

PRESTAVOVANIE VÝROBNEJ LINKY

REBUILDING OF THE PRODUCTION LINE

PEKÁR, Juraj

Abstract

The model task was to minimize costs for rebuilding of the production line. In order to find the right solution for this larger scale task the heuristic algorithm with the linear difficulty is used. The application of new heuristic algorithm compared with explicit enumeration method will be presented for real company data problem. The optimization and heuristic method was programmed in Visual Basis under application MS Excel.

Key words: production line, optimization, heuristics

Abstrakt

V príspevku je na základe poznatkov z oblasti matematického programovania rozobraný špeciálny model. Spôsob zostrojenia úlohy ako aj možné metódy riešenia sú náplňou príspevku. Pre tento model je zostrojený heuristický algoritmus, ktorý prináša pre daný problém prijateľné suboptimálne riešenie. Uvedený problém bol aplikovaný na výrobný podnik, pričom je riešenie pomocou heuristického algoritmu a metódou explicitnej enumerácie.

Klíčová slova: výrobná linka, optimalizácia, heuristika

Úvod

Častým problémom pri výrobe v podnikoch zameraných na pásovú výrobu je častá zmena výrobného plánu, t. j. zmena nastavení strojov a zariadení. Uvedený jav značne vplýva na celkové výrobné náklady. Minimalizáciou uvedeného javu sa značne zvýši efektivita celkovej výroby. V príspevku je uvedený jeden zo skupiny uvedených problémov, pričom je uvedená formulácia problému ako aj spôsoby riešenia. Pre tento model je zostrojený heuristický algoritmus, ktorý prináša pre daný problém „prijateľné“ riešenie. Uvedený problém bol aplikovaný na výrobný podnik, pričom je riešenie pomocou heuristického algoritmu a metódou explicitnej enumerácie.

Materiál a metodika

Formulácia úlohy prestavovania výrobnéj linky

Menšie podniky zamerané na výrobu obalového materiálu musia často prehodnocovať svoj výrobný plán, nakoľko na trhu existujú výrobné podniky pokrývajúce výraznú časť dopytu po uvedených produktoch. Typickým príkladom je výroba fóliových obalových materiálov, kde

podnik Chemosvit Svít a.s. zabezpečuje ponuku pre majoritnú časť trhu. Uvedený podnik do značnej miery neovplyvnia uvedené náklady, nakoľko náklady z prestavenia linky sú zanedbateľné z nákladmi z produkovania odpadu a dodatočnej úpravy výrobku. Avšak na trhu vzniklo mnoho menších podnikov orientovaných na daný segment trhu, ktorý však na základe ich technických možností zabezpečujú ponuku pre atypické požiadavky v nižšom objeme. Práve tieto podniky stoja pred problémom voľby výrobného plánu, pri ktorom by minimalizovali náklady. Pre uvedené podniky však uvedené náklady spôsobujú výrazné zvýšenie nákladov pre nízko objemné objednávky, ktoré však na základe udržania chodu zariadenia, zníženia mzdových nákladov (nie príliš automatizovaná výroba), atď. sú realizované vo výrobe. V príspevku je venovaný práve uvedenému problému.

Výsledky a diskuse

V prvom rade je potrebné definovať uvedený problém:

Podnik má zariadenie na výrobu pásového materiálu. Odberatelia stanovili parametre výrobku, t. j. šírku, hrúbku, množstvo. Pri výrobe má podnik dve možnosti výroby jednotlivých typov výrobkov:

- pri výrobe i -tého výrobku nastaví linku na požadovanú šírku, čím vzniknú dodatočné náklady na prestavenie linky,
- vyrába výrobok pri realizácii iného výrobku s väčšou šírkou a dodatočným prispôbením šírky dosiahne dané parametre. Pri tomto spôsobe vznikajú dodatočné náklady spôsobené prispôbením výrobku a odpadom materiálu.

