

**EKONOMICKÁ UNIVERZITA V BRATISLAVE
FAKULTA HOSPODÁRSKEJ INFORMATIKY**

Evidenčné číslo: 103003/I/2016/3535377997

**MODELOVANIE SPOTREBY DOMÁCNOSTÍ S VYUŽITÍM
POKROČILÝCH EKONOMETRICKÝCH METÓD**

Diplomová práca

**EKONOMICKÁ UNIVERZITA V BRATISLAVE
FAKULTA HOSPODÁRSKEJ INFORMATIKY**

**MODELOVANIE SPOTREBY DOMÁCNOSTÍ S VYUŽITÍM
POKROČILÝCH EKONOMETRICKÝCH METÓD**

Diplomová práca

Študijný program: Operačný výskum a ekonometria

Študijný odbor: Kvantitatívne metódy v ekonómii

Školiace pracovisko: Katedra operačného výskumu a ekonometrie

Vedúca záverečnej práce: doc. Ing. Michaela Chocholatá, PhD.

Čestné vyhlásenie

Čestne vyhlasujem, že diplomovú prácu som vypracovala samostatne a že som uviedla všetku použitú literatúru.

Dátum: 28.3.2016

.....
(podpis študenta)

Pod'akovanie

Touto cestou by som sa chcela pod'akovať vedúcej mojej diplomovej práce doc. Ing. Michaele Chocholatej, PhD. za cenné pripomienky a návrhy pri písaní záverečnej práce.

ABSTRAKT

Bc. MIHÁLIKOVÁ, Katarína: *Modelovanie spotreby domácností s využitím pokročilých ekonometrických metód*. [Diplomová práca]. – Ekonomická univerzita v Bratislave. Fakulta hospodárskej informatiky; Katedra operačného výskumu a ekonometrie. – Vedúca záverečnej práce: doc. Ing. Michaela Chocholatá, PhD. – Bratislava: FHI KOVE, 2016, 82s.

Cieľom záverečnej práce je modelovanie spotreby domácností na báze panelových dát a preskúmanie kointegračných vzťahov vo vybraných krajinách Európskej únie. Odhad jednotlivých typov modelov panelových dát a výber vhodného typu modelu. Preskúmanie stacionarity jednotlivých premenných z dôvodu skúmania dlhodobých vzťahov, využitie Engleova-Grangerovej a Johansenovej procedúry. Skonštruovanie vektorového autoregresného modelu, vektorového modelu s korekčným členom a prognóza na nasledujúce dva roky. Práca je rozdelená do 4 kapitol. Obsahuje 4 grafy, 20 tabuliek a 27 príloh. Prvá kapitola je venovaná súčasnému stavu riešenej problematiky, kde sú predstavené teoretické východiská modelovania spotreby a modelované krajiny vrátane stručnej charakteristiky ich ekonomiky. V druhej kapitole sú určené dva hlavné ciele záverečnej práce a jednotlivé čiastkové ciele. V tretej kapitole sú popísané jednotlivé metódy a postupy uplatnené v diplomovej práci. V poslednej, štvrtej kapitole, sa nachádzajú samotné výsledky práce, odhad jednotlivých modelov panelových dát. Z oblasti kointegrácie je v tejto kapitole preskúmaná stacionarita premenných a aplikácia Engleova-Grangerovej a Johansenovej procedúry. Záverom tejto kapitoly je prognóza na nasledujúcich osem kvartálov.

Kľúčové slová: panelové dáta, kointegrácia, Johansenova procedúra, Engleova-Grangerova procedúra, spotreba domácností, stacionarita

ABSTRACT

Bc. MIHÁLIKOVÁ, Katarína: *Modeling of households' consumption based on advanced econometric methods*. [Diploma thesis]. – University of Economics in Bratislava. Faculty of Economic Informatics; Department of Operations Research and Econometrics. – Supervisor: doc. Ing. Michaela Chocholatá, PhD. – Bratislava: FHI KOVE, 2016, 82p.

Aim of this final thesis is modeling of households' consumption based on panel data and analyse of cointegrating relationships in selected countries of European Union. Estimation of different types of panel data models and select the appropriate type of model. Analyse of stationarity of the variables due to examination of long-term relationships, using Engle-Granger and Johansen procedures. Constructing vector autoregressive model, vector error correction model and forecast for the next two years. The work is divided into 5 chapters. It contains 4 graphs, 20 tables and 27 attachments. The first chapter is about the current state of solved problem, where are introduced theoretical basis for modeling of consumption and modeled countries including brief characteristics of their economies. In the second chapter are two main goals of the final thesis and partial goals. In the third chapter are described methods and procedures applied in diploma thesis. In the last, the fourth chapter, are the results and estimation of panel data models. About results of cointegration we can find in this chapter is the analyse of stationarity of variables and application of Engle-Granger and Johansen procedure. The conclusion of this chapter is forecast for next eight quarters.

Key words: panel data, cointegration, Johansen procedure, Engle-Granger procedure, households' consumption, stationarity

OBSAH

ÚVOD.....	12
1 SÚČASNÝ STAV RIEŠENEJ PROBLEMATIKY	14
1.1 ZÁKLADNÉ TEORETICKÉ VÝCHODISKÁ	15
1.1.1 Spotreba z pohľadu klasickej a neoklasickej ekonómie.....	15
1.1.2 Keynesova spotrebná funkcia a hypotéza absolútneho dôchodku.....	16
1.1.3 Hypotéza relatívneho dôchodku	17
1.1.4 Hypotéza životného cyklu	19
1.1.5 Hypotéza permanentného dôchodku.....	20
1.2 ČLENENIE SPOTREBY DOMÁCNOSTÍ.....	21
1.3 CHARAKTERISTIKA MODELOVANÝCH KRAJÍN.....	22
2 CIEĽ PRÁCE.....	28
3 METODIKA PRÁCE A METÓDY SKÚMANIA.....	30
3.1 PANELOVÉ DÁTA	30
3.1.1 Spojený regresný model.....	31
3.1.2 Model s fixnými efektmi	31
3.1.3 Model s náhodnými efektmi	32
3.2 TESTOVANIE STACIONARITY	34
3.2.1 Testovanie stacionarity pomocou testu jednotkového koreňa	36
3.2.2 Testovanie stacionarity pomocou Dickeyho-Fullerovho testu	37
3.2.3 Testovanie stacionarity pomocou Phillipsovho-Perronovho testu.....	39
3.3 KOINTEGRÁCIA	40
3.4 ENGLEOVA-GRANGEROVA PROCEDÚRA A MODEL S KOREKČNÝM ČLENOM	40
3.5 JOHANSENOVA PROCEDÚRA	42
4 VÝSLEDKY PRÁCE A DISKUSIA.....	47
4.1 MODEL Y PANELOVÝCH DÁT	47
4.1.1 Spojený regresný model – Pool	48
4.1.2 Model s fixnými efektmi (FEM)	48
4.1.3 Vhodnosť použitia Pool alebo FEM	49
4.1.4 Model s náhodnými efektmi (REM)	50

4.1.5	<i>Vhodnosť použitia FEM alebo REM – Hausmanov test</i>	50
4.1.6	<i>Prierezové jednotky sa líšia v sklone</i>	51
4.1.7	<i>Prierezové jednotky sa líšia v úrovňovej konštante aj sklone</i>	52
4.2	TESTOVANIE STACIONARITY ČASOVÝCH RADOV	53
4.3	ENGLEOVA-GRANGEROVA TESTOVACIA PROCEDÚRA	58
4.4	JOHANSENOVA PROCEDÚRA	61
4.4.1	<i>Určenie rádu p vektorového autoregresného modelu formulovaného v pôvodných úrovniach</i>	61
4.4.2	<i>Určenie schémy deterministických zložiek – Johansenov kointegračný test</i>	65
4.4.3	<i>Odhad vektorového modelu s korekčným členom (VEC model)</i>	70
4.5	PROGNÓZA	73
ZÁVER		76
ZOZNAM POUŽITEJ LITERATÚRY		77
PRÍLOHY		CHYBA! ZÁLOŽKA NENÍ DEFINOVÁNA.

Zoznam grafov a tabuliek

Graf č. 1 Vývoj spotreby domácností v Litve	23
Graf č. 2 Vývoj spotreby domácností v Lotyšsku	24
Graf č. 3 Vývoj spotreby domácností v Dánsku	25
Graf č. 4 Vývoj spotreby domácností vo Švédsku	27
Tabuľka č. 1 Výsledky analýzy stacionarity pre krajinu Litva.....	54
Tabuľka č. 2 Výsledky analýzy stacionarity pre krajinu Lotyšsko	55
Tabuľka č. 3 Výsledky analýzy stacionarity pre krajinu Dánsko	56
Tabuľka č. 4 Výsledky analýzy stacionarity pre krajinu Švédsko.....	57
Tabuľka č. 5 Informačné kritéria pre výber rádu VAR modelu pre Litvu.....	62
Tabuľka č. 6 Informačné kritéria pre výber rádu VAR modelu pre Lotyšsko.....	63
Tabuľka č. 7 Informačné kritéria pre výber rádu VAR modelu pre Dánsko	64
Tabuľka č. 8 Informačné kritéria pre výber rádu VAR modelu pre Švédsko.....	65
Tabuľka č. 9 Súhrnný Johansenov kointegračný test pre Litvu.....	66
Tabuľka č. 10 Pantulov princíp pre Litvu.....	66
Tabuľka č. 11 Súhrnný Johansenov kointegračný test pre Lotyšsko.....	67
Tabuľka č. 12 Pantulov princíp pre Lotyšsko.....	67
Tabuľka č. 13 Súhrnný Johansenov kointegračný test pre Dánsko	68
Tabuľka č. 14 Pantulov princíp pre Dánsko	68
Tabuľka č. 15 Súhrnný Johansenov kointegračný test pre Švédsko.....	69
Tabuľka č. 16 Pantulov princíp pre Švédsko.....	69
Tabuľka č. 17 Prognóza na nasledujúce 2 roky pre Litvu	73
Tabuľka č. 18 Prognóza na nasledujúce 2 roky pre Lotyšsko	74
Tabuľka č. 19 Prognóza na nasledujúce 2 roky pre Dánsko.....	74
Tabuľka č. 20 Prognóza na nasledujúce 2 roky pre Švédsko	75

Úvod

Spotreba domácností tvorí v rámci národného hospodárstva najväčšiu zložku agregátneho dopytu. Z toho hľadiska aj medzi hlavné predpoklady rastu ekonomiky patrí nevyhnutne aj spotreba domácností. Pár rokov dozadu bola väčšina krajín Európskej únie zasiahnutá hospodárskou krízou, čo sa odzrkadlilo aj na spotrebe domácností. Niektoré krajiny ňou boli zasiahnuté výraznejšie, iné menej. Avšak v posledných rokoch, už po hospodárskej kríze, domácností postupne zvyšujú svoju spotrebu, čo je najmä z dôvodu nižšej inflácie a zlepšenej dôvery vo vývoj hospodárstva v budúcnosti. Správanie spotrebiteľov sa však napriek tomu nezmenilo. Domácností si aj naďalej odkladajú svoje výdavky na tovary dlhodobej spotreby či luxusné tovary.

V diplomovej práci boli určené dva hlavné ciele. Prvým cieľom je modelovanie spotreby domácností na báze panelových dát, pričom sa v práci oboznámime aj s rôznymi typmi modelov panelových dát, ktoré boli neskôr odhadnuté v práci. Druhým cieľom je preskúmanie kointegračných vzťahov medzi hrubým domácim produktom a spotrebou domácností. V práci sa taktiež oboznámime s dvomi kointegračnými procedúrami a rôznymi testami, ktoré predchádzajú odhadu vektorového modelu s korekčným členom. Na záver práce prognózujeme vývoj spotreby domácností v jednotlivých krajinách na nasledujúce dva roky, teda osem kvartálov.

V prvej kapitole diplomovej práce sa venujeme súčasnému stavu problematiky, kde sú prezentované niektoré teoretické východiská spotreby. Taktiež v tejto kapitole je opis vybraných modelovaných krajín z hľadiska ich ekonomickej situácie v dnešnej dobe ako aj v minulosti.

Druhá kapitola je zameraná na ciele práce, kde okrem hlavných cieľov sú definované taktiež aj jednotlivé čiastkové ciele.

V tretej kapitole sa venujeme metodike práce a metódam skúmania, kde postupne rozoberáme teoretické postupy. Táto kapitola sa venuje dvom problematikám, jedna sa týka skúmania panelových dát a ich rôznych modelov. Druhá časť je zameraná na kointegráciu, rôzne testy stacionarity a procedúry, ktoré sú nevyhnutné pri skúmaní týchto kointegračných vzťahov.

V poslednej kapitole záverečnej práce sa venujeme praktickej časti, teda samotným výsledkom práce. Táto kapitola obsahuje viacero tabuliek a prepisov odhadnutých modelov do tvaru rovníc. Jednotlivé výstupy prislúchajúce rovniciam je možné nájsť

v prílohách záverečnej práce. Z oblasti panelových dát v tejto kapitole odhadujeme tri rôzne typy modelov, pričom ich rozširujeme následne aj o umelé premenné. V časti skúmania kointegračných vzťahov preverujeme najprv stacionaritu premenných a odhadujeme model na základe dvoch kointegračných procedúr, pričom na záver práce je vytvorená aj prognóza vývoja spotreby domácností v jednotlivých krajinách.

Modelovanie spotreby sme sa rozhodli uskutočniť prostredníctvom ekonometrického softvéru EViews 7.

1 Súčasný stav riešenej problematiky

Spotreba je veľmi dôležitým makroekonomickým ukazovateľom nielen v ekonomike, ale aj v sociálnych vedách. Pod pojmom spotreba (označovaná ako C - angl. *consumption*) rozumieme proces, v ktorom dochádza ku konečnému využitiu statkov na uspokojenie potrieb. Ján Lisý a kolektív definujú vo svojej publikácii, s názvom *Ekonomía v novej ekonomike*, spotrebu ako „Zahŕňa konečnú spotrebu domácností a konečnú spotrebu štátu. Jej súčasťou sú statky dlhodobej, krátkodobej spotreby a služby.“¹ (Lisý a kolektív, 2007, s. 358).

Spotreba všeobecne zahŕňa:

- konečnú spotrebu domácností,
- konečnú spotrebu štátu.

Výdavky na spotrebu domácností sa skladajú zo všetkých tovarov a služieb nakupovaných domácnosťami na uspokojovanie svojich potrieb. Spotrebu domácností môžeme teda rozčleniť podľa viacerých kritérií:

- životnosť spotrebovaných statkov,
- spôsob úhrady,
- druh a účel spotreby,
- nevyhnutnosť.

Životnosť spotrebovaných statkov zahŕňa všetky statky dlhodobej spotreby (napr. autá, práčky, televízie), krátkodobej spotreby (napr. energia, benzín, oblečenie, potraviny) a služby (napr. vzdelávanie, zdravotníctvo). Spotreba domácností vylučuje výdavky na nákup nehnuteľností, avšak naopak zahŕňa výdavky na nájomné.

Podľa *spôsobu úhrady* rozlišujeme statky platené, neplatené a čiastočne platené. Platenou spotrebou rozumieme spotrebu hmotných statkov a služieb, ktoré sme získali peňažnou úhradou. Neplatenou spotrebou rozumieme naopak statky a služby, ktoré sme získali vlastnou výrobou alebo boli získané vo forme naturálnych miezd.

Z pohľadu na *druh spotreby* môžeme rozčleniť spotrebu na hmotnú a nehmotnú.

¹ LISÝ, J. a kolektív. 2007. *Ekonomía v novej ekonomike*. Bratislava: IURA Edition. 2007. 636 s. ISBN 80-807-8164-4.

Podľa *nevyhnutnosti* členíme spotrebu na tri základné zložky: nevyhnutné, štandardné a luxusné. Spotreba však môže prejsť z luxusnej časom na štandardnú alebo na nevyhnutnú, takže toto členenie nie je nemenné.

Konečná spotreba domácností (household consumption) je najväčšia zložka hrubého domáceho produktu (HDP), reprezentuje až približne 60% HDP vo väčšine krajín. Spotreba domácností taktiež výrazne ovplyvňuje investície a zahraničný obchod. Je to teda základná premenná potrebná na ekonomickú analýzu agregátneho dopytu.

Hrubý domáci produkt predstavuje sumu nasledujúcich zložiek:

$$\text{HDP} = C + G + I + \text{NX} \quad (1.1)$$

kde:

C (*consumption*) – výdavky domácností na spotrebu,

G (*government*) – výdavky štátu na nákup výrobkov a služieb,

I (*investment*) – hrubé domáce investície,

NX (*net export*) – čistý export.

1.1 Základné teoretické východiská

V minulosti sa viacero ekonómov pokúsilo o teoretické východiská spotreby. V nasledujúcich podkapitolách si priblížime aspoň niektoré z nich.

1.1.1 Spotreba z pohľadu klasickej a neoklasickej ekonómie

Klasická aj neoklasická ekonómia vychádzajú z predpokladu, že výroba je zameraná na uspokojovanie potrieb. Potreby ľudí sú rozmanité a výroba má neohraničené možnosti. Avšak domácnosti majú ohraničené možnosti uspokojovania svojich potrieb v závislosti od výšky disponibilného dôchodku. Domácnosti teda spravidla nemôžu uspokojovať všetky svoje potreby. Z pohľadu predstaviteľov klasickej aj neoklasickej ekonómie je spotreba vnímaná vždy v súlade s výrobou. Spotreba je teda jediným zmyslom výroby. Neoklasickí ekonómovia, napr. Jevons², Marshall³, venovali špeciálnu pozornosť analýze rovnováhy spotreby, výroby a výmeny, ako aj samotnej spotrebe.

² JEVONS, W. S. 1871. *The Theory of Political Economy*. 2. vydanie. Harmondsworth: Book Jungle. 2009. 382 s. ISBN 978-1438520797.

Predstavitelia klasickej a neoklasickej ekonómie tvrdia, že spotreba závisí aj od preferencií práce a nie je priamo determinovaná len dôchodkom, ale aj pracovnými schopnosťami.

Neoklasická teória predpokladá, že úroková miera stimuluje úspory a naopak destimuluje spotrebu. Funkciu spotreby teda podľa predstaviteľov neoklasickej ekonómie možno vyjadriť ako klesajúcu funkciu úrokovej miery:

$$C = C(r), \quad (1.2)$$

kde:

C – spotreba,

r – úroková miera.

1.1.2 *Keynesova spotrebná funkcia a hypotéza absolútneho dôchodku*

J. M. Keynes⁴ protirečil predstaviteľom neoklasickej ekonómie. Tvrdil, že spotrebné výdavky nezávisia od individuálnej ochoty pracovať, ale práve od dôchodku. Tento jeho názor vychádzal z poznania, že dôchodok je determinovaný pracovnými príležitosťami, ktoré však jedinec ovplyvniť nemôže. Vysoká nezamestnanosť sa nemôže vysvetliť ako neochota pracovať.

J. M. Keynes prišiel s formuláciou spotrebnej funkcie. Spotrebná funkcia nám opisuje vzájomný vzťah medzi spotrebou a dôchodkom;

$$C = f(Y) \quad (1.3)$$

kde:

C – spotreba,

Y – dôchodok.

Spotreba je teda funkciou dôchodku. Ak rastie dôchodok, spotreba absolútne rastie, ale podiel na dôchodku relatívne klesá.

³ MARSHALL, A. 1890. *Principles of Economics*. UK: Palgrave Macmillan. 2013. 731 s. ISBN 978-0-230-24929-5.

⁴ KEYNES, J. M. 1990. *Obecná teorie zaměstnanosti, úroku a peněz*. Praha: Nakladatelství ČSAV. 1963.

Spotrebnú funkciu však môžeme vyjadriť aj bližšie na predpoklade, že spotrebné výdavky sú funkciou bežného disponibilného dôchodku (Y_t^d):

$$C_t = C_t(Y_t^d) \quad (1.4)$$

J. M. Keynes pri skúmaní spotrebnej funkcie odhalil istú pravidelnosť. Podľa neho je spotreba klesajúcou funkciou, tzn. že spotreba rastie pomalšie ako dôchodok. Inak povedané, s rastom dôchodku v priemere rastú aj spotrebné výdavky, avšak v menšej miere ako rastie dôchodok, t.j. sklon k spotrebe s rastom dôchodku klesá.

Z ekonometrického hľadiska možno model vychádzajúci z tohto Keynesovho predpokladu špecifikovať ako lineárny vzťah,

$$C_t = \beta_1 + \beta_2 Y_t + u_t, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (1.5)$$

pričom $0 < \beta_2 < 1$. Parameter β_1 je interpretovaný ako autonómna úroveň spotreby a parameter β_2 predstavuje hraničný sklon k spotrebe (MPC).

Odhad a testovanie tejto spotrebnej funkcie vyvoláva v praktických úlohách celý rad problémov. Pri použití časových radov k odhadu je nutné počítať s existenciou korelácie vyvolanej trendom časových trajektórií nestacionárnych premenných C a Y .

