

**EKONOMICKÁ UNIVERZITA V BRATISLAVE
PODNIKOVĽHOSPODÁRSKA FAKULTA
SO SÍDLOM V KOŠICIACH**

Evidenčné číslo: 107005/B/2020/36109009463025412

**APLIKÁCIA METÓD A ÚLOH OPERAČNEJ
ANALÝZY VO VÝROBNOM PODNIKU**

Bakalárska práca

2020

Viktória Nguyenová

**EKONOMICKÁ UNIVERZITA V BRATISLAVE
PODNIKOVOHOSPODÁRSKA FAKULTA
SO SÍDLOM V KOŠICIACH**

**APLIKÁCIA METÓD A ÚLOH OPERAČNEJ
ANALÝZY VO VÝROBNOM PODNIKU**

Bakalárska práca

Študijný program:	ekonomika a manažment podniku
Študijný odbor:	ekonómia a manažment
Školiace pracovisko:	Katedra obchodného podnikania
Vedúci záverečnej práce:	Ing. Jozef Gajdoš, PhD.

Košice 2020

Viktória Nguyenová



Ekonomická univerzita v Bratislave
Podnikovohospodárska fakulta

ZADANIE ZÁVEREČNEJ PRÁCE

Meno a priezvisko študenta: Viktória Nguyenová

Študijný program: ekonomika a manažment podniku (Jednoodborové štúdium, bakalársky I. st., denná forma)

Študijný odbor: ekonómia a manažment

Typ záverečnej práce: Bakalárska záverečná práca

Jazyk záverečnej práce: slovenský

Sekundárny jazyk: anglický

Názov: Aplikácia metód a úloh operačnej analýzy vo výrobnom podniku

Anotácia: Bakalárska práca sa zaoberá využitím metód operačnej analýzy pri manažérskych rozhodnutiach vo výrobnom podniku. V rámci teoretického vymedzenia základných pojmov a metód operačnej analýzy sa zameriavame najmä na možnosti podpory rozhodovania manažmentu výrobných podnikov na operatívnej úrovni pri optimálnom pláne výroby, optimalizácii výrobného sortimentu či zostavovaní optimálnych zaťažovacích plánov. Praktická časť obsahuje aplikáciu vybranej metódy operačnej analýzy v podmienkach konkrétneho výrobného podniku.

Vedúci: Ing. Jozef Gajdoš, PhD.

Oponent: Ing. Barbora Gontkovičová, PhD.

Katedra: KOP PHF - Katedra obchodného podnikania PHF, Košice

Vedúci katedry: Ing. Katarína Petrovčíková, PhD.

Dátum zadania: 16.04.2019

Dátum schválenia: 31.05.2019

Ing. Katarína Petrovčíková, PhD.

vedúci katedry

Čestné vyhlásenie

Čestne vyhlasujem, že záverečnú prácu som vypracoval(a) samostatne a že som uviedol (uviedla) všetku použitú literatúru.

Dátum:

.....

(podpis študenta)

Podakovanie

Touto cestou by som sa chcela veľmi pekne poďakovať vedúcemu bakalárskej práce Ing. Jozefovi Gajdošovi, PhD. za odborné vedenie, ochotu, čas, pomoc, pripomienky a cenné rady, ktorými značne prispel k vypracovaniu tejto bakalárskej práce.

ABSTRAKT

NGUYENOVÁ, Viktória: Aplikácia metód a úloh operačnej analýzy vo výrobnom podniku – Ekonomická univerzita v Bratislave. Podnikovohospodárska fakulta so sídlom v Košiciach; Katedra obchodného podnikania. – Vedúci záverečnej práce: Ing. Jozef Gajdoš, PhD.. – Košice: PHF EU, 2020, počet strán 49.

Cieľom záverečnej práce je posúdiť možnosti využitia metód a úloh operačnej analýzy vo výrobnom podniku a aplikovať ich v podmienkach konkrétneho podniku. Hlavným zámerom je vypracovať, čo najefektívnejší rezný plán pre podnik s minimalizáciou odpadu. Rezanie v podniku prebieha v dvoch fázach. Prvá fáza spočíva v spracovaní surového materiálu, teda prípravou polotovarov rozličných hrúbok a širok pre druhú fázu. Druhá fáza spočíva v rezaní polotovarov na dosky určitých dĺžok.

Práca je rozdelená do piatich kapitol. Obsahuje 15 obrázkov a 9 tabuliek.

Prvá kapitola je venovaná úvodu do lineárneho programovania, vymedzeniu základných pojmov a ich aplikáciu v praxi.

V ďalšej časti sa jednotlivo zaoberáme metódami operačnej analýzy použitými pri riešení našej problematiky.

Záverečná časť sa zaoberá praktickým riešením rezného plánu podniku.

Výsledkom riešenia danej problematiky je optimalizovaný rezný plán, ktorý umožní podniku ušetriť časť vstupného materiálu, a zároveň skráti celkový čas vynaložený na splnenie objednávky.

Kľúčové slová:

Operačná analýza, lineárne programovanie, manažérske rozhodovanie, optimalizácia

ABSTRACT

NGUYENOVÁ, Viktória: Application of operational research methods and tasks in manufacturing enterprise – University of Economics in Bratislava. Faculty of Business Economics with seat in Košice; Department of Commercial Entrepreneurship. – Supervisor: Ing. Jozef Gajdoš, PhD.. – Košice: PHF EU, 2020, number of pages 49.

The main theme of thesis is to review the possibilities of use of operational research methods and tasks in manufacturing enterprise and apply them under the conditions of specific enterprise. The main aim is to develop the most efficient cutting plan for the firm with waste minimization. Cutting process in the firm takes place in two stages. The first stage consists in the processing of the raw material, i. e. the preparation of semi-finished products of different thicknesses and widths for the second stage. The second stage consists of cutting the semi-finished products from stage one into boards of certain lengths.

The thesis is divided into five chapters, contains 15 pictures and 9 tables.

The first chapter is devoted to introduction to linear programming, definition of basic concepts and their application in practice.

In the next section we deal with methods of operational analysis used in solving our problems.

The final section is devoted to practical solution of the cutting plan of the company.

The result of solving the problem is optimized cutting plan, which will allow the company to save a part of the input material, and at the same time shorten the total time spent on fulfilling the order.

Key words:

Operational research, linear programming, managerial decision making, optimization

OBSAH

Úvod	10
1 Súčasný stav riešenej problematiky doma a v zahraničí.....	12
1.1 <i>Operačná analýza.....</i>	<i>14</i>
1.2 <i>Lineárne programovanie</i>	<i>15</i>
1.2.1 Problém využitia výrobných činiteľov, plánovanie výroby	17
1.2.2 Problém optimalizácie rezných plánov	17
1.3 <i>Simplexová metóda.....</i>	<i>18</i>
1.3.1 Primárny algoritmus.....	19
1.3.2 Dvojfázový algoritmus.....	21
1.4 <i>Aplikácia simplexovej metódy v praxi</i>	<i>21</i>
2 Cieľ práce	24
3 Metodika práce a metódy skúmania	25
3.1 <i>Charakteristika objektu skúmania</i>	<i>25</i>
3.2 <i>Metódy skúmania.....</i>	<i>25</i>
4 Výsledky práce	27
4.1 <i>Profil podniku z finančného hľadiska.....</i>	<i>27</i>
4.2 <i>Formulácia matematického modelu</i>	<i>29</i>
4.3 <i>Riešenie problému prostredníctvom MS Excel Solver</i>	<i>34</i>
5 Diskusia.....	41
Záver	45
Bibliografické zdroje	47

Zoznam ilustrácií a zoznam tabuliek

Obr. 1 Predpoklady lineárneho programovania	15
Obr. 2 Grafické zobrazenie štruktúry aktív	28
Obr. 3 Grafické zobrazenie štruktúry pasív	28
Obr. 4 Znázornenie rezu	31
Obr. 5 Znázornenie tetív	32
Obr. 6 Varianty rezania v MS Excel	34
Obr. 7 Šablóna na výsledok v MS Excel	35
Obr. 8 Účelová funkcia v MS Excel	35
Obr. 9 Obmedzujúce podmienky v MS Excel	36
Obr. 10 Dialógové okno doplnku Riešiteľ	37
Obr. 11 Obmedzujúce podmienky v doplnku Riešiteľ	37
Obr. 12 Podmienka nezápornosti v doplnku Riešiteľ	38
Obr. 13 Podmienka celočíselnosti v doplnku Riešiteľ	38
Obr. 14 Parametre doplnku Riešiteľ	39
Obr. 15 Riešenie problému optimalizácie rezného plánu	40
Tab. 1 Vplyv typu obmedzenia na druh algoritmu	19
Tab. 2 Simplexová tabuľka	20
Tab. 3 Súvaha podniku GDF, s. r. o. k 31.12.2018	27
Tab. 4 Rozmerové údaje	30
Tab. 5 Veľkostné kritéria triedenia v sklade	30
Tab. 6 Maximálny počet H pre 3., 4. a 5. skupinu	30
Tab. 7 Varianty rezania	32
Tab. 8 Odpad pre jednotlivé varianty	33
Tab. 9 Objemové údaje nášho rezného plánu	41

Úvod

Témou tejto bakalárskej práce je oblasť operačnej analýzy ako významný nástroj manažérskeho rozhodovania. Okrem toho, že si priblížime túto oblasť, zameriame sa na jednu z jej najvyužívanejších metód na riešenie modelu lineárneho programovania a tou je simplexová metóda. Zhrnieme i jej aplikáciu v praxi, keďže je čoraz častejšie využívaná ako súčasť rozhodovacieho procesu v podnikoch po celom svete.

Pri súčasnom technologickom pokroku je rozhodovanie pre podnik kritické. Podnikateľský úspech je tak závislý od úspešného prispôsobovania sa tomuto pokroku a od zdokonaľovania sa. Dobré rozhodnutia už nestačia, ak chce podnik prosperovať na dnešnom trhu, musí sa naučiť rozhodovať optimálne.

Mnoho manažérov sa aj dnes ešte stále rozhoduje výhradne na základe vlastných predchádzajúcich skúseností, poprípade na základe intuície. Použitie kvalitatívnych rozhodovacích metód môže mať za následok chybné a často aj finančne náročné rozhodnutia, pretože nájdenie optimálneho riešenia na daný rozhodovací problém nie je jednoduché a vyžaduje si práve použitie exaktných metód pre rozhodovanie.

Pri riešení reálnych problémov sa tieto dva druhy metód často kombinujú. Je to z toho dôvodu, že kvalitatívne metódy odpovedajú skôr na otázky *Ako* a *Prečo* a kvantitatívne skôr na otázky *Ako často* alebo *Kolko*, preto v kombinácii poskytujú komplexnejší pohľad na problém. Exaktná metóda môže byť práve počiatočným stupňom širšej kvalitatívnej analýzy alebo môže byť jej záverom. Pred použitím kvantitatívnej metódy je totižto dôležité stanovenie vzťahov medzi meranými parametrami. Jednou z hlavných výhod exaktných metód je to, že výsledky získané pomocou týchto metód sú ľahko interpretovateľné a porovnateľné.

Operačná analýza nám ponúka množstvo kvantitatívnych metód pre rozhodovanie. Umožňuje podniku rozhodovať sa optimálne v otázkach veľkosti dodávok, objemu výroby s ohľadom na maximálne využitie surovín, prípadne s ohľadom na maximálnu úsporu surovín, taktiež aj v otázkach prepravných možností, pri snahe o dosahovanie maximálneho zisku, pri čo najnižších nákladoch a pod.

Práca je rozčlenená do piatich kapitol. V prvej kapitole je zhrnutá oblasť operačnej analýzy s jej aplikáciou v praxi. Druhá kapitola je venovaná cieľu práce a tretia kapitola

obsahuje stručnú charakteristiku nášho objektu skúmania, ktorým je výrobný podnik GDF, s. r. o. a zároveň spomenieme použité metódy skúmania.

