

EKONOMICKÁ UNIVERZITA V BRATISLAVE
FAKULTA HOSPODÁRSKEJ INFORMATIKY

Evidenčné číslo: 103004/I/2015/3687338491

VIACKRITERIÁLNE ROZHODOVANIE ZA NEURČITOSTI
Diplomová práca

2015

Bc. Peter Kučerík

EKONOMICKÁ UNIVERZITA V BRATISLAVE
FAKULTA HOSPODÁRSKEJ INFORMATIKY

VIACKRITERIÁLNE ROZHODOVANIE ZA NEURČITOSTI

Diplomová práca

Študijný program: Manažérske rozhodovanie a informačné technológie
Študijný odbor: 6258 Kvantitatívne metódy v ekonómii
Školiace pracovisko: Katedra aplikovanej informatiky
Vedúci záverečnej práce: doc. Ing. Peter Bednár, CSc.

Čestné vyhlásenie

Čestne vyhlasujem, že záverečnú prácu som vypracoval samostatne a že som uviedol všetku použitú literatúru.

Dátum:

.....

Podpis

ABSTRAKT

KUČERÍK, Peter: *Viackriteriálne rozhodovanie za neurčitosti* – Ekonomická univerzita v Bratislave. Fakulta hospodárskej informatiky; Katedra aplikovanej informatiky. – Vedúci záverečnej práce: doc. Ing. Peter Bednár, CSc. – Bratislava: FHI EU, 2015, 60 s.

Cieľom záverečnej diplomovej práce je poskytnúť ucelený obraz o neurčitosti v rozhodovacích procesoch, o práci a definovaní neurčitosti a o metódach a postupoch práce s neurčitosťou vo viackriteriálnom rozhodovaní. Práca je rozdelená do troch kapitol. Obsahuje 12 obrázkov a 4 tabuľky. Prvá kapitola je venovaná vymedzeniu základných pojmov a charakterizovaniu viackriteriálneho rozhodovania. V druhej je charakterizovaný cieľ práce a metódy a metodika skúmania. Záverečná kapitola sa venuje definovaniu neurčitosti a práci s neurčitosťou vo viackriteriálnom rozhodovaní.

Kľúčové slová: viackriteriálne rozhodovanie, neurčitosť, fuzzy, Rough množiny, Fuzzy množiny, Fuzzy relácie, Dempster- Shaffer, Fuzzy čísla, váhy v neurčitosti

ABSTRACT

KUČERÍK, Peter: *Multicriterial decision under condition of uncertainty*– University of Economics in Bratislava. Faculty of Business Informatics; Department of Applied Informatics.
– Supervisor: doc. Ing. Peter Bednár, CSc. – Bratislava: FHI EU, 2015, 60 p.

The aim of the thesis is to provide a comprehensive picture of uncertainty in decision-making processes of work and defining uncertainty on methods and procedures for dealing with uncertainty in multicriteria decision making. The work is divided into three chapters. It contains 12 figures and 4 tables. The first chapter is devoted to defining the basic concepts and characterization of multicriteria decision making. The second objective of the thesis is characterized by a method and methodology of the investigation. The final chapter is devoted to the definition of uncertainty and dealing with uncertainty in multicriteria decision making.

Keywords: multicriteria decision making, uncertainty, fuzzy, rough sets, fuzzy sets, fuzzy relations, Dempster- Shaffer, Fuzzy numbers, scales the uncertainty

Obsah

Zoznam ilustrácií a tabuliek	8
Úvod	9
1. Súčasný stav riešenej problematiky doma a v zahraničí	10
1.1. Základné pojmy	10
1.2. Viackriteriálne rozhodovanie	13
1.2.1. Rozhodovanie za istoty	21
1.2.2. Rozhodovanie za rizika	23
1.2.3. Rozhodovanie za neistoty	23
2. Cieľ práce, metodika práce a metódy skúmania	25
3. Výsledky práce a diskusia	26
3.1. Neurčitosť	26
3.1.1. Teória Rough množín	27
3.1.2. Fuzzy množiny	33
3.1.3. Pravdepodobnostný prístup (Bayesovský prístup)	37
3.1.4. Dempster-Shaferova teória	39
3.1.5. Pseudokritéria	44
3.2. Viackriteriálne rozhodovanie v podmienkach neurčitosti	45
3.2.1. Váhy za neurčitosti	45
3.2.2. Jednoduchá agregácia charakteristík za neurčitosti	46
3.2.3. Fuzzy čísla	47
3.2.4. Fuzzy relácie	50
3.2.5. Metódy agregácie založené na prahoch citlivosti	52
3.2.6. Jazykovo definovaná funkcia – báza pravidiel	53
Záver	56
Použitá literatúra	57

Zoznam ilustrácií a tabuliek

Obrázok 1.1 Model riadenia systému podľa Norberta Wienera	14
Obrázok 1.2 Model rozhodovania z pohľadu informácie, znalosti.....	18
Obrázok 3.1 Vyjadrenie základných pojmov aproximácie množiny.....	29
Obrázok 3.2 Horná a dolná aproximácia konceptu X.....	33
Obrázok 3.3 Prienik dvoch fuzzy množín	35
Obrázok 3.4 Zjednotenie dvoch fuzzy množín	35
Obrázok 3.5 Fuzzy množina A a jej doplnok	35
Obrázok 3.6 Charakteristická funkcia klasickej a fuzzy množiny.....	36
Obrázok 3.7 Fuzzy množiny malých, priemerných a vysokých ľudí	37
Obrázok 3.8 Množina hypotéz.....	40
Obrázok 3.9 Intervaly predpokladov	43
Obrázok 3.10 príklad jazykovej premennej	49
Tabuľka 3.1 Všeobecný tvar informačnej tabuľky	28
Tabuľka 3.2 Tabuľka atribútov a rozhodnutí.....	30
Tabuľka 3.3 Minimálna množina rozšírená o dodatočné objekty	32
Tabuľka 3.4 Miera príslušnosti pre klasickú a pre fuzzy množinu.....	36

Úvod

V súčasnosti je rozhodovanie jednou z najhlavnejších súčasti v každej oblasti života. Týka sa jednoduchých vecí ako výber auta, bývania alebo jedla v reštaurácií až po zložité ekonomické problémy. Vo väčšine prípadov sa rozhodovateľ rozhoduje na základe viacerých kritérií, z ktorých má každé inú váhu (dôležitosť). Preto je potrebné použiť metódy viackriteriálneho rozhodovania. Často sa stáva, že údaje a kritéria sú zadane neurčito (nejasne), na základe znalostí experta v danej problematike, preto bolo potrebné definovať metódy viackriteriálneho rozhodovania za neurčitosti, ktoré si priblížime v tejto práci.

Prvá kapitola definuje základné pojmy potrebné k pochopeniu problematiky viackriteriálneho rozhodovania a tak isto sa v nej charakterizujú základy viackriteriálneho rozdelenia a základné rozdelenie.

Druhá kapitola definuje cieľ záverečnej diplomovej práce, pričom cieľom tejto diplomovej práce je poskytnúť ucelený obraz o neurčitosti v rozhodovacích procesoch, o práci a definovaní neurčitosti a o metódach a postupoch práce s neurčitosťou vo viackriteriálnom rozhodovaní.

Záverečná kapitola charakterizuje neurčitosť, spôsoby ako ju môžeme definovať a pracovať s ňou. V druhej časti tejto kapitoly sú priblížené postupy ako pracovať s neurčitosťou vo viackriteriálnom rozhodovaní.

1. Súčasný stav riešenej problematiky doma a v zahraničí

1.1. Základné pojmy

Rozhodnutie – výber jednej alebo viacerých variantov z množiny prípustných variantov.

Rozhodovateľ – subjekt, ktorý má za úlohu spraviť rozhodnutie.

Varianty (alternatívy) – konkrétne rozhodovacie možnosti, ktoré sú realizovateľné

Kritéria – hľadiska, z ktorých sa varianty posudzujú

Kritériálna matica – ak je hodnotenie variantov podľa kritérií kvantifikované, údaje usporiadávame do kritériálnej matice. Prvky tejto matice vyjadrujú hodnotenie i-teho variantu podľa j-teho kritéria. Riadky odpovedajú variantom a stĺpce kritériám.

Stavy sveta – (scenáre, podmienky rozhodovania) chápeme ako budúce vzájomne sa vylučujúce situácie, ktoré môžu po realizácii variantu rozhodovania nastať a ktoré ovplyvňujú dôsledky tohto variantu vzhľadom k niektorým kritériám hodnotenia.

Klasifikácia kritérií

Podľa povahy

- maximalizačné - najlepšie hodnoty majú najvyššie hodnoty
- minimalizačné - najlepšie hodnoty majú najmenšie hodnoty

Vhodné je pred hodnotením previesť všetky kritériá na jeden typ. Ak chceme napríklad previesť minimalizačné kritérium na maximalizačné, vyberieme v stĺpci príslušného kritéria najvyššie číslo a od tohto čísla odčítame ostatné kritériálne hodnoty v danom stĺpci. Výsledkom je potom vzdialenosť skutočnej hodnoty od hodnoty najhoršej. Čím je táto vzdialenosť väčšia, tým viac vyhovuje rozhodovateľovi, kritérium je teda maximalizované.

Podľa kvantifikovateľnosti

- kvantitatívne - objektívne merateľné údaje (výšky mesačného platu, doba cesty do zamestnania, začiatok pracovnej doby)

- kvalitatívne – nedajú sa objektívne merať, varianty sú hodnotené slovne, preto je nutné užiť k preneseniu slovného hodnotenia rôzne bodovacie stupnice či relatívne hodnotenie variantov (možnosť ďalšieho odborného rastu)

Preferencie kritérií - dôležitosť kritéria v porovnaní s ostatnými kritériami.

Vyjadrenie preferencie:

- aspiračná úroveň - hodnota kritéria, ktoré sa má dosiahnuť (napríklad uchádzač požaduje mesačný plat aspoň 1000 Eur, aby sa ponukou práce začal zaoberať)
- poradie kritérií (ordinálna informácia o kritériách) - postupnosť kritérií od najdôležitejšieho po najmenej dôležité
- váhy kritérií - kardinálne informácie o kritériách, váha je hodnota z intervalu a vyjadruje relatívnu dôležitosť kritéria v porovnaní s ostatnými
- kompenzácia kritériálnych hodnôt - sú vyjadrené mierou substitúcie medzi kritickým hodnotami (možné vyrovnať zlé kritériálne hodnoty podľa jedného kritéria lepšími hodnotami podľa iného kritéria)

Varianty so špeciálnymi vlastnosťami:

Dominovaný variant - ak sú všetky kritériá maximalizované, variant a_i dominuje variant a_j ak existuje aspoň jedno kritérium k_l , tak že $y_{il} > y_{jl}$, pričom pre ostatné kritériá platia $(y_{i1}, y_{i2}, \dots, y_{in}) \geq (y_{j1}, y_{j2}, \dots, y_{jn})$.

Paretovský variant, nedominovaný variant - variant, ktorý nie je dominovaný žiadnym iným variantom.

Ideálny variant - hypotetický alebo reálny variant, ktorý dosahuje vo všetkých kritériách najlepšie možné hodnoty. Takáto možnosť by dominovala všetky ostatné varianty. Tento variant môžeme vybrať bez rozhodovacieho procesu.

Bazálny variant - hypotetický alebo reálny variant, ktorého ohodnotenie je najhoršie podľa všetkých kritérií. Takáto možnosť by bola dominovaná ostatnými variantmi a môže byť z rozhodovacieho procesu vyradená.

Kompromisný variant - jediný nedominovaný variant odporúčaný k riešeniu.

Vlastnosti, ktoré by mal mať kompromisný variant:

- nedominovanosť - variant nesmie byť dominovaný iným variantom
- invariancia vzhľadom k poradiu kritérií - poradie kritérií neovplyvňuje výber kompromisného variantu
- invariancia vzhľadom k mierke kritériálnych hodnôt - ak ku všetkým prvkom pripočítame rovnaké číslo (vynásobíme rovnakým číslom), množina vybraných variantov sa nesmie zmeniť
- nezávislosť na identických hodnotách toho istého kritéria - ak sa vyskytne kritérium, ktorého hodnoty sú pre všetky varianty zhruba rovnaké, nesmie sa zmeniť množina vybraných variantov
- invariancia vzhľadom k pridaným dominovaným variantom - pridáme do množiny variantov dominovaný variant, vybraný kompromisný variant sa nesmie zmeniť.
- determinovanosť - podľa každého prístupu musí byť najmenej jeden variant vybraný ako kompromisný
- jednoznačnosť - zvolený postup dáva jednoznačný výsledok, jeden variant označí ako kompromisný

1.2. Viackriteriálne rozhodovanie

Rozhodovanie, resp. rozhodovacie procesy prebiehajúce na rôznych úrovniach riadenia. Majú dve stránky - meritórnu (vecnú, obsahovú) a formálnu – logickú (procedurálnu). Z pohľadu vecnej stránky má každý typ rozhodovania svoje špecifické črty, ktoré sú zdrojom odlišnosti týchto procesov. Jednotlivé procesy sú tiež predmetom štúdií rôznych vedných disciplín, napr.: teórie rozhodovania, teórie hier, operačného výskumu, vojenských vied a pod. Z druhého pohľadu majú jednotlivé rozhodovacie procesy resp. ich typy určité spoločné črty a vlastnosti, a to aj bez ohľadu na ich odlišnú obsahovú náplň [22].

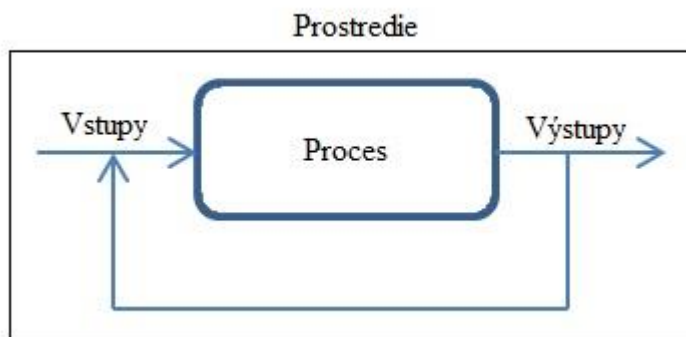
To, čo tieto rozhodovacie procesy spája, je určitý rámcový postup (procedúra), riešenie, ktoré sa odvíja od identifikácie problému, ujasňovania jeho príčin, cieľov riešenia atď., až po hodnotenie a voľbu variantu určeného na realizáciu. Práve spoločné rysy rozhodovacích procesov, ich procedurálne, formálne - logické aj inštrumentálne stránky sú predmetom štúdie teórie rozhodovania. Ako príklady je možné uviesť rôzne kvantitatívne orientované teórie rozhodovania (orientované tiež na podporu riešenia rozhodovacích procesov s významnými prvkami rizika a neurčitosti).

Rozhodovacie procesy možno vnímať ako procesy riešenia rozhodovacích problémov a zároveň ako problémy s viacerými (aspoň dvoma) variantmi riešenia. Ak vychádzame z toho, že základným atribútom rozhodovania je proces voľby, to znamená posudzovanie jednotlivých variantov a výber rozhodnutia (optimálneho variantu, resp. variantu určeného na realizáciu), potom problémy s jedným riešením (či existuje jediné riešenie, resp. bolo nájdené len jediné riešenie) nie sú rozhodovacími problémami a riešenia týchto problémov nevedú k rozhodovaciemu procesu.