Zadanie úlohy: Podnik má vyrobiť n typov výrobkov s hrúbkou h , so šírkami $s_1, s_2, \dots, s_n$ a požadovaným množstvom $b_1, b_2, \dots, b_n$, pričom výrobky sú usporiadané podľa šírky vzostupne ($s_1 \leq s_2 \leq \dots \leq s_n$). Náklady na prestavenie linky sú n_p , náklady na úpravu výrobku a odpadu pri produkcii i -tého výrobku prispôbením z j -tého výrobku sú $f_{i,j}$. Úlohou je určiť, na aké parametre podnik nastaví výrobnú linku, aby náklady na realizáciu boli minimálne.

Problém bol formulovaný ako úlohu matematického programovania. Pri voľbe typu úlohy sme na základe vlastností problému dospeli k záveru, že ju treba sformulovať ako úlohu bivalentného programovania, pričom premenné budú označovať, či sa príslušný typ produktu bude realizovať úpravou z iného typu (hodnota premennej bude rovná 0), prípadne sa zariadenie prestaví na parametre výrobku (hodnota premennej bude rovná 1). Ďalším krokom bolo zostrojenie účelovej funkcie.

Pre premennú x_i , $i = 1, 2, \dots, n$ musí platiť:

- ak má hodnotu rovnú 1, tak sa hodnota účelovej funkcie zvýši o hodnotu n_p ,
- ak nadobúda hodnotu 0, tak musíme nájsť posledné nastavenie zariadenia (nájsť premennú $x_j = 1$, pričom $j > i$) a hodnotu účelovej funkcie zvýšiť o náklady na odpad a úpravu z j -tého výrobku na i -tý výrobok.

Keďže premenné nadobúdajú binárne hodnoty zápis účelovej funkcie pre i -tú zložku môžeme zapísať nasledovným vzťahom:

$$n_p \cdot x_i + (1 - x_i) \cdot [x_{i+1} \cdot f_{i,i+1} + \sum_{j=i+2}^n x_j \cdot f_{i,j} \cdot \prod_{k=i+1}^{j-1} (1 - x_k)] \quad (1)$$

Problém možno zapísať nasledujúcou matematickou formuláciou:

$$\begin{aligned}
n(x_1, x_2, \dots, x_n) &= \sum_{l=1}^{n-1} \left(n_p \cdot x_l + (1-x_l) \cdot [x_{l+1} \cdot f_{l,l+1} + \sum_{j=l+2}^n x_j \cdot f_{l,j} \cdot \prod_{k=l+1}^{j-1} (1-x_k)] \right) + n_p \cdot x_n \rightarrow \min \\
x_n &= 1 \\
x_1, x_2, \dots, x_n &\in \{0,1\}
\end{aligned} \tag{2}$$

Ohraničenie stanovuje podmienku nastavenia najväčšej šírky, t. j. vždy sa musí nastaviť zariadenie aspoň raz, na najväčší rozmer. Túto podmienku možno vynechať s tým, že zavedieme premennú $x_n = 1$. Potom možno formuláciu (2) upraviť na tvar:

$$\begin{aligned}
n(x_1, x_2, \dots, x_{n-1}) &= \sum_{l=1}^{n-1} \left(n_p \cdot x_l + (1-x_l) \cdot [x_{l+1} \cdot f_{l,l+1} + \sum_{j=l+2}^n x_j \cdot f_{l,j} \cdot \prod_{k=l+1}^{j-1} (1-x_k)] \right) + n_p \rightarrow \min \\
x_1, x_2, \dots, x_{n-1} &\in \{0,1\}
\end{aligned} \tag{3}$$

Formulácia úlohy:

