

Seriál : Odchýlky od racionality pri investovaní¹

Series: Deviations from rationality in investing

5.časť

Nelineárne oceňovanie pravdepodobností

Teória maximalizácie očakávaného úžitku predpokladá, že všetci ľudia sú racionálni a vždy budú vychádzať z tejto hlavnej axiomy. Kahneman a Tversky sa rozhodli vyvrátiť tento predpoklad svojimi početnými experimentami, v ktorých sa pokúsili dokázať systematické narušovanie hlavnej tézy racionálnej teórie. Na základe ich výskumu argumentujú, že racionálna teória nie je adekvátna teória, ktorá by mala popisovať rozhodovanie v neistote. Vysvetľujú zároveň výber voľby v neistote. V racionálnej teórii je úžitok výsledkov vážený ich pravdepodobnosťou. Nasledujúce experimenty ukazujú, že ľudia uvedený predpoklad pravidelne porušujú. Že systematicky nadhodnocujú malé pravdepodobnosti a častokrát podhodnocujú vysoké pravdepodobnosti. Teda že ich oceňujú nelineárne. Tento fenomén Kahneman a Tversky nazvali efekt istoty (certainty effect)²:

Úloha 1: Vyberte si jednu z dvoch možností	
A: Výhru 2 500 s pravdepodobnosťou 0.33 Výhru 2 400 s pravdepodobnosťou 0.66 Výhru 0 s pravdepodobnosťou 0.01	B: Výhru 2 400 naisto
Výsledok prieskumu = 18 % respondentov si vyberie možnosť A	
82 % si vyberie možnosť B	

¹ Príspevok vznikol v rámci riešeného projektu „Teoretické a praktické otázky ohodnocovania bánk a finančných inštitúcií v podmienkach Slovenska“. Evidenčné číslo projektu: 1/0648/12

² Spracované podľa CÂR.T.2006. : K psychológii investovania, *Finančné trhy : odborný mesačník pre teóriu a prax* Bratislava: Derivát, 2006. ISSN 1336-5711, Máj 2006.

Úloha 2: Vyberte si jednu z dvoch možností	
C: Výhru 2 500 s pravdepodobnosťou 0.33 Výhru 0 s pravdepodobnosťou 0.67	D: Výhru 2 400 s pravdepodobnosťou 0.34 Výhru 0 s pravdepodobnosťou 0.66
Výsledok prieskumu = 83 % respondentov si vyberie možnosť C	
17 % si vyberie možnosť D	

Podľa racionálnej teórie platí, že úžitok z „výhry“ 0 sa rovná nule $u(0) = 0$.

Problém 1 si môžeme zapísať aj matematicky do úžitkovej funkcie u ako :

$$u(2\,400) > 0.33u(2\,500) + 0.66u(2\,400) \quad / - 0.66u(2\,400)$$

po odčítaní 66 % šance vyhrať 2.400 z oboch strán rovnice v prípadoch Úlohy 1 dostaneme:

$$0.34u(2\,400) > 0.33u(2\,500)$$

To sa však dostáva do priameho konfliktu s výsledkami Úlohy 2, ktoré tvrdia pravý opak.

Úloha 3: Vyberte si jednu z dvoch možností	
A: Výhru 4 000 s pravdepodobnosťou 0.80	B: Výhru 3 000 naisto
Výsledok prieskumu = 20 % respondentov si vyberie možnosť A	
Výsledok prieskumu = 80 % respondentov si vyberie možnosť B	

Úloha 4: Vyberte si jednu z dvoch možností	
C: Výhru 4 000 s pravdepodobnosťou 0.20	D: Výhru 3 000 s pravdepodobnosťou 0.25
Výsledok prieskumu = 65 % respondentov si vyberie možnosť C	
Výsledok prieskumu = 35 % respondentov si vyberie možnosť D	

