

COPULA FUNCTION IN RISK MANAGEMENT

Andrea Kaderová, Zuzana Krátka

Katedra matematiky a aktuárstva, Ekonomická univerzita v Bratislave,
Dolnozemska cesta 1, 852 35 Bratislava,
andrea.kaderova@euba.sk, zuzana.kratka@euba.sk

Abstract: *Enterprise risk management (ERM) in business includes the methods and processes used by organizations to manage risks and seize opportunities related to the achievement of their objectives. ERM provides a framework for risk management, which typically involves identifying particular events or circumstances relevant to the organization's objectives (risks and opportunities), assessing them in terms of likelihood and magnitude of impact, determining a response strategy, and monitoring progress. By identifying and proactively addressing risks and opportunities, business enterprises protect and create value for their stakeholders, including owners, employees, customers, regulators, and society overall. The use of quantitative risk management methods is undoubtedly an important part of the work of each actuary. Studying and later performing the actuarial profession is conditional on knowledge of engineering mathematics, financial mathematics, probability theory and statistics. In addition to this knowledge, in the context of internal modeling under the Solvency II, we show that even more sophisticated mathematical methods such as copula theory are becoming an important tool. The paper aims to bring the reader into this current issue.*

Key words: enterprise risk management, risk analysis, copula, risk aggregation

ÚVOD

Výsledkom úsilia expertov z oblasti teórie aj praxe, zameraného na zvýšenie efektívnosti riadenia rizík v podnikoch, bolo koncom 20. storočia vytvorenie novej koncepcie manažmentu rizík nazývanej *Enterprise risk management* (ERM). ERM predstavuje celopodnikový manažment rizík odstraňujúci tradičné bariéry medzi jednotlivými funkciami, divíziami, útvarmi a kultúrami v organizácii. Aplikuje komplexný pohľad na stratégiu, procesy, zamestnancov, technológie a znalosti spoločnosti s cieľom vyhodnotiť a ovplyvniť neistotu, ktorej sa spoločnosť vystavuje pri vytváraní hodnoty. Ide o proces, ktorý začína na vrchole spoločnosti a pokračuje dole cez celú organizáciu. Nadhľad a zameranie sa na procesy uľahčujú detekciu hlavných rizík podnikania a príležitostí pre zlepšenie. V súčasnosti patrí ERM k hlavným prioritám riadiacich pracovníkov v poisťovníctve sektore. Celopodnikové riadenie rizík sa stáva súčasťou celkovej firemnej stratégie, významne rastie jeho váha v rámci procesov poisťovacích subjektov.[3] *Kopula funkcie* (tiež kopuly) sa v súčasnosti stávajú významným nástrojom modelovania náhodných procesov v rôznych oblastiach. V rámci riadenia rizík v aktuárstve sa tieto funkcie využívajú pri agregácii viacerých rizík, keď sú riziká opísané rozdielnymi marginálnymi rozdeleniami a existuje medzi nimi závislosť. Práve túto závislosť možno vyjadriť pomocou rôznych typov kopula funkcií, teda pomocou viacrozmerných rozdelení bez zmeny pôvodných marginálnych rozdelení náhodných premenných. Kopuly sú teda nástrojom, využitím ktorého dokážeme vytvoriť z marginálnych rozdelení združené rozdelenie, a tak získať združenú funkciu hustoty, ktorá odzrkadľuje závislosť modelovaných náhodných premenných. Tento postup potom umožňuje previesť viacrozmerné problémy riadenia rizík na jednorozmerný problém s väzbou, ktorá je daná práve kopulou. Modelovanie *ekonomického kapitálu* je jednou zo základných zložiek riadenia rizík v poisťovní a zároveň

nástrojom pre aktuára, aby ochránil poisťovňu pred neočakávanými rizikami a teda aj stratami. Spoločnosť musí analyzovať, ktoré riziká sú pre ňu relevantné, a pomocou modelov na určenie ekonomického kapitálu stanoviť, ktoré riziká majú potenciál ohroziť jej ziskovosť. 1. januára 2016 vstúpila do platnosti metodika Solventnosť II, t. j. projekt na reguláciu poisťovní, ktorý predstavuje systematický prístup k riadeniu rizík a vedie k lepšiemu ohodnocovaniu rizík a tým k záruke vyššej ochrany poistených osôb. Solventnosť II poskytuje viacero metód na výpočet kapitálovej požiadavky, ktoré si poisťovne môžu zvoliť vzhľadom na ich rozsah a komplexnosť. S touto činnosťou úzko súvisí funkcia riadenia rizík, ktorú realizuje aktuár poisťovne. S využitím kopula funkcií a jazyka R môže úspešne analyzovať agregáciu rizík.[7] Príspevok si kladie za cieľ uviesť čitateľa do tejto aktuálnej problematiky.

