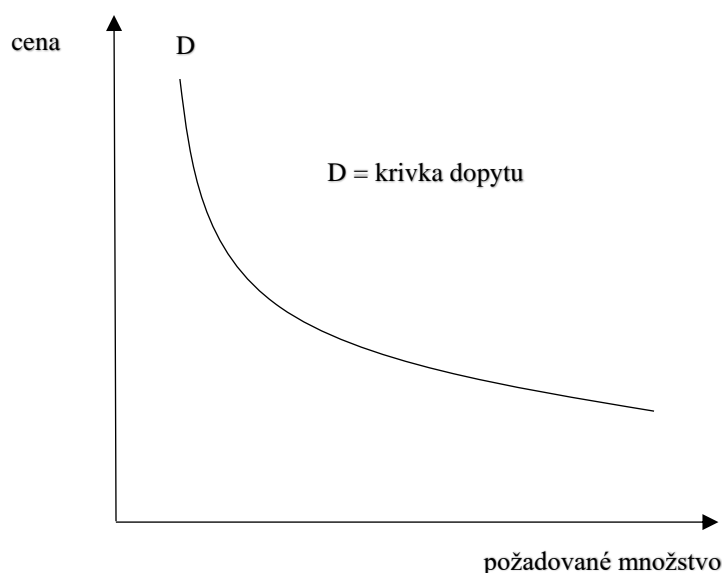
1.1 Elasticita dopytu

Pod pojmom elasticita rozumieme pružnosť alebo ohybnosť. Elasticita dopytu alebo pružnosť dopytu je elasticita premennej dopytu vo vzťahu k premennej faktoru dopytu, teda citlivosť dopytu na zmenu nejakého faktoru ovplyvňujúceho veľkosť dopytu. Faktory ovplyvňujúce požadované množstvo tovaru a služieb môžu byť napríklad cena, príjem alebo preferencie. Ak sa prejaví zmena v týchto premenných, zapríčiní to zmenu v požadovanom množstve tovaru a služieb. Napríklad, ak sa zmena požadovaného množstva vzťahuje na zmenu v cene tovaru a služby, nazývame takúto elasticitu cenovou elasticitou dopytu. Podľa Fendek

a znie definícia elasticity nasledovne: „Elasticitou nazývame mieru citlivosti jednej premennej na zmenu inej premennej; je teda percentuálnou zmenou jednej premennej vyvolanou percentuálnou zmenou inej premennej.“ (Fendek, 1999).

Na krivke dopytu jednoducho vidieť vzájomné vzťahy medzi cenou a požadovaným množstvom.

Obrázok č. 1: **krivka dopytu**



Zdroj: vlastné spracovanie

Ak je tovar alebo služba elastická, znamená to, že požadované množstvo sa zmení ak sa zmení aj cena. Napríklad, ak stúpne cena tovaru, dopyt bude klesať. Elastické tovary sú napríklad oblečenie, elektronika, nábytok, teda nákupy, ktoré nie sú nevyhnutné. Ak je tovar alebo služba neelastická znamená to, že dopyt sa nezmení, ak sa zmení cena. Môže to byť napríklad plyn, voda, elektrina, ktoré sú nevyhnutné k životu. Ak cena týchto služieb stúpne, dopyt ostane rovnaký. V tomto prípade ide o *dokonale neelastický dopyt*, v ktorom sa dopyt vôbec nezmení. (Varian, 1992)

1.1.1 Výpočet elasticity dopytu

Cenovú elasticitu dopytu môžeme vyjadriť ako zmenu množstva dopytu pri jednotkovom zvýšení ceny. Vieme to vyjadriť pomocou nasledovného vzorca:

$$E_D = \frac{\frac{\Delta Q}{Q}}{\frac{\Delta P}{P}} = \frac{\Delta Q}{Q} * \frac{P}{\Delta P} \quad (1.1)$$

kde:

P – cena požadovaného množstva,

Q – požadované množstvo.

Tento vzťah sa nazýva aj bodová elasticita dopytu, pretože elasticita sa určuje v určitom bode na krivke dopytu. (Molnárová, 2012)

Spôsoby výpočtu cenovej elasticity sú rôzne. Jednou z nich je aj oblúčková elasticita dopytu, ktorá vymedzuje dva ľubovoľne zvolené body na dopytovej krivke, medzi ktoré sa určí elasticita jednej premennej k závislosti elasticity druhej premennej.

$$E_D = \left| \frac{\frac{(Q_2 - Q_1)}{(Q_2 + Q_1)/2}}{\frac{(P_2 - P_1)}{(P_2 + P_1)/2}} \right| = \left| \frac{\Delta Q / ((Q_2 + Q_1)/2)}{\Delta P / ((P_2 + P_1)/2)} \right| \quad (1.2)$$

Dá sa vyjadriť aj nasledovne:

$$E_D = \frac{\text{percentuálna zmena požadovaného množstva}}{\text{percentuálna zmena ceny}} \quad (1.3)$$

Ďalším spôsobom výpočtu elasticity dopytu je krížová elasticita dopytu. Výpočet je podobný ako pri bodovej elasticite dopytu len s tým rozdielom, že faktorom dopytu krížovej elasticity je cena iného statku. Vyjadruje teda dopyt po tovare alebo službe X, pri zmene iného tovaru alebo služby Y. Ak rastie dopyt po tovare X a zároveň rastie aj cena tovaru Y, hovoríme o nahraditeľných statkoch, tzv. substitúty. (Varian, 1992)

Matematicky sa dá vyjadriť:

$$E_D = \frac{\partial Q_x}{\partial P_y} * \frac{P_y}{Q_x} \quad (1.4)$$

Krížová elasticita sa dá vyjadriť aj zjednodušene:

$$E_D = \frac{\text{percentuálna zmena požadovaného množstva statku } x}{\text{percentuálna zmena ceny statku } y} \quad (1.5)$$

„Výsledné hodnoty elasticity dopytu možno rozdeliť do nasledovných skupín:

- Hodnota $|E_D| > 1$, dopyt je elastický, jednopercenčný pokles alebo nárast ceny zapríčini viac ako jednopercenčný pokles alebo nárast požadovaného množstva.
- Hodnota $|E_D| < 1$, dopyt je neelastický, jednopercenčný pokles alebo nárast ceny zapríčini menej ako jednopercenčný nárast alebo pokles požadovaného množstva.
- Hodnota $|E_D| = 1$, dopyt je jednotkovo elastický, jednopercenčný nárast alebo pokles ceny zapríčini menej než jednopercenčný nárast alebo pokles požadovaného množstva.“ (Horehájová, 2014).

1.1.2 Determinanty elasticity dopytu

Existuje mnoho faktorov, ktoré ovplyvňujú elasticitu dopytu. Medzi základné faktory podľa Hubbarda (2014) patria:

- Dostupnosť substitučných tovarov – teda tovary a služby, ktoré sú nahraditeľné iným tovarom alebo službou. Platí, že elasticita dopytu rastie s dostupnosťou nahradenia tovaru alebo služby.
- Čas – elasticita dopytu je vyššia v dlhšom období, pretože spotrebiteľia reagujú na zmenu ceny hľadáním substitučných tovarov. V kratšom období sa na zmeny cien veľmi nereaguje, čiže elasticita dopytu je nižšia.
- Podiel na príjme – vo všeobecnosti, čím nižší je podiel na príjme, tým nižšia je elasticita dopytu. A naopak, čím je vyšší podiel na príjme, tým je vyššia elasticita dopytu, pretože spotrebiteľia si dávajú väčší pozor na kúpu tovaru kvôli nákladom. To sa týka samozrejme tovarov, ktoré majú veľký vplyv na rozpočet spotrebiteľov.
- Nevyhnutné statky a luxusné statky – nevyhnutné statky sú tie, ktoré spotrebiteľia potrebujú aj v prípade, že ceny rastú. Čím viac sú potrebné, tým je nižšia elasticita. Nevyhnutné statky boli uvedené už pri definovaní dokonale neelastického dopytu v prvej podkapitole, kde sme definovali plyn, vodu a elektrinu ako neelastické, pretože sú nevyhnutné. Luxusné statky spotrebiteľia nepovažujú za nevyhnutné, a preto je dopyt po nich elastický.
- Úzkosť trhu – čím je trh užšie definovaný, tým viac je k dispozícii substitútov a dopyt je viac elastickejší. Napríklad, trh s jedlom je širšie definovaný trh, pretože jedlo je nevyhnutné a má menej substitútov.

1.2 Elasticita substitúcie

V predošlej kapitole sme vysvetlili elasticitu dopytu, ktorá je súčasťou mikroekonomickej analýzy. Stretli sme sa s pojmom substitúcia ako jedným z faktorov ovplyvňujúcich elasticitu dopytu. V makroekonómii je princíp substitúcie základný element neoklasickej teórie, špeciálne produkčnej teórie. Ako parameter produkčnej funkcie, elasticita substitúcie predstavuje množinu všetkých technicky prípustných kombinácií vstupných faktorov, ktoré produkujú určité množstvo výstupov. Elasticita substitúcie môže byť považovaná ako miera efektívnosti výrobného systému k premene vstupov na výstup. (de La Grandville, 1989).

Čím viac sú dva vstupy vo výrobe zameniteľné, tzn. čím je elasticita substitúcie vyššia, tým lepšie dokáže hospodárstvo premieňať relatívny nadbytok vstupných faktorov

na ďalší výstup. Elasticita substitúcie medzi vstupom i a výstupom j môže byť matematicky definovaná ako:

$$\sigma = \frac{\partial \ln(x_i/x_j)}{\partial \ln(f_j/f_i)} \quad (1.6)$$

V makroekonómii sa elasticita substitúcie medzi kapitálom a prácou preukázala ako kriticky dôležitá vo viacerých oblastiach. Napríklad, stupeň zameniteľnosti ovplyvňuje reakciu obchodných investícií na zmenu v úrokovej miere (Chirinko, 2002), návratnosť výrobných faktorov v otvorenom hospodárstve (Jones a Ruffin, 2008), vzťah medzi technologickými šokmi a odpracovanými hodinami (Candore, 2014). Elasticita substitúcie je ešte viac dôležitá v teórií ekonomického rastu. V modeloch rastu Solowa (1956) a Pitchforda (1960) sa preukázalo, že pre dostatočne vysokú hodnotu σ , nutne vyššiu ako jedna, je možný neprestajný rast hospodárstva aj bez technologického pokroku. (Knoblach, Stockl, 2019)

1.2.1 Produkčná funkcia a marginálna produktivita

Nicholson, Snyder (2008) vo svojej knihe *Microeconomic theory* spomínajú elasticitu substitúcie ako merateľný aspekt produkčnej funkcie. V nasledujúcich dvoch podkapitolách bude väčšina informácií čerpaných práve z tejto knihy, pretože považujeme za dôležité vysvetliť akú úlohu elasticita substitúcie zohráva v produkcii. Aktivita ktorejkoľvek firmy je v princípe premena vstupov na výstupy. Ekonómovia skonštruovali abstraktný model produkcie, ktorého vzťah medzi vstupmi a výstupmi je vysvetlený produkčnou funkciou v tvare

$$q = f(k, l) \quad (1.7)$$

kde:

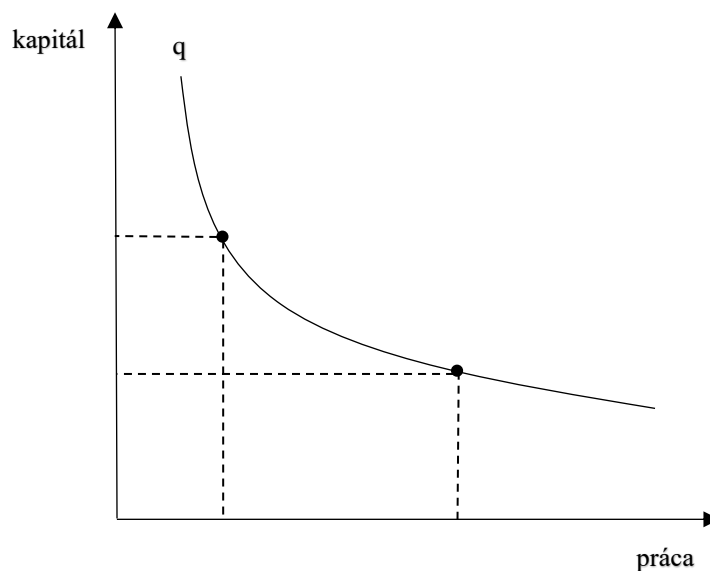
q – výstup firmy konkrétneho tovaru za určité obdobie,

k – využitie stroja (kapitál) za určité obdobie,

l – práca v odpracovaných hodinách.