Obidve úlohy si môžeme opäť matematicky vyjadriť do úžitkovej funkcie a následne upraviť tak, aby sme mohli problémy porovnať:

$$P3: 0.80u(4\,000) < u(3\,000) \Rightarrow 0.8 < u(3\,000)/u(4\,000)$$

$$P4: 0.20u(4\,000) > 0.25u(3\,000) \Rightarrow 0.8 > u(3\,000)/u(4\,000)$$

Znovu sme dospeli ku kontroverzným tvrdeniam, ktoré vyplývajú z riešenia oboch problémov. Je treba si uvedomiť, že obidve možnosti Úlohy 4 predstavujú štvrtinovú pravdepodobnosť Úlohy 3. Predpoklad racionálnej teórie hovorí : Ak B je preferované pred A, tak potom akýkoľvek (pravdepodobnostný) podiel (B,p) musí byť stále preferovaný pred (pravdepodobnostným) podielom (A,p). Aj v tomto experimente sa dostávame do sporu, ktorý spochybňuje všeobecnú platnosť racionálnej teórie. Podobný logický spor dostaneme aj v nasledujúcom páre úloh 5 a 6, kde predmetom voľby sú nepeňažné odmeny. Úloha 6 je v podstate desatinou z úlohy 5:

Úloha 5: Vyberte si jednu z dvoch možností	
A: 50 % pravdepodobnosť vyhrať 3-týždňový zájazd do Anglicka a Francúzska	B: 1-týždňový zájazd do Anglicka naisto
Výsledok prieskumu = 22 % respondentov si vyberie možnosť A	Výsledok prieskumu = 78 % respondentov si vyberie možnosť B

Úloha 6: Vyberte si jednu z dvoch možností	
A: 5 % pravdepodobnosť vyhrať 3-týždňový zájazd do Anglicka a Francúzska	B: 10 % pravdepodobnosť vyhrať 1-týždňový zájazd do Anglicka
Výsledok prieskumu = 67 % respondentov si vyberie možnosť A	Výsledok prieskumu = 33 % respondentov si vyberie možnosť B

Efekt istoty však nie je jediným príkladom, ktorý spochybňuje klasickú racionálnu teóriu:

Úloha 7: Vyberte si jednu z dvoch možností	
A: Výhru 6.000 s pravdepodobnosťou 0.45	B: Výhru 3.000 s pravdepodobnosťou 0.90
Výsledok prieskumu = 14 % respondentov si vyberie možnosť A	Výsledok prieskumu = 86 % respondentov si vyberie možnosť B

Úloha 8: Vyberte si jednu z dvoch možností	
A: Výhru 6.000 s pravdepodobnosťou 0.001	B: Výhru 3.000 s pravdepodobnosťou 0.002
Výsledok prieskumu = 73 % respondentov si vyberie možnosť A	Výsledok prieskumu = 27 % respondentov si vyberie možnosť B

V úlohe 7 bola vybraná možnosť, kde je výhra pravdepodobnejšia. V úlohe 8 sa síce vyskytuje možnosť výhry, ale v oboch prípadoch je jej pravdepodobnosť veľmi malá. V takýchto situáciách, kde výhry sú možné, ale málo pravdepodobné, väčšina ľudí sa zachová tak, že si vyberú možnosť väčšej výhry.

Špeciálnym prípadom nelineárneho oceňovania pravdepodobností sú aj efekt izolácie a efekt odrazu.

- **Efekt izolácie³**

Efekt izolácie (isolation effect) je jedným z ďalších pojmov, ktoré Kahneman a Tversky zaviedli vo svojej práci. Hovorí o tom, že za účelom zjednodušenia výberu spomedzi dvoch alternatív ľudia častokrát prehliadajú spoločné komponenty alternatív a zameriavajú sa na komponenty, ktoré ich od seba odlišujú. Takýto prístup môže viesť ku nekonzistentným preferenciám, pretože 2 alternatívy môžu byť rozobrané na spoločné a odlišujúce komponenty viacerými spôsobmi a tie potom môžu viesť k rôznym preferenciám. Túto situáciu demonštruje Úloha 9.

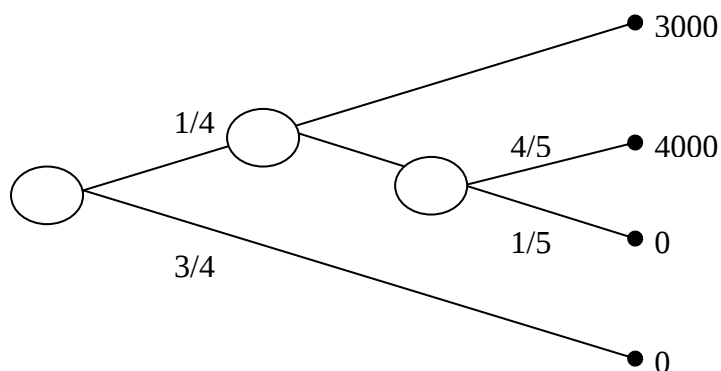
Máme dvojstupňovú hru:

V prvom kroku máme 0.75 šancu nevyhrať nič a skončiť a 0.25 šancu dostať sa do 2.kola.

