

**EKONOMICKÁ UNIVERZITA V BRATISLAVE
FAKULTA HOSPODÁRSKEJ INFORMATIKY**

Evidenčné číslo: 103003/I/2014/1398688587

**NÁKLADOVÁ A ZISKOVÁ FUNKCIA
V MODELOCH ZÁSOB A ICH VZŤAH
S OPTIMALIZÁCIOU VEĽKOSTI DODÁVKY**

Diplomová práca

2014

Bc. Roman Sabo

**EKONOMICKÁ UNIVERZITA V BRATISLAVE
FAKULTA HOSPODÁRSKEJ INFORMATIKY**

**NÁKLADOVÁ A ZISKOVÁ FUNKCIA
V MODELOCH ZÁSOB A ICH VZŤAH
S OPTIMALIZÁCIOU VEĽKOSTI DODÁVKY**

Diplomová práca

Študijný program: Manažérske rozhodovanie a informačné technológie

Študijný odbor: 6258 Kvantitatívne metódy v ekonómii

Školiace pracovisko: Katedra operačného výskumu a ekonometrie

Vedúci záverečnej práce: Prom. mat. Katarína Čemická, CSc.

Bratislava 2014

Bc. Roman Sabo



1398688587

Ekonomická univerzita v Bratislave
Fakulta hospodárskej informatiky

ZADANIE ZÁVEREČNEJ PRÁCE

Meno a priezvisko študenta: Bc. Roman Sabo
Študijný program: Manažérske rozhodovanie a informačné technológie
(Jednoodborové štúdium, inžiniersky II. st., denná forma)
Študijný odbor: 3.3.24 Kvantitatívne metódy v ekonómii
Typ záverečnej práce: Inžinierska záverečná práca
Jazyk záverečnej práce: slovenský

Názov: Nákladová a zisková funkcia v modeloch zásob a ich vzťah s optimalizáciou veľkosti dodávky

Anotácia: Úvod, základné pojmy, typy nákladov, zisk, veľkosť dodávky, teoretické modely, zber a spracovanie údajov, naplnenie konkrétneho modelu číslami, výpočet optimálnej veľkosti dodávky, minimálnych nákladov a maximálneho zisku, vyhodnotenie, záver

Vedúci: Mgr. Katarína Čemická, CSc.
Katedra: KOVE FHI - Katedra operačného výskumu a ekonometrie FHI
Dátum zadania: 07.11.2012

Dátum schválenia: 19.11.2012
doc. Mgr. Juraj Pekár, PhD.
vedúci katedry

Čestné vyhlásenie

Čestne vyhlasujem, že záverečnú prácu som vypracoval samostatne a že som uviedol všetku použitú literatúru.

Dátum:

.....

(podpis študenta)

Pod'akovanie

Touto cestou by som sa rád pod'akoval vedúcej diplomovej práce Prom. mat. Kataríne Čemickej, Csc. za odborné konzultácie a cenné rady, ktoré mi poskytla pri vypracovaní diplomovej práce. Taktiež ďakujem spoločnosti NAREL, spol. s.r.o. za ochotu pri poskytovaní informácií.

ABSTRAKT

SABO, Roman: Nákladová a zisková funkcia v modeloch zásob a ich vzťah s optimalizáciou veľkosti dodávky. – Ekonomická univerzita v Bratislave. Fakulta hospodárskej informatiky; katedra operačného výskumu a ekonometrie. – Vedúci záverečnej práce: Prom. mat. Katarína Čemická CSc. – Bratislava: FHI EU, 2014, s. 59

Cieľom záverečnej práce je poukázať na úzke prepojenie modelov zásob s nákladovou resp. ziskovou funkciou a aplikovať tieto poznatky na príklade z praxe. Práca je rozdelená do štyroch kapitol. Obsahuje 10 obrázkov a 13 tabuliek. Prvá kapitola je venovaná súčasnému stavu riešenej problematiky. V tejto kapitole sa zaoberáme základnými pojmami, nákladmi, ziskom, klasifikáciou modelov zásob a nakoniec základnými deterministickými a stochastickými modelmi.

V ďalšej časti sa charakterizuje cieľ práce. Tretia kapitola obsahuje charakteristiku skúmaného objektu, použitého viacproduktového modelu zásob a spôsob získavania údajov a ich zdroje.

Záverečná kapitola sa zaoberá výsledkami práce a ich interpretáciou.

Výsledkom riešenia danej problematiky je minimalizácia nákladov súvisiacich so zásobami a tým zvýšenie zisku.

Kľúčové slová: Viacproduktový model zásob, optimálna veľkosť dodávky, náklady, zisk

ABSTRACT

SABO, Roman: Cost and profit function in inventory models and their relationship with optimal lot size. – University of Economics in Bratislava. Faculty of Informatics; Department of Operations Research and Econometrics. – Supervisor: Prom. mat. Katarína Čemická CSc. – Bratislava: FHI EU, s. 59

Aim of the thesis is to show the close connection the inventory models with cost respectively profit function and apply this knowledge to practical example. The work is divided into four chapters. It contains 10 images and 13 tables. The first chapter is devoted to the current state of the field. This chapter deals with the basic concepts, costs, profit, classification inventory models, and finally the basic deterministic and stochastic models.

The next section describes the objective of the work. The third chapter contains the characteristics of subject, used Multi-Product Inventory Model and method of obtaining data and their sources.

The final chapter deals with the results and their interpretation of the work. The result of solving the problem is to minimize the costs associated with supplies and thus increase profit.

Keywords: Multi-product inventory model, economic order quantity, cost, profit

Obsah

Úvod	10
1. Súčasný stav riešenej problematiky doma a v zahraničí	11
1.1 Základné pojmy	11
1.2 Náklady	13
1.3 Veľkosť dodávky	15
1.4 Zisk	16
1.5 Klasifikácia modelov zásob	17
1.6 Deterministické modely zásob	19
1.6.1 Model EOQ – Economic Order Quantity.....	20
1.6.2 Model dočasne neuspokojeného dopytu	23
1.6.3 Model POQ – Production Order Quantity.....	24
1.6.4 Model s diskontom.....	26
1.7 Stochastické modely zásob	28
1.7.1 Model I – stochastický spojitý dopyt	29
1.7.2 Model II – optimalizácia jednorázovo vytváratej zásoby.....	31
2. Cieľ práce	33
3. Metodika práce a metódy skúmania.....	34
3.1 Charakteristika objektu skúmania.....	34
3.2 Viac produktový model zásob	35
3.3 Určenie minimálnej ceny	37
3.4 Maximalizácia zisku	38
3.5 Spôsob získavania údajov a ich zdroje	39
4. Výsledky práce a diskusia.....	41
4.1 Optimálny dodávkový cyklus	41
4.2 Optimálne celkové náklady	42
4.3 Optimálne množstvá	47
4.4 Optimálne náklady a množstvá pri samostatnom objednávaní tovarov	49
4.5 URČENIE MINIMÁLNEJ CENY	51
4.6 Náklady a zisk NAREL, spol. s.r.o.....	54
Záver	58
Zoznam použitej literatúry	59

Zoznam obrázkov

Obrázok č. 1 Zisková funkcia	17
Obrázok č. 2 Dodávkové cykly modelu EOQ	21
Obrázok č. 3 Grafické znázornenie nákladovej funkcie $C(Q)$	22
Obrázok č. 4 Dodávkové cykly modelu dočasne neuspokojeného dopytu.....	23
Obrázok č. 5 Priebeh modelu POQ.....	25
Obrázok č. 6 priebeh funkcie celkových nákladov v modeli s diskontom	27
Obrázok č. 7 závislosť stavu zásoby na čase pri stochastickom dopyte	29
Obrázok č. 8 Funkcia celkových variabilných nákladov, nákladov na skladovanie a objednanie.....	45
Obrázok č. 9 Dodávkové cykly po optimalizovaní veľkosti dodávky.....	48
Obrázok č. 10 Zisková funkcia	54

Zoznam tabuliek

Tabuľka č. 1 Základné údaje o tovaroch.....	40
Tabuľka č. 2 objednávané množstvá spoločnosti	40
Tabuľka č. 3 Súčin dopytu a nákladov na skladovanie	41
Tabuľka č. 4 Celkové variabilné náklady, náklady na skladovanie a objednávku pre rôzne dodávkové cykly	44
Tabuľka č. 5 Náklady na nákup tovarov	46
Tabuľka č. 6 Optimálne množstvá tovarov.....	47
Tabuľka č. 7 Hladiny objednania tovarov	49
Tabuľka č. 8 Optimálne množstvá a celkové náklady pri objednávaní každého tovaru samostatne.....	50
Tabuľka č. 9 prepočet obstarávacích nákladov pre každý druh tovaru	51
Tabuľka č. 10 Náklady na skladovanie pre každú druh tovaru	52
Tabuľka č. 11 Minimálne ceny tovarov a výnosy z ich predaja	53
Tabuľka č. 12 Skladovacie náklady a náklady na nákup tovaru.....	55
Tabuľka č. 13 Výnosy z predaja tovaru.....	56

Úvod

Zásoby sú vo väčšine podnikov významnou položkou obežného majetku podniku. Vo výrobných podnikoch to môže byť aj viac ako 20 %, u obchodných spoločností dokonca viac ako 50 % majetku. Zákazníci očakávajú vysokú dostupnosť výrobkov, a to viedlo v mnohých podnikoch k automatickému zvyšovaniu hladiny zásob.¹

Nadmerné množstvo zásob na sklade však spôsobuje zvýšenie rôznych nákladov spojených s udržiavaním zásob. Navyše má podnik v zásobách viazané finančné prostriedky, ktoré by mohol výhodnejšie investovať. V prípade niektorých zásob môže dlhým skladovaním dôjsť k znehodnoteniu a tým aj k ďalším stratám. Ako východisko z tejto situácie sa môže zdať objednávanie zásob v malých dávkach, čo môže viesť k zníženiu nákladov na skladovanie, ale na druhej strane to môže viesť k zvýšeniu obstarávacích nákladov.

Nedostatok zásob na sklade taktiež nie je želaný stav, pretože v takomto prípade dochádza k neuspokojeniu dopytu, a to môže viesť k nespokojnosti a strate zákazníka, vo výrobných podnikoch k zastaveniu výroby a prestojom.

Pre zníženie celkových nákladov na obstarávanie a skladovanie zásob je potrebné nájsť kompromis medzi objednaným a teda aj skladovaným množstvom zásob a ich spotrebou. V tejto súvislosti si podniky kladú najmä dve otázky, a to „kedy nakúpiť?“ a „koľko nakúpiť?“. Odpovede na tieto otázky môžu získať využitím modelov teórie zásob.

Teória zásob je súhrn matematických metód používaných k modelovaniu a optimalizácii procesov hromadenia rôznych položiek k zabezpečeniu plynulého chodu zásobovaných zložiek. Modely riadenia zásob sa snažia minimalizovať celkové náklady na objednanie, skladovanie a čerpanie zásob vrátane prípadných strát spojených s neexistenciou potrebnej zásoby.

Cieľom práce bolo poukázať na úzke prepojenie modelov zásob s nákladovou resp. ziskovou funkciou a aplikovať tieto poznatky na príklade z praxe.

¹ ŠURKA, V. 2003. *Riadenie zásob*. In *AT&P JOURNAL* [online]. 2003, roč. 10, 12 [cit. 2014.02.03.]. Dostupné na internete < http://www.atpjournals.sk/buxus/docs/atp-2003-12-22_23.pdf > ISSN 1335-2237

1. Súčasný stav riešenej problematiky doma a v zahraničí

V tejto kapitole si objasníme základné pojmy, ktoré sú používané v modeloch teórie zásob, definujeme zisk a náklady, ktoré vznikajú v súvislosti so zásobami. Ďalej sa budeme venovať klasifikácii modelov zásob a nakoniec si priblížime základné teoretické modely deterministického a stochastického typu.

1.1 Základné pojmy

Na začiatok je dôležité objasniť si základné pojmy, ktoré sú používané v modeloch zásob. V prvom rade sa jedná o zásoby. Zásoby sú okamžite použiteľné zdroje, ktoré sú systematicky vytvárané k materiálovému zabezpečeniu plynulého priebehu výrobného procesu alebo uspokojovaniu dopytu na trhu. Iný pohľad hovorí, že zásoby sú nevyužitý zdroj určený ku krytiu budúceho dopytu (spotreby).²

Medzi zásoby v podniku patria suroviny, materiál, polotovary a hotové výrobky. Predstavujú teda obežný alebo krátkodobý majetok podniku.

Zásoby v podniku majú viacero funkcií:

1. Geografická funkcia – umožňujú miestne odlúčenie výroby a spotreby. Umožňujú tiež optimálnu lokalizáciu výrobných kapacít z hľadiska zdrojov surovín, energií a pracovníkov
2. Vyrovnávací a technologická funkcia – Zabezpečujú plynulosť výrobného procesu, umožňujú zhromaďovanie výroby, preklenujú časové kolísanie výroby a spotreby, vznikajú ako dôsledok nespojitej prepravy od dodávateľa k odberateľovi, do istej miery eliminujú nepredvídateľné výkyvy v dopyte alebo poruchy v dopĺňovaní zásob
3. Špekulatívna funkcia – vytváranie rezerv pri znížení ceny, pred predpokladaným zvýšením ceny, dosahovanie mimoriadneho zisku vhodným nákupom za účelom výhodného budúceho predaja bez zmeny.

Zásoby majú aj negatívny vplyv, napríklad taký, že viažu kapitál, spotrebovávajú ďalšiu prácu a prostriedky a nesú so sebou riziko znehodnotenia, nepoužiteľnosti a nepredajnosti.

² LUKÁŠ, L. 2005. *Prevděpodobnostní modely*. 1. Plzeň: Západočeská univerzita, 2005. **s. 83**. ISBN 80-7043-388-4.

Na základe diferencovaného prístupu k riadeniu zásob môžeme zásoby členiť na:³

- bežné zásoby – predstavujú krytie potreby zásob použitých vo výrobe pre dané obdobie medzi dvomi dodávkami,
 - poistné zásoby – zásoby, ktoré sa udržiujú nad rámec bežných zásob z dôvodu nepredvídateľných porúch v dodávkach,
 - zásoby v procese (na ceste) – zásoby, ktoré sa nachádzajú na ceste k odberateľovi alebo ktoré boli vytvorené vo výrobe. Tieto zásoby nie sú použiteľné z hľadiska predaja alebo ďalšieho použitia vo výrobe,
 - sezónne zásoby – vznikajú z dôvodu sezónnych výkyvov v dodávkach alebo spotrebe,
 - propagačné zásoby – použité v marketingovej kampani podniku,
 - špekulatívne zásoby – sú udržiavané na sklade z iných dôvodov, než pre uspokojovanie bežného dopytu. Dôvodom pre ich nákup je snaha dosiahnuť mimoriadny zisk výhodným nákupom, napríklad využitím množstevných zliav, predzásobenie v dôsledku očakávaného nárastu cien,
 - umŕtvené zásoby – pre podnik už nemajú ďalšie využitie. Ide o znehodnotené a nepoužiteľné zásoby vo výrobe a o výrobky, ktoré sú na bežnom trhu nepredajné.
- U týchto zásob je potrebné zamedziť ďalšiemu dopĺňovaniu.