Inými slovami rozhodovaním sa rozumie proces výberu jednej z viacerých alternatív (variantov). Rozhodujúcim subjektom je obyčajne človek, alebo jednomyseľne vystupujúci kolektív ľudí, ktorý ako reprezentant vlastných záujmov alebo nejakej skupiny vykonáva výber alternatív. Situácie, v ktorých je potrebné vykonať výber jednej z väčšieho počtu alternatív, tzn. rozhodnúť sa, nazývame rozhodovacími situáciami. Výber alternatív vedie k určitým výsledkom rozhodovacej situácie. Tieto výsledky môžu byť z hľadiska

záujmov rozhodujúceho sa subjektu lepší, alebo horší. Keď rozhodujúci sa subjekt vychádza z porovnania možných výsledkov a snaží sa vybrať v istom zmysle najlepšiu alternatívu, nazývame ho racionálnym účastníkom rozhodovacej situácie. Výsledky rozhodovania z hľadiska záujmov racionálneho účastníka je možné hodnotiť pomocou jedného alebo viacerých kritérií (charakteristík, atribútov) a pomocou váh, ktoré určujú preferenciu daných kritérií. Potom výber v "istom zmysle najlepšej" alternatívy nazývame optimálnym rozhodovaním [15,20].

Rozhodovacie problémy je možné všeobecne definovať existenciou diferencie (odchýlky) medzi požadovaným stavom (štandardom, normou, plánom, manažérskym rozhodnutím, tým - čo má byť) určité zložky okolia rozhodovateľa a jej skutočným stavom. Sledujeme tu paralelu s problematikou teórie riadenia. Kybernetickej princípy riadenia dynamického systému sú všeobecne vyjadrené na obr. 1.1. V procese sú dva prvky (riadiace, ktorý je predstavovaný napr. regionálnym manažmentom a riadený, ktorý môžeme chápať v tomto prípade ako región) a väzba medzi týmito prvkami, ktorá reprezentuje riadiaci zásah. Vstupy sú plánované požiadavky do riadiaceho prvku a vonkajšie pôsobenie na riadený prvok. Výstupom je cielená, účelná zmena vybranej zložky riadeného systému [23,28].



Obrázok 1.1 Model riadenia systému podľa Norberta Wienera | Zdroj: prevzaté z [28]

Pri objasnení základných princípov riadenia je možné sa inšpirovať názorom bývalého prezidenta General Motors AP Slona, ktorý prirovnáva manažéra k dirigentovi orchestra. Túto paralelu použil na vyjadrenie štruktúry a princípov kybernetického systému

vo svojej knihe "O riadení vážne aj s úsmevom" nositeľ ocenenia Manažér roka 1998 I. Kratochvíl. Kybernetický systém v tomto prípade definuje pomocou riadiaceho (dirigent) a riadeného systému (orchester), riadiaceho signálu a spätnej väzby (optické aj akustické), ktoré vyjadrujú výmenu informácie medzi prvkami tohto systému.

Ak hovoríme o riadení, musíme pracovať s jeho štruktúrou. Všeobecne rozlišujeme spôsoby centralizovaného, decentralizovaného a hierarchického riadenia [19]. Z hierarchickej štruktúry riadenia vychádza potom organizačná štruktúra (formálna organizačná štruktúra), v ktorej možno nájsť funkcionálnu, líniovú, štábne líniovú, maticovú organizačnú štruktúru atď., napr. Štruktúru založenú na strategických obchodných jednotkách (Strategic Business Units). Z pohľadu "moderných" webových nástrojov (Facebook, Twister, Google+, LinkedIn, Naymz, MySpace atď.) môžeme povedať, že organizačná štruktúra je typom sociálnej siete. Samozrejme na jednotlivých úrovniach riadenia prebieha rozhodovanie.

Na kybernetickom poňatí modelu riadenia je založený ďalší špecifický model, model systému velenia a riadenia C2 (Command and Control), prípadne jeho vyššia modifikácia C4I2 (Command Control Communication Computers Intelligence and Interoperability). Jeho použitie sa viaže na rozhodovacie procesy vo vojenstve, resp. vo vojenskej organizácii. Je možné ich definovať pomocou rozsiahleho komplexného dynamického systému, pracujúceho s veľkým počtom závislých faktorov, ktoré sú charakterizované rýchlou zmenou, neúplnosťou a konfliktnosťou [20]. Prípadne charakterizuje presadzovania štátnej politiky (Command and Control Policy), napr. pri riešení problematiky životného prostredia [13].

Štruktúra rozhodovacích procesov je tvorená súborom vzájomne závislých a nadväzujúcich činností, ktoré tvoria ich obsahovú náplň. Je možné ju dekomponovať do určitých aktivít (etáp, fáz) týchto procesov a sú známe minimálne dva prístupy k dekompozícií:

- analýza okolia (intelligence activity), návrh riešenia (design activity), voľba riešenia (choice activity) a kontrola výsledkov (review activity) [8,27];

- identifikácia, analýza a formulácia, stanovenie kritérií hodnotenia, tvorba variantov, stanovenie dôsledkov, hodnotenie dôsledkov variantov rozhodovania a výber variantu [9],

Analýza okolia zahŕňa zisťovanie podmienok vyvolávajúcich nutnosť rozhodovať, identifikáciu rozhodovacieho problému a stanovenie ich príčin. Návrh riešenia je zameraný na hľadanie, tvorbu, rozvíjanie a analýzu možných smerov činnosti. Voľba riešenia zahŕňa hodnotenie variantných smerov činnosti, ktoré vyúsťujú do voľby variantu určeného k realizácii. Kontrola výsledkov je orientovaná na hodnotenie skutočne dosiahnutých výsledkov variantu po jej realizácii a ich posudzovanie vzhľadom k vopred stanoveným cieľom. Výsledky tejto etapy môžu potom iniciovať nový rozhodovací proces [10].

Medzi základné prvky rozhodovacieho procesu patrí: cieľ (ciele) rozhodovanie, kritériá hodnotenia, subjekt a objekt rozhodovania, varianty rozhodovania a ich dôsledky, stavy sveta [8,9].

Cieľom rozumieme určitý budúci stav systému (okolie rozhodovateľa) vyplývajúce z nutnosti uspokojiť určité potreby alebo plniť určité funkcie, ktorého sa má realizáciou niektoré z variantov rozhodovania dosiahnuť. Cieľ (resp. Jeho jednotlivé zložky ako čiastkové ciele) je vyjadrený buď kvantitatívne (u cieľov kvantifikovateľných), alebo kvalitatívne (u cieľov nekvantifikovateľných). Kritériá rozhodovania (kritériá hodnotenia) predstavujú zvolené hľadiská rozhodovateľa (na základe jeho hodnotovej sústavy), podľa ktorých sa posudzuje vhodnosť jednotlivých variantov. Vzhľadom ku kritériám sa stanovujú a hodnotia dôsledky jednotlivých variantov riešenia problému. Základom pre stanovenie súborov kritérií rozhodovania je súbor cieľov riešenia rozhodovacieho problému (niektoré ciele sa však netransformujú do podoby kritérií, ale do obmedzujúcich podmienok, umožňujúcich redukciu súborov variantov vylúčením neprístupných variantov) [11].

Subjektom rozhodovania (rozhodovateľa) sa označuje subjekt, ktorý rozhoduje, tj. volí variant určený k realizácii. Subjektom rozhodovania môže byť buď jednotlivec, alebo skupina ľudí (orgán). Ak je rozhodovateľ jedinec, hovoríme o individuálnom subjekte rozhodovania na rozdiel od kolektívneho subjektu rozhodovania, kedy je rozhodovateľom skupina osôb. V praxi rozhodovania je však potrebné rozlišovať tiež medzi štatutárnym

rozhodovateľom, tj. subjektom, ktorý je vybavený právomocami k voľbe variantu určeného na realizáciu a nesie súčasne zodpovednosť za dôsledky a účinky tohto variantu, a skutočným rozhodovateľom, tj. subjektom, ktorý skutočne rozhoduje. Objektom rozhodovania sa spravidla chápe oblasť organizačnej jednotky, v rámci ktorej sa problém formuloval, stanovil sa cieľ jeho riešenia a ktorého sa rozhodovanie týka. S objektom rozhodovania úzko súvisí pojem variant (alternatíva), riešenie problému, predstavujúce možný spôsob jednania rozhodovateľa, ktorý má viesť k riešeniu problému, resp. splnenie stanovených cieľov. Dôsledky variantov rozhodovania sú buď jednoznačné (pri rozhodovaní za istoty) alebo závisí na stavoch sveta, ktoré chápeme ako možné, ale vzájomne sa vylučujúce stavy tej časti okolia rozhodovateľa, ktorá je mimo jeho kontroly [10].

Ku grafickej reprezentácii rozhodovacieho procesu je možné využiť zobrazenie systému a jeho okolie (prostredie). Klasické poňatie systému, ktoré je vyjadrené jeho prvkami, štruktúrou, väzbami, stavmi a okolím, je rozšírené o rozmer tzv. tvrdých (Hard) a mäkkých (Soft) systémov. Pre daný konkrétny špecifický rozhodovací problém je potrebné vymedziť systém, jeho hranicu a okolie, v ktorom sa rozhodujeme. Je nutné pre daný systém definovať vstupy, procesy, výstupy a "ľudský faktor", ktorý sa stáva aktívnym prvkom systému.

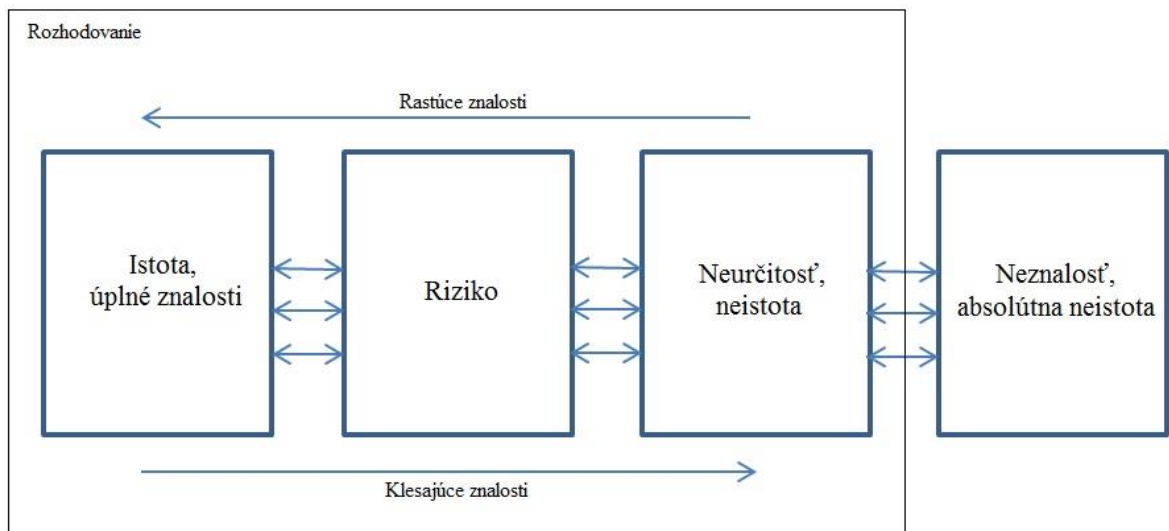
Neexistuje jednotná a dostatočne všeobecná teória "optimálneho" rozhodovania. Rozhodnutie v súčasnej dobe nie je možné urobiť len na základe intuície. Na rozhodovanie sú potrebné "tvrdé" dáta - fakty, reálne a spoľahlivé základy a metódy, ktoré umožňujú prácu aj s neurčitou. Pri výbere konkrétnej metódy sa posudzuje aplikovateľnosť metódy a náročnosť z hľadiska stanovenia váh dôležitosti kritérií.

Rozhodovacie problémy (rozhodovacie procesy) je možné klasifikovať nasledovne:

- dobre a zle štruktúrované rozhodovacie problémy
- rozhodovacie procesy za istoty, rizika a neistoty
- s individuálnym alebo kolektívnym subjektom rozhodovania
- procesy statické a dynamické, pri uvažovaní diskrétného času – jednoetapové (jednostupňové) a viacetapové (viacstupňové) procesy

- jednokritériálne a dimenzionálne (multikritériálne) procesy rozhodovania
- strategické (konceptné), taktické a operatívne
- procesy konfliktné a bezkonfliktné

Ak sa pozrieme na klasifikáciu rozhodovacieho procesu z hľadiska informácie o stavoch a dôsledkoch variantov vzhľadom k jednotlivým kritériám hodnotenia, potom môžeme povedať, že v prípade úplnej informácie, tzn. že rozhodovateľ vie s istotou, ktorý stav sveta nastane a aké budú dôsledky variantov, hovoríme o rozhodovaní "za istoty". Ak rozhodovateľ pozná možné budúce situácie (stavy sveta), ktoré môžu nastať, a tým aj dôsledky variantov pri týchto stavoch sveta a súčasne pozná aj pravdepodobnosti týchto javov sveta, potom ide o rozhodovací proces "za rizika". Pokiaľ nie sú rozhodovateľovi známe pravdepodobnosti jednotlivých stavov, ide o rozhodovací proces "za neistoty" (neurčitosti) [10]. K uvedenému spôsobu klasifikácie je možné využiť obr. 1.6, ktorý operuje súčasne i s pojmom znalosť a modifikuje poňatie rozhodovania za neurčitosti a neznalosti.



Obrázok 1.2 Model rozhodovania z pohľadu informácie, znalosti | Zdroj: [33].

Pri modelovaní rozhodovacieho procesu je potrebné popísať množinu alternatív, medzi ktorými sa rozhoduje, špecifikovať ich kritériá (charakteristiky rozhodovania), ktoré sú podľa subjektu rozhodovania relevantné, vyhodnotiť alternatívy podľa vybraných kritérií, stanoviť vzájomnú dôležitosť jednotlivých kritérií a určiť pravidlo výberu najlepšej

alternatívy alebo množiny alternatív. Rozhodovací systém je potom možné definovať ako štvoricu:

$$RS = \{A_n, K_m, R(n \times m), v_m\}$$

kde: A_n sú alternatívy, K_m sú kritériá, R ($n \times m$) je matica reálnych hodnôt rozhodovacieho systému s prvkami $\{r_{11}, r_{12}, \dots, r_{1m}; r_{21}, r_{22}, \dots, r_{2m}; \dots; r_{n1}, r_{n2}, \dots, r_{nm}\}$ a v_m sú váhy jednotlivých kritérií.

Pri výbere konkrétnej metódy sa posudzuje: aplikovateľnosť metódy, náročnosť z hľadiska stanovenia váh dôležitosti kritérií, výpočtová náročnosť a pod.

V úlohách viackriteriálneho rozhodovania je určená konečná množina n variant, ktoré sú ohodnotené na základe m kritérií. Cieľom rozhodovania je vybrať variant, ktorý je podľa daných kritérií ohodnotený najlepšie – vybrať tzv. optimálny variant. Nutnou a postačujúcou podmienkou rozhodovania je teda proces voľby. Varianty je možné zoradiť rôznymi spôsobmi, od najlepšieho po najhorší alebo na efektívne a neefektívne varianty.

Viackriteriálne rozhodovanie je modelovanie rozhodovacích situácií, v ktorých máme definovanú množinu variantov a súbor kritérií, podľa ktorých budeme varianty hodnotiť. Dôležitým klasifikačným hľadiskom je spôsob zadávania množiny prípustných variantov. Ak je množina prípustných variantov zadaná vo forme konečného zoznamu, hovoríme o úlohe viackriteriálneho hodnotenia variantov. Ak je množina prípustných variantov vymedzená súborom podmienok, ktoré rozhodovacie alternatívy musí spĺňať, aby boli vždy prípustné, hovoríme o úlohe viackriteriálneho programovania.