V drevospracujúcom podniku GDF, s. r. o. využijeme konkrétny kvantitatívny nástroj pre rozhodovanie z oblasti operačnej analýzy, a to simplexovú metódu, konkrétne dvojfázový simplexový algoritmus. Obsahom štvrtej kapitoly je teda okrem profilu podniku z finančného hľadiska, formulácia problému optimalizácie rezného plánu v podniku a následne jeho riešenie pomocou programu MS Excel. Postup riešenia prostredníctvom doplnku Solver tohto programu si ukážeme krok po kroku.

V poslednej kapitole sa venujeme diskusii a zhodnoteniu výsledkov, ku ktorým dospejeme v predchádzajúcej kapitole. Pozrieme sa na dosiahnutý výsledok optimalizovaného rezného plánu z finančného hľadiska a zároveň navrhujeme možnosti, ako by ho podnik mohol ešte zlepšiť.

1 Súčasný stav riešenej problematiky doma a v zahraničí

Rozhodovanie v akejkoľvek oblasti zahŕňa pridelenie obmedzených zdrojov na uspokojenie rôznych potrieb. Ide o veľmi významnú priebežnú manažérsku funkciu a venuje sa jej mimoriadna pozornosť, pretože preniká do väčšiny riadiacich činností. Dôvodom je to, že každá manažérska funkcia v určitom štádiu zahŕňa rozhodnutie. Tento proces navrhovania a voľby riešenia problému neprebíha s absolútnou istotou, keďže je nepravdepodobné, že poznáme úplne všetky informácie o variantoch riešení.

Pri všetkých druhoch problémov sú v podstate kroky rozhodovacieho procesu rovnaké. Napríklad Bagshaw (2019) hovorí o týchto šiestich krokoch:

1. Monitorovanie rozhodovacieho prostredia (interné aj externé);
2. Definovanie rozhodovacieho problému;
3. Špecifikácia rozhodovacích premenných;
4. Diagnostika problému;
5. Určenie alternatívnych riešení (napr. brainstorming);
6. Evaluácia (hodnotenie) alternatívnych riešení.

Celý proces sa uzatvára samotným rozhodnutím. Rozhodnutie je vedomý výber riešenia z viacerých variantov, po ktorom nasleduje jeho implementácia.

V rozhodovacom procese platí, že konečný variant, ktorý sme zvolili musí mať vysoký predpoklad úspešnosti a byť v súlade s našimi cieľmi. Pre manažéra by nemala existovať možnosť „bez rozhodnutia“, tzn. že sa rozhoduje racionálne a s vetou „urobíme toto“ alebo „urobíme niečo iné“.

Každý výrobný podnik čelí problému rozhodovania o najefektívnejšej kombinácii vstupov, tak aby dosiahol požadovanú kvantitu a kvalitu, za čo najnižšie náklady a zároveň uspokojil požiadavky zákazníkov.

Zvyšujúce sa environmentálne povedomie a rýchly technologický pokrok výrazne ovplyvnili požiadavky trhu, a tak dosiahnutie efektívneho produkčného plánovania sa stáva kritickou aktivitou manažmentu, ktorá si vyžaduje hĺbkové modelovanie rozhodovacích procesov a plánovania. Rozhodnutia manažmentu majú veľký vplyv na ziskovosť, konkurencieschopnosť a ultimátnu schopnosť podniku prežiť na trhu. Využitím metód

operačnej analýzy môže manažér predísť nesprávnym a finančne náročným rozhodnutiam, napríklad vstup na nevyhovujúci trh, výroba produktov v nesprávnej kvalite, poskytovanie nevhodných služieb a pod.

Pri rozhodovaní podnik využíva rôzne nástroje, základnými sú kvalitatívne, kvantitatívne a kombinované.

Napriek tomu, že kvantitatívne metódy v rozhodovaní vedú k lepším výsledkom, ich aplikácia je stále výzvou pre mnohých manažérov. Dôvodom je uprednostňovanie kvalitatívnych (empirických) metód, ktoré sú založené na subjektívnom posúdení, intuícii, názoroch a minulých skúsenosti v rozhodovaní, preto ich využívajú najmä skúsení manažéri.

Medzi kvalitatívne rozhodovacie nástroje zaradíme napríklad Ishikawov diagram, Porterov model piatich konkurenčných síl a SWOT analýzu, ktoré síce využívajú numerické hodnoty, no tie manažér priraduje na základe vlastnej skúsenosti, názoru.

Gros uvádza štyri rozhodovacie situácie, kedy by aj skúsení manažéri mali rozhodne použiť exaktné (resp. matematicko-štatistické) metódy rozhodovania. A to pri riešení problémov, ktoré sú ovplyvňované prílišným množstvom faktorov, pri riešení nových problémov, ktoré sa doposiaľ v praxi nevyskytli, v prípadoch, kedy prijaté rozhodnutia majú významný vplyv na ekonomické ukazovatele podniku a pri rutinných riešeníach problémov, kedy môžeme už spracovaný algoritmus zaviesť do automatizovaného systému riadenia spoločnosti (Gros, 2009).

Operačná analýza poskytuje množstvo kvantitatívnych rozhodovacích nástrojov, napríklad CPM metóda, PERT metóda, metódy obchodného cestujúceho a metódy lineárneho programovania (simplexová metóda).

Lineárne programovanie je široko aplikované v spoločnostiach, keďže väčšina manažérskych problémov zahŕňa alokáciu zdrojov. Napríklad problémy manažérského rozhodovania ako plánovanie produkcie, rozpočtovanie, alokácia ľudských zdrojov, reprezentačné a reklamné plánovanie sú zaťažené snahou dosiahnuť určitý cieľ (maximalizácia zisku / minimalizácia nákladov) pod podmienkou limitovaných zdrojov (peniaze, materiál, pracovná sila, čas a pod.).

1.1 Operačná analýza

Aplikácia vedeckých, systematických, technických a matematických metód na štúdiu a analýzu problémov, ktorá poskytuje analytikom dáta potrebné pre rozhodovanie, sa nazýva operačná analýza (Singla, 2016).

Operačná analýza je jedným z kľúčových faktorov podpory rozhodovania manažmentu v podniku. Aby bol manažér schopný dopracovať sa k optimálnemu rozhodnutiu potrebuje zvážiť viac ako len jedno kritérium, pretože sa rozhoduje v komplexnom organizačnom prostredí.

Vedenie organizácii si uvedomuje, že docieľiť efektívne riadenie je zložitá a nákladná úloha, preto potrebuje náležitý dohľad a kontrolu. Podniky chápu, že na vykonávanie rozhodnutí potrebujú nepretržitú exekutívnu supervíziu pri každej rutinnej práci.

Výhodou operačnej analýzy je, že dokáže poskytnúť manažérovi analytické, logické a kvantitatívne východiská potrebné pri identifikácii problémovej oblasti. Napríklad pri plánovaní výroby, plánovaní zásob, výbere nákladovo efektívnych prostriedkov a spôsobov transportácie, sekvencovaní úloh a pod. (Singla, 2016).

Techniky operačnej analýzy využívané v oblasti akvizície, skúmania, výroby a personálneho manažmentu nahrádzajú a reorganizujú najvýhodnejšie politiky. Tieto techniky majú numerickú podstatu a ponúkajú optimálne riešenia problémov týkajúcich sa umiestnenia a objemu výroby maloobchodných predajní, tovární a skladov, problémov súvisiacich s nakladacími a vykladacími zariadeniami pre nákladné automobily, alokáciou a plánovaním zdrojov, optimálnym zlúčením produktov, náborom a výberom najvhodnejšieho zamestnanca pre spoločnosť a zadávaním pracovných úloh (Singla, 2016).

Nevýhodou metód operačnej analýzy je poskytovanie skutočne optimálneho riešenia len v prípade, že všetky elementy súvisiace s analyzovaným problémom sú kvantifikovateľné (Singla, 2016).

Keďže faktorov ovplyvňujúcich rozhodovanie je mnoho, odhliadnuc od oblasti problému, tieto kalkulácie sú komplikované a vyžadujú riešenie prostredníctvom počítačových programov.

1.2 Lineárne programovanie

Model lineárneho programovania je jedna z najvyužívanějších metód operačnej analýzy a je založený na predpoklade proporcionality, aditívnosti, kontinuity, určitosti a konečnosti rozhodnutí (Sarbjit, 2018). Tieto predpoklady sú podrobnejšie spracované na Obr. 1.



Obr. 1 Predpoklady lineárneho programovania

Zdroj: Vlastné spracovanie podľa Sarbjit, 2018.

Lineárne programovanie uvažuje s lineárnymi vzťahmi, jednou účelovou funkciou a vymedzuje riešenie v zlomkových hodnotách, čo je mnohokrát v rozpore s realitou. Ak model poskytne optimálne riešenie pre objem výroby v zlomku, napr. $37/5$, výrobný podnik nedokáže toto optimum naplniť.

So zvyšujúcim sa počtom premenných a obmedzení sa problém stáva priveľmi komplexným a náročným na výpočet, pričom faktory týkajúce sa neistoty ako štrajk, absencie v práci, poveternostné podmienky a pod. nie sú brané do úvahy pri formulácii modelu (Sarbjit, 2018).

Na všetkých stupňoch riadenia sa môžeme stretnúť s optimalizačnými úlohami, tieto úlohy umožňujú manažmentu vybrať optimálny variant z množiny možných variantov, pričom výhodnosť, resp. nevýhodnosť, ostatných variantov sa posudzuje na základe určitého kritéria.

Cieľom, resp. riešením všeobecnej úlohy lineárneho programovania, je určenie extrémum pre účelovú funkciu. Rozhodovacie premenné sme si označili písmenom v , $\vec{v} = (v_1, v_2, \dots, v_h)^T$. Účelovú funkciu označujeme písmenom u pre účely tejto bakalárskej práce, resp. $f(v)$. Túto funkciu môžeme vyjadriť ako súčin dvoch vektorov, vid' 1.2.1 a 1.2.2. Táto účelová funkcia je zobrazením matematického modelu, ktorý reprezentuje problém.

$$u = f(v) = \vec{m} \times \vec{v}^T; \text{ maximalizácia/minimalizácia} \quad 1.2.1$$

$$f(v) = (m_1, m_2, \dots, m_h) \times (v_1, v_2, \dots, v_h)^T \quad 1.2.2$$

$$P_{g \times h} \times \vec{v} = \vec{e} \quad 1.2.3$$

$$\begin{pmatrix} p_{11} & \cdots & p_{1h} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ p_{g1} & \cdots & p_{gh} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} v_1 \\ \vdots \\ v_h \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} e_1 \\ \vdots \\ e_g \end{pmatrix} \quad 1.2.4$$

$$p_{11}v_1 + p_{12}v_2 + \cdots + p_{1h}v_h = e_1 \quad 1.2.5$$

$$p_{21}v_1 + p_{22}v_2 + \cdots + p_{2h}v_h = e_2$$

$$\vdots$$

$$p_{g1}v_1 + p_{g2}v_2 + \cdots + p_{gh}v_h = e_g$$

$$v_t \geq 0; t = 1, 2, \dots, h; \quad 1.2.6$$

Obmedzujúce podmienky účelovej funkcie môžeme vyjadriť ako súčin matice P s počtom riadkov g a počtom stĺpcov h s vektorom v s počtom premenných h (matica v s počtom riadkov h a jedným stĺpcom), pozri vzťahy 1.2.3 a 1.2.4, výsledkom je vektor e . Tento súčin môžeme zapísať ako sústavu rovníc, pozri vzťah 1.2.5. Platí, že všetky hodnoty vektora v sú nezáporné (pozri vzťah 1.2.6) a hodnoty p_{gh} , m_h a e_g sú konštanty.

Jednou z klasických aplikácií lineárneho programovania je problém produkčného mixu, ďalej problém plánovania a rozvrhovania, problém distribučných nákladov a iné, napríklad rozhodovanie umiestnenia továrne a problém alokácie ľudských zdrojov. Takéto problémy musia mať účelovú funkciu a obmedzujúce funkcie s lineárnym vzťahom medzi premennými (Bagshaw, 2019).

Tieto problémy sa môžu použitím lineárneho programovania riešiť grafom alebo simplexovou metódou. Takýchto problémov je mnoho, no vzhľadom na riešenie

konkrétneho problému v podniku si bližšie uvedieme problém plánovania výroby a problém optimalizácie rezných plánov.