Pri znižovaní nákladov je najdôležitejšie určiť veľkosť dodávky (Q), teda množstvo objednaného tovaru, ktoré je zároveň množstvo tovaru jednorazovo dodané na sklad. Tieto zásoby sa potom zo skladu postupne čerpajú v závislosti od intenzity výrobného procesu alebo veľkosti dopytu. Tvorba a dopĺňovanie zásob sa môže realizovať viacerými spôsobmi:

- dodávkami v istých časových okamihoch vždy rovnakého alebo premenlivého objemu,
- spojitá (plynulá) tvorba zásob,
- dodávky zdroja určené k dopĺňovaniu zásoby prichádzajú na sklad náhodne a teda sú vyjadrené len ako náhodné veličiny (napr. čo sa týka ich objemu, okamžiku dodania, atď.).

³ MAJTÁN, Š. 2004. *Nákup a riadenie zásob*. 1. Bratislava: EKONÓM, 2004. **s. 8**. ISBN 80-255-1917-0

Dodávkový cyklus (t) „charakterizuje čas medzi príchodom objednávky na sklad a momentom vyčerpania všetkých zásob. Táto premenná je závislá od intenzity čerpania zásob a od veľkosti objednávky. Inverzná hodnota dodávkového cyklu definuje počet objednávok za určité časové obdobie v.“⁴

Čas ktorý uplynie od momentu objednania až po moment príchodu objednaného tovaru na sklad sa nazýva dodacia lehota (t_d).

Pri rozhodovaní, kedy objednať tovar, sa určuje tzv. bod objednania (t_r). Je to okamžik, kedy momentálna skladová hladina spadne na alebo pod hladinu objednania (r). Okrem aktuálnej dostupnej zásoby by mala hladina objednania zohľadňovať aj poistnú zásobu, nevykryté objednávky od zákazníkov a objednávky k dodávateľom na ceste.

Od premennej veľkosti dopytu za sledované obdobie (λ) sú závislé premenné množstvo tovaru, hladina objednania a moment objednania.

1.2 Náklady

„Náklady podniku predstavujú peňažné ocenenie spotreby podnikových produkčných faktorov vynaložených podnikom na určité výkony a spojených s jeho podnikateľskou činnosťou. Vznikajú v okamihu spotreby. Často sa stotožňujú s pojmom výdavky. Výdavky predstavujú zníženie objemu peňažných prostriedkov podniku a vznikajú v okamihu úhrady.“⁵

Čo sa týka typu nákladov, tak ich môžeme rozlíšiť na fixné a variabilné.

Fixné náklady – sú náklady, ktoré sa nemenia pri zmene objemu výroby, alebo sa menia skokom (napríklad pri kúpe nového skladu).

Variabilné náklady – náklady, ktoré sa menia pri zmene objemu výroby. Tieto náklady ďalej delíme na:

- proporcionálne – sú to priamo úmerné náklady, teda rastú v tom istom smere ako objem výkonov. Na jednotku výkonu sa nemenia,
- neproporcionálne – tieto náklady sa nemenia priamo úmerne so zmenou objemu výkonov. Neproporcionálne variabilné náklady sa ďalej delia na:

⁴ IVANIČOVÁ, Z. – BREZINA, I. – PEKÁR, J. 2002. *Operačný výskum*. 1. Bratislava: Iura Edition, 2002. s. **219**. ISBN 80-89047-43-2

⁵ MAJDÚCHOVÁ H. a kol. 2009. *Podnikové hospodárstvo*. 1. vyd. Bratislava: Iura Edition, 2009. s. **39**. ISBN 978-80-8078-296-2

- o progresívne – ich celková výška rastie rýchlejšie a klesá pomalšie ako objem výkonov,
- o regresívne – výška týchto nákladov rastie pomalšie a klesá rýchlejšie ako objem výkonov. Náklady na jednotku výkonu klesajú,
- o regresívne – pri raste objemu výkonov ich celková výška klesá a pri poklese objemu výkonov ich celková výška stúpa.

Celkové náklady v modeli zásob tvoria tieto zložky⁶:

- 1) Náklady na skladovanie jednej jednotky tovaru za skúmané obdobie c_s - ide hlavne o variabilné náklady, ich výška je obvykle priamo úmerná momentálnemu objemu zdrojov na sklade. Medzi tieto náklady môžeme zaradiť podiel na prenájme skladových priestorov, mzdové náklady, poistenie, spotrebu energie a pod.
- 2) Náklady na jednu objednávku tovaru c_a – tieto náklady súvisia s každou objednávkou, vznikajú pri jej zadávaní, prijímaní a spracovávaní. Závisia od činností, ktoré treba vykonať pre spracovanie každej objednávky, a nie od objednaného množstva, preto sú označované ako fixné skladové náklady. Sú to napríklad náklady za telefón, poštovné, dopravné náklady, ktoré súvisia s jednou objednávkou a nezávisia od jej veľkosti.
- 3) Náklady spojené s nákupom tovaru c_p – tvorí ich nákupná cena tovaru a rozpočtové náklady, ktoré súvisia s nákupom tovaru. Tieto náklady sa označujú ako obstarávacía cena.
- 4) Náklady spojené s nedostatkom tovaru c_d – vznikajú vtedy, keď zásoby zdroja nepokrývajú jeho potrebu (dopyt), alebo ak je dopyt uspokojený oneskorene, v nezodpovedajúcej kvalite, atď. Medzi tieto náklady patrí strata z prestojov, znovuobnovenie prerušenej výroby, penále za oneskorenie dodania tovaru, ušlý zisk za nerealizovaný obchod a pod. Ich určenie je zvyčajne veľmi ťažké, a preto sa odhadujú.

⁶ IVANIČOVÁ, Z. – BREZINA, I. – PEKÁR, J. 2002. *Operačný výskum*. 1. Bratislava: Iura Edition, 2002. **s. 219**. ISBN 80-89047-43-2

1.3 Veľkosť dodávky

Určiť správnu veľkosť dodávky, je jedným zo základných predpokladov pre dosiahnutie nižších celkových nákladov súvisiacich so zásobami. Nákup menších množstiev tovarov aj nákup vo veľkom má svoje výhody aj nevýhody.

Medzi výhody nákupu v malom by sme mohli zaradiť:

- objem spotreby je ľahšie odhadnuteľný,
- nižšia viazanosť kapitálu,
- riziko znehodnotenia alebo pokazenia je nižšie,
- pri znížení cien tovarov príde k nižším stratám,
- nižšie skladovanie a poistné náklady.

Na druhej strane má nákup v malom aj viacero nevýhod, a to:

- väčšie riziko, že nastane nedostatok zásob,
- nevyužitie množstevných rabatov,
- vyššie prepravné náklady,
- Množstvo malých dodávok môže zvýšiť náklady s príjmom zásob.

Nákup vo veľkom poskytuje obchodníkom tieto výhody:

- nižšia nákupná cena môže znamenať vyšší hrubý zisk,
- možnosť dosiahnutia konkurenčnej výhody znížením cien, z dôvodu nižších nákupných cien,
- nižšie objednávkové (administratívne) a prepravné náklady,
- menšie riziko nedostatku zásob,
- pomáha vyhnúť sa prípadnému rastu nákupných cien v budúcnosti.

Medzi nevýhody nákupu vo veľkom môžeme zaradiť:

- riziko „príčin“ zľavy,
- zvyšovanie viazanosti prostriedkov v zásobách zvyšuje riziko insolventnosti podniku,
- vyššie náklady na skladovanie.
- riziko znehodnotenia a strát pri skladovaní je vyššie,

- viazané prostriedky nemôžeme použiť na iné investovanie.

1.4 Zisk

Cieľom každého podniku je dosahovanie zisku. Za zisk sa považuje kladný výsledok hospodárenia, teda ak rozdiel medzi výnosmi a nákladmi je kladný. V opačnom prípade vzniká strata.

Výnosy predstavujú peňažné prostriedky, ktoré podnik získal za určité obdobie bez ohľadu na to, či v tomto období prišlo k ich úhrade. Výnosy sú závislé od počtu predaných kusov (x) a ceny (p), preto sa vypočítajú ako:

$$R(x) = x \cdot p. \quad (1.1)$$

Pre maximalizáciu výnosov, a teda aj zisku je potrebné poznať dopytovú funkciu, od ktorej treba vyjadriť cenovú funkciu:

$$p = f(x). \quad (1.2)$$

Ziskovú funkciu $P(x)$ potom získame ako rozdiel výnosovej $R(x)$ a nákladovej funkcie $C(x)$:

$$P(x) = R(x) - C(x). \quad (1.3)$$

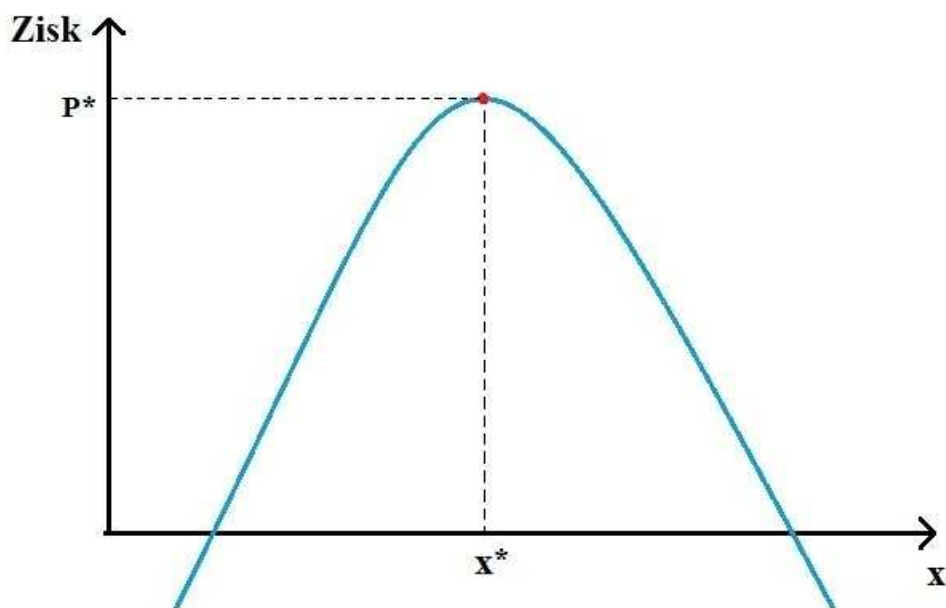
Pre maximalizáciu zisku je potrebné maximalizovať výnosy a zároveň minimalizovať náklady. Pre maximalizovanie výnosov je potrebné určiť optimálnu cenu a ponúkané množstvo tovaru. Cena výraznou mierou ovplyvňuje dopyt. Pri príliš nízkej alebo príliš vysokej cene hrozí, že dopyt po tovare bude nízky a podnik dosiahne stratu, teda výška výnosov nedokáže pokryť ani náklady, ktoré boli vynaložené. Pri stanovovaní ceny je potrebné zohľadniť tieto tri základné ohraničujúce faktory⁷:

- výška nákladov,
- konkurencia,
- dopyt.

⁷ Základné prístupy k tvorbe cien [online] [cit. 2014.02.15]. Dostupné na internete: <http://www.podnikajte.sk/Data/881/UserFiles/Podnikatelske-vzdelavanie/ucebnica-studenti/modul3/72_poznamky.pdf>

Na obrázku č. 1 máme graficky zobrazený priebeh ziskovej funkcie, kde x^* je optimálne množstvo ponúkaného tovaru. Pri takomto ponúkanom množstve tovaru je možné dosiahnuť maximálny možný zisk. Pre takýto zisk je potrebné určiť maximálnu možnú cenu tovaru, ktorú získame dosadením x^* do funkcie ceny p :

$$p = f(x^*). \quad (1.4)$$



Obrázok č. 1 Zisková funkcia

1.5 Klasifikácia modelov zásob

Pri optimalizácii zásob môžeme použiť viaceré metódy. Často sa používajú metódy matematického programovania, najmä lineárneho, nelineárneho, stochastického a dynamického. Ďalej sa využívajú simulačné postupy a techniky. Stretnúť sa môžeme aj s modelmi využívajúcimi markovove reťazce.

Modely zásob podľa orientácie optimalizácie môžeme rozdeliť na tri základné typy, a to na nákladovo orientované, modely bez nákladovej orientácie a zmiešané. Cieľom nákladovo orientovaných systémov je voľba takej stratégie riadenia, ktorá zaručuje obvykle minimalizáciu funkcie celkových skutočných, alebo očakávaných nákladov zásob za určitý časový úsek. Pre tieto potreby je nutná znalosť nákladovej funkcie, ktorá je spravidla konvexná a je možné ju vyjadriť ako súčet čiastkových nákladových funkcií.

Sú situácie, kedy takú nákladovú funkciu nie je možné explicitne zadať, alebo nie je vôbec potreba ju formulovať, poprípade chceme dosiahnuť iného cieľa. V takom prípade hovoríme o modeloch bez nákladovej orientácie a kritériom optimality môže byť napríklad dosiahnutie minimálnej výšky finančných prostriedkov viazaných v zásobách.

Jednou zo základných charakteristík v modeloch zásob je typ dopytu po sledovanej jednotke zásoby. Tento dopyt môže byť buď deterministický alebo stochastický. Deterministický dopyt je charakteristický tým, že dopyt je v rámci uvažovaného časového obdobia pevne daný. Napríklad spotreba polotovarov pri výrobe nejakého výrobku je určená objemom výroby, ktorý je dopredu daný. Stochastický (pravdepodobnostný) dopyt je naopak dopyt neurčitý, teda jeho veľkosť je možné odhadnúť iba s určitou pravdepodobnosťou. Typickým príkladom je napríklad dopyt po novom tovare, ktorý je uvádzaný na trh.