1.1.3 *Hypotéza relatívneho dôchodku*

Túto hypotézu sformuloval americký ekonóm James S. Duesenberry⁵ v roku 1949. Kritizoval spotrebnú funkciu a funkciu úspor J. M. Keynesa. Duesenberry skúmal prierezové údaje a dospel k záveru, že čím je dôchodok vyšší, tým sa priemerný sklon k spotrebe znižuje. Táto časť jeho pozorovania korešpondovala aj s teóriou J. M. Keynesa.

Druhá časť sa venovala pozorovaniu údajov z časových radov, kde bol agregátny ukazovateľ úspor v priebehu času konštantný. To znamená, že ak je priemerný sklon k spotrebe aj k úsporám konštantný, aj keď sa dôchodok mení, potom sa rovnajú

⁵ DUESENBERRY, J. S. 1949. *Income, Saving and the Theory of Consumer Behaviour*. Cambridge: Harward University Press. 1949.

aj hraničný sklon k spotrebe a priemerný sklon k spotrebe. Toto tvrdenie však predstavuje opak Keynesovej teórie.

Tieto dve pozorovania spojil do jednej teórie, v ktorej predpokladá, že spotreba jednotlivých subjektov závisí nielen od ich minulej spotreby, ale je ovplyvnená tiež spotrebou iných jednotlivcov.

Podľa Duesenberryho nie je spotreba jednotlivca daná len funkciou bežného dôchodku (Y_t), ale aj funkciou minulých dôchodkov ($Y_{minulé}$). Funkciu spotreby podľa Duesenberryho hypotézy relatívneho dôchodku môžeme teda zapísať ako:

$$C = C(Y_t, Y_{minulé}) \quad (1.6)$$

alebo

$$\frac{C}{C^*} = f\left(\frac{Y_t}{C^*}, \frac{A_t}{C^*}, r_t\right), \quad t = 1, 2, \dots, n \quad (1.7)$$

kde:

C – bežná spotreba individuálneho subjektu,

C^* – bežná spotreba ostatných subjektov,

Y_t – bežný, resp. budúci dôchodok individuálneho subjektu,

A_t – bežné, resp. budúce aktíva individuálneho subjektu,

r_t – bežná, resp. budúca úroková miera individuálneho subjektu.

Túto myšlienku neskôr modifikoval Brown⁶ v spotrebnom modeli zvykovej zotrvačnosti. Podľa neho je spotreba v ľubovoľnom období vždy ovplyvnená aj úrovňou spotreby v predchádzajúcom období v dôsledku zotrvačnosti spotrebných zvykov. Krátkodobú spotrebnú funkciu popísal autoregresným vzťahom:

$$C_t = \beta_1 Y_t + \beta_2 C_{t-1} + u_t, \quad t = 1, 2, \dots, T \quad (1.8)$$

Vynechaním premennej C_{t-1} bude potom odhadnutá spotrebná funkcia obsahovať úrovňovú konštantu, ktorá sa s rastúcou hodnotou C_{t-1} bude v čase taktiež zvyšovať. Spotreba rastie konštantnou mierou, napríklad h , potom platí $C_t = (1-h) C_{t-1}$ a po substitúcii

⁶ BROWN, T. H. 1952. *Habit Persistence and Lags in Consumer Behaviour*. In *Econometrica*, 1952, č. 20.

za C_{t-1} v rovnici (1.8) dostaneme dlhodobú spotrebnú funkciu s konštantným priemerným sklonom k spotrebe v tvare:

$$C_t = \frac{\beta_1}{1 - (\beta_2/1 + h)} Y_t, \quad t = 1, 2, \dots, T \quad (1.9)$$

Z rovnice (1.9.) vyplýva, že čím väčšia je dlhodobá miera rastu reálneho dôchodku, tým nižší je jeho priemerný sklon k spotrebe, takže väčšia časť dôchodku sa sporí a zvyšuje sa jeho priemerný sklon k úsporám.

1.1.4 Hypotéza životného cyklu

Modigliani⁷, Brumberg a Ando v roku 1954 vychádzali z úvahy, že životný cyklus spotrebiteľa trvá L období, z toho ale len N období je ekonomicky aktívnych a M období ekonomicky neaktívnych.

$$L = N + M \quad (1.10)$$

Za predpokladu, že je známy budúci celkový dôchodok spotrebiteľa môžeme uvažovať, že jeho cieľom je rozdeliť si svoj celoživotný dôchodok tak, aby maximalizoval funkciu užitočnosti.

Ak predpokladáme, že funkcia užitočnosti je homotetická⁸, môžeme agregátnu spotrebu vyjadriť ako súčet všetkých spotrebiteľov vo veku T .

$$C_T^0 = \sum C_T^0 = \beta_1 A_{t-1} + \beta_2 Y_{TL} + \beta_3 (N - T) Y_{TL}^e, \quad (1.11)$$

kde:

A_{t-1} – agregátne čisté bohatstvo spotrebiteľov veku T ,

C_T^0 – optimálna spotreba ekonomicky aktívneho spotrebiteľa v období T ,

Y_{TL} – agregátny dôchodok spotrebiteľov veku T ,

Y_{TL}^e – čakávaný agregátny dôchodok spotrebiteľov veku T .

⁷ MODIGLIANI, F. *Life Cycle, Individual Thrift and the Wealth of Nations*. Cambridge: MIT.

⁸ Pre homotetickú produkčnú funkciu platí, že jej efekt z rastu rozsahu výroby je konštantný na každej izokvante a predstavuje vždy určitý konštantný objem výroby, ktorý je možné dosiahnuť rôznymi kombináciami oboch výrobných faktorov.

Celkovú agregátnu spotrebnú funkciu pre všetkých spotrebiteľov rôzneho veku získame súčtom C_T^0 za predpokladu, že parametre β , veková štruktúra a rozdelenie dôchodku sú v čase konštantné.

$$C = \beta_1^* Y_L + \beta_2^* Y_L^e + \beta_3^* A_{T-1} \quad (1.12)$$

kde:

A_{T-1} – čisté bohatstvo,

Y_L – agregátny dôchodok,

Y_L^e – očakávaný agregátny dôchodok.

Záverom tejto hypotézy je, že zmeny bežného dôchodku Y_T , pokiaľ nevedú k zmenám v očakávanom budúcom dôchodku Y_t^e , majú len veľmi malý vplyv na bežnú spotrebu spotrebiteľov.

1.1.5 Hypotéza permanentného dôchodku

V roku 1957 Friedman⁹ modifikoval hypotézu životného cyklu na novú hypotézu permanentného dôchodku. Podľa tejto hypotézy je plánovaná alebo permanentná spotreba funkciou celkového súčasného bohatstva W a úrokovej miery r . Zovšeobecnil hypotézu životného cyklu pre nekonečne dlhý časový horizont. Celkové bohatstvo môžeme vyjadriť ako diskontovaný súčet všetkých budúcich príjmov, vrátane dôchodku plynúceho z fyzických a finančných aktív.

$$W_t = Y_t + \frac{Y_{t+1}}{1+r} + \frac{Y_{t+2}}{(1+r)^2} + \dots, \quad t = 1, 2, \dots, n \quad (1.13)$$

kde:

Y_t – celkový očakávaný príjem,

W_t – súčasné celkové bohatstvo,

r – úroková miera.

⁹ FRIEDMAN, M. 1957. *A Theory of the Consumption Function*. Princeton: Princeton University Press. 1957.

Friedman definuje nový pojem permanentný dôchodok Y^P ako maximálnu čiastku, ktorú je možné spotrebovať bez toho, aby sa zmenilo bohatstvo spotrebiteľa.

$$Y^P = rW \quad (1.14)$$

Spotrebnú funkciu založenú na hypotéze permanentného dôchodku z agregátnych údajov časových radov je možné odhadnúť permanentný dôchodok Y_t^P pomocou diskkrétnej aproximácie vo forme geometrického nekonečne rozdeleného oneskorenia s náhodou zložkou u_t ,

$$Y_t^P = gY_t + g(1 - g)Y_{t-1} + g(1 - g)^2Y_{t-2} + \dots + u_t, \quad (1.15)$$

kde:

g – koeficient adaptívnych očakávaní,

pričom platí $0 < g \leq 1$.

1.2 Členenie spotreby domácností

Podľa OECD¹⁰ sa spotreba domácností skladá z nasledujúcich položiek:

- potraviny a nealkoholické nápoje,
- alkoholické nápoje a tabak,
- obuv a oblečenie
- nájomné, voda, elektrina, plyn a iné palivá,
- nábytok, vybavenie domácností a bežná údržba domu,
- zdravie,
- doprava (nákup vozidiel, prevádzka prostriedkov osobnej dopravy, dopravné služby),
- pošta a telekomunikácie,
- kultúra a rekreácia (audiovizuálne a fotografické zariadenia, noviny, knihy, rekreačné a kultúrne služby)
- vzdelávanie,

¹⁰ OECD.Stat. *Final consumption expenditure of households*. [online]. [cit. 2016.03.02]. Dostupné na internete: <https://stats.oecd.org/Index.aspx?DataSetCode=SNA_TABLE5>

- reštaurácie a hotely (cateringové služby a ubytovanie)
- ostatné tovary a služby (poistenie a iné služby).

Celkovú spotrebu domácností budeme v práci modelovať vo vybraných krajinách Európskej únie. Ich stručnú charakteristiku vrátane ekonomickej situácie si priblížime v nasledujúcej kapitole.

1.3 Charakteristika modelovaných krajín

V predchádzajúcej kapitole sme si rozobrali, z akých jednotlivých položiek sa skladá spotreba domácností. Obsahuje viacero položiek, pričom my v našej práci budeme modelovať spotrebu domácností ako celok vrátane jej všetkých položiek. Modelovanie sa uskutoční na štyroch vybraných krajinách Európskej únie a to na konkrétne dvoch štátoch z pobaltských krajín a na dvoch štátoch spomedzi škandinávskych krajín.

Litva

Táto krajina sa nachádza vo východnej Európe. Je najjužnejšou a zároveň aj najväčšou krajinou z troch pobaltských krajín. Napriek značnému rozvoju za uplynulých desať rokov patrí táto krajina medzi päť najmenej vyspelých ekonomík v rámci Európskej únie. Litva bola jednou z najrýchlejšie rastúcou ekonomikou Európy len vďaka úspešným reformám. V rámci rokov 2000-2007 sa pozoroval veľmi vysoký rast HDP. Z toho dôvodu bola Litovská republika označená aj za ekonomického tigra.

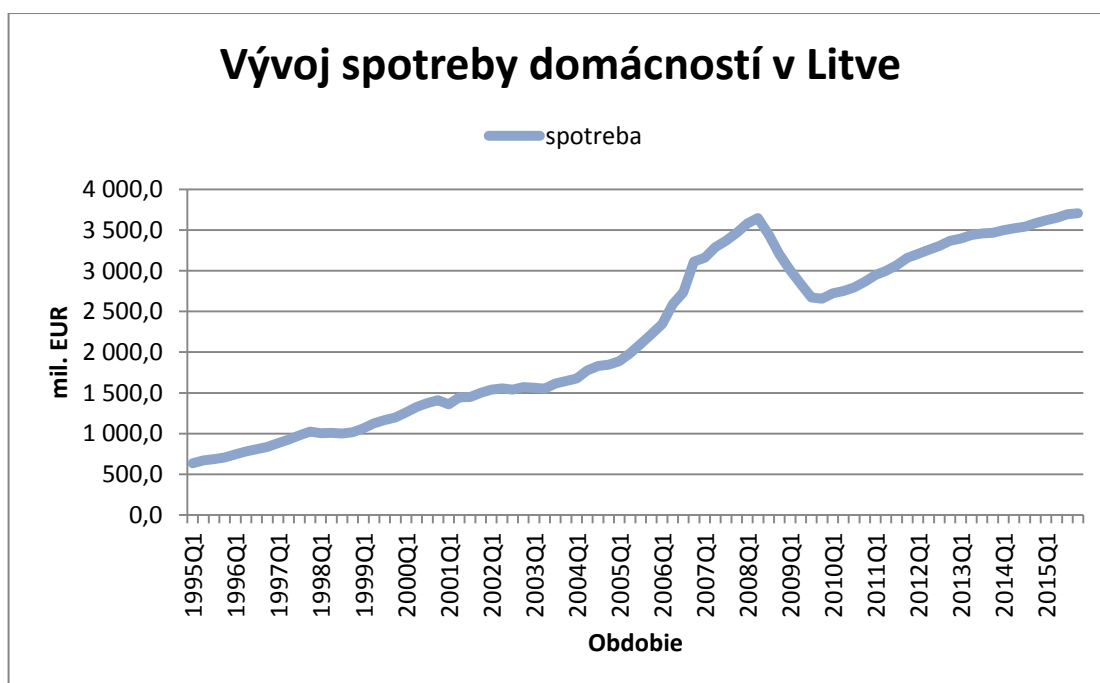
Export Litvy tvoria predovšetkým minerálne produkty, potravinárske výrobky, textilie, stavebné materiály a stroje. Hlavným dovozným partnerom tejto krajiny je Rusko, tvorí až takmer jednu tretinu importu. V tejto krajine prevažuje živočíšna produkcia nad rastlinnou.

Posledné roky znamenali pre hospodárstvo Litvy pomerne vysoký rast. Súkromná spotreba a hlavne čistý export dotiahli HDP k medziročnému rastu o viac než 3 %. Výrazný nárast spotreby je evidovaný práve v pobaltských krajinách. V Litve to bolo až 81 % priemeru EÚ v roku 2014 oproti 74% v roku 2012). Podľa štatistiky uverejnenej

na stránke Eurostatu miera nezamestnanosti vo februári roku 2016 predstavuje v Litve 10,1 %¹¹.

Na grafe môžeme vidieť ako sa vyvíjala spotreba domácností za uplynulých 20 rokov. Môžeme pozorovať rastúci trend vývoja spotreby. Avšak môžeme na grafe pozorovať, že Litva bola výrazne zasiahnutá krízou od tretieho štvrťroka 2008, kde sa začala znižovať spotreba. Najväčšiu krízu prežívala na konci roka 2009, kde hodnota spotreby bola najnižšia. Najväčší pokles spotreby domácností počas hospodárskej krízy bol až o 28 %.

Graf č. 1 Vývoj spotreby domácností v Litve



Zdroj: Vlastné výpočty

Lotyšsko

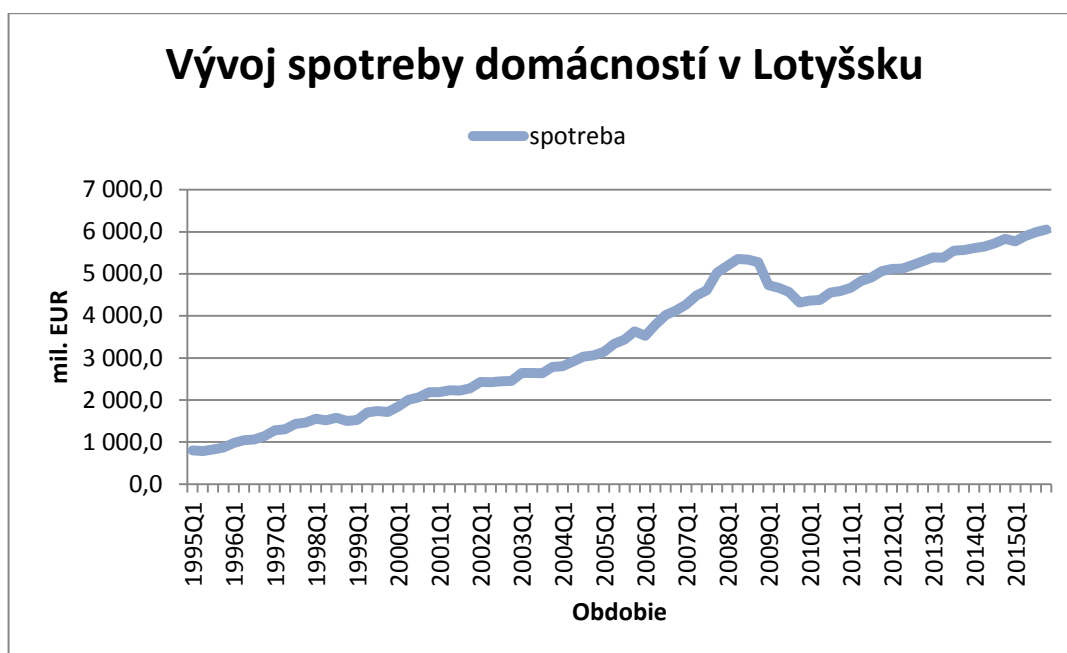
Lotyšská republika sa nachádza taktiež na juhovýchodnom pobreží baltského mora a susedí s Litvou. Spolu s Litvou patrí taktiež medzi päť najmenej vyspelých ekonomík Európskej únie. Podiel poľnohospodárstva na tvorbe HDP tvorí 5 %. Situácia v priemysle sa blíži k priemeru Európskej únie. V poľnohospodárstve pracuje 8 % celkových pracovných síl tejto krajiny. Dominantným sektorom Lotyšska sú však služby, v ktorých pracuje takmer 69 % pracovnej sily a tvorí aj najväčšiu časť HDP – 69,3 %.

¹¹ http://ec.europa.eu/eurostat/statistics-explained/index.php/Unemployment_statistics

Medzi hlavných exportných partnerov tejto krajiny patrí Rusko, Litva a Nemecko. Vyvážajú sa najmä stroje, drevené výrobky a potraviny. Ekonomický rast sa spomalil za posledné roky, nakoľko neustále klesá medziročná miera rastu HDP. Lotyšsko je však považované za učebnicový príklad zvládnutia ekonomickej krízy. Napriek tomu, že v roku 2009 sa ekonomika z dôvodu hospodárskej krízy výrazne prepadla o celých 17,7 %, čo môžeme pozorovať aj na grafickom zobrazení, krajina nepristúpila k devalvácii vtedajšej meny a makroekonomickú nerovnováhu úspešne vyrovnala tzv. vnútornou devalváciou (t.j. znižovaním miezd a cien). V Lotyšsku sa eviduje aj veľký nárast spotreby, kde sa v roku 2014 tvorila 65 % priemeru EÚ oproti 61 % v roku 2012.

Na grafickom zobrazení môžeme vidieť, že Lotyšsko bolo výrazne zasiahnuté hospodárskou krízou. Celkový pokles spotreby bol až o 20 %. Najnižšia hodnota spotreby bola zistená v roku v poslednom štvrtroku 2009.

Graf č. 2 Vývoj spotreby domácností v Lotyšsku



Zdroj: Vlastné výpočty

Dánsko

Dánske kráľovstvo je najmenšou škandinávskou krajinou. K Dánsku prislúcha aj Grónsko a Faerské ostrovy. V súčasnosti patrí medzi krajiny s vysokou životnou úrovňou a vyspelým hospodárstvom. Krajina je však chudobná na nerastné suroviny, preto sa rozvíjajú odvetvia, ktoré majú nízke nároky na suroviny. Poľnohospodárstvo Dánska

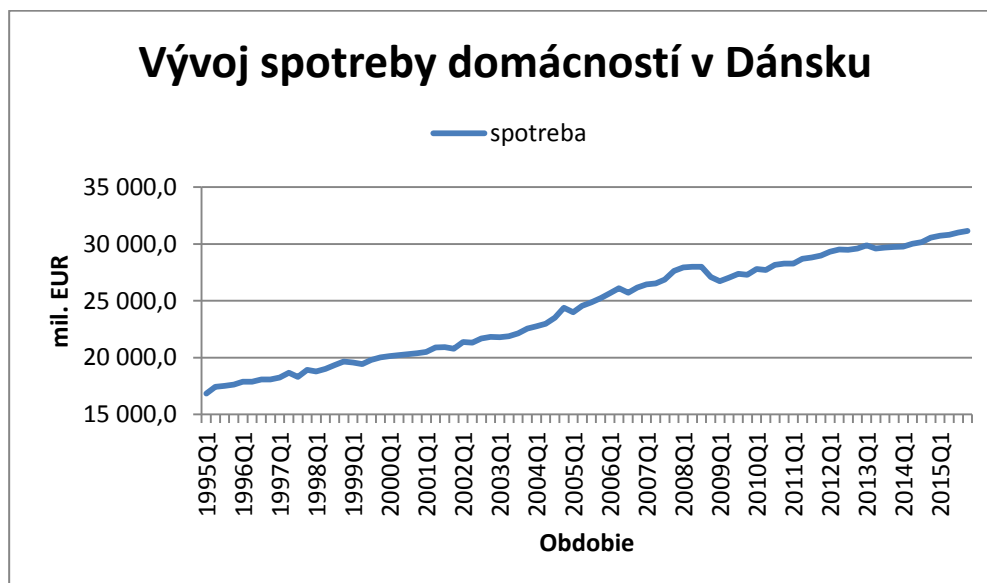
sa orientuje predovšetkým na živočíšnu výrobu. Podiel poľnohospodárstva na tvorbe HDP predstavuje len 1,5 %, pričom tu pracuje len 2,5 % pracovnej sily. Priemysel tvorí 21,4 % HDP. Najväčšiu časť HDP v Dánsku tvoria služby, ktoré predstavujú až 77 %, pričom tu pracujú až 4/5 zamestnancov.