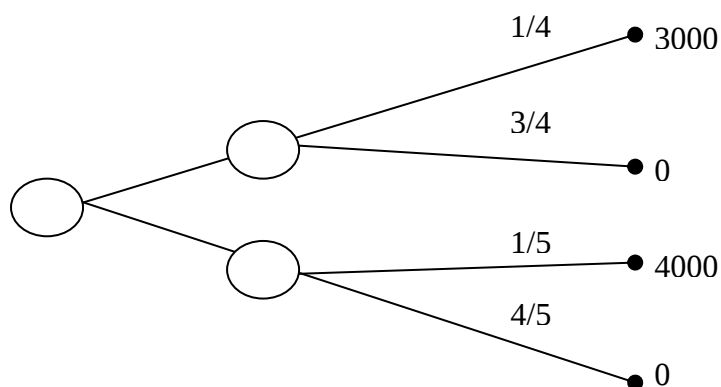
Druhé kolo nám ponúka 2 možnosti: (4.000, 0.80) alebo istých (3.000). Rozhodnúť sa musíme už pred prvým krokom! Ak si premietneme možnosti do podoby finálnych možných výsledkov, tak dostaneme: (4.000, 0.20) alebo (3.000, 0.25) – čo vlastne predstavuje našu Úlohu 4.

Až 78 % respondentov uviedlo, že preferujú možnosť (3.000, 0.25) na rozdiel od výsledku Úlohy 4. Ľudia evidentne ignorovali prvý krok hry a problém poňali len ako rozhodovanie sa medzi (4.000, 0.80) alebo istými (3.000), teda ako Úlohu 3. Z toho vyplýva, že je veľmi dôležité aj to, ako sa problém prezentuje, lebo to môže ovplyvniť výsledok.

³ KAHNEMAN, D., - TVERSKY, A. 1979. Prospect theory: An analysis of Decision under Risk. In *Econometrica*, Vol. 47, No.2 1979.



Úloha 9
Rozhodovací strom –
sekvenčná formulácia



Úloha 4
Rozhodovací strom –
štandardná formulácia

• Efekt odrazu⁴

Z Efektu odrazu (reflection effect) vyplýva niekoľko zaujímavých tvrdení:

- Averzia voči riziku v pozitívnej oblasti (možnosti výhier) je sprevádzaná vyhľadávaním rizika v negatívnej oblasti (možnosti strát).

- Racionálna teória je spochybnená v pozitívnej oblasti, ale aj v negatívnej oblasti obdobným spôsobom. V pozitívnej oblasti sa to prejavuje averziou voči riziku – menšia, ale istejšia výhra je preferovaná pred väčšou a menej pravdepodobnou.

Naopak, v negatívnej oblasti ľudia vyhľadávajú riziko, keď preferujú menej pravdepodobnú,

⁴ Spracované podľa KAHNEMAN, D., - TVERSKY, A. 1979. Prospect theory: An analysis of Decision under Risk. In *Econometrica*, Vol. 47, No.2 1979.

vyššiu stratu pred istejšou, nižšou stratou.

- Pozitívna oblasť nám vraví, že istota je všeobecne želaná, avšak toto tvrdenie nám vyvracia negatívna oblasť, kde si ľudia namiesto istej straty vyberajú radšej neistotu.

Istota teda zvyšuje tak averziu voči stratám ako aj želanie vyšších výhier.