1. ENTERPRISE RISK MANAGEMENT

V dôsledku pokračujúcej globalizácie poisťných trhov a následných zmien v ich regulácii sa stále výraznejšie presadzuje v rámci manažmentu rizík poisťovacích subjektov tzv. Enterprise risk management (ERM). V slovenskom jazyku sa zvyčajne používa anglická skratka „ERM“ alebo preklady „celopodnikové riadenie rizík“, „celopodnikový manažment rizík“, „manažment rizík na úrovni podniku“ a ďalšie. ERM je súbor metód a procesov, ktoré poisťovacie subjekty používajú na komplexný manažment rizík, pričom ERM zavádza manažment rizík do každodenných procesov a postupov na všetkých úrovniach spoločnosti. V rámci manažmentu rizík má ERM koordinačnú a integračnú úlohu. Cieľom je vyhodnotiť všetky riziká, ktorým je spoločnosť vystavená. Zameriava sa na stratégiu, procesy, zamestnancov a technológie spoločnosti. Na rozdiel od minulosti, keď sa izolovane riešilo poisťné riziko, trhové riziko, úverové riziko, operačné riziko, strategické riziko, reputačné riziko a pod., sa ERM zameriava na *riadenie rizík v ich súhrne*. Čiastkové odvetvia riadenia rizík nemiznú, ale okrem nich sa vytvorila nová strategická disciplína – celopodnikové riadenie rizík.



Obr. 1 Rámec ERM podľa American Academy of Actuaries
Zdroj obrázku: [3]

Tradičný manažment rizík sa koncentroval najmä na fyzické aktíva a finančné aktíva. ERM tento pohľad rozširuje o zákazníkov, zamestnancov a dodávateľov a organizačné aktíva, t. j. o

nehmotné aktíva. Manažment rizík tak získava strategický dopad a stáva sa integrálnou časťou tvorby stratégie a plánovania. Významnou súčasťou ERM je reporting rizikovej expozície danej spoločnosti a reporting kritických udalostí, aby manažment a vlastníci mali možnosť v ktoromkoľvek okamihu poznať aktuálnu situáciu spoločnosti z pohľadu rizika. Správne fungujúci reporting dovoľuje sledovať rizikovosť jednotlivých činností spoločnosti a zabezpečovať súlad rozloženia rizík s nastavenou stratégiou.[3] Príklad Rámca ERM zobrazuje obrázok 1. Pre viac informácií o ERM pozri [4].

2. TEÓRIA KOPÚL A AGREGÁCIA RIZÍK

História kopúl sa datuje do 20. storočia. Začal ju písať Maurice R. Fréchet, ktorý sa zaoberal úlohou združených distribučných funkcií pre dve dimenzie so známymi marginálnymi rozdeleniami. Prelom nastal v 50. rokoch, keď Abe Sklar predstavil a zaviedol pojem kopula. Vytvoril a dokázal vetu nesúcu jeho meno, ktorá sa dodnes považuje za základný pilier teórie kopúl. Od päťdesiatych rokov prešla teória a použitie kopúl dlhým vývojom. V súčasnosti sa kopuly využívajú v medicíne, meteorológii a na modelovanie rizík v oblasti finančníctva a poisťovníctva.

Modelovanie závislosti medzi faktormi opisujúcimi riziko (medzi príslušnými náhodnými premennými) je veľmi dôležitou oblasťou súčasného prístupu k riadeniu rizík, a to zvlášť v rámci regulatórnych pravidiel Solventnosť II. Pritom základným nástrojom, ktorý sa v tomto kontexte používa, sú už spomenuté kopuly. Na kopuly nadväzujú aj miery závislosti, ktoré zohrávajú v teórii rizika veľmi dôležitú úlohu, pretože napríklad v rámci ERM, ktorý sme popísali v prvej časti, sa riziká často agregujú a práve ich prípadná závislosť do procesu agregácie významne zasahuje. Napríklad ak sú riziká pozitívne korelované, potom riziko ich súčasného výskytu môže byť vysoké (napr. riziko chorobnosti a riziko úmrtnosti). Miery závislosti sú ďalej dôležité aj pri finančných rizikách, nielen na výpočet celkovej rizikovej expozície, ale aj keď spoločnosť stanovuje rozsah aktivít v rôznych oblastiach s rôznymi výnosmi.