Medzi hlavné exportné krajiny Dánska patrí najmä susedné Nemecko, Švédsko, ale aj Spojené kráľovstvo. Vyváža sa predovšetkým mäso, ryby a stroje. Naopak medzi importné komodity patria už spomínané nerastné suroviny.

V roku 2012 zaznamenalo Dánsko výrazný pokles miery rastu HDP. V nasledujúcich rokoch však dánska ekonomika zaznamenala mierny nárast HDP. Predpokladá sa, že spotreba domácností sa bude zvyšovať s pozvoľným oddlžovaním obyvateľstva. Ekonomický rast je však výrazne ovplyvnený znižovaním ťažobných aktivít v Severnom mori. Za pozitívny trend však možno považovať znižovanie miery nezamestnanosti, ktoré je spôsobené vládnyimi opatreniami.

Na grafickom zobrazení môžeme pozorovať, že Dánsko nebolo zasiahnuté výrazne hospodárskou krízou. Na konci roka 2008 je vidieť pokles spotreby domácností, ktorý je z dôvodu spomínanej krízy. Pokles spotreby však nie je taký výrazný ako pri predošlých krajinách, nakoľko v tomto prípade porovnaním hodnoty spotreby pred krízou a najnižšej hodnoty spotreby počas krízy konštatujeme, že celkovo spotreba klesla len o 5 %. Tento pokles však možno hodnotiť za nepatrný, krajina si udržiava rastúce tempo spotreby.

Graf č. 3 Vývoj spotreby domácností v Dánsku



Zdroj: Vlastné výpočty

Švédsko

Švédske kráľovstvo je taktiež severská krajina v Škandinávii. Svojou rozlohou patrí medzi tretiu najväčšiu krajinu spomedzi štátov Európskej únie.

Tvorba HDP v tejto krajine je takmer totožná s priemerom Európskej únie. Obdobne ako v Lotyšsku a v Dánsku, tak aj v tejto krajine tvoria najväčšiu časť HDP práve služby, čo predstavuje takmer 75 %. Väčšina obyvateľstva preto pracuje práve v službách, pričom tento počet obyvateľstva pracujúceho v sektore služieb je väčší ako priemer v EÚ.

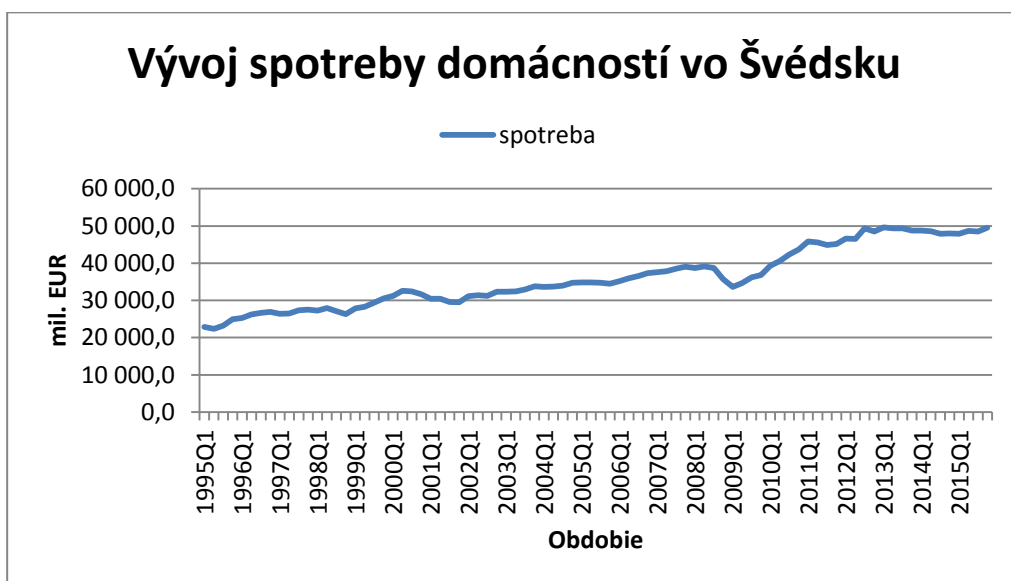
Medzi hlavných exportných partnerov Švédska patrí Nórsko, Nemecko a Spojené kráľovstvo. Vyvážajú sa predovšetkým strojárenské výrobky, ktoré tvoria viac než 1/3 z celkového exportu, automobily a drevo. Dovážajú sa najmä nerastné suroviny ako ropa a ropné produkty.

V roku 2012 zaznamenalo Švédsko pokles miery rastu HDP o 0,29 %. Avšak po tomto roku nabrala opäť rastúci charakter. Najväčším ťahačom ekonomiky je súkromná spotreba a investície. Spotrebu domácností zase tiahnu nízke úrokové sadzby a rastúci disponibilný príjem obyvateľstva, pričom miera nezamestnanosti klesá.

Verejný dlh HDP za posledné desaťročie klesá, avšak len pred pár rokmi opäť prekročil 40 % hranicu. Štátna pokladnica je teda v miernom deficite.

Vývoj spotreby domácností sme aj v prípade tejto krajiny zobrazili na grafe. Oproti Dánsku vo Švédsku pozorujeme väčší dopad hospodárskej krízy na krajinu. Na konci roka 2008 sa výrazne znížila spotreba domácností, avšak krajina sa veľmi rýchlo spamätala, čo môžeme pozorovať nárastom spotreby domácností hneď v druhom štvrtroku nasledujúceho roka. Spotreba počas obdobia krízy klesla až o 14 %. Najnižšia hodnota bola zaznamenaná v prvom kvartáli roku 2009.

Graf č. 4 Vývoj spotřeby domácností vo Švédsku



Zdroj: Vlastné výpočty

2 Cieľ práce

Diplomová práca pozostáva z dvoch hlavných cieľov. Prvým hlavným cieľom je odhad modelov spotreby domácností prostredníctvom modelov panelových dát pre vybrané štyri krajiny Európskej únie. Druhým hlavným cieľom je odhadnutie dlhodobých vzťahov medzi spotrebou domácností a hrubým domácim produktom v týchto krajinách pomocou kointegračnej procedúry.

Prvým čiastkovým cieľom je predstavenie problematiky panelových dát, ich rôznych modelov a hlavné rozdiely medzi nimi.

Druhým čiastkovým cieľom je aplikácia prezentovaných modelov panelových dát a výber vhodného modelu. Na dosiahnutie tohto cieľa sme zvolili určitú postupnosť. Najprv odhadneme spojený regresný model, v ktorom je úrovňová konštanta aj sklon regresnej priamky rovnaký pre každú prierezovú jednotku. Následne odhadneme model s fixnými efektmi. Ďalším krokom je určenie, ktorý z týchto dvoch modelov je vhodnejší. Toto určenie vykonáme prostredníctvom *F-testu*. Ako ďalší model odhadneme aj model s náhodnými efektmi. Nakoniec vykonáme Hausmanov test, ktorým určíme, či je vhodnejšie použiť model s fixnými alebo s náhodnými efektmi. Ako záver tohto čiastkového cieľa odhadneme aj regresný model s umelými premennými, kde preskúmame, či sa spotrebná funkcia jednotlivých krajín líši v úrovňovej konštante alebo sklone oproti zvolenej východiskovej krajine.

Tretí čiastkový cieľ sa týka predstavenia problematiky kointegrácie. Predstavíme rôzne možnosti aplikovania kointegračných procedúr a jednotlivé testy a postupy, ktoré je potrebné aplikovať.

Štvrtým čiastkovým cieľom je aplikácia uvedených kointegračných procedúr. Preskúmanie stacionarity jednotlivých premenných a zistenie rádu integrácie je prvým krokom. Testovanie stacionarity bude vykonané prostredníctvom dvoch testov (rozšíreným Dickeyho-Fullerovým testom a Phillipsovým-Perronovým testom). Následne sa aplikuje Engleova-Grangerova procedúra a vytvorí sa ECM model. Po uskutočnení tejto procedúry aplikujeme aj Johansenovu procedúru, kde vytvoríme model VAR, zistíme počet

oneskorení a schému, ktorú nám odporúča Johansenov kointegračný test a na základe toho vytvoríme vektorový model s korekčným členom (VEC model).

Posledným čiastkovým cieľom je vykonanie prognózy na nasledujúce dva roky (osem kvartálov). Napriek tomu, že je tento čiastkový cieľ posledný je veľmi dôležitý. V ekonometrii sa totiž prikladá veľký význam prognózovaniu budúceho vývoja ekonomických ukazovateľov. Výsledkom tohto čiastkového cieľa budú naprognózované hodnoty spotreby domácností vo zvolených krajinách Európskej únie.

3 Metodika práce a metody skúmania

V tejto kapitole si predstavíme jednotlivé teoretické východiská pre našu praktickú časť záverečnej práce. Budeme sa venovať dvom hlavným problematikám – panelovým dátam a kointegrácii. Z oblasti panelových dát si predstavíme rôzne typy modelov, ktoré je možné odhadovať na tejto báze a testy, prostredníctvom ktorých sa rozhoduje o vhodnosti použitia modelov. V ďalšej časti sa oboznámime sa s pojmom kointegrácia a s možnosťami aplikácie s využitím kointegračných procedúr a s rôznymi spôsobmi testovania stacionarity, čo predstavuje prvý krok v kointegračných procedúrach.

3.1 Panelové dáta

V posledných desaťročiach rastie záujem o problematiku analýzy panelových dát. Panelové dáta poskytujú niekoľko nesporných výhod. Jednou z výhod je to, že panelové dáta nie sú obvykle príliš agregované ako typické dáta v časových radoch, preto môžeme analyzovať komplikovanejšie hypotézy dynamiky a vzájomného správania. Ďalšou výhodou panelových dát je ich schopnosť regulovať individuálnu heterogénnosť. Nekontrolovanie týchto nezistených individuálnych špecifických efektov vedie ku skresleniu výsledných odhadov. Panelové dáta sú taktiež lepšie schopné identifikovať a odhadnúť efekt, ktorý jednoducho nie je detekovateľný v prierezoch. Nevýhodou panelových dát je však návrh a zber dát, či závislosť v rámci prierezu (napr. štáty).

Pri odhadovaní panelových dát je veľmi dôležité stanoviť a vybrať si vhodný typ modelu. Baltagi¹² vo svojej publikácii uvádza dva typy modelov – model fixných efektov (FEM – fixed effect model) a model náhodných efektov (REM – random effect model). Gujarati¹³ však uvádza, že existujú tri typy modelov – spojený regresný model (pooled regression), model s fixnými efektmi a model s náhodnými efektmi. V nasledujúcich podkapitolách si predstavíme rôzne modely panelových dát.

¹² BALTAGI H., B. 2008. *Econometrics*. 4. vydanie. Berlín, Heidelberg: Springer-Verlag. 2008. 392 s. ISBN 978-3-540-76516-5

¹³ GUJARATI N., D. 2004. *Basic Econometrics*. 4. vydanie. New York: McGraw Hill. 1032 s. ISBN 978-0-07-059793-8

3.1.1 *Spojený regresný model*

Najjednoduchším a pravdepodobne primitívnym prístupom k panelovým dátam je spojený regresný model, nazývaný aj pool model. Tento prístup môže byť použitý, keď skupiny, ktoré sú spojené sú relatívne podobné alebo homogénne. Tento model môže byť priamo odhadnutý pomocou metódy najmenších štvorcov.

Spojený regresný model má všeobecný tvar:

$$\mathbf{Y} = \alpha + \mathbf{X}\beta + \mathbf{u}, \quad (3.1)$$

kde:

$\mathbf{Y}$ – matica vysvetľovaných premenných,

$\mathbf{X}$ – matica vysvetľujúcich premenných,

α – úrovňová konštanta,

β – regresný sklon priamky.

Spojený regresný model je charakteristický tým, že odhadnutý model má rovnakú úrovňovú konštantu aj regresný sklon pre všetky prierezové jednotky. Neexistujú žiadne rozdiely medzi prierezovými jednotkami. Tento prístup sa takmer vôbec nevyužíva, nakoľko nezohľadňuje individuálne efekty, ktoré sú pre každú prierezovú jednotku špecifické.

3.1.2 *Model s fixnými efektmi*

Hlavným rozdiel tohto modelu od spojeného regresného modelu je tento model predpokladá rôznorodosť prierezových jednotiek v absolútnych členoch. Pojem fixné efekty má svoje odôvodnenie. Úrovňové konštanty v prípade jednotlivých prierezových jednotiek môžu líšiť, avšak každá úrovňová konštanta prierezovej jednotky sa nemení v čase. To znamená, že čas je nemenný.

Model s fixnými efektmi má všeobecný tvar:

$$\mathbf{Y} = \mathbf{D}\alpha + \mathbf{X}\beta + \mathbf{u}, \quad (3.2)$$

Kde stĺpce matice $\mathbf{D}$ predstavujú umelé premenné. D_i je umelá premenná pre i -tú prierezovú jednotku, ktorá nadobúda hodnotu $d_{it} = 1$, pre i -tú prierezovú jednotku

v období t a hodnotu $d_{it} = 0$ pre ostatné prierezoové jednotky. Z dôvodu, že model obsahuje umelé premenné sa zvykne tento model označovať aj ako LSDV model (Least Squares Dummy Variable).

Model je možné odhadnúť aj ako regresný model bez konštanty alebo sa môže zvoliť jedna prierezoová jednotka za základnú skupinu. Jej hodnota bude v modeli predstavovať absolútny člen a v tom prípade využijeme len $n-1$ umelých premenných.

$$\mathbf{Y} = \alpha_1 + \mathbf{D}_1\alpha^* + \mathbf{X}\beta + \mathbf{u}, \quad (3.3)$$

Kde v modeli matica $\mathbf{D}_1$ predstavuje maticu $\mathbf{D}$, avšak bez pravého stĺpca. Vektor α^* je $n-1$ prvkový vektor diferencujúcich absolútnych členov, ktoré sa vzťahujú na absolútny člen základnej skupiny.

Testovanie významnosti parametrov α sa môže vykonať prostredníctvom ich t -štatistiky. Toto testovanie však zväčša nemá význam. Z toho dôvodu niektoré ekonometrické softvéry túto hodnotu ani neposkytujú. Rozdielnosť medzi jednotlivými prierezoovými jednotkami je preto lepšie testovať pomocou **F-testu**, kde sa porovnáva model bez ohraničení, resp. model FEM a model s ohraničeniami, resp. model pool. Testovacia štatistika má nasledujúci tvar:

$$F = \frac{(RSS_{pool} - RSS_{FEM})/(n-1)}{RSS_{FEM}/(nT-k-n)}, \quad (3.4)$$

kde písmenom T je označený počet pozorovaní pre prierezoovú jednotku. Túto hodnotu porovnáваме s kritickou hodnotou $F(n-1, nT-k-n)$ na zvolenej hladine významnosti. Ak je vypočítaná hodnota väčšia ako kritická hodnota, zamietame nulovú hypotézu, ktorá hovorí, že prierezoové jednotky majú rovnaké absolútne členy.

3.1.3 Model s náhodnými efektmi

V prípade modelu FEM sme predpokladali, že odlišnosť medzi jednotlivými prierezoovými jednotkami sa prejavovala ako posun regresnej funkcie. Individuálne efekty v prípade modelu s fixnými efektmi sú korelované s vysvetľujúcimi premennými. Model s náhodnými efektmi však predpokladá, že individuálne efekty nie sú korelované

s vysvetľujúcimi premennými. Heterogenita medzi prierezovými jednotkami tu nie je pozorovateľná, nakoľko sa stáva súčasťou náhodnej zložky.

$$\mathbf{Y} = \alpha + \mathbf{X}\beta + \mathbf{u}, \quad \mathbf{u} = \mu + \varepsilon, \quad (3.5)$$

Zložka μ predstavuje náhodnú zložku konkrétneho pozorovania v prierezovej jednotke $\mathbf{u}$ a vyjadruje prierezový efekt. Náhodnú zložku špecifickú pre prierezovú jednotku je označená ako ε . Spojením týchto dvoch náhodných zložiek dostávame zloženú náhodnú zložku $\mathbf{u}$. Priemer prierezových absolútnych členov je označený ako α . Náhodná zložka špecifická pre prierezovú jednotku ε je náhodnou odchýlkou od tohto priemeru, ktorá sa nemení s časom. Pre náhodné zložky platí: $\varepsilon \sim (0, \sigma_\varepsilon^2)$, $\mu \sim (0, \sigma_\mu^2)$ a $E(\mu\varepsilon) = 0$.

Model vychádza z predstavy, že efekty, ktoré rozlišujú jednotlivé prierezové jednotky sú náhodné.

Rozhodnutie, či je vhodnejšie použiť model FEM alebo REM sa vykonáva prostredníctvom **Hausmanovho testu** špecifikácie. Nulová hypotéza predpokladá, že jednotlivé odhady parametrov zovšeobecnenej metódy najmenších štvorcov v modeli REM $\hat{\beta}_{REM}$ a odhady parametrov metódy najmenších štvorcov v modeli FEM $\hat{\beta}_{FEM}$ sú konzistentné. Testovacia štatistika má tvar:

$$H = (\hat{\beta}_{FEM} - \hat{\beta}_{REM})^T (\hat{V}_{FEM} - \hat{V}_{REM})^{-1} (\hat{\beta}_{FEM} - \hat{\beta}_{REM}), \quad (3.6)$$

kde:

$\hat{V}_{FEM}$ - odhad asymptotickej variačno-kovariačnej matice parametrov modelu FEM

$\hat{V}_{REM}$ - odhad asymptotickej variačno-kovariačnej matice parametrov modelu REM bez absolútneho člena.

Testovacia štatistika má χ^2 -rozdelenie, kde sa počet stupňov voľnosti rovná počtu parametrov tvoriaci vektor $\hat{\beta}$ mínus 1. Vypočítaná hodnota H sa porovnáva s kritickou hodnotou χ^2 -rozdelenia. Ak vypočítaná hodnota H je menšia ako kritická hodnota, nezamietame nulovú hypotézu o konzistentnosti estimátorov a považujeme za vhodnejšie použiť model REM.

V predchádzajúcich podkapitolách sme si priblížili rôzne typy modelov panelových dát a testy, na základe ktorých sa určí, ktorý typ modelu je vhodné použiť. V nasledujúcich kapitolách prejdeme k problematike kointegrácie. Budeme sa zaoberať spôsobmi testovania jednotkových koreňov pri skúmaní stacionarity časových radov a priblížime si podstatu kointegrácie ako nástroja analýzy závislosti medzi dlhodobými trendmi ekonomických premenných.

3.2 Testovanie stacionarity

Zisťovanie stacionarity časových radov je veľmi dôležitým krokom, nakoľko nestacionarita premenných môže viesť k tomu, že príslušné estimátory nemajú očakávané vlastnosti a testovacie štatistiky sú neadekvátne a nespoľahlivé. Stacionárnym časovým radom nazývame taký rad, ktorý spĺňa určité štatistické vlastnosti, teda ak jeho rozptyl a stredná hodnota sa v čase nemenia, teda sú konštantné a ak kovariancia medzi y_t a y_{t+h} závisí len od h (t.j. od vzdialenosti týchto pozorovaní), a nie od t .

„Stacionaritu môžeme chápať v striktnom zmysle a požadovať nemennosť skúmanej náhodnej premennej v čase, bez ohľadu na to, aký si z nej vyberieme časový úsek.“¹⁴

Stacionaritu¹⁵ môžeme všeobecne rozdeliť na:

- silnú stacionaritu,
- slabú stacionaritu.

Pod pojmom *silná stacionarita* rozumieme, že pravdepodobnostné správanie sa stochastického procesu nie je závislé na čase. Všetky momenty sú teda konštantné a konečné.

Slabá stacionarita znamená, že aspoň stredná hodnota, rozptyl a kovariancia sú nezávislé na čase, konštantné a konečné.