Je možné pridať aj iné premenné ovplyvňujúce produkciu, ako napríklad množstvo použitého materiálu. Graficky môžeme produkčnú funkciu medzi kapitálom a prácou znázorniť pomocou izokvanty nasledovne:

Obrázok č.2: Izokvanta produkčnej funkcie



Zdroj: vlastné spracovanie podľa Nicholson, Snyder (2008)

Od krivky dopytu znázornenej v prvej kapitole sa skoro vôbec neodlišuje. Rozdiel je hlavne v tom, že neskúmame vzťah medzi množstvom a cenou, ale vzťah medzi kapitálom a prácou. Produkčná funkcia vyjadruje maximálne množstvo tovarov, ktoré môžu byť vyprodukované alternatívnymi kombináciami vstupov kapitálu (k) a práce (l). Na skúmanie zmeny jedného vstupu definujeme marginálny produkt.

Marginálny produkt vstupu je prírastok výstupu, ktorý môže byť vyprodukovaný zavedením jednej jednotky variabilného vstupu pri nezmenení objemu fixných vstupov. Matematické vyjadrenie je nasledovné:

marginálny produkt kapitálu (MP_k):

$$MP_k = \frac{\partial q}{\partial k} = f_k \quad (1.8)$$

marginálny produkt práce (MP_l):

$$MP_l = \frac{\partial q}{\partial l} = f_l \quad (1.9)$$

Matematické vyjadrenie marginálneho produktu používa parciálne derivácie, čo vysvetľuje fakt, že všetky ostatné vstupy ostávajú nezmenené, pričom vstup podielu sa mení. Ako príklad môžeme uvažovať o pekárstve, ktoré si prenajme navyše jedného pekára na pečenie chleba, pričom všetky ostatné vstupy ostávajú nezmenené. Prírastok výstupu, ktorý pekár vyprodukuje, predstavuje marginálny produkt pekárstva v jednotkách množstva. Napríklad, ak 10 pekárov v pekárstve napečie za rok 1 000 chlebov a 11 pekárov s rovnakými nástrojmi a priestormi napečie 1 100 chlebov, potom marginálny produkt 11-eho pekára je 100 chlebov za rok.

Môžeme si myslieť, že hodnota marginálneho produktu vstupu závisí od toho, koľko toho vstupu bolo použitého. Napríklad, práca nemôže byť do nekonečna pridávaná do nejakej sféry (so zachovaním rovnakého množstva nástrojov), bez preukázaného zhoršenia v produktivite. Predpoklad znižovania marginálneho produktu sa matematicky vyjadruje druhými parciálnymi deriváciami produkčnej funkcie.

$$\frac{\partial MP_k}{\partial k} = \frac{\partial^2 f}{\partial k^2} = f_{kk} = f_{11} < 0 \quad (1.10)$$

$$\frac{\partial MP_l}{\partial l} = \frac{\partial^2 f}{\partial l^2} = f_{ll} = f_{22} < 0 \quad (1.11)$$

Predpoklad znižovania marginálneho produktu bol pôvodne navrhnutý v 19. storočí ekonómom Thomasom Mathusom, ktorý sa obával, že rapídne zvyšovanie populácie, bude mať za následok nižšiu pracovnú produktivitu. Avšak, zmeny v marginálnom produkte práce v čase nezávisia iba od toho, ako narastá vstup práce, ale aj na iných zmenách v ostatných vstupoch ako kapitál. To znamená, že musíme brať do úvahy vzťah:

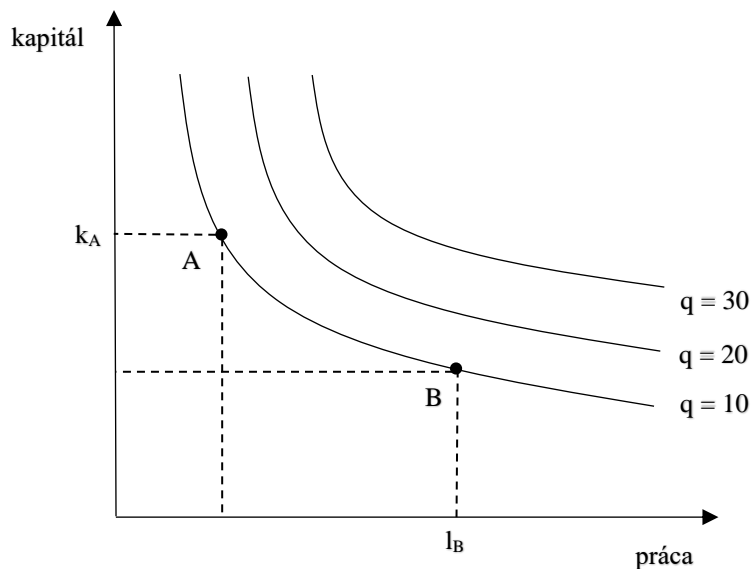
$$\frac{\partial MP_l}{\partial k} = f_{lk} \quad (1.12)$$

Vo väčšine prípadoch $f_{lk} > 0$, takže klesajúca produktivita práce pri náraste l aj k , nie je úplným záverom. Zdá sa, že produktivita práce sa významne zvýšila od čias Malthusa práve preto, lebo prírastky vo vstupoch kapitálu (spolu s technickými zlepšeniami) majú opodstatnený dopad na znižovanie samotného marginálneho produktu.

1.2.2 Izokvanta a miera technickej substitúcie

Na zobrazenie substitúcie jedného vstupu za iný vstup v produkčnej funkcii sa používa graf izokvanty. Stále uvažujeme o produkčnej funkcii z rovnice 1.7. Izokvanta zachytáva také kombinácie kapitálu a práce, ktoré sú schopné vyprodukovať určité množstvo výstupu. Na obrázku č. 3 môžeme vidieť také kombinácie k a l na krivke označenej $q = 10$, ktoré sú schopné vyprodukovať 10 jednotiek výstupu za určité obdobie. Táto izokvanta zachytáva skutočnosť, že existuje viacero možností vyprodukovania 10 jednotiek tohto výstupu. Jedna z možností je zobrazená bodom A, teda by sme použili l_A a k_A na produkciu 10 jednotiek výstupu. Ak by sme napríklad preferovali použiť menej kapitálu a viac práce, použili by sme možnosť označenú bodom B.

Obrázok č.3: Izokvantová mapa



Zdroj: Vlastné spracovanie podľa Nicholson, Snyder (2008)

Izokvanta zobrazuje také kombinácie k a l , ktoré môžu vyprodukovať určitý výstup (q_0). Matematicky sa to dá vyjadriť nasledovne:

$$f(k, l) = q_0 \quad (1.13)$$

V priestore medzi k - l je nekonečne veľa izokvánt. Každá izokvanta vyjadruje rozdielny výstup. Sklon izokvanty vyjadruje ako jeden vstup môže byť menený za druhý, pričom výstup ostáva rovnaký. Skúmanie sklonu poskytuje informácie o technickej možnosti nahradiť prácu za kapitál. Hovoríme o marginálnej miere technickej substitúcie (MRTS), teda miera, pri ktorej môže byť práca nahradená kapitálom pri zachovaní rovnakého výstupu.

$$MRTS_k^l = -\frac{dk}{dl} \quad (1.14)$$

Preskúmaním tvaru produkčnej funkcie izokvanty sa dá preukázať, že $MRTS_k^l$ sa rovná pomeru marginálneho produktu práce (MP_l) k marginálnemu produktu kapitálu (MP_k). Začneme odvođením celkovej diferenciálnej produkčnej funkcie,

$$dq = \frac{\partial f}{\partial l} * dl + \frac{\partial f}{\partial k} * dk = MP_l * dl + MP_k * dk \quad (1.15)$$

ktorá zobrazuje, ako malé zmeny v l a k ovplyvňujú výstup. Pozdĺž izokvanty je výstup konštantný teda $\Delta q = 0$, takže:

$$MP_l * dl = -MP_k * dk \quad (1.16)$$

To vyjadruje, že pozdĺž izokvanty zväčšenie vo výstupe zo zvýšenej práce je presne vyvážené stratou vo výstupe zo zníženého kapitálu. Týmto získavame rovnicu:

$$-\frac{dk}{dl} = MRTS_k^l = \frac{MP_l}{MP_k} \quad (1.17)$$

MRTS je definovaná zmenou vo vstupoch marginálnych produktov. Rovnica 1.17 vyjadruje, že izokvanty musia mať negatívny sklon. Pretože MP_l a MP_k budú nezáporné (žiadna firma by si ne zvolila nákladový vstup, ktorý znižuje výstup), MRTS bude tiež nezáporný. Keďže sklon izokvanty je záporný k MRTS, akákoľvek firma nebude fungovať

na kladnej časti izokvanty. Hoci je matematicky možné odvodiť produkčné funkcie, ktorých izokvanty majú pozitívny sklon, nedávalo by pre firmu ekonomický zmysel zvoliť si takú možnosť vstupov.

Pozdĺž izokvanty sa MRTS znižuje. Vysoký pomer kapitálu k práci znamená, že MRTS je veľké kladné číslo, ktoré indikuje, že veľké množstvo kapitálu môže byť upustené, ak bude navyše dostupná jednotka práce. Na druhej strane, ak sa používa veľa jednotiek práce, MRTS bude nízka, pretože iba malé množstvo kapitálu môže byť vymenené za dodatočnú jednotku práce, ak výstup ostane konštantný. Zdá sa, že tento predpoklad má podobné vzťahy podobné ako predpoklad o znižovaní marginálneho produktu. Rovnica 1.17 môže naznačovať, že rast práce spojený s poklesom kapitálu, bude mať za následok pokles MP_l a rast MP_k , a preto aj pokles MRTS. Problém s týmto predpokladom je ten, že marginálny produkt vstupu závisí od úrovne oboch vstupov, teda zmeny v práci ovplyvnia MP_k a naopak. Z toho dôvodu nie je možné odvodiť znižovanie MRTS z predpokladov o znižovaní marginálneho produktu.