Viackriteriálne rozhodovacie metódy sa snažia objektivizovať podmienky pre rozhodovanie k tomu, aby postihli čiastkové aspekty riešeného problému a súčasne aj jeho komplexnosť. Snažia sa o potlačenie intuitívneho rozhodovania, ktoré je pre riešenie väčšiny zložitejších problémov nedostatočné. Avšak, pri malom počte alternatív a kritérií neposkytne žiadna metóda lepšie výsledky než skúsený rozhodovateľ. Užitočnosť metód viackriteriálneho rozhodovania je predovšetkým v tom, že umožňujú rozhodovateľovi lepšie sa orientovať vo veľkom množstve alternatív. Komplexné vyhodnotenie však nenahrádza v procese rozhodovania človeka - rozhodovateľa, ale skôr posúva jeho pôsobenie na kvalitatívne vyššiu úroveň.

Kritériá hodnotenia sa spravidla odvodzujú od stanovených cieľov riešenia a existuje preto medzi nimi úzky vzťah. Kritérium rozhodovania môže byť kvantitatívne alebo kvalitatívne. Prednosťou kvantitatívnych kritérií je ich jasná náplň – jednoznačný zmysel pre rozhodovateľa a jednoduchá merateľnosť. Kvalitatívne kritériá sú obvykle agregovanejšie kritériá so širšou náplňou.

Varianty rozhodovania a ich stavy predstavujú možný spôsob jednania rozhodovateľa, ktorý má viesť ku splnenia stanovených cieľov. Pri jednotlivých rozhodovacích problémoch sú varianty ich riešenia známe, pri zložitejších rozhodovacích problémoch je tvorba variantov výsledkom náročného procesu vyhľadávania a spracovania informácií.

Najobtiažnejším krokom rozhodovacieho procesu je práve tá jeho časť, kedy je nutné objasniť, čo je možné v danej situácii považovať za optimálne. “Rôzne skupiny osôb uprednostňujú rôzne dôsledky rozhodnutí a pre posúdenie stupňa optimálnosti rozhodnutia sa tak ponúkajú rôzne kritériá. Kvalifikovaný ekonóm a politik by mal vedieť previesť rozhodovanie v podmienkach stretu záujmov z oblasti emocionálnej do oblasti logicko-analytickej. Machiavelista by však mohol dodať, že politik by mal zvládnuť aj obrátený postup, teda že by mal vedieť previesť problém riešený v rovine logiky a vecného uvažovania do roviny konfliktu a emócií a presadiť tak rozhodnutia, ktoré by inak nemali nádej na realizáciu” [8].

Určenie preferenčného usporiadania variantov podľa ich celkovej výhodnosti, kedy je najvýhodnejší optimálny variant, je náročné. Triviálny prípad je, ak existuje jedno hodnotiace kritérium. Väčšina rozhodovacích problémov má však viackriteriálny charakter.

Ak je rozhodovací problém formálne definovaný ako rozhodovací systém, potom nájdenie optimálnej alternatívy znamená výber alternatívy s najvyšším ohodnotením.

Ako rozhodovací proces chápeme taký proces, pri ktorom hľadáme riešenie rozhodovacích procesov s viacerými alternatívami (variantmi). Pri riešení nestačí zvoliť tú najjednoduchšiu cestu (spôsob) z množiny možných – porovnateľných variant ani zo

zdravým rozumom, kedy rozhodovací subjekt pri riešení každodenných problémov vychádza zo svojich skúseností a názorov.

1.2.1. Rozhodovanie za istoty

Pri riešení rozhodovacích problémov sa často stretávame s prípadmi, kedy optimálne rozhodnutie musí vyhovovať viac ako jednému kritériu. Zadané kritéria môžu mať kvantitatívny aj kvalitatívny charakter (Pri kúpe automobilu je rozhodujúca ako jeho cena, tak i vzhľad), môžu byť maximalizačné aj minimalizačné (požadujeme, aby zakúpený automobil dosahoval čo najväčšiu rýchlosť a bol čo najlacnejší) a môžu byť aj navzájom konfliktné (nízka cena výrobku je spravidla spojená s jeho horšou kvalitou). Úlohy viackriteriálneho rozhodovania môžeme klasifikovať podľa spôsobu zadania množiny variantov, ktoré pre optimálne rozhodnutie pripadajú do úvahy (ide o tzv. prípustné varianty). Ak je táto množina určená konečným zoznamom variantov, hovoríme o viackriteriálnom hodnotení variantov. Ak je množina prípustných variantov zadaná podmienkami, ktoré musia byť pri výbere optimálneho variantu splnené, ide o úlohy viackriteriálneho programovania (tiež viackriteriálnej alebo vektorovej optimalizácie).

V týchto úlohách varianty rozhodnutia predstavujú n-tice nezáporných čísel, ktoré vyhovujú daným obmedzujúcim podmienkam a ktorých môže byť nekonečne veľa. Kritériá pre výber najvýhodnejšieho variantu sú vyjadrené účelovými funkciami a musí byť teda len kvantitatívne.

Pri rozhodovaní za istoty možno v podstate postupovať nasledujúcim spôsobom:

1. tvorba variantov
2. stanovenie kritérií rozhodovania a ich váh
3. hodnotenie jednotlivých variantov
4. určenie výsledného variantu.

Tvorba variantov:

Určenie všetkých možných variantov riešení je významnou fázou rozhodovacieho procesu. Čím väčší je počet potenciálnych variantov, tým väčšia je šanca nájdania skutočne dobrého riešenia. Ak súbor variantov riešenia problému nie je pre rozhodovateľa dopredu známy, existuje veľa rôznych metód ako tieto varianty stanoviť. Medzi ne patrí predovšetkým metódy systematicko- analytické (Morfologická analýza, rozhodovacie stromy) a metódy stimulujúce intuíciu (Brainstorming, brainwriting).

Kritériá rozhodovania a stanovenia ich váh:

Výber vhodného súboru kritérií umožňuje jednoduché a jasné ohodnotenie jednotlivých variantov podľa týchto kritérií. Prirodzene sa lepšie pracuje s kritériami kvantitatívneho charakteru. Napr. ohodnotiť činnosť manažmentu ako veľmi dobrú alebo výbornú bude ťažšie než vyčítať z účtovnej uzávierky výšku dosiahnutého zisku. Pre ucelené porovnanie variantov však nie vždy možné použitie sa kvalitatívnym kritériám vyhnúť. Každému kritériu z vybraného súboru je potom nutné priradiť rizikovú váhu, ktorá bude určovať jeho dôležitosť. Metódy stanovenia váh možno rozdeliť podľa informácie o preferenciách medzi kritériami, ktorú má rozhodovateľ k dispozícii.

Ak neexistuje **žiadna informácia** o preferencií medzi kritériami, je možné prideliť každému kritériu rovnakú váhu podľa vzťahu:

$$v_j = \frac{1}{n}$$

kde n je počet kritérií a $j = 1, 2, \dots, n$.

Ak má rozhodovateľ k dispozícii **ordinálnu informáciu** o kritériách, tzn., že je schopný určiť poradie dôležitosti kritérií, možno použiť pre stanovenie váh metódu poradia a Fullerovú metódu.

Kardinálna informácia, tj. že rozhodovateľ pozná aj rozostupy v poradí preferencií medzi jednotlivými kritériami, je vyžadovaná pri použití bodovacej metódy a Saatyho metódy [7].

1.2.2. Rozhodovanie za rizika

Všeobecnému tvaru rozhodovania za rizika pri existencii viacerých kritérií zodpovedá niekoľko rozhodovacích matíc. Ich počet zodpovedá počtu stavov okolia, ktoré môžu s určitou pravdepodobnosťou nastať.

Počet rozhodovacích matíc je rovný, resp. môže nastať, k stavom okolia.

Každému stavu okolia je priradená pravdepodobnosť p_k s akou daný stav okolia nastane. Každému stavu okolia odpovedá jedna rozhodovacej matice.

Pri jednokriteriálnom rozhodovaní je v riadkoch uvedená hodnota jedného kritéria pri rôznych stavoch okolia resp. rôzne stavy okolia. S touto skutočnosťou sa vysporiadame pomocou použitia viacerých rozhodovacích matíc.

Rozhodovateľ môže postupovať nasledovne:

Každú z matíc podrobí rozhodovacím postupom za podmienok istoty, to znamená ohodnotí jednotlivé varianty pre jednotlivé kritériá napríklad pomocou bodovacej škály a vykoná váhové ohodnotenie kritérií. Roznásobí tieto ohodnotenia variantov váhami kritérií a prevedie riadkový súčet. Takto dostane celkové ohodnotenie variantov pri k-tom stave okolia. Toto celkové ohodnotenie pri jednotlivých stavoch okolia zapíše do všeobecnej matice a roznásobí tieto celkové hodnoty pri jednotlivých stavoch okolia pravdepodobnosťou p_k

V prípade rozhodovania za podmienok rizika, teda pri situácii, kedy poznáme jednotlivé pravdepodobnosti, s akými stavmi okolí nastanú, využijeme Bayesovo pravidlo na určenie vhodnej variant [7,21].

1.2.3. Rozhodovanie za neistoty

Pri rozhodovaní za neistoty rozhodovateľ vie, aké situácie môžu nastať, ale nevie s akými pravdepodobnosťami. Na rozhodnutie o výbere najlepšieho variantu možno použiť rôzne pravidlá, ktoré môžu viesť k rôznym výsledkom. Pri všetkých nasledujúcich pravidlách predpokladáme, že rozhodovacie kritérium je maximalizačné.

1. Optimistický prístup - princíp maximaxu

Rozhodovateľ je optimista a predpokladá, že nech vyberie akýkoľvek variant, vždy nastane situácia, ktorá je mu najviac naklonená. Rozhodovateľ vyberie variant, ktorý mu prinesie najlepší výsledok. Nájde sa najväčšie číslo v celej rozhodovacej matici, teda $\max_i \max_j d_{ij}$. Vyberie sa v riadku najväčší prvok a z týchto najväčších prvkov zase ten najväčší.

2. Pesimistický prístup - Waldov princíp maxmin

Rozhodovateľ očakáva najhorší výsledok a vyberie z najhorších výsledkov ten najlepší, teda v rozhodovacej matici vyberie v každom riadku najmenšie číslo a z najmenších čísel potom to najväčšie, čiže $\max_i \min_j d_{ij}$

3. Hurwiczovo pravidlo

Najprv je nutné stanoviť index optimizmu $\alpha, \alpha \in \langle 0; 1 \rangle$. Pre $\alpha = 1$ je realistické pravidlo zhodné s optimistickým prístupom a naopak pri $\alpha = 0$ je toto pravidlo zhodné s pesimistickým prístupom. Index optimizmu oslabuje extrémne postoje rozhodovateľa. V riadkoch sa vybere vždy maximum a to sa násobí α a najmenší prvok, ktorý sa násobí $1 - \alpha$. Tieto dva súčiny sa potom sčítajú. Najlepší variant rozhodnutia je ten, pre ktorý je výraz $\alpha \max_j d_{ij} + (1 - \alpha) \min_j d_{ij}$ maximálny.

4. Laplaceove pravidlo (princípi rovnaké vierohodnosti)

U tohto pravidla sa predpokladá, že všetky situácie môžu nastať s rovnakou pravdepodobnosťou, teda ak počet situácií je n , tzn. $P(S_j) = \frac{1}{n}$, kde $j = 1, 2, \dots, n$. Pre najvýhodnejší variant podľa princípu rovnakej vieryhodnosti platí, že je výraz $\frac{1}{n} \sum_{j=1}^n d_{ij}$ je maximálny [21].

2. Cieľ práce, metodika práce a metódy skúmania

Táto kapitola charakterizuje cieľ záverečnej diplomovej práce, metodiku práce a metódy, ktoré som použil na dosiahnutie stanoveného cieľa.

2.1. Cieľ práce

Cieľom tejto diplomovej práce je poskytnúť ucelený obraz o viackriteriálnom rozhodovaní najprv všeobecne a potom so zameraním na metódy, ktorými vieme definovať neurčitost' a pracovať s neurčitost'ou. Ďalej sa diplomová práca zameriava na metódy, vďaka ktorým vieme riešiť úlohy v podmienkach neurčitosti, a rôzne postupy práce s neurčitost'ou vo viackriteriálnom rozhodovaní. Záverečná práca bude zároveň rozšírením slovenskej literatúry o poznatky vo viackriteriálnom rozhodovaní v podmienkach neurčitosti.

2.2. Metodika práce a metódy skúmania

Metodika práce spočíva v zozbieraní a interpretácii teoretických poznatkov o viackriteriálnom rozhodovaní a ich aplikovanie na praktických príkladoch. Keďže k danej téme je veľmi malé množstvo publikácií v slovenskom jazyku, použitú literatúru tvoria hlavne české a anglické knihy a publikácie. Časť použitej literatúry je uvedená pre rozšírenie pojmov a poznatkov uvedených v tejto diplomovej práci.

3. Výsledky práce a diskusia

3.1. Neurčitost'

Rozhodovanie v podmienkach neurčitosti sa uplatňuje v prípadoch, kedy nie je možné budúce stavy sveta pravdepodobnostne charakterizovať a nepoznáme ani dôsledky variantov. To znamená, že dôsledok rozhodovania závisí na stavoch systému a nastatie stavov je náhodným procesom.

Vo väčšine teórií neurčitosti sa vyskytuje zároveň niekoľko typov neurčitosti. Niektoré z nich sú dôsledkom nedostatku relevantných informácií, iné sú spôsobené jazykovou nepresnosťou, ktorú je možné vhodne definovať fuzzy množinami. Jednou z najobtiažnejších úloh pri štúdiu neurčitosti je identifikovať jednotlivé typy neurčitosti a nájsť, ako správne zmeriame množstvo neurčitosti každého typu v jednotlivých teóriách neurčitosti.

Pri rozhodovaní za neurčitosti ide o rozhodovanie, pri ktorom sa pracuje s neurčitými poznatkami, údajmi a ktoré sú odrazom ľudského chápania prebiehajúcich dejov. Pri analýze rozhodovacích procesov vystupuje do popredia zložitosť rozhodovania na strane jednej (niekedy nie je možné ich popísať matematicky), resp. rozhodovanie je tak zložité, že je nepoužiteľné. Na strane druhej pri opise týchto procesov vystupuje neurčitosť, ktorá je spôsobená našou neschopnosťou exaktne definovať základné pojmy. Na vyjadrenie a definovanie neurčitosti sa môžu použiť [14]:

- prístup kompozicionálnych pravidlových systémov
- pravdepodobnostný prístup (Bayesovský prístup)
- Dempster-Shaferova teória
- logika možností (Possibilistic Logic)
- teória Rough množín (Rough Sets)
- fuzzy logika (Fuzzy Logic) - teória fuzzy množín (Fuzzy Sets)
- pseudokritériá

3.1.1. Teória Rough množín

Teória rough množín sa venuje klasifikačnej analýze nepresnosti, neurčitosti alebo neúplnosti informácie alebo v dátach vyjadrených vedomosťami alebo informáciách získaných zo skúseností.

Uvedenú metódu je možné použiť na

- vyjadrenie neurčitých alebo nepresných vedomostí
- empirické určenie a získavanie vedomostí zo skúseností
- analýzu znalostí
- analýzu konfliktov
- ohodnotenie kvality využiteľných informácií vzhľadom k ich hustote a prítomnosti alebo neprítomnosti opakovaných vzorov
- identifikácia a ohodnotenie závislosti informácií
- aproximatívna klasifikácia obrazov
- myslenie s neistotou
- informáciu uchovávaná redukcie dát

Základnou myšlienkou tejto teórie je predpoklad existencie konečnej množiny objektov – univerzum, ktoré sú charakterizované hodnotami konečnej množiny atribútov. Prostredníctvom relácie ekvivalentnosti medzi objektmi sú vytvorené elementárne množiny objektov, z ktorých je možné definovať hornú alebo dolnú aproximáciu. Pôvodná koncepcia nie je vhodná v prípade nepresných a chýbajúcich hodnôt atribútov a taktiež neurčitých hodnôt atribútov získaných od experta (znalca), čo je často prípad v reálnych aplikáciách. Ďalším problémom je nájdenie množiny s minimálnym počtom atribútov, na základe ktorých je možné správne klasifikovať objekty z testovacej množiny. Teória Rough množín pracuje s pojmami ako informačná tabuľka, relácia zhodnosti (nerozlišiteľnosti) alebo trieda ekvivalentnosti, aproximácia množín, klasifikačná (rozhodovacia) tabuľka [26,30].