1.2.1 Problém využitia výrobných činiteľov, plánovanie výroby

Každý podnik, resp. výrobca, má k dispozícii dané množstvo výrobných činiteľov, či už ide o suroviny, čas, pracovnú silu (mzdu), stroje a iné výrobné zariadenia a pod.

Kľúčom k zostaveniu matematického modelu pre riešenie takejto úlohy je uvedomiť si, resp. poznať, ako sú výstupy z neskorších výrobných štádií ovplyvňované výstupmi zo skorších (Winston, 2004).

Cieľom je dosiahnuť ekonomickú efektívnosť, teda pri danom objeme vstupov dosiahnuť čo najväčší výstup, resp. čo najvyšší zisk.

Majme výrobcu, ktorý vyrába w druhov výrobkov W a vie, že na jednu jednotku výrobku W_z potrebuje r_{yz} množstvo prostriedku R_y . Výrobca disponuje e počtom prostriedkov R , pričom $z = (1, 2, \dots, w)$ a $y = (1, 2, \dots, e)$. Kapacita R_y je k_y jednotiek. Zisk z predaja jednej jednotky výrobku W_z je a_z . Matematický model vyzerá nasledovne:

$$P(g) = \sum_{z=1}^w a_z g_z \rightarrow \max \quad 1.2.1.1$$

$$\sum_{z=1}^w r_{yz} g_z \leq k_y \quad 1.2.1.2$$

$$g_z \geq 0 \quad 1.2.1.3$$

Vzťah 1.2.1.1 predstavuje našu účelovú funkciu, ktorú chceme maximalizovať. Keďže podnik nedisponuje neobmedzeným množstvom prostriedkov, musí platiť obmedzujúca podmienka 1.2.1.2, pričom sa predpokladá, že negatívne množstvá vyrábať nemôžeme, platí podmienka nezápornosti 1.2.1.3.

1.2.2 Problém optimalizácie rezných plánov

Úlohou rezného plánu je nájsť také riešenie spôsobu rezania, ktoré by zabezpečilo požadované množstvá tovarov s čo najmenším odpadom. Túto úlohu môžeme využiť napríklad pri rezaní dosiek, strihaní látky a pod.

Pri riešení tohto problému je dôležité vopred poznať rôzne varianty rezania a vznikajúci odpad pri jednotlivých variantoch.

Majme r počet spôsobov rezania suroviny R , z ktorej chceme narezať s_v jednotiek rozmeru M_v , kde p je počet rozmerových variantov a $v = (1, 2, \dots, p)$. Označenie w_{vb} predstavuje počet narezaných častí suroviny R v rozmeroch M_v , pri b spôsobe rezania, kde $b = (1, 2, \dots, r)$. Odpad vznikajúci pri jednotlivých spôsoboch rezania označíme C_b .

$$O(z) = \sum_{b=1}^r C_b z_b \rightarrow \min \quad 1.2.2.1$$

$$\sum_{b=1}^r w_{vb} z_b \geq s_v \quad 1.2.2.2$$

$$z_b \geq 0 \quad 1.2.2.3$$

Našu účelovú funkciu v tomto prípade vyjadruje vzťah 1.2.2.1. Keďže cieľom úlohy je minimalizovať odpad, tak minimalizujeme túto funkciu za obmedzujúcej podmienky 1.2.2.2 a podmienky nezápornosti 1.2.2.3. Avšak každý podnik pracuje s obmedzeným množstvom zdrojov, označíme a_R , a teda to musíme zohľadniť pri zostavovaní modelu vzťahom 1.2.2.4.

$$\sum_{b=1}^r z_b \leq a_R \quad 1.2.2.4$$

Ide o celočíselnú úlohu, pretože chceme rezať celé časti požadovaných rozmerov, teda platí $z_b \in \mathbb{Z}$.

1.3 Simplexová metóda

Na riešenie úloh lineárneho programovania sa najčastejšie používa simplexový algoritmus, ktorý prvýkrát prezentoval George Barnard Dantzig v časoch druhej svetovej vojny. Ide o iteračný postup riešenia s konečným počtom krokov.

Tento algoritmus pozostáva z presunu z jedného vrcholu realizovateľnej oblasti do druhého vrcholu realizovateľnej oblasti takým spôsobom, že hodnota účelovej funkcie v susednom vrchole je bližšie k optimu než v predchádzajúcom. Postup sa opakuje, až kým sa nedosiahne optimálne riešenie. Konečnosť počtu vrcholov zabezpečuje to, že metóda

vedie k optimálnemu vrcholu (riešeniu) konečným počtom opakovaní alebo naznačuje nerealizovateľnosť riešenia, poprípade existenciu neobmedzeného riešenia (Ansari, 2019).

Aby sme efektívne vyriešili problém lineárneho programovania musíme do úvahy vziať tzv. pivot rule, teda pivotné pravidlo, a komplexitu výpočtov, ktoré závisia od počtu obmedzení a premenných. Jedným z dôležitých krokov simplexovej metódy je pivotné pravidlo používané na výber vstupujúcej premennej. Efektívnosť spočíva vo výpočte s malým počtom iterácií (Etoa, 2019).

Tab. 1 Vplyv typu obmedzenia na druh algoritmu

Typ obmedzenia	Doplnkové premenné	Umelé premenné	Simplex
$\leq$	$+d$		Primárny algoritmus
$\geq$	$-d$	$+m$	Dvojfázový algoritmus
$=$		$+m$	

Zdroj: Vlastné spracovanie.

Jednými z najpoužívanějších simplexových algoritmov je primárny a dvojfázový. Rozdiel medzi nimi je zobrazený v Tab. 1 a spočíva v typoch obmedzení, ktoré určujú typ a znamienko premenných.

1.3.1 Primárny algoritmus

Primárny simplexový algoritmus, resp. jednofázový, sa používa pri typoch úloh LP, ktorých všetky obmedzujúce podmienky sú v tvare nerovníc so znamienkom $\leq$.

Pri použití tohto algoritmu pracujeme s dvoma typmi premenných. Rozhodujúce premenné sú nám dané zo zadania a doplnkové premenné pridávame pri prevode obmedzujúcich podmienok na ekvivalentný systém rovníc.

Pre zjednodušenie použijeme príklad 1.3.1.1. Pred vytvorením simplexovej tabuľky je potrebné upraviť účelovú funkciu do anulovaného tvaru, pozri 1.3.1.2.

$$K(i) = q_1 i_1 + q_2 i_2 \rightarrow \max \quad 1.3.1.1$$

$$b_1 i_1 + d_1 i_2 \leq r_1$$

$$b_2 i_1 + d_2 i_2 \leq r_2$$

$$b_3 i_1 + d_3 i_2 \leq r_3$$

$$i_{1,2} \geq 0$$

$$K(i) = q_1 i_1 + q_2 i_2 \quad 1.3.1.2$$

$$0 = K(i) - q_1 i_1 - q_2 i_2 - 0i_3 - 0i_4 - 0i_5$$

Premenné i_3 , i_4 a i_5 sú naše doplnkové premenné. Údaje zapíšeme do tabuľky T s počtom riadkov e a počtom stĺpcov w , pozri Tab. 2.

Tab. 2 Simplexová tabuľka

Báza	i_1	i_2	i_3	i_4	i_5	r
i_3	b_1	d_1	1	0	0	r_1
i_4	b_2	d_2	0	1	0	r_2
i_5	b_3	d_3	0	0	1	r_3
K	$-q_1$	$-q_2$	0	0	0	0

Zdroj: Vlastné spracovanie.

Pred začatím výpočtov sú v báze len doplnkové premenné.

O tom, či sme dospeli k optimálnemu riešeniu rozhodujú hodnoty v riadku účelovej funkcie. Pri maximalizačnej úlohe musia byť hodnoty nezáporné a pri minimalizačnej úlohe musia byť nekladné.

Aby sme mohli vykonať iteráciu musíme si určiť vstupujúcu a vystupujúcu premennú. Vstupujúca premenná nám určuje kľúčový stĺpec, ozn. S^* , pri maximalizačnej úlohe je to premenná s minimálnou hodnotou v riadku účelovej funkcie (pri min. úlohe je to naopak). Vystupujúca premenná nám určuje kľúčový riadok, ozn. R^* . Na prieniku S^* a R^* leží PIVOT, ozn. P^* .

$$H_{ew} = r_e \div t_{eS^*} \quad 1.3.1.3$$

$$R_{Nový}^* = R_{Pôvodný}^* \div P^* \quad 1.3.1.4$$

$$R = R_{Pôvodný} - R_{Nový}^* \times S^* \quad 1.3.1.5$$

Vzťahom 1.3.1.3 určíme transformované hodnoty v S^* a premenná, ktorej prislúcha minimum z týchto transformovaných hodnôt je našou vystupujúcou premennou.

Ako prvý prepočítame kľúčový riadok z tabuľky, a to vzťahom 1.3.1.4 a potom pomocou vzťahu 1.3.1.5 prepočítame ostatné riadky.

Výsledky zapisujeme znova do tabuľky, no tentoraz v báze nahradíme vystupujúcu premennú vstupujúcou. Postup opakujeme pokiaľ nenájde optimálne riešenie.

1.3.2 Dvojfázový algoritmus

Dvojfázový algoritmus využíva okrem doplnkových premenných aj umelú bázu, teda umelé premenné, nimi zabezpečíme sústavu rovníc v kanonickom tvare. To znamená, že tabuľka sa rozšíri o toľko riadkov a stĺpcov, koľko máme umelých premenných. Zároveň pribudne pod riadkom účelovej funkcie aj riadok pomocnej účelovej funkcie.

V prvej fáze sa zbavíme umelých premenných, rovnakým postupom ako pri primárnom algoritme, no nesledujeme hodnoty účelovej funkcie, ale pomocnej účelovej funkcie. Táto fáza končí vtedy, keď nájdeme optimálne riešenie pre túto funkciu, teda pri maximalizácii nezáporné hodnoty a pri minimalizácii nekladné.

Druhá fáza pracuje už len s doplnkovými premennými, teda ide o primárny algoritmus.

1.4 Aplikácia simplexovej metódy v praxi

Simplexová metóda má využitie vo viacerých rozdielnych oblastiach. Zamerali sme sa na multinárodné spoločnosti, problém migrácie, na aplikáciu v medicíne, vo výrobnom procese a pri alokácii ľudských zdrojov.

V štúdií zameranej na ohodnotenie reklamy a výkonnosti nadnárodných spoločností s cieľom zistiť, či firma maximalizuje svoj objem predaja alebo nie, je využitá simplexová metóda na určenie vplyvu propagácie v rádiu, novinách a televízii na maximalizáciu profitu a predaja. Prostredníctvom tejto metódy štúdia preukázala z dostupných údajov, ktoré boli nadobudnuté z ročných finančných výkazov, že propagácia prostredníctvom médií, ako sú rádio, tlač a televízia, v multinacionálnych spoločnostiach, ako sú Nigerian Bottling Company, PZ a Unilever Plc, maximalizuje ich výkon, čo sa odráža na profite a objeme predaja (Opusunju, Murat, Ndalo, 2017).

Pre nigérijskú výrobnú spoločnosť Golden Guinea Breweries Plc vytvorili dvaja odborníci matematický model na optimalizáciu finančného portfólia s využitím simplexovej metódy. Na základe tohto modelu boli schopní maximalizovať profit,

alokovať suroviny, dedukovať optimálnu cenu produkcie, zredukovať výdavky ovplyvňujúce celkové náklady na produkciu a tým určiť optimálne množstvá produkcie (Ekwonwune, Edebatu, 2016).

Iní nigérijskí odborníci sa zaoberali použitím simplexu na numerickú optimalizáciu parametrov pieskovej formy, nazývanej tiež polostratená forma. Dáta použité v tejto štúdii boli zozbierané z mechanických testov, ktorými boli podrobené vzorky hliníkovej zliatiny odliate pieskovou formou. Bolo dokázané, že je možné adaptovať simplexovú metódu na proces odlievania, čím sa určia optimálne hodnoty niektorých parametrov na zvýšenie kvality výkonu (Oji, Datau, Akinluwade, Taiwo, Isadare, Pamitoks, Adetunji, 2013).