¹⁴ LUKÁČIK M., PEKÁR J. 2006. *Kointegračná analýza v ekonometrii*. [online]. [cit. 2016.04.04.] Dostupné na internete: <<http://www.fhi.sk/files/katedry/kove/veda-vyskum/prace/2006/Lukacik-Pekar2006.pdf>>

¹⁵ FIŘTOVÁ, L. 2014. *Vektorové autoregrese. Aplikace v prognózování*. [online]. [cit. 2016.04.05]. Dostupné na internete: <http://www.jakplavejak.cz/sites/default/files/prilohy/15C_EKO_fin.pdf>

Matematický zápis slabej stacionarity:

$$E(y_t) = \mu = \text{konštanta}, \quad (3.7)$$

$$\text{var}(y_t) = E(y_t - \mu)^2 = \sigma^2 = \text{konštanta}, \quad (3.8)$$

$$\text{cov}(y_t, y_{t+h}) = E(y_t - \mu)(y_{t+h} - \mu) = \sigma_h, \quad (3.9)$$

kde:

μ – stredná hodnota,

σ^2 – rozptyl,

pričom σ_h závisí iba od h , nie od t .¹⁶

Stacionárne procesy sú integrované procesy rádu 0, čo zväčša zapisujeme ako $Y \sim I(0)$. Rad integrácie daného procesu nám určuje počet diferencií, ktoré potrebujeme vykonať na získanie stacionárneho procesu. Teda proces, ktorý je potrebné diferencovať jedenkrát na získanie stacionárneho procesu je integrovaný rádu 1, teda $y_t \sim I(1)$, resp. $\Delta y_t \sim I(0)$. V prípade, že musíme proces diferencovať dvakrát ide o proces integrovaný rádu 2, teda $y_t \sim I(2)$, resp. $\Delta y_t \sim I(1)$, resp. $\Delta^2 y_t \sim I(0)$. Všeobecne môžeme teda zapísať, že ide o proces $Y \sim I(d)$, pričom písmeno d nám určuje počet potrebných diferencií na získanie stacionárneho procesu.

Praktické skúsenosti však ukázali, že mnohé ekonomické časové rady sú nestacionárne. Nestacionaritu premenných spôsobuje najmä prítomnosť trendu. Tento trend môže byť deterministického alebo stochastického charakteru. Je dôležité poznať, aký trend je prítomný v časovom rade, aby sme mohli použiť vhodnú transformáciu.

Deterministický trend je predvídateľný a s postupom času sa nemení. Lineárny deterministický trend v premennej môžeme matematicky zapísať v tvare:

$$y_t = \beta_0 + \beta_1 t + u_t \quad (3.10)$$

Predpokladáme, že náhodná zložka $u_t \sim N(0, \sigma_u^2)$ spĺňa klasické predpoklady a teda je výsledkom stacionárneho procesu.

Stochastický trend je naopak nepredvídateľný, teda náhodný. Pri tomto trende dochádza s časom k jeho zmene, buď sa posúva trendová krivka alebo sa mení jej funkčný

¹⁶ LUKÁČIKOVÁ A., LUKÁČIK M., SZOMOLÁNYI K. 2013. Ekonometria 1. 1. vydanie. Bratislava: Vydavateľstvo EKONÓM, 2013. 338 s. ISBN 978-80-225-3543-4.

tvar. Pre časový rad generovaný procesom náhodnej prechádzky, ktorý obsahuje stochastický trend, platí:

$$y_t = \beta_0 + y_{t-1} + u_t, \quad (3.11)$$

Pričom náhodná zložka u_t spĺňa klasické predpoklady.

3.2.1 *Testovanie stacionarity pomocou testu jednotkového koreňa*

Najjednoduchším prístup testovania stacionarity pomocou jednotkového koreňa vychádza z jednoduchého autoregresného modelu AR(1):

$$y_t = \rho y_{t-1} + \varepsilon_t \quad (3.12)$$

Predpokladáme, že náhodná porucha ε_t predstavuje biely šum, teda je to stacionárny proces.

$$E(\varepsilon_t) = 0, \quad (3.13)$$

$$E(\varepsilon_t^2) = \sigma^2, \quad (3.14)$$

$$E(\varepsilon_t \varepsilon_{t+p}) = 0. \quad (3.15)$$

Ak $\rho = 1$, potom ide o proces náhodnej prechádzky:

$$y_t = y_{t-1} + \varepsilon_t \quad (3.16)$$

Náhodná prechádzka predpokladá, že hodnota v čase t sa bude rovnať hodnote predchádzajúceho obdobia + náhodnej zložke, ktorou je biely šum. To znamená, že ε_t je nezávislý a identicky rozdelený so strednou hodnotou 0 a rozptylom σ^2 . Náhodná prechádzka môže byť považovaná tiež za proces integrovaný určitého radu, teda za proces s jednotkovým koreňom alebo za proces so stochastickým trendom. Proces náhodnej prechádzky je tvorený kumulovaním náhodných premenných, ktoré tvoria biely šum. Keďže jeho prvé tvoria proces bieleho šumu je proces náhodnej prechádzky integrovaný proces rádu 1. Ďalšou charakteristikou náhodnej prechádzky je to, že rozptyl sa vyvíja s časom a pokračuje donekonečna. Preto náhodnú prechádzku nemožno predvídať. Na základe toho môžeme teda konštatovať, že v tomto prípade ide o nestacionárny rad a hovoríme, že rad má jednotkový koreň.

Formulácia hypotéz, prostredníctvom ktorých dôjdeme k záveru o stacionarite, resp. nestacionarite:

$$H_0: \rho = 1, \quad (3.17)$$

$$H_1: \rho < 1. \quad (3.18)$$

Hypotéza H_0 nám hovorí, že rad má jednotkový koreň, teda je nestacionárny.

3.2.2 Testovanie stacionarity pomocou Dickeyho-Fullerovho testu

Najrozšírenejším a najviac používaným testom jednotkového koreňa sú postupy, ktoré rozpracovali Dickey a Fuller¹⁷, známe aj ako *DF test*. Nimi navrhnuté testovacie štatistiky boli odvodené na základe regresného vzťahu (3.19), ktorý zahŕňa konštantu aj trend.

$$\Delta y_t = \gamma + \delta t + (\alpha - 1)y_{t-1} + u_t, \quad (3.19)$$

$$\Delta y_t = (\alpha - 1)y_{t-1} + u_t, \quad (3.20)$$

$$\Delta y_t = \gamma + (\alpha - 1)y_{t-1} + u_t. \quad (3.21)$$

Rovnica (3.20) je bez úrovňovej konštanty a z hľadiska analýzy je najmenej komplikovaná. Jej aplikácia na ekonomické časové rady však nie je častá. Regresia (3.21) má svoje opodstatnenie v prípade, že premenná Y_t neobsahuje žiadny trend. Je zrejmé, že v rovnici (3.21) bude $\gamma = 0$ vždy, keď $\alpha = 1$.

To, ktorý model je vhodné použiť závisí od toho, ako je generovaný skúmaný proces, tzn. či ide o model náhodnej prechádzky, model náhodnej prechádzky s posunom (driftom) alebo model náhodnej prechádzky s posunom a deterministickým trendom.

Dickey a Fuller odvodili pre jednotlivé typy regresíí tri testovacie štatistiky, ktoré za predpokladu náhodnej zložky u_t majú charakter bieleho šumu, overujú platnosť nulovej hypotézy $\alpha - 1 = 0$, resp. $\alpha = 1$. Určili taktiež kritické hodnoty podielu odhadu parametra τ a jeho štandardnej odchýlky. Aby sa rozlíšil tento podiel od t -štatistiky Studentovho rozdelenia, tak sa pomenovala táto štatistika ako τ -štatistika:

¹⁷ Dickey D. A., Fuller, W. A. *Distribution of the Estimator for Autoregressive Time Series with a Unit Root*. Journal of the American Statistical Association. 1979.

$$\tau = \frac{\alpha - 1}{s_\alpha} \quad (3.22)$$

kde:

α – odhad parametra α metódou najmenších štvorcov,

s_α – odhad štandardnej chyby α .

Jednotlivé testovacie štatistiky DF testu sú založené na regresiach (3.19), (3.20), (3.21) a spravidla sa označujú $\tau_{ct}, \tau_{nc}, \tau_c$.

Pomocou Dickeyho-Fullerovho testu sa porovnáva vypočítaná hodnota τ s kritickou hodnotou τ -štatistiky. V prípade, že je vypočítaná hodnota nižšia ako kritická hodnota sa zamietá nulová hypotéza o nestacionarite procesu.

Tento test jednotkového koreňa platí len za predpokladu, že náhodné zložky u_t v modeloch (3.19), (3.20), (3.21) sú sériovo nezávislé. Tento predpoklad však v modeloch ekonomických časových radov často nie je splnený a tým pádom tento test je nevhodný. Preto Dickey a Fuller navrhli modifikáciu DF testu, ktorá je použiteľná pri veľkých výberoch aj v prípade autokorelácie náhodných zložiek. Tento modifikovaný DF test sa nazýva rozšírený Dickeyho-Fullerov test (ADF test). Autori rozšírili pôvodný model na všeobecný autoregresný model rádu r , t.j. $AR(r)$, kde sa eliminuje problém autokorelácie pridanými autoregresnými členmi:

$$\Delta Y_t = \gamma + \delta t + (\alpha - 1)Y_{t-1} + \sum_{j=1}^{r-1} \alpha_j \Delta Y_{t-j} + u_t, \quad (3.23)$$

$$\Delta Y_t = (\alpha - 1)Y_{t-1} + \sum_{j=1}^{r-1} \alpha_j \Delta Y_{t-j} + u_t, \quad (3.24)$$

$$\Delta Y_t = \gamma + (\alpha - 1)Y_{t-1} + \sum_{j=1}^{r-1} \alpha_j \Delta Y_{t-j} + u_t. \quad (3.25)$$

Rozhodnutie o počte autoregresných členov r , ktoré eliminujú problém s autokoreláciou, sa odporúča vykonať pomocou Schwarzovho informačného kritéria. Rozšírenie pôvodného modelu o výraz ΔY_{t-j} nám umožňuje testovať regresné vzťahy, ktorých náhodné zložky sú generované i procesom ARMA. Po odhade vyššie spomenutých

rozšírených modelov je možné aplikovať všetky tri testovacie τ -štatistiky. Kritické hodnoty sú rovnaké, ako pri nerozšírenom teste.

Sila testov jednotkových koreňov klesá v prípade, keď odhadujeme model z dát, ktoré sú sezónne očistené. Na ich základe testovacie štatistiky vedú k odmietnutiu nulovej hypotézy menej často, ako pri použití dát zaťažených sezónnosťou (Ghysels and Perron, 1993)¹⁸. Preto pri testovaní jednotkového koreňa sa odporúča použiť sezónne neočistené údaje, nakoľko pri nich môžeme očakávať presnejšie výsledky.

3.2.3 Testovanie stacionarity pomocou Phillipsovho-Perronovho testu

Phillips a Perron¹⁹ v roku 1988 vynášli test jednotkového koreňa, ktorý sa stal populárnym pri analýzach finančných časových radov (PP test). Phillipsov-Perronov test jednotkového koreňa je veľmi podobný testu Dickeyho-Fullera. Rozdiel medzi nimi je najmä v tom, akým spôsobom pristupujú k sériovej autokorelácii a heteroskedasticite. ADF testy používajú autokoreláciu na aproximáciu chýb ARMA štruktúry v regresii, pričom PP testy ignorujú akúkoľvek sériovú autokoreláciu.²⁰

Testovacia regresia pre PP test je v tvare:

$$\Delta y_t = \beta' D_t + \pi y_{t-1} + u_t, \quad (3.26)$$

kde:

D_t – obsahuje deterministické zložky,

pričom $u_t \sim I(0)$ a môže byť heteroskedastická.

V PP teste ja potrebné sa rozhodnúť, či sa zahrnie konštanta a/alebo trend. Najväčšou výhodou Phillipsovho-Perronovho testu je to, že je robustným riešením heteroskedasticity náhodnej zložky u_t . Ďalšou výhodou PP testu je aj to, že analytik nemusí

¹⁸ GHYSELS E, PERRON P. 1993. *The Effect of Seasonal Adjustment Filters on Test for a Unit Root*. Journal of Econometrics, 55, 1993.

¹⁹ PHILLIPS P. C. B., PERRON P. 1988. *Testing for a Unit Root in Time Series Regression*. Biometrika, 75, 1988.

²⁰ ZIVOT E., WANG J. 2003. *Modelling financial time series with S-Plus*. New York: Springer Science+Business Media, 2003. 627 s. ISBN 978-0-387-21763-5.

špecifikovať počet oneskorení v regresii. Jeho nevýhodou je to, že je založený na asymptotických testoch a z toho dôvodu je použiteľný len pre veľké výbery.

3.3 Kointegrácia

V regresných modeloch by sa nemali nachádzať nestacionárne časové rady premenných, pretože inak hrozí falošná regresia. Existuje však situácia, keď toto pravidlo neplatí. Ak X_t a y_t sú nestacionárne, a $X_t \sim I(1)$ a taktiež aj $y_t \sim I(1)$ potom očakávame, že aj ich rozdiel alebo ich nejaká lineárna kombinácia bude tiež $I(1)$. Existujú však prípady, kedy ich lineárna kombinácia je stacionárna, t.j. $u_t \sim I(0)$:

$$u_t = y_t - \beta_0 - \beta_1 X_t \quad (3.27)$$

V tomto prípade teda hovoríme, že rady X_t a y_t sú kointegrované. Všeobecne považujeme dva rady za kointegrované, ak sú oba rady integrované rovnakého rádu a existuje lineárna kombinácia týchto dvoch radov, ktorá je integrovaná nižšieho rádu. Znamená to teda, že medzi nimi existuje dlhodobý vzťah.

3.4 Engleova-Grangerova procedúra a model s korekčným členom

Nepravá regresia môže vzniknúť len ak vysvetľovaná a vysvetľujúce premenné sú nestacionárne. Avšak praktické skúsenosti ukazujú, že veľké množstvo ekonomických časových radov je nestacionárnych. To znamená, že falošná regresia predstavuje pomerne častý jav pri modelovaní. Preto sa snažili Engle a Granger²¹ navrhnúť koncepciu, ktorá nám umožní vyriešiť daný problém. Ich koncepcia teda umožňuje využiť pri modelovaní aj nestacionárne premenné. V rámci nej sa predpokladá, že ak je medzi nestacionárnymi radmi dlhodobá závislosť, tak existuje ich nejaká lineárna kombinácia, ktorá je stacionárna. Napriek určitým výhradám je tento test najviac využívaným, hlavne pre svoju jednoduchosť. V prípade výskytu autokorelácie náhodných zložiek či reziduí je vhodné aplikovať rozšírený Engleov-Grangerov test kointegrácie.

Táto procedúra testuje nulovú hypotézu, že premenné nie sú kointegrované, proti alternatívnej hypotéze ich kointegrácie na základe testu jednotkového koreňa.

²¹ ENGLE R. F., GRANGER C. W. J. 1987. *Co-integration and Error Correction: Representation, Estimation and Testing*. *Econometrica*, 55, 1987.

Pri testovaní stacionarity sa testom jednotkových koreňov zistí rád, ktorým sú dané premenné integrované. Môžu nastať tri rozličné prípady²²:

- rád integrácie premenných je *rovnaký* (s výnimkou stacionarity) – môže nasledovať Engleova-Grangerova procedúra,
- rád integrácie premenných je *rôzny* – premenné nie sú kointegrované,
- premenné sú *stacionárne* – na odhad je možné použiť štandardné regresné techniky a preto sa testovacia procedúra končí.

Pomocou klasickej metódy najmenších štvorcov sa následne odhadne rovnica dlhodobej rovnováhy, ktorá sa nazýva tiež aj *rovnica kointegrácie* :

$$y_t = \beta_0 + \beta_1 x_t + \varepsilon_t \quad (3.28)$$

Aby boli premenné y_t a x_t kointegrované, musia byť náhodné poruchy v rovnici dlhodobej rovnováhy stacionárne.

EG test kointegrácie je založený na DF teste. Preto sa v ďalšom kroku testuje rozšíreným Dickeyho-Fullerovým testom časový rad reziduálov e_t , ktoré boli získané z odhadu rovnice dlhodobej rovnováhy (3.28). Testujeme model:

$$\Delta e_t = \lambda e_{t-1} + \sum_{j=1}^p \gamma_j \Delta e_{t-j} + v_t \quad (3.29)$$

Je potrebné zohľadniť fakt, že v reziduále by nemal byť trend. Pri teste reziduálov sa nevyužívajú obvyklé τ -štatistiky, ale *MacKinnonove* kritické hodnoty z dôvodu skresleného odhadu λ .²³ Vypočítaná hodnota sa porovnáva s kritickou hodnotou. Ak je vypočítaná hodnota väčšia ako kritická, nezamietame nulovú hypotézu o nestacionarite radu reziduálov.

Testovanie kointegrácie je náročnejšie v prípade, že (potenciálny) kointegrujúci parameter β_1 je neznámy. Predtým ako začneme testovať prítomnosť jednotkového koreňa musíme najprv odhadnúť parameter β_1 . Predpokladáme, že y_t a X_t sú kointegrované,

²² LUKÁČIK M., PEKÁR J. 2006. *Kointegračná analýza v ekonometrii*. [online]. Dostupné na internete: <<http://www.fhi.sk/files/katedry/kove/veda-vyskum/prace/2006/Lukacik-Pekar2006.pdf>>

²³ LUKÁČIKOVÁ A., LUKÁČIK M., SZOMOLÁNYI K. 2013. *Ekonometria* 1. 1. vydanie. Bratislava: Vydavateľstvo EKONÓM, 2013. 338 s. ISBN 978-80-225-3543-4.

čo vedie k tomu, že estimátor β_1 z regresie (3.28) je konzistentný. Problémom je to, že nulová hypotéza uvádza, že dva rady nie sú kointegrované, čo ale znamená, že ide o falošnú regresiu. Našťastie je možné tabelovať kritické hodnoty, aj keď je parameter β_1 odhadnutý, kde aplikujeme DF alebo ADF test na reziduály. Jediným rozdielom je, že kritické hodnoty sú na základe odhadnutého parametra β_1 .

Ak sú premenné kointegrované, tak medzi nimi existuje dlhodobý vzťah. Premenné však z krátkodobého hľadiska môžu byť v nerovnováhe. Dynamika krátkodobých nerovnovážnych vzťahov medzi premennými sa môže vyjadriť pomocou tzv. modelu s korekčným členom (ECM – Error Correction Model). Tento model je spojením kointegrujúceho vektora, ktorý zahŕňa pôvodné nediferencované premenné a stacionárnych diferencií premenných. ECM spája v sebe krátkodobé a dlhodobé správanie premenných.

Model ECM má tvar:

$$\Delta y_t = \alpha_0 + \alpha_1 \Delta x_t + \lambda(y_{t-1} - \beta_0 - \beta_1 x_{t-1}) + \varepsilon_t \quad (3.30)$$

Keďže v rovnici (3.28) máme vyjadrený vzťah, ktorý sa nachádza v zátvorke, potom možno prepísať model ECM do tvaru:

$$\Delta y_t = \alpha_0 + \alpha_1 \Delta x_t + \lambda u_{t-1} + \varepsilon_t \quad (3.31)$$

Premenná pri parametri λ je oneskorená hodnota chyby kointegrujúcej regresie. Predpokladáme, že $\lambda < 0$. Model hovorí, že zmena premennej y_t závisí od zmeny premennej x_t a od minulej chyby rovnováhy u_{t-1} . Ak je táto chyba nenulová, premenné nie sú v rovnovážnom stave.

Výhodou modelu ECM je, že pri odhade jeho parametrov nevzniká problém falošnej regresie. Naopak jeho nevýhodou je to, že sa nedá aplikovať v prípade použitia viacerých premenných a umožnenia viacerých kointegračných vzťahov.

3.5 Johansenova procedúra

Nedostatky, resp. problémy, ktoré sú pri Englovej-Grangerovej procedúre sa snaží riešiť Johansenova procedúra. Táto metóda rieši hlavne problém viacerých kointegračných vzťahov. Umožňuje skúmanie kointegrácie medzi n premennými, čiže môže v takomto

prípade medzi nimi existovať až $n-1$ kointegračných vektorov. Tento test je široko používaný pri viacrozmernej analýze časových radov.

Johansen navrhol testovať kointegráciu na základe vektorovo autoregresného modelu (VAR) stupňa p bez absolútneho člena:

$$y_t = A_1 y_{t-1} + \dots + A_p y_{t-p} + \varepsilon_t \quad (3.32)$$

kde y_t predstavuje k -rozmerný vektor premenných integrovaných rádu 1 $I(1)$, x_t je vektor deterministických premenných a ε_t je chybový člen.

Model VAR môžeme prepísať do nasledujúceho tvaru:

$$\Delta y_t = B y_{t-1} + \sum_{j=1}^p B_j \Delta y_{t-j+1} + v_t \quad (3.33)$$

kde:

$$B = -\left(I - \sum_{i=1}^p A_i\right) \text{ a } B_j = -\sum_{i=j+1}^p A_i \text{ pre } j = 1, 2, \dots, p-1, \quad (3.34)$$

pričom I je jednotková matica.

Nakoľko predpokladáme, že všetky premenné sú integrované rádu 1, teda aj rady $y_{t-j} \sim I(1)$ a môžeme teda konštatovať, že premenné Δy_{t-j} sú stacionárne a model môže byť konzistentne odhadnutý.