Riziko – finančné alebo poistné – v závislosti od použitej literatúry rozdeľujeme do rôznych kategórií. Finančné riziká sa najčastejšie spájajú s trhovými a kreditnými rizikami, rizikom likvidity a operačným rizikom. V poisťovníctve je popri týchto rizikách významné aj poistno-technické riziko.

Riziko možno kvantifikovať pomocou vhodných mier rizika. Metodika merania rizík v súčasnosti súvisí najmä s direktívou Solventnosť II, kde sa určité vhodné miery rizika inštitucionalizujú tak, aby čo najlepšie vyhovovali požiadavkám regulátora a súčasne rovnako aj vnútornému controllingu poisťovne. Pre viac informácií o metodike Solventnosť II a prístupu k rizikám pozri napr. [1], [5], [2]. Meranie rizika sa dá potom chápať ako komplex činností (prístup, nástroje, metodiky, postupy) pri analýze (riadení) rizika (rizikových faktorov) v určitej oblasti. Prístupy k meraniu rizika sa delia na stochastické a deterministické. Najpopulárnejší je v súčasnosti stochastický prístup, ktorý pracuje s mierami rizika založenými na rozdeleniach pravdepodobnosti náhodnej premennej opisujúcej napr. stratu portfólia. Najznámejšou mierou rizika spadajúcou do tejto kategórie je hodnota v riziku (Value at Risk, VaR). Distribučná funkcia straty nám dáva celkový obraz o strate portfólia. Je zrejmé, že na stratu sa rizikový manažér zameriava najviac, a preto je prirodzené modelovať riziko pomocou distribučnej funkcie straty. Tento prístup dáva zmysel aj pri agregácii rizík (pozri ďalej) a navyše, ak je táto distribučná funkcia správne odhadnutá, zahŕňa aj diverzifikačné efekty. A nakoniec k veľkým výhodám tohto prístupu patrí aj to, že distribučné funkcie môžeme vzájomne porovnávať. Nevýhodou je, že používanie historických údajov nemusí byť vždy relevantné pre predikciu budúcej straty a rovnako samotný odhad distribučnej funkcie nemusí byť dostatočne presný pre veľké portfóliá.

Kvantilové miery rizika predstavujú minimálnu kapitálovú požiadavku, aby príslušná pozícia bola takmer bezriziková, resp. aby kapitál vo výške tejto kapitálovej požiadavky nepokryl možnú stratu len s veľmi malou pravdepodobnosťou známej výšky. Najčastejším predstaviteľom kvantilovej miery rizika, ako sme už uviedli, je VaR. VaR je odhadom maximálnej straty, ku ktorej môže dôjsť s predpísanou spoľahlivosťou v stanovenom budúcom období. VaR sa obvykle využíva pri meraní trhového rizika (napr. v bankovom portfóliu v krátkych časových intervaloch) a pri meraní poistného rizika (v intervale napr. jedného roka).

Prostredníctvom VaR je možné určiť ekonomický kapitál pre dané riziko. *Ekonomický kapitál* (tiež rizikový, regulatórny) je kapitál, ktorý vlastníci (napr. akcionári) musia investovať do spoločnosti, aby udržali jej solventnosť, ktorá s určitou pravdepodobnosťou zaručuje nepretržitý chod spoločnosti v danom období.

$$EC = VaR_p(X) - E(X)$$

Tento kapitál by mal garantovať, že možné riziká nespôsobia úpadok spoločnosti, teda že nesolventnou by sa mohla stať len pri katastrofických a veľmi nepravdepodobných udalostiach (pričom ich výskyt sa podľa regulatórnych metodík odhaduje najčastejšie s 5 %, resp. 1 % pravdepodobnosťou). Ekonomický kapitál sa určuje na základe rizík, ktorým je spoločnosť vystavená, pričom podľa druhu rizika sa určí ekonomický kapitál potrebný na ich krytie.