Matematicky to môžeme dokázať tak, že predpokladáme produkčnú funkciu v tvare rovnice 1.7 a f_k a f_l ako kladné (tzn. marginálne produkty sú kladné). Predpokladajme tiež, že $f_{kk} < 0$ a $f_{ll} < 0$ (tzn. marginálne produkty sú znižujúce). Dôkazom toho, že izokvanty sú konvexné, platí vzťah

$d(MRTS) < 0$. To vieme matematicky vyjadriť, nakoľko $MRTS = f_l/f_k$ získavame:

$$\frac{d(MRTS)}{dl} = \frac{d(f_l/f_k)}{dl} \quad (1.18)$$

po deriváte výrazu:

$$\frac{d(MRTS)}{dl} = \frac{f_k \left(f_{ll} + f_{lk} * \frac{dk}{dl} \right) - f_l (f_{kl} + f_{kk} * \frac{dk}{dl})}{(f_k)^2} \quad (1.19)$$

použitím faktu $dk/dl = -f_l/f_k$ dostávame vzťah:

$$\frac{d(MRTS)}{dl} = \frac{f_k^2 f_{ll} - 2f_k f_l f_{kl} + f_l^2 f_{kk}}{(f_k)^3} \quad (1.20)$$

Pretože sme predpokladali $f_k > 0$, menovateľ tejto funkcie je kladný. To znamená, že celý výraz je záporný, ak čitateľ je záporný. Predpokladáme, že f_{kk} a f_{ll} sú záporné, čiže čitateľ bude rozhodne záporný ak f_{kl} je kladné. Z tohto predpokladu vyplýva $d(MRTS) < 0$, tzn. izokvanty sú konvexné. (Varian, 1992)

1.3 Produkčné funkcie s rôzne určenými elasticitami substitúcie

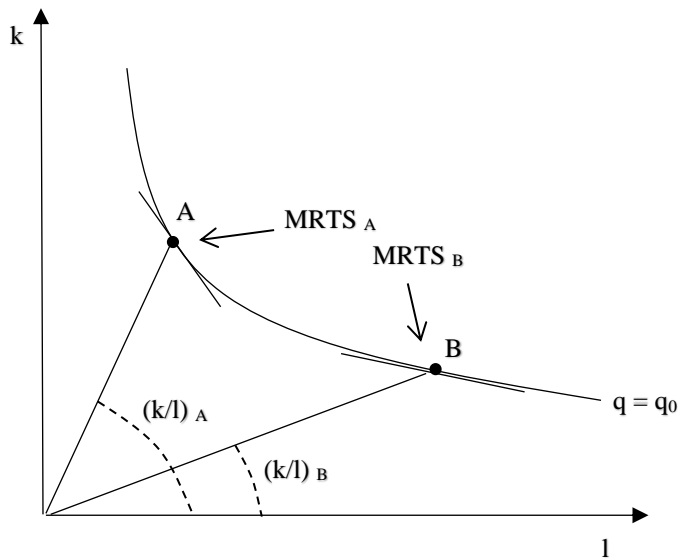
V predchádzajúcej podkapitole sme uviedli elasticitu substitúcie ako dôležitú vlastnosť produkčnej funkcie. Táto vlastnosť je schopnosť nahradiť jeden vstup za iný vstup. Pozdĺž jednej izokvanty, miera technickej substitúcie sa zníži, ak pomer kapitálu k práci sa zníži. Tento stupeň citlivosti sa definuje parametrom. Ak sa miera technickej substitúcie vôbec nemení zmenami v pomere kapitálu k práci, potom je substitúcia jednoduchá, pretože pomer marginálnych produktov dvoch vstupov sa nemení, zatiaľ čo sa vstupy navzájom premieňajú. Zároveň, ak sa miera technickej substitúcie rapídne mení malými zmenami v pomere kapitálu k práci, potom je substitúcia náročná, pretože menšie variácie v premene vstupov, budú mať závažný dopad na vstupy týkajúce sa produktivity. Merateľnosť tejto citlivosti je riešená elasticitou substitúcie.

Pre produkčnú funkciu v tvare v rovnici 1.7 elasticita substitúcie meria percentuálnu zmenu v pomere kapitálu k práci relatívne k percentuálnej zmene v marginálnej miere technickej substitúcie pozdĺž izokvanty. (Nicholson, Snyder, 2008)

$$\sigma = \frac{\% \Delta (k/l)}{\% \Delta MRTS} = \frac{d(k/l)}{d MRTS} * \frac{MRTS}{k/l} = \frac{\partial \ln k/l}{\partial \ln MRTS} = \frac{\partial \ln k/l}{\partial \ln f_l/f_k} \quad (1.21)$$

Keďže sa k/l a $MRTS$ pohybujú pozdĺž izokvanty rovnakým smerom, σ je vždy kladná. Graficky je toto zobrazené na obrázku č. 4 ako pohyb z bodu A do bodu B. V tomto prípade sa mení $MRTS$ a aj pomer k/l . Nás zaujíma relatívna veľkosť týchto zmien. Ak hodnota σ je vysoká, potom $MRTS$ sa veľmi nezmení relatívne ku k/l a izokvanta bude pomerne vyrovnaná. Na druhej strane, nízka hodnota σ indikuje skôr ostro zahnutú izokvantu, teda $MRTS$ sa podstatne zmení, ak k/l sa mení. Vo všeobecnosti je možné, že elasticita substitúcie sa bude líšiť, ak sa pohybujeme pozdĺž izokvanty. Avšak je vhodné predpokladať, že σ je pozdĺž izokvanty konštantná.

Obrázok č.4: **Elasticita substitúcie medzi kapitálom a prácou**



Zdroj: Vlastné spracovanie podľa Nicholson, Snyder (2008)

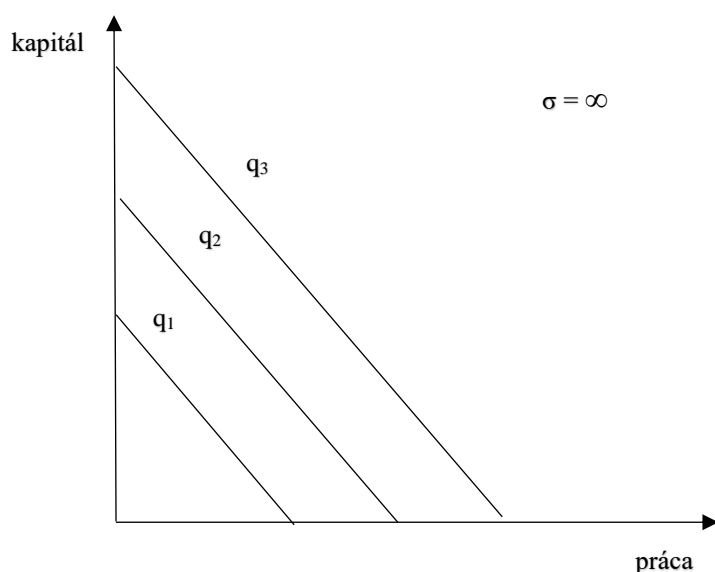
(Nicholson, Snyder, 2008) uvádzajú štyri rôzne produkčné funkcie, každú charakterizovanú inou elasticitou substitúcie.

1. Lineárna produkčná funkcia ($\sigma = \infty$)

$$q = f(k, l) = ak + bl \quad (1.22)$$

Výrobné faktory pre túto produkčnú funkciu sú v rámci aplikovaných technológií voľne nahraditeľné. V tomto prípade možno spotrebu akéhokoľvek výrobného faktora nahradiť spotrebou iného výrobného faktora. Môže nastať aj prípad, kedy sa výrobný faktor vôbec nevyužíva.

Obrázok č.5: Izokvanty zodpovedajúce produkčnej funkcii s $\sigma = \infty$



Zdroj: Vlastné spracovanie podľa Nicholson, Snyder (2008)

2. Produkčná funkcia pri konštantných proporciách ($\sigma = 0$)

Prípado, v ktorom musia byť kapitál a práca vo fixnom pomere. Izokvanty sú zobrazené ako pravouhlé uhly. Firma charakterizovaná touto produkčnou funkciou bude vždy vyrábať podľa vrcholov na priamke, ktoré zároveň predstavujú technologicky efektívne spôsoby výroby. Vyrábať podľa iného bodu ako je vrchol izokvanty by bolo pre firmu neefektívne, pretože rovnaký výstup by mohol byť vyprodukovaný s menej vstupmi na izokvante smerom k vrcholu. Keďže k/l je konštantné, elasticita substitúcie musí byť rovná 0. Matematické vyjadrenie

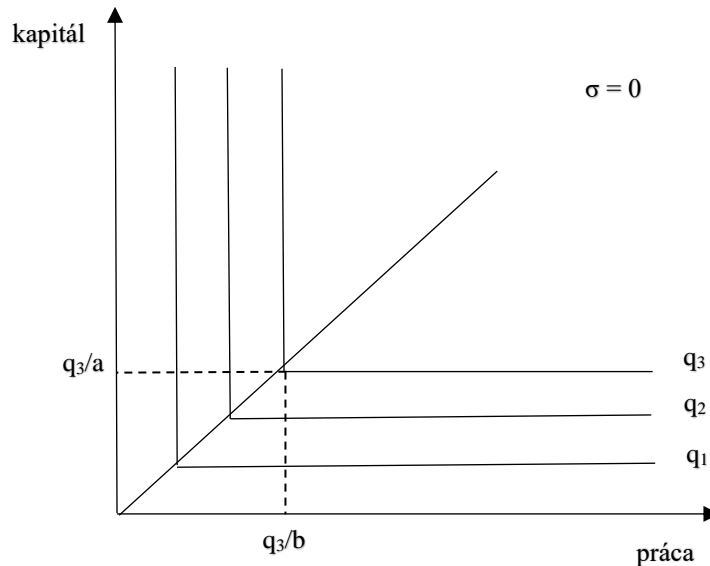
$$q = \min(ak, bl); \quad a, b > 0 \quad (1.23)$$

znamená, že hodnota q je dané menšou hodnotou z dvoch hodnôt v zátvorkách. Napríklad, ak $a_k < b_l$, potom $q = a_k$ a kapitál je ovplyvňujúcim vstupom produkčného procesu. Zamestnaním viac práce by nezvýšilo výstup, a tým marginálny produkt práce by bol nula. Rovnako, ak $a_k > b_l$, potom práca je ovplyvňujúcim vstupom produkčného procesu. Ak $a_k = b_l$, potom oba vstupy sú úplne využité.