Prostredníctvom Johansenovej procedúry môžeme dospieť k nasledovným záverom²⁴:

- *Hodnota matice $B = 0$* , potom všetky prvky matice sú taktiež rovné nule. Medzi premennými teda nie je dlhodobý vzťah a teda nie sú kointegrované. Model VAR by mal byť formulovaný pomocou diferencií.
- *Hodnota matice $B=m$* , potom sú všetky premenné integrované rádu 0, nakoľko sú všetky jej riadky nezávislé a y_t je stacionárne. Model VAR by mal byť formulovaný v pôvodných úrovniach premenných.

²⁴ LUKÁČIK M., PEKÁR J.. 2006. *Kointegračná analýza v ekonometrii*. [online]. Dostupné na internete: <<http://www.fhi.sk/files/katedry/kove/veda-vyskum/prace/2006/Lukacik-Pekar2006.pdf>>

- Hodnota matice $\mathbf{B}=r$, pričom $r < m$. Riadky matice sú lineárne závislé a maticu $\mathbf{B}$ možno zapísať v tvare $B = DC^T$. Matica $\mathbf{D}$ predstavuje maticu prispôsobenia sa a matica $\mathbf{C}$ je kointegrujúca matica. Každému stĺpcu matice $\mathbf{C}$ zodpovedá jeden kointegračný vektor. Model VAR by mal byť formulovaný ako vektorový model s korekčným členom (VEC).

Johansenova procedúra pozostáva z dvoch testovacích štatistík – testovacia štatistika maxima charakteristických hodnôt λ_{max} (maximum eigenvalue test) a testovacia štatistika stopy λ_{trace} (trace test). Tieto dve štatistiky nám umožňujú určiť počet kointegračných vektorov v modeli. Pri testovaní tieto testovacie štatistiky často produkujú rozdielne výsledky.²⁵ Je to na analytikovi, aby starostlivo skúmal kointegračné vzťahy.

Testovacia štatistika stopy λ_{trace}

Testovacia štatistika skúma nulovú hypotézu, či počet lineárnych kombinácií (napr. r) je rovný danej hodnote (r_0), proti alternatívnej hypotéze, kde je počet lineárnych kombinácií väčší ako daná hodnota, t.j. $r > r_0$.²⁶

Matematická formulácia hypotéz:

$$H_0: r = r_0 \quad (3.35)$$

$$H_1: r > r_0 \quad (3.36)$$

Štatistika stopy má tvar:

$$\lambda_{trace}(r_0, n) = -T \sum_{i=r_0+1}^n \ln(1 - \lambda_i) \quad (3.37)$$

kde:

T – počet použiteľných pozorovaní,

λ_i – i -tá maximálna charakteristická hodnota matice $\mathbf{B}$.

²⁵ LAHARI, W. 2011. *Tests for Cointegration – Determining Variable Relationships*. [online]. Dostupné na internete: < http://www.pftac.org/filemanager/files/Macro/4_Tests.pdf >

²⁶ SPIDER FINANCIAL CORP. 2008. *Cointegration test*. [online]. Dostupné na internete: < <http://www.spiderfinancial.com/support/documentation/numxl/users-guide/statistical-testing/cointegration-test> >

K testovaniu existencie kointegrácie pomocou testovacej štatistiky stopy sme si stanovili, že platí $r_0 = 0$ a skúmame, či môže byť nulová hypotéza zamietnutá. Ak nezamietame nulovú hypotézu, tak neexistuje žiaden kointegračný vektor medzi premennými. Naopak, ak zamietame nulovú hypotézu, tak môžeme konštatovať, že existuje aspoň jeden kointegračný vektor medzi premennými.

Testovacia štatistika maxima charakteristických hodnôt λ_{max}

Rovnako aj táto testovacia štatistika skúma nulovú hypotézu, či počet lineárnych kombinácií (napr. r) je rovný danej hodnote (r_0). Rozdielna je však alternatívna hypotéza, ktorá skúma, či počet kointegračných vektorov je rovný hodnote ($r_0 + 1$).

Matematická formulácia hypotéz:

$$H_0: r = r_0 \quad (3.38)$$

$$H_1: r = r_0 + 1 \quad (3.39)$$

Štatistika maxima charakteristických hodnôt je definovaná takto:

$$\lambda_{max}(r_0, r_{0+1}) = -T \ln(1 - \lambda_{r_{0+1}}) \quad (3.40)$$

Test maxima charakteristickej hodnoty skúma, či najväčšia charakteristická hodnota je nula vzhľadom k alternatíve, že nasledujúca najväčšia charakteristická hodnota je nula. Prvým testom je to, či hodnosť matice **B** je nulová. Nulová hypotéza hovorí, že hodnosť matice je rovná nule a alternatívna hypotéza, že hodnosť matice je rovná 1. Pre ďalšie testy platí nulová hypotéza, že hodnosť matice **B** sa rovná 1,2,... a pre alternatívnu hypotézu zasa, že hodnosť matice **B** sa rovná 2,3,...

Ak skúmame nulovú hypotézu, že hodnosť matice **B** je rovná 0 proti alternatívnej hypotéze, že hodnosť matice **B** je rovná 1. Ak hodnosť matice je nula, hodnota maxima charakteristickej hodnoty je tiež nula, potom môžeme konštatovať, že tu nie je prítomná kointegrácia a test je na konci. Ak však najväčšia charakteristická hodnota λ_1 je nenulová, hodnosť matice je najmenej 1 a môže tu byť viacero kointegračných vektorov. Potom

testujeme, či hodnota druhej najväčšej charakteristickej hodnoty λ_2 je nula. Ak jej hodnota je nulová, test je vykonaný a môžeme konštatovať, že tu je presne jeden kointegračný vektor. V prípade, že jej hodnota je rôzna od nuly a sú tu viac ako dve premenné, môže byť prítomných viac kointegračných vektorov. Potom testujeme hodnotu λ_3 , až kým nulová hypotéza nemôže byť zamietnutá.²⁷

Obe vyššie spomenuté testovacie štatistiky majú χ^2 -rozdelenie s počtom stupňov voľnosti $(N - r_0)$, kde N predstavuje počet endogénnych premenných a r_0 je hodnota matice **B**.²⁸

²⁷ DWYER P., GERALD. 2015. *The Johansen Tests for Cointegration*. [online]. Dostupné na internete: <<http://www.jerrydwyer.com/pdf/Clemson/Cointegration.pdf>>

²⁸ CHOCHOLATÁ, M. 2009. Aplikácia Johansenovej kointegračnej metódy pri testovaní platnosti parity kúpnej sily na Slovensku. In *Ekonomické rozhlady*. ISSN 0323-262X, 2009, roč. 38, č.4, s. 481-495

4 Výsledky práce a diskusia

Analýzu spotreby domácností sme realizovali na štvrťročných dátach štyroch vybraných krajín – Litva, Lotyšsko, Dánsko, Švédsko. Zdrojom všetkých dát je internetová stránka European statistics (Eurostat)²⁹. Dáta sú sezónne a kalendárne očistené dáta za obdobie 1. štvrťrok 1995 až 4. štvrťrok 2015, čo spolu predstavuje 84 pozorovaní. Ide o dáta v bežných cenách a v miliónoch eur. Na modelovanie spotreby domácností sme využili ekonometrický program EViews 7, pričom všetky výsledky analýzy, ktoré sme dostali sú výstupmi z tohto softvéru.

Premenné použité v modeloch:

GDP – hrubý domáci produkt v bežných cenách (v mil. EUR),

CONSUM – spotreba domácností v bežných cenách (v mil. EUR).

4.1 Modely panelových dát

V nasledujúcej časti diplomovej práce sme pracovali s dátami vo forme panelov. Údaje sme importovali do programu Eviews 7, pričom dané dáta boli interpretované ako panelové. Spolu máme 84 pozorovaní pre každú prierezovú jednotku. Každý štát tvorí v našom modeli jednu prierezovú jednotku. Označenie prierezových jednotiek je nasledovné:

1 – Litva (skr. LT),

2 – Lotyšsko (skr. LV),

3 – Dánsko (skr. DK),

4 – Švédsko (skr. SE).

V práci sme odhadli tri typy modelov – spojený regresný model (tzv. pool model), model s fixnými efektmi a model s náhodnými efektmi. Na záver sme vykonali test, na základe ktorého určíme, ktorý typ modelu je najvhodnejší.

²⁹ [http:// http://ec.europa.eu/eurostat](http://ec.europa.eu/eurostat)

4.1.1 *Spojený regresný model – Pool*

Prvým z odhadnutých modelov je model Pool. Tento model sme odhadli v nasledujúcom tvare pomocou metódy najmenších štvorcov:

$$consum_{it} = \alpha + \beta gdp_{it} + u_{it}, \quad pre i = 1, \dots, 4, t = 1, \dots, 84 \quad (4.1)$$

Parameter α predstavuje úrovňovú konštantu a parameter β sklon regresnej krivky. Závislú premennú tvorí spotreba domácností príslušnej krajiny a nezávislú zasa hrubý domáci produkt krajiny.

Odhadnutý model Pool sa nachádza v prílohe č. 1. Tento odhad modelu je pre všetky štyri štáty rovnaký, nakoľko model Pool nepredpokladá, že sa prierezové jednotky líšia v úrovňovej konštante alebo v regresnom sklone.

Zápis odhadnutého modelu v tvare rovnice:

$$\widehat{consum}_{it} = 930,09 + 0,44gdp_{it} \quad (4.2)$$

Z výstupu zo softvéru uvedeného v prílohe je zrejmé, že zamietame nulovú hypotézu o štatistickej nevýznamnosti parametrov α, β . Hodnota spotreby domácností na domácnosť na mesiac v Litve, Lotyšsku, Švédsku a Dánsku nezávislá od výšky spotreby domácností v týchto štátoch dosahuje úroveň 930,09 € na domácnosť na mesiac.

4.1.2 *Model s fixnými efektmi (FEM)*

Ďalším modelom panelových dát je model s fixnými efektmi. V tomto modeli predpokladáme, že úrovňové konštanty sú pre každú prierezovú jednotku rôzne, ale sklony regresnej krivky pre jednotlivé prierezové jednotky sú konštantné. Parameter α nám v tomto prípade vyjadruje fixný prierezový vplyv, pričom je v čase nemenný (konštantný).

Všeobecný tvar odhadovaného modelu s fixnými efektmi:

$$consum_{it} = \alpha_i + \beta gdp_{it} + u_{it} \quad (4.3)$$

Odhadnutý model sa nachádza v prílohe č. 2. Všetky parametre sú opäť štatisticky významné. Nakoľko úrovňové konštanty sú v prípade tohto modelu pre každú prierezovú

jednotku odlišné je potrebné ich vypočítať. K ich výpočtu potrebujeme ešte získať fixné efekty jednotlivých prierezoých jednotiek.

Zápis spotrebnej funkcie pomocou modelu s fixnými efektmi pre jednotlivé štáty v tvare rovníc:

$$\begin{aligned}\widehat{consum}_{LT,t} &= (1016,44 - 392,76) + 0,44GDP_{LT,t} \\ \widehat{consum}_{LV,t} &= (1016,44 + 65,96) + 0,44GDP_{LV,t} \\ \widehat{consum}_{DK,t} &= (1016,44 + 488,6) + 0,44GDP_{DK,t} \\ \widehat{consum}_{SE,t} &= (1016,44 - 161,81) + 0,44GDP_{SE,t}\end{aligned}\tag{4.4}$$

Interpretujeme parameter β_0 pre Litvu. Hodnota spotreby domácností na domácnosť na mesiac v Litve nezávislá od výšky spotreby domácností v tejto krajine dosahuje úroveň 623,68 € na domácnosť na mesiac.

4.1.3 *Vhodnosť použitia Pool alebo FEM*

Na určenie rozhodnutia, či je lepšie použiť spojený regresný model alebo model s fixnými efektmi sa používa testovanie prostredníctvom *F*-štatistiky.

K preskúmaniu vhodnosti použitia modelu je potrebné sformulovať nulovú a alternatívnu hypotézu. Predpokladáme teda, že nulová hypotéza nám hovorí, že úrovňové konštanty sú totožné pre všetky prierezoé jednotky a v prípade alternatívnej hypotézy, že úrovňové konštanty sú rôzne v prípade jednotlivých prierezoých jednotiek. Z uvedenej konštrukcie hypotéz vyplýva, že v prípade nezamietnutia nulovej hypotézy je lepšie použiť model Pool, nakoľko v tomto modeli sú úrovňové konštanty rovnaké. Naopak zamietnutie nulovej hypotézy nám hovorí, že je lepšie použiť model FEM, keďže pri tomto modeli sú úrovňové konštanty rôzne.

Vypočítanú hodnotu testovacej štatistiky je potrebné porovnať s kritickou hodnotu v tabuľkách. Vypočítanú hodnotu *F*-štatistiky sme získali z programu EViews.

$$F_{vyp} = 42,98$$

$$F_{krit}(3,4 * 84 - 1 - 4) = F(3,331) = 2,63$$

Z uvedeného vidíme, že porovnaním vypočítanej hodnoty s kritickou sme dospeli k výsledku, že vypočítaná hodnota je vyššia ako kritická $F_{vyp} > F_{krit}$, čo znamená, že na hladine významnosti 0,05 zamietame nulovú hypotézu o rovnakých konštantách v prípade všetkých prierezových jednotiek. Môžeme teda konštatovať, že je vhodnejšie použiť model s fixnými efektmi ako spojený regresný model, nakoľko sú úrovňové konštanty rôzne v prípade jednotlivých prierezových jednotiek, v našom prípade štátov.

4.1.4 Model s náhodnými efektmi (REM)

Posledným skúmaným typom modelu prierezových jednotiek je práve model s náhodnými efektmi. V tomto modeli predpokladáme, že jednotlivé úrovňové konštanty pre jednotlivé prierezové jednotky sú náhodne zvolené.

V prípade REM odhadujeme model v nasledujúcom tvare:

$$consum_{it} = \alpha + \beta gdp_{it} + \varepsilon_i + u_{it}, \quad (4.5)$$

V prípade modelu REM sú taktiež všetky parametre štatisticky významné. Na výpočet jednotlivých úrovňových konštánt je potrebné získať opäť tabuľku efektov jednotlivých prierezových jednotiek. Odhadnutý model so zohľadnením efektov prierezových jednotiek môžeme zapísať v tvare rovníc pre jednotlivé krajiny nasledovne:

$$\begin{aligned} \widehat{consum}_{LT,t} &= 1004,11 + 0,44GDP_{LT,t} - 375,72 \\ \widehat{consum}_{LV,t} &= 1004,11 + 0,44GDP_{LV,t} + 75,22 \\ \widehat{consum}_{DK,t} &= 1004,11 + 0,44GDP_{DK,t} + 475,23 \\ \widehat{consum}_{SE,t} &= 1004,11 + 0,44GDP_{SE,t} - 174,73 \end{aligned} \quad (4.6)$$

Interpretujeme pre Dánsko: Hodnota spotreby domácností na domácnosť na mesiac v Dánsku nezávislá od výšky spotreby domácností v tejto krajine dosahuje úroveň 1479,34 € na domácnosť na mesiac.

4.1.5 Vhodnosť použitia FEM alebo REM – Hausmanov test

Rozhodnutie, či je vhodnejší model s fixnými alebo náhodnými efektmi je opäť potrebné vykonať na báze testovania. Vhodnosť týchto modelov sa skúma tzv.

Hausmanovým testom. Pre prijatie rozhodnutia je potrebné si opäť sformulovať nulovú a alternatívnu hypotézu. Nulová hypotéza predpokladá, odhady parametrov získané zovšeobecnenou metódou najmenších štvorcov spolu s odhadmi parametrov získanými metódou najmenších štvorcov sú konzistentné. Alternatívna hypotéza naopak predpokladá, že konzistentné sú iba odhady parametrov získané metódou najmenších štvorcov. Môžeme teda povedať, že nezamietnutie nulovej hypotézy predpokladá, že je vhodnejšie použiť model s náhodnými efektmi. Alternatívna hypotéza nám naopak naznačuje, že je v tomto prípade vhodnejší model s fixnými efektmi.

Výpočet štatistiky sme opäť realizovali pomocou programu EViews, ktorý ju ponúka vo svojom výstupe. Túto vypočítanú hodnotu H porovnávame s kritickou hodnotou χ^2 – rozdelenia, kde počet stupňov voľnosti kritickej hodnoty je zhodný s počtom nezávislých premenných.

$$H = 0,14$$

$$\chi^2_{krit}(1) = 3,84$$

Na základe Hausmanovho testu sme dospeli k záveru, že $H < \chi^2_{krit}$, teda nezamietame nulovú hypotézu a konštatujeme, že pri rozhodovaní medzi voľbou FEM a REM sa javí ako vhodnejší práve model s náhodnými efektmi (REM).

4.1.6 *Prierezové jednotky sa líšia v sklone*

Pri prechádzajúcich typoch modelov sme predpokladali, že sa jednotlivé prierezové jednotky líšia len v úrovňovej konštante, sklon regresnej priamky bol konštantný. Preto sme odhadli aj model, kde sa prierezové jednotky líšia aj v sklone. K odhadu je potrebné vytvoriť umelé premenné pre každú prierezovú jednotku zvlášť.

Umelé premenné d_i sme vytvorili tak, že pre danú krajinu nadobúdajú hodnotu 1, inak 0:

- d_1 – nadobúda hodnotu 1 pre Litvu inak 0,
- d_2 – nadobúda hodnotu 1 pre Lotyšsko inak 0,
- d_3 – nadobúda hodnotu 1 pre Dánsko inak 0,
- d_4 – nadobúda hodnotu 1 pre Švédsko inak 0.

pričom za východiskovú krajinu sme si zvolili Litvu, v našom prípade pre túto krajinu prislúcha umelá premenná s označením $d1$. Túto umelú premennú sme do odhadu modelu nezahrnuli, nakoľko je to porovnávacia krajina.

Všeobecná formulácia odhadovaného modelu:

$$\begin{aligned} consum_{it} = & \alpha + \beta_1 * gdp_{it} + \beta_2 * d_{2i} * gdp_{it} + \beta_3 * d_{3i} * gdp_{it} \\ & + \beta_4 * d_{4i} * gdp_{it} + u_{it} \end{aligned} \quad (4.7)$$

Odhad modelu pomocou metódou najmenších štvorcov prostredníctvom softvéru Eviews sa nachádza v prílohe č. 4. Z výstupu je zrejmé, že všetky parametre sú na hladine významnosti 5 % štatisticky významné. Z toho vyplýva, že všetky krajiny sa oproti Litve líšia v sklone regresnej priamky.

Odhadnutý model môžeme zapísať pre jednotlivé krajiny v tvare rovníc:

$$\begin{aligned} \widehat{consum}_{LT,t} &= 294,06 + 0,54GDP_{LT,t} \\ \widehat{consum}_{LV,t} &= 294,06 + (0,54 + 0,05)GDP_{LV,t} \\ \widehat{consum}_{DK,t} &= 294,06 + (0,54 - 0,08)GDP_{DK,t} \\ \widehat{consum}_{SE,t} &= 294,06 + (0,54 - 0,09)GDP_{SE,t} \end{aligned} \quad (4.8)$$

Ak sa spotreba domácností na domácnosť na mesiac v Lotyšsku zvýši o 1 €, spotreba domácností sa v priemere zvýši o 0,59 € na domácnosť na mesiac za ostatných nezmenených podmienok.

4.1.7 *Prierezové jednotky sa líšia v úrovňovej konštante aj sklone*

V predchádzajúcej podkapitole sme odhadli model, v ktorom sa jednotlivé prierezové jednotky líšili len v sklone. Pomocou umelých premenných môžeme odhadnúť aj model, kde sa jednotlivé prierezové jednotky budú líšiť vo všetkých koeficientoch (nielen v sklone regresnej priamky ale aj v úrovňovej konštante).

V nasledujúcom kroku odhadujeme model pomocou metódy najmenších štvorcov v nasledujúcom tvare:

$$\begin{aligned} consum_{it} = & \alpha_1 + \alpha_2 * d_{2i} + \alpha_3 * d_{3i} + \alpha_4 * d_{4i} + \gamma_1 * gdp_{it} \\ & + \gamma_2 * d_{2i} * gdp_{it} + \gamma_3 * d_{3i} * gdp_{it} + \gamma_4 * d_{4i} \\ & * gdp_{it} + u_{it} \end{aligned} \quad (4.9)$$

Takto odhadnutý model pomocou programu EViews sa nachádza v prílohe č. 5. Zápis pre jednotlivé krajiny v tvare rovníc:

$$\begin{aligned} \widehat{consum}_{LT,t} &= 101,6 + 0,58GDP_{LT,t} \\ \widehat{consum}_{LV,t} &= 101,6 + 0,58GDP_{LV,t} \\ \widehat{consum}_{DK,t} &= (101,6 + 1066,78) + (0,58-0,14)GDP_{DK,t} \\ \widehat{consum}_{SE,t} &= (101,6 + 1326,78) + (0,58-0,15)GDP_{SE,t} \end{aligned} \quad (4.10)$$

Z výstupu je vidieť, že parameter α_2 a parameter γ_2 nie sú štatisticky významné na hladine významnosti 5%. Oba tieto parametre prislúchajú krajine Lotyšsko. Z toho nám vyplýva, že spotrebná funkcia Lotyšska sa voči spotrebnej funkcii Litvy nelíši ani v úrovňovej konštante ani v sklone regresnej priamky.