Modely zásob môžeme ďalej deliť podľa nasledujúcich hľadísk:⁸

- 1) Podľa spôsobu zohľadnenia vývoja spotreby v čase na:
 - a) Statické – u týchto modelov berieme v úvahu iba jeden dodávkový cyklus.
 - b) Dynamické – také, u ktorých uvažujeme viac dodávkových cyklov.
- 2) Podľa stacionárnosti spotreby na:
 - a) Stacionárne – také, u ktorých sa veličiny, charakterizujúce model v jednotlivých cykloch nemenia.
 - b) Nestacionárne – také, u ktorých sa priemerná hodnota spotreby v jednotlivých cykloch mení.
- 3) Podľa spotreby na:
 - a) Modely so spojitou spotrebou – spotreba má neprerušený priebeh.
 - b) Modely s nespojitou (diskrétnou) spotrebou – spotreba sa odohráva jednorazovo.
- 4) Podľa spôsobu riešenia vyčerpania zásob na:
 - a) Modely s odkladom.
 - b) Modely so strateným predajom.
- 5) Podľa počtu skladovaných substrátov na:
 - a) Modely jednoprvkové – skladuje sa len jeden substrát.
 - b) Modely viacprvkové – skladuje sa viac substrátov.

⁸ LINDA, B. 2004. *Stochastické modely operačného výzkumu*. 1. Bratislava: STATIS, 2004. **s. 52**. ISBN 80-85659-33-6.

- 6) Podľa počtu skladov na:
- a) Modely s jedným skladom.
 - b) Modely s viac skladmi.

Rôznou kombináciou uvedených hľadísk môžeme vytvoriť množstvo rôznych modelov zásob. V ďalšej časti si priblížime základné typy deterministických a stochastických modelov zásob.

1.6 Deterministické modely zásob

V tejto časti si predstavíme základné predpoklady deterministických modelov a základné modely riadenia zásob s deterministickým dopytom, a to konkrétne model EOQ, model dočasne neuspokojeného dopytu, model POQ a model zásob s diskontom.

Pri deterministických modeloch zásob sa predpokladá, že všetky vstupné veličiny sú známe. Tieto modely patria medzi najstaršie. Prvé vytvorené modely siahajú do začiatku 20-teho storočia. Deterministické modely vychádzajú z týchto predpokladov:

- výška spotreby, dopytu je konštantná,
- optimálna veľkosť objednávaných zásob nie je obmedzená a dodanie sa uskutočňuje naraz,
- rovnaká dodacia lehota počas celého plánovacieho obdobia,
- nákupné ceny sú stále a prepravné náklady sú nezávislé na čase a veľkosti dodávky,
- zásoba reprezentuje iba jeden typ výrobku bez vzájomných väzieb na iné druhy výrobkov,
- plánovací horizont a kapitál sú neobmedzené,
- dosiahnuť deficit zásob je nemožné, keďže optimálna veľkosť objednávaných zásob je model stacionárny a čas dodania a výška dodávky sú vždy konštantné.

1.6.1 Model EOQ – Economic Order Quantity

Model optimálnej veľkosti objednávky bol formulovaný už v roku 1915 a je s rôznymi modifikáciami používaný dodnes. Jeho základné predpoklady sú⁹:

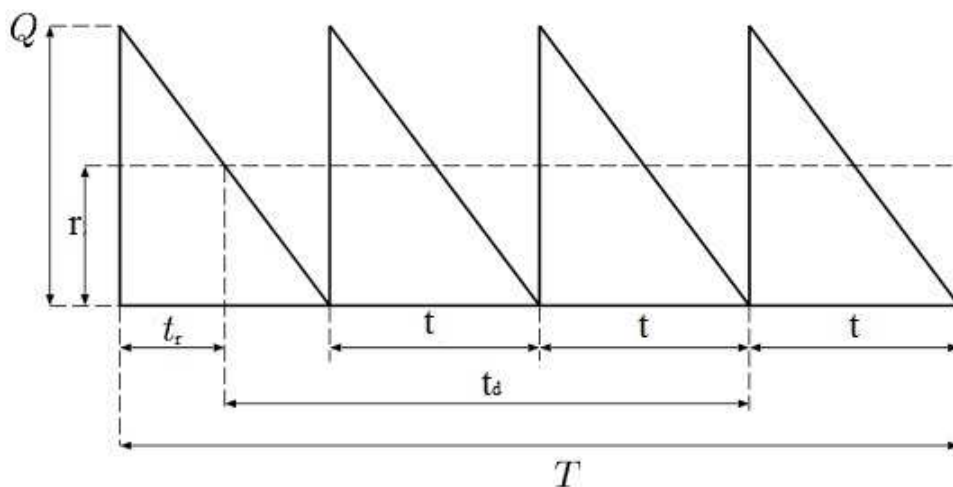
- dopyt je známy a je konštantný,
- čerpanie zásob zo skladu je rovnomerné,
- dodacia lehota dodávok je známa a je konštantná,
- veľkosť všetkých dodávok je konštantná,
- nákupná cena je nezávislá na veľkosti objednávky,
- vznik nedostatku zásob nie je prípustný (k doplneniu skladu dochádza v okamihu jeho vyčerpania),
- k doplneniu skladu dochádza v jednom časovom okamžiku.

„Objednávanie na základe EOQ nie je použiteľné pre každú firmu. Najviac sa hodí pre skladové položky s vyrovnaným dopytom, ktorý počas roka príliš nekolíše, napríklad u distribútorov, ktorí udržiavajú konštantnú hladinu zásob, alebo pre firmy, ktoré vyrábajú na sklad. Môže byť však použiteľný aj u firiem, ktoré vyrábajú na objednávku, ale vzniká u nich kontinuálna spotreba určitých materiálových položiek. Podobne je EOQ možné využiť pri objednávaní náhradných dielov a materiálov pre opravy a údržbu, pri ktorých je spotreba relatívne konštantná.“¹⁰

⁹ JABLONSKÝ, J. 2007. *Operační výzkum*. 3. Praha: Professional Publishing. **s.211**. ISBN 978-80-86946-44-3

¹⁰ *Riadenie zásob: optimálna veľkosť objednávky (1)*. [online] [cit. 2014.02.26.] dostupné na internete: <
<http://www.cfo.sk/articles/riadenie-zasob-optimalna-velkost-objednavky-1#.U1eKjaloP4V>>

V modeli EOQ dochádza k pravidelnému opakovaniu zhodných dodávkových cyklov. Priebeh dodávkových cyklov môžeme vidieť na obrázku č. 2.



Obrázok č. 2 Dodávkové cykly modelu EOQ

Q – Veľkosť dodávky

r – hladina objednania

t_r – moment objednania zásob

t_d – dodacia lehota

t – dodávkový cyklus

Celkové ročné náklady na objednanie a udržiavanie zásob závislé na veľkosti Q môžeme vyjadriť v tvare

$$C(Q) = c_s \frac{Q}{2} + c_a \frac{\lambda}{Q}, \quad (1.5)$$

kde

$\frac{Q}{2}$ - je priemerná výška zásob v priebehu roka,

λ - je veľkosť dopytu za sledované obdobie,

c_a - sú obstarávacie náklady jednej dodávky,

c_s - sú náklady na skladovanie za sledované obdobie.

Optimálnu veľkosť dodávky vypočítame derivovaním funkcie celkových ročných nákladov (1.5) a položením prvej derivácie rovnej nule.

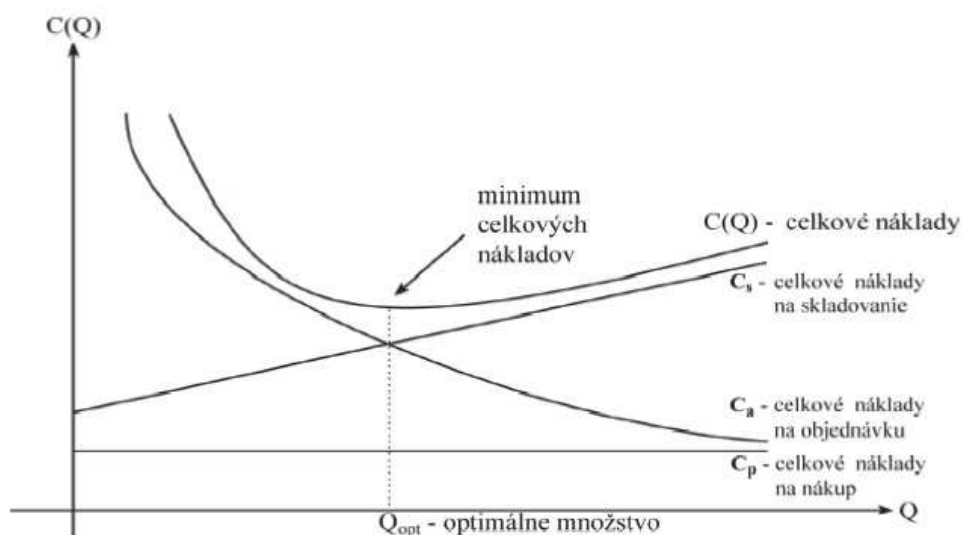
$$\frac{dC}{dQ} = \frac{c_s}{2} - \frac{c_a \lambda}{Q^2} = 0. \quad (1.6)$$

Riešením dostaneme tzv. Wilsonov vzorec, teda vzorec pre výpočet optimálnej veľkosti dodávky, ktorý má tvar:

$$Q^* = \sqrt{\frac{2\lambda c_a}{c_s}} \quad (1.7)$$

Z Wilsonovho vzorca je vidieť, že čím vyššie sú náklady na jednu objednávku, tým výhodnejšie je objednávať väčšie množstvo a menej často, a zároveň čím vyššie sú náklady na skladovanie, tým výhodnejšie je objednávať častejšie a menšie množstvo.

Princíp optimalizácie nákladov máme zobrazený na obrázku č. 3.



Obrázok č. 3 Grafické znázornenie nákladovej funkcie $C(Q)$

Na obrázku č. 3 je znázornený priebeh štyroch nákladových funkcií, a to celkových nákladov $C(Q)$, celkových nákladov na skladovanie C_s , celkových nákladov na objednávku C_a a celkových nákladov na nákup C_p . Funkcia $C(Q)$ je súčtom ostatných troch funkcií. Vidíme, že funkcia $C(Q)$ má tvar paraboly. Funkcia celkových nákladov na skladovanie C_s má rastúci charakter pri raste množstva Q , naopak funkcia C_a klesá s rastúcim množstvom Q . Celkové náklady na nákup nie sú závislé od objednaného množstva, preto sa ich výška s zmenou množstva Q nemení. Ako vidíme z obrázku, súčet funkcií C_s a C_a dosiahne svoje

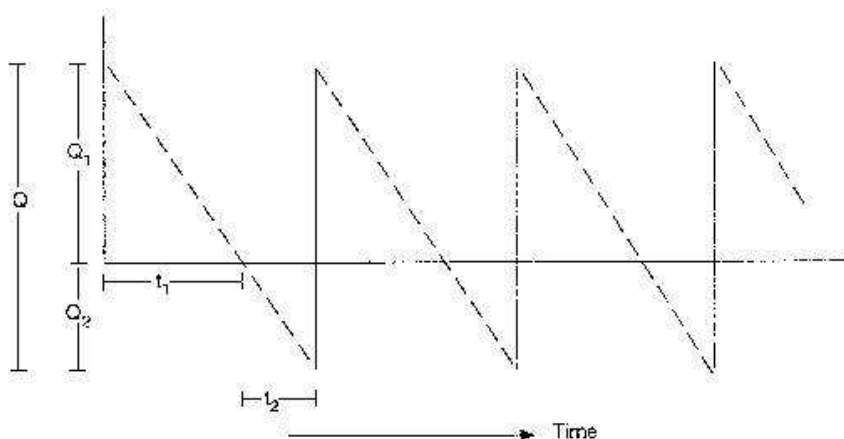
minimum v mieste, kde sa pretínajú. Takže pri optimálnych celkových nákladoch platí, že celkové náklady na skladovanie sú rovnaké ako celkové náklady na objednanie.

1.6.2 Model dočasne neuspokojeného dopytu

Rozdiel oproti modelu EOQ je iba v tom, že v tomto modeli sa pripúšťa prechodný nedostatok zásoby na sklade. To teda znamená, že dopyt po jednotkách zásoby môže byť prechodne neuspokojený. V súvislosti s výskytom neuspokojeného dopytu je treba spomenúť dve dodatočné charakteristiky tohto modelu¹¹:

1. Dodávkový cyklus sa rozpadá na dva intervaly (t_1 , t_2). V prvom intervale je tak ako v modeli EOQ zásoba na sklade a dochádza k jej čerpaniu. V druhom intervale zásoba na sklade nie je a požiadavky na čerpanie zásoby, ktoré sa počas tohto intervalu vyskytnú, nemôžu byť uspokojené.
2. Predpokladá sa, že neuspokojený dopyt bude uspokojený okamžite po príchode najbližšej dodávky na sklad. Môže však nastať aj situácia, kedy je lepšie dopyt neuspokojovať. Takýto dopyt sa potom označuje ako stratený. Takáto situácia je lepšia v prípade, ak by náklady na uspokojenie strateného dopytu boli vyššie ako náklady, ktoré by vznikli neuspokojením spotreby.

Priebeh dodávkového cyklu v modeli zásob s deficitom môžeme znázorniť takto:



Obrázok č. 4 Dodávkové cykly modelu dočasne neuspokojeného dopytu

¹¹ JABLONSKÝ, J. 2007. *Operační výzkum*. 3. Praha: Professional Publishing. s.211. ISBN 978-80-86946-44-3

Nákladová funkcia v modeli s dočasne neuspokojeným dopytom má nasledujúci tvar:

$$C(Q, s) = c_s \frac{(Q - s)^2}{2Q} + c_a \frac{\lambda}{Q} + c_d \frac{s^2}{2Q}, \quad (1.8)$$

kde s je výška neuspokojeného dopytu.

Z nákladovej funkcie vidíme, že je to funkcia dvoch premenných, a to Q a s . Vo funkcii už vystupujú aj náklady spojené s nedostatkom tovaru c_d , ktoré zvyšujú hodnotu celkových nákladov.

Extrém nákladovej funkcie $C(Q, s)$ nájdeme tak, že parciálnu deriváciu podľa premenných Q a s položíme rovnú nule a riešime vzniknutú sústavu dvoch rovníc o dvoch neznámych. Výsledkom tohto riešenia sú optimálne hodnoty výšky dodávky Q^* a optimálna výška neuspokojeného dopytu s^* .