Informačná tabuľka a relácie zhodnosti

Ak máme k dispozícii množinu dát, ktorá reprezentuje poznatky o danej doméne, sú pre účely klasifikácie dáta usporiadané do informačnej tabuľky. Informačný systém potom môžeme vyjadriť ako:

$$IS = \{U, Q, V, f\}$$

kde U je konečná množina objektov x nazývaná univerzom, $Q = \{q_1, \dots, q_n\}$ je konečná množina atribútov, V_q je doména daného atribútu q , v_{mn} sú hodnoty n -tého atribútu pre m -tý objekt tak, že $V = \{v_{11}, \dots, v_{1n}, v_{21}, \dots, v_{m1}, \dots, v_{mn}\}$ a $f: U \times Q \rightarrow V$ je informačná funkcia, ktorá radí konkrétnu hodnotu z domény atribútu objektu.

Všeobecný tvar informačnej tabuľky [17]:

Objekty	Atribúty				
	q_1	q_2	q_3	$\dots$	q_n
x_1	v_{11}	v_{12}	v_{13}	$\dots$	v_{1n}
x_2	v_{21}	v_{22}	v_{23}	$\dots$	v_{2n}
x_3	v_{31}	v_{32}	v_{33}	$\dots$	v_{3n}
	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$
x_m	v_{m1}	v_{m2}	v_{m3}	$\dots$	v_{mn}

Tabuľka 3.1 Všeobecný tvar informačnej tabuľky

Objekty, ktoré sú charakterizované rovnakými informáciami sú od seba vzájomne nerozlišiteľné z pohľadu dostupných informácií, ktoré o nich máme. S ľubovoľnou množinou atribútov $P \subseteq Q$ je spojená relácia nerozlišiteľnosti a je definovaná ako:

$$I_p = \{(x, y) \in U \times U : f(x, q) = f(y, q), \forall q \in P\}$$

ktorá vyjadruje, že objekty x a y nie je možné od seba rozlíšiť na základe atribútov $q \in P$. Takto definovaná relácia rozlišiteľnosti sa nazýva relácia ekvivalentnosti [11].

Aproximácia množín a klasifikácie

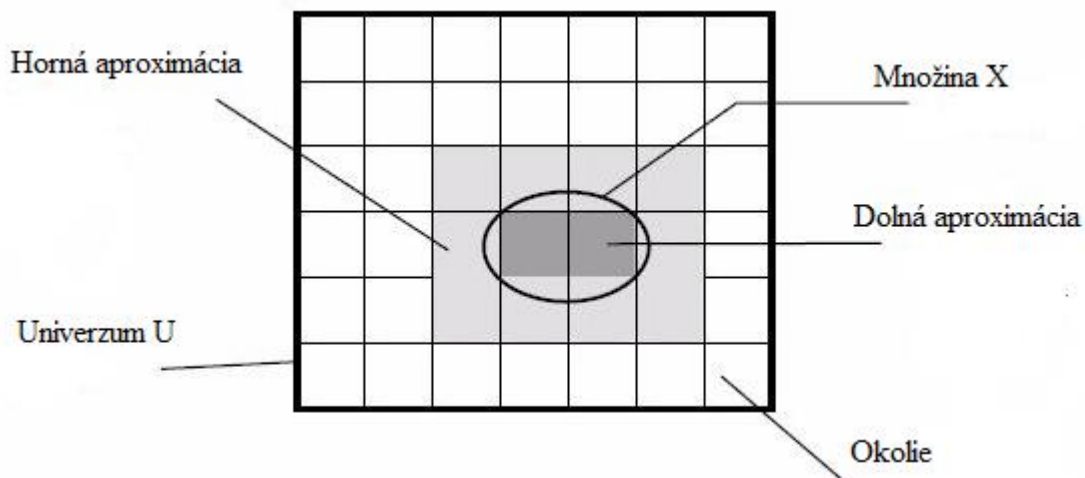
Aproximácia priestoru členenia (triedenia, klasifikácie) oblasti záujmu do rozdielnych kategórií. Klasifikácia formálne vyjadruje naše vedomosti o oblasti, tzn.

znalosti sú chápané ako schopnosť charakterizovať všetky triedy klasifikácie. Predmety patriace do rovnakej kategórie nie sú rozlišované, takže ich členstvo vzhľadom k ľubovoľnej podmnožine od oblasti nemôže byť vždy jasne definované. Táto skutočnosť vedie k definícii množiny z hľadiska dolnej a hornej aproximácie [32,18].

Dolná aproximácia je popis oblasti predmetov, o ktorých je známe, že s istotou patria do podmnožiny záujmu, zatiaľ čo horná aproximácia sa nazýva približná množina. Musí byť však zdôraznené, že pojem aproximovaná množina by nemal byť zamenený s pojmom fuzzy množina pretože sú podstatne rozdielne.

Triedy ekvivalentnosti nazývame elementárne množiny. Rozčlenenie univerza na niekoľko elementárnych množín X môže byť buď presné (prípád klasických množín) alebo aproximačné.

Objekty, ktoré s istotou patria do X na základe atribútov $q \in P$, začleníme do dolnej aproximácie množiny X , zatiaľ čo objekty, ktoré klasifikujeme ako možné členy X na základe atribútov $q \in P$, začleníme do hornej aproximácie množiny X . Objekty, ktoré nie je možné s istotou začleniť do X alebo jeho doplnku na základe atribútov $q \in P$, patria do hraničného regiónu množiny X .



Obrázok 3.1 Vyjadrenie základných pojmov aproximácie množiny

$$\alpha_p(X) = \frac{|P(X)|}{|\overline{P}(X)|}$$

Kde $|X|$ označuje kardinalitu množiny X . Ak sa $\alpha_p(X) = 1$, jedná sa o klasickú množinu. Ak $0 \leq \alpha_p(X) < 1$, jedná sa o Rough množinu. $\underline{P}(X)$ je dolná aproximácia množiny X a $\overline{P}(X)$ je horná aproximácia množiny X .

Diskretizácia hodnôt atribútov

V reálnych aplikáciách atribúty väčšinou obsahujú veľký počet hodnôt, či už z dôvodu rozličných nepresností alebo z dôvodu spojitých hodnôt, čo znamená nemožnosť zostaviť zodpovedajúcu množinu pre klasifikovanie objektov z testovacej množiny. Je preto nutné hodnoty atribútov určitým spôsobom predspracovať. Jedným z možných spôsobov spočíva v určení tolerančných intervalov, v ktorých sú hodnoty atribútov považované za zhodné. Kritériom je nájdenie takého minimálneho počtu rezov, pomocou ktorých je možné správne klasifikovať objekty a zložitosť použitej metódy [30].

Praktické využitie Rough množín

Predpokladajme, že informácie o reálnom svete sú chápané vo forme informačnej tabuľky. Informačná tabuľka reprezentuje súbor vstupných dát, zhromaždených z nejakého oboru ľudskej činnosti.

Riadky tabuľky v tomto prípade sú označené ako O_1, O_2, O_3, O_4, O_5 a O_6 a sú nazývané objekty. Vlastnosti jednotlivých objektov sú vyjadrené priradeným množiny hodnôt daných premenných nazývaných atribúty. Jednotlivé atribúty sú reprezentované stĺpcami. Atribúty sa delia na dva druhy premenných: atribúty a rozhodnutia [29].

Objekty	Atribúty			Rozhodnutia
	Tiché prostredie	Parkovanie	Výška nájmu	Vyhovujúce
O_1	áno	áno	Normálna	nie
O_2	áno	áno	Zvýšená	áno
O_3	áno	áno	Vysoká	áno
O_4	nie	áno	Normálna	nie
O_5	nie	nie	Zvýšená	nie
O_6	nie	áno	Vysoká	áno

Tabuľka 3.2 Tabuľka atribútov a rozhodnutí

Použitie vzťahu nerozlišiteľnosti:

Objekty O_1 a O_2 sú charakterizované rovnakými hodnotami obidvoch atribútov: Tiché prostredie = áno, Parkovanie = áno. Najviac aj objekt O_3 je nerozlišiteľný od O_1 a O_2 . Objekty O_4 a O_6 sú tiež nerozlišiteľné medzi sebou. Takže je jasné, že vzťah nerozlišiteľnosti je ekvivalentným vzťahom. Množina atribútov určuje nasledujúce elementárne množiny: $\{O_1, O_2, O_3\}, \{O_4, O_6\}, \{O_5\}$. Každé konečné združenie elementárnych množín je nazývané definovanou množinou [12, 31]. Ak je v uvedenom príklade množina $\{O_1, O_2, O_3, O_5\}$ vymedziteľná pomocou daných atribútov, potom je túto množinu možno definovať slovným výrokom: “Každý člen tejto množiny je charakterizovaný atribútom Tiché prostredie = áno a Parkovanie = áno alebo atribútom Tiché prostredie = nie”.

Definícia redundantných atribútov:

V dôsledku vzťahu nerozlišiteľnosti je veľmi jednoduché definovať nadbytočné atribúty. Ak množina atribútov a jej nadmnožina definuje rovnaký vzťah nerozlišiteľnosti, potom nejaký atribút, ktorý patrí do nadmnožiny a nie do množiny je redundantný.

Vysvetlenie na predošlom príklade – nech množina atribútov je množinou {Tiché prostredie, Výška nájmu} a jej nadmnožina je množinou všetkých troch atribútov {Tiché prostredie, Parkovanie, Výška nájmu}. Elementárna množina nerozlišiteľných vzťahov definovaná množinou {Tiché prostredie, Výška nájmu} je reprezentovaná jednotlivými množinami $\{O_1\}, \{O_2\}, \{O_3\}, \{O_4\}, \{O_5\}$ a $\{O_6\}$ a tak sú elementárne množiny vzťahu nerozlišiteľnosti definované množinou všetkých troch atribútov. To znamená, že atribút Parkovanie je redundantný. Ak už množina neobsahuje žiadne redundantné atribúty, nazýva sa minimálna množina [26].

Formulácia rozhodovacích pravidiel:

Až doteraz nebol braný do úvahy rozhodovací atribút. Tak ako pri atribútoch, môžeme definovať elementárne množiny rozhodnutí – koncepty. V tomto prípade koncept, ktorý odpovedá množine všetkých objektov, ktorým atribúty vyhovujú $\{O_1, O_4, O_5\}$, a tých, ktorým nevyhovujú $\{O_2, O_3, O_6\}$. Otázkou je, či je možné stanoviť vyhovovanie na základe hodnôt atribútov. Ak rozhodnutie či vyhovuje závisí na atribútoch Tiché prostredie

a Výška nájmu, potom všetky elementárne množiny vzťahov spojených s {Tiché prostredie, Výška nájmu} sú podmnožinami daných konceptov. Tabuľku s podmienkovými a rozhodovacími atribútmi môžeme nazvať rozhodovacia tabuľka [26].

Rozhodovacie pravidlá:

- Nezlučiteľné, konfliktné – rovnaká hodnota podmienkových atribútov ale odlišná hodnota rozhodnutí
- Určité, konzistentné – ostatné pravidlá

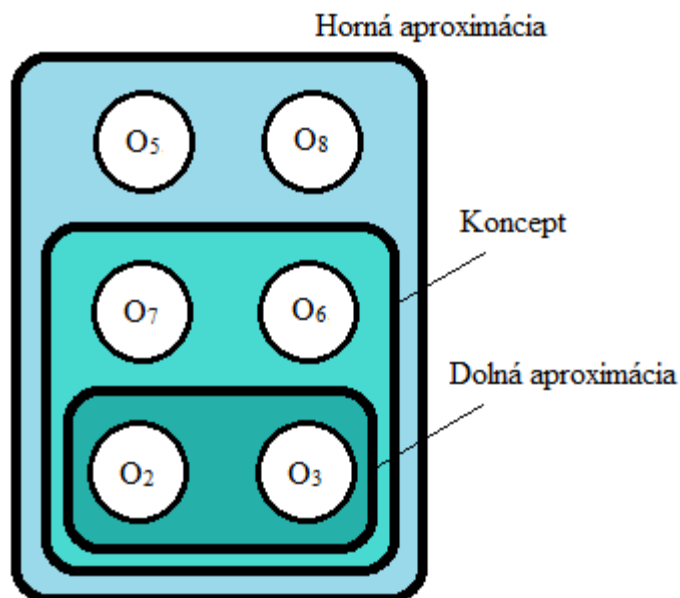
Výpočet hornej a dolnej aproximácie:

Dáta z minimálnej množiny rozšírime o dva dodatočné objekty O_7 a O_8

Objekty	Atribúty		Rozhodnutia
	Tiché prostredie	Výška nájmu	Vyhovujúce
O_1	áno	Normálna	nie
O_2	áno	Zvýšená	áno
O_3	áno	Vysoká	áno
O_4	nie	Normálna	nie
O_5	nie	Zvýšená	nie
O_6	nie	Vysoká	áno
O_7	nie	Zvýšená	áno
O_8	nie	Vysoká	nie

Tabuľka 3.3 Minimálna množina rozšírená o dodatočné objekty

Z tabuľky je jasne vidieť, že rozhodnutie nezávisí na daných atribútoch, čoho dôkazom sú podmnožiny $\{O_5, O_7\}$ a $\{O_6, O_8\}$ – rovnaké hodnoty atribútov, rôzne rozhodnutie. V takejto situácii ponúka teória Rough množín nástroj na vysporiadanie sa s nezlučiteľnosťou. Pre každý koncept X sa vypočíta najlepšie a najhoršie vymedziteľná množina konceptu X .



Obrázok 3.2 Horná a dolná aproximácia konceptu X

Množina objektov hornej aproximácie $\{O_5, O_6, O_7, O_8\}$ ktoré nie sú obsiahnuté v dolnej aproximácii sa nazýva hraničný región. Pravidlo vyvedené pre každý koncept (rozhodnutie) zo svojej dolnej aproximácie je istá hodnota. Preto sú tieto pravidlá nazývané istými. Pravidlá vyvedené z hornej aproximácie, kde sú možné hodnoty sa nazývajú neisté pravidlá [31].

Oblasti aplikácie tejto metódy sa dajú rozdeliť do niekoľkých skupín [31]:

- V oblasti informatiky a softvérového inžinierstva to sú: systémy pre vyhľadávanie a získavanie informácií, analýza súčinných systémov, reengineering spolupracujúcich informačných systémov, modely relačných databáz atď.
- V oblasti ekonómie a ekonomiky: napríklad analýza faktorov spôsobujúcich fluktuáciu hodnoty cenných papierov, analýza podnikových databáz, oceňovanie podnikov atď.
- V oblasti medicíny: podpora terapeutických rozhodnutí, predikcia predčasného pôrodu atď.

3.1.2. Fuzzy množiny

Medzi prvkom a klasickou množinou môže existovať jeden z nasledujúcich vzťahov: buď prvok patrí do množiny alebo do nej nepatrí. V teórii fuzzy množín

predstavujú obidva tieto vzťahy extrémny. Teória zavádza pojem stupeň príslušnosti prvku k množine a teda klasickú množinu tak rozostreje. Fuzzy množina A sa definuje na základe zobrazenia

$$\mu_A(x) : U \rightarrow L$$

kde U je fuzzy množina, ktorá obsahuje všetky potenciálne prvky fuzzy množiny A a L je obvykle interval $\langle 0,1 \rangle$. Toto zobrazenie sa nazýva funkcia príslušnosti. Funkcia príslušnosti udáva, do akej miery o prvku platí výrok, že “je prvkom množiny A”. Podobne ako u klasických množín je možné u fuzzy množín definovať množinové operácie (zjednotenie, prienik atď.).