Hodnota spotreby domácností na domácnosť na mesiac vo Švédsku nezávislá od výšky spotreby domácností v tejto krajine dosahuje úroveň 1428,38 € na domácnosť na mesiac.

V prechádzajúcich podkapitolách sme odhadli rôzne typy modelov na báze panelových dát. V nasledujúcich časti diplomovej práce prejdeme k analýze problematiky kointegrácie.

4.2 Testovanie stacionarity časových radov

Táto podkapitola tvorí prvý krok Johansenovej aj Engleho-Grangerovej procedúry, čím je overenie stacionarity premenných. Len nestacionárne premenné, ktoré sú integrované rovnakého rádu je možné zaradiť do kointegračných vzťahov. V tomto kroku preto preskúmame stacionaritu časových radov.

Testovanie stacionarity sme vykonali pre každú krajinu zvlášť. Na overenie prítomnosti jednotkového koreňa sme použili na jednotlivé štáty rozšírený Dickeyho-Fullerov test a taktiež aj Phillipsov-Perronov test.

Litva

Výsledky testov stacionarity sú uvedené v nasledujúcej tabuľke. Testovanie prebehlo na 5% hladine významnosti. Na základe ADF testu sme dostali výsledok, že premenná *GDP* je integrovaná rádu 1, avšak premenná *CONSUM* je integrovaná rádu 0. Na základe tohto vykonaného testu môžeme konštatovať, že premenné nie sú stacionárne na rovnakej úrovni diferenciácie. Preskúmali sme však aj PP test, kde sme dospeli k výsledku, že obe premenné sú stacionárne na úrovni prvých diferencií, čo znamená, že obe premenné sú v tomto prípade integrované rovnakého rádu (t.j. rádu 1).

ADF test

$$GDP \sim I(1)$$

$$CONSUM \sim I(0)$$

PP test

$$GDP \sim I(1)$$

$$CONSUM \sim I(1)$$

Tabuľka č. 1 Výsledky analýzy stacionarity pre krajinu Litva

Premenná	Typ modelu	ADF test		Stacionarita	PP test		Stacionarita
		Vypočít. hodnota	Kritická hodnota		Vypočít. hodnota	Kritická hodnota	
gdp	C + T	2,97	> 2,79	-3,39>-3,47	1,02	< 2,79	-
	C	-		-	2,10	< 2,54	-
	none	-		-	-		1,31>-1,94
Δ gdp	C + T	-0,31	< 2,79	-	-0,31	< 2,79	-
	C	1,24	< 2,54	-	1,24	< 2,54	-
	none	-		-3,37<-1,94	-		-3,11<-1,94
consum	C + T	3,42	> 2,79	-3,64<-3,47	1,07	< 2,79	-
	C	-		-	2,20	< 2,54	-
	none	-		-	-		1,62>-1,94
Δ consum	C + T	-		-	-0,14	< 2,79	-
	C	-		-	1,72	< 2,54	-
	none	-		-	-		-3,69<-1,94

Zdroj: Vlastné výpočty

Pozn. č. 1: Označenie Δ predstavuje prvú diferenciu premennej. Typ modelu C + T sa týka zahrnutia do modelu konštanty aj trendu, označenie C nám hovorí o zahrnutí len konštanty

a označenie *none* predstavuje model bez prítomnosti trendu a konštanty. Bunky, ktoré sú zvýraznené nám signalizujú, že časový rad je na danej úrovni diferencie a konkrétnom type modelu stacionárny.

Pozn. č. 2: V stĺpci stacionarita porovnávame vypočítanú hodnotu (na ľavej strane nerovnice) s kritickou hodnotou (na pravej strane nerovnice).

Lotyšsko

V prípade krajiny Lotyšsko sme testovali taktiež prítomnosť jednotkového koreňa prostredníctvom ADF a PP testu. V prípade oboch premenných nám vyšiel rovnako ADF aj PP test. Na základe oboch testov nám vyšlo, že premenná *GDP* nadobudla stacionaritu na úrovni prvých diferencií v modeli, ktorý obsahuje len konštantu. Pre premennú *CONSUM* nám vyšiel test rovnako ako pre prvú premennú, teda spotreba je stacionárna na úrovni prvých diferencií. Premenná je integrovaná prvého rádu a nadobudla stacionaritu taktiež v modeli s úrovňovou konštantou.

ADF test

$$GDP \sim I(1)$$

$$CONSUM \sim I(1)$$

PP test

$$GDP \sim I(1)$$

$$CONSUM \sim I(1)$$

Tabuľka č. 2 Výsledky analýzy stacionarity pre krajinu Lotyšsko

Premenná	Typ modelu	ADF test		Stacionarita	PP test		Stacionarita
		Vypočít. hodnota	Kritická hodnota		Vypočít. hodnota	Kritická hodnota	
gdp	C + T	3,28	> 2,79	-3,39>-3,47	1,52	< 2,79	-
	C	-		-	2,63	> 2,54	-0,62>-2,90
	none	-		-	-		-
Δ gdp	C + T	-0,30	< 2,79	-	-0,30	< 2,79	-
	C	2,68	> 2,54	-5,60<-2,90	2,68	> 2,54	-5,73<-2,90
	none	-		-	-		-
consum	C + T	2,69	< 2,79	-	1,60	< 2,79	-
	C	2,12	< 2,54	-	2,45	< 2,54	-
	none	-		1,83>-1,94	-		2,72>-1,94
Δ consum	C + T	-0,15	< 2,79	-	-0,15	< 2,79	-
	C	3,45	> 2,54	-7,04<-2,90	3,45	> 2,54	-7,33<-2,90
	none	-		-	-		-

Zdroj: Vlastné výpočty

Dánsko

Pri analýze premenných v Dánsku sme dospeli k záveru pomocou ADF testu, že obe premenné sú stacionárne až pri prvej diferencii, tzn., že premenná *GDP* a *CONSUM* sú integrované rádu 1. PP test nám potvrdil túto skutočnosť, nakoľko nám vyšli totožné výsledky. Obe premenné sú taktiež stacionárne na úrovni prvých diferencií. V prípade oboch testov sa premenné stacionarizovali práve v modeli, ktorý obsahuje len konštantu.

ADF test

$$GDP \sim I(1)$$

$$CONSUM \sim I(1)$$

PP test

$$GDP \sim I(1)$$

$$CONSUM \sim I(1)$$

Tabuľka č. 3 Výsledky analýzy stacionarity pre krajinu Dánsko

Premenná	Typ modelu	ADF test		Stacionarita	PP test		Stacionarita
		Vypočit. hodnota	Kritická hodnota		Vypočit. hodnota	Kritická hodnota	
gdp	C + T	1,79	< 2,79	-	1,18	< 2,79	-
	C	1,84	< 2,54	-	2,47	< 2,54	-
	none	-		3,45>-1,94	-		4,66>-1,94
Δ gdp	C + T	-0,76	< 2,79	-	-0,76	< 2,79	-
	C	3,82	> 2,54	-6,96<-2,90	3,81	> 2,54	-6,96<-2,90
	none	-		-	-		-
consum	C + T	1,88	< 2,79	-	1,88	< 2,79	-
	C	1,67	< 2,54	-	1,68	< 2,54	-
	none	-		5,39>-1,61	-		5,70>-1,94
Δ consum	C + T	-0,17	< 2,79	-	-0,17	< 2,79	-
	C	5,23	> 2,54	-10,2<-2,9	5,23	> 2,54	-10,18<-2,90
	none	-		-	-		-

Zdroj: Vlastné výpočty

Švédsko

Obdobne aj v prípade Švédska sme testovali stacionaritu premenných rozšíreným ADF testom a taktiež aj PP testom. V prípade ADF testu sme dospeli k záveru, že premenné nie sú integrované rovnakého rádu, nakoľko hrubý domáci produkt bol stacionárny bez potreby diferencovania, teda je integrovaný rádu 0. Premenná spotreba domácností sa stacionarizovala až na prvej diferencii, teda je integrovaná rádu 1. Na základe ADF sme dospeli k výsledku, že premenné nie sú integrované rovnakého rádu. Rozhodli sme sa tieto premenné však podrobiť aj PP testu ako pri predošlých krajinách. V prípade PP testu sme dospeli k výsledku, že obe premenné sú stacionárne na úrovni prvých diferencií. Môžeme teda konštatovať, že premenná hrubý domáci produkt a spotreba domácností sú integrované rádu 1.

ADF test

$$GDP \sim I(0)$$

$$CONSUM \sim I(1)$$

PP test

$$GDP \sim I(1)$$

$$CONSUM \sim I(1)$$

Tabuľka č. 4 Výsledky analýzy stacionarity pre krajinu Švédsko

Premenná	Typ modelu	ADF test		Stacionarita	PP test		Stacionarita
		Vypočít. hodnota	Kritická hodnota		Vypočít. hodnota	Kritická hodnota	
gdp	C + T	3,76	> 2,79	-3,82<-3,47	2,24	< 2,79	-
	C	-		-	1,06	< 2,54	-
	none	-		-	-		2,32>-1,94
Δ gdp	C + T	-		-	0,05	< 2,79	-
	C	-		-	2,30	< 2,54	-
	none	-		-	-		-6<-1,04
consum	C + T	2,59	< 2,79	-	2,02	< 2,79	-
	C	1,11	< 2,54	-	1,11	< 2,54	-
	none	-		3,02>-1,94	-		2,41>-1,94
Δ consum	C + T	-0.07	< 2,79	-	-0.07	< 2,79	-
	C	2,49	< 2,54	-	2,49	< 2,54	-
	none	-		-6,45<-1,94	-		-6,57<-1,94

Zdroj: Vlastné výpočty

4.3 Engleova-Grangerova testovacia procedúra

V predošlej podkapitole sme pomocou metodológie testovania jednotkových koreňov zistili rád integrácie oboch premenných, čo tvorí prvý krok tejto procedúry. Testovaním premenných prostredníctvom ADF testu sme dospeli k výsledku, že obe premenné len v prípade krajiny Lotyšsko a Dánsko boli integrované rovnakého rádu. Avšak na základe PP testu sme pre obe premenné a pre každú krajinu dospeli k výsledku, že rád integrácie oboch premenných v jednotlivých krajinách je rovnaký. Koncepcia kointegrácie si vyžaduje, aby rád integrácie oboch premenných bol rovnaký. Nakoľko je táto podmienka splnená, test kointegrácie pre jednotlivé krajiny môže pokračovať ďalším krokom.

Litva

Druhým krokom Engleovej-Grangerovej procedúry je odhad rovnice dlhodobej rovnováhy pomocou bežnej metódy najmenších štvorcov, tzv. rovnica kointegrácie. Aby boli premenné *CONSUM* a *GDP* kointegrované, musia byť náhodné poruchy v rovnici kointegrácie stacionárne. Preto v treťom kroku opäť využijeme testovanie jednotkových koreňov pre časový rad reziduálov. Rozhodli sme sa aplikovať rozšírený Dickeyho-Fullerov test, pričom sme zohľadnili, že skúmaná rovnica neobsahuje absolútny člen. Prostredníctvom ADF testu bez úrovňovej konštanty a trendu aplikovaného na reziduá nám program EViews vypočítal hodnotu $\tau = -4,25$. Túto hodnotu je potrebné porovnať s kritickou hodnotou, ktorú tabeloval Mackinnon. Náš model obsahuje práve dve premenné a približne 100 pozorovaní. Na základe toho môžeme určiť kritickú hodnotu na 5 % hladine významnosti $\tau_{EG} = -3,398$. Porovnaním vypočítanej a kritickej hodnoty konštatujeme, že vypočítaná hodnota je menšia ako kritická hodnota ($\tau < \tau_{EG}$). Z toho vyplýva, že zamietame nulovú hypotézu o existencii jednotkového koreňa, teda o nestacionarite radu reziduálov. Konštatujeme teda, že reziduál z kointegračnej rovnice je stacionárny a existuje lineárna kombinácia uvedených premenných. Medzi premennými je dlhodobý vzťah. Dynamiku krátkodobých nerovnovážnych vzťahov medzi premennými môžeme vyjadriť pomocou modelu s korekčným členom (ECM modelu).

V prvom odhadnutom ECM modeli sme zaradili okrem premennej spotreby a hrubého domáceho produktu v čase t , aj tieto premenné oneskorené o jedno obdobie, teda v čase $t-1$. Odchýlky od dlhodobej rovnováhy v tejto rovnici reprezentuje oneskorený

reziduál e_{t-1} . Práve premenné oneskorené o jedno obdobie (Δgdp_{t-1} a $\Delta consum_{t-1}$) boli v tomto odhadnutom modeli štatisticky nevýznamné. Na základe postupného vylučovania štatisticky nevýznamných premenných sme dospeli k výslednému ECM modelu, ktorý sa nachádza v prílohe č. 11.

Zápis ECM modelu:

$$\widehat{\Delta consum}_t = 6,39 + 0,5\Delta gdp_t - 0,24e_{t-1} \quad (4.11)$$

Nakoľko sme vyradili aj závislú premennú oneskorenú o jedno obdobie je potrebné preveriť, či sa v modeli nenachádza autokorelácia. Korelogram nám však potvrdzuje prítomnosť autokorelácie v modeli. Prítomnosť autokorelácie sme sa snažili vyriešiť pridávaním členov do rovnice, avšak napriek tomu sa nám autokoreláciu nepodarilo z modelu odstrániť.

Lotyšsko

Obdobne ako pri Litve sme postupovali ďalšími krokmi aj v prípade Lotyšska. V druhom kroku sme odhadli pomocou bežnej metódy najmenších štvorcov rovnicu dlhodobej rovnováhy. Náhodné poruchy v tejto rovnici dlhodobej rovnováhy sme opäť testovali ADF testom jednotkového koreňa. Na základe ADF testu nám program EViews vo svojom výstupe poskytol opäť vypočítanú hodnotu $\tau = -3,94$. Porovnaním tejto hodnoty s našou kritickou hodnotou $\tau_{EG} = -3,398$ na hladine významnosti 5 % konštatujeme, že vypočítaná hodnota je nižšia ako kritická hodnota. Na základe tohto výsledku zamietame nulovú hypotézu o prítomnosti jednotkového koreňa, tzn. o nestacionarite radu rezidálov. Konštatujeme, že reziduály v rovnici dlhodobej rovnováhy sú stacionárne a existuje lineárna kombinácia medzi uvedenými premennými, teda medzi premennými existuje aj kointegračný vzťah. Na základe tejto skutočnosti môžeme vytvoriť ECM model.

Reziduál oneskorený o jedno obdobie v ECM modeli je štatisticky významný. Z modelu vylúčime postupne všetky premenné, pri ktorých je parameter štatisticky nevýznamný (spotrebu a HDP oneskorené o jedno obdobie) a dostaneme finálny ECM model, ktorý je uvedený v prílohe č. 17.

Zápis ECM modelu:

$$\widehat{\Delta consum}_t = 19,55 + 0,44\Delta gdp_t - 0,4e_{t-1} \quad (4.12)$$

Nakoľko sme opäť vyradili aj závislú premennú oneskorenú o jedno obdobie je potrebné preveriť, či sa v modeli nenachádza autokorelácia.

Na základe testu autokorelácie vidíme, že v ECM modeli je prítomná. Autokoreláciu sme sa opäť snažili vyriešiť pridávaním členov, avšak napriek tomu sa nám ju nepodarilo z modelu odstrániť.

Dánsko

Obdobne aj v prípade krajiny Dánsko sme postupovali nasledovným odhadom rovnice dlhodobého vzťahu pomocou bežnej metódy najmenších štvorcov. Je potrebné opäť preskúmať, či náhodné poruchy v rovnici sú stacionárne. Stacionaritu reziduálov sme testovali opäť rozšíreným Dickeyho-Fullerovým testom jednotkového koreňa, pričom program EViews nám opäť vypočítal hodnotu τ , pričom v prípade krajiny Dánsko $\tau = -2,6$. Porovnaním tejto hodnoty s kritickou hodnotou na 5 % hladine významnosti pre dve premenné s približným počtom pozorovaní 100 ($\tau_{EG} = -3,398$) sme dospeli k záveru, že vypočítaná hodnota je väčšia ako kritická hodnota. V tomto prípade nezamietame nulovú hypotézu o prítomnosti jednotkového koreňa v časovom rade reziduálov. Reziduál z kointegračnej rovnice nie je stacionárny a preto premenné *CONSUM* a *GDP* nie sú kointegrované.

Švédsko

Pre krajinu Švédsko sme opäť vykonali potrebné kroky Engle-Grangerovej procedúry. V druhom kroku sme si opäť vytvorili rovnicu kointegrácie. Aj v tomto prípade platí, že aby boli obe premenné kointegrované, musia byť náhodné poruchy v rovnici kointegrácie stacionárne. Z toho dôvodu sme na tento časový rad aplikovali rozšírený Dickey-Fullerov test. Pri testovaní prítomnosti jednotkového koreňa ADF testom uplatneným na reziduály e nám program EViews poskytol testovaciu hodnotu $\tau = -1,83$. Naša kritická hodnota na 5 % hladine významnosti pre dve premenné s približným počtom pozorovaní 100 je aj v tomto prípade $\tau_{EG} = -3,398$. Porovnaním testovacej a kritickej hodnoty konštatujeme, že vypočítaná hodnota je väčšia ako kritická hodnota. Obdobne aj v tomto prípade ako aj v prípade Dánska nezamietame nulovú hypotézu o prítomnosti jednotkového koreňa. Z toho vyplýva, že ani pri krajine Švédsko reziduál z kointegračnej

rovnice nie je stacionárny a preto prijímame záver, že medzi premennými nie je kointegračný vzťah.

4.4 Johansenova procedúra

V aplikáciách využívajúcich Johansenovu procedúru sa zväčša používajú zlogaritmované premenné. Avšak z hľadiska postupov, ktoré sa využívajú v tejto procedúre to nie je nevyhnutné. Nakoľko použitie zlogaritmovaných premenných nie je povinné, sme sa rozhodli v našej aplikácii použiť pôvodné časové rady bez logaritmu. Prvým krokom Johansenovej procedúry je pomocou testu jednotkových koreňov určiť rád integrácie všetkých premenných. Tento krok sme už vykonali, nakoľko používame tie isté časové rady ako pri Engle-Granger procedúre. Testovanie stacionarity jednotlivých premenných sa nachádza v predošlej podkapitole 4.2. Ďalším krokom Johansenovej procedúry je určenie rádu p vektorového autoregresného modelu formulovaného v pôvodných úrovniach pomocou Schwarzovho alebo Akaikeho informačného kritéria, prípadne na základe iných testov. V ďalšom kroku je potrebné na základe Johansenovho kointegračného testu zistiť hodnotu kointegrujúcej matice a schému deterministických zložiek. Záverom tejto procedúry je vytvorenie vektorového modelu s korekčným členom.

4.4.1 *Určenie rádu p vektorového autoregresného modelu formulovaného v pôvodných úrovniach*

Pri prvom odhade VAR modelu sme sa rozhodli použiť štyri oneskorenia, nakoľko pracujeme so štvrťročnými údajmi. Vo VAR modeli bolo potrebné rozdeliť premenné medzi endogénne alebo exogénne. Ich zaradenie v modeli je nasledovné:

endogénne premenné: *gdp consum*,

exogénne premenné: *c*.

Litva

Na úvod tejto procedúry, ešte pred zistením počtu oneskorení overíme, či je tento odhadnutý VAR model so štyrmi oneskoreniami stabilný. Na základe testu koreňov charakteristického polynómu môžeme konštatovať, že žiaden koreň neleží mimo jednotkového kruhu a žiaden nie je jednotkový. Konštatujeme teda, že tento VAR model

so štyrmi oneskoreniami je stabilný. Z toho dôvodu môžeme pristúpiť ku samotnému preskúmaniu počtu oneskorení modelu VAR. Všetky informačné kritéria nám v tomto modeli VAR odporúčajú práve dve oneskorenia.

Odhadnutý model VAR so štyrmi oneskoreniami sme upravili na model s odporúčanou dĺžkou oneskorenia. V prípade takto upraveného modelu je potrebné opäť preveriť jeho stabilitu prostredníctvom testu koreňov charakteristického polynómu a prítomnosť autokorelácie.

V modeli VAR s dvomi oneskoreniami prijímame hypotézu o stabilite modelu, nakoľko všetky korene ležia v jednotkovom kruhu. Na základe vykonaného LM-testu na prítomnosť sériovej autokorelácie sme dospeli k záveru, že na hladine významnosti 0,05 aj 0,01 v modeli nie je prítomná sériová autokorelácia. Tento model považujeme za vhodný a preto sme sa rozhodli pokračovať ďalej s týmto modelom VAR s dvomi oneskoreniami.