Vzorec na výpočet optimálnej výšky dodávky má takýto tvar:

$$Q^* = \sqrt{\frac{2\lambda c_a}{c_s}} \cdot \sqrt{\frac{c_s + c_d}{c_d}}. \quad (1.9)$$

Výšku optimálneho neuspokojeného dopytu vypočítame podľa vzťahu:

$$s^* = Q^* \cdot \frac{c_s}{c_s + c_d} \quad (1.10)$$

1.6.3 Model POQ – Production Order Quantity

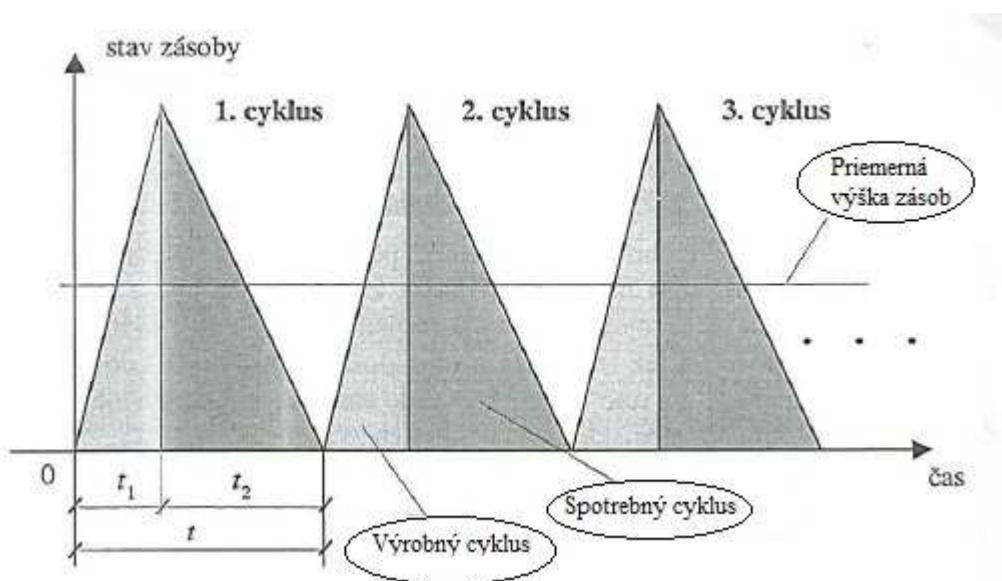
Produkčný model vychádza z rovnakých predpokladov ako model EOQ. Na rozdiel od tohto modelu však doplnenie skladu nie je jednorazové – dodávka neprichádza do skladu v jednom okamžiku. Celý dodávkový cyklus sa tu rozpadá na 2 intervaly – výrobný a spotrebný cyklus.

V prvom z nich o dĺžke t_1 sa dopĺňa rovnomerne sklad (realizácia výrobnéj dávky) a zároveň dochádza k jeho čerpaniu. Pritom je požadované, aby intenzita produkcie bola vyššia než intenzita spotreby – aby teda výroba stačila pokryť spotrebu.

V druhom intervale o dĺžke t_2 sa čerpá iba zásoba zo skladu. Po jej vyčerpaní štartuje nová výrobná dávka a celý cyklus sa opakuje. Nepredpokladá sa tu možnosť vzniku nedostatku zásoby ako v modeli dočasne neuspokojeného dopytu.

V Produkčnom modeli sa jedná o to, stanoviť objem výrobnéj dávky Q a intervaly medzi dvomi po sebe nasledujúcimi dávkami tak, aby bol uspokojený ročný dopyt vo výške λ . Tieto veličiny je treba stanoviť tak, aby boli znova minimalizované celkové náklady, ktoré sa tu skladajú z dvoch položiek – sú nimi skladovacie (variabilné) náklady a fixné náklady jednej výrobnéj dávky.

Priebeh závislosti stavu zásob na čase v modeli POQ je znázornený na obrázku č. 5:



Obrázok č. 5 Priebeh modelu POQ

Nákladová funkcia v tomto modeli má nasledujúci tvar:

$$C(Q) = c_s \frac{p-h}{p} \frac{Q}{2} + c_a \frac{\lambda}{Q} \quad (1.11)$$

kde

p – je intenzita produkcie,

h – je intenzita spotreby,

Deriváciou funkcie $C(Q)$ odvodíme vzorec pre optimálny objem výrobnéj dávky:

$$Q^* = \sqrt{\frac{2\lambda c_a}{c_s}} \sqrt{\frac{p}{p-h}} \quad (1.12)$$

Optimálnu dĺžku cyklu medzi dvomi výrobnými dávkami získame na základe vzťahu:

$$t^* = \frac{Q^*}{\lambda} \quad (1.13)$$

Optimálne náklady vychádzajú po dosadení Q^* do nákladovej funkcie a po príslušnej úprave:

$$C(Q^*) = \sqrt{2\lambda c_s c_a} \sqrt{\frac{p-h}{p}}. \quad (1.14)$$

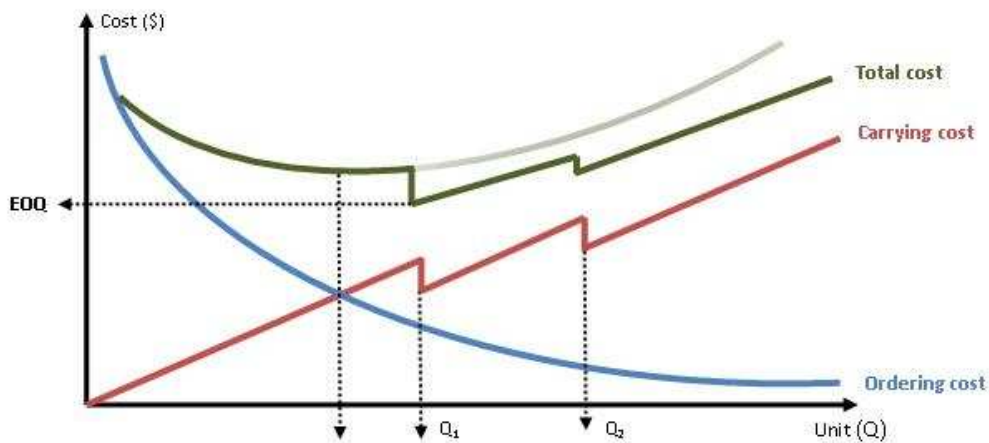
1.6.4 Model s diskontom

V základnom modeli EOQ bol jeden z predpokladov, že nákupná cena nezávisí od objemu objednávky. Predpokladajme teraz naopak, že dodávateľ ponúka množstevné zľavy, tzn. pri objednávke, ktorá prevyšuje stanovenú hranicu bude nižšia nákupná cena a tým budú tiež nižšie jednotkové skladovacie náklady, pretože tie bývajú vyjadrené práve percentom z nákupnej ceny. Nákladová funkcia v tomto modeli musí vyjadrovať nielen náklady na skladovanie a získanie jednotiek zásoby, ale musí brať do úvahy aj nákupnú cenu, pretože tá sa pre rôzne úrovne objednávky môže líšiť. Môžeme ju teda zapísať nasledovne:

$$C(Q) = c_s^Q \frac{Q}{2} + c_a \frac{\lambda}{Q} + c^Q \lambda \quad (1.15)$$

kde c^Q je nákupná cena jednotky zásoby pri objednávke o objeme Q a c_s^Q sú jednotkové skladovacie náklady odvodené od obstarávacej ceny c^Q .

Priebeh nákladovej funkcie v modeli s diskontom je zobrazený na obrázku č. 6:



Obrázok č. 6 priebeh funkcie celkových nákladov v modeli s diskontom

Na obrázku vidíme, že diskont ovplyvňuje tvar funkcie nákladov na skladovanie a funkcie celkových nákladov. Pri poskytnutí zľavy sa zmení tvar krivky (náklady klesnú) a to má vplyv aj na určenie lokálneho minima.

Vďaka nižším nákladom pri kúpe väčšieho množstva tovaru si môže podnik dovoliť znížiť ceny, a tým zvýšiť dopyt a prilákať nových zákazníkov.

Algoritmus výpočtu optimálnej výšky objednávky v modeli s diskontom je nasledujúci¹²:

1. Pre každú diskontnú kategóriu vypočítame optimálnu veľkosť objednávky $Q_1^*, Q_2^*, \dots, Q_k^*$ podľa vzťahu

$$Q_i^* = \sqrt{\frac{2\lambda c_a}{c_s^Q}} \quad i = 1, 2, \dots, k \quad (1.16)$$

2. Ak sú niektoré optimálne veľkosti objednávok $Q_1^*, Q_2^*, \dots, Q_k^*$ príliš nízke pre to, aby spadali do príslušnej diskontnej kategórie, zvýšime ich na dolnú hranicu danej kategórie.

¹² JABLONSKÝ, J. 2007. Operační výzkum. 3. Praha: Professional Publishing. **s.211**. ISBN 978-80-86946-44-3

3. Ak sú niektoré optimálne hodnoty $Q_1^*, Q_2^*, \dots, Q_k^*$ príliš vysoké a presahujú hornú hranicu danej diskontnej kategórie, nemusíme ich v ďalšom výpočte vôbec uvažovať, pretože nemôžu byť v žiadnom prípade optimálne.
4. Pre každú hodnotu $Q_1^*, Q_2^*, \dots, Q_k^*$ vypočítame celkové náklady. Optimálna výška objednávky je potom tá, pre ktorú vychádzajú najnižšie celkové náklady.

1.7 Stochastické modely zásob

V tejto časti práce si povieme niečo o stochastických modeloch zásob a bližšie sa pozrieme na 2 typy stochastických modelov zásob, a to na model so stochastickým spojeným dopytom a model pre optimalizáciu jednorázovo vytváranej zásoby.

Stochastické modely zásob sú charakteristické tým, že nie všetky ich parametre sú dané ako konštanty. Niektoré z nich sú zadane ako náhodné veličiny. V realite je dopyt jednoznačne určený len málokedy, čo je zapríčinené správaním sa trhu. Trh je neustále sa meniaci a vyvíjajúci systém, ktorého vývoj nie je možné určiť jednoznačne. Preto sa podniky snažia zohľadniť správanie sa trhu v rámci svojich skladových zásob, a to určitým množstvom zásob buď nad rámec požadovaného množstva, respektíve pod rámec požadovaného množstva. V stochastickom prostredí je riadenie skladových zásob náročnejšie na určenie optimálnej výšky objednaného množstva zásob a určenie hladiny objednávaní zásob. K eliminácii stochastického správania sa trhu existuje niekoľko prístupov:

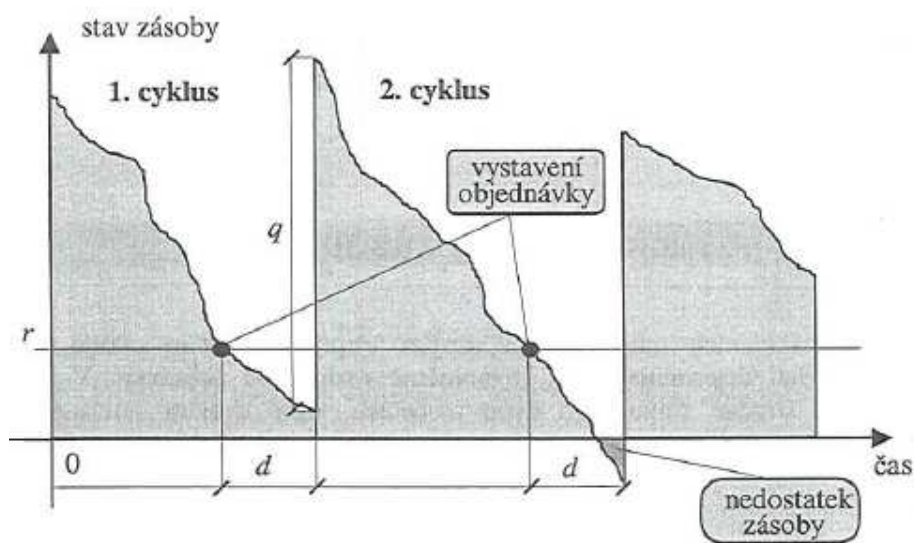
- štatistické vyhodnotenie spotreby za určité obdobie, určenie optimálnej hodnoty a jej smerodajnej odchýlky, metódami prognózovania zohľadniť cykly, trendy a periódy spotreby,
- určenie priemerného množstva spotreby za určité sledované obdobie,
- simulácia a definovanie pravdepodobnosti rozdelenia dopytu, zavedenie strednej hodnoty dopytu a jeho rozptylu, pričom rozptyl zohľadňuje stochastický charakter správania na trhu,
- udržiavať na sklade dodatočnú konštantnú poistnú zásobu na vykrytie stochastickosti.

1.7.1 Model I – stochastický spojitý dopyt

V tomto modeli predpokladáme, že dopyt je stochastický, teda výška dopytu v danom časovom období je náhodná veličina s istým pravdepodobnostným rozdelením. Ďalej predpokladáme systém s plynulým sledovaním stavu zásoby na sklade, tzn. objednávka je vystavovaná v okamžik, kedy zásoba na sklade klesne na stanovenú hranicu r , ktorá sa označuje ako bod objednania. Dodaciu lehotu uvažujeme konštantnú. Vzhľadom k variabilite dopytu počas dodacej lehoty môžu v tomto modeli nastať dva prípady¹³:

1. Dopyt počas dodacej lehoty dodávky bude nižší ako bod objednania – nová dodávka príde na sklad v okamžiku, kedy je stav skladu kladný, teda nedochádza k neuspokojeniu požiadaviek.
2. Dopyt počas dodacej lehoty dodávky je vyšší než bod objednávky – počas dodacej lehoty dodávky bude teda zásoba vyčerpaná a príde k čiastočnému neuspokojeniu požiadaviek.

Vyššie spomenuté 2 prípady máme zobrazené na obrázku č. 7.



Obrázok č. 7 závislosť stavu zásoby na čase pri stochastickom dopyte

Na obrázku č. 7 vidíme priebeh stavu zásob pri stochastickom dopyte. V prvom cykle nastal prípad, kedy pri príchode novej dodávky bol stav zásob kladný. V druhom cykle nastal opačný prípad, teda prišlo k čiastočnému neuspokojeniu dopytu.

¹³ JABLONSKÝ, J. 2007. *Operační výzkum*. 3. Praha: Professional Publishing. s.228. ISBN 978-80-86946-44-3

Pre analýzu modelov so stochastickým dopytom je potrebné mať informácie o charaktere tohto dopytu. Ten je určený príslušným pravdepodobnostným rozdelením, jeho strednou hodnotou a smerodajnou odchýlkou.

Pre výpočet základných charakteristík tohto stochastického modelu sa používajú rovnaké vzťahy ako v deterministickom modeli EOQ s tým, že sa namiesto deterministického dopytu λ použije v príslušných vzťahoch stredná hodnota dopytu μ_Q . Podľa týchto vzťahov ide vypočítať predovšetkým optimálnu výšku objednávky Q^* a dĺžku dodávkového cyklu. Bod objednania r^* sa bude v typickom prípade rovnať strednej hodnote dopytu.