V ďalšom vedeckom článku sa zaoberali použitím lineárneho programovania na vyriešenie problému optimálneho plánu pre liečenie rakoviny rádioterapiou. Z matematického hľadiska bolo výzvou dodať vysokú dávku rádiácie do tumoru, tak aby sa jeho bunky eliminovali, no zároveň sa predišlo zničeniu okolitých zdravých buniek vystavených tejto rádiácii. Z práce vyplýva, že použitý matematický model môže byť významným nástrojom v konštrukcii optimálnych liečebných plánov, pretože ponúka množinu optimálnych riešení, na základe ktorých je možné zvyšovať kvalitu terapie (Salvador, Carvalho, Coelhom, 2016).

Táto metóda operačnej analýzy má aj iné využitie v medicíne, napríklad v Taliansku sa zaoberali využitím simplexovej metódy pri kalibrácii zariadení MEG (Magnetoencefalografia). Ide o zoskupenia senzorov v tvare helmy, ktoré merajú miniatúrne magnetické polia vytvárané nervovými prúdmi. Prostredníctvom maximalizácie korelačného koeficientu medzi predpovedaným a zaznamenaným magnetickým poľom boli determinované geometrické parametre definujúce pozíciu a orientáciu senzorov. Senzitivita senzorov je odhadovaná analyticky. Tieto parametre sú nevyhnutné pre spoľahlivú rekonštrukciu aktivity mozgu zo zaznamenaného magnetického poľa (Vivaldi, Sommariva, Sorrentino, 2019).

Rozvrhovanie pracovníkov v podniku je asociované s pridelovaním dostatočného množstva pracovníkov na určité pracovné pozície počas každého pracovného dňa a vyžaduje si determináciu toho, kedy bude personál pracovať, kedy budú potrební zamestnanci, či už na plný alebo na polovičný úväzok.

V roku 2019 použili O. Y. M. Al-Rawi a T. Mukherjee simplexovú metódu pri optimalizácii rozvrhovania pracovných síl vo výrobnom podniku. Táto metóda poskytla

podniku spôsob organizácie úloh a vytvárania nového rozvrhu každý týždeň, podľa zmeny dopytu po produktoch s ohľadom na minimalizáciu ceny práce a maximalizáciu preferencií pracovných síl. Na výpočet použili počítačový program, ktorý im poskytol výsledok len za 0,047 sekúnd (Al-Rawi, Mukherjee, 2019).

V odbornom článku z časopisu Journal of Applied Mathematics and Physics z roku 2016 je predstavená aplikácia modelu lineárneho programovania na problém utečeneckých migrantov. Tento problém nazvali špeciálnym transportačným problémom LP a týkal sa hľadania optimálnej, najkratšej trasy pre migrantov a určenia minimálnej kvóty pre každú krajinu EÚ. Model pozostával z 20 996 premenných a 22 496 konštánt, z dôvodu ich vysokého počtu sa na výpočet použil LINGO softvér (základom boli rôzne polynómne algoritmy, medzi ktorými bola aj simplexová metóda). Tento program bol schopný poskytnúť výpočet za menej ako 20 sekúnd.

2 Cieľ práce

Cieľom tejto bakalárskej práce je posúdiť možnosti využitia metód a úloh operačnej analýzy vo výrobnom podniku a aplikovať ich v podmienkach konkrétneho podniku.

S ohľadom na hlavné zameranie práce, sme stanovili niekoľko čiastkových cieľov. Prvým čiastkovým cieľom je vymedzenie pojmov z oblasti operačnej analýzy a lineárneho programovania, ktoré sú východiskom pri spracovaní vybranej témy.

Druhým čiastkovým cieľom je špecifikácia a zápis lineárneho modelu a jeho vyriešenie pomocou vybraného softvéru.

Tretím čiastkovým cieľom je interpretácia výsledkov riešenia problému.

Štvrtým čiastkovým cieľom je formulácia návrhov na základe výsledkov analyzovanej oblasti v našom podniku.

Informácie použité v tejto bakalárskej práci pozostávajú z odborných článkov a literatúry zo zahraničných, ako i slovenských zdrojov a taktiež pracujeme s informáciami poskytnutými oslovenou podnikateľskou jednotkou.

.

3 Metodika práce a metody skúmania

V prvej časti tejto kapitoly charakterizujeme podnik GDF, s. r. o., ktorý je našim objektom skúmania. Druhá časť kapitoly sa zaoberá metódami skúmania použitými pri vypracovaní bakalárskej práce.

3.1 Charakteristika objektu skúmania

Naším predmetom skúmania je drevospracujúci podnik, ktorý pre účely tejto bakalárskej práce nazveme GDF, s. r. o. Ide o samostatný mikropodnik s jedným zamestnancom, ktorý je zároveň aj štatutárom. Táto spoločnosť s ručením obmedzeným bola zapísaná do obchodného registra v roku 2016. Predmetom činnosti je pilovanie a hobľovanie dreva, výroba ostatných výrobkov z dreva, výroba výrobkov z korku, slamy a prúteného materiálu (podľa účtovnej závierky a ŠÚ SR).

Náš podnik je zameraný na lokálne trhy, má malý trhovú podiel a jednoduchú organizačnú štruktúru. Okrem jedného zamestnanca sa na plynulom chode činnosti podniku podieľa aj niekoľko samostatne zárobkovo činných osôb.

Spoločnosť GDF, s. r. o. sa zaoberá spracovaním surového dreva. Drevo získava od troch dodávateľov v určitých dĺžkach (zvyčajne 4 m, závisí to od objednávok odberateľov) a uskladňuje ho v otvorenom sklade, kde prebieha aj proces triedenia. Guľatina sa meria v priemere a na základe rozmerov sa prerozdeľuje.

Podnik má mnoho malých odberateľov, ide prevažne o súkromné osoby, okrem nich má však medzi svojimi odberateľmi aj dve menšie firmy, ide o stálych odberateľov, ktorí v určitých časových intervaloch požadujú rovnaké, vopred dohodnuté dodávky.

3.2 Metódy skúmania

Základným a prvým krokom každej práce je samozrejme literárna rešerš. Ide o prehľad dostupných zdrojov a informácií k danej problematike. Pri hľadaní dostupných zdrojov informácií sme použili hlavne databázy odborných článkov ako je Researchgate.net a Scirp.org.

Keďže, vzhľadom na rozsah bakalárskej práce, sme zamerali pozornosť na optimalizáciu rezného plánu vo výrobnom podniku, ďalším krokom skúmania je pozorovanie a zber dát potrebných na určenie variantov rezania.

Neoddeliteľnou súčasťou pozorovania a zberu dát je návšteva podniku. V podniku sme pozorovaním procesu rezania a rozhovormi s vlastníkom a niektorými pracovníkmi, získali potrebné numerické dáta o rozmeroch výstupov rezania a požiadavkách hlavných odberateľov. Výsledkom je porozumenie a popis procesu rezania a celkového chodu podniku uvedeného v kapitole 4.23.1. Finančné informácie o podniku sme získali z verejných databáz, ako je Finstat.sk.

Získané informácie je potrebné spracovať. Na spracovanie sme použili MS Excel a hľadali sme všetky možné varianty rezania, z ktorých sme na základe komparácie vybrali varianty s najnižším odpadom, uvádzame ich v časti 4.2. Syntézou získaných informácií sme tak zhodnotili finančný stav podniku v časti 4.1 a sformulovali problém rezného plánu v časti 4.2.

Hľadanie optimálneho riešenia uskutočníme použitím simplexovej metódy, ktorá je definovaná v prvej kapitole v časti 1.3. Z dôvodu väčšieho počtu premenných a obmedzení riešenie hľadáme prostredníctvom dostupného softvéru.

Pre spoločnosti, ktoré riešia problémy s desiatkami, či stovkami premenných je náročné manuálne riešiť problémy lineárneho programovania, mohlo by to trvať aj niekoľko dní, či týždňov.

Dnes už máme k dispozícii množstvo softvérov, ktoré sú schopné vyriešiť výpočtovo náročné a časovo zdĺhavé problémy lineárneho programovania aj za menej ako sekundu.

Na riešenie problému formulovaného v kapitole 4.2 použijeme Add-In aplikáciu Solver tabuľkového procesoru MS Excel, ktorú si môžeme jednoducho aktivovať priamo v aplikácii. Excel Solver (resp. Riešiteľ Excel) je dostupný a jednoduchý na prácu, keďže program MS Excel je súčasťou základného balíka Microsoft Office, s ktorým sú oboznámené milióny používateľiek a používateľov.

4 Výsledky práce

Základom tejto kapitoly je spracovanie získaných informácií a ich využitie pri riešení problému optimalizácie rezného plánu v podniku. V kapitole 1.3 sme uviedli charakteristiku simplexovej metódy, ktorú v tejto časti práce aplikujeme na náš problém.

4.1 Profil podniku z finančného hľadiska

Databáza Finstat.sk nám poskytla informácie o finančnej situácii podniku a na základe týchto informácií sme spracovali súvahu, pozri Tab. 3.

Oproti roku 2017 dosiahla spoločnosť zvýšenie zisku o 14% na 4 712 € a zvýšenie tržieb o 53% na 411 140 €. Celkové výnosy dosiahli v roku 2018 hodnotu 482 674 €, z toho 14,57 % tvoria tržby z predaja majetku a materiálu a 0,25 % ostatné prevádzkové výnosy. Celkové náklady predstavovali hodnotu 477 962 € (Finstat.sk).

Tab. 3 Súvaha podniku GDF, s. r. o. k 31.12.2018

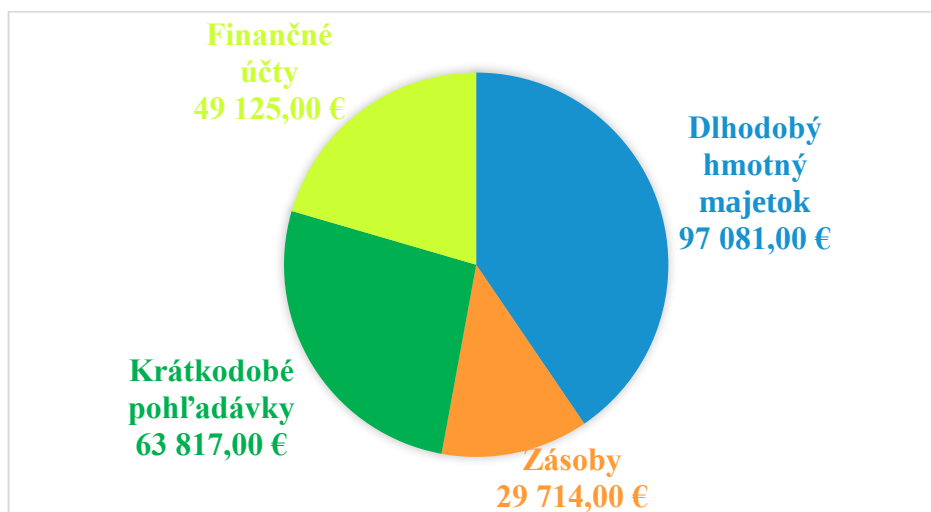
Súvaha k 31.12.2018

Aktíva		Pasíva	
Dlhodobý hmotný majetok	97 081,00 €	Základné imanie	5 000,00 €
Zásoby	29 714,00 €	Fondy zo zisku	420,00 €
Krátkodobé pohľadávky	63 817,00 €	VH minulých období	178,00 €
Finančné účty	49 125,00 €	VH za účtovné obdobie	4 712,00 €
		Krátkodobé záväzky	229 427,00 €
Spolu	239 737,00 €	Spolu	239 737,00 €

Zdroj: Vlastné spracovanie podľa údajov zo servera Finstat.sk.