Spoločnosti však tieto riziká musia agregovať, teda určiť ekonomický kapitál pre všetky riziká, ktorým je poisťovňa vystavená. *Agregácia rizík* má aj pre poisťovňu významný *diverzifikačný efekt*, ktorý môžeme definovať ako zápornú hodnotu kapitálu vyplývajúcu z korelácie vzájomných vzťahov medzi jednotlivými typmi rizika. Pod agregáciou rizík chápeme spájanie rôznych typov rizík do jedného portfólia alebo spájanie jednotlivých tried v rámci jedného typu rizika. Najjednoduchší spôsob ako spojiť riziká je ich sčítanie. No existujú aj ďalšie sofistikovanejšie metódy agregácie rizík, ktorými sa dá dosiahnuť diverzifikačný efekt. Na agregáciu rizík možno využiť viacero metód (všetky členenia (aj ďalej) uvádzame v kontexte [7]):

- agregácia sčítaním (nezávislých, resp. úplne závislých rizík),
- agregácia pridelením fixných percent,
- agregácia pomocou variančno-kovariančnej matice,
- agregácia pomocou funkcií kopula.

Posledná z uvedených metód predstavuje najsofistikovanejšiu metódu agregácie rizík, pretože funkcie kopula predstavujú metódu modelovania závislostí medzi premennými, z ktorej vyplýva aj diverzifikačný efekt. Potreba modelovať vývoj dvoch faktorov, ktoré sú do určitej miery závislé, vedie k využívaniu kopúl, pretože umožňujú zachytiť závislosť pri zachovaní vlastností pravdepodobnostných rozdelení jednotlivých rizikových faktorov, teda marginálnych rozdelení.[7]

Dôležitým teoretickým východiskom na stručné vysvetlenie matematického aparátu kopúl je *Sklarova veta*.

Veta (Sklarova). Nech $C(u_1, \dots, u_d)$ je d -rozmerná kopula a $F_1(x_1), \dots, F_d(x_d)$ sú jedno-rozmerné distribučné funkcie, potom funkcia $F(x_1, \dots, x_d)$ definovaná vzťahom

$$F(x_1, \dots, x_d) = C(F_1(x_1), \dots, F_d(x_d))$$

je združená distribučná funkcia s marginálnymi distribučnými funkciami $F_1, \dots, F_d$.

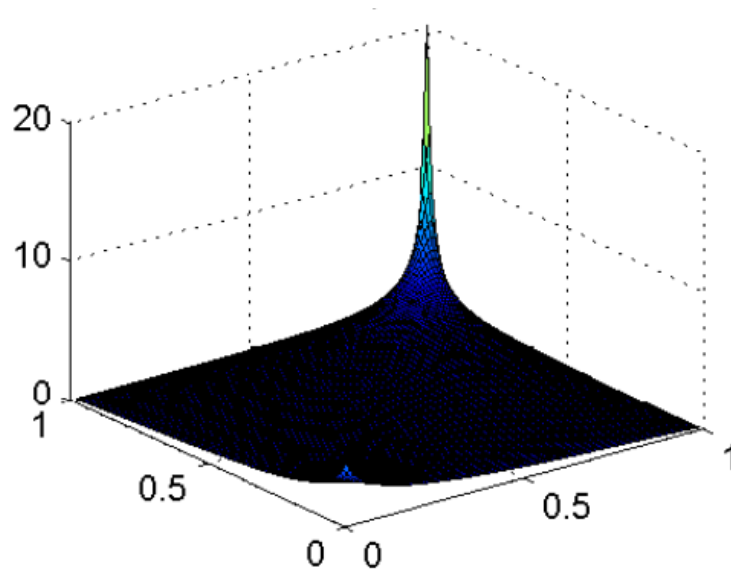
V praxi sa aplikujú kopuly rôzneho typu. V základnej klasifikácii ide o:

- elementárne kopuly (*nezávislá, komonotónna, kontramonotónna kopula*),
- implicitné kopuly (*Gaussova, Studentova kopula*),

- archimedovské (explicitné) kopuly (Gumbelova, Claytonova, zovšeobecnená Claytonova, Frankova kopula).

Archimedovské kopuly sa v praxi vyskytujú najčastejšie pre svoju relatívne ľahkú konštrukciu a tiež vzhľadom na jednotný matematický postup, na základe ktorého ich možno skonštruovať. Rovnako sa využívajú najviac pri modelovaní kreditného rizika (v bankovom či inom portfóliu zaťaženom úvermi). Pre archimedovské kopuly je kľúčovým pojmom *generátor kopuly* a *tvor kopula funkcie*.