Tento typ produkčnej funkcie má široké využitie. Veľa strojov si vyžaduje určitý počet ľudí, ktorí ho budú obsluhovať, ale priveľa ľudí môže byť prebytočné. Uvažujme o kapitáli, ako napríklad kosačka a o práci ako kosenie trávnik. Kosačku môže obsluhovať

iba jedna osoba a jeden vstup bez druhého nie je schopný vyprodukovať žiadny výstup. Stroje takého typu si vyžadujú fixné proporcie práce a kapitálu.

Obrázok č.6: Izokvanty zodpovedajúce produkčnej funkcii s $\sigma = 0$



Zdroj: Vlastné spracovanie podľa Nicholson, Snyder (2008)

3. Cobbova-Douglasova produkčná funkcia ($\sigma = 1$)

Táto produkčná funkcia je strednou cestou predchádzajúcich dvoch funkcií. Izokvanty majú konvexný tvar. Matematická formulácia je nasledovná,

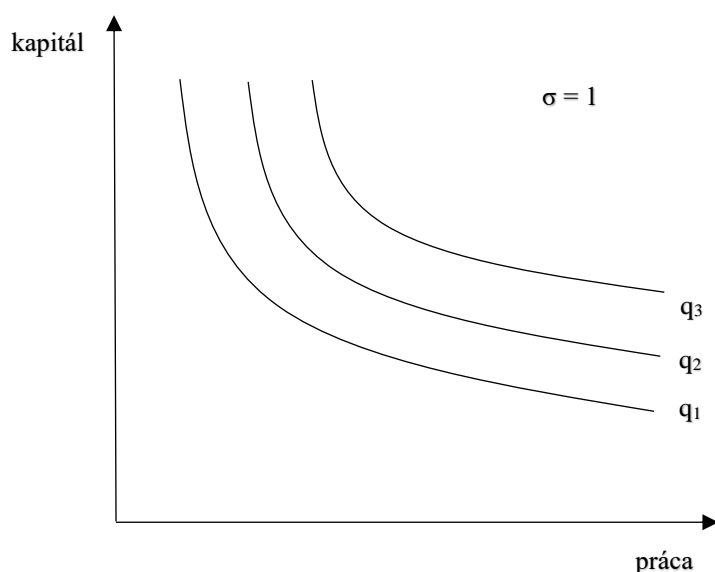
$$q = f(k, l) = Ak^a l^b \quad (1.24)$$

pričom A , a , b sú kladné konštanty. Táto funkcia je veľmi dobre aplikovateľná, pretože je lineárna v logaritmoch:

$$\ln q = \ln A + a \ln k + b \ln l \quad (1.25)$$

Konštanta a je elasticita výstupu vzhľadom na vstup kapitálu, a b je elasticita výstupu vzhľadom na vstup práce. Tieto konštanty môžu byť odhadnuté z aktuálnych údajov.

Obrázok č.7: Izokvanty zodpovedajúce produkčnej funkcii s $\sigma = 1$



Zdroj: Vlastné spracovanie podľa Nicholson, Snyder (2008)

4. CES produkčná funkcia

Konštantná elasticita substitúcie (CES) produkčnej funkcie zlučuje všetky tri predchádzajúce funkcie a dovoľuje σ prijať aj iné hodnoty. Táto funkcia je daná:

$$q = f(k, l) = [k^p + l^p]^{\gamma/p} \quad (1.26)$$

pre $p \leq 1$, $p \neq 0$, $\gamma > 0$. Exponent γ/p stanovuje výnosy z rozsahu. Ak je väčšie ako jedna, tak výnosy z rozsahu sa zvyšujú, ak menšie ako jedna tak výnosy sa znižujú. Priama aplikácia definície σ k tejto funkcii udáva nasledovný výsledok:

$$\sigma = \frac{1}{1 - p} \quad (1.27)$$

Tým lineárna, konštantne proporcionálna a Cobbova-Douglasova produkčné funkcie zodpovedajú $p = 1$, $p = -\infty$ a $p = 0$. Často je CES funkcia používaná s distribučnými váhami β , ktoré indikujú relatívnu významnosť vstupov:

$$q = f(k, l) = [\beta k^p + (1 - \beta)l^p]^{\gamma/p} \quad (1.28)$$

S konštantnými výnosmi rozsahu a $p = 0$, táto funkcia konverguje do formy Cobbovej-Douglasovej funkcie.

$$q = f(k, l) = k^\beta l^{1-\beta} \quad (1.29)$$

1.4 Determinanty elasticity substitúcie

V druhej podkapitole sme spomínali základnú dôležitosť elasticity substitúcie medzi kapitálom a prácou a jej široký rozsah v teoretických a empirických výskumov makroekonómie. Je však menej známe, čo túto elasticitu určuje. Knoblach a Stockl (2019) vo svojej štúdií spomínajú niekoľko determinantov elasticity substitúcie medzi kapitálom a prácou. V rámci inštitucionálnych charakteristík, za hlavné determinanty považujú otvorenosť ekonomiky, centrálné plánovanie, regulácie trhu práce a odborové organizácie, politické zásahy a finančný systém.

1. Otvorenosť ekonomiky

Hicks (1936) zmienil medzinárodný obchod ako inštitucionálny faktor, ktorý môže ovplyvniť elasticitu substitúcie hospodárstva krajiny. Konečné produkty sú vyprodukované CES produkčnou funkciou v tvare: (Ventura, 1997)

$$Y = \left(Y_1^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} + Y_2^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} \right)^{\frac{\sigma}{\sigma-1}} \quad (1.30)$$

Táto funkcia kombinuje dva medziprodukty Y_1 a Y_2 , kde σ odkazuje na elasticitu substitúcie medzi vstupmi. Každý medziprodukt je vyprodukovaný lineárnou technológiou, kde jedna jednotka kapitálu vytvorí jednu jednotku medziproduktu Y_1 , kým jeden pracovník vyrobí určité množstvo jednotiek medziproduktu Y_2 . Oba medziprodukty môžu byť medzinárodne obchodovateľné za ceny p_1 a p_2 .

2. Centrálne plánovanie

Centrálne plánovanie predstavuje štátom plánované ekonomické a komerčné aktivity, v úsilí stanoviť úroveň produkcie a plniť predajné ciele a kvóty. Centrálne plánovanie obchádza trhový mechanizmus, obzvlášť cenový systém, ktorý umožňuje kupujúcim komunikovať s predajcami o tom, koľko by malo byť vyrobené. Výsledkom je často extrémne plytvanie. Easterly a Fischer (1995) tvrdili, že centrálne plánované ekonomiky nie sú schopné vytvoriť široký výber investičného majetku potrebného k efektívnemu nahradeniu za prácu. Krajiny s vysokým stupňom zásahu vlády a plánovania, môžu stratiť trhovu orientované druhy fyzického a ľudského kapitálu, ako napríklad podnikateľské zručnosti, marketing a distribučné schopnosti, takže elasticita substitúcie je nízka.

Tento inštitucionálny faktor je často označovaný ako náklonnosť k socialistickým myšlienkam. Toto označenie vychádza z dôvodov pre pokles rastu HDP v Sovietske v období po roku 1950. Nakumara (2015) tvrdil, že kvôli administratívnym nariadeniam organizácie Sovietskej ekonomiky boli ceny skreslené, a teda neposkytovali informácie a stimuly potrebné k efektívnej substitúcii medzi kapitálom a prácou. Autor navyše tvrdí, že Sovietske spoločnosti jednoducho neboli oprávnené nezávisle nahradiť kapitál za prácu, preto prísna hospodárska politika v Sovietske mohla zapríčiniť nízku efektívnu elasticitu substitúcie. Hoci všetky tieto argumenty sa zdajú byť rozumné, neexistuje žiadna analýza, ktorá potvrdzuje, že centrálne plánované ekonomiky alebo krajiny s nízkym stupňom vládnych zásahov vykazujú významne nižšiu elasticitu substitúcie medzi kapitálom a prácou ako trhovu orientované ekonomiky. Nakamura (2015) taktiež tvrdí, že nie je celkom jasné, či elasticita substitúcie odhadovaná v Sovietskom zväze bola nízka v porovnaní s ostatnými krajinami.

Odhady elasticity substitúcie v Sovietskom zväze sa podľa Nakumari pohybujú od 0,04 až do 0,40. V porovnaní pre časové obdobie od 1950 do 2000, Mallick (2012) odhaduje priemernú elasticitu na 0,34 pre krajiny OECD, s hodnotami veľkými 1,19 pre Švédsko a 0,64 pre USA a nízke hodnoty 0,09 pre Dánsko. Vďaka týmto veľkým rozsahom vo výsledkoch odhadov v Sovietskom zväze a krajiny OECD, spojenie medzi ekonomickým systémom krajiny a elasticity substitúcie medzi kapitálom a prácou, by sa malo brať s nadhľadom.

3. Regulácie trhu práce a odborové organizácie

Substitúcia môže byť tiež obmedzovaná reguláciou trhu práce a inštitucionálnym faktorom akým je odbor, či už v rámci sektora odvetvia alebo medzi-sektorového odvetvia substitúcie. De la Grandville (2016) tvrdí, že ekonomiky so „silnými zvykmi alebo regulačnými bariérami k veľkým zmenám pomeru kapitálu a práce,“ sú zvyčajne charakterizované nižšou efektívnou elasticitou substitúcie. V rámci sektora odvetvia Maki a Meredith (1987) poskytujú empirické dôkazy, že silné pracovné odbory majú negatívny dopad na elasticitu substitúcie vo výrobných sektoroch v USA a Kanade. Avšak existuje veľa rozdielnych analýz, ktoré spochybňujú tento negatívny vplyv. Knoblach a Stockl (2019) uvádzajú, že ďalšie výskumy by mali brať v úvahu skutočnosť, že vplyv odborov práce na elasticitu substitúcie je pravdepodobne nesymetrický, čo znamená, že odbory práce pravdepodobne obmedzujú substitúciu kapitálu za prácu a nie substitúciu práce za kapitál. Správne začlenenie tohto predpokladu, by mohlo výrazne zlepšiť ďalšie empirické analýzy.

4. Politické zásahy a finančný systém

Hľadaním príčiny rýchleho ekonomického rozvoja v Južnej Kórei v druhej polovici minulého storočia, Yuhn (1991) identifikoval relatívne vysokú elasticitu substitúcie ako jeden z hlavných činiteľov ohromnej výkonnosti rastu. Autor tvrdí, že vysoká elasticita v Južnej Kórei je dôsledkom politických zásahov so zámerom udržiavať ceny vstupu kapitálu umelo nízke. Nakoľko σ meria zmenu v optimálnom vstupe faktora pomeru v reakcii ku zmene vo vstupe faktora cien pozdĺž produkčnej izokvanty, nepovažujeme rozsiahlu monetárnu politiku Južnej Kórei za determinant technologickej alebo efektívnej elasticity substitúcie. Presnejšie, zásahy vzhľadom k úrokovej miere môžu mať dopad na elasticitu substitúcie iba vtedy, keď je dodávanie kapitálu v rovnakom čase obmedzené tak, že nespĺní dopyt. Technicky to znamená, že marginálny produkt kapitálu je vyšší ako úroková miera. Iba v takomto prípade sa technologická a efektívna elasticita substitúcie nezhodujú.