Pre rozhodovanie za neurčitosti majú význam hlavne dva typy fuzzy množín: fuzzy čísla a fuzzy binárne relácie. Fuzzy číslo α sa dá charakterizovať funkciou príslušnosti

$$\mu_\alpha(x) : R \rightarrow L$$

kde R je množina všetkých reálnych čísel a L opäť interval $\langle 0,1 \rangle$. Je možné definovať napr. aritmetické operácie s fuzzy číslami, pričom si tieto operácie uchovávajú niektoré vlastnosti platné pre operácie s fuzzy množinami (napríklad kumulatívnosť sčítania a násobenia). Fuzzy čísla sa uplatňujú napríklad pri neurčitom hodnotení vzťahu medzi charakteristikami. Fuzzy binárna relácia S na fuzzy množine X je definovaná funkciou príslušnosti

$$\mu_S(x_1, x_2) : X \times X \rightarrow L$$

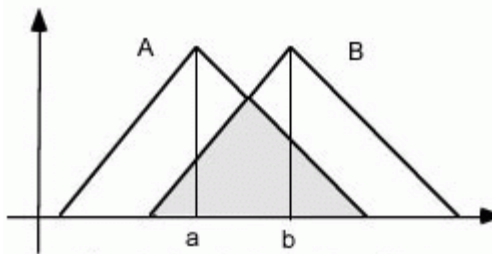
Funkcia príslušnosti $\mu_S(x_1, x_2)$ udáva, do akej miery platí medzi prvkami $x_1, x_2 \in X$ relácia S. Fuzzy relácie sa využívajú pri neurčito formulovaných preferenciách na množine variantov. Funkcie príslušnosti môže napríklad vyjadrovať do akej miery platí, že je variant x_1 preferovaný pred variantom x_2 [2].

Operácie na fuzzy množinách

Majme A a B fuzzy podmnožiny neprázdnej množiny X [16]

1. Prienik A a B je definovaný:

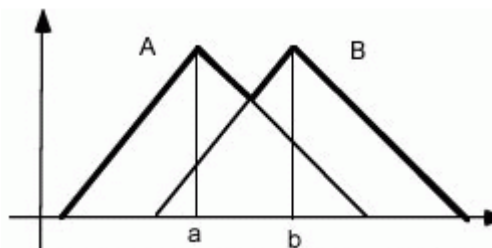
$$(A \cap B)(t) = \min\{A(t), B(t)\} = A(t) \wedge B(t), \text{ pre všetky } t \in X$$



Obrázok 3.3 Prienik dvoch fuzzy množín

2. Zjednotenie množín A a B

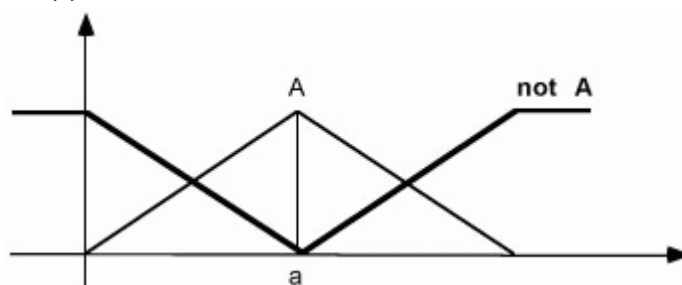
$$(A \cup B)(t) = \min\{A(t), B(t)\} = A(t) \vee B(t), \text{ pre všetky } t \in X$$



Obrázok 3.4 Zjednotenie dvoch fuzzy množín

3. Doplnok fuzzy množiny A

$$(\neg A)(t) = 1 - A(t)$$



Obrázok 3.5 Fuzzy množina A a jej doplnok

Praktický príklad:

Máme definované

$$R(x) \begin{cases} \text{pravda (ak } \text{ČLOVEK}(x) \text{ a } \text{VÝŠKA}(x) > 180 \text{ cm)} \\ \text{nepravda (inak)} \end{cases}$$

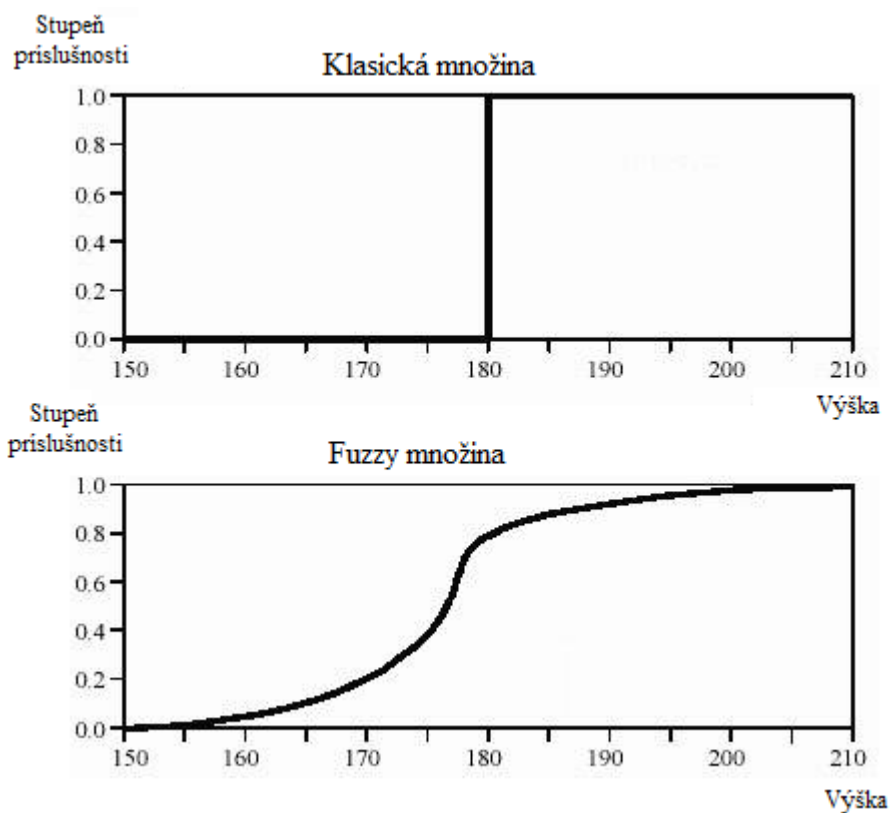
Takto definovanú množinu môžeme zapísať ako $\{x \in +\text{ČLOVEK} \mid \text{VÝŠKA}(x) > 180\}$. Z toho plynie, že každá osoba vyššia ako 180 cm je vysoká a ostatné nie. Problém je, že klasická teória množín stanovuje ostrú hranicu medzi príslušnosťou a absenciou prvku v množine. Lepšie teda je jednoznačné členstvo v množine zameniť za pohľad skúmania, či je človek viac alebo menej typickým reprezentantom tejto množiny.

Majme zadanú množinu vysokých osôb pre klasickú množinu a pre fuzzy množinu.

Meno	Výška (cm)	Miera príslušnosti	
		Kategorická	Fuzzy
Chris	208	1	1,00
Mara	205	1	1,00
John	198	1	0,98
Tod	181	1	0,82
David	179	0	0,78
Mike	172	0	0,24
Bob	167	0	0,15
Steven	158	0	0,06
Bill	155	0	0,01
Peter	152	0	0,00

Tabuľka 3.4 Miera príslušnosti pre klasickú a pre fuzzy množinu

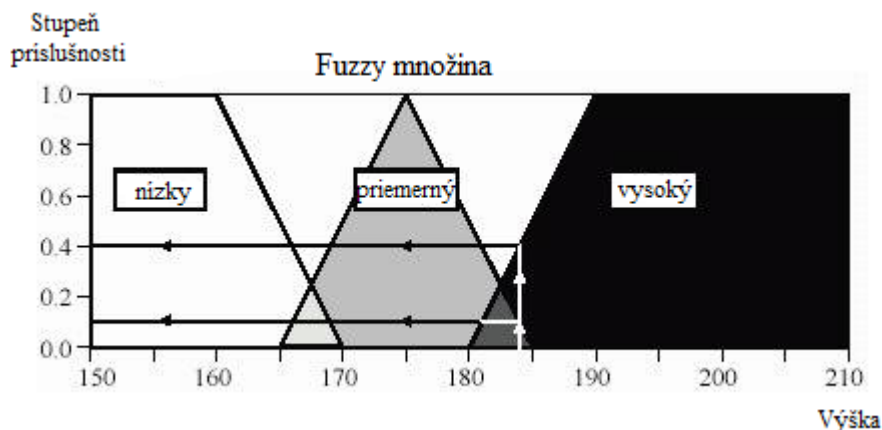
Charakteristická funkcia fuzzy množiny je funkcia f , ktorá zobrazuje prvky domény do interval $\langle 0, 1 \rangle$. Ak x nie je členom množiny tak $f(x) = 0$, ak je tak $f(x) = 1$ a všetky hodnoty medzi 0 a 1 predstavujú určitý stupeň členstva príslušného prvku k danej množine.



Obrázok 3.6 Charakteristická funkcia klasickej a fuzzy množiny

V tomto prípade v prípade fuzzy množiny, osoby Chris a Mara patria úplne do množiny vysokých osôb, osoba Peter nie je v množine a ostatní patria do množiny čiastočne.

Ďalšou možnosťou je ak sa prvok nachádza vo viacerých fuzzy množinách zároveň v rôznej miere. Ukážeme si to opäť na príklade výšky ľudí ale so zadanými tromi množinami: nízky, priemerný a vysoký. Charakteristické funkcie sú zadané:



Obrázok 3.7 Fuzzy množiny malých, priemerných a vysokých ľudí

Ako vidieť na obrázku, človek, ktorý meria 184 cm je členom množiny priemerných ľudí s mierou príslušnosti 0,1 a aj členom vysokých ľudí s mierou 0,4 [16].

3.1.3. Pravdepodobnostný prístup (Bayesovský prístup)

Bayesovský prístup je najstaršou a najlepšie definovanou technikou na spracovanie neurčitosti. Uvažujme znalosť v tvare pravidla $E \rightarrow H$, ktorá hovorí, že predpoklad E podporuje záver (hypotézu) H . Neurčitosť záveru H v závislosti na predpoklade E môže byť kvantifikovaná pomocou podmienenej pravdepodobnosti $P(H | E)$, ktorá je daná pomocou Bayesových vzorcov takto [34]:

$$P(H | E) = \frac{P(E | H) P(H)}{P(E)}$$

$$P(H | E) = \frac{P(E | H) P(H)}{P(E | H) P(H) + P(E | \neg H) P(\neg H)}$$

Ďalej môžeme definovať apriórnu a posteriórnu pravdepodobnostnú šancu nasledovne:

Apriórna:

$$O(H) = \frac{P(H)}{P(\neg H)} = \frac{P(H)}{1 - P(H)}$$

Aposteriórne:

$$O(H | E) = \frac{P(H | E)}{P(\neg H | E)} = \frac{P(H | E)}{1 - P(H | E)}$$

Pravdepodobnosť je možné zo šance vypočítať podľa vzťahu

$$P = \frac{O}{O + 1}$$

Z Bayesových vzorcov pre $P(H | E)$ a $P(\neg H | E)$ vyplýva

$$O(H | E) = L \cdot O(H) \text{ kde}$$

$$L = \frac{P(E | H)}{P(E | \neg H)}$$

L sa nazýva miera postačiteľnosti (veľká hodnota $L \gg 1$ hovorí, že predpoklad E je postačujúci k dokázaniu hypotézy H).

Obdobne platí

$$O(H | \neg E) = L^{\wedge} \cdot O(H) \text{ kde}$$

$$L^{\wedge} = \frac{P(\neg E | H)}{P(\neg E | \neg H)}$$

je miera nevyhnutnosti (malá hodnota $0 < L^{\wedge} \ll 1$ znamená, že E je nevyhnutná k dokázaniu hypotézy H)

Výhody bayesovského prístupu:

- dobré teoretické základy
- dobre definovaná sémantika rozhodovania

Nevýhody:

- potreba veľkého množstva pravdepodobnostných dát
- nebezpečenstvo neúplnosti a nekonzistencie dát
- predpoklad nezávislosti evidencií E_i býva v praxi zriedka splnený
- možnosť straty informácie v dôsledku popisu neurčitosti jedným číslom
- obtiažnosť vysvetľovania

Bayesová metóda pravdepodobnosti sa môže uplatniť pri popise náhodností a iných neurčitostí v technických aj netechnických oboroch.

3.1.4. Dempster-Shaferova teória

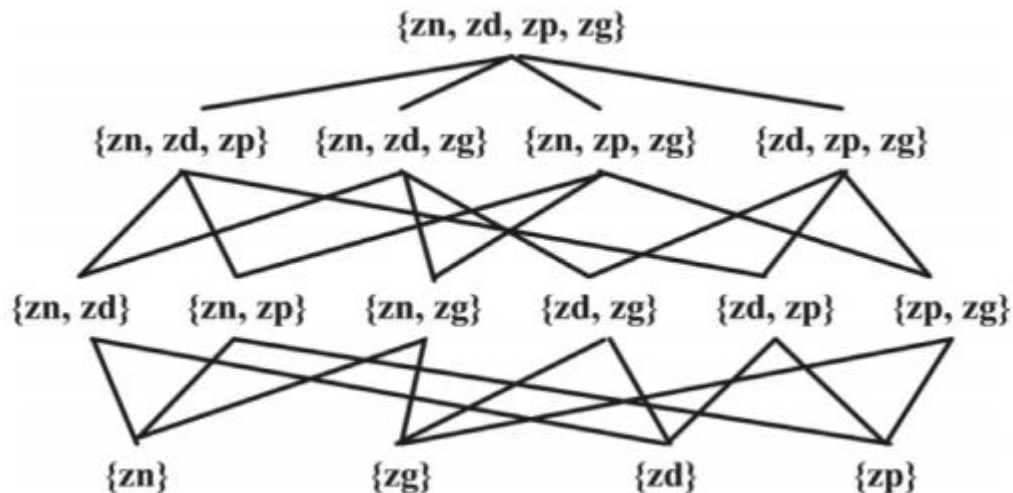
Táto teória definuje celkovú oblasť úvah nazvanú tiež rámec zistení alebo tiež rámec predpokladu, čo je úplný systém vzájomne disjunktných (hypotézy sa významovo neprekrývajú) základných hypotéz $\theta = \{h_1, \dots, h_n\}$. Hypotézy môžu vyjadrovať všetky možné stavy uvažovaného systému. 2^θ označuje množinu všetkých podmnožín množiny θ . Ľubovoľná podmnožina 2^θ môže byť jednotlivá hypotéza alebo množina hypotéz.

V tomto kontexte sú dôkazy symptómy alebo udalosti, ktoré sa vyskytli alebo sa môžu vyskytnúť. Dôkaz sa vzťahuje k jednotlivej hypotéze alebo k množine hypotéz. Predpokladáme pritom, že rôzne dôkazy nevedú k tej istej hypotéze alebo množine hypotéz. Kvalitatívny vzťah medzi dôkazom a hypotézou zodpovedá vzťahu príčina-dôsledok. Dôkaz vedie k formulácii hypotézy alebo množiny hypotéz. Stupeň tejto implikácie je určený údajom dátového zdroja.

Ako dátové zdroje označujeme osoby, organizácie alebo nejaké iné entity, ktoré poskytujú informácie pre vyhodnotenie. Avšak z pohľadu dátového zdroja nemusí byť isté, ktorá hypotéza zodpovedá objektívnej realite. Výhodou použitia Dempster-Shaferovej teórie je to, že umožňuje uvažovať viac jednotlivých dôkazov v rámci vzťahu jednotlivej hypotézy alebo jednotlivých dôkazov v rámci vzťahu viacerých hypotéz ako neurčité ohodnotenie systém, v ktorom je práve jedna hypotéza objektívne pravdivá [3,4].