Napríklad Gumbelova kopula, sa pre svoje vlastnosti najviac využíva na modelovanie závislostí medzi stratami rôznych úverových portfólií v banke alebo medzi vysokými škodami v poisťovni. Gumbelova kopula (na rozdiel od napr. Claytonovej kopuly) vykazuje závislosť v horných kladných koncoch, ale už nie v dolných záporných koncoch. Obrázok 2 znázorňuje hustotu (*copula density*) pre Gumbelovu kopulu.



Obr. 2 Gumbelova kopula s parametrom 1,5 (hustota)

Autor obrázku: P. Jurča (iam.fmph.uniba.sk)

V rámci *mier závislostí* rozlišujeme prinajmenšom:

- lineárne korelácie (*korelačný koeficient*),
- poradové korelácie (*Kendallov koeficient τ , Spearmanov koeficient ρ*),
- závislosti chvostov (*koeficient hornej [dolnej] závislosti chvostov náhodných premenných*).

Poradové korelácie sú miery závislosti, ktoré na rozdiel od lineárnych korelácií nezávisia od marginálneho rozdelenia príslušných náhodných premenných, ale len od ich kopuly. A pretože ich empirické odhady, ktoré môžu byť konštruované len na základe poradia pozorovaných hodnôt, sú ľahko odhadnuteľné, využívajú sa na kalibráciu kopúl.

Na použitie kopúl pri stanovovaní ekonomického kapitálu potrebného na krytie škody (straty) spôsobenej napr. dvoma rizikami treba určiť, ktorá kopula najlepšie opisuje závislosť medzi skúmanými náhodnými premennými, odhadnúť ich parametre a pomocou optimálne zvolenej kopuly stanoviť biviačné rozdelenie náhodných premenných. Na *odhad parametrov* a *výber vhodnej funkcie kopula* je možné použiť metódy, ktoré sa dajú rozdeliť do troch skupín:

- parametrické metódy (*metóda maximálnej vierohodnosti*),
- semiparametrické metódy (*semiparametrická metóda maximálnej vierohodnosti*),

- neparametrické metódy (*metóda založená na výpočte Kendallovho a Spearmanovho koeficienta, Genestova – Rivestova metóda*).

Veľmi jednoduchou je *metóda založená na výpočte Kendallovho τ* . Spočíva vo výpočte parametra kopuly pomocou vzťahu medzi Kendallovým τ a týmto parametrom, pričom najskôr sa vypočíta hodnota Kendallovho τ a potom sa táto hodnota dosadí do vzťahu na výpočet parametra vzhľadom na zvolenú kopulu. Napríklad vzťah Kendallovho τ a parametra θ Gumbelovej kopuly je nasledovný

$$\tau = 1 - \frac{1}{\theta} \Rightarrow \theta = \frac{1}{1-\tau}.$$

Pre výber vhodnej kopuly sa použije napr. chí-kvadrát test dobrej zhody.

Pre viac teoretických informácií (a praktických aplikácií) pozri napr. [1], [6], [7]. Vzhľadom na náročný teoretický aparát i aplikácie na záver uvedieme len veľmi jednoduchý príklad aplikácie kopúl uvedený v [1], kedy uvažujeme situáciu, že banka prevádzkuje dve úverové portfóliá, pričom v prvom z nich strata nepresiahne 10 mil. peňažných jednotiek s pravdepodobnosťou 89,5 % a v druhom 5 mil. p. j. s pravdepodobnosťou 91,5 %. Určíme pravdepodobnosť toho, že v týchto portfóliách nedôjde k väčším než uvedeným stratám súčasne. Pri analýzach budeme vychádzať z predpokladu, že závislosť strát sa riadi Gumbelovou kopulou s parametrom $\theta = 1,9$.