Nasledujúce 2 úlohy sú považované za typický príklad Prospect theory k tomuto javu, ktorý sa aj najčastejšie zobrazuje v odborných článkoch:

Úloha 10: Bez ohľadu na to, čo všetko vlastníte, dostali ste 1.000. Vyberte si jednu z dvoch možností:	
A: Výhru 1 000 s pravdepodobnosťou 0.50 Výsledok prieskumu = 21 % respondentov si vyberie možnosť A	B: Výhru 500 naisto Výsledok prieskumu 79 % respondentov si vyberie možnosť B
Úloha 11: Bez ohľadu na to, čo všetko vlastníte, dostali ste 2.000. Vyberte si jednu z dvoch možností :	
C: Stratu 1 000,- s pravdepodobnosťou 0.50 Výsledok prieskumu = 73 % respondentov si vyberie možnosť C	D: Stratu 500,- naisto Výsledok prieskumu = 27 % respondentov si vyberie možnosť D

Obe úlohy potvrdzujú platnosť efektu odrazu. Keď sa na to pozrieme z hľadiska koncového stavu, prípady A,C a B,D sú identické:

$$A=(2\ 000, 0.50; 1\ 000, 0.50)=C \quad \text{a} \quad B=(1\ 500)=D$$

Dochádza teda k sporu v rámci samotnej teórie ? Nie. Samotná Prospect theory totiž okrem iného hovorí aj o tom, že koruna zisku poteší menej, než zabolí koruna straty. Podstatnou časťou efektu odrazu je teda averzia voči strate, ktorú popisujeme podrobnejšie v časti o emočných odchýlkach.

Prakticky každý vie, že nádej na výhru v lotérii je nízka a ceny žrebov sa organizátormi lotérie volia tak, aby ich súhrnná hodnota bola vyššia ako hodnota výhier. Cena jedného žrebu je teda nižšia, ako priemerná hodnota výhry, ktorá na tento žreb pripadá. Okrem toho je šanca na výhru

vo väčšine lotérií malá. Napriek tomu lotérie boli a sú medzi ľuďmi veľmi obľúbené. Dá sa teda predpokladať, že ľudia pri kúpe žrebu subjektívne pociťujú vyššiu nádej na výhru, ako je skutočná pravdepodobnosť výhry. Na druhej strane pri stredne vysokých až vysokých pravdepodobnostiach ľudia postupujú inak. Predstavme si, že existuje lotéria, kde je 1000 žrebov a možnosť vyhrať 1000 eur. Niektorý dostal do daru 999 žrebov, má teda 99,9 % šancu na výhru 1000 eur. Aby si výhru poistil, môže si posledný žreb kúpiť. Racionálna cena za takýto žreb je 1 euro. Mnoho ľudí by však bolo za tento žreb ochotných zaplatiť omnoho viac ako 1 euro, len aby si výhru poistili na 100 %. Teraz hru pozmeníme. V tej istej lotérii niektorý dostal do daru 672 žrebov (šanca na výhru je teda 67,2%) a má možnosť prikúpiť si ešte jeden žreb (t.j. zvýšiť šancu na výhru na 67,3%). Ochota prikúpiť si ešte jeden žreb by v tomto prípade bola veľmi nízka. V oboch prípadoch by sa šanca na výhru zvýšila rovnakým spôsobom, o 0,1%. V prvom prípade však ide o rozdiel medzi neistotou a istotou, v druhom medzi dvoma málo odlišnými stupňami neistoty. Cena životnej poistky, resp. poistenia nehnuteľnosti je kalkulovaná poisťovňou na základe priemernej výšky škody z poistnej udalosti a pravdepodobnosti jej nastania. Okrem toho cena poistky vždy obsahuje aj zisk poisťovne a je preto vždy vyššia ako priemerná hodnota škody z poistnej udalosti. Napriek tomu patrí životné i neživotné poistenie k najrozšírenejším produktom na finančnom trhu. Príčinou je averzia ľudí voči strate a nadhodnotenie výskytu poistných udalostí. Inak by ani poisťovne nemohli fungovať.

Rozdielne posudzovanie veľmi malých, stredne vysokých a vysokých pravdepodobností je príčinou, prečo si ľudia kupujú žreby (t.j. riskujú) a súčasne aj poistenie (t.j. istia sa proti strate).

Pravdepodobnosť vo výške 1 % väčšina ľudí vníma viac ako 1 %, no pravdepodobnosť 90 % zase menej ako 90 %. Preto je mnoho ľudí ochotných zároveň kúpiť si žreb i poistiť existujúci majetok vyššou sumou, ako by to predpokladali pravidlá logiky.

Pokračovanie.