Praktický príklad 1:

Počítač nepracuje správne. Možné príčiny sú záhada napájania (zn), porucha na základnej doske (zd), záhada operačnej pamäte (zp) alebo záhada grafickej karty (zg). Definujte rámec predpokladu. Uvedené príčiny tvoria množinu vzájomne disjunktných základných (atomických) hypotéz. Rámec predpokladu je teda množina $\theta = \{zn, zd, zp, zg\}$



Obrázok 3.8 Množina hypotéz (potenčná množina 2^θ)

Podľa Dempster- Shaferovej teórie je každá podmnožina hypotéz z 2^θ považovaná za špecifickú hypotézu. Nedostatok predpokladov k jednotlivým hypotézam sa nahrádza predpokladom k celej množine všetkých hypotéz 2^θ .

Predpoklady:

Uviedli sme, že v Dempster- Shafferovej teórii dôkazov používame pojem predpoklad ako presvedčenie, alebo stupeň dôvery k určitej špecifickej hypotéze. Miera predpokladu k špecifickej hypotéze sa v tejto teórii označuje reálnym číslom z interval $\langle 0,1 \rangle$. Toto číslo indikuje tiež stupeň, s ktorým sme presvedčení, že dôkazy podporujú hypotézu. V Dempster- Shafferovej teórii sa dôkaz proti špecifickej hypotéze považuje za dôkaz proti jej negácii (napríklad dôkaz proti $\{zn\}$ je považovaný za dôkaz pre $\{zd, zp, zg\}$ a podľa toho bude priradený stupeň predpokladu) [4].

Základné priradenie:

Základné priradenie je funkcia m definovaná na množine všetkých podmnožín θ nadobúdajúcich hodnoty z intervalu $\langle 0,1 \rangle$, tj. $m: 2^\theta \rightarrow \langle 0,1 \rangle$, ktorá má túto vlastnosť:

$$\sum_{A \subseteq \theta} m(A) = 1$$

Táto rovnosť znamená, že všetky tvrdenia jednotlivých dátových zdrojov musia byť normalizované, aby sa zaistilo, že dôkazy uvedené dátovými zdrojmi majú rovnakú váhu (žiadny dátový zdroj nie je dôležitejší ako iný). Platí teda, že základné priradenie reprezentované funkciou m priradzuje každému prvku množiny 2^θ mieru predpokladu pomocou reálneho čísla z intervalu $\langle 0,1 \rangle$ tak, že súčet týchto čísiel je rovný 1. Hodnota $m(A)$ reprezentuje mieru predpokladu, ktorá je priradená každému prvku A z množiny 2^θ . Tu je potrebné rozlíšiť pravdepodobnosť a základné priradenie. Pravdepodobnostné distribučné funkcie sú definované na množine θ . Základné priradenie je ale definované na potenčnej množine 2^θ .

Na základe týchto podmienok nemusí byť predpoklad priradený iba základným (atomickým) hypotézam ale aj ľubovoľnej množine hypotéz. Hodnota $m(A)$ predstavuje mieru predpokladu, že platí hypotéza A , pričom nevypovedá nič o miere predpokladu k zložkám množiny A . Pre $A \neq h_i$ (kde h_i je ľubovoľná atomická hypotéza i), je $m(A)$ miera podpory, ktorú sme ochotní prideliť hypotéze A na úkor podpory $m(h_i)$ atomických hypotéz. Napríklad ak pre určené špecifické prostredie θ máme množinu $m(h_i) \neq 0$ iba pre atomické hypotézy, potom $m(h_i)$ prejde do pravdepodobnosti p_i , kde platí

$$\sum_i m(h_i) = 1$$

Dôsledkom čiastočnej neznalosti spojenej s A je nerovnosť $m(A) + m(\neg A) \leq 1$, kde $\neg A$ je komplement A . Inak povedané, Dempster-Shaferova teória nám umožňuje reprezentovať iba našu faktickú znalosť (predpoklad o hypotéze), bez toho aby sme sa museli zaoberať súvislosťou s komplementom (negáciou) hypotézy.

Každý nepriradený predpoklad zostávajúci po priradení predpokladu k vhodným podmnožinám je označený $m(\theta)$ a je priradené k celej množine všetkých hypotéz 2^θ . Nevzťahuje sa teda k negácií podmnožín (ako by tomu bolo v prípade teórie pravdepodobnosti) [3].

Praktický príklad 2:

Domnievame sa, že záhada na počítači je spôsobená napájaním alebo základnou doskou ($\{zn, zd\}$). Naše presvedčenie vyjadríme stupňom 0,6. Neexistuje žiadny dôkaz na podporu výberu medzi napájaním a základnou doskou. Základné priradenia teda budú:

$$m(\{zn, zd\}) = 0,6, a m(\theta) = m(\{zn, zd, zp, zg\}) = 1 - 0,6 = 0,4$$

Praktický príklad 3:

Test vyvrátil, že by porucha počítača bola spôsobená závadou na napájaní, a to stupňom 0,7. Aké je teda základné priradenie?

Dôkaz proti závade na napájaní sa považuje za dôkaz pre negáciu (zn). Teda

$$m(\{zd, zp, zg\}) = 0,7 a m(\theta) = 0,3$$

Funkcia predpokladu:

Funkcia predpokladu $Bel(A)$ je funkcia, ktorá priraduje hodnotu z $\langle 0,1 \rangle$ každej neprázdnej podmnožine A z 2^θ takto:

$$Bel(A) = \sum_{B \subseteq A} m(B)$$

Funkcia predpokladu platnosti hypotézy A je teda definovaná ako súčet základných priradení všetkých podmnožín množiny A . Na rozdiel od základného priradenia vyjadruje $Bel(A)$ mieru predpokladu, ktorú máme k A z dôvodu podpory podmnožín $B \subseteq A$. [3]

Podľa definície vidíme, že existuje zhoda medzi mierou predpokladu a základným priradením. Ak A je základná (atomická) hypotéza, potom $Bel(A) = m(A)$. Pre funkciu $Bel(A)$ platí:

$$Bel(A) + Bel(\neg A) \leq 1$$

$$Bel(A) < Bel(B) \text{ pre } A \subseteq B$$

$$Bel(\theta) = 1$$

$$Bel(\emptyset) = 0$$

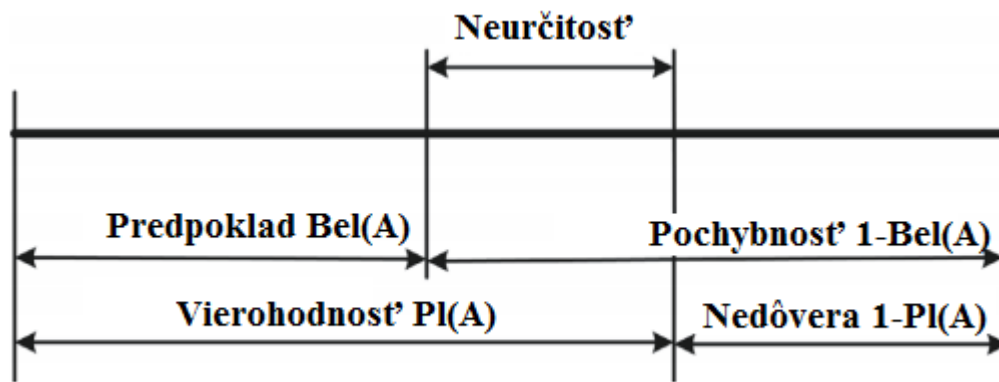
Veľkosť $Bel(\{zn, zd, zg\})$ potom bude:

$$\begin{aligned} Bel(\{zn, zd, zg\}) = \\ = m(\{zn, zd, zg\}) + m(\{zn, zd\}) + m(\{zn, zg\}) + m(\{zd, zg\}) + m(\{zn\}) \\ + m(\{zd\}) + m(\{zg\}). \end{aligned}$$

Miera vierohodnosti

Miera vierohodnosti je definovaná vzťahom $Pl(A) = 1 - Bel(\neg A)$

Hodnota $Pl(A)$ vyjadruje horný interval našej dôvery k hypotéze A. Rozdiel $Pl(A) - Bel(A)$ sa nazýva neurčitosť hypotézy A.



Obrázok 3.9 Intervaly predpokladov

Dempster-shaferova teória poskytuje nástroj pre vyjadrenie nevedomosti (ignorancie), čo nie je nič iné ako efektívny nástroj pre manipuláciu s chýbajúcimi údajmi. Podobne ako Bayesova teória, aj Dempsterova-Shaferova teória poskytuje nástroj pre modifikáciu apriórneho poznatku vo svetle nových pozorovaní. Z hľadiska detekcie a rozpoznávania chýb poskytuje Dempsterova-Shaferova teória efektívny prostriedok umožňujúci formulovať isté tvrdenie (resp. dôkaz) na základe kombinácie tvrdení získaných ako výstupy viacerých primárnych detektorov (a klasifikátorov) vzniknutých chýb.

Táto teória sa používa hlavne pri expertných systémoch, má však uplatnenie aj pri metódach, ktorých súčasťou je expertný odhad. Oproti teórií pravdepodobnosti lepšie pracuje s neurčitosťou vyplývajúcou napríklad z nedostatku dostupných informácií alebo neznalosti.

3.1.5. Pseudokritéria

Neurčitosť sa môže prejavovať aj v rozlišovacích schopnostiach jednotlivých charakteristík. Nie vždy je rozhodovateľ schopný presne určiť, či je variant x_1 podľa j -tej charakteristiky lepší ako variant x_2 . Hovoríme preto o pseudokritériách. Relácia medzi variantmi $x_1, x_2 \in X$ sa určuje na základe dvoch prahov: prah indiferencie q_j a prah preferencie s_j , $s_j > q_j$. Platí:

1. $x_1 | x_2 \leftrightarrow -q_j(u_j(x_1) - u_j(x_2)) \leq q_j(u_j(x_2))$
2. $x_1 P x_2 \leftrightarrow u_j(x_1) - u_j(x_2) > s_j(u_j(x_2))$
3. $x_1 Q x_2 \leftrightarrow q_j(u_j(x_2)) < u_j(x_1) - u_j(x_2) \leq s_j(u_j(x_2))$

kde relácia Q je označovaná ako slabá preferencia, u_j je kardinálna funkcia prislúchajúca j -tej charakteristike. Indiferencia medzi variantmi tak nastáva, a aj keď existuje určitý malý rozdiel v hodnotení obidvoch variantov, tento rozdiel nie je rozhodovateľom považovaný za podstatný [11].

3.2. Viackriteriálne rozhodovanie v podmienkach neurčitosti

Ideálny stav pri viackriteriálnom rozhodovaní je, keď sú všetky údaje zadané presnými číslami. Človek (expert) však málokedy vyjadruje svoje znalosti v presných pojmoch – jeho vyjadrovanie je neurčité. Neurčitosť spočíva v nejasných „hodnotách“, napríklad faktúra s nie príliš veľkou čiastkou približne zo stredu mesiaca, stredne veľký podnik alebo menší počet zamestnancov. Takisto ako pri počítačoch je potrebné vedieť aspoň určité intervaly aby sme mohli dospieť k požadovanému výsledku.

Neurčitosť v ľudskej reči sa prenáša aj do bežného uvažovania. Napríklad ak sedíme v aute a blíži sa zákruta, automaticky uvažujeme či za danej rýchlosti môžeme danú zákrutu prejsť. Ak je rýchlosť auta moc veľká podvedome dôjdeme k výsledku „prudšie pribrzdi“. Ak zákruta nie je moc ostrá výsledkom uvažovania bude „jemne uber plyn“. Pre každú takúto situáciu náš mozog vyhodnotí takéto „ak-tak“ pravidlá a my tomu prispôbime naše správanie. Toto je základom pre viackriteriálne rozhodovanie za neurčitosti. Základinou prednosťou rozhodovania za neurčitosti je schopnosť matematicky vyjadriť informácie vyjadrené slovne.

Viackriteriálne rozhodovanie za neurčitosti znamená, že je veľmi málo informácií o príčinách, dôsledky sa nedajú odhadnúť a kritériá tvorby variantov sa len veľmi ťažko hľadajú alebo vôbec neexistujú. Vstupné údaje sú neštruktúrované, založené na intuícii a nedajú sa formalizovať.

3.2.1. Váhy za neurčitosti

Väčšina metód odhadu váh priradených jednotlivým charakteristikám vychádza z párového ohodnotenia dôležitosti charakteristík. V súvislosti s týmto sa dá v praxi stretnúť s dvomi typmi neurčitosti:

1. **Nekonzistencia v párovom ohodnotení** – napríklad v Saatyho metóde by mali prvky matice B spĺňať vzťah $b_{ij}b_{jk} = b_{ik}$, $i, j, k = 1 \dots m$. Obvykle to však neplatí, rozhodovateľ prejavuje vo svojom hodnotení určitú nekonzistenciu (za merítka nekonzistencie sa dá považovať napríklad najväčšie vlastné číslo prislúchajúce matici B . Čím je toto číslo väčšie ako m , tým viac je hodnotenie nekonzistentné). Je

možné použiť metódy, ktoré dokážu pôvodnú maticu previesť na maticu konzistentnú. Takáto úprava môže ale všeobecne viesť k inému výsledku ako výpočet s pôvodnou maticou.

2. **Neúplné párové ohodnotenia** – neúplnosť môže znamenať, že niektoré párové ohodnotenia úplne chýbajú alebo je ich naopak k dispozícii veľký počet. Oba prípady je nutné zohľadniť pri výpočte váhového vektora. Pri neúplnosti párových ohodnotení sa dajú využiť upravené metódy LINMAP, upravené Saatyho metódy a pod.

3.2.2. Jednoduchá agregácia charakteristík za neurčitosti

V praxi sa stáva, že varianty nie sú z hľadiska charakteristiky porovnateľné. Dôvodom môže byť napríklad, že údaj o kvalite alebo kvantite charakteristiky chýba. Agregácia takýchto charakteristík musí túto skutočnosť zohľadniť. Možné spôsoby sú napríklad nasledujúce:

Metóda váženého súčtu poradia

Na výpočet váženého súčtu t. j. poradia významnosti jednotlivých variant je potrebné aplikovať rozhodovaciu analýzu pre každé kritérium osobitne vo vzťahu k porovnávaným variantom. Výpočtom váženého súčtu dostaneme poradie významnosti variantov na základe váh kritérií. Výsledok rozhodovacej analýzy nazveme ako východiskový model, ktorý tvorí základ pre simuláciu žiadaných podmienok. Proces simulácie spočíva v zvyšovaní resp. znižovaní významnosti zvolených kritérií k variantom. Miera zmeny je definovaná percentuálne. Percentuálnou zmenou významnosti jednotlivých kritérií vo vzťahu k variantom riešenia dostaneme požadovaný model [35].

Variantu $x_i \in X$ je priradené

$$r_i = \frac{\sum_{j \in P_i} p_j (k_j - 1) r_{ij}}{\sum_{j \in P_i} p_j (k_j - 1)}$$

kde P_i je množina indexov všetkých charakteristík, ktoré sú pre variant x_i definované, k_j je počet variantov, pre ktoré je definovaná j -ta charakteristika, r_{ij} označuje poradie i -teho variantu v hodnotení podľa j -tej charakteristik

3.2.3. Fuzzy čísla

Fuzzy čísla slúžia k vyjadreniu neurčitých množstiev. Pri riešení úloh viackriteriálneho hodnotenia, budú fuzzy čísla predstavovať nepresné výsledky merania, neurčité expertne zadané číselné hodnoty, matematické významy jazykovo zadaných dát alebo tiež výpočetná neurčitá výsledná hodnota variantov.