Je zrejmé, že platí

$$G_u C(F_1(10), F_2(5))) = G_u C(0,895; 0,915)$$

a stačí vhodne dosadiť do vzťahu pre Gumbelovu kopulu

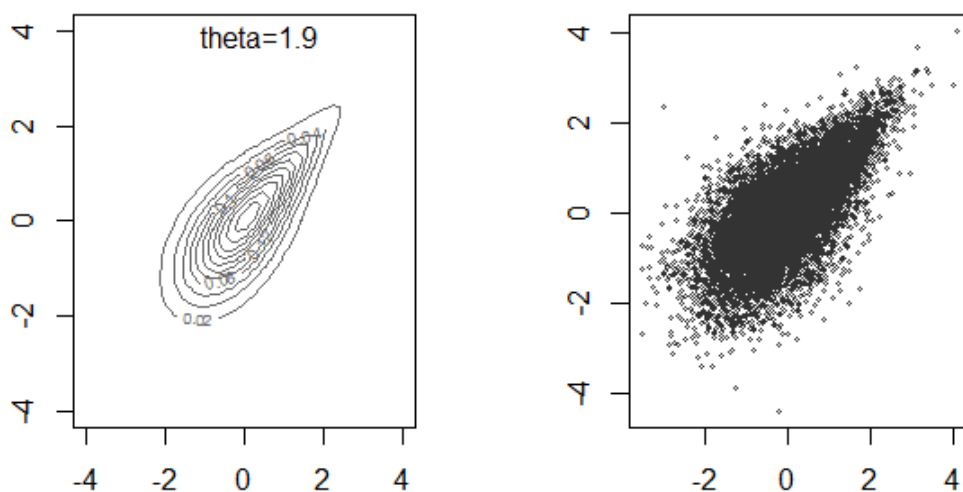
$$G_u C(u_1, u_2) = \exp \left\{ - \left((-\ln u_1)^\theta + (-\ln u_2)^\theta \right)^{\frac{1}{\theta}} \right\}$$

resp.

$$G_u C(F_1(x_1), F_2(x_2)) = e^{-((-\ln F_1(x_1))^\theta + (-\ln F_2(x_2))^\theta)^{\frac{1}{\theta}}}$$

A dostávame, že hľadaná pravdepodobnosť je 86,53301 %.

Základné triedy kopula funkcií a súvisiace testy sú implementované vo viacerých knižniciach (*packages*) programovacieho jazyka R. Knižnica *copula* obsahuje množinu archimedovských a implicitných kopúl, kopuly s extrémnymi hodnotami a ďalšie triedy kopúl, ďalej funkcie pre hustotu, distribučnú funkciu, generátor náhodných čísel pre obsiahnuté triedy kopúl a rôzne testy (dobrej zhody, nezávislosti, ...) pre kopula funkcie. [6]



Obr. 3 Výstup programu s využitím knižnice *copula* v jazyku R
Zdroj obrázku: vlastné spracovanie

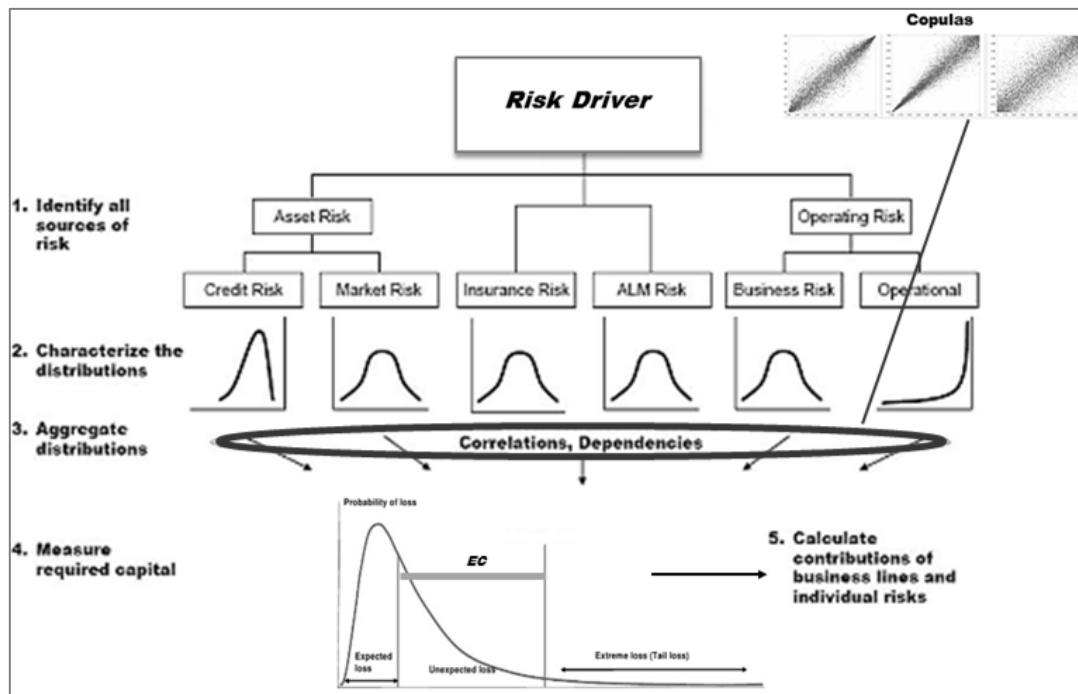
Obrázok 3 prezentuje graf izočiar hustoty dvojrozmerného rozdelenia s Gumbelovou kopulou s príslušným parametrom, pričom náhodné premenné X_1 , X_2 sa riadia normovaným normálnym rozdelením a graf simulovaných 10 000 hodnôt z tohto rozdelenia.