Hoci Knoblach a Stockl (2019) odmietajú úrokovú mieru ako hlavný determinant elasticity substitúcie, súhlasia s Yuhn (1991), že nízka úroková miera úverov, zahraničné kontroly výmeny, nízke tarify na importované surové materiály, dlhšie daňové prázdniny a urýchlené znehodnotenie investičného majetku, môžu ovplyvňovať substitúciu, buď ako dopad na aktuálne použitie dostupností substitučných možností (efektívna elasticita), alebo ako ich vplyv na formovanie stimulov rozsahu technológií dostupných pre firmy

(technologická substitúcia). Napríklad, lacný kapitál by mohol vyvolať rozvoj nových technológií, ktoré umožňujú jednoduchšie substituovať kapitál za prácu alebo jednoducho znížiť efektívne náklady na prechod medzi metódami.

2 Cieľ práce

Hlavným cieľom tejto diplomovej práce je odhadnúť elasticitu substitúcie vstupov vo vybraných 24 krajinách vo svete. Krajiny rozdelíme do troch skupín podľa miery otvorenosti ekonomiky. Do prvej skupiny náhodne vyberieme krajiny s mierou otvorenosti ekonomiky do 50 %. Do druhej skupiny krajín náhodne vyberieme krajiny s mierou otvorenosti ekonomiky od 51 % do 99 %. Do tretej skupiny krajín náhodne vyberieme krajiny s mierou otvorenosti ekonomiky vyššou ako 100 %.

Prvým čiastkovým cieľom je odhad modelov prostredníctvom panelových dát a otestovanie vhodnosti týchto modelov pre vybrané skupiny krajín. Ako prvý model odhadneme spojený regresný model, následne model s fixnými efektmi a vzájomne tieto dva modely porovnáme pomocou F-testu. Ďalej odhadneme model s náhodnými efektmi a vykonáme Hausmanov test na určenie vhodnosti modelu s náhodnými alebo fixnými efektmi. Tento postup zvolíme pre všetky tri vybrané skupiny krajín.

Druhým čiastkovým cieľom je vzájomné porovnanie výsledkov odhadov elasticity substitúcie vstupov medzi skupinami vybraných krajín. Zároveň špecifikujeme vzťah medzi týmito odhadmi a mierou otvorenosti ekonomiky.

3 Metodika práce a metody skúmania

V tejto kapitole sa budeme venovať teoretickým postupom, ktoré sme využili v praktickej časti našej práce. Zameriame sa na dve hlavné problematiky a to panelové dáta a frekvenčný filter Baxtera-Kinga. Uvedieme si typy modelov, ktoré je možné odhadnúť v rámci panelových dát a testy rozhodujúce o tom, ktorý z týchto modelov je vhodné použiť. Následne sa oboznámime s frekvenčným filtrom Baxtera-Kinga a predstavíme si jeho úlohu v našej praktickej časti práce.

3.1 Panelové dáta

Panelové dáta sú kombináciou časových a prierezoých údajov. „Pri panelových údajoch existuje časový rad pre každú entitu použitú v rámci prierezoého výberu. Najčastejšie sa používajú na skúmanie časového vývoja rôznych jednotiek z toho istého sektora, trhu alebo geografického celku, pričom typické sú rozsiahla prierezoá štruktúra a len niekoľko časových období“ – Lukáčik, Lukáčiková, Szomolányi (2008).

3.1.1 Spojený regresný model

Spojený regresný (pool) model je považovaný za základný regresný model panelových dát. Tento typ modelu môže byť odhadnutý metódou najmenších štvorcov. Model má všeobecný tvar:

$$Y = \alpha + X\beta + u, \quad (3.1)$$

kde:

Y – matica endogénnych premenných,

X – matica exogénnych premenných,

α – úrovňová konštanta,

β – regresný sklon priamky.

Individuálnym efektom je iba vektor jednotiek, čo znamená, že jediný parameter α je spoločnou konštantou. Spojený regresný model predpokladá, že pre všetky prierezové jednotky budú parametre a absolútny člen rovnaké.

3.1.2 Model s fixnými efektmi

Tento model na rozdiel od spojeného regresného modelu predpokladá rôznorodosť prierezových jednotiek v absolútnych členoch. Individuálne efekty sú nepozorovateľné, ale korelované s endogénnymi premennými.

Model FEM má všeobecný tvar :

$$Y = D\alpha + X\beta + u, \quad (3.2)$$

kde stĺpce matici D predstavujú umelé premenné, ktoré nadobúdajú hodnotu $d_{it} = 1$ pre i -tú prierezovú jednotku, a hodnotu $d_{it} = 0$ pre všetky ostatné prierezové jednotky. Z tohto dôvodu sa model zvykne nazývať aj ako LSDV model (Least Squares Dummy Variable). Zvyčajne sa v modeli LSDV zvolí jedna prierezová jednotka, ktorej hodnota predstavuje absolútny člen a využije len $n-1$ umelých premenných.

$$Y = \alpha_1 + D_1\alpha^* + X\beta + u, \quad (3.3)$$

kde matica D_1 predstavuje maticu D bez pravého stĺpca. Vektor α^* je $n-1$ prvkový vektor diferencujúcich absolútnych členov, ktoré sa vzťahujú na absolútny člen základnej skupiny.

Na overenie vhodnosti použitia medzi spojeným regresným modelom (modelom s ohraničeniami) a modelom FEM (modelom bez ohraničení) sa používa **F-test**, ktorý umožňuje testovať rozdielnosť medzi jednotlivými prierezovými jednotkami týchto dvoch modelov. Testovacia štatistika je v tvare:

$$F = \frac{(RSS_{pool} - RSS_{FEM})/(n - 1)}{RSS_{FEM}/(nT - k - n)} \quad (3.4)$$

a porovnáva sa s tabuľkovou hodnotou $F(n-1, nT-k-n)$ na zvolenej hladine významnosti α . V prípade, že je vypočítaná hodnota väčšia ako kritická hodnota, zamietame nulovú hypotézu, že prierezové jednotky majú rovnaké absolútne členy.

3.1.3 Model s náhodnými efektmi

Tretím modelom panelových dát je model s náhodnými efektmi (REM), v ktorom sa predpokladá, že náhodné efekty nie sú korelované s exogénnymi premennými a absolútne členy pre jednotlivé prierezové jednotky sú náhodne rozdelené. Model REM má tvar:

$$y_{it} = \beta_1 x_{it1} + \beta_2 x_{it2} + \dots + \beta_k x_{itk} + (\alpha + \varepsilon_i) + u_{it} \quad (3.5)$$

kde náhodná zložka špecifická pre prierezovú jednotku je vyjadrená ako ε .

Na overenie vhodnosti použitia modelu medzi modelmi s fixnými alebo náhodnými efektmi sa používa **Hausmanov test** špecifikácie. Testovacia štatistika H sa porovná s kritickou hodnotou χ^2 – rozdelenia na zvolenej hladine významnosti α . Počet stupňov voľnosti sa rovná počtu parametrov tvoriaci vektor odhadovaného parametra mínus 1. Ak je $H > \chi^2$, tak môžeme zamietnuť nulovú hypotézu o konzistentnosti parametrov a vhodnejší bude model FEM. Ak je $H < \chi^2$, tak nemožno zamietnuť nulovú hypotézu o konzistentnosti parametrov a vhodnejší bude model REM.

3.2 Frekvenčný filter Baxtera-Kinga

Program EViews umožňuje vypočítať niekoľko foriem frekvenčných filtrov. Tieto filtre sa používajú k odstráneniu cyklickej zložky časového radu špecifikovaním rozsahu jeho dĺžky. „Je to v podstate lineárny filter, ktorý má obojstranný vážený kĺzavý priemer údajov, kde cykly v pásme špecifikované dolnou a hornou hranicou sú vylúčené alebo vyňaté a zvyšné cykly sú vyfiltrované“ – Szomolányi, Lukáčik, Lukáčiková (2018).

Užívateľ musí najprv zvoliť rozsah dĺžky (periodicitu), ktorá je definovaná párnymi číslami (P_L , P_U). Predpokladajme, napríklad, že hospodársky cyklus trvá od 2 do 6 rokov, čiže chceme vyňať cykly v tomto rozsahu. Ak by sme pracovali so štvrťročnými dátami, potom tento rozsah by bol pre dolnú hranicu 8 a hornú hranicu 24 štvrťrokov. Teda, $P_L = 8$

a $P_U = 24$. Rovnako by sme uvažovali aj pri frekvenciách, ktoré definujú počet cyklov v danej perióde (periodicita a frekvencie majú inverzný vzťah). Teda, môžeme tvrdiť, že periodicita v rozsahu (P_L, P_U) zodpovedajú frekvenciám v rozsahu $(2\pi / P_L, 2\pi / P_U)$.

Pre filter Baxtera-Kinga stačí v EViewse zadať frekvenčnú dĺžku kľavého priemeru, a dolnú a hornú hranicu periodicity (P_L, P_U) pre vyfiltrovanie cyklických zložiek. Napokon je treba zadať názvy premenných, ktoré obsahujú výstup pre cyklickú a necyklickú zložku. Týmto získame necyklické zložky, ktoré sú rozdielom medzi skutočným a filtrovaným časovým radom.

4 Výsledky práce

Na odhad elasticity substitúcie vstupov v ekonomikách sveta sme použili ročné údaje vybraných 24 krajín zozbieraných z dvoch databáz - Penn World Tables a Svetovej banky. Údaje sú od roku 1995 do roku 2015. Reálne HDP, reálny kapitál, reálnu úrokovú mieru a znehodnotenie kapitálu sme získali z Penn World Tables. Cenu kapitálu sme vypočítali ako súčet nominálnej úrokovej miery a znehodnotenia kapitálu, pričom nominálnu úrokovú mieru sme odvodili z nasledovného vzťahu:

$$R = (1 + \Pi) * (1 + i) - 1 \quad (4.1)$$

kde:

R – nominálna úroková miera,

i – reálna úroková miera,

Π – miera inflácie.

Mieru inflácie a HDP deflátor, ktorý predstavuje cenu výstupu sme zozbierali z databázy Svetovej banky.

Krajiny sme rozdelili do 3 skupín podľa miery otvorenosti ekonomiky. Každá skupina sa skladala z 8 krajín. Do prvej skupiny sme náhodne zaradili krajiny s nižšou mierou otvorenosti ekonomiky. Uvažovali sme teda s mierou otvorenosti ekonomiky nižšou ako 50 % a patria tam Nigéria, Brazília, Kenya, Peru, Uruguay, Indonézia, Kamerun a Kolumbia. Do druhej skupiny s mierou otvorenosti ekonomiky vyššou ako 51 % a nižšou ako 99 % sme náhodne zaradili krajiny Švédsko, Írsko, Panama, Tunisko, Jordánsko, Arménsko, Chorvátsko a Poľsko. Napokon do tretej skupiny s mierou otvorenosti ekonomiky vyššou ako 100 % sme vybrali Luxembursko, Hong Kong, Singapúr, Belgicko, Holandsko, Litva, Švajčiarsko a Estónsko. Údaje jednotlivých krajín sme zoskupili a upravili podľa nasledovných vzťahov:

$$y = \log\left(\frac{\text{reálny kapitál}}{HDP}\right) \quad (4.2)$$

$$x = \log\left(\frac{\text{cena kapitálu}}{\text{deflátor HDP}}\right) \quad (4.3)$$

Endogénna premenná y predstavuje logaritmus podielu reálneho kapitálu a HDP. Exogénna premenná x je logaritmus ceny kapitálu a deflátoru HDP. V ďalšom kroku sme premenné jednotlivých krajín upravili frekvenčným filtrom Baxtera-Kinga. V programe EViews sme pre naše premenné x a y zadefinovali frekvenčnú dĺžku kĺzavého priemeru s 3 oneskoreniami, s dolnou hranicou periodicity 2 roky a hornou hranicou periodicity 8 rokov. Týmto sme získali necyklické zložky, ktoré sú rozdielom medzi skutočným a filtrovaným časovým radom. Po úprave frekvenčným filtrom sme naše premenné diferencovali, a tým boli pripravené na odhadovanie.