Na Obr. 2 **Chyba! Nenalezen zdroj odkazů.** sú zobrazené celkové aktíva v hodnote 239 737 €, z toho DHM tvorí 41 %, krátkodobé pohľadávky 27 %, finančné účty 20 % a zásoby 12 %, ktorých absolútne vyjadrenie je zobrazené aj v Tab. 3, zároveň môžeme

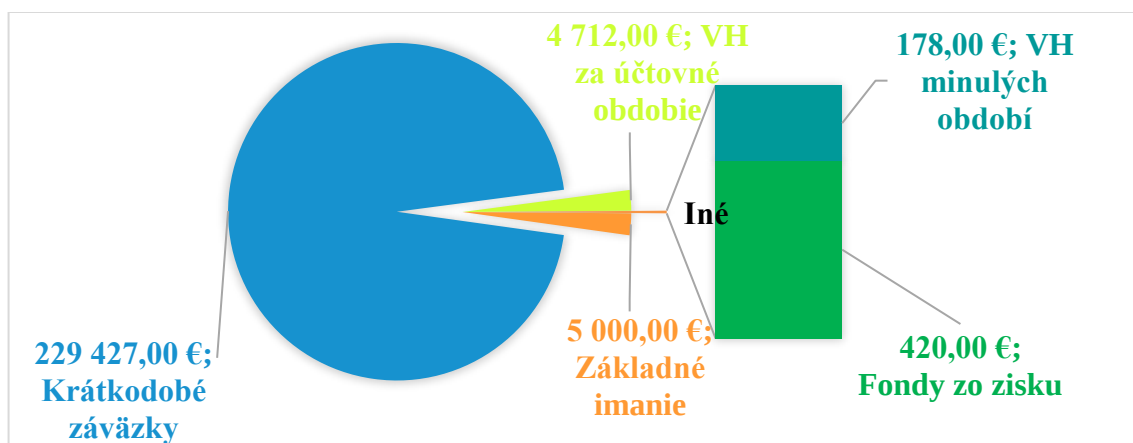
vidieť v Tab. 3 na strane pasív, že podnik disponuje vlastným kapitálom vo výške 10 310 €.



Obr. 2 Grafické zobrazenie štruktúry aktív k 31.12.2018

Zdroj: Vlastné spracovanie.

Základné imanie kapitálovej spoločnosti je na zákonom určenej minimálnej úrovni a to vo výške 5 000 € a z Obr. 3 vyplýva, že tvorí 2 % celkových pasív. Hodnota krátkodobých záväzkov dosahuje 229 427 €, čo predstavuje 96 % celkových pasív.



Obr. 3 Grafické zobrazenie štruktúry pasív k 31.12.2018

Zdroj: Vlastné spracovanie.

Spoločnosť vo vysokej miere financuje svoje aktíva pomocou cudzích zdrojov. Pomerový finančný ukazovateľ celkovej zadlženosti aktív dosahuje hodnotu až 95,7%, čo hodnotíme ako negatívne. Tento ukazovateľ vyjadruje, aké percento celého majetku je financované dlhom a je obzvlášť dôležitý pre veriteľov. Z tejto hodnoty vyplýva,

že v očiach veriteľov je podnik nestabilný, ohrozený výkyvmi na trhu a závislý na svojich veriteľoch. Dobrým signálom je, že zadlženosť pomaly klesá.

4.2 Formulácia matematického modelu

Podnik GDF, s. r. o. spracúva surové drevo a vytvára tak výrobné vstupy pre svojich odberateľov.

Ako sme už spomenuli podnik má dvoch stálych odberateľov, ktorí požadujú určité veľkosti dodávok v rovnakých časových intervaloch, a práve údaje o ich požiadavkách použijeme pri modelovej úlohe, pozri Tab. 4.

Proces rezania prebieha v uzatvorenej hale dvojkotúčovou uhlovou pilou staršieho typu, ktorú riadi spôsobilý pracovník pomocou ovládacieho panelu z oddelenej, uzavretej a odhlučnenej kabíny. Tento pracovník má zároveň na starosti rozhodnutie o spôsobe rezania využitím heuristiky. Rozhoduje sa na základe priemeru guľatiny a svojich predchádzajúcich skúseností s rezaním guľatiny podobných rozmerov.

Pri pile stoja ďalší dvaja pracovníci, ktorí postupne odoberajú produkty a odpad rezania a ukladajú ich na vozíky. Pomocou vozíkov sa výstup rezania a odpad dopravuje po koľajniciach von z haly, kde sa produkty zapáskujú a vysokozdvížným vozíkom sa preložia do otvoreného skladu.

Guľatina s priemerom do 30 cm sa nereže, ale nakladač ju preloží na kotúčový dopravník, ktorým sa dopraví do štiepačky, ktorej výstupom je štiepané drevo. Štiepačku obsluhuje jeden pracovník.

Odpad z rezania, teda okrajové odrezky a piliny, podnik nevyhadzuje. Z pilín vyrába drevené brikety bez chemických prísad a lepidiel, ktoré si držia tvar vďaka miazge a tlaku. Súčasťou briketovacieho lisu, ktorý obsluhuje jeden pracovník, je aj sušička pilín, na ktorej pohon sa používa časť odrezkov. Zvyšné obrezky a štiepané drevo sa predávajú súkromným osobám na kúrenie.

Kvôli efektívnemu využitiu času podnik z jedného kusa suroviny reže len jeden rozmer hranola do rovnobežného štvoruholníka a maximálne dva rozmery dosiek, z dôvodu obmedzenej kapacity vozíkov používaných na prepravu výstupu rezania.

V Tab. 4 sú rozmerové údaje zaznamenané v centimetroch. Písmenom H označujeme hranol a písmenom D dosku. Množstvá sú uvádzané v kusoch.

Tab. 4 Rozmerové údaje

	H1	H2	H3	D1	D2	D3
Výška	9,8	9,0	7,8	2,2	2,2	2,2
Šírka	7,8	9,0	7,8	8,0	10,0	14,0
Množstvo	1400	1000	700	1600	2700	1150

Zdroj: Vlastné spracovanie.

Aby sme mohli sformulovať matematický model našej úlohy potrebujeme najprv určiť varianty rezania. Na základe nášho pozorovania a údajov získaných v podniku, vieme, že na uspokojenie požiadaviek stálych odberateľov využívajú špecifickú dodávku suroviny, s priemerom od 40 (vrátane) do 70 centimetrov a s dĺžkou 4 metre.

Surovina sa v podniku triedi na základe priemeru do skupín, pozri Tab. 5.

Tab. 5 Veľkostné kritéria triedenia v sklade

	1. sk.	2. sk.	3. sk.	4. sk.	5. sk.	6. sk.	7. sk.
Priemer (cm)	pod 30	<30,40)	<40,50)	<50,60)	<60,70)	<70,80)	<80,90)

Zdroj: Vlastné spracovanie.

Najväčšie množstvá dovážanej suroviny sú práve v 3., 4. a 5. skupine. Ako už bolo spomenuté v časti 3.1, surovina z 1. skupiny sa spracúva v štiepačke. Surovina z ostatných skupín sa spracúva na splnenie malých, jednorazových objednávok, pričom surovina s priemerom 90 a viac sa na súčasných zariadeniach, ktorými podnik disponuje, rezať nedá.

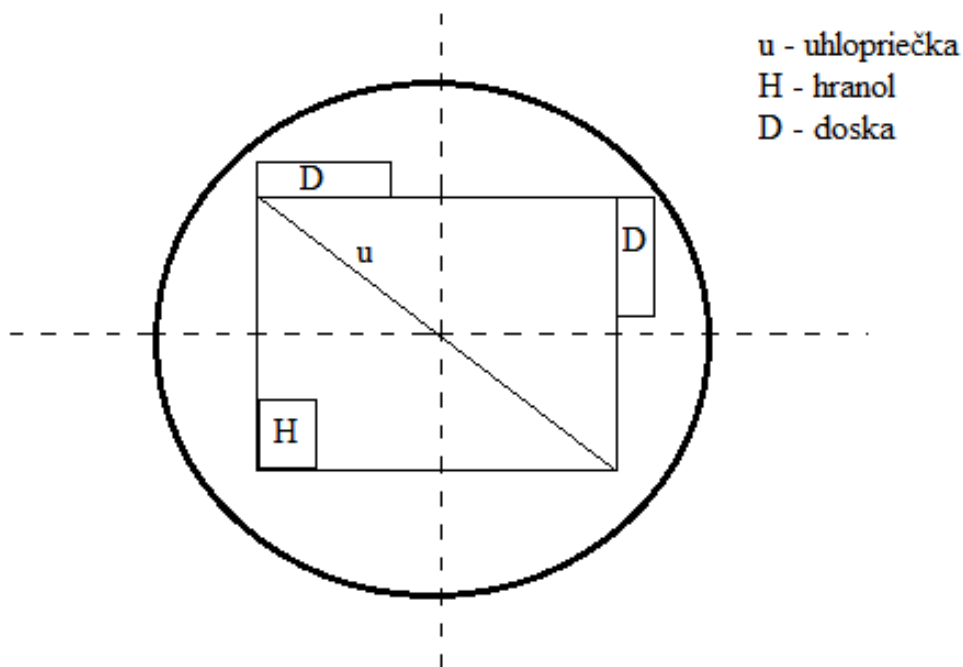
Tab. 6 Maximálny počet H pre 3., 4. a 5. skupinu

	3. sk.	4. sk.	5. sk.
max. p. H1	9 (3x3)	15 (3x5)	20 (5x4)
max. p. H2	9 (3x3)	12 (3x5)	20 (4x5)
max. p. H3	12 (3x4)	20 (4x5)	25 (5x5)

Zdroj: Vlastné spracovanie.

V MS Excel sme si následne určili maximálny počet hranolov, ktoré môžeme vyrezať do tvaru rovnobežného štvoruholníka, pre každú skupinu suroviny, pozri Tab. 6. Hodnoty uvedené v zátvorkách určujú počet hranolov tvoriacich stranu štvoruholníka, pričom ich poradie má význam. Prvé číslo zodpovedá výške a druhé šírke, pre hodnoty z Tab. 4. Tento počet sme určili na základe hľadania najdlhšej možnej uhlopriečky vyrezanej oblasti v tvare rovnobežného štvoruholníka, pozri **Chyba! Nenalezen zdroj odkazů..**

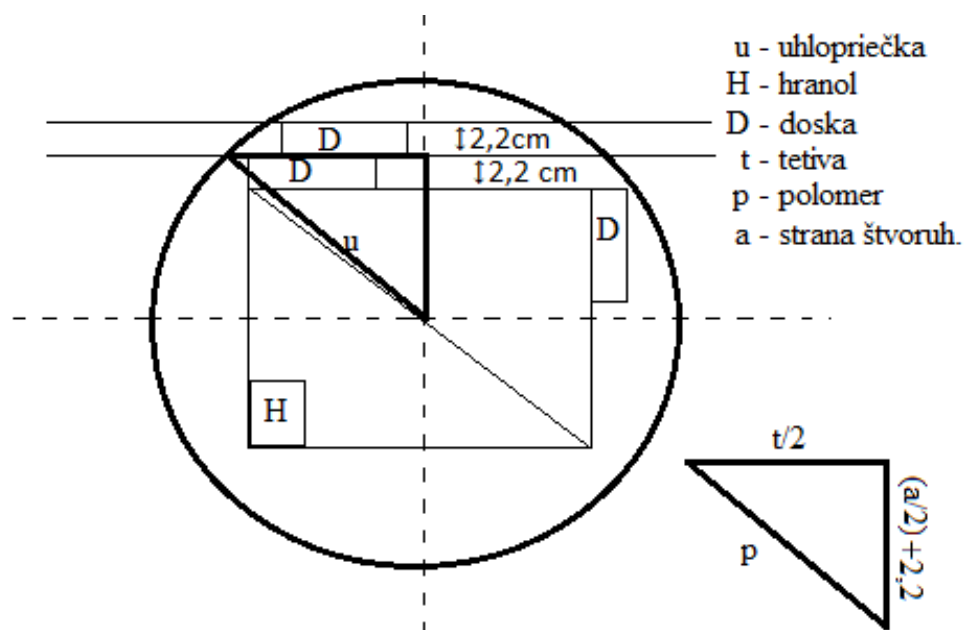
Získali sme tak dokopy 9 variantov rezania hranolov. Ku každému variantu sme hľadali všetky možné varianty rezania dosiek. Tie sme určovali pomocou základných geometrických vzťahov a kombinatoriky.