Fuzzy číslom nazývame fuzzy množinu C definovanú na množine reálnych čísiel R , ktorá má nasledujúce vlastnosti:

- C je normálna fuzzy množina
- α -rez C_α predstavujú pre všetky $\alpha \in (0,1)$ uzavreté intervaly
- nosič $\text{Supp } C$ je ohraničený

Z druhej vlastnosti plynie, že takto definované fuzzy čísla sú konvexnými fuzzy množinami na R .

Špeciálnym prípadom fuzzy čísla je reálne číslo a uzavretý interval. Konkrétnejšiu predstavu o charaktere funkcií príslušnosti takto definovaných fuzzy čísiel poskytuje definícia:

Nech C je fuzzy množina na R . Potom je C fuzzy číslom vtedy, ak existujú reálne čísla $x_1 \leq x_2 \leq x_3 \leq x_4$ tak, že pre funkciu príslušnosti $C()$ platí:

$$C(x) = \begin{cases} L(x) & \text{pre } x \in (-\infty, x_2) \\ 1 & \text{pre } x \in \langle x_2, x_3 \rangle \\ P(x) & \text{pre } x \in (x_3, \infty) \end{cases}$$

kde funkcia $L: (-\infty, x_2) \rightarrow \langle 0,1 \rangle$ je neklesajúca, spojitá sprava a platí pre ňu $L(x) = 0$ pre $x \in (-\infty, x_1)$, funkcia $P: (x_3, \infty) \rightarrow \langle 0,1 \rangle$ je nerastúca, spojitá zľava a platí pre ňu $P(x) = 0$ pre $x \in (x_4, \infty)$.

Pokiaľ ide o zadávané neurčité vstupné hodnoty (v súvislosti s riešením úlohy viackriteriálneho hodnotenia napríklad o expertne stanovené neurčité hodnotenie variantov vzhľadom k čiastkovým cieľom, neurčité hodnoty kvantitatívnych charakteristík variantov a neurčito stanovené ciele vzhľadom k týmto charakteristikám), mala by byť používaná trieda čo najjednoduchších fuzzy čísiel definovaných na kontextom danom uzavretom intervale $\langle A, B \rangle$. Dôvodom k tomuto doporučeniu je nielen prirodzená snaha o čo najjednoduchší matematický model. Vychádza sa aj z faktu, že zadávateľ väčšinou nie je schopný poskytnúť presnejšiu informáciu, ako za pomoci štvorice bodov

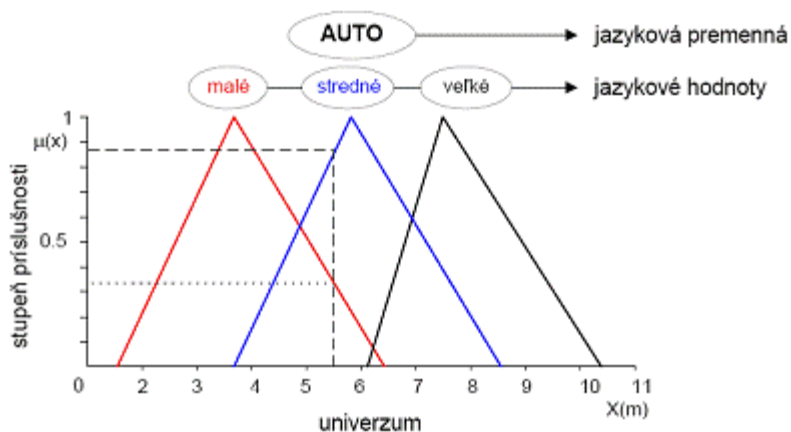
$$(x_1, 0), (x_2, 0), (x_3, 0), (x_4, 0)$$

Kde $A \leq x_1 \leq x_2 \leq x_3 \leq x_4 \leq B$ vymedziť užší interval $\langle x_2, x_3 \rangle$, kde sa daná hodnota určite môže pohybovať, a širší interval $\langle x_1, x_4 \rangle$, v ktorom je podľa zadávateľovho presvedčenia možnosť výskytu už zanedbateľná.

Fuzzy číslo C , ktorého funkcia príslušnosti závisí na parametroch x_1, x_2, x_3, x_4 nasledujúcim spôsobom:

$$\forall x \in \langle A, B \rangle: C(x, x_1, x_2, x_3, x_4) = \begin{cases} 0 & \text{pre } x < x_1 \\ \frac{x - x_1}{x_2 - x_1} & \text{pre } x_1 \leq x < x_2 \\ 1 & \text{pre } x_2 \leq x \leq x_3 \\ \frac{x_4 - x}{x_4 - x_3} & \text{pre } x_3 < x \leq x_4 \\ 0 & \text{pre } x_4 < x \end{cases}$$

Fuzzy čísla môžu nahrádzať verbálne výrazy. Základom serióznej práce s jazykovo vyjadrenými vágnymi hodnotami je koncepcia jazykovej premennej. Pojmom jazyková premenná označujeme premennú, ktorej hodnotami sú jazykové termíny interpretované ako fuzzy množiny na R , najčastejšie ako fuzzy čísla. Presnejšie by bolo používať označenie jazyková fuzzy premenná, pretože každý stav tejto premennej je vyjadrený na jednej strane jazykovo („zlý“, „priemerný“, „dobrý“), na druhej strane fuzzy číslom (S, P, D) definovanom na danom univerzá (napríklad na uzavretom intervale $\langle 0, 1 \rangle$).



Obrázok 3.10 príklad jazykovej premennej

Jazyková premenná sa svojim konečným počtom hodnôt predstavuje nástroj na zjednodušenie vyjadrenia hodnôt reálnej premennej, ktorej obor hodnôt je totožný s univerzom, na ktorom sú definované významy hodnôt uvažovanej jazykovej premennej.

Zmyslom jazykovej premennej teda spočíva v tom, že nespočetne veľa hodnôt bázekej premennej je nahradených malým počtom fuzzy hodnôt. To vytvára predpoklady pre zjednodušený jazykový popis vzťahov medzi premennými všade tam, kde nie je známy presný analytický vzťah medzi báziickými premennými.

Ak chce rozhodovateľ použiť bodovaciu metódu agregácie charakteristík a o bodovom ohodnotení jednotlivých variantov z hľadiska jednotlivých charakteristík aj o dôležitosti samotných charakteristík má iba neurčitú predstavu, vyjadrenú verbálne, je možné použiť fuzzy čísla, ktoré umožňujú modelovanie verbálnych výrazov [2,32].

Praktický príklad 1:

Nech rozhodovateľ hodnotí varianty podľa troch charakteristík, ktorých dôležitosť je verbálne ohodnotená nasledovne: „veľmi dobrá“, „zlá“, „dobrá“. Rozhodovateľ môže na základe svojho úsudku (je tu teda značná subjektivita) priradiť každému z verbálnych ohodnotení fuzzy číslo, napríklad

$$\text{veľmi dobrá} = \{ 0,5/0,8; \mathbf{0,8/0,9}; 1,0/1,0 \}.$$

Zápis znamená, že ak charakteristika nadobudne vo variante napríklad hodnotu **0,9**, tak potom funkcia príslušnosti nadobúda hodnotu **0,8**. Inak povedané výrok „variant je z hľadiska prvej charakteristiky veľmi dobrý“ platí na 80%. Obdobne je možné vytvoriť fuzzy čísla i pre ohodnotenie zostávajúcich dvoch charakteristík variantu a aj pre samotnú dôležitosť jednotlivých charakteristík. Po príslušných výpočtových operáciách s fuzzy číslami sa dá každému variantu prideliť agregujúce fuzzy číslo. Ďalej je nutné aplikovať metódy, ktoré dokážu z takto ohodnotených variantov vybrať najoptimálnejší variant [2].

3.2.4. Fuzzy relácie

Zatiaľ čo fuzzy množina slúži k matematickému vyjadreniu neurčito vymedzenej vlastnosti prvkov univerza, fuzzy relácia umožňuje popísať neurčitý vzájomný vzťah medzi prvkami jedného alebo viacerých univerz. Nech $U = U_1 \times U_2 \times \dots \times U_n$. Potom pod touto fuzzy reláciou rozumieme ľubovoľnú fuzzy množinu R definovanú na tomto univerzá U . Stupeň príslušnosti $R(x_1, x_2, \dots, x_p)$ vyjadruje mieru vzťahu R medzi prvkami n -tice $(x_1, x_2, \dots, x_p)$.

Špeciálnym prípadom fuzzy relácie je kartézsky súčin fuzzy množín. Kartézskym súčinom fuzzy množín A_i definovaných na univerzách U , $i = 1, 2, \dots, n$, rozumieme fuzzy množinu $A_1 \times A_2 \times \dots \times A_n$ na $U_1 \times U_2 \times \dots \times U_n$ s funkciou príslušnosti definovanou pre všetky $(x_1, x_2, \dots, x_n) \in U_1 \times U_2 \times \dots \times U_n$ vzťahom

$$(A_1 \times A_2 \times \dots \times A_n)(x_1, x_2, \dots, x_n) = \min \{A_1(x_1), A_2(x_2), \dots, A_n(x_n)\}$$

Nech R je binárna fuzzy relácia definovaná na $U \times U$. Potom platí, že R je

- Reflexívna, ak $\forall x \in U: R(x, x) = 1$
- Symetrická, ak $\forall x, y \in U: R(x, y) = R(y, x)$
- Antisymetrická $\forall x, y \in U: (R(x, y) > 0) \vee (R(y, x) > 0) \rightarrow x = y$
- Tranzitívna $\forall x, z \in U: (R(x, z) \geq \sup \{ \min \{ R(x, y), R(y, z) \} \})$
- Úplná, ak $\forall x, y \in U: (R(x, y) > 0) \vee (R(y, x) > 0)$

Binárnu fuzzy reláciu R na $U \times U$ sa nazýva fuzzy ekvivalencia, ak je reflexívna, symetrická a tranzitívna. Ak je binárna fuzzy relácia R na $U \times U$ reflexívna, antisymetrická

a tranzitívna, nazýva sa fuzzy usporiadaním. Ak je R navyše aj úplná, nazýva sa lineárne fuzzy usporiadanie [32].

Ak má rozhodovateľ porovnať varianty $x_1, x_2 \in X$ podľa j -tej charakteristiky, môže sa stať, že tieto varianty porovnať nevie, nemôže alebo prípadne vôbec nechce. K modelovaniu preferenčných relácií v takejto situácii slúžia fuzzy preferenčné relácie. Funkcia príslušnosti $\mu_j(x_1, x_2)$ udáva, nakoľko je platný výrok „variant x_1 je podľa j -tej charakteristiky preferovaný pred variantom x_2 “. Túto funkciu príslušnosti je možné definovať pomocou prahu referencie s_j :

1. $\mu_j(x_1, x_2) = 1 \Leftrightarrow$ platí „variant x_1 je preferovaný pred variantom x_2 “ alebo $u_j(x_2) - u_j(x_1) < 0$
2. $\mu_j(x_1, x_2) = 0 \Leftrightarrow$ platí „variant x_2 je preferovaný pred variantom x_1 “ alebo „variant x_1 je dispreferovaný pred variantom x_2 “ alebo $u_j(x_2) - u_j(x_1) > s_j$
3. $\mu_j(x_1, x_2) \in (0, 1) \Leftrightarrow 0 \leq u_j(x_2) - u_j(x_1) \leq s_j$. $\mu_j(x_1, x_2)$ sa musí nejakým spôsobom určiť, napríklad lineárnym vzťahom

$$\mu_j(x_1, x_2) = 1 - \frac{u_j(x_2) - u_j(x_1)}{s_j}$$

Podobne je možné definovať funkciu príslušnosti v prípade, že je j -ta charakteristika pseudokritérium.

Môže sa stať, že pre j -tu charakteristiku je rozdiel $u_j(x_2) - u_j(x_1) - s_j > 0$ výrazný. Je preto žiadúce, aby podľa výslednej relácie nemohlo nastať, že x_1 bude preferované pred x_2 . Zavádza sa tretí prah dispreferencie v_j . Výrazný rozdiel potom znamená, že $u_j(x_2) - u_j(x_1) - s_j > v_j$.

Dvojici variantov x_1 a x_2 je možné ďalej priradiť mieru platnosti výroku „ x_2 je dispreferovaný pred x_1 “ na základe funkcie príslušnosti $d_j(x_1, x_2)$:

1. $d_j(x_1, x_2) = 1 \Leftrightarrow u_j(x_2) - u_j(x_1) > s_j + v_j$
2. $d_j(x_1, x_2) = 0 \Leftrightarrow u_j(x_2) - u_j(x_1) < s_j$

$$3. \quad d_j(x_1, x_2) \in (0,1) \leftrightarrow s_j \leq u_j(x_2) - u_j(x_1) \leq s_j + v_j$$

$d_j(x_1, x_2)$ sa musí opäť nejako určiť, napríklad lineárne:

$$d_j(x_1, x_2) = 1 - \frac{u_j(x_2) - u_j(x_1)}{s_j + v_j}$$

Na základe funkcií príslušnosti $\mu_j(x_1, x_2)$, $j=1 \dots m$, sa dá definovať index súhlasnosti c_{12} ,

$c_{12} = \sum_{j=1}^m p_j \mu_j(x_1, x_2)$. K zostrojeniu indexu je nutné poznať váhy priradené jednotlivým charakteristikám. Funkcia príslušnosti agregátnej fuzzy relácie sa zostrojí na základe vzťahu platného medzi hodnotou indexu c_{12} a hodnotami funkcií príslušnosti $d_j(x_1, x_2)$, $j=1 \dots m$. Pre výber optimálneho variant je potrebné použiť metódy, ktoré dokážu vybrať najlepší variant pri zadaných agregátnych fuzzy reláciách medzi dvojicami variantov $x_i, x_j \in X$, $i, j=1 \dots m$.

Fuzzy relácie sú v pozadí metód agregácie charakteristík založených na prahoch citlivosti [2]

3.2.5. Metódy agregácie založené na prahoch citlivosti

Základ týchto metód je spoločný. Dvojice variantov sú porovnávané z hľadiska všetkých charakteristík a tieto čiastkové vyhodnotenia sú nejakým spôsobom agregované. Rozhodovateľ tým, že kladie požiadavky na hodnoty týchto agregátov, rozkladá množinu všetkých variantov na triedy. Voľba prahu citlivosti má pritom zásadný dopad na tento rozklad.

1. Metóda AGREPREF – pre každú dvojicu variantov $x_i, x_j \in X$ sú z množiny všetkých charakteristík vyčlenené tri disjunktné podmnožiny:

- Podmnožina všetkých takých charakteristík, pre ktoré platí $x_i P_k x_j$. Súčet váh týchto charakteristík sa označuje s_{ij} .
- Podmnožina všetkých takých charakteristík, pre ktoré platí $x_j P_k x_i$. Súčet váh týchto charakteristík sa označuje s_{ji} .
- Podmnožina všetkých takých charakteristík, pre ktoré platí $x_j I_k x_i$. Súčet váh týchto charakteristík sa označuje $s_{i \sim j}$.

Metóda využíva všetky tri vyššie zavedené prahy, ktoré musia byť zadané rozhodovateľom: prah indiferencie, prah preferencie a prah dispreferencie. Prah indiferencie udáva, aký veľký by mal minimálne byť súčet váh tých charakteristík, pre ktoré je variant x_i indiferentný s variantom x_j . Tento prah je porovnávaný s $s_{i \sim j}$. Prah preferencie je porovnávaný s rozdielom $s_{ij} - s_{ji}$. Po zadaní týchto prahov sa dá množina všetkých variantov rozložiť na triedy. Hodnoty prahu môžu byť pritom rozhodovateľom menené, kým nie je rozklad považovaný za vyhovujúci.