4.1 Odhad σ pre prvú skupinu krajín

Pri odhade elasticity substitúcie prostredníctvom panelových dát sme postupovali podľa postupu opísaného v tretej kapitole. Začali sme s odhadom spojitého regresného modelu pre prvú skupinu krajín. Spojený regresný (pool) model predpokladá, že pre všetky krajiny budú všetky parametre a absolútny člen rovnaký.

$$\Delta y_{it} = \alpha - \sigma \Delta x_{it} + u_{it} \quad (4.4)$$

Obrázok č.8: Spojený regresný model prvej skupiny krajín

View	Proc	Object	Print	Name	Freeze	Estimate	Forecast	Stats	Resids
Dependent Variable: DY									
Method: Panel Least Squares									
Date: 03/24/20 Time: 09:51									
Sample (adjusted): 1999 2012									
Periods included: 14									
Cross-sections included: 8									
Total panel (balanced) observations: 112									
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.					
C	-0.015812	0.003352	-4.716846	0.0000					
DX	-0.062393	0.029301	-2.129370	0.0355					
R-squared	0.039588	Mean dependent var	-0.010329						
Adjusted R-squared	0.030857	S.D. dependent var	0.023073						
S.E. of regression	0.022714	Akaike info criterion	-4.713965						
Sum squared resid	0.056752	Schwarz criterion	-4.665421						
Log likelihood	265.9821	Hannan-Quinn criter.	-4.694269						
F-statistic	4.534219	Durbin-Watson stat	0.129174						
Prob(F-statistic)	0.035454								

$$\Delta \hat{y}_{it} = -0,015 - 0,06 \Delta \hat{x}_{it} \quad (4.5)$$

(0,003) (0,029)

Môžeme si všimnúť, že elasticita v tomto modeli je dosť nízka (0,06), ale je nepravdepodobné, žeby bol absolútny člen pre všetky krajiny rovnaký. Prechádzame na odhad modelu FEM, v ktorom sa absolútne členy odlišujú. Model má tvar

$$\Delta y_{it} = \alpha_i - \sigma \Delta x_{it} + u_{it} \quad (4.6)$$

Obrázok č.9: Model FEM s výpisom fixných efektov prvej skupiny krajín

View	Proc	Object	Print	Name	Freeze	Estimate	Forecast	Stats	Resids
Dependent Variable: DY									
Method: Panel Least Squares									
Date: 03/24/20 Time: 10:12									
Sample (adjusted): 1999 2012									
Periods included: 14									
Cross-sections included: 8									
Total panel (balanced) observations: 112									
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.					
C	-0.019320	0.002936	-6.579783	0.0000					
DX	-0.102301	0.027817	-3.677578	0.0004					
Effects Specification									
Cross-section fixed (dummy variables)									
R-squared	0.483739	Mean dependent var	-0.010329						
Adjusted R-squared	0.443641	S.D. dependent var	0.023073						
S.E. of regression	0.017210	Akaike info criterion	-5.209714						
Sum squared resid	0.030507	Schwarz criterion	-4.991263						
Log likelihood	300.7440	Hannan-Quinn criter.	-5.121082						
F-statistic	12.06391	Durbin-Watson stat	0.260170						
Prob(F-statistic)	0.000000								

View	Proc	Object	Print	Name	Freeze	Est
Cross-section Fixed Effects						
	COUNTRY	Effect				
1	Nigeria	-0.039579				
2	Brazil	0.003802				
3	Kenya	0.007432				
4	Peru	0.011177				
5	Uruguay	0.004609				
6	Indonesia	0.003826				
7	Cameroon	0.011711				
8	Colombia	-0.002978				

$$\Delta \hat{y}_{it} = -0,019 - 0,10 \Delta \hat{x}_{it} \quad (4.7)$$

(0,003) (0,028)

Elasticita substitúcie sa v tomto modeli mierne zvýšila, no aj tak je stále nízka. Na obrázku môžeme vidieť aj fixné efekty, ktoré predstavujú úrovňové konštanty jednotlivých krajín. Spojený regresný model a model FEM môžeme otestovať F-testom aby sme určili, ktorý z modelov je vhodnejší. Hodnota F-štatistiky má hodnotu 12,66 a porovnáваме ju s tabuľkovou hodnotou F(7, 103), ktorá má hodnotu približne (2,10), čo znamená, že na hladine významnosti 5 % je menšia ako hodnota F štatistiky, čiže môžeme zamietnuť nulovú hypotézu o tom, že jednotlivé krajiny majú rovnaké absolútne členy. Model FEM je vhodnejší ako spojený regresný model.

Obrázok č.10: Testovanie hypotézy, či jednotlivé krajiny majú rovnaké konštanty prvej skupiny krajín

View	Proc	Object	Print	Name	Freeze	Estimate	Forecast	Stats	Resids
Redundant Fixed Effects Tests									
Equation: Untitled									
Test cross-section fixed effects									
Effects Test	Statistic	d.f.	Prob.						
Cross-section F	12.658999	(7,103)	0.0000						
Cross-section Chi-square	69.523855	7	0.0000						
Cross-section fixed effects test equation:									
Dependent Variable: DY									
Method: Panel Least Squares									
Date: 03/24/20 Time: 10:20									
Sample (adjusted): 1999 2012									
Periods included: 14									
Cross-sections included: 8									
Total panel (balanced) observations: 112									
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.					
C	-0.015812	0.003352	-4.716846	0.0000					
DX	-0.062393	0.029301	-2.129370	0.0355					
R-squared	0.039588	Mean dependent var	-0.010329						
Adjusted R-squared	0.030857	S.D. dependent var	0.023073						
S.E. of regression	0.022714	Akaike info criterion	-4.713965						

Nasleduje odhad modelu REM, v ktorom sa predpokladá, že náhodné efekty nie sú korelované s vysvetľujúcimi premennými a absolútne členy pre jednotlivé krajiny sú náhodne rozdelené. Model REM má tvar:

$$\Delta y_{it} = -\sigma \Delta x_{it} + (\alpha + \varepsilon_i) + u_{it} \quad (4.8)$$

Obrázok č.11: Model REM s výpisom náhodných efektov prvej skupiny krajín

View	Proc	Object	Print	Name	Freeze	Estimate	Forecast	Stats	Resids
Dependent Variable: DY									
Method: Panel EGLS (Cross-section random effects)									
Date: 03/24/20 Time: 10:59									
Sample (adjusted): 1999 2012									
Periods included: 14									
Cross-sections included: 8									
Total panel (balanced) observations: 112									
Swamy and Arora estimator of component variances									
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.					
C	-0.018937	0.006504	-2.911773	0.0044					
DX	-0.097948	0.027261	-3.592957	0.0005					
Effects Specification				S.D.	Rho				
Cross-section random				0.016471	0.4781				
Idiosyncratic random				0.017210	0.5219				
Weighted Statistics									
R-squared	0.105359	Mean dependent var	-0.002778						
Adjusted R-squared	0.097225	S.D. dependent var	0.018082						
S.E. of regression	0.017180	Sum squared resid	0.032467						
F-statistic	12.95428	Durbin-Watson stat	0.241724						
Prob(F-statistic)	0.000480								

View	Proc	Object	Print	Name	Freeze	Estimate
Cross-section Random Effects						
	COUNTRY	Effect				
1	Nigeria	-0.036654				
2	Brazil	0.003529				
3	Kenya	0.006854				
4	Peru	0.010170				
5	Uruguay	0.004305				
6	Indonesia	0.003906				
7	Cameroon	0.010587				
8	Colombia	-0.002697				

$$\Delta \hat{y}_{it} = -0,10 \Delta \hat{x}_{it} - 0,019 \quad (4.9)$$

$$(0,027) \quad (0,006)$$

Na porovnanie modelu FEM a modelu REM využijeme Hausmanov test. Z obrázka č.12 možno posúdiť, že hodnota $H = 0,618$ je menšia ako $\chi^2(1) = (3,84)$, takže nemožno zamietnuť nulovú hypotézu o konzistentnosti oboch estimátorov a odporúčaným modelom je model REM s hodnotou elasticity substitúcie (0,10).

Obrázok č.12: **Hausmanov test rozhodujúci medzi modelmi FEM a REM prvej skupiny krajín**

View	Proc	Object	Print	Name	Freeze	Estimate	Forecast	Stats	Resids
Correlated Random Effects - Hausman Test									
Equation: Untitled									
Test cross-section random effects									
Test Summary		Chi-Sq. Statistic	Chi-Sq. d.f.	Prob.					
Cross-section random		0.618341	1	0.4317					
Cross-section random effects test comparisons:									
Variable	Fixed	Random	Var(Diff.)	Prob.					
DX	-0.102301	-0.097948	0.000031	0.4317					
Cross-section random effects test equation:									
Dependent Variable: DY									
Method: Panel Least Squares									
Date: 03/24/20 Time: 11:05									
Sample (adjusted): 1999 2012									
Periods included: 14									
Cross-sections included: 8									
Total panel (balanced) observations: 112									

4.2 Odhad σ pre druhú skupinu krajín

Pokračujeme rovnakým postupom aj pre druhú skupinu krajín. Tieto krajiny, ako sme už spomenuli, sú náhodne vybrané krajiny s priemernou mierou otvorenosti ekonomiky od 51 % do 99 %. Začíname odhadom spojeného regresného modelu:

Obrázok č.13: Spojený regresný model druhej skupiny krajín

View	Proc	Object	Print	Name	Freeze	Estimate	Forecast	Stats	Resids
Dependent Variable: DY									
Method: Panel Least Squares									
Date: 03/24/20 Time: 12:37									
Sample (adjusted): 1999 2012									
Periods included: 14									
Cross-sections included: 8									
Total panel (balanced) observations: 112									
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.					
C	-0.012176	0.002446	-4.976869	0.0000					
DX	-0.134365	0.034119	-3.938122	0.0001					
R-squared	0.123567	Mean dependent var	-0.007280						
Adjusted R-squared	0.115600	S.D. dependent var	0.023711						
S.E. of regression	0.022299	Akaike info criterion	-4.750888						
Sum squared resid	0.054695	Schwarz criterion	-4.702344						
Log likelihood	268.0497	Hannan-Quinn criter.	-4.731192						
F-statistic	15.50881	Durbin-Watson stat	0.126272						
Prob(F-statistic)	0.000144								

$$\Delta \hat{y}_{it} = -0,012 - 0,13 \Delta \hat{x}_{it} \quad (4.10)$$

(0,002) (0,034)

V tejto skupine krajín je hodnota elasticity substitúcie vyššia (0,13), ako v prvej skupine krajín, no stále pomerne dosť nízka. Je ale naivné predpokladať, že absolútne členy sú pre všetky krajiny rovnaké, a preto pokračujeme s odhadom modelu FEM.