Stochastický dopyt veľmi dobre vystihuje normálne rozdelenie. Ak má dopyt normálne rozdelenie a objednávka bude vystavená v okamžiku, kedy zásoba klesne na úroveň r^* , potom môžu nastať s rovnakou pravdepodobnosťou 0,5 dve vyššie zmienené situácie:

- skutočný dopyt bude nižší než r^* a nenastane neuspokojenie dopytu,
- skutočný dopyt bude vyšší než r^* a nastane neuspokojenie dopytu.

V tejto súvislosti môžeme zaviesť pojem – úroveň obsluhy. Úroveň obsluhy je pravdepodobnosť, že v rámci jedného cyklu nepríde k neuspokojeniu požiadaviek. Označujeme ho symbolom γ . Ak je úroveň $\gamma = 0,5$, potom k neuspokojeniu požiadaviek dochádza priemerne v každom druhom cykle. Pri úrovni $\gamma = 0,95$ nastáva neuspokojenie požiadaviek iba v priemere v jednom z 20 cyklov.

Ak chceme znížiť pravdepodobnosť neuspokojenia požiadaviek, teda zvýšiť úroveň obsluhy, potom treba vystaviť objednávku v okamžiku, kedy zásoba klesne na úroveň vyššiu než r^* . Bod objednania označíme r_γ a platí:

$$r_\gamma = r^* + w, \quad (1.17)$$

kde hodnota w predstavuje poistnú zásobu. Tu si treba uvedomiť, že vyššia poistná zásoba síce vedie k vyššej úrovni obsluhy, ale za cenu vyšších skladovacích nákladov.

Strednú hodnotu skladovacích a obstarávacích nákladov môžeme vyčíslit' ako

$$\mu_{C(Q)} = \sqrt{2\mu_Q c_a c_s} + c_a w. \quad (1.18)$$

Po určení výšky poistnej zásoby stačí riešiť úlohu

$$P\{dopyt Qd počas dodacej lehoty \leq r^* + w\} \geq \gamma, \quad (1.19)$$

tzn. Pravdepodobnosť, že skutočný dopyt bude nižší než úroveň objednávky + poistná zásoba (nepríde k vyčerpaniu skladu) by mala byť vyššia než γ . Aby bolo možné uvedenú úlohu riešiť, je treba definovať pravdepodobnostné rozdelenie pre dopyt. Najprv je treba transformovať náhodnú veličinu Qd , ktorá má rozdelenie $N(\mu_d, \sigma_d) = N(r^*, \sigma_d)$ na náhodnú veličinu z s rozdelením $N(0,1)$ podľa vzťahu

$$z = \frac{Qd - r^*}{\sigma_d}. \quad (1.20)$$

Z tabuliek hodnôt distribučnej funkcie rozdelenia $N(0,1)$ určíme, aká hodnota z_γ zodpovedá úrovni obsluhy γ .

Veľkosť dopytu počas obstarávacej lehoty dodávky vypočítame:

$$Qd^* = z_\gamma \sigma_d + r^*. \quad (1.21)$$

Ak bude v okamžiku vystavenia objednávky na sklade zásoba vo výške Qd^* , potom s pravdepodobnosťou γ skutočný dopyt počas obstarávacej lehoty tento objem neprekročí a nepríde k nedostatku zásoby.

Poistnú zásobu w je potrebné vytvoriť v takej výške, aby platilo

$$w \geq z_\gamma \sigma_d. \quad (1.22)$$

1.7.2 Model II – optimalizácia jednorázovo vytváratej zásoby

Model optimalizácie jednorázovo vytváratej zásoby môže byť užitočný vtedy, ak musí užívateľ vytvoriť na začiatku nejakého obdobia zásobu, ktorú nie je možné v priebehu obdobia dopĺňať (alebo ju je možné dopĺňať len s nejakými dodatočnými nákladmi).

Dopyt v tomto období však nie je deterministický, ale je ho možné popísať iba nejakým pravdepodobnostným rozdelením s danou strednou hodnotou a smerodajnou odchýlkou. Pri popise dopytu môžeme vychádzať zo skúseností z minulých období, zo spracovaných marketingových štúdií a pod.

Vzhľadom k neurčitému dopytu môžu po vytvorení počiatočnej zásoby nastať 3 prípady:

1. Skutočný dopyt je nižší ako vytvorená zásoba – v takomto prípade na konci obdobia zostanú nejaké zásoby na sklade. Tieto zásoby je po sezóne výhodnejšie predať „pod cenu“ ako čakať na ďalšiu sezónu.
2. Skutočný dopyt je vyšší ako vytvorená zásoba – dochádza k situácii, že všetky požiadavky nemôžu byť počiatočnou zásobou uspokojené. V tejto súvislosti vznikajú straty na ušlom zisku.
3. Skutočný dopyt sa rovná vytvorenej zásobe – toto je skôr hypotetická situácia. V tomto prípade by nevznikli žiadne náklady ani straty.

V uvažovanom modeli je možné dokázať, že minimálna úroveň strednej hodnoty nákladov je dosiahnutá, ak pre úroveň obsluhy γ platí

$$\gamma = \frac{c_s}{c_a + c_s}. \quad (1.23)$$

Počiatočná zásoba q^* sa podľa toho vytvorí v takej výške, pre ktorú platí

$$P\{Q \leq q^*\} \geq \gamma. \quad (1.24)$$

2. Cieľ práce

Hlavným cieľom diplomovej práce bolo poukázať na úzke prepojenie modelov zásob s nákladovou resp. ziskovou funkciou a aplikovať tieto poznatky na príklade z praxe.

Pre dosiahnutie hlavného cieľa je potrebné splniť viaceré čiastkové ciele. Prvým čiastkovým cieľom bolo vypočítať optimálnu veľkosť dodávky a ako často by mala byť dodávka realizovaná. Na dosiahnutie tohto cieľa sme použili viacproduktový model zásob. Tento model sme zvolili z dôvodu, že spoločnosť objednáva viac druhov tovarov od jedného dodávateľa.

Ďalším čiastkovým cieľom bolo vyčíslieť optimálne celkové náklady a zobrazit' funkciu celkových variabilných nákladov spolu s funkciou nákladov na skladovanie a nákladov na objednanie.

Tretím čiastkovým cieľom bolo vypočítať optimálne objednávané množstvo každého druhu tovaru v jednej objednávke.

Štvrtým čiastkovým cieľom bolo vypočítať celkové náklady, aké by spoločnosť dosiahla v prípade, že by objednávala každý tovar samostatne. Následne tieto náklady porovnať s dosiahnutými optimálnymi nákladmi pri agregovanej objednávke a určiť, ktorý spôsob objednávania je pre spoločnosť efektívnejší.

Štvrtým čiastkovým cieľom bolo určiť takú minimálnu predajnú cenu každého tovaru, aby spoločnosť nebola v strate. Posledným čiastkovým cieľom bolo vypočítať výnosy a následne zisk, ktorý spoločnosť dosiahla a porovnať ho so ziskom, ktorý by dosiahla, ak by mala optimalizovanú veľkosť dodávky.

3. Metodika práce a metódy skúmania

V tejto časti sa budeme venovať metóde optimalizácie zásob pri súčasnej objednávke niekoľko druhov tovarov a charakterizujeme spoločnosť, na ktorej dané poznatky aplikujeme.

3.1 Charakteristika objektu skúmania

Najprv si charakterizujeme spoločnosť, ktorá nám poskytla údaje pre túto diplomovú prácu.

Spoločnosť NAREL, spol. s.r.o., sídliaca na ulici Andreja Hlinku 1135/35, 926 01 Sered' sa zaoberá nákupom, predajom a sprostredkovaním predaja elektromateriálu, svietidiel, náradia, poľnohospodárskych, drevoobrábacích strojov, stavebného materiálu, priemyselného tovaru, spotrebnej elektroniky, čistiacich, dezinfekčných prostriedkov a požičiavaním elektrického ručného náradia. Táto spoločnosť pôsobí na trhu už 21 rokov.

NAREL, spol. s.r.o. ponúka:

- „elektrické ručné náradie – BOSH, SKIL, DREMEL, NAREX, PROTOOL, (vrtáčky, brúsky stolové aj uhlové, aku skrutkovače, píly kotúčové, priamočiare vrtacie kladivá, teplovzdušné pištole, vysokotlakové čističe, priemyselné vysávače),
- dielenské náradie – kľúče, gola sady, kliešte, píly a iné,
- murárske náradie (hladička, lyžice, naberačky, vodováhy, sťahovacie laty),
- závitorezné nástroje,
- stavebnú techniku – kotviaca technika MKT, FISCHER, stavebná chémia, zámky, kovania, ochranné pracovné prostriedky,
- zväracia technika – inventory, elektródy, zväracie drôty a príslušenstvo,
- rezný a brúsny materiál – rezné a brúsne kotúče, pílové kotúče, brúsne listy a pásy,
- spojovací materiál – skrutky, vrutky do dreva a plechu, TEX, matky, podložky, nity, klince a iné,
- vrtáky do dreva, kovu, betónu skla a agresu,
- záhradné náradie (hrable, lopaty, rýle.)“¹⁴

¹⁴ [online] [cit. 2014.03.11.] Dostupné na internete: <<http://www.narel.sk/cinnost.html>>

3.2 Viac produktový model zásob

Nakoľko spoločnosť NAREL, spol. s r.o. objednáva od dodávateľa viacero druhov tovarov naraz, budeme sa teraz zaoberať viacproduktovým modelom zásob, ktorý v ďalšej časti práce použijeme na výpočet optimálneho dodacieho cyklu, optimálnych nákladov a optimálneho množstva každého druhu tovar.

Zlučovaním objednávok rôznych položiek zásob do jednej objednávky dochádza k odklonu od optimálneho cyklu objednávok (a s tým aj od optimálnej veľkosti dodávok) u jednotlivých položiek zásob. Naproti tomu dochádza k zmenšeniu celkového počtu objednávok a následkom toho aj k zmenšeniu objemu činností s tým súvisiacich a teda aj nákladov s nimi spojených. Jednou z otázok, ktoré si môžeme položiť je, či je výhodnejšie objednávať zvlášť podľa optimálnych cyklov jednotlivých položiek alebo spoločne a za akých podmienok je daná stratégia výhodnejšia.

Typickým príkladom agregácie objednávok je situácia, kedy jeden alebo niekoľko málo dodávateľov zásobuje skladový systém viacerými rôznymi položkami zásob a kedy je zvlášť výhodné, objednať jedinou objednávkou od toho istého dodávateľa niekoľko položiek zásob s tým, že budú dodané súčasne.

Predpokladajme, že jednou objednávkou je možné objednať súčasne n položiek pri konštantných nákladoch objednávky c_a . Tieto náklady teda nezávisia na počte objednaných položiek ani na množstve jednotlivých položiek. Nech potreba i -tej položky (resp. dopyt po tejto položke) počas obdobia dĺžky T je λ_i jednotiek množstva ($i=1,2,\dots,n$) a nech náklady na skladovanie položky za jednotku času sú c_{si} ($i=1,2,\dots,n$). Veľkosť objednávky i -tej položky označíme Q_i (v jednotkách množstva) a cyklus objednávania tejto položky t_i (v jednotkách času), potom¹⁵

$$Q_i = \frac{\lambda_i}{T} * t_i \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (3.1)$$

Celkové variabilné náklady za obdobie T na obstaranie a skladovanie zásob všetkých n druhov tovarov môžeme pri rovnomernom dopyte vyjadriť ako funkciu dĺžky dodacieho cyklu vo forme

¹⁵ ZIMOLA, B. 2000. *OPERAČNÍ VÝZKUM*. 2. Brno: Vysoké učení technické. 2000. **s.132**. ISBN 80-214-1664-5

$$C_v(t) = \frac{\sum_{i=1}^n \lambda_i \cdot \frac{t}{T} \cdot c_{si}}{2} + \frac{c_a \cdot T}{t} \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (3.2)$$

Keďže celkové variabilné náklady sú súčtom celkových nákladov na skladovanie a celkových nákladov na objednanie, tak potom celkové náklady na skladovanie vypočítame ako

$$C_s(t) = \frac{\sum_{i=1}^n \lambda_i \cdot \frac{t}{T} \cdot c_{si}}{2}, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (3.3)$$

Zo vzorca vidieť, že s rastom dodávkového cyklu t náklady na skladovanie rastú. Je to spôsobené tým, že ak bude menej dodávok, tak sa bude dodávať väčšie množstvo a to je potrebné uskladniť. Z tohto dôvodu náklady porastú.

Celkové náklady na objednanie vypočítame podľa vzťahu

$$C_a(t) = \frac{c_a \cdot T}{t}. \quad (3.4)$$

Zo vzorca vidíme, že čím je dodávkový cyklus dlhší, tým sú celkové náklady na objednávku nižšie.

Z podmienok pre existenciu minima funkcie celkových nákladov $C_v(t)$ určíme potom optimálnu dĺžku intervalu medzi dvomi dodávkami t^* , takže dostaneme

$$t^* = T \sqrt{\frac{2 \cdot c_a}{\sum_{i=1}^n c_{si} \lambda_i}} \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (3.5)$$

Na veľkosť optimálneho dodávkového cyklu vplývajú najmä náklady na obstaranie a skladovanie. Čím sú náklady na objednanie vyššie, tým je vyšší aj optimálny dodávkový cyklus. S rastom nákladov na skladovanie sa optimálny dodávkový cyklus znižuje.

Počet dodávok, ktoré sa uskutočnia počas celého obdobia T vypočítame ako:

$$v = \frac{T}{t}. \quad (3.6)$$

Optimálnu veľkosť dodávky i -teho tovaru získame podľa vzťahu¹⁶

$$Q_i^* = \lambda \sqrt{\frac{2c_a}{\sum_{i=1}^n \lambda_i \cdot c_{si}}} \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (3.7)$$

Q_i^* nám hovorí, aké množstvo i -teho tovaru je optimálne objednávať v jednej objednávke.

Veľkosť minimálnych celkových variabilných nákladov za podmienky dodržania optimálnej dĺžky jednotného dodávkového cyklu bude rovná

$$C_v(t^*) = \sqrt{2c_a \sum_{i=1}^n \lambda_i c_{si}} \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (3.8)$$

Optimálnu hodnotu celkových nákladov získame ako súčet celkových variabilných nákladov a celkových nákladov na nákup tovaru, teda

$$C(t^*) = C_v(t^*) + \sum_{i=1}^n \lambda_i \cdot OC_i \quad (3.9)$$

kde OC_i je obstarávacía cena i -teho tovaru.