ZÁVER

Manažment rizík prestáva byť defenzívnou oblasťou, ktorá sa zaoberá iba kontrolou a limitmi významných expozícií. Stáva sa iniciátorom aktivít na skvalitnenie procesov prebiehajúcich v poisťovniach, či iniciátorom vytvárania nových produktov, prípadne úprav existujúcich produktov. Cieľom sú celopodnikové štandardy pre prijímanie a riadenie rizík. V rámci ERM je dôležité stanovenie racionálnych a dynamických hraníc všetkých typov rizík tak, aby reflektovali obchodnú stratégiu a externé trhové prostredie. Okrem efektívneho merania rizík a výkonnosti je nevyhnutné aj efektívne výkazníctvo, ktoré pomáha zosúladiť jednotlivé postupy s obchodnou stratégiou a cieľmi manažmentu rizika. Hlavné prínosy riadenia rizík podľa princípu ERM sú pochopenie kľúčových rizík ohrozujúcich dosiahnutie cieľov spoločnosti, schopnosť identifikovať riziká, uvedomovať si ich dopad a definovať spôsob ich ošetrenia, možnosť využiť závislosti medzi rizikami pri ich ošetrení, znalosť aktuálnej rizikovej expozície spoločnosti, zvýšenie dôveryhodnosti spoločnosti voči akcionárom, finančným inštitúciám a verejnosti a v neposlednom rade optimalizácia nákladov na manažment rizík. Mnoho poisťovní má ešte stále problém s praktickými aspektmi implementácie a rozvoja efektívneho ERM. V súčasnosti neexistuje žiaden presný návod, je tu mnoho problémov, napríklad aká organizačná štruktúra je najlepšia, ktorí riadiaci pracovníci sú najvhodnejší pre riadenie tohto projektu, ktoré nástroje sú najvhodnejšie na meranie rizika, jeho *agregovanie* a kapitálovú alokáciu a v neposlednom rade, ako merať efektívnosť ERM. Kvalitné softvérové aplikácie môžu poisťovniam s týmito problémami pomôcť.[3]

Direktíva Európskej komisie Solvency II sa zameriava na rizikový profil poisťovne (pre banky direktíva Basel III), a tým aj kapitálu potrebného na jeho krytie. Zvyšujúci sa počet a zložitosť poisťných produktov vyúsťuje do nevyhnutnosti skúmať závislosti medzi jednotlivými rizikami. Zanedbanie, resp. nesprávne určenie závislosti môže mať za následok podhodnotenie celkového rizika, ktorému je poisťovňa vystavená. Na druhej strane, predpoklad úplnej závislosti medzi rizikami môže viesť k nadhodnoteniu kapitálovej požiadavky, čo sa prejaví vo vysokej viazanosti kapitálu. V prípravnej fáze metodiky Solvency II (a napr. aj v súčasnosti platnej metodike výpočtu kapitálovej požiadavky na solventnosť podľa štandardného vzorca) sa odporúčalo pri analýze závislosti medzi rizikami využívať tzv. lineárne koeficienty závislosti. Návrh na použitie práve tejto metodiky vyplýva najmä z jej jednoduchosti. Aplikácia daných koeficientov si však vyžaduje určité predpoklady, ktoré nie sú vždy splnené, napr. v prípade pravostranne zošikmených rozdelení s ťažkým pravým koncom opisujúcich niektoré riziká. Z toho vyplýva, že agregácia rizík pomocou takýchto korelácií môže zanedbať dôležitú informáciu týkajúcu sa práve pravých koncov rozdelení. Na rozdiel od lineárnych koeficientov, funkcie kopula zachytávajú celkovú štruktúru závislosti jednotlivých rizík. Najmä z tohto dôvodu sa stali v posledných rokoch významným nástrojom agregácie korelovaných portfólií rizík. Funkcie kopula teda pred-stavujú konštrukciu viacrozmerných rozdelení škôd (strát), ktoré poskytujú flexibilný a realistický model, pričom vyjadrujú závislosť modelovaných rizík pri zachovaní vlastností jednotlivých marginálnych rozdelení, ktoré zvažované rizika opisujú. [7] Ekonomický kapitál pre poisťovateľa predstavuje ochranu pred nepriaznivými udalosťami, t. j. keď skutočné škody sú vyššie ako očakávané škody, alebo keď výnosy z aktív klesnú pod očakávanú hodnotu. Prevencia v podobe spomínanej ochrany zlepšuje poisťovateľovu schopnosť splácať budúce záväzky a často umožňuje rozvíjať podnikateľskú činnosť, dokonca aj pri nepriaznivých finančných udalostiach. S agregáciou rizík úzko súvisí *diverzifikačný efekt*, vyplývajúci z prevádzkovania viacerých závislých