Obrázok č.14: Model FEM s výpisom fixných efektov druhej skupiny krajín

View	Proc	Object	Print	Name	Freeze	Estimate	Forecast	Stats	Resids
Dependent Variable: DY									
Method: Panel Least Squares									
Date: 03/24/20 Time: 12:33									
Sample (adjusted): 1999 2012									
Periods included: 14									
Cross-sections included: 8									
Total panel (balanced) observations: 112									
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.					
C	-0.012197	0.002320	-5.257151	0.0000					
DX	-0.134954	0.032979	-4.092117	0.0001					
Effects Specification									
Cross-section fixed (dummy variables)									
R-squared	0.271892	Mean dependent var	-0.007280						
Adjusted R-squared	0.215340	S.D. dependent var	0.023711						
S.E. of regression	0.021004	Akaike info criterion	-4.811299						
Sum squared resid	0.045439	Schwarz criterion	-4.592848						
Log likelihood	278.4327	Hannan-Quinn criter.	-4.722666						
F-statistic	4.807824	Durbin-Watson stat	0.152139						
Prob(F-statistic)	0.000048								

View	Proc	Object	Print	Name	Freeze	Estimate
Cross-section Fixed Effects						
		COUNTRY	Effect			
1		Sweden	-0.003733			
2		Iceland	0.000274			
3		Panama	0.009536			
4		Tunisia	0.001549			
5		Jordan	-0.002422			
6		Armenia	-0.020645			
7		Croatia	0.008847			
8		Poland	0.006594			

$$\Delta \hat{y}_{it} = -0,012 - 0,13 \Delta \hat{x}_{it} \quad (4.11)$$

(0,002) (0,033)

Hodnota elasticity substitúcie sa nezmenila, čiže má hodnotu (0,13). Pomocou F-štatistiky sme zistili, že môžeme zamietnuť nulovú hypotézu o tom, že jednotlivé krajiny majú rovnaké absolútne členy, pretože hodnota F štatistiky (2,99) je väčšia ako tabuľková hodnota (2,10). Model FEM je vhodnejší ako spojený regresný model.

Obrázok č.15: Testovanie hypotézy, či jednotlivé krajiny majú rovnaké konštanty druhej skupiny krajín

Effects Test	Statistic	d.f.	Prob.
Cross-section F	2.997488	(7,103)	0.0066
Cross-section Chi-square	20.766005	7	0.0041

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	-0.012176	0.002446	-4.976869	0.0000
DX	-0.134365	0.034119	-3.938122	0.0001

Nasleduje odhad modelu REM:

Obrázok č.16: Model REM s výpisom náhodných efektov druhej skupiny krajín

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	-0.012191	0.003898	-3.127593	0.0023
DX	-0.134779	0.032732	-4.117708	0.0001

Effects Specification		S.D.	Rho
Cross-section random		0.008869	0.1513
Idiosyncratic random		0.021004	0.8487

Weighted Statistics			
R-squared	0.134613	Mean dependent var	-0.003893
Adjusted R-squared	0.126746	S.D. dependent var	0.022374
S.E. of regression	0.020908	Sum squared resid	0.048086
F-statistic	17.11078	Durbin-Watson stat	0.143721
Prob(F-statistic)	0.000069		

COUNTRY	Effect
1 Sweden	-0.002667
2 Iceland	0.000198
3 Panama	0.006805
4 Tunisia	0.001107
5 Jordan	-0.001731
6 Armenia	-0.014739
7 Croatia	0.006318
8 Poland	0.004709

$$\Delta \hat{y}_{it} = -0,13 \Delta \hat{x}_{it} - 0,012 \quad (4.12)$$

(0,033) (0,004)

Hodnota elasticity substitúcie sa znova nezmenila. Hausmanovým testom môžeme ešte zistiť, ktorý z modelov je vhodný.

Obrázok č.17: **Hausmanov test rozhodujúci medzi modelmi FEM a REM druhej skupiny krajín**

View	Proc	Object	Print	Name	Freeze	Estimate	Forecast	Stats	Resids
Correlated Random Effects - Hausman Test									
Equation: Untitled									
Test cross-section random effects									
Test Summary		Chi-Sq. Statistic		Chi-Sq. d.f.		Prob.			
Cross-section random		0.001881		1		0.9654			
Cross-section random effects test comparisons:									
Variable		Fixed		Random		Var(Diff.)		Prob.	
DX		-0.134954		-0.134779		0.000016		0.9654	

Z tabuľky možno posúdiť, že hodnota $H = 0.002$ je menšia ako $\chi^2(1) = 3,84$, takže nemožno zamietnuť nulovú hypotézu o konzistentnosti oboch parametrov, a teda rovnako ako aj pre prvú skupinu krajín je odporúčaným modelom REM. Hodnota elasticity substitúcie pre túto skupinu krajín je pomerne nízka s hodnotou (0,13), ale je vyššia ako pre prvú skupinu krajín.

4.3 Odhad σ pre tretiu skupinu krajín

Ostávajú odhady tretej skupiny krajín s hodnotou miery otvorenosti ekonomiky vyššou ako 100 %. Odhad spojeného regresného modelu:

Obrázok č.18: **Spojený regresný model tretej skupiny krajín**

View	Proc	Object	Print	Name	Freeze	Estimate	Forecast	Stats	Resids
Dependent Variable: DY									
Method: Panel Least Squares									
Date: 03/24/20 Time: 14:15									
Sample (adjusted): 1999 2012									
Periods included: 14									
Cross-sections included: 8									
Total panel (balanced) observations: 112									
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.					
C	-0.010617	0.001486	-7.146221	0.0000					
DX	-0.178854	0.024824	-7.204794	0.0000					
R-squared	0.320606	Mean dependent var	-0.007953						
Adjusted R-squared	0.314430	S.D. dependent var	0.018392						
S.E. of regression	0.015228	Akaike info criterion	-5.513653						
Sum squared resid	0.025508	Schwarz criterion	-5.465108						
Log likelihood	310.7646	Hannan-Quinn criter.	-5.493957						
F-statistic	51.90906	Durbin-Watson stat	0.136820						
Prob(F-statistic)	0.000000								

$$\Delta \hat{y}_{it} = -0,011 - 0,18 \Delta \hat{x}_{it} \quad (4.13)$$

(0,001) (0,025)

Aj v tomto prípade je elasticita substitúcie nízka (0,18), ale vyššia ako pri druhej a tretej skupine krajín. Pozrime sa na odhad FEM modelu.

Obrázok č.19: **Model FEM s výpisom fixných efektov tretej skupiny krajín**

View	Proc	Object	Print	Name	Freeze	Estimate	Forecast	Stats	Resids
Dependent Variable: DY									
Method: Panel Least Squares									
Date: 03/24/20 Time: 14:18									
Sample (adjusted): 1999 2012									
Periods included: 14									
Cross-sections included: 8									
Total panel (balanced) observations: 112									
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.					
C	-0.010862	0.001394	-7.789593	0.0000					
DX	-0.195342	0.025093	-7.784858	0.0000					
Effects Specification									
Cross-section fixed (dummy variables)									
R-squared	0.445444	Mean dependent var	-0.007953						
Adjusted R-squared	0.402372	S.D. dependent var	0.018392						
S.E. of regression	0.014218	Akaike info criterion	-5.591687						
Sum squared resid	0.020821	Schwarz criterion	-5.373236						
Log likelihood	322.1345	Hannan-Quinn criter.	-5.503054						
F-statistic	10.34179	Durbin-Watson stat	0.171937						
Prob(F-statistic)	0.000000								

View	Proc	Object	Print	Name	Freeze	Estimate
Cross-section Fixed Effects						
		COUNTRY	Effect			
1		Luxembourg	0.005133			
2		HongKong	0.000995			
3		Singapore	-0.000883			
4		Belgium	0.006431			
5		Netherlands	0.005928			
6		Lithuania	-0.012227			
7		Switzerland	0.003375			
8		Estonia	-0.008752			

$$\Delta \hat{y}_{it} = -0,011 - 0,20 \Delta \hat{x}_{it} \quad (4.14)$$

(0,001) (0,025)

Pokračujeme F-testom na zistenie, či jednotlivé krajiny majú rovnaké konštanty.

Obrázok č.20: Testovanie hypotézy, či jednotlivé krajiny majú rovnaké konštanty tretej skupiny krajín

View	Proc	Object	Print	Name	Freeze	Estimate	Forecast	Stats	Resids
Redundant Fixed Effects Tests									
Equation: Untitled									
Test cross-section fixed effects									
Effects Test	Statistic	d.f.	Prob.						
Cross-section F	3.312389	(7,103)	0.0032						
Cross-section Chi-square	22.739780	7	0.0019						
Cross-section fixed effects test equation:									
Dependent Variable: DY									
Method: Panel Least Squares									
Date: 03/24/20 Time: 14:20									
Sample (adjusted): 1999 2012									
Periods included: 14									
Cross-sections included: 8									
Total panel (balanced) observations: 112									
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.					
C	-0.010617	0.001486	-7.146221	0.0000					
DX	-0.178854	0.024824	-7.204794	0.0000					

Hodnota F-štatistiky má hodnotu (3,31) a je vyššia ako tabuľková hodnota (2,05) čo znamená, že na hladine významnosti 5 % môžeme zamietnuť nulovú hypotézu a model FEM je vhodnejší s hodnotou elasticity substitúcie (0,20). Nasleduje odhad modelu REM.

Obrázok č.21: Model REM s výpisom náhodných efektov tretej skupiny krajín

View	Proc	Object	Print	Name	Freeze	Estimate	Forecast	Stats	Resids
Dependent Variable: DY									
Method: Panel EGLS (Cross-section random effects)									
Date: 03/24/20 Time: 14:22									
Sample (adjusted): 1999 2012									
Periods included: 14									
Cross-sections included: 8									
Total panel (balanced) observations: 112									
Swamy and Arora estimator of component variances									
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.					
C	-0.010781	0.002495	-4.321746	0.0000					
DX	-0.189893	0.024476	-7.758256	0.0000					
Effects Specification									
			S.D.	Rho					
Cross-section random			0.005855	0.1450					
Idiosyncratic random			0.014218	0.8550					
Weighted Statistics									

View	Proc	Object	Print	Name	Freeze	Estimate
Cross-section Random Effects						
	COUNTRY	Effect				
1	Luxembourg	0.003565				
2	HongKong	0.000602				
3	Singapore	-0.000695				
4	Belgium	0.004544				
5	Netherlands	0.004225				
6	Lithuania	-0.008598				
7	Switzerland	0.002327				
8	Estonia	-0.005970				

$$\Delta\hat{y}_{it} = -0,19 \Delta\hat{x}_{it} - 0,011 \quad (4.15)$$

(0,024) (0,002)

Nakoniec si vhodnosť modelov FEM a REM otestujeme Hausmanovým testom.