Hladinu objednania pre i -ty tovar vypočítame podľa vzorca

$$r_i = \frac{\lambda_i \cdot t_d}{T}. \quad (3.10)$$

3.3 Určenie minimálnej ceny

Výpočet minimálnej ceny tovaru je dôležitý najmä preto, aby sme vedeli, pod akú cenu by nemal byť tovar predávaný. Ak by sme predávali tovar za vypočítanú minimálnu cenu, tak by sa po predaní všetkých tovarov výnosy rovnali nákladom. V takomto prípade by bol zisk podniku nulový. Cena vyššia ako minimálna cena, prinesie podniku zisk. Samozrejme nemôže podnik určiť príliš vysokú cenu, pretože by sa mohlo stať, že by dopyt po tovare bol príliš nízky, a náklady spojené so zásobami by boli vyššie ako výnosy, ktoré by sa dosiahli predajom.

¹⁶ HOLUBOVÁ, J. 2012. *Matematické modelování v ekonomii*: diplomová práce. Brno: MASARYKOVA UNIVERZITA. 2012 **s. 27**

Na určenie minimálnej ceny potrebujeme rozvrhnúť náklady na objednanie aj skladovacie náklady na jednotlivé tovary.

Náklady na objednanie rozvrhneme na základe pomeru hodnoty tovaru k hodnote všetkých objednaných tovarov, a to podľa vzorca

$$C_a(Q_i^*) = c_a \cdot \frac{OC_i \cdot Q_i^*}{\sum OC_i \cdot Q_i^*}, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (3.11)$$

Ako ďalšie potrebujeme zistiť, aké sú náklady na skladovanie i -teho tovaru. Tie zistíme nasledovne podľa vzorca

$$C_s(Q_i^*) = c_{si} \frac{Q_i^*}{2}, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (3.12)$$

Po priradení nákladov k tovarom vypočítame minimálnu cenu i -teho tovaru ako

$$p_i^* = OC_i + \frac{c_a(Q_i^*)}{Q_i^*} + \frac{c_s(Q_i^*)}{\lambda_i}, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (3.13)$$

Výnosy z predaja i -teho tovaru vypočítame ako súčin dopytu a ceny. Predpokladáme, že sa predal všetok tovar, ktorý bol objednaný.

$$R(p_i^*) = \lambda_i \cdot p_i^*, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (3.14)$$

Po dosadení za p_i^* hodnotu minimálnej ceny, musí platiť, že výnosy sa rovnajú nákladom, a teda zisk je rovný nule.

$$C(t^*) = R(p_i^*), \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (3.15)$$

$$P = 0.$$

3.4 Maximalizácia zisku

Pre každý podnik je najdôležitejšie, aby dosahoval zisk. Na to, aby sme mohli maximalizovať zisk podniku, potrebujeme poznať závislosť ceny p od dopytu λ , teda

$$p = f(\lambda). \quad (3.16)$$

Výnosy podniku potom vyjadruje funkcia o jednej neznámej

$$R(\lambda) = p * \lambda = f(\lambda) * \lambda \quad (3.17)$$

Ziskovú funkciu získame ako rozdiel výnosov a nákladov

$$P = R(\lambda) - C(\lambda) \quad (3.18)$$

Potom pre maximalizáciu zisku platí podmienka prvého rádu

$$\frac{\partial P(\lambda)}{\partial \lambda} = 0. \quad (3.19)$$

Po vypočítaní optimálneho množstva, ktoré sú ľudia ochotný kúpiť, vypočítame optimálnu cenu dosadením optimálneho množstva do cenovej funkcie.

3.5 Spôsob získavania údajov a ich zdroje

Pre naplnenie cieľa tejto práce bolo potrebné získať viacero údajov o tovaroch, ktoré spoločnosť objednáva agregovane. Konkrétne ide o tieto údaje: obstarávacía cena tovarov, ročný dopyt, náklady na skladovanie, náklady na objednanie a predajná cena tovarov. Ďalej sme potrebovali zistiť, ako často spoločnosť objednáva tovar a v akých množstvách.

Potrebné údaje k vypracovaniu praktickej časti diplomovej práce sa nám podarilo získať od spoločnosti NAREL, spol. s.r.o.. Spoločnosť má viacero dodávateľov, ale pre potreby tejto práce si ukážeme optimalizáciu dodávok od jedného dodávateľa. NAREL, spol. s.r.o. objednáva od tohto jedného dodávateľa 6 druhov tovarov. Sú to Vrtáčky, uhlové brúsky, pílové kotúče, pájkovačky, konzervačné spreje a ochranné rukavice.

Nakoľko mesačný dopyt po výrobkoch vykazoval minimálne odchýlky, tak sme mohli na výpočet použiť deterministický model zásob. Spoločnosť nám poskytla výšku ročného dopytu, ročné náklady na skladovanie, predajnú a obstarávaciu cenu.

V tabuľke č. 1 sú uvedené údaje potrebné o objednávaných šiestich tovaroch, ktoré nám spoločnosť poskytla.

i	Názov tovaru	Obstarávacía cena OC_i	Ročný dopyt λ_i	Ročné náklady na skladovanie c_{si}	Predajná cena p_i
1	Vítačka BOSH GBH 2-26DFR	135,- €	115	16,2	168,99
2	Uhlová brúska BOSH GWS 7-115 Professional	41,- €	391	4,92	51,99
3	Pílový kotúč 190x30x2,5x54	10,74 €	1635	1,29	15,35
4	Pájkovačka Dremel	29,75 €	623	3,57	39,16
5	Konzervačný sprej BOSCH	6,50 €	854	0,78	9,16
6	Ochranné rukavice	11,- €	2484	1,32	14,75

Tabuľka č. 1 Základné údaje o tovaroch

Náklady na jednu objednávku od dodávateľa boli vyčíslené na 70 € bez ohľadu na množstvo objednaného tovaru. Dodacia lehota je 7 dní.

Spoločnosť NAREL, spol. s.r.o. objednáva tovar raz za 2 mesiace. V každej objednávke objednávala 20 ks vŕtačiek, 66 ks uhlových brúsok, 273 ks pílových kotúčov, 104 ks pájkovačiek, 143 ks konzervačných sprejov a 414 ks ochranných rukavíc. Tieto množstvá sú prehľadne uvedené v tabuľke č. 2.

i	Q_i
1	20
2	66
3	273
4	104
5	143
6	414

Tabuľka č. 2 objednávané množstvá spoločnosti

4. Výsledky práce a diskusia

V tejto kapitole aplikujeme teoretické poznatky na príklade z praxe. Pre spoločnosť NAREL, spol. s r.o. vypočítame optimálny dodávkový cyklus a optimálne množstvo každého tovaru dodávaného od dodávateľa. Porovnáme výšku celkových nákladov pre agregovanú objednávku s celkovými nákladmi, ktoré by spoločnosť dosiahla pri objednávaní optimálnych dodávok tovarov jednotlivo. Ďalej vypočítame, aká by mala byť minimálna cena tovarov, aby nebola spoločnosť v strate a nakoniec porovnáme výšku nákladov a zisku pred a po optimalizovaní veľkosti dodávky.

4.1 Optimálny dodávkový cyklus

Pre výpočet optimálneho dodávkového cyklu budeme potrebovať vypočítať súčet súčinov dopytu a nákladov na skladovanie pre každý tovar.

Pre tovar $i=1$ bude súčin nákladov na skladovanie a dopytu nasledovný:

$$\lambda_1 \cdot c_{s1} = 115 \cdot 16,2 = 1863.$$

Hodnoty pre ostatné tovary ako aj súčet všetkých hodnôt máme v tabuľke č. 3:

i	$\lambda_i \cdot c_{si}$
1	1863
2	1923,72
3	2109,15
4	2224,11
5	666,12
6	3278,88
Σ	12064,98

Tabuľka č. 3 Súčin dopytu a nákladov na skladovanie

Číslo 12 064,98 nám vyjadruje aké by boli celkové skladovacie náklady, ak by sme objednali všetok tovar naraz a mali ho 365 dní uložený na sklade. Ak by podnik skladoval všetkých 115 vrtáčiek celý rok, tak by mal na ich uskladnenie náklady vo výške 1863,-- €. Celoročné uskladnenie 391 kusov uhlových brúsok by podnik vyšlo na 1 923,72 €. Skladovanie 1 635 kusov pílových kotúčov, 623 kusov pájkovačiek a 854 kusov

konzervačných sprejov počas 365 dní by vyšlo NAREL, spol. s.r.o. na 2 109,15 €, 2 224,11 € a 666,12 €. Za 365 dňové uskladnenie 2 484 kusov ochranných rukavíc by vznikli náklady vo výške 3 278,88 €.

Teraz môžeme vypočítať optimálnu dĺžku dodávkového cyklu v dňoch podľa vzťahu (3.5):

$$t^* = 365 \sqrt{\frac{2 \cdot 70}{12064,98}} = 39,3182 \cong 39 \text{ dní.}$$

Optimálny dodávkový cyklus je 39,3182 dní. Pre NAREL, spol. s.r.o. je optimálne objednávať tovar každý 39 dní.

Počet objednávok do roka získame podľa vzťahu (3.6):

$$v = \frac{365}{39} = 9,283 \cong 9.$$

Optimálny počet dodávok za rok je 9,283, zaokrúhlene 9.

4.2 Optimálne celkové náklady

V tejto časti zistíme, aká by bola výška celkových variabilných nákladov za podmienky, že bude dodržaný optimálny dodávkový cyklus, ktorý je 39,3182 dní. Výšku nákladov vypočítame podľa vzťahu (3.8):

$$C_v(t^*) = \sqrt{2 \cdot 70 \cdot 12064,98} = 1299,653.$$

Ako skúšku správnosti môžeme vypočítať celkové variabilné náklady pomocou vzorca (3.2), kde by nám mal vyjsť rovnaký výsledok.

$$C_v(t^*) = \frac{12064,98 \cdot \frac{39,3182}{365}}{2} + \frac{70 \cdot 365}{39,3182} = 1299,653.$$

Optimálna výška celkových nákladov pri dodržaní optimálnej dĺžky dodávkového cyklu nám v oboch prípadoch vyšla 1299,65 €.

Po výpočte optimálnych variabilných nákladov vieme ľahko určiť výšku celkových nákladov na skladovanie (C_s) a celkových nákladov na objednávku (C_a), pretože sa ich výška musí pri optimálnej dodávke rovnať. Takže celkové náklady na skladovanie musia predstavovať 50 % z celkových variabilných nákladov, teda 649,826 € a takisto celkové náklady na objednanie sa budú rovnať hodnote 649,826 €. Ako dôkaz môžeme vypočítať celkové náklady na skladovanie podľa vzťahu (3.3)

$$C_s(t^*) = \frac{12064,98 \cdot \frac{39,3182}{365}}{2} = 649,826,$$

a celkové náklady na objednávku podľa vzťahu (3.4)

$$C_a(t^*) = \frac{70 \cdot 365}{39,3182} = 649,826.$$

Celkové náklady na skladovanie aj celkové náklady na objednanie nám vyšli podľa výpočtov pomocou vzorcov rovnako, teda 649,826 €.

V tabuľke č. 4 máme uvedené celkové variabilné náklady, celkové náklady na objednanie a celkové náklady na skladovanie pre rôzne hodnoty dodávkového cyklu t . Tieto údaje nám poslúžia na grafické zobrazenie funkcie celkových variabilných nákladov $C_v(t)$, funkcie celkových nákladov na skladovanie $C_s(t)$ a funkcie celkových nákladov na objednávku $C_a(t)$.

Hodnotu nákladov na objednanie pre dodávkový cyklus $t=5$ vypočítame podľa vzťahu (3.4):

$$C_a(5) = \frac{365}{5} \cdot 70 = 5110.$$

Náklady na skladovanie pre dodávkový cyklus $t=5$ sme vypočítali podľa vzťahu (3.3):

$$C_s(5) = \frac{12064,98 \cdot \left(\frac{5}{365}\right)}{2} = 82,64.$$

Celkové variabilné náklady sú potom súčtom celkových nákladov na skladovanie a objednanie

$$C_v(5) = 5110 + 82,64 = 5192,64.$$

Výsledky pre ďalšie hodnoty dodávkového cyklu t sú uvedené v tabuľke č. 4.

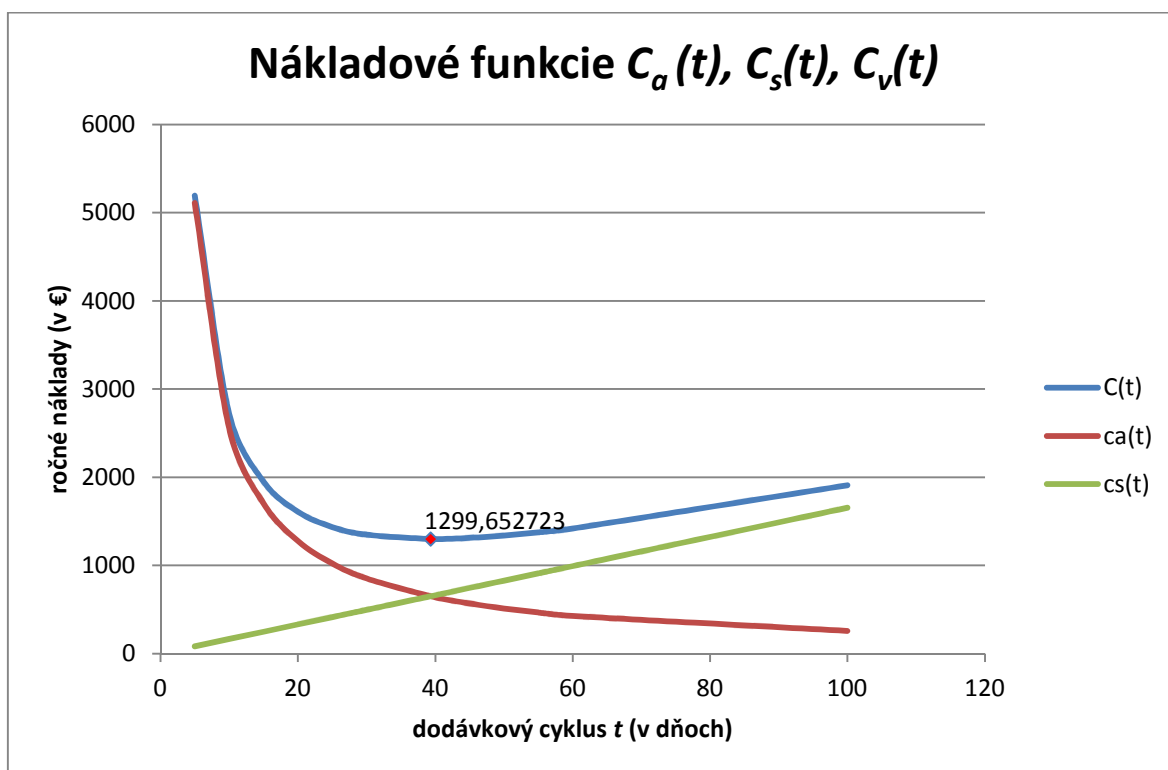
t (v dňoch)	$C_v(t)$	$C_a(t)$	$C_s(t)$
5	5192,64	5110	82,64
10	2720,27	2555	165,27
20	1608,05	1277,5	330,55
30	1347,49	851,67	495,82
39,3182	1299,65	649,83	649,83
40	1299,84	638,75	661,09
50	1337,37	511	826,37
60	1417,48	425,83	991,64
70	1521,92	365	1156,92
100	1908,24	255,5	1652,74

Tabuľka č. 4 Celkové variabilné náklady, náklady na skladovanie a objednávku pre rôzne dodávkové cykly

Ak by si podnik zvolil, že dodávkový cyklus bude každý 5 dní, tak ich celkové variabilné náklady by dosiahli hodnotu 5192,64 €, z čoho by väčšina, až 5110,-- € boli náklady na objednávku. V takomto prípade by sa tovar objednával až 73 krát. Keďže by na sklade bolo vždy iba malé množstvo zásob, tak celkové náklady na skladovanie by dosiahli 82,64 €.