Obr. 4 Znážornenie rezu

Zdroj: Vlastné spracovanie.

Pytagorova veta nám jednoducho umožnila určiť dĺžku tetivy 2,2 cm nad rovnobežnou tetivou splývajúcou so stranou štvoruholníka, pozri **Chyba! Nenalezen zdroj odkazů..** Ďalším pripočítavaním 2,2 cm sme postupne získavali dĺžky ďalších tetív a na základe ich dĺžky sme určili počet dosiek, ktoré môžeme vyrezať s ohľadom na čo najmenší odpad. Napríklad, ak dĺžka tetivy bola 25 centimetrov, tak sme mohli vyrezať najviac dve dosky D3 alebo tri dosky D1, s odpadom 1 cm.



Obr. 5 Znáznornenie tetív

Zdroj: Vlastné spracovanie.

Pre každý variant rezania hranolov, sme určili varianty rezania dosák, z ktorých sme vybrali tie varianty, ktoré mali najnižší odpad. Konečné varianty rezania sú znázornené v Tab. 7.

Tab. 7 Varianty rezania

	V1	V2	V3	V4	S1	S2	S3	S4	G1	G2	G3	G4	G5	G6	G7
H1	9	0	0	0	15	15	0	0	20	20	20	20	20	0	0
H2	0	9	0	0	0	0	12	0	0	0	0	0	0	20	0
H3	0	0	12	12	0	0	0	20	0	0	0	0	0	0	25
D1	6	20	8	10	0	20	20	0	30	40	50	35	45	0	16
D2	14	0	10	0	14	12	20	18	26	18	10	22	14	20	36
D3	0	0	0	6	10	0	0	6	0	0	0	0	0	18	0

Zdroj: Vlastné spracovanie.

Písmenom V sme značili varianty rezania 3. skupiny suroviny, 2. skupina má ozn. S a tretia G.

V Tab. 8 sú údaje o odpade pre jednotlivé varianty vyjadrené v cm³.

Tab. 8 Odpad pre jednotlivé varianty

	V1	V2	V3	V4	S1
Odpad	62030,82	70254,82	66302,82	66302,82	80358,16
	S2	S3	S4	G1	G2
Odpad	80358,16	79798,16	66358,16	79453,36	79453,36
	G3	G4	G5	G6	G7
Odpad	79453,36	79453,36	79453,36	85213,36	93133,36

Zdroj: Vlastné spracovanie.

Odpad označíme písmenom O. Účelová funkcia bude vyzerat' nasledovne:

$$Z = \sum_{q=1}^4 O_q V_q + \sum_{e=5}^8 O_e S_e + \sum_{r=9}^{15} O_r G_r \rightarrow MIN \quad 4.2.1$$

Vzťah 4.2.1 vyjadruje snahu minimalizovat' odpad vznikajúci pri rezaní hranolov a dosiek, podľa určených variantov. Zároveň chceme splniť požiadavky odberateľov vyjadrené obmedzujúcimi podmienkami.

Tab. 9 Požiadavky odberateľov

	H1	H2	H3	D1	D2	D3
Požiadavky odberateľov (ks)	1400	1000	700	1600	2700	1150

Zdroj: Vlastné spracovanie.

Požiadavky odberateľov znázornené v Tab. 9 a varianty v Tab. 7 nám určujú konkrétne obmedzujúce podmienky 4.2.2 – 4.2.7.

$$9V_1 + 15S_1 + 15S_2 + 20G_1 + 20G_2 + 20G_3 + 20G_4 + 20G_5 \geq 1400 \quad 4.2.2$$

$$9V_2 + 12S_3 + 20G_6 \geq 1000 \quad 4.2.3$$

$$12V_3 + 12V_4 + 20S_4 + 25G_7 \geq 700 \quad 4.2.4$$

$$6V_1 + 20V_2 + 8V_3 + 10V_4 + 20S_2 + 16S_3 + 30G_1 + 40G_2 + 50G_3 + 35G_4 + 45G_5 + 16G_7 \geq 1600 \quad 4.2.5$$

$$14V_1 + 10V_3 + 14S_1 + 12S_2 + 24S_3 + 18S_4 + 26G_1 + 18G_2 + 10G_3 + 22G_4 + 14G_5 + 20G_6 + 36G_7 \geq 2700 \quad 4.2.6$$

$$6V_4 + 10S_1 + 6S_4 + 18G_6 \geq 1150 \quad 4.2.7$$

Medzi obmedzujúce podmienky je nutné zahrnúť, okrem podmienky nezápornosti, obmedzujúce podmienky týkajúce sa počtu suroviny k dispozícii, pozri 4.2.8 – 4.2.10.

$$V_1 + V_2 + V_3 + V_4 \leq 140 \quad 4.2.8$$

$$S_1 + S_2 + S_3 + S_4 \leq 70 \quad 4.2.9$$

$$G_1 + G_2 + G_3 + G_4 + G_5 + G_6 + G_7 \leq 35 \quad 4.2.10$$

Priemerne plánuje spotrebovať 140 ks suroviny 3. skupiny, 70 ks suroviny 4. skupiny a 35 ks suroviny 5. skupiny, ktoré má k dispozícii. Tieto údaje sme získali pozorovaním dodávok v podniku počas dvoch mesiacov a uvedený podnikateľský subjekt potvrdil, že sa hodnoty odvtedy výrazne neodlíšili.

4.3 Riešenie problému prostredníctvom MS Excel Solver

Porovnaním Tab. 1 uvedenej v kapitole 1.3 a obmedzujúcich podmienok 4.2.2 až 4.2.10 z kapitoly 4.2 vieme, že na vyriešenie problému použijeme dvojfázový simplexový algoritmus. To znamená, že budeme pracovať nie len s doplnkovými, ale aj s umelými premennými, ktoré získame upravením obmedzujúcich podmienok 4.2.2 až 4.2.10 na ekvivalentnú sústavu rovníc.

Počet doplnkových premenných sa rovná počtu obmedzujúcich podmienok, teda ich počet v našom prípade je 9. Počet umelých premenných je rovný počtu obmedzujúcich podmienok vyjadrujúcich dostupné kapacity suroviny, teda v našom prípade sú 3.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P
1		V1	V2	V3	V4	S1	S2	S3	S4	G1	G2	G3	G4	G5	G6	G7
2	H1	9	0	0	0	15	15	0	0	20	20	20	20	20	0	0
3	H2	0	9	0	0	0	0	12	0	0	0	0	0	0	20	0
4	H3	0	0	12	12	0	0	0	20	0	0	0	0	0	0	25
5	D1	6	20	8	10	0	20	20	0	30	40	50	35	45	0	16
6	D2	14	0	10	0	14	12	20	18	26	18	10	22	14	20	36
7	D3	0	0	0	6	10	0	0	6	0	0	0	0	0	18	0
8	Odpad	62030,82	70254,82	66302,82	66302,82	80358,16	80358,16	79798,16	66358,16	79453,36	79453,36	79453,36	79453,36	79453,36	85213,36	93133,36
9																

Obr. 6 Varianty rezania v MS Excel

Zdroj: Vlastné spracovanie.

Druhým krokom je príprava šablóny, do ktorej nám softvér vpiše optimálne riešenie nášho problému, pozri Obr. 7.

11	V1	V2	V3	V4	S1	S2	S3	S4	G1	G2	G3	G4	G5	G6	G7
12															
13															
14						>	1400								
15						>	1000								
16						>	700								
17						>	1600								
18						>	2700								
19						>	1150								
20						<	140								
21						<	70								
22						<	35								

Do pripravenej šablóny musíme zadať účelovú funkciu (pozri Obr. 8) a obmedzujúce podmienky (pozri Obr. 9).

The screenshot shows an Excel spreadsheet with the following data:

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
11	V1	V2	V3	V4	S1	S2	S3	S4	G1	G2	G3	G4	G5	G6	G7
12															
13															
14															
15															
16															
17															
18															
19															
20															
21															
22															

The formula bar shows the formula: `=SUMPRODUCT(B8:P8;A12:O12)`. A tooltip box is visible over the formula bar with the text "Účelová funkcia" and the formula `=SUMPRODUCT(B8:P8;A12:O12)`.

Funkcia SUMPRODUCT v MS Excel nám vráti súčet súčinov zadefinovaných polí. Pri účelovej funkcii použijeme pole variabilných (rozhodujúcich) premenných,

teda A12:O12, pozri Obr. 8, a pole s hodnotami odpadu pre jednotlivé varianty, teda B8:P8, pozri Obr. 6.

J18 ✕ ✓ <i>f_x</i> =SUMPRODUCT(B8:P8;A12:O12)															
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
11	V1	V2	V3	V4	S1	S2	S3	S4	G1	G2	G3	G4	G5	G6	G7
12															
13															
14	SUMPRODUCT(B2:P2;A12:O12)						≥		1400						
15	SUMPRODUCT(B3:P3;A12:O12)						≥		1000						
16	SUMPRODUCT(B4:P4;A12:O12)						≥		700						
17	SUMPRODUCT(B5:P5;A12:O12)						≥		1600						
18	SUMPRODUCT(B6:P6;A12:O12)						≥		2700						
19	SUMPRODUCT(B7:P7;A12:O12)						≥		1150						
20	SUM(A12:D12)						≤		140						
21	SUM(E12:H12)						≤		70						
22	SUM(I12:O12)						≤		35						

Účelová funkcia
 0

Obr. 9 Obmedzujúce podmienky v MS Excel

Zdroj: Vlastné spracovanie.

Na Obr. 9 sú znázornené vzorce pre obmedzujúce podmienky použitím funkcie SUMPRODUCT a SUM. Funkcia SUM vráti súčet hodnôt z daného poľa a je vhodná pri definovaní kapacitných obmedzení. Kvôli lepšiemu znázorneniu vzorcov sú funkcie na Obr. 9 zapísané bez operátora =, ktorý samozrejme je potrebné doplniť pred funkciu pred spustením doplnku Riešiteľ.

Po spustení doplnku Riešiteľ sa objaví dialógové okno, do ktorého doplníme parametre potrebné pre riešenie úlohy simplexovým algoritmom lineárneho programovania, pozri Obr. 10.

Najprv nastavíme cieľ, teda bunku, v ktorej sa objaví výsledná optimálna hodnota účelovej funkcie, v našom prípade je to bunka J18 so zadanou funkciou.

Potom zvolíme, či chceme túto hodnotu maximalizovať, minimalizovať, či dosiahnuť konkrétnu hodnotu. Následne nastavíme pole premenných, teda bunky A12:O12, v ktorých sa zobrazí vygenerované riešenie.

Parametre doplnku Riešiteľ

Nastaviť cieľ:

Do: ☒ Maximum ☐ Minimum ☐ Hodnota:

Zmenou premenných buniek:

Podlieha obmedzeniam:

☐ Vytvorte nezápornú hodnotu premenných, ktoré sú bez obmedzení

Metóda riešenia

Ak chcete v doplnku Riešiteľ riešiť spoj. nelineárne problémy, vyberte nástroj Nelineárny algoritmus GRG. Ak chcete riešiť lineárne problémy, vyberte nástroj Simplex LP algoritmus. Ak chcete riešiť nespojité problémy, vyberte nástroj Evolučný algoritmus.

Obr. 10 Dialógové okno doplnku Riešiteľ

Zdroj: Vlastné spracovanie.

Po kliknutí na tlačidlo Pridať, v časti vyhradenej pre obmedzenia, sa objaví ďalšie okno, prostredníctvom ktorého zadávame všetky obmedzenia, pozri Obr. 11.

	V1	V2	V3	V4	S1	S2	S3	S4	G1	G2	G3	G4	G5	G6	G7
11															
12															
13															
14			0												
15			0												
16			0												
17			0												
18			0												
19			0												
20			0												
21			0												
22			0												

Pridať obmedzenie

Odkaz na bunku: Obmedzenie:

Obr. 11 Obmedzujúce podmienky v doplnku Riešiteľ

Zdroj: Vlastné spracovanie.

Podmienku nezápornosti nemusíme zadávať pre každú premennú zvlášť, môžeme zadať naraz celé pole premenných, ako je zobrazené na Obr. 12.