2. Metóda ELECTRA I – metóda je určená k vylúčeniu tých variantov, ktoré sú jednoznačne neoptimálne (ide o rozklad množiny variantov X do dvoch tried). Metóda pracuje iba s dvoma prahmi: prahom preferencie a prahom dispreferencie. Relácia preferencie je tu uvažovaná v neostrom zmysle a rozklad množiny všetkých charakteristík je prevedený iba do dvoch podmnožín. Každá z týchto podmnožín je charakterizovaná svojim indexom: index súhlasnosti c_{ij} charakterizuje podmnožinu charakteristík R_k , podľa ktorých je $x_i R_k x_j$. Z indexu c_{ij} je možné vytvoriť maticu $C_{n \times n}$. Index nesúhlasnosti d_{ij} je definovaný priamo v závislosti na hodnotách charakteristík (v prípade, že sú charakteristiky kvantitatívne, metóda je modifikovateľná aj pre kvalitatívne charakteristiky), pre ktoré platí $x_j P_k x_i$. Z indexu d_{ij} je možné vytvoriť maticu D . Nevýhodné sú tie varianty, ktoré majú index súhlasnosti blízky nule a index nesúhlasnosti blízky jednotke. Ak zadá rozhodovateľ prah preferencie c a prah dispreferencie d , môžu byť vylúčené tie varianty $x_i \in X$, pre ktoré platí $c_{ij} < c$ a $d_{ij} > d$, $j = 1 \dots n$, $i \neq j$ [36]

3.2.6. Jazykovo definovaná funkcia – báza pravidiel

V úlohách viackriteriálneho hodnotenia je možné využiť jazykových premenných a ich jazykových hodnôt s významami modelovanými fuzzy číslami pre prirodzené zadávanie expertne definovaných dát. Popri tom jazykové premenné, ktorých konečné jazykové škály predstavujú silno zjednodušenú alternatívu k oborom hodnôt bázičných premenných majúciich mohutnosť kontinua, dávajú možnosť využiť expertné znalosti o vzťahu medzi jednotlivými charakteristikami variantov a celkovým hodnotením a jazykovo popísať aj veľmi zložitú hodnotiacu funkciu.

Ak máme dané jazykové premenné $(X_j, \tau(X_j), U_j)$ pre $j = 1, 2, \dots, m$ a jazyková premenná $(Y, \tau(Y), V)$. $C_{i,j} \in \tau(X_j)$ a ich významy $M(C_{i,j}) = C_{i,j}$ sú fuzzy čísla na U_j pre $I = 1, 2, \dots, n, j = 1, 2, \dots, m, D_i \in \tau(Y)$ a $M(D_i) = D_i$ sú fuzzy čísla na V pre $I = 1, 2, \dots, n$. Potom sa zapísané R

Pravidlo 1: Ak X_1 je $C_{1,1}$ a ... a X_m je $C_{1,m}$, potom Y je D_1

Pravidlo 2: Ak X_2 je $C_{2,1}$ a ... a X_m je $C_{2,m}$, potom Y je D_2

Pravidlo 3: Ak X_3 je $C_{3,1}$ a ... a X_m je $C_{3,m}$, potom Y je D_3

.

.

Pravidlo n: Ak X_n je $C_{n,1}$ a ... a X_m je $C_{n,m}$, potom Y je D_n

Nazýva jazykovo definovaná funkcia (báza pravidiel) vyjadrujúca vzťah medzi jazykovými premennými $X_1, X_2, \dots, X_m$ a jazykovou premennou Y .

Ak sú jednotlivým pravidlám priradené váhy $v_i, v_i \in \langle 0,1 \rangle$ pre $i = 1, 2, \dots, n$, hovoríme o báze vážených pravidiel. Váhy predstavujú mieru platnosti daného pravidla. Ak váhy nie sú uvedené, všetky pravidlá sú platné so stupňom 1.

Báza pravidiel je najčastejšie vytvorená ako obraz expertovej neurčitej znalosti týkajúcej sa vzťahu medzi základnými reálnymi premennými $x_1, x_2, \dots, x_m$ sú najprv definované odpovedajúce jazykové premenné $X_1, X_2, \dots, X_m, Y$. Množina hodnôt každej z tejto jazykových premenných buď priamo predstavuje jazykovú škálu, alebo, ak pripustíme aj použitie odvodených termov, potom jazykovú škálu tvorí množina ich elementárnych termov. Jemnosť použitých jazykových škál je daná predovšetkým úrovňou podrobnosti expertových znalostí o danej funkčnej závislosti. Potom expert systematicky prechádza všetky kombinácie elementárnych termov jazykových premenných $X_1, X_2, \dots, X_m$. Každé kombinácií, ktorú považuje za možnú, potom priradí odpovedajúci elementárny term jazykovej premennej Y . Hlavne v prípadoch komplikovanejších závislostí môže dosiahnuť väčšiu výstižnosť popisu danej funkcie, ak bude využívať aj odvodené termy jazykovej

premennej Y [25], algoritmy zhlukovej analýzy, prípadne aj ďalšie špeciálne algoritmy schopné generovať bázy pravidiel zo súboru ostrých dát, fuzzy dát a aj z dát tvorených hodnotami uvažovaných jazykových škál.

Jazykovému modelu závislosti popísanému bázou pravidiel je takto priradený fuzzy model majúci podobu fuzzy relácie, ktorá predstavuje matematický význam tejto množiny pravidiel. Jazyková rovina modelu je vhodný pre definovanie vágneho vzťahu medzi premennými. Všetky výpočty sa však odohrávajú v rovine príslušného fuzzy modelu, ktorý je vyjadrený prostriedkami klasickej matematiky. Konečnom dôsledku to znamená, že je možné znalosť o vzťahu medzi premennými definovanú jazykovo využiť pre generovanie výstupných hodnôt aj v prípadoch, že vstupné hodnoty sú zadané ako reálne čísla alebo fuzzy čísla [32].

Záver

Táto záverečná diplomová práca poskytuje ucelený obraz o neurčitosti v rozhodovacích procesoch, o práci a definovaní neurčitosti a o metódach a postupoch práce s neurčitosťou vo viackriteriálnom rozhodovaní. Keďže práca s neurčitosťou patrí medzi najnovšie metódy riešenia viackriteriálneho rozhodovania, využíval som hlavne zahraničnú literatúru, pretože na Slovensku bolo vydaných k tejto téme veľmi málo publikácií, takže je táto záverečná práca zároveň rozšírením slovenskej literatúry o poznatky vo viackriteriálnom rozhodovaní v podmienkach neurčitosti.

Čitateľ tejto práce sa v prvej kapitole zoznámí s problematikou viackriteriálneho rozhodovania a so základnými pojmami používanými v tejto téme. V krátkosti sú charakterizované aj iné typy viackriteriálneho rozhodovania – za istoty, rizika a neistoty.

V druhej kapitole je definovaný cieľ práce, ktorý tvorí teoretický popis neurčitosti a viackriteriálneho rozhodovania v podmienkach neurčitosti a následné praktické príklady na lepšie porozumenie teoretickému výkladu.

Tretia, hlavná kapitola sa venuje opisu neurčitosti, metódam ktorými ju môžeme vyčleniť, definovať a následne s ňou pracovať. Najdôležitejšou časťou práce je druhá časť tejto kapitoly, ktorá venuje neurčitosti vo viackriteriálnom rozhodovaní a metódam a spôsobom, ktoré je možno použiť na získanie optimálneho, prípadne najlepšieho riešenia za nejasne daných vstupných údajov.

Použitá literatura

- [1] BÍLA, J.: *Umělá intelligence a neuronové site v aplikacích*. ČVUT, Praha 1995. 115 s. ISBN 80-01-01275-1.
- [2] ČERNÝ, M. – GLÜCKAUFOVÁ, D.: *Vícekritériální rozhodování za neurčitosti*. Praha : Academia, 1987. 146 s.
- [3] DANIEL, M. Several Notes on Belief Combination. In Proceedings of the Workshop on the Theory of Belief Functions (Belief 2010) [online]. Brest : ENSIETA, 1.–2. April 2010 [cit. 2010- 10-27].
- [4] DEMPSTER, A.P. Upper and Lower Probabilities Induced by a Multivalued Mapping. The Annals of Mathematical Statistics. 1967, 38, 5, s. 325-339.
- [5] DOUBRAVOVÁ, H. *Využití teorie her při řešení konfliktních situací*. České Budějovice, 2007. Bakalářská práce na Ekonomické fakultě JCU na katedře aplikované matematiky a informatiky. Vedoucí bakalářské práce Ing. Jana Friebešová, Ph.D.
- [6] Expert Choice Inc. *Products & Services* [online]. c2009 [cit. 2009-04-15]. <<http://www.expertchoice.com/products-services/expert-choice-115>>.
- [7] FIALA, Petr; JABLONSKÝ, Josef; MAŇAS, Miroslav. *Vícekritériální rozhodování*. vyd.1. Praha: Vysoká škola ekonomická, 1994. 316 s. ISBN 80-7079-748-7.
- [8] FOTR, J. – DĚTINA, J.: *Manažerské rozhodování*. Praha : Vysoká škola ekonomická, Praha 1994. ISBN 80-7079-939-0.
- [9] FOTR, J. – DĚTINA, J. – HRŮZOVÁ, H.: *Manažerské rozhodování*. Praha : Ekopress, 2000. 231 s.
- [10] FOTR, J. – HOŘICKÝ, K.: *Rozhodování. Řešení rozhodovacích problémů řízení*. Praha : Institut řízení, 1988. 238 s.
- [11] GRECO, S. – MATARAZZO, B. – SŁOWIŃSKI, R.: The use of rough sets and fuzzy sets in MCDM. In: Gal, T. et al (ed.): *Multicriteria decision making: Advances in MCDM models, algorithms, theory, and applications*, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, 1999. s. 14:1-59.
- [12] GRZYMALA-BUSSE, J. – RZASA, W.: Local and Global Approximations for Incomplete Data . In: GRECO, Salvatore, et al. *Rough Sets and Current Trends in*

Computing : 5th International Conference. Berlin : Springer-Verlag, 2006. s. 244-253. ISBN 3-540-47693-8.

[13] HARRINGTON, W. – MORGENSTERN, R. D.: *Economic Incentives versus Command and Control*. What's the best approach for solving environmental problems? Winter 2004. [cit. 19-12-2011]. URL <http://www.rff.org/publications/resources/documents/152/rff_resources_152_ecoincentives.pdf>.

[14] HÁJEK, P.: Práce s nejistotou v systémech umělé inteligence. *Computer Echo*, č.1, 1993, s. 29-31.

[15] HÁJEK, P.: *Soft Computing*. [cit. 01-09-2005]. URL <http://vesmir.cts.cuni.cz/12_2000/683.htm, 2000>.

[16] Jozef Kelemen – Michal Liday. *Expertné systémy*, kap. Reprezentácia a spracovanie poznatkov, 1996. Sofa.

[17] KALOČAY, P. – KŘUPKA J. – CABALA, D.: Použitie teórie rough množín v rozhodovacom procese. In: *Nové trendy v rozvoji letectva. Zborník zo 4. medzinárodnej konferencie. Sekcia 6. Informačné technológie, modelovanie a simulácie v letectve*, september 2000, Košice. – Košice : Vojenská letecká akadémia gen. M. R. Štefánika, 2000. s. 96-103.

[18] KOMOROWSKI, J. – POLKOWSKI, L.–SKOWRON, A.: *Rough sets: A tutorial*. 118 s. [online]. [cit. 15-01-2000]. URL <<http://esslii.let.uu.nl/Courses/skowron/skowron.ps>>.

[19] KŘUPKA, J. – OLEJ, V.: Rozhodovacie procesy ASR PLRK malého dosahu na báze výpočtovej inteligencie : Čiastkové riešenie výskumnej úlohy - Vojenská akadémia, Liptovský Mikuláš. - PT 9307/2 *Optimalizácia zbraňových systémov PVO : Časť 1 - Automatizované systémy velenia PVO*. 1994-1998. - Liptovský Mikuláš : Vojenská akadémia, 1998, 214 s.

[20] KŘUPKA, J.: *Syntéza a analýza rozhodovacích procesov automatizovaného systému riadenia protivzdušnej obrany na báze výpočtovej inteligencie*. [Habilitačná práca.], Vojenská akadémia, Liptovský Mikuláš, 1997.

[21] KŘUPKA, J.: Porovnání metod multikriteriálního rozhodování. In: *Sborník z konference Public Administration and Informatics within Public Administration 2004*. Fakulta ekonomicko-správní, Univerzita Pardubice : Pardubice, 2004, s. 191-195. ISBN 80-7194-684-2.

- [22] KŘUPKA, J.: Vybrané prostriedky na podporu rozhodovania. 3. časť VVÚ – 203-04: Model systému PVO. Liptovský Mikuláš: Akadémia ozbrojených síl, 2005. 27 s. Neutajované. In: ŠPIRKO, Š. – CABALA, D – PASTOREK, Zs. – KŘUPKA, J.: *Model systému PVO*. Oponovaná záverečná výskumná správa vedeckej úlohy VVÚ – 2003-04. Liptovský Mikuláš : Akadémia ozbrojených síl, 2005. 4 zväzky, 316 s., cit. 254.
- [23] KŘUPKA, J. – KAŠPAROVÁ, M. – JIRAVA, P.: Modelování kvality života pomocí rozhodovacích stromů. *E & M Ekonomie a Management*, roč. 13, č. 3, 2010, s. 130-146, ISSN 1212-3609.
- [24] LENARCIK, A.: Rough classifier. In: W. P. Ziarko (ed.): *Rough Sets, Fuzzy Sets and Knowledge Discovery*. Springer-Verlag, Berlin, 1994. s. 298-316.
- [25] NOVÁKOVÁ, I.: *Fuzzy přístup ve viackriteriálním rozhodování*. Diplomová práce. PřF, Univerzita Palackého, Olomouc 2001
- [26] PAWLAK, Z. et al.: Rough sets. *Communications of the ACM*. 1995, roč. 38, č. 11, s. 89-95. ISSN 002-0782.
- [27] PETR, P.: *Systémy pro podporu rozhodování*. Elektronická distančná opora, FES Pardubice, 2006.
- [28] SHAFRITY, J. M. – RUSSELL, E. W. – BORICK, Ch. P.: *Introducing Public Administration*. New York: Pearson, 2008.
- [29] SLOWINSKI, R. (ed.): *Intelligent Decision Support: Handbook of Applications and Advances of the Rough Sets Theory*. Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, 1992.
- [30] STEPANIUK, J.: Tolerance Rough Sets and Boolean Reasoning in Knowledge Discovery. In: *Mendel 2000- 6th International Conference on Soft Computing*. June 7-9, 2000, Brno, Czech republic, s.297- 302.
- [31] SŮROVÁ, L.: *Aplikace modelu „Rough“ množin v geografickém informačním systému*. Univerzita Pardubice, FES : Pardubice, 2007.
- [32] TALAŠOVÁ, J.: *Fuzzy metody viackriteriálního hodnocení a rozhodování*. Univerzita Palackého v Olomouci, 2003, 179 s. ISBN 80-244-0614-4.
- [33] TURBAN, E. – ARONSON, J. E.: *Decision Support Systems and Intelligent Systems*. 5th ed.. New Jersey: Prentice-Hall, Inc. A Simon & Schuster Company, 1998, 890 s. ISBN 0-13-740937-0.
- [34] VYSOKÝ, P.: *Fuzzy řízení*. Skripta. Praha ČVUT 1996.

- [35] ZALAJ, K.: Finančno-ekonomická analýza podniku, 2008. s. 265
- [36] ZELENY, M.: Multiple Criteria Decision Making. McGraw-Hill, 1982
- [37] ZÍSKAL, J.: Vícekriteriální rozhodování ve veřejné správě. In: *Sborník z konference Public Administration and Informatics within Public Administration 2002*. Fakulta ekonomicko-správní, Univerzita Pardubice : Pardubice, 2002, s. 264-269.