Tabuľka č. 5 Informačné kritéria pre výber rádu VAR modelu pre Litvu

Lag	LogL	LR	FPE	AIC	SC	HQ
0	-1111.632	NA	1.25e+10	28.92550	28.98637	28.94985
1	-886.7042	432.3280	40283247	23.18712	23.36976	23.26017
2	-849.8721	68.88082*	17174759*	22.33434*	22.63873*	22.45609*
3	-846.7630	5.652940	17588079	22.35748	22.78363	22.52793
4	-842.9374	6.756834	17688102	22.36201	22.90991	22.58117
5	-841.7754	1.992070	19075300	22.43572	23.10538	22.70358
6	-837.5176	7.077824	18997214	22.42903	23.22044	22.74559
7	-833.3870	6.651817	19000403	22.42564	23.33881	22.79090

Zdroj: Vlastné výpočty

Lotyšsko

Aj v prípade VAR modelu tejto krajiny sme ako prvé overili stabilitu odhadnutého modelu VAR so štyrmi oneskoreniami. Na základe testu koreňov charakteristického polynómu konštatujeme, že všetky korene ležia v jednotkovom kruhu, takže model je stabilný. Preto prechádzame k nasledujúcemu kroku, kde určíme počet oneskorení VAR modelu.

V prípade jednotlivých kritérií sme dosiahli rôzne výsledky. Prvé tri kritéria nám odporúčajú počet oneskorení až šesť, Schwarzovo informačné kritérium nám odporúča len jedno oneskorenie a Hannan-Quinnove informačné kritérium nám odporúča dve

oneskorenia. Nakoľko sa najviac používa Schwarzovo alebo Akaikeho informačné kritérium sme sa rozhodli model upraviť na jedno oneskorenie ako nám odporúča Schwarzovo informačné kritérium.

V prípade VAR modelu upraveného na jedno oneskorenie sme taktiež overili jeho stabilitu. Na základe vykonaného testu konštatujeme, že model je stabilný a žiaden koreň neleží mimo jednotkového kruhu. Testovali sme taktiež aj prítomnosť sériovej autokorelácie. V modeli VAR s jedným oneskorením zamietame nulovú hypotézu o neprítomnosti autokorelácie.

Z dôvodu prítomnosti sériovej autokorelácie sme sa rozhodli vyskúšať aj iné dĺžky oneskorenia, oneskoreniami, ako nám odporúča HQ informačné kritérium sa nám taktiež objavila Vo VAR modeli s dvomi v modeli autokorelácia. Vyskúšali sme aj ostatné dĺžky oneskorenia a autokoreláciu sa nám nepodarilo odstrániť.

Rozhodli sme sa pokračovať v ďalšej analýze s modelom s jedným oneskorením napriek prítomnosti autokorelácie, ako nám odporúča Schwarzovo informačné kritérium, nakoľko sa toto kritérium zvykne používať najčastejšie.

Tabuľka č. 6 Informačné kritéria pre výber rádu VAR modelu pre Lotyšsko

Lag	LogL	LR	FPE	AIC	SC	HQ
0	-1173.666	NA	6.27e+10	30.53678	30.59766	30.56113
1	-941.7612	445.7393	1.68e+08	24.61717	24.79981*	24.69023
2	-934.6689	13.26364	1.55e+08	24.53685	24.84124	24.65861*
3	-932.4494	4.035410	1.63e+08	24.58310	25.00925	24.75356
4	-929.0060	6.081873	1.65e+08	24.59756	25.14546	24.81671
5	-921.2589	13.28076	1.50e+08	24.50023	25.16989	24.76809
6	-914.0881	11.92026*	1.39e+08*	24.41787*	25.20929	24.73443
7	-911.5647	4.063620	1.45e+08	24.45623	25.36940	24.82149

Zdroj: Vlastné výpočty

Dánsko

Aj v prípade Dánska ako prvé overujeme stabilitu odhadnutého VAR modelu so štyrmi oneskoreniami. Na základe vykonaného testu konštatujeme, že žiaden koreň neleží mimo jednotkového kruhu ani nie je jednotkový. Konštatujeme teda, že tento model je stabilný a môžeme prejsť k určeniu rádu VAR modelu, ktoré nám odporúčajú jednotlivé informačné kritéria.

V tomto modeli sa všetky informačné kritéria zhodli rovnako. Jednotlivé kritériá nám odporúčajú upraviť počet oneskorení VAR modelu na práve dve oneskorenia. Nakoľko nám žiadne informačné kritérium neodporúča iný počet oneskorení môžeme odhadnúť tento model VAR.

Opäť je potrebné preveriť stabilitu modelu VAR, ktorý obsahuje dve oneskorenia. Vykonali sme opäť test koreňov charakteristického polynómu, kde prijímame hypotézu o stabilite modelu. Je potrebné ale aj v tomto prípade overiť prítomnosť autokorelácie. V tomto modeli nie je prítomná klasická aj sériová autokorelácia.

Nakoľko v tomto odhadnutom modeli VAR s dvomi oneskoreniami nezamietame hypotézu o neprítomnosti sériovej autokorelácie, považujeme tento model za vhodný.

Tabuľka č. 7 Informačné kritéria pre výber rádu VAR modelu pre Dánsko

Lag	LogL	LR	FPE	AIC	SC	HQ
0	-1384.332	NA	1.49e+13	36.00863	36.06951	36.03298
1	-1122.041	504.1433	1.82e+10	29.29978	29.48241	29.37283
2	-1110.773	21.07392*	1.51e+10*	29.11098*	29.41537*	29.23273*
3	-1108.811	3.565891	1.59e+10	29.16393	29.59008	29.33439
4	-1107.883	1.640712	1.72e+10	29.24370	29.79161	29.46286
5	-1106.231	2.831665	1.83e+10	29.30469	29.97435	29.57255
6	-1101.636	7.637969	1.81e+10	29.28925	30.08066	29.60581
7	-1100.012	2.615719	1.93e+10	29.35095	30.26413	29.71622

Zdroj: Vlastné výpočty

Švédsko

Pre krajinu Švédsko sme taktiež odhadli model VAR so štyrmi oneskoreniami, nakoľko používame aj pri tejto krajine štvrťročné dáta. Aj v tomto VAR modeli je potrebné overiť, či všetky korene ležia v jednotkovom kruhu. Na základe uskutočneného testu môžeme konštatovať, že všetky korene ležia v jednotkovom kruhu a žiaden z nich nie je jednotkový. Prijímame teda hypotézu, že model je stabilný a preto môžeme preskúmať počet oneskorení, ktoré nám odporúčajú opäť jednotlivé informačné kritéria.

Schwarzovo, Hannan-Quinnove a LR informačné kritérium nám odporúčajú zvoliť jedno oneskorenie. Zvyšné dve informačné kritéria, FPE a Akaikeho informačné kritérium nám odporúčajú až dve oneskorenia. Nakoľko sa všetky informačné kritéria nezhodli sme sa rozhodli preskúmať dané možnosti.

Ako prvý pokus sme odhadli model VAR, kde sme zvolili jedno oneskorenie ako nám odporúčala väčšina informačných kritérií. V tomto prípade bol model stabilný, avšak v modeli bola prítomná autokorelácia. Z toho dôvodu sme sa rozhodli preskúmať aj druhú možnosť a odhadnúť VAR model s dvomi oneskoreniami. Tento model bol taktiež stabilný, žiaden koreň neležal mimo jednotkového kruhu ani nebol jednotkový. V modeli dokonca nebola prítomná ani sériová autokorelácia.

Za vhodnejší teda považujeme VAR model s dvomi oneskoreniami, nakoľko v ňom nie je prítomná autokorelácia. Z toho dôvodu sme sa rozhodli pokračovať s VAR modelom s dvomi oneskoreniami.

Tabuľka č. 8 Informačné kritéria pre výber rádu VAR modelu pre Švédsko

Lag	LogL	LR	FPE	AIC	SC	HQ
0	-1474.196	NA	1.54e+14	38.34276	38.40364	38.36711
1	-1245.173	440.2014*	4.45e+11	32.49799	32.68063*	32.57104*
2	-1240.930	7.933597	4.43e+11*	32.49170*	32.79609	32.61345
3	-1239.824	2.010933	4.78e+11	32.56687	32.99301	32.73732
4	-1235.284	8.019176	4.72e+11	32.55283	33.10074	32.77199
5	-1233.705	2.707646	5.03e+11	32.61570	33.28536	32.88356
6	-1229.337	7.260617	5.00e+11	32.60615	33.39757	32.92271
7	-1228.936	0.645482	5.50e+11	32.69964	33.61281	33.06490

Zdroj: Vlastné výpočty

4.4.2 *Určenie schémy deterministických zložiek – Johansenov kointegračný test*

Litva

Tretím krokom Johansenovej procedúry je zistenie hodnosti kointegrujúcej matice, teda test významnosti charakteristických koreňov. Prostredníctvom Johansenovho testu kointegrácie sme otestovali prítomnosť počtu kointegračných vektorov a následne sme testovali významnosť charakteristických koreňov. Výsledky súhrnného Johansenovho kointegračného testu sú uvedené v nasledujúcej tabuľke:

Tabuľka č. 9 Súhrnný Johansenov kointegračný test pre Litvu

Data Trend:	None	None	Linear	Linear	Quadratic
Test Type	No Intercept No Trend	Intercept No Trend	Intercept No Trend	Intercept Trend	Intercept Trend
Trace	1	1	1	2	2
Max-Eig	1	1	1	2	2

Zdroj: Vlastné výpočty

Z hľadiska ekonomickej teórie je aplikácia modelov schémy 1 a 5 nepravdepodobná. Z toho dôvodu sa redukuje výber vhodnej schémy modelu na schémy 2 - 4. Johansenov kointegračný test nám odporúča väčšinou jeden kointegračný vektor. Len pri štvrtej schéme nám odporúča dva kointegračné vektory. Rozhodli sme sa na základe Pantulovho princípu odhadnúť všetky možnosti, kde porovnávame hodnoty λ_{trace} spolu s kritickou hodnotou. Následne vyberieme tú schému, kde ako prvýkrát nemožno zamietnuť hypotézu H_0 .

Tabuľka č. 10 Pantulov princíp pre Litvu

Hodnosť	Schéma	λ -trace	λ -kritická h.	Záver
0	2	28,38	> 20,26	zamietam H_0
0	3	25,54	> 15,49	zamietam H_0
0	4	39,31	> 25,87	zamietam H_0
1	2	3,50	< 9,16	nezamietam H_0
1	3	0,93	< 3,84	nezamietam H_0
1	4	13,95	> 12,51	zamietam H_0

Zdroj: Vlastné výpočty

Pantulov princíp nám odporúča použiť druhú schému a jeden kointegračný vektor. Druhá schéma predpokladá neprítomnosť deterministického trendu a prítomnosť konštanty v kointegračnej rovnici.

Lotyšsko

Johansenov súhrnný test sme vykonali vo VAR modeli aj v prípade Lotyšska. Pri druhej a tretej schéme nám odporúča jeden kointegračný vektor, pri štvrtej schéme nám testovacia štatistika stopy odporúča žiaden kointegračný vektor a testovacia štatistika maxima charakteristických hodnôt nám odporúča práve jeden kointegračný vektor.

Tabuľka č. 11 Súhrnný Johansenov kointegračný test pre Lotyšsko

Data Trend:	None	None	Linear	Linear	Quadratic
Test Type	No Intercept No Trend	Intercept No Trend	Intercept No Trend	Intercept Trend	Intercept Trend
Trace	2	1	1	0	2
Max-Eig	2	1	1	1	2

Zdroj: Vlastné výpočty

Nakoľko sa nevieme rozhodnúť, ktorú z týchto možností aplikovať na náš model sme sa aj v tomto prípade rozhodli uplatniť Pantulov princíp:

Tabuľka č. 12 Pantulov princíp pre Lotyšsko

Hodnota	Schéma	λ -trace	λ -kritická h.	Záver
0	2	26,01	> 20,26	zamietam H_0
0	3	16,71	> 15,49	zamietam H_0
0	4	25,45	< 25,87	nezamietam H_0
1	2	6,75	< 9,16	nezamietam H_0
1	3	0,59	< 3,84	nezamietam H_0
1	4	5,78	< 12,52	nezamietam H_0

Zdroj: Vlastné výpočty

Pantulov princíp nám odporúča štvrtú schému so žiadnym kointegračným vektorom. V prípade odhadu tohto testu na 10 % hladine významnosti sme dostali výsledok, kde nám Johansenov test v schémach 2 - 4 odporúča práve jeden kointegračný vektor. Na základe Pantulovho princípu sme preskúmali jednotlivé schémy. Prvýkrát nemožno zamietnuť nulovú hypotézu pri druhej schéme. Nakoľko sa premenné pri ADF aj PP teste stacionarizovali na úrovni prvých diferencií v modeli, ktorý obsahuje len konštantu, sme sa rozhodli vybrať druhú schému, nakoľko nám ju odporúča aj Pantulov princíp na 10 % hladine významnosti. Nepredpokladáme teda prítomnosť deterministického trendu, ale v kointegračnej rovnici predpokladáme prítomnosť konštanty.

Dánsko

Súhrnný Johansenov kointegračný test nám pri tretej a štvrtej schéme neodporúča kointegračný vektor. Len pri druhej schéme môžeme vidieť, že nám odporúča jeden kointegračný vektor.

Tabuľka č. 13 Súhrnný Johansenov kointegračný test pre Dánsko

Data Trend:	None	None	Linear	Linear	Quadratic
Test Type	No Intercept No Trend	Intercept No Trend	Intercept No Trend	Intercept Trend	Intercept Trend
Trace	2	1	0	0	0
Max-Eig	2	1	0	0	0

Zdroj: Vlastné výpočty

Opäť sme sa rozhodli preskúmať tieto možnosti prostredníctvom Pantulovho princípu.

Tabuľka č. 14 Pantulov princíp pre Dánsko

Hodnosť	Schéma	λ -trace	λ -kritická h.	Záver
0	2	24,70	> 20,26	zamietam H_0
0	3	8,52	< 15,49	nezamietam H_0
0	4	12,13	< 25,87	nezamietam H_0
1	2	6,47	< 9,16	nezamietam H_0
1	3	0,85	< 3,84	nezamietam H_0
1	4	3,93	< 12,52	nezamietam H_0

Zdroj: Vlastné výpočty

Pantulov princíp nám odporúča nula kointegračných vektorov a tretiu schému. My sme sa však opäť rozhodli predpokladať aj na základe výsledkov testu stacionarity, že v modeli je neprítomný deterministický trend a prítomná konštanta v kointegračnej rovnici. Vyberáme teda aj pri tejto krajine opäť druhú schému.

Švédsko

V predošlom kroku Johansenovej procedúry sme sa rozhodli pokračovať v analýze modelu s dvomi oneskoreniami. V tomto kroku vykonáme Johansenov kointegračný test. Väčšina schém nám pri tomto teste odporúča nula kointegračných vektorov. Jedine štvrtá schéma nám odporúča práve jeden kointegračný vektor. Nepočítame však s prvou a piatou schémou, keďže aplikácia týchto modelov je zriedka používaná.

Tabuľka č. 15 Súhrnný Johansenov kointegračný test pre Švédsko

Data Trend:	None	None	Linear	Linear	Quadratic
Test Type	No Intercept No Trend	Intercept No Trend	Intercept No Trend	Intercept Trend	Intercept Trend
Trace	0	0	0	1	1
Max-Eig	0	0	0	1	1

Zdroj: Vlastné výpočty

Napriek tomu, že súhrnný Johansenov kointegračný test nám odporúča len v prípade štvrtej schémy kointegračný vektor sme sa rozhodli uplatniť Pantulov princíp:

Tabuľka č. 16 Pantulov princíp pre Švédsko

Hodnosť	Schéma	λ -trace	λ -kritická h.	Záver
0	2	12,65 < 20,26		nezamietam H_0
0	3	7,84 < 15,49		nezamietam H_0
0	4	25,92 > 25,87		zamietam H_0
1	2	3,01 < 9,16		nezamietam H_0
1	3	0,92 < 3,84		nezamietam H_0
1	4	3,02 < 12,52		nezamietam H_0

Zdroj: Vlastné výpočty

Pantulov princíp nám odporúča nula kointegračných vektorov a druhú schému. Z dôvodu nasledujúcej analýzy sme sa rozhodli zvoliť však štvrtú schému, nakoľko nám odporúča práve jeden kointegračný vektor.

4.4.3 Odhad vektorového modelu s korekčným členom (VEC model)

Dokončením celej Johansenovej procedúry je vytvorenie odhadu vektorového modelu s korekčným členom a preskúmanie jeho stability a prítomnosť autokorelácie. Model sme odhadovali zvlášť pre každú krajinu.

Litva

Pre Litvu sme odhadli príslušný vektorovo autoregresný model s korekčným členom, kde sme použili dve oneskorenia a jeden kointegračný vektor pri druhej schéme. Kompletné výsledky odhadu VEC modelu sú uvedené v prílohe č. 10.

Z odhadnutého VEC modelu sme zapísali rovnicu dlhodobej rovnováhy:

$$\widehat{consum}_{t-1} = 68,81 + 0,59gdp_{t-1} \quad (4.13)$$

Zápis modelu VEC pre premennú spotreba domácností:

$$\begin{aligned} \Delta consum_t = & 0,16 * (consum_{t-1} - 0,59gdp_{t-1} - 68,81) \\ & + 0,27\Delta consum_{t-1} + 0,1\Delta consum_{t-2} \\ & + 0,18\Delta gdp_{t-1} + 0,02\Delta gdp_{t-2} \end{aligned} \quad (4.14)$$

Znamienka a hodnoty pri jednotlivých premenných v rovnici dlhodobej rovnováhy nám hovoria o tom aký vplyv majú dané premenné na vývoj spotreby domácností v Litve. Z uvedeného zápisu rovnice môžeme konštatovať, že kladná hodnota parametra + 0,59 pri premennej *GDP* nám vyjadruje, že rast hrubého domáceho produktu povedie k rastu spotreby. Kladná hodnota koeficientu v rovnici VEC modelu (hodnota + 0,16) nám hovorí o pomalom procese korekcie chyby. Na záver môžeme teda konštatovať, že dlhodobá spotreba domácností stúpa s rastom hrubého domáceho produktu.

Pre odhadnutý model VEC je potrebné vykonať aj testovanie stability a autokorelácie. Stabilitu odhadnutého modelu sme testovali prostredníctvom testu AR roots. Všetky hodnoty ležia v jednotkovom kruhu okrem prvej hodnoty, ktorá je rovná 1, čím je splnená podmienka rozdielu endogénnych premenných a počtu kointegračných vektorov. Na otestovanie prítomnosti autokorelácie sme využili opäť LM-test, na základe ktorého nezamietame nulovú hypotézu o neprítomnosti autokorelácie. V tomto modeli nie je prítomná autokorelácia.

Lotyšsko

Pre Lotyšsko sme vytvorili príslušný vektorový model s korekčným členom, ktorý obsahuje jeden kointegračný vektor pri druhej schéme a jedno oneskorenie. Kompletný výstup odhadnutého modelu z programu EViews sa nachádza v prílohe č. 16.

Z odhadnutého VEC modelu sme zapísali rovnicu dlhodobej rovnováhy:

$$\widehat{consum}_{t-1} = 102,47 + 0,63gdp_{t-1} \quad (4.15)$$

Zápis modelu VEC pre premennú spotreba domácností:

$$\begin{aligned} \Delta consum_t = & -0,44 * (consum_{t-1} - 0,63gdp_{t-1} - 102,47) \\ & - 0,1\Delta consum_{t-1} + 0,27\Delta gdp_{t-1} \end{aligned} \quad (4.16)$$

Z uvedenej rovnice dlhodobej rovnováhy opäť konštatujeme, že kladná hodnota parametra + 0,63 pri premennej *GDP* nám hovorí, že rast hrubého domáceho produktu povedie k rastu spotreby domácností, čo je v súlade s ekonomickou teóriou. Nízka záporná hodnota koeficientu - 0,44 v rovnici vektorového modelu s korekčným členom hovorí o dynamike korekcie chyby, každý štvrtrok je korigovaných 44 % tejto odchýlky.

Je potrebné však preskúmať ešte stabilitu celého modelu a prítomnosť autokorelácie. Stabilitu modelu sme testovali prostredníctvom testu koreňov charakteristického polynómu. Prijímame záver, že tento model je stabilný, nakoľko všetky korene ležia v kruhu okrem prvej hodnoty, ktorá je rovná jednej. Týmto je však aj v tomto prípade splnená podmienka rozdielu endogénnych premenných a počtu kointegračných vektorov. Prítomnosť autokorelácie sme testovali LM-testom. Tak isto ako vo VAR modeli s jedným oneskorením sa aj v tomto VEC modeli nachádza autokorelácia.