11	V1	V2	V3	V4	S1	S2	S3	S4	G1	G2	G3	G4	G5	G6	G7
12															
13															
14			0												
15			0												
16			0												
17			0												
18			0												
19			0												
20			0												
21			0												
22			0												

Obr. 12 Podmienka nezápornosti v doplnku Riešiteľ

Zdroj: Vlastné spracovanie.

Posledným obmedzením je podmienka celočíselnosti, ktorú zadefinujeme pomocou pol'a premenných a operátora *int*, pozri Obr. 13. Táto podmienka musí platiť keďže podnik nedokáže narezat' napr. 0,75 dosky alebo hranola.

11	V1	V2	V3	V4	S1	S2	S3	S4	G1	G2	G3	G4	G5	G6	G7
12															
13															
14			0												
15			0												
16			0												
17			0												
18			0												
19			0												
20			0												
21			0												
22			0												

Obr. 13 Podmienka celočíselnosti v doplnku Riešiteľ

Zdroj: Vlastné spracovanie.

Po vyplnení všetkých parametrov doplnku Riešiteľ, pozri Obr. 14, klikneme na tlačidlo Riešiť. Program sám vykoná všetky iterácie a do pripravenej šablóny vráti riešenie, ak nejaké existuje.

Parametre doplnku Riešiteľ ×

Nastaviť cieľ: ↑

Do: ☐ Maximum ☒ Minimum ☐ Hodnota:

Zmenou premenných buniek: ↑

Podlieha obmedzeniam:

\$A\$12:\$O\$12 = celočíselný
 \$A\$12:\$O\$12 >= 0
 \$A\$14 >= \$G\$14
 \$A\$15 >= \$G\$15
 \$A\$16 >= \$G\$16
 \$A\$17 >= \$G\$17
 \$A\$18 >= \$G\$18
 \$A\$19 >= \$G\$19
 \$A\$20 <= \$G\$20
 \$A\$21 <= \$G\$21
 \$A\$22 <= \$G\$22

Pridať

Zmeniť

Odstrániť

Obnoviť všetko

Načítať/Uložiť

☒ Vytvorte nezápornú hodnotu premenných, ktoré sú bez obmedzeni

Vybrať metódu riešenia: Možnosti

Metóda riešenia

Ak chcete v doplnku Riešiteľ riešiť spoj. nelineárne problémy, vyberte nástroj Nelineárny algoritmus GRG. Ak chcete riešiť lineárne problémy, vyberte nástroj Simplex LP algoritmus. Ak chcete riešiť nespojité problémy, vyberte nástroj Evolučný algoritmus.

Pomocník
Riešiť
Zavrieť

Obr. 14 Parametre doplnku Riešiteľ

Zdroj: Vlastné spracovanie.

Program má východiskové nastavenie celočíselnej odchýlky na úrovni 1 %, riešenie tak trvá menej ako sekundu. Pri riešení našej úlohy sme túto celočíselnú odchýlku kvôli presnosti nastavili na úroveň 0 %, program tak našiel riešenie po troch iteráciách a trvalo mu to 5,797 sekúnd.

11	V1	V2	V3	V4	S1	S2	S3	S4	G1	G2	G3	G4	G5	G6	G7
12	85	41	0	5	37	0	1	32	0	0	4	0	0	31	0
13															
14			1400			≥		1400							
15			1001			≥		1000							
16			700			≥		700							
17			1600			≥		1600							
18			2964			≥		2700							
19			1150			≥		1150							
20			131			≤		140							
21			70			≤		70							
22			35			≤		35							

Účelová funkcia
 16620520,892

Obr. 15 Riešenie problému optimalizácie rezného plánu

Zdroj: Vlastné spracovanie.

Na Obr. 15 je znázornené riešenie nášho problému. Účelová funkcia, teda hodnota odpadu, nadobúda v optime 16 620 520 cm³, resp. 16,62 m³. Všetky obmedzujúce podmienky boli splnené.

5 Diskusia

Na základe výsledku z kapitoly 4.3 navrhujeme podniku rezný plán, s ktorým sa hodnota vyprodukovaného odpadu minimalizuje zaokrúhlene na hodnotu 16,62 m³, čo predstavuje zaokrúhlene 10,36 % celkového vstupného materiálu. Pričom celkový vstupný materiál sme vypočítali ako objem spracovanej suroviny, teda 160,41 m³, pozri Tab. 9.

Tab. 9 Objemové údaje nášho rezného plánu

	V1	V2	V4	S1	S3	S4	G3	G6	Spolu
ks	85	41	5	37	1	32	4	31	236
cm ³	42,73	20,61	2,51	29,06	0,79	25,13	4,52	35,06	160,41

Zdroj: Vlastné spracovanie.

Vstupný materiál podnik nakupuje od dodávateľa v hodnote okolo 60 € za 1 m³ suroviny, za dopravu si dodávateľ účtuje 8 € za 1 m³ a výsledná cena je 68 €. Hodnota vstupného materiálu v našom reznom pláne je 11 215,24 €, optimalizáciou rezného plánu spotrebujeme len materiál v hodnote 10 907,86 €. Hodnota odpadu zo spotrebovaného materiálu predstavuje 1130,20 € (resp. 1130,05 € pri počítaní so zaokrúhlenými hodnotami). Výstup rezania je v hodnote 9 777,66 € (resp. 9 777,81 €).

Odpad, ktorý je hlavne v podobe okrajových odrezkov, sa následne spolu s odpadom z ostatných zákazok predáva súkromným osobám na kúrenie, časť sa použije aj na pohon sušičky pilín. Jeho cena je 28 € za 1 priestorový meter. Dostupné zdroje neposkytujú len jednu konštantu na prepočet priestorového metra (ozn. prm) na meter kubický, no uvádzané hodnoty sa pohybujú približne od 0,54 po 0,75 m³ na 1 prm, v závislosti od typu a druhu dreva, od jeho rozmerov a od spôsobu uloženia, teda či je naskladané drevo na sebe alebo sypané. Vyššie koeficienty sa používajú na prepočet pri sypanom dreve a nižšie pri ukladanom, keďže vtedy sú vzduchové medzery medzi jednotlivými kusmi dreva menšie.

Časť odpadu v podobe pilín sa priebežne odpracúva z pracoviska a prihadzuje sa na kopu k pilinám od externého dodávateľa, z ktorých podnik vyrába drevené brikety.

Podnik funguje s 8 hodinovou prevádzkou 5 dní v týždni, počas jednej prevádzky nareže 10 – 12 m³ surového dreva. Keďže podnik má starší typ píly, musí sa každý rez nastaviť zvlášť a teda náš rezný plán rýchlosť samotného rezania ovplyvňuje len minimálne.

Avšak výrazne ovplyvňuje rýchlosť prípravy rezania, keďže pracovník nemusí uvažovať nad spôsobom rezania pre každý kus suroviny zvlášť, ale môže použiť nami navrhované vopred pripravené varianty rezania. Úvaha pracovníka trvá približne 2 – 3 minúty pre každý kus suroviny, pričom jeho rozhodnutie nemusí byť efektívne. Pracovník sa primárne rozhoduje na základe vlastných predchádzajúcich skúseností s rezaním, nepoužíva exaktné metódy pri rozhodovaní.

Na splnenie zákazky v objeme, ktorý sme použili pri riešení nášho problému, má podnik 3 týždne. Celková časová úspora v dôsledku skrátenia času rozhodovania pracovníka ovládajúceho pílu predstavuje 7,87 až 11,8 hodín. Táto úspora predstavuje takmer jeden celý deň prevádzkovania, teda možnosť narezať o približne 10 až 12 m³ viac. Optimalizácia rezného plánu umožňuje podniku dokončiť objednávku pred stanoveným termínom s časovou rezervou približne 5 až 8 dní.

Na vybavenie objednávky použitej v nami riešenom modeli podnik strávi približne 13 až 16 dní, s časovou úsporou je to približne 12 až 15 dní. Aby proces prebiehal plynulo, musia sa ho zúčastňovať minimálne štyria pracovníci. Jeden riadi pílu, dvaja zabezpečujú presun guľatiny na pílu a odoberanie jednotlivých výstupov na vozíky a štvrtý pracovník pracuje mimo haly, prekladá výstupy z vozíkov na stanovené miesta v otvorenom sklade.

Pracovníci sú dohodnutí s majiteľom podniku na účtovaní sumy 5,5 – 5,8 € na hodinu, vrátane polhodinovej prestávky na obed. Pracovník obsluhujúci pílu má 5,8 €, dvaja odoberajúci pracovníci majú 5,5 € a štvrtý pracovník má 5,6 € na hodinu. Náklady na pracovnú silu pri vybavení danej objednávky predstavuje súčin sumy hodinovej šarže jednotlivých pracovníkov (22,4 €/h) a počtu hodín potrebných na uskutočnenie rezného plánu, pozri vzťahy 5.1 a 5.2.

$$(5,8 + 5,5 + 5,5 + 5,6) \times (106,94 - 7,87) = 2\,219,17 \text{ €} \quad 5.1$$

$$(5,8 + 5,5 + 5,5 + 5,6) \times (128,33 - 11,8) = 2\,610,27 \text{ €} \quad 5.2$$

Potrebu pracovného času sme získali na základe informácií o množstve spracovanej suroviny, objeme, ktorý je podnik schopný za deň spracovať a o dĺžke pracovného dňa,

zároveň sme vzali do úvahy aj časovú úsporu 7,87 až 11,8 hodín. Keďže objem, ktorý podnik za deň spracuje kolíše od 10 do 12 m³, počet hodín potrebných na realizovanie rezného plánu kolíše rovnako, tým pádom náklady na pracovnú silu sú v rozpätí od 2 216,17 € do 2 610,27 €.

Celkové náklady na rezný plán predstavujú náklady na spotrebovaný materiál, náklady na pracovnú silu a ostatné náklady (energie), pozri vzťah 5.3. Majiteľ podniku nám neposkytol presné údaje o ostatných nákladoch. Uviedol, že ostatné náklady na celý podnik sú vo výške približne 1 500 €.

Keďže podnik disponuje okrem píly, na ktorej reže primárne veľké objednávky aj pilou na malé bočné zákazky, briketovacím lisom, štiepačkou, nakladačom, vozíkom a nákladným vozidlom, ostatné náklady sme pre potreby tejto práce rozdelili medzi zariadenia percentuálne, podľa miery ich použitia. Náklady na pílu, na ktorej prebieha proces rezania z našej modelovej úlohy určujeme zhruba na 30 % z celkových ostatných nákladov, 20 % na pohonné látky, 20 % na druhú menej používanú pílu, 20 % na briketovací lis a 10 % na štiepačku. Ostatné náklady v našej modelovej úlohe sú 450 €.

$$10\,907,86 + 2\,216,17(2\,610,27) + 450 = 13\,574,03 \text{ € } (13\,968,13 \text{ €}) \quad 5.3$$

Výstupy z rezania v podobe hranolov a dosák predáva za 115 €/m³. Celkový objem hranolov a dosák je 143,79 m³. Do tejto hodnoty sme zarátali aj hranoly a dosky vyrobené nad rámec, keďže podnik je schopný ich predať, poprípade uložiť na účely vybavenia nasledujúcej pravidelnej objednávky odberateľa. Tržba je 16 535,85 €.

Zisk z vyhotovenia objednávky predstavuje sumu od 2 567,72 € do 2 961,82 €. Vypočítaný zisk nie je vysoký, čo nás veľmi neprekvapuje, keďže VH za minulé obdobie bol tiež nízky, no cieľom úlohy nebola maximalizácia zisku.

Cieľom bolo minimalizovať odpad, čo sa nám podarilo. Optimalizáciou rezného plánu podnik ušetrí 4,52 m³ vstupného materiálu, ktorý plánoval spotrebovať, čo predstavuje 2,8 % vstupného materiálu, približne 6 kusov suroviny (4 pri V, 6 pri S a 9 pri G type suroviny). Keďže požiadavky odberateľa v modelovej úlohe sme splnili, tento ušetrený materiál by pravdepodobne skončil ako odpad z rezania, teda by sa odpredal približne za 28 €/prm. Vďaka optimalizácii, sa ušetrený materiál môže použiť na uspokojenie požiadaviek menších odberateľov, čím zisk zaručene presiahne sumu 28 €/prm.