Obrázok č.22: **Hausmanov test rozhodujúci medzi modelmi FEM a REM tretej skupiny krajín**

View	Proc	Object	Print	Name	Freeze	Estimate	Forecast	Stats	Resids
Correlated Random Effects - Hausman Test									
Equation: Untitled									
Test cross-section random effects									
Test Summary		Chi-Sq. Statistic		Chi-Sq. d.f.		Prob.			
Cross-section random		0.971939		1		0.3242			
Cross-section random effects test comparisons:									
Variable		Fixed		Random		Var(Diff.)		Prob.	
DX		-0.195342		-0.189893		0.000031		0.3242	
Cross-section random effects test equation:									
Dependent Variable: DY									
Method: Panel Least Squares									
Date: 03/24/20 Time: 14:26									
Sample (adjusted): 1999 2012									
Periods included: 14									
Cross-sections included: 8									
Total panel (balanced) observations: 112									

Aj v tomto prípade je model REM vhodnejší, pretože hodnota $H = 0.97$ je menšia ako $\chi^2(1) = (3,84)$, takže na 5% hladine významnosti nemožno zamietnuť nulovú hypotézu o konzistentnosti oboch parametrov. Usudzujeme teda, že v tretej skupine krajín s najvyššou mierou otvorenosti ekonomiky je elasticita substitúcie (0,19).

ZÁVER

Pre lepšie pochopenie elasticity substitúcie sme sa v prvej časti našej práce zaoberali elasticitou dopytu, ktorá spadá do oblasti mikroekonómie. Uviedli sme spôsoby výpočtu elasticity dopytu, a tiež aj faktory, ktoré ju ovplyvňujú. V ďalšej časti sme sa venovali už samotnej elasticite substitúcie. Opísali sme jej významnú úlohu v produkčnej funkcii. Definovali sme pojmy ako marginálny produkt, izokvanta a marginálna technická miera substitúcie. Následne sme si predstavili štyri typy produkčných funkcií s rôzne určenými elasticitami substitúcie výrobných faktorov. Rovnako ako pri elasticite dopytu, sme v samotnej podkapitole uviedli niekoľko determinantov, ktoré elasticitu substitúcie ovplyvňujú.

V praktickej časti sme porovnali elasticitu vo vybraných ekonomikách sveta. Krajiny sme rozdelili do troch skupín podľa miery otvorenosti ekonomiky. Do prvej skupiny s nižšou mierou otvorenosti ekonomiky sme zaradili Nigériu, Brazíliu, Kenyu, Peru, Uruguay, Indonéziu, Kamerun a Kolumbiu. Elasticita substitúcia v tejto skupine krajín bola nízka s hodnotou (0,10). Do druhej skupiny krajín s priemernou mierou otvorenosti ekonomiky sme zaradili Švédsko, Írsko, Panama, Tunisko, Jordánsko, Arménsko, Chorvátsko a Poľsko. Elasticita substitúcie aj v tejto skupine bola nízka s hodnotou (0,13). Do tretej skupiny krajín s najvyššou mierou otvorenosti ekonomiky sme vybrali Luxembursko, Hong Kong, Singapur, Belgicko, Holandsko, Litva, Švajčiarsko a Estónsko. Miera elasticity substitúcie v tejto skupine krajín predstavovala (0,19). V každej skupine krajín vyšla miera elasticity substitúcie nízka, ale čím bola miera otvorenosti krajín vyššia, tým sa zvyšovala aj miera elasticity substitúcie.

Szomolányi, Lukáčik, Lukáčiková (2017) odhadovali mieru elasticitu substitúcie v slovenskej ekonomike, kde odhadovaná miera bola veľmi nízka. Odhadovaná elasticita v USA podľa Chirinka, Malicka (2014) mala hodnotu (0,40). Slovensko patrí medzi najotvorenejšie ekonomiky sveta, pričom USA patrí medzi krajiny s nižšou mierou otvorenosti ekonomiky. Môžeme usúdiť, že nachádzame rôzne zmeny v hodnote elasticity substitúcie pre rozličné krajiny počas rôznych období, no napriek tomu, miera otvorenosti ekonomiky krajín je považovaná za jeden z determinantov, ktoré ovplyvňujú hodnotu elasticity substitúcie vstupov.

Zoznam použitej literatúry

- [1.] BAXTER, M., KING, R.G. *Measuring Business Cycles: Approximate Band – Pass Filters for Economic Time Series*. The Review of Economics and Statistics, Vol. 81 No. 4, 1999, 593 s.
- [2.] CANTORE, C. – LEON-LEDESMA, M., *Hours, and Factor Substitution*, Journal of the European Economic Association, 2014, 12(1):108{128.
- [3.] DE LA GRANDVILLE, O. *In Quest of the Slutsky Diamond*, The American Economic Review, 1989, 79(3): 468-481
- [4.] DE LA GRANDVILLE, O. *Economic Growth: A Unified Approach*. Cambridge University Press, second edition., 2016
- [5.] EASTERLY, W. – FISCHER S. *The Soviet Economic Decline*. The World Bank Economic Review, 1995, 9(3):341{371.
- [6.] FENDEK, M. *Kvantitatívna mikroekonómia*, Bratislava: IURA EDITION, 1999, 92 s. ISBN 80-88715-54-7.
- [7.] HICKS, J. R.. *Distribution and Economic Progress: A Revised Version*. The Review of Economic Studies, 1936, 4(1):1{12.
- [8.] HICOVÁ, L. *Elasticita dopytu a jej vplyv na rozhodovanie firmy: diplomová práca*. Školiteľ: doc, Ing. Nora Grisáková, PhD. Bratislava, 2018, 67 s.
- [9.] HOREHÁJOVÁ, M. – MARASOVÁ, J. *Mikroekonómia 2 – Teória spotrebiteľa*. Bratislava: Wolters Kluwer, 2014, 128 s., ISBN: 978-808168-054-0.
- [10.] HUBBARD, R. Glenn et al. *Microeconomics*, 3rd Edition. Sydney: Pearson Education Australia, 2014, 95 s. ISBN: 978-1-4860-1022-6

- [11.] CHIRINKO, R. S. *Corporate Taxation, Capital Formation, and the Substitution Elasticity Between Labor and Capital*, National Tax Journal, 2002, 55(2):339{355
- [12.] JONES, R. W. – RUFFIN, R. J. *Trade and Wages: A Deeper Investigation. Review of International Economics*, 2008, 16(2):234{249.
- [13.] KALDOR, N. *A model of Economic Growth*, Economic Journal, 1957, 67, 591-624
- [14.] LUKÁČIKOVÁ, A. – LUKÁČIK, M. *Ekonometrické modelovanie s aplikáciami*. Bratislava: Vydavateľstvo EKONÓM, 2008, 292 s., ISBN: 978-80-225-26142
- [15.] MAKI, D. R. – MEREDITH, L. N., *A Note on Unionization and the Elasticity of Substitution*, *The Canadian Journal of Economics*, 1987, 20(4):792{801.
- [16.] MALLICK, D., *The Role of the Elasticity of Substitution in Economic Growth: A Cross-Country Investigation*, *Labour Economics*, 2012, 19(5):682{694.
- [17.] MOLNÁROVÁ, M. *Matematika I a jej využitie v ekonómii*, Košice: technická univerzita v Košiciach, 2012. 172 s. ISBN 978-80-553-1168-5.
- [18.] NAKUMARA, Y., *Productivity Versus Elasticity: A Normalized Constant Elasticity of Substitution Production Function Applied to Historical Soviet Data*, *Applied Economics*, 2015, 47(53):5805{5823.
- [19.] PITCHFORD, J. D. *Growth and the Elasticity of Factor Substitution*, *Economic Record*, 1960, 36(76):491{504.
- [20.] SNYDER, CH. – NICHOLSON, W., *Microeconomic theory Basic principles and extensions*, tenth edition, Thomson South Western, 2008, 763 s., ISBN: 0-324-42162-1
- [21.] SOLOW, R. M. *A Contribution to the Theory of Economic Growth*,. *The Quarterly Journal of Economics*, 1956, 70(1):65{94.

- [22.] SZOMOLÁNYI, K. – LUKÁČIK, M. – LUKÁČIKOVÁ, A., *Long-Run Elasticity of the Substitution in the Slovak Economy*, ENTerprise REsearch INNOVAtion Conference. Dubrovnik, 2017, ISSN 1849-7950.
- [23.] TOMČÍK, M. *Odhad elasticity substitúcie vstupov z dlhodobého hľadiska: diplomová práca*. Školiteľ: doc. Ing. Karol Szomolányi, PhD. Bratislava, 2019. 45 s.
- [24.] VARIAN, Hal R. *Microeconomic Analysis*, New York: W. W. Norton & Company, 1992, 559 s., ISBN: 0-393-95735-7
- [25.] VENTURA, J. *Growth and Interdependence*, The Quarterly Journal of Economics, 1997, 112(1):57{84.
- [26.] YUHN, K., *Economic Growth, Technical Change Biases, and the Elasticity of Substitution: A Test of the De La Grandville Hypothesis*, The Review of Economics and Statistics, 1991, 73(2):340{346.

Internetové zdroje

- [1.] CHIRINKO, R. S., MALLICK, D. 2014. *Substitution Elasticity, Factor Shares, Long – Run Growth, and the Low – Frequency Panel Model*, CESino Working Paper Series 4895, CESifo Group Munich, July 2014. [online] [cit. 20. 4.2020]. Dostupné na: http://www.cesifo-group.de/DocDL/cesifo1_wp4895.pdf
- [2.] KNOBLACH M. - STOCKL, F., 2019 *What determines the elasticity of substitution between capital and labor?, A literature review*, Dresden: Faculty of Business and Economics, ISSN: 2510-1196 [online] [cit. 15.4.2020]. Dostupné na: https://www.researchgate.net/publication/330563679_What_determines_the_elasticity_of_substitution_between_capital_and_labor_A_literature_review_forthcoming_Journal_of_Economic_Surveys
- [3.] EIEWS USER'S GUIDE II, 2017. [online] [cit. 25.4.2020]. Dostupné na: <https://www3.nd.edu/~nmark/FinancialEconometrics/EViews%2010%20Users%20Guide%20II.pdf>

- [4.] SZOMOLÁNYI, K. – LUKÁČIK, M. – LUKÁČIKOVÁ, A., 2018: *Elasticity of Substitution in Post – Communist Economies*. IRENET – Society for Advancing Innovation and Research in Economy. Zagreb. [online] [cit. 7.4.2020]. Dostupné na: <http://hdl.handle.net/10419/183821>
- [5.] SZOMOLÁNYI, K. – LUKÁČIK, M. – LUKÁČIKOVÁ, A., 2019: *Estimate of the elasticity of substitution in Slovak Economy – a frequency filter SUR model*. 10th Economics & Finance Conference, Rome [online] [cit. 7.4.2020]. Dostupné na: <https://doi.org/10.20472/EFC.2018.010.035>