Pre uvedený typ výrobného podniku je potrebné určiť jednotlivé parametre modelu. Exegénne stanovené sú parametre výrobkov, získané z jednotlivých objednávok (n typov výrobných variantov, šírky výrobkov $s_1, s_2, \dots, s_n$, hrúbka výrobkov h a požadované množstvá $b_1, b_2, \dots, b_n$). Taktiež možno na základe predchádzajúcej výroby stanoviť priemerný čas prestavenia zariadenia, s tým že náklady na prestavenie linky sú n_p (výška nákladov spojených zo zastavením výroby, pozostávajúcich z fixných nákladov podniku za uvedený čas a nevyužitia strojov a zariadení počas daného obdobia). Ďalšou časťou sú náklady na úpravu výrobku a na odpad pri produkcii i -tého výrobku prispôbením z k -tého výrobku, ktoré vyjadrujú náklady na odpad a náklady na prispôbenie výrobku. Pri aplikácii uvedeného modelu na podnik, bol uvedený parameter vypočítaný pomocou výrazu $(f(s_k, h) - f(s_i, h)) \cdot ph_i \cdot n_o$, pričom $f(s_k, h)$ je funkcia odhadnutá ekonometrickými metódami a reprezentujúca hodinovú výrobu k -tého výrobku v kilogramoch, ph_i udáva počet hodín výroby i -tého výrobku a n_o náklady na 1 kg odpadu. Uvedený výraz reprezentuje hodnotu požadovaných nákladov. Cieľom je určiť, na aké parametre podnik nastaví výrobnú linku, aby náklady na realizáciu boli minimálne.

Definovaný problém možno zapísať matematickou formuláciou ako vzťah (4).

$$\begin{aligned}
n(x_1, x_2, \dots, x_{n-1}) &= \\
&\sum_{l=1}^{n-1} \left(n_p \cdot x_l + (1-x_l) \cdot [x_{l+1} \cdot (f(s_{l+1}, h) - f(s_l, h)) \cdot ph_l \cdot n_o + \sum_{j=l+2}^n x_j \cdot (f(s_j, h) - f(s_l, h)) \cdot ph_l \cdot n_o \cdot \prod_{k=l+1}^{j-1} (1-x_k)] \right) + \\
&+ n_p \rightarrow \min \\
x_1, x_2, \dots, x_{n-1} &\in \{0,1\}
\end{aligned} \tag{4}$$

Množina prípustných riešení obsahuje 2^{n-1} prípustných riešení. Pri riešení úlohy možno použiť metódu explicitnej enumerácie (Laščiak 1983). Problém je s riešiteľnosťou úlohy pri väčšom počte výrobkov, nakoľko zložitost' algoritmu je exponenciálna. Naprogramovali sme algoritmus, ktorý danú úlohu rieši.

Druhou možnosťou je použitie heuristického prístupu. Možno navrhnúť heuristickú metódu riešenia, ktorá nájde optimálne riešenie, prípadne riešenie blízke k optimálnemu.

Očakáva sa od nej zníženie zložitosti algoritmu tak, aby bol riešiteľný pre ľubovoľný počet premenných.

Heuristická metóda

Rozhodovanie pri tvorbe metódy vychádzalo z formulácie danej úlohy. Ako sme uviedli, úlohou je minimalizovať výrobné náklady. Pri realizácii výroby máme dva druhy nákladov:

- náklady na prestavenie zariadenia v prípade, ak pri výrobe výrobku s väčšou šírkou prechádzame na produkt s menšou šírkou,
- náklady na odpad, keďže pri výrobe výrobku s väčšou šírkou prechádzame na produkt s menšou šírkou, zariadenie neprestavujeme.

Metóda na riešenie problému minimalizácie nákladov pozostáva z porovnávania týchto dvoch druhov protichodných nákladov. Pri zmene výroby vznikajú náklady na prestavenie zariadenia. Ak sa linka neprestavuje vznikajú náklady na odpad realizovaný pri výrobe. Princípom je vzájomné porovnávanie nákladov, t. j. hľadanie bodov, pri ktorých sa už oplatí prestaviť výrobnú linku.