Naopak keby podnik zvýšil hodnotu dodávkového cyklu na 100, teda tovar by objednával iba 3,65 krát do roka, mal by oveľa vyššie náklady na skladovanie ako náklady na objednanie. Náklady na skladovanie by boli 1652,74 € a náklady na objednanie iba 255,50 €. To by bolo spôsobené tým, že by sme museli skladovať veľké množstvo tovarov počas dlhšieho obdobia. Pri takomto objednávaní by mohlo pri niektorých druhoch tovarov hroziť znehodnotenie.

Funkciu celkových variabilných nákladov, celkových nákladov na skladovanie a celkových nákladov na objednanie spoločnosti NAREL, spol. s r.o. máme graficky zobrazenú na obrázku č. 8. Pre zobrazenie funkcií sme použili údaje z tabuľky č. 4.



Obrázok č. 8 Funkcia celkových variabilných nákladov, nákladov na skladovanie a objednanie

Ako vidíme z obrázku č. 8, výška nákladov sa nemení v závislosti od objednaného množstva ako tomu je napr. pri modeli EOQ, ale v závislosti od dodávkového cyklu t . Funkcia celkových variabilných nákladov, ktorá je znázornená modrou farbou, je klesajúca po červený bod ($t=39,3182$), ktorý predstavuje minimum funkcie. Od tohto bodu začína funkcia stúpať.

Červenou farbou je znázornený priebeh funkcie nákladov na objednanie, ktorá má klesajúci charakter. Čím je dodávkový cyklus väčší, tým sú menšie náklady na objednanie, pretože sa realizuje menej objednávok.

Naopak náklady na skladovanie, ktoré sú znázornené zelenou farbou, rastú spolu so zväčšujúcim sa dodávkovým cyklom. Je to spôsobené tým, že pri väčšom dodávkovom cykle sa objednáva väčšie množstvo tovarov, ktoré je potom potrebné uskladniť.

Z obrázku č. 8 vidíme, že krivka celkových variabilných nákladov je v oblasti optimálneho bodu pomerne plochá. Napriek tomu, že vypočítaný optimálny dodávkový cyklus je 39 dní, tak odchýlka pár dní by sa na nákladoch výrazne neprejavila.

Optimálnu hodnotu celkových nákladov $C(Q^*)$ získame, ak k celkovým variabilným nákladom pripočítame celkové náklady na nákup tovaru. Najprv musíme zistiť výšku nákladov na nákup každého tovaru. Tá je pre jednotlivé tovary spolu s hodnotou celkových nákladov na nákup uvedená v tabuľke č.5.

i	$\lambda_i \cdot OC_i$
1	15525
2	16031
3	17559,9
4	18534,25
5	5551
6	27324
Σ	100525,15

Tabuľka č. 5 Náklady na nákup tovarov

Hodnota celkových nákladov na nákup všetkých šiestich tovarov je 100 525,15 €. Na nákup 115 kusov prvého tovaru je potrebné vynaložiť 15 525,--€, na nákup 391 kusov druhého zasa 16 031,-- €. Za 1635 kusov tovaru $i=3$, 623 kusov $i=4$ a 854 kusov tovaru $i=5$ musí podnik zaplatiť 17 559,90 €, 18 534,25 € a 5 551,-- €. Na nákup 2848 kusov tovaru $i=6$, teda ochranných rukavíc, je potrebné vynaložiť 27 324,-- €.

Teraz môžeme vypočítať celkové ročné náklady podniku po optimalizovaní veľkosti dodávky, a to podľa vzťahu (3.9):

$$C(Q^*) = 1299,653 + 100525,15 = 101824,8.$$

Celkové ročné náklady podniku po optimalizovaní veľkosti dodávky predstavujú hodnotu 101 824,80 €. Z tejto sumy tvoria celkové variabilné náklady 1299,654 €, čo je 1,278 %.

4.3 Optimálne množstvá

V tejto časti vypočítame, aké množstvo tovarov je optimálne objednávať v každej jednej objednávke tak, aby boli celkové náklady minimálne.

pre 1. tovar, teda pre vŕtačky zistíme optimálne množstvo podľa vzťahu (3.7):

$$Q_1^* = 115 \sqrt{\frac{2 \cdot 70}{12064,98}} = 12,39$$

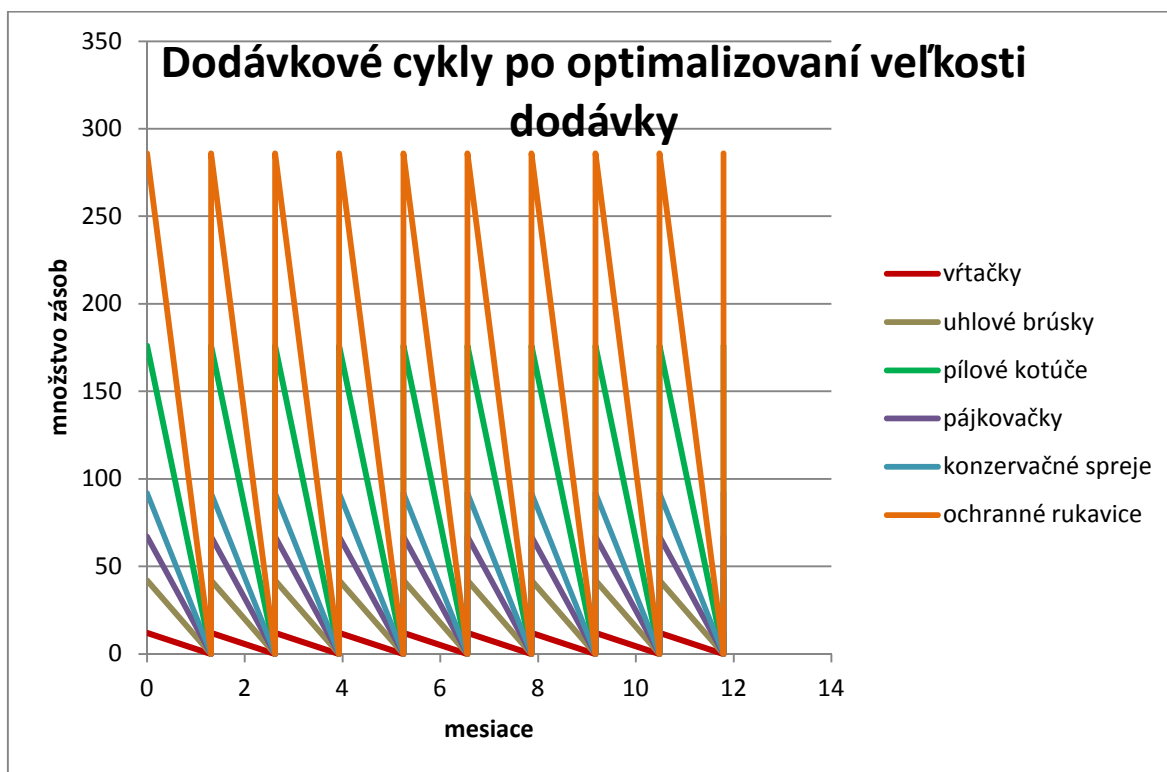
Optimálne množstvá pre všetkých šesť druhov tovarov máme uvedené v tabuľke č. 6:

i	Optimálne množstvo	Optimálne množstvo zaokrúhlene
1	12,388	12
2	42,119	42
3	176,124	176
4	67,110	67
5	91,994	92
6	267,579	268

Tabuľka č. 6 Optimálne množstvá tovarov

Nakoľko nie je možné objednať napr. 0,579 ochrannej rukavice, tak sme zaokrúhlili všetky optimálne množstvá na celé číslo. Takže aby boli celkové náklady minimálne, je potrebné v každej objednávke objednať 12 ks vŕtačiek, 42 ks uhlových brúsok, 176 kusov pílových kotúčov, 67 ks pájkovačiek, 92 ks konzervačného spreja a 268 ks ochranných rukavíc.

Dodávkové cykly po optimalizácii veľkosti dodávok máme graficky znázornené na obrázku č. 9.



Obrázok č. 9 Dodávkové cykly po optimalizovaní veľkosti dodávky

Na obrázku č. 9 vidíme, že počas jedného roka prebehne 9 dodávkových cyklov. Pre lepšiu prehľadnosť je každý tovar znázornený inou farbou. Ktorá farba patrí ktorému tovaru, je popísané v legende. Vidíme, že najviac sa objednáva ochranných rukavíc, na druhej strane sa v najmenšom množstve objednávajú vrtačky.

Ďalej si vypočítame, akú hodnotu má hladina objednania r pre každý tovar. Na výpočet hladiny objednania pre tovar $i=1$ použijeme vzorec (3.10)

$$r_1 = \frac{115 \cdot 7}{360} = 2,2055.$$

Hladiny objednania pre ostatné tovary máme uvedené v tabuľke č. 7

i	r_i
1	2,2055
2	7,4986

3	31,3562
4	11,9480
5	16,3780
6	47,6384

Tabuľka č. 7 Hladiny objednania tovarov

Objednať vŕtačky je potrebné ak hladina ich zásob klesne pod 2,2055 kusov. Hladina objednania uhlových brúsok je 7,4986 kusov a pílových kotúčov 31,3562 kusov. Ak počet pájkovačiek na sklade klesne pod 11,9480 kusov a počet konzervačných sprejov pod 16,3780, je potrebné objednať nové. Ochranné rukavice majú hladinu objednania 47,6384 kusov.

4.4 Optimálne náklady a množstvá pri samostatnom objednávaní tovarov

V tejto časti na porovnanie zistíme, ako by vyzeralo optimálne množstvo a celkové náklady, ak by sme objednávali každú položku samostatne. Zistíme, či sa podniku viac oplatí objednávať tovar agregovane alebo samostatne. Na výpočet optimálneho množstva a celkových nákladov použijeme model zásob EOQ.

Pre vŕtačky získame optimálne množstvo podľa vzťahu (1.7) nasledovne:

$$Q_1^* = \sqrt{\frac{2 \cdot 115 \cdot 70}{16,2}} = 31,525,$$

a následne vypočítame celkové náklady pre prvý tovar podľa vzťahu (1.5)

$$C(Q_1^*) = 16,2 \cdot \frac{31,525}{2} + 70 \cdot \frac{115}{31,525} = 510,71.$$

Hodnoty optimálnych množstiev a celkových nákladov pre všetky položky sú uvedené v tabuľke č. 8:

i	Optimálne množstvo	Celkové náklady
1	31,525	510,71
2	105,48	518,96
3	421,24	543,40
4	156,31	558,01
5	391,51	305,38
6	513,28	677,53
Σ		3113,99

Tabuľka č. 8 Optimálne množstvá a celkové náklady pri objednávaní každého tovaru samostatne

Ako vidíme z tabuľky č. 8, ak by sa každý tovar objednával zvlášť, tak by celkové náklady dosiahli hodnotu 3113,99 €, zatiaľ čo pri agregovanej dodávke iba 1299,65 €. Tým, že sa tovar bude objednávať agregovane, spoločnosť ušetrí 1814,34 €.

Porovnaním tabuľky č. 8 s tabuľkou č. 6 vidíme, ako sa zmení optimálne objednávané množstvo pri agregovanom objednávaní oproti optimálnym množstvám, ak sa každý tovar objednáva samostatne. Pre tovar $i=1$ je optimálne množstvo 31,525 ks, zatiaľ čo pri agregovanej objednávke sa v jednej objednávke objednáva iba 12,388 ks tovarov. V optimálnej agregovanej objednávke sa objednávalo 42 kusov druhého tovaru, zatiaľ čo pri optimálnom množstve pri samostatnom množstve nám vyšlo až 105,48 kusov. Rozdiel pri treťom tovare je 245,24 kusov. Štvrtého, piateho a šiesteho výrobku sa v agregovanej objednávke objednáva 67 kusov, 92 kusov a 268 kusov.

Ako vidíme, v optimálnej agregovanej objednávke sa objednáva z každého tovaru menej kusov, ako by tomu bolo, ak by sme objednávali každý tovar zvlášť. To je spôsobené tým, že ak by sme objednávali samostatne optimálne množstvá, ktoré sú pri agregovanej objednávke, tak by boli veľmi vysoké náklady na objednanie.

4.5 URČENIE MINIMÁLNEJ CENY

Pri určovaní ceny tovaru je potrebné, aby výnosy z predaja tovaru pokryli aspoň vynaložené náklady. Preto je treba určiť minimálnu cenu, pod ktorú by cena tovaru nemala klesnúť. V tejto časti si vypočítame, aká by mala byť minimálna cena tovarov.

Ako prvé určíme náklady na objednanie optimálneho množstva pre každý tovar. Pre vítačky tieto náklady vypočítame podľa vzťahu (3.11):

$$C_a(Q_1^*) = 70 \cdot \frac{1620}{10771,49} = 10,53.$$

Náklady na objednanie ostatných tovarov máme uvedené v tabuľke č. 9.

i	$OC_i \cdot Q_i^*$	$C_a(Q_i^*)$
1	1620	10,53
2	1722	11,19
3	1890,24	12,28
4	1993,25	12,95
5	598	3,89
6	2948	19,16
Σ	10771,49	70

Tabuľka č. 9 prepočet obstarávacích nákladov pre každý druh tovaru

V tabuľke č. 9 v poslednom stĺpci máme vypočítané, koľko eur podnik zaplatí za prepravenie optimálneho množstva každého tovaru. Hodnotu nákladov na prepravenie každého druhu tovaru sme vypočítali na základe toho, akú percentuálnu časť na celkovej hodnote prepravovaného tovaru tvorí daný tovar. Prepravenie 12 kusov vítačiek bude stáť spoločnosť 10,56 €, preprava 42 kusov uhlových brúsok 11,19 €. Za prepravenie optimálnych množstiev pílových kotúčov (176 ks), pájkovačiek (67 ks), konzervačných sprejov (92 ks) a ochranných rukavíc (268 ks) zaplatia 12,28 €, 12,95 €, 3,89 € a 19,16 €. Súčet všetkých čiastkových prepravných nákladov nám musí dať celkovú hodnotu jednej objednávky, teda 70 €.