Dánsko

Tretí vektorový model s korekčným členom bol vytvorení pre Dánsko, v ktorom sme zvolili dve oneskorenia a jeden kointegračný vektor pri druhej schéme.

Z odhadnutého VEC modelu sme zapísali rovnicu dlhodobej rovnováhy:

$$\widehat{consum}_{t-1} = 2557,7 + 0,44gdp_{t-1} \quad (4.17)$$

Zápis modelu VEC pre premennú spotreba domácností:

$$\begin{aligned}\Delta consum_t = & -0,12 * (consum_{t-1} - 0,44gdp_{t-1} - 2557,7) \\ & + 0,01\Delta consum_{t-1} + 0,07\Delta consum_{t-2} \\ & - 0,06\Delta gdp_{t-1} - 0\Delta gdp_{t-2}\end{aligned}\quad (4.18)$$

Z kointegračnej rovnice vidíme, že hodnota parametra pri premennej je aj v tomto prípade kladná. Môžeme konštatovať, že aj v prípade Dánska rast hrubého domáceho produktu povedie k rastu spotreby domácností. Hodnota koeficientu v modeli VEC je záporná a nízka - 0,12, čo znamená, že dynamika korekcie chyby je nevýrazná, každý štvrt'rok je korigovaných 12 % tejto odchýlky.

Aj pre tento VEC model je potrebné overiť jeho stabilitu a prítomnosť autokorelácie. Na základe testu AR roots konštatujeme, že všetky korene ležia v kruhu okrem prvej hodnoty, čím je opäť splnená podmienka rozdielu endogénnych premenných a počtu kointegračných vektorov. Prítomnosť autokorelácie sme testovali LM-testom, ktorý nám potvrdil, že v modeli nie je prítomná autokorelácia.

Švédsko

V tomto prípade sme odhadovali model VEC, kde sme zvolili dve oneskorenia a jeden kointegračný vektor pri štvrtej schéme. V tejto schéme predpokladáme, že deterministické zložky uvažovaného modelu obsahujú lineárny trend.

Z odhadnutého VEC modelu sme zapísali rovnicu dlhodobej rovnováhy:

$$\widehat{consum}_{t-1} = -16162,17 + 0,78gdp_{t-1} - 258,28trend_{95Q1} \quad (4.1)$$

Zápis modelu VEC pre premennú spotreba domácností:

$$\begin{aligned}\Delta consum_t = & 0,28 \\ & * (consum_{t-1} - 0,78gdp_{t-1} + 258,28trend_{95Q1} \\ & + 16162,17) - 0,42\Delta consum_{t-1} \\ & - 0,29\Delta consum_{t-2} + 0,28\Delta gdp_{t-1} \\ & + 0,20\Delta gdp_{t-2} + 183,79\end{aligned}\quad (4.2)$$

V rovnici dlhodobej rovnováhy vidíme, že hodnota parametra pri premennej *GDP* je kladná. Hodnota pri lineárnom trende je však naopak záporná. Hodnota koeficientu v modeli VEC je nízka a predstavuje ho kladné číslo 0,28, čo znamená, že dynamika korekcie chyby je nevýrazná. Každý štvrťrok je korigovaných 28 % tejto odchýlky.

4.5 Prognóza

V prechádzajúcej kapitole sme odhadli vektorové modely s korekčným členom a vektorové autoregresné modely pre vybrané krajiny Európskej únie. Tieto modely teraz využijeme na prognózu. Pre každú krajinu je potrebné skonštruovať model, z ktorého sa následne odhadne stochastická prognóza. Prognózovať budeme spotrebu domácností zvlášť pre jednotlivé krajiny na nasledujúce dva roky, teda na obdobie 2016Q1 až 2017Q4. Všetky prognózované údaje sú v mene euro a v miliónoch eur.

Litva

Z prognózovaných hodnôt je zrejmé, že spotreba domácností bude nasledujúce roky rásť. Tento rastúci trend nadobudla krajina od roku 2010. Napriek výraznému zásahu krízy sa krajina veľmi rýchlo pozbierala a po dvoch rokoch jej začala spotreba domácností opäť pomaly rásť. Nakoľko posledné roky nárast spotreby domácností bol v prípade tejto krajiny minimálny, aj v prípade prognózovaných hodnôt sa predpokladá, že si krajina zachová tento len mierny nárast spotreby. Z uvedenej prognózy vyplýva, že v roku 2016 vzrastie spotreba o 2,01 % a v roku 2017 o 1,71 %.

Tabuľka č. 17 Prognóza na nasledujúce 2 roky pre Litvu

Prognóza	CONSUM	Súčet CONSUM
2016Q1	3717,606	14977,525
2016Q2	3734,857	
2016Q3	3753,861	
2016Q4	3771,201	
2017Q1	3789,922	15234,261
2017Q2	3804,861	
2017Q3	3816,237	
2017Q4	3823,241	

Zdroj: Vlastné výpočty

Lotyšsko

Lotyšsko bolo zasiahnuté menej hospodárskou krízou oproti Litve. Najväčší pokles sa zaznamenal na začiatku roku 2009, avšak už od polovice roka 2010 jej spotreba domácností sa začala opäť zvyšovať. Z uvedenej prognózy vyplýva, že spotreba sa v nasledujúcich dvoch rokoch bude znižovať. V roku 2016 napriek postupne klesajúcim hodnotám v rastie spotreba o 1,47 %. V roku 2017 však spotreba opäť klesne o 0,5 %.

Tabuľka č. 18 Prognóza na nasledujúce 2 roky pre Lotyšsko

Prognóza	CONSUM	Súčet CONSUM
2016Q1	6029,497	24075,235
2016Q2	6022,234	
2016Q3	6013,222	
2016Q4	6010,282	
2017Q1	6002,454	23955,654
2017Q2	5995,569	
2017Q3	5980,997	
2017Q4	5976,634	

Zdroj: Vlastné výpočty

Dánsko

V prípade Dánska nebola kríza taká výrazná ako v predošlých dvoch krajinách. Dánsko má silnú ekonomiku a kríza ho zasiahla minimálne, pokles spotreby nebol taký výrazný v období krízy ako v prípade ostatných krajín. Spotreba v Dánsku počas krízy sa znížila len o nepatrnú časť. Taktiež aj veľmi rýchlo na hodnotách môžeme pozorovať nárast spotreby. Pri prognózovaných hodnotách môžeme pozorovať zachovávať si rastúci trend spotreby. V roku 2016 predpokladáme zvýšenie spotreby o 1,67 % a v roku 2017 o 1,38 %.

Tabuľka č. 19 Prognóza na nasledujúce 2 roky pre Dánsko

Prognóza	CONSUM	Súčet CONSUM
2016Q1	31279,33	125774,05
2016Q2	31390,35	
2016Q3	31492,50	

Prognóza	CONSUM	Súčet CONSUM
2016Q4	31611,87	
2017Q1	31708,77	
2017Q2	31819,95	
2017Q3	31938,68	
2017Q4	32039,89	
		127507,29

Zdroj: Vlastné výpočty

Švédsko

Švédske kráľovstvo patrí taktiež medzi krajiny, ktoré sa veľmi rýchlo vyrovnalo s hospodárskou krízou. V roku 2008 a 2009 sme pozorovali veľký pokles spotreby domácností. Posledné roky však spotreba domácností mierne kolíše. Od druhého štvrťroka 2013 môžeme pozorovať opäť mierny pokles spotreby domácností. Napriek tomu, že hodnoty začali potom opäť rásť môžeme v rámci roka 2015 pozorovať znova pokles aj nárast spotreby. Napriek miernemu kolísaniu môžeme vidieť na grafe č. 4, že spotreba má vo všeobecnosti rastúci charakter. V prípade prognózy na nasledujúce dva roky použitím stochastickej prognózy očakávame, že spotreba sa v roku 2016 zvýši o 1,7 %, avšak v roku 2017 predpokladáme opäť jej pokles o 0,65 %.

Tabuľka č. 20 Prognóza na nasledujúce 2 roky pre Švédsko

Prognóza	CONSUM	Súčet CONSUM
2016Q1	49680,67	
2016Q2	49671,69	
2016Q3	49414,67	
2016Q4	49184,49	
		197951,520
2017Q1	49041,67	
2017Q2	49032,65	
2017Q3	49180,21	
2017Q4	49414,52	
		196669,05

Zdroj: Vlastné výpočty

Záver

Cieľom záverečnej práce je odhadnutie modelu spotreby domácností na báze panelových dát a preskúmanie dlhodobých vzťahov vo vybraných štyroch krajinách Európskej únie. Vybrali sme dve pobaltské krajiny a dve škandinávské, nakoľko pri modelovaní spotreby sme chceli porovnať dva vyspelejšie štáty, ktoré neboli výrazne zasiahnuté hospodárskou krízou s dvomi štátmi, ktoré sú kladené za učebnicový príklad zvládnutia práve tejto krízy. Spotrebu domácností sme modelovali na dátach za predošlých dvadsať rokov, pričom údaje boli štvrťročné, získané zo stránky Eurostatu.

K splneniu hlavného cieľa z oblasti panelových dát sme predstavili jednotlivé typy modelov a ich všeobecný tvar. Okrem modelovania základných troch modelov - Pool, FEM a REM sme modelovanie taktiež aj modely s umelými premennými. Výsledkom modelovania s využitím panelových dát je výber najvhodnejšieho typu modelu spomedzi troch základných modelov a taktiež odhad modelov s umelými premennými, kde sa jednotlivé krajiny líšia v sklone regresnej priamky aj v úrovňovej konštante. V prípade druhého hlavného cieľa, ktorý sa týka preskúmania kointegračných vzťahov sme taktiež predstavili teoretické predpoklady a postupy. Testovali sme stacionaritu jednotlivých premenných v prípade všetkých štyroch krajín. Následne sme skúmali tieto vzťahy prostredníctvom dvoch procedúr – Engleovej-Grangerovej a Johansenovej. Johansenova procedúra pozostáva z viacerých dôležitých krokov ako vytvorenie modelu VAR, určenie jeho optimálnej dĺžky, overenie stability a určenie schémy a počtu kointegračných vektorov. V prípade všetkých krajín sme použili jeden kointegračný vektor, zväčša pri druhej schéme. Záverom tejto procedúry je vytvorenie vektorového modelu s korekčným členom, pričom sme realizovali prepis výsledného modelu do tvaru rovníc. Posledným krokom tejto procedúry bolo vytvorenie prognózy na nasledujúcich osem štvrťrokov.

Zoznam použitej literatúry

Knihy/Monografie

1. ARLT, J. 1997. *Kointegrace v jednorovnicových modelech*. In *Politická ekonomie* 45:5. VŠE Praha, 1997. ISSN 0032-3233, 1997, str. 733-746.
2. BALTAGI H., B. 2008. *Econometrics*. 4. vydanie. Heidelberg: Springer-Verlag. 2008. 392 s. ISBN 978-3-540-76516-5.
3. BROWN, T. H. 1952. *Habit Persistence and Lags in Consumer Behaviour*. In *Econometrica*, 1952, č. 20.
4. CIPRA, T. 2008. *Finanční ekonometrie*. 1. vydanie. Praha: EKOPRESS, s.r.o. 2008. 538 s. ISBN 978-80-86929-43-9.1979.
5. DICKEY D. A., FULLER, W. A. *Distribution of the Estimator for Autoregressive Time Series with a Unit Root*. Journal of the American Statistical Association. 1979.
6. DUESENBERY, J. S. 1949. *Income, Saving and the Theory of Consumer Behaviour*. Cambridge: Harward University Press. 1949.
7. ENGLE R. F., GRANGER C. W. J. 1987. *Co-integration and Error Correction: Representation, Estimation and Testing*. *Econometrica*, 55, 1987.
8. FÍGLOVÁ, Z. 2007. *Ekonometrická analýza panelových dat s aplikací na vybavenost domácností*. In *Acta Oeconomica Pragensia*. ISSN 0572-3043, 2007, roč. 15, č. 1.
9. FRIEDMAN, M. 1957. *A Theory of the Consumption Function*. Princeton: Princeton University Press. 1957.
10. GHYSELS E, PERRON P. 1993. *The Effect of Seasonal Adjustment Filters on Test for a Unit Root*. Journal of Econometrics, 55, 1993.
11. GUJARATI N., D. 2004. *Basic Econometrics*. 4. vydanie. New York: McGraw Hill. 1032 s. ISBN 978-0-07-059793-8
12. HATRÁK, M. 2007. *Ekonometria*. Bratislava: IURA Edition. 2007. 502 s. ISBN 978-80-8078-150-7.
13. HUŠEK R., PELIKÁN J. 2003. *Aplikovaná ekonometrie. Teorie a praxe*. Praha: Professional Publishing, 2003. 263 s. ISBN 80-86419-29-0.

14. CHOCHOLATÁ, M. 2009. *Aplikácia Johansenovej kointegračnej metódy pri testovaní platnosti parity kúpnej sily na Slovensku*. In *Ekonomické rozhlady*. ISSN 0323-262X, 2009, roč. 38, č.4, s. 481-495.
15. JEVONS, W. S. 1871. *The Theory of Political Economy*. 2. vydanie. Harmondsworth: Book Jungle. 2009. 382 s. ISBN 978-1438520797.
16. KENNEDY, P. 2008. *A Guide to Econometrics*. 6. vydanie. Malden: BLACKWELL PUBLISHING. 2008. 585 s. ISBN 978-1-4051-8258-4.
17. KEYNES, J. M. 1990. *Obecná teorie zaměstnanosti, úroku a peněz*. Praha: Nakladatelství ČSAV. 1963.
18. LISÝ, J. a kolektív. 2007. *Ekonomía v novej ekonomike*. Bratislava: IURA Edition. 2007. 636 s. ISBN 80-807-8164-4.
19. LUKÁČIK M., LUKÁČIKOVÁ A. 2013. *Vektorovo autoregresné modely a ich aplikácie v makroekonomickej analýze*. Bratislava: Vydavateľstvo EKONÓM. 2013. 236 s. ISBN 978-80-225-3723-0.
20. LUKÁČIKOVÁ A., LUKÁČIK M., SZOMOLÁNYI K. 2013. *Ekonometria 1*. 1. vydanie. Bratislava: Vydavateľstvo EKONÓM, 2013. 338 s. ISBN 978-80-225-3543-4.
21. MARSHALL, A. 1890. *Principles of Economics*. UK: Palgrave Macmillan. 2013. 731 s. ISBN 978-0-230-24929-5.
22. MODIGLIANI, F. *Life Cycle, Individual Thrift and the Wealth of Nations*. Cambridge: MIT.
23. NOVÁK, P. 2007. *Analýza panelových dat*. In *Acta Oeconomica Pragensia*. ISSN 0572-3043, 2007, roč. 15, č. 1.
24. PHILLIPS P. C. B., PERRON P. 1988. *Testing for a Unit Root in Time Series Regression*. *Biometrika*, 75, 1988.
25. ROZBORILOVÁ, D. 2002. *Teórie spotreby, úspor, investícií a vládnych výdavkov*. Bratislava: IURA Edition. 2002. 238 s. ISBN 80-89047-32-7.
26. UHRINČAŤOVÁ, E. 2013. *Odhad efektov agrárnych podpôr na zamestnanosť a kapitál*. In *Ekonomika poľnohospodárstva*. ISSN 1135-6186, 2013, roč. XIII. 1/2013, s. 58-71. ročník XIII. 1 / 2013.
27. VINCÚR P., ZAJAC Š. 2007. *Úvod do prognostiky*. Bratislava: Vydavateľstvo SPRINT. 2007. 389 s. ISBN 80-890-8586-6

28. WOOLDRIDGE M. J. 2009. *Introductory econometrics: a modern approach*. 4. vydanie. South-Western/Cengage Learning, 2009. 865 s. ISBN 978-0-32478-890-7.
29. ZIVOT E., WANG J. 2003. *Modelling financial time series with S-Plus*. New York: Springer Science+Business Media, 2003. 627 s. ISBN 978-0-387-21763-5.

Elektronické dokumenty

30. AMSP ČR, EU Office České spořitelny. 2014. *Podnikáme v ...* [online]. [cit. 2016.04.18]. Dostupné na internete: <<http://www.amspace.cz/podnikame-v>>
31. BURDEJOVÁ P., LENDEL G., OREL J., SUVA P. 2010. *Regresní model s fixními a náhodnými efekty (s příklady)*. [online]. [cit. 2016.04.18]. Dostupné na internete: <http://petra.traceit.org/downloads/ekonometria/prezentacia_final.pdf>
32. CUNNINGHAM, S. *More on Unit Root Tests*. [online]. [cit. 2016.04.08]. Dostupné na internete: <<http://web.uconn.edu/cunningham/econ397/unitroots2.pdf>>
33. DWYER P., GERALD. 2015. *The Johansen Tests for Cointegration*. [online]. [cit. 2016.04.06]. Dostupné na internete: <<http://www.jerrydwyer.com/pdf/Clemson/Cointegration.pdf>>
34. HAUSER, M. 2015. *Panel Data Models*. [online]. [cit. 2016.04.18]. Dostupné na internete: <http://statmath.wu.ac.at/~hauser/LVs/FinEtricsQF/FEtrics_Ch5.pdf>
35. HUDSON, J. *Phillips-Perron (PP) Unit Root Tests*. [online]. [cit. 2016.04.08]. Dostupné na internete: <<http://staff.bath.ac.uk/hssjrh/Phillips%20Perron.pdf>>
36. FÍŘTOVÁ, L. 2014. *Vektorové autoregrese. Aplikace v prognózování*. [online]. [cit. 2016.04.05]. Dostupné na internete: <http://www.jakplavejak.cz/sites/default/files/prilohy/15C_EKO_fin.pdf>
37. IHS Global Inc. 2016. *Johansen Cointegration Test*. [online]. [cit. 2016.04.12]. Dostupné na internete: <<http://www.eviews.com/help/helpintro.html#page/EViews%209%20Help/coint.062.2.html>>

38. IORDANOVA, T. *Introduction To Stationary And Non-Stationary Processes*. [online]. [cit. 2016.04.03]. Dostupné na internete: <<http://www.investopedia.com/articles/trading/07/stationary.asp>>
39. JOSEPH, J. 2010. *Pooled Regression*. [online]. [cit. 2016.04.18]. Dostupné na internete: <<http://metriscient.com/>>
40. LAHARI, W. 2011. *Tests for Cointegration – Determining Variable Relationships*. [online]. [cit. 2016.04.06]. Dostupné na internete: <http://www.pftac.org/filemanager/files/Macro/4_Tests.pdf>
41. LUKÁČIK M., PEKÁR J. 2006. *Kointegračná analýza v ekonometrii*. [online]. [cit. 2016.04.05]. Dostupné na internete: <<http://www.fhi.sk/files/katedry/kove/veda-vyskum/prace/2006/Lukacik-Pekar2006.pdf>>
42. LUKÁČIKOVÁ A., LUKÁČIK M., SZOMOLÁNYI K. 2011. *Panelové dáta v programe Gretl*. [online]. [cit. 2016.04.15]. Dostupné na internete: <<http://www.fhi.sk/files/katedry/kove/veda-vyskum/prace/2011/Lukacik-Lukacikova-Szomolanyi2011.pdf>>
43. National Institute Of Standards And Technology. *Stacionarity*. [online]. [cit. 2016.04.04]. Dostupné na internete: <<http://www.itl.nist.gov/div898/handbook/pmc/section4/pmc442.htm>>
44. OECD.Stat. *Final consumption expenditure of households*. [online]. [cit. 2016.03.02]. Dostupné na internete: <https://stats.oecd.org/Index.aspx?DataSetCode=SNA_TABLE5>
45. PÉCSYOVÁ M., VAŇKO M., MACHLICA G. 2013. *Determinanty miery úspor na Slovensku*. [online]. [cit. 2016.03.02]. Dostupné na internete: <http://www.nbs.sk/_img/Documents/_PUBLIK_NBS_FSR/Biatec/Rok2013/09-2013/03_biatic13-09_pecsyova1.pdf>
46. SCHMIDHEINY, K. 2015. *Panel Data: Fixed and Random Effects*. [online]. [cit. 2016.04.18]. Dostupné na internete: <<http://www.schmidheiny.name/teaching/panel2up.pdf>>
47. SPIDER FINANCIAL corp. 2008. *Cointegration test*. [online]. [cit. 2016.04.05]. Dostupné na internete: <<http://www.spiderfinancial.com/support/documentation/numxl/users-guide/statistical-testing/cointegration-test>>
48. Štatistický úrad Slovenskej Republiky. 2016. *Príjmy a spotreba*. [online].

[cit. 2016.03.02]. Dostupné na internete: <<https://www7.statistics.sk/>>

49. TORRES-REYNA, O. 2007. *Panel Data Analysis Fixed and Random Effects using Stata*. [online]. [cit. 2016.04.18]. Dostupné na internete: <<https://www.princeton.edu/~otorres/Panel101.pdf>>