Postup riešenia problému:

Prvá fáza:

I. Usporiadať požadované výrobky podľa šírky od najmenej po najväčšiu. V prípade zhodnej šírky výrobku podľa času výroby od najmenšieho po najväčší.

II. Zostrojiť maticu nákladov pri neprestavení linky.

$$\begin{array}{ccccccc}
 f_{1,2} & \dots & f_{n-3,n-2} + f_{n-4,n-2} + \dots + f_{1,n-2} & f_{n-2,n-1} + f_{n-3,n-1} + \dots + f_{1,n-1} & f_{n-1,n} + f_{n-2,n} + \dots + f_{1,n} \\
 & & \dots & \dots & \dots \\
 & & f_{n-3,n-2} & f_{n-2,n-1} + f_{n-3,n-1} & f_{n-1,n} + f_{n-2,n} + f_{n-3,n} \\
 & & & f_{n-2,n-1} & f_{n-1,n} + f_{n-2,n} \\
 & & & & f_{n-1,n}
 \end{array}$$

kde $f_{i,j}$ – náklady na úpravu výrobku a odpadu pri produkcii i -tého výrobku prispôbením z j -tého výrobku.

Prvok v i -tom riadku a j -tom stĺpci vyjadruje náklady na výrobu výrobkov $j-1$ až i , ak sa posledné prestavenie linky realizovalo pri j -tom výrobku a nasledujúce prestavenie sa realizuje pri i -tom výrobku.

Druhá fáza (na základe matice nákladov):

1. nastavenie výroby na n -tý výrobok $l = n$;
2. uchováme posledné nastavenie ($x_l = 1$);
3. ak $l = 1$ tak prechod na krok 6, inak krok 4;
4. v stĺpci l nájdenie prvého prvku k , kde $f_{l-1,l} + f_{l-2,l} + \dots + f_{k,l} > n_p$, ak neexistuje taký prvok, tak krok 6;
5. pri výrobe sa nastaví linka na k -tý spôsob, $l = k$ a prechod na krok 2;
6. všetky premenné okrem premenných určených v kroku 2 nadobúdajú hodnotu 0

Pri riešení uvedeného problému bolo potrebné zistiť aproximačné vlastnosti algoritmu, t. j. do akej miery sa výsledky získané pomocou heuristickej metódy zhodujú s optimálnym riešením, prípadne, aká je odchýlka od optimálneho riešenia. Uvedená vlastnosť bola riešená vytvorením generátora úloh a porovnávaním z optimálnym riešením.

Aplikácia uvedeného modelu bola realizovaná vo výrobnom podniku, pričom jedna z uvedených aplikácií bola prezentovaná v (Pekár 2005).

Záver

Cieľom príspevku bolo poukázať na problém, na ktorý nie je upriamená výrazná pozornosť, nakoľko aplikáciami optimalizačných metód vo výrobe sa nezaoberajú menšie podniky. Avšak možno konštatovať, že aj na uvedenej úrovni uvedené metódy majú zmysel a prinášajú výrazné finančné úspory.

Literatúra

- [1] DANTZIG, G. B. *Linear Programming and Extensions*. Princeton University Press, Princeton, 11. vydanie, 1998.
- [2] IVANIČOVÁ, Z., Brezina, I., Pekár, J. *Operačný výskum. IURA Edition*, Bratislava 2002.
- [3] JANÁČEK, J. *Matematické programování*. EDIS, Žilina 1999.
- [4] LAŠČIAK, A., a kol. *Optimálne programovanie*. ALFA, Bratislava 1983.
- [5] PEKÁR, J. *Aplikácia modelu minimalizácie nákladov pri prestavovaní výrobnéj linky*. In: Mezinárodní konference Progresivní metody a nástroje managementu a ekonomiky podniků, Brno, Česká republika 2005

Adresa autora:

Mgr. Juraj Pekár, PhD.
Katedra operačného výskumu a ekonometrie FHI EU
Dolnozemská 1
Bratislava
Tel.: 67295 828
E-mail: pekar@euba.sk