Minimalizácia odpadu, tak má vplyv aj na zvýšenie celkového zisku. Celkový výsledok optimalizovaného rezného plánu, teda výšku nákladov na jeho uskutočnenie, by podnik mohol vylepšiť napríklad zvýšením rýchlosti rezania lepšou novšou počítačovo riadenou pílou, čím by sa znížili náklady na pracovnú silu, alebo zmenou dodávateľa. Vzhľadom na to, že podnik má vysoké percento záväzkov, novú pílu si zatiaľ nemôže dovoliť. Podnik by mohol viac implementovať exaktné metódy pri výbere spôsobu rezania, a tak postupovať v minimalizácii odpadu, neskôr možno investovať do softvéru, keď sa finančná stabilita podniku zvýši.

Zostrojenie rezného plánu nám poskytlo možnosť zefektívniť využitie materiálu v podniku a jeho použitie umožňuje znížiť riziko spojené s neoptimálnym rozhodovaním pracovníka, taktiež znižuje nároky na pracovníka obsluhujúceho pílu, teda je jednoduchšie ho nahradiť iným pracovníkom.

Náš model rezného plánu je zjednodušený, keďže sme nebrali do úvahy ostatné vonkajšie a vnútorné faktory, ktoré ovplyvňujú výrobný proces v podniku GDF, s. r. o., ako napríklad počet pracovníkov, veľkosti dodávok od dodávateľov a pod.

Na chod podniku vplýva aj súčasná epidemiologická situácia vo svete spojená so šíriacim sa ochorením COVID-19. Okolité konkurencia prišla o zákazky a z toho dôvodu začala rezať napríklad krovy na strechy, ktoré doteraz v okolí primárne rezal len podnik GDF, s. r. o., čím pripravila náš podnik o časť zákazok. Aby majiteľ podniku nemusel posielat' pracovníkov domov a nechať ich bez príjmu, začali nevyužití pracovníci v období bez zákazok opravovať priestory starej píly a upratovať areál. Toto dočasné riešenie síce neprináša podniku žiadne zisky, no opatrenia vlády sa postupne uvoľňujú a podnik očakáva nárast objednávok.

Záver

Cieľom bakalárskej práce bolo posúdiť možnosti využitia metód a úloh operačnej analýzy vo výrobnom podniku a aplikovať ich v podmienkach konkrétneho podniku.

Aby podnik dosiahol požadovanú kvantitu a kvalitu, za čo najnižšie náklady, musí sa vedieť rozhodovať o najefektívnejšej kombinácii vstupov. Takéto rozhodovanie je v podniku kritické, pretože rozhodnutia manažmentu majú významný vplyv na ziskovosť, konkurencieschopnosť a konečnú schopnosť podniku prežiť. Operačná analýza poskytuje manažmentu kvantitatívne metódy, vďaka ktorým môže predísť nesprávnym a finančne náročným rozhodnutiam.

Jednou z týchto metód je simplexová metóda, pomocou ktorej sme v drevospracujúcom podniku GDF, s. r. o. optimalizovali rezný plán. Aplikáciu dvojfázového simplexového algoritmu sme uskutočnili v prostredí tabuľkového procesoru MS Excel využitím jeho doplnku Solver.

Prvým krokom pri riešení rezného plánu bolo určenie variantov rezania v podniku, ktoré sme určili pomocou základných geometrických vzťahov a kombinatoriky. Z nich sme vybrali tie varianty, ktoré vykazovali najnižší odpad. Získali sme pätnásť variantov, ktoré sme zapísali do tabuľky v programe MS Excel, kde sme následne zadefinovali účelovú funkciu a všetky obmedzujúce podmienky. Znázornili sme celý postup zapísania týchto podmienok do doplnku Solver, ktorý nám poskytol riešenie len za 5,797 sekúnd.

Minimalizovaná hodnota vyprodukovaného odpadu nadobúda hodnotu $16,62 \text{ m}^3$, čo predstavuje zaokrúhlene 10,36 % celkového vstupného materiálu.

Vzhľadom na typ píly, ktorým podnik disponuje, nami navrhovaný rezný plán ovplyvňuje dĺžku samotného rezania len minimálne. Avšak pracovník obsluhujúci pílu sa kvalitatívne rozhoduje o spôsobe rezania pre každý kus suroviny zvlášť, pričom jeho úvaha trvá približne 2 – 3 minúty.

Keďže náš rezný plán má ukotvených osem variantov rezania, skracuje sa čas rozhodovania pracovníka obsluhujúceho pílu. Celková časová úspora predstavuje 7,87 až 11,8 hodín, čo predstavuje takmer jeden celý deň prevádzkovania, teda možnosť narezat' o približne 10 až 12 m^3 viac.

Tržba z narezanej suroviny v našom modeli je 16 535,85 € a náklady za vstupný materiál, mzdy a ostatné náklady sa pohybujú medzi hodnotami 13 574,03 € až 13 968,13 €. Zisk z vyhotovenia objednávky predstavuje sumu od 2 567,72 € do 2 961,82 €.

Optimalizáciou rezného plánu podnik ušetril 4,52 m³ (2,8 %) vstupného materiálu. Tento materiál by s najväčšou pravdepodobnosťou skončil ako odpad z rezania, ktorý by sa odpredal za 28 €/prm. Vďaka optimalizácii podnik ušetrí približne 6 celých kusov suroviny, ktoré môže použiť na vybavenie menších objednávok, teda predat' za viac ako len 28 €/prm.

Vzhľadom na to, že podnik má nízku finančnú stabilitu nemôže si dovoliť investovať do novej počítačovo riadenej píly. Oproti minulému roku celková zadlženosť podniku klesla, teda finančná stabilita sa mierne zvýšila. Navrhujeme podniku implementovať exaktné metódy pri výbere spôsobu rezania, a tak postupovať v minimalizácii odpadu, neskôr možno investovať do softvéru.

Bibliografické zdroje

1. AL-RAWI, O. Y. M. – MUKHERJEE, T. Application of linear programming in optimizing labour scheduling. [online]. In: *Journal of Mathematical Finance*. Scientific research publishing, 2019, vol. 9, No. 3, p. 272-285. [citované 03.03.2020]. ISSN: 2162-2442. Dostupné na: <https://doi.org/10.4236/jmf.2019.93016>
2. BAGSHAW, K. B. A review of quantitative analysis (QA) in production planning decisions using the linear programming model. [online]. In: *American Journal of Operations Research*. Scientific research publishing, 2019, vol. 9, No. 6, p. 255-269. [citované 03.03.2020]. ISSN: 2160-8849. Dostupné na: <https://doi.org/10.4236/ajor.2019.96017>
3. BEREŽNÝ, Š. – KRAVECOVÁ, D. *Lineárne programovanie*. 1. vyd. Košice : Katedra matematiky a teoretickej informatiky, Fakulta elektrotechniky a informatiky TUKE, 2012. 108 s. ISBN: 978-80-553-0910-1.
4. EKWONWUNE, E. N. – EDEBATU, D. C. Application of linear programming algorithm in the optimization of financial portfolio of Golden Guinea Breweries Plc, Nigeria. [online]. In: *Open Journal of Modelling and Simulation*. Scientific research publishing, 2016, vol. 4, No. 3, p. 93-101. [citované 03.03.2020]. ISSN: 2327-4026. Dostupné na: <http://dx.doi.org/10.4236/ojmsi.2016.43008>
5. EZEOKWELUME, O. V. Solving linear programming problems and transportation problems using Excel Solver. [online]. In: *International Journal of Scientific & Engineering Research*, 2016, vol. 7, No. 9, p. 134-142. [citované 12.03.2020]. ISSN: 2229-5518. Dostupné na: <https://www.ijser.org/researchpaper/Solving-Linear-Programming-Problems-and-Transportation-Problems-using-Excel-Solver.pdf>
6. GROS, I. *Matematické modely pro manažerské rozhodování*. 1. vyd. Praha : Vysoká škola chemicko-technologická v Praze, 2009. 283 s. ISBN: 978-80-7080-709-5.

7. HRABLIK CHOVANCOVÁ, H. *Operačná analýza : Návod na cvičenia I*. 1. vyd. Trnava : Materiálovotechnologická fakulta STU, Vydavateľstvo AlumniPress, 2016. 164 s. ISBN: 978-80-8096-240-1.
8. HUSCH, B. – BEERS, T. W. – KERSHAW, J. A. *Forest Mensuration*. 4. vyd. New Jersey : John Wiley & Sons, Inc, 2003. 438 p. ISBN: 978-0471018506
9. JIANG, C. – LI, X. – LI, Y. Application of linear programming model to refugee migrating problem. [online]. In: *Journal of Applied Mathematics and Physics*. Scientific research publishing, 2016, vol. 4, No. 5, p. 967-977. [citované 03.03.2020]. ISSN: 2327-4379. Dostupné na: <http://dx.doi.org/10.4236/jamp.2016.45104>
10. OJI, J. O. – DATAU, S. G. – AKINLUWADE, K. J. – TAIWO, A. T. – ISADARE, D. A. – PAMTOKS, S. H. – ADETUNJI, A. R. Numerical optimization of sand casting parameters using the Dantzig's simplex method. [online]. In: *Journal of Minerals and Materials Characterization and Engineering*. Scientific research publishing, 2013, vol. 1, No. 5, p. 250-256. [citované 31.10.2019]. ISSN: 2327-4085. Dostupné na: https://www.scirp.org/pdf/JMMCE_2013091316040577.pdf
11. OKOYE, E. I. Application of simplex method to accounting decision making. [online]. In: *Journal of the management sciences*. Anambra state : Faculty of management sciences, UNIZIK, 1998, vol. 1, No. 3, p. 168-181. [citované 26.10.2019]. ISSN: 1118-6828. Dostupné na: https://www.researchgate.net/publication/228320939_Application_of_Simplex_Method_to_Accounting_Decision_Making
12. OPUNSUJU, M. I. – MURAT, A. – JIYA NDALO, S. Application of simplex method to evaluate advertising and performance of quoted multinational corporation in Nigeria. [online]. In: *Nile Journal of Business and Economics*. Nigeria, 2017, vol. 3, No. 7, p. 3-14. [citované 26.10.2019]. ISSN: 2488-9571. Dostupné na: <http://journal.nileuniversity.edu.ng/index.php/NileJBE/article/view/117/156>
13. SALVADOR, T. R. – CARVALHO, S. M. S. – COELHO M. V. Application of simplex method in the radiotherapy treatment. [online]. In: *Applied Mathematics*. Scientific research publishing, 2016, vol. 7, No. 17, p. 2229-2240. [citované 26.10.2019]. ISSN: 2152-7393. Dostupné na: <https://www.scirp.org/Journal/paperinformation.aspx?paperid=72195>

14. SARBJIT, S. Note on linear programming technique. [online]. In: *International journal of current research*. 2018, vol. 10, No. 2, p. 65398-65400. [citované 13.11.2019]. ISSN: 0975-833X. Dostupné na: <http://www.journalcra.com/sites/default/files/issue-pdf/28508.pdf>
15. SINGLA, S. Operational research: A study of decision making process. [online]. In: *Journal of Multidisciplinary Engineering Science and Technology*. JMEST, 2016, vol. 3, No. 5, p. 5336-5338. [citované 31.10.2019]. ISSN: 2458-9403. Dostupné na: <http://www.jmest.org/wp-content/uploads/JMESTN42351698.pdf>
16. VIVALDI, V. – SOMMARIVA, S. – SORRENTINO, A. A simplex method for the calibration of MEG device. [online]. In: *Communications in Applied and Industrial Mathematics*. Sciendo, 2019, vol.. 10, No. 2, p. 35-46. [citované 29.10.2019]. ISSN: 2038-0909. Dostupné na: <https://content.sciendo.com/view/journals/caim/10/2/article-p35.xml?rskey=Q4Xkqi&result=1>
17. WINSTON, W. L. *Operations research : Applications and algorithms*. Canada : Books/Cole – Thomson Learning, 2004. 1418 p. ISBN: 0-534-52020-0.