predmetov podnikania. Vzhľadom na existujúce rozdiely v kapitálových požiadavkách, v praxi možno analyzovať vplyv použitia metódy agregácie rizík pomocou kopúl na určenie ekonomického kapitálu spoločnosti, ktorá má napríklad viac predmetov podnikania. Využitie kopúl predstavuje jednu z možností ako analyzovať riziká a tým následne doceliť presnejší odhad ekonomického kapitálu, pozri aj obrázok 4.



Obr. 4 Analýza rizík, ekonomický kapitál a kopula funkcie
 Autor obrázku: K. S. Tan (uwaterloo.ca), upravené

Využitie kvantitatívnych metód pri riadení rizík je nesporne dôležitou súčasťou práce každého aktára. Štúdium a neskôr výkon aktuárskej profesie je podmienené poznatkami z oblasti inžinierskej matematiky, finančnej matematiky, teórie pravdepodobnosti a štatistiky. Ako sme ukázali okrem týchto znalostí, v kontexte tvorby interných modelov v zmysle direktívy Solvency II, sa významným nástrojom stávajú už aj sofistikovanejšie matematické metódy akou je *teória kopúl*. Rovnako sa tieto analýzy nezaobídu bez využitia rôznych *programových balíkov* – či už komerčných (licencovaných) alebo open-source. Význam kopúl v tvorbe interných modelov bol v roku 2017 predstavený aj v rámci pravidelného vzdelávania Slovenskej spoločnosti aktárov (Pavlovský, R.: *Interný model a jeho využitie v poisťovniach*). Prednáška bola zameraná na objasnenie celkového rámca interného modelu a možností jeho využitia v poisťovniach.

LITERATÚRA

- [1] CIPRA, Tomáš. Riziko ve financích a pojišťovnictví: Basel III a Solvency II. Praha: Ekopress, 2015. ISBN 978-80-878-6524-8.
- [2] KRÁTKA, Zuzana. Mathematical-statistical models in insurance. In: *European Scientific Journal*. 11, No. 7., 2015. ISSN 1857- 7431.

- [3] KRÁTKA, Zuzana. ERM – manažment rizík na úrovni podniku. In: *Softvérová podpora v ekonomicko-matematických a aktuárskych modeloch*. Bratislava: Vydavateľstvo EKONÓM, 2017. ISBN 978-80-225-4428-3.
- [4] LAM, James. Enterprise Risk Management. Second Edition. New York: Wiley, 2014. ISBN 978-111-84-1361-6.
- [5] PÁLEŠ, Michal. *Aktuárstvo v režime Solventnosť II. S riešenými príkladmi v jazyku R*. Bratislava: Vydavateľstvo EKONÓM, 2016. ISBN 978-80-225-4288-3.
- [6] PÁLEŠ, Michal. *Jazyk R v aktuárskych analýzach*. Bratislava: Vydavateľstvo EKONÓM, 2017. ISBN 978-80-225-4331-6.
- [7] PÁLEŠ, Michal. Využitie Kopula funkcií pri agregácii rizík. In *Slovenská štatistika a demografia*. roč. 27, č. 1. Bratislava : Štatistický úrad Slovenskej republiky, 2017. ISSN 1210-1095.
- [8] <http://aktuar.sk/sk/vzdelavanie/pravidelne-vzdelavanie/>

Acknowledgement

Tento príspevok vznikol v rámci výskumných projektov VEGA č. 1/0221/17 a VEGA č. 1/0120/18.