Ďalej môžeme z tabuľky č. 9 vidieť, že celková hodnota prepravovaného tovaru je 10 771,49 €.

Teraz si potrebujeme rozvrhnúť náklady na skladovanie, ktorých celková hodnota je 646,395 €. Náklady na skladovanie vŕtačiek vypočítame podľa vzťahu (3.12)

$$C_s(Q_1^*) = \frac{12}{2} \cdot 16,2 = 97,2.$$

Pre ostatné tovary máme celkové náklady na skladovanie uvedené v tabuľke č. 10.

i	$c_s(Q_i^*)$
1	97,2
2	103,32
3	113,52
4	119,595
5	35,88
6	176,88
Σ	646,395

Tabuľka č. 10 Náklady na skladovanie pre každú druh tovaru

Pri objednávaní optimálneho množstva dosiahnu náklady na skladovanie vŕtačiek 97,2 €, uhlových brúsok 103,32 €, pílových kotúčov 113,52, pájkovačiek 119,595, konzervačných sprejov 35,88 €. Najväčšie náklady budú na skladovanie ochranných rukavíc, a to 176,88 €.

Po priradení nákladov ku každému druhu tovaru môžeme vypočítať, pod akú cenu by nemala cena tovaru klesnúť, aby nebol obchod v strate.

Pre tovar $i=1$ vypočítame túto sumu podľa vzťahu (3.13)

$$p_1^* = 135 + \frac{10,53}{12} + \frac{97,2}{115} = 136,72.$$

Výnosy z predaja prvého tovaru potom vypočítame podľa vzťahu (3.14)

$$R(p_1^*) = 115 \cdot 136,72$$

Minimálne predajné ceny pre ostatné tovary a výnosy z ich predaja sú uvedené v tabuľke č. 11.

i	p_i^*	Výnosy $R(p_i^*)$
1	136,72	15 722,8
2	41,53	16 238,23
3	10,88	17 788,8
4	30,15	18 783,45
5	6,58	5 619,35
6	11,14	27 671,76
Σ		101 824,36

Tabuľka č. 11 Minimálne ceny tovarov a výnosy z ich predaja

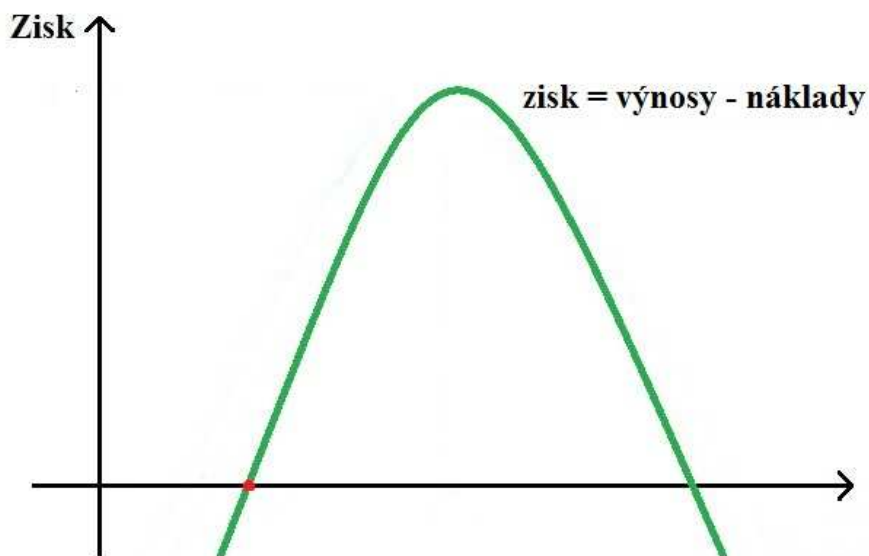
Minimálna predajná cena prvého tovaru je 136,72 € a výnosy z predaja všetkých kusov sú 15 722,80 €. Tovar $i=2$ by sa nemal predávať pod cenu 41,53 € za kus. Výnosy z predaja tohto tovaru predstavujú 16 238,23 €. Predajná cena tretieho resp. štvrtého tovaru by nemala byť nižšia ako 10,88 € resp. 30,15 €. Výnosy z predaja týchto tovarov pri uvedenej cene by boli 17 788,80 € resp. 18 783,45 €. Minimálne predajné ceny piateho a šiesteho tovaru sú 6,58 € a 11,14 €, pričom výnosy z ich predaja sú 5 619,35 € a 27 671,76 €. Celkové výnosy z predaja všetkých tovarov predstavujú sumu 101 824,36 €.

Ako dôkaz o pokrytí celkových nákladov pri cenách p_i^* uvidíme hodnotu ziskovej funkcie:

$$P = 101\,824,36 - 101\,824,8 = -0,44 \cong 0.$$

Hodnota ziskovej funkcie pri cenách p_i^* a predpoklade, že sa predá všetok objednaný tovar nám vyšla -0,44. Výsledok skresľuje zaokrúhľovanie v priebehu výpočtov. V prípade, že by sme nezaokrúhľovali, tak by nám vyšla hodnota ziskovej funkcie rovná 0, teda hodnota výnosov by sa rovnala hodnote nákladov.

Na obrázku č. 10 máme graficky znázornenú ziskovú funkciu.



Obrázok č. 10 Zisková funkcia

Ak by sa tovar predával za minimálne predajné ceny p_i^* , tak by sa spoločnosť nachádzala na krivke v mieste, kde je červený bod, teda na priesečníku ziskovej funkcie a osi x . V takomto prípade by spoločnosť nemala žiaden zisk ani stratu. Tento bod sa nazýva bod zvratu. Pri zvýšení ceny nad minimálnu predajnú cenu dosiahne spoločnosť zisk. Avšak pri príliš vysokom zvýšení ceny by sa mohlo stať, že by podnik bol v strate, pretože by príliš klesol dopyt po tovare.

4.6 Náklady a zisk NAREL, spol. s.r.o

V tejto časti vypočítame náklady a zisk, aký dosahuje NAREL, spol. s.r.o. a porovnáme ich s nákladmi a ziskom, aký by mohol NAREL dosahovať, ak by mali optimalizovanú veľkosť dodávky. Pri výpočtoch celkových nákladov na skladovanie dosadíme za Q_i hodnoty z tabuľky č. 2.

Celkové náklady na skladovanie pre tovar $i=1$ vypočítame podľa vzťahu (3.12):

$$C_s(Q_1) = 16,2 \cdot \frac{20}{2} = 162.$$

Celkové náklady na nákup tovaru pre tovar $i=1$ získame vynásobením obstarávacej ceny OC_1 a objednávaného množstva Q_i uvedeného v tabuľke č. 2. keďže potrebujeme objednané množstvo za rok, tak Q_i musíme vynásobiť šiestimi (dodávkový cyklus = 2, takže $12/2 = 6$ dodávok za rok)

$$C_p(Q_1) = 20 \cdot 6 \cdot 135 = 16200, - \text{ €}$$

Pre ostatné tovary máme celkové náklady na skladovanie a nákup tovaru uvedené v tabuľke č. 12.

<i>i</i>	$C_s(Q_i)$	$C_p(Q_i)$
1	162	16 200
2	162,36	16 236
3	176,085	17 592,12
4	185,64	18 564
5	55,77	5 577
6	273,24	27 324
Σ	1015,095	101 493,1

Tabuľka č. 12 Skladovacie náklady a náklady na nákup tovaru

Ako vidíme z tabuľky č. 12, tak podnik NAREL, spol. s.r.o. má ročné náklady na skladovanie vŕtačiek 162,-- €, uhlových brúsok 162,36 €, pílových kotúčov 176,085 €, pájkovačiek 185,64 €, konzervačných sprejov 55,77 € a na skladovanie ochranných rukavíc 273,24 €. Celkové náklady na skladovanie sú 1 015,095 €. Spoločnosť zaplatí ročne za prvý tovaru 16 200,--€, druhý tovaru 16 236,-- €, tretí tovaru 17 592,12 €, štvrtý tovaru 18,564 €, piaty 5 577,-- € a šiesty tovar 27 324,--€. Celkovo nakúpi tovar za 101 493,10 €.

Ďalej si potrebujeme vypočítať náklady na objednávku, ktoré sú podľa vzťahu (3.4)

$$C_a(Q) = 70 \cdot \frac{360}{60} = 420, - \text{ €}.$$

Potom sú celkové variabilné náklady

$$C_v(Q) = 1015,095 + 420 = 1435,095, - \text{ €}.$$

Po získaní celkových variabilných nákladov môžeme vypočítať hodnotu celkových nákladov podľa vzorca (3.9)

$$C(Q) = 1435,095 + 101493,1 = 102928,20 \text{ €}.$$

Hodnota celkových nákladov NAREL. spol. s.r.o. je 102 928,20 €, z toho celkové náklady na skladovanie sú 1 015,095€, náklady na objednávku tovaru 420,-- € a náklady na obstaranie tovaru 101 493,10 €.

Teraz vypočítame, aký zisk dosiahla spoločnosť NAREL, spol. s.r.o. a porovnáme ho so ziskom, aký by dosiahla pri optimalizovaní veľkosti dodávky. Predajné ceny a ročný dopyt sú uvedené v tabuľke č. 1.

Výnosy pre tovar $i=1$ vypočítame podľa vzorca (1.1)

$$R(Q_1) = 115 \cdot 168,99 = 19433,85.$$

Rovnakým spôsobom vypočítame výnosy z predaja ostatných tovarov. Výsledky sú uvedené v tabuľke č. 13.

i	$R(Q_i)$
1	19 433,85
2	20328,09
3	25097,25
4	24396,68
5	7822,64
6	36639
Σ	133717,5

Tabuľka č. 13 Výnosy z predaja tovaru

Pri cenách, ktoré sú uvedené v tabuľke č. 1 dosiahla spoločnosť NAREL, spol. s.r.o. výnosy z predaja vŕtačiek 19 433,85 €, uhlových brúsok 20 328,09 €, pílových kotúčov 25 097,25 €, pájkovačiek 24 396,68 €. Z predaja konzervačných sprejov dosiahla výnos 7 822,64 € a z predaja ochranných rukavíc sumu 36 639,-- €. Celkový ročný výnos spoločnosti z predaja týchto šiestich tovarov bol 133 717,50 €.

Zisk spoločnosti vypočítame ako rozdiel výnosov a nákladov:

$$P(Q_i) = 133717,5 - 102928,2 = 30789,3,$$

a zisk, ktorý by bol dosiahnutý pri použití optimalizácie veľkosti dodávky je

$$P(Q_i^*) = 133717,5 - 101824,8 = 31892,7.$$

Spoločnosť NAREL, spol. s.r.o. dosiahla zisk 30 789,30 €. Ak by bola v spoločnosti optimalizovaná veľkosť dodávky, tak by zisk predstavoval 31 892,70 €, čo je zisk vyšší o 1 103,40 €.

Maximalizovať zisk spoločnosti NAREL, spol. s.r.o. nie je pre tento príklad možné, nakoľko nepoznáme dopytové funkcie tovarov.

Záver

Na Slovensku existuje mnoho podnikov, ktoré nevyužívajú modely zásob, pritom majú v zásobách viazanú pomerne veľkú časť kapitálu. Tieto podniky by optimalizáciou veľkosti dodávky dokázali ušetriť nemalé množstvo finančných prostriedkov, ktoré by potom mohli vhodne investovať a tak zvýšiť svoje zisky.

Jedným z takýchto podnikov bol aj NAREL, spol. s r.o., ktorý objednával tovar raz za dva mesiace. Pri takomto dodávkovom cykle bola výška celkových nákladov súvisiacich s danými šiestimi tovarmi 102 928,20 €. Pri takýchto nákladoch bol zisk podniku 30 789,30 €.

Aplikovaním viacproduktového modelu zásob sme dosiahli zníženie nákladov a tým aj zvýšenie zisku. Optimalizáciou veľkosti dodávky sme vypočítali, že optimálny dodávkový cyklus by bol 39 dní. Pri takomto dodávkovom cykle bude musieť spoločnosť NAREL, spol. s r.o. objednať tovar namiesto šesťkrát až deväťkrát do roka. Týmto zvýšením počtu dodávok do roka, a samozrejme znížením množstva objednávaných tovarov, sa podarí znížiť celkové náklady o 1 103,40 € na 101 824,80 € a zároveň aj zvýšiť zisk na 31 892,70 €.

Tým, že sme pomocou optimalizácie veľkosti dodávky znížili náklady a zvýšili zisk sme splnili cieľ práce a poukázali na úzke prepojenie modelov zásob s nákladovou resp. ziskovou funkciou aj na príklade z praxe. Vďaka Optimalizácii dodávok prišlo k zníženiu nákladov súvisiacich so zásobami. Podnik sa teraz môže rozhodnúť, či ponechá aktuálne ceny tovarov a bude dosahovať vyšší zisk alebo zníži ceny tovarov a tým zvýšiť konkurencieschopnosť.

Táto práca môže slúžiť ako návod pre podnik na optimalizovanie ďalších dodávok a tak ušetriť ešte väčšie množstvo finančných prostriedkov.

Zoznam použitej literatúry

1. LUKÁŠ, L. 2005. *Prevděpodobnostní modely*. 1. Plzeň: Západočeská univerzita, 2005. 210 s. ISBN 80-7043-388-4
2. MAJTÁN, Š. 2004. *Nákup a riadenie zásob*. 1. Bratislava: EKONÓM, 2004. 78 s. ISBN 80-255-1917-0
3. IVANIČOVÁ, Z. – BREZINA, I. – PEKÁR, J. 2002. *Operačný výskum*. 1. Bratislava: Iura Edition, 2002. 287 s. ISBN 80-89047-43-2
4. MAJDÚCHOVÁ H. a kol. 2009. *Podnikové hospodárstvo*. 1. vyd. Bratislava: Iura Edition, 2009. 226 s. ISBN 978-80-8078-296-2
5. LINDA, B. 2004. *Stochastické modely operačného výzkumu*. 1. Bratislava: STATIS, 2004. 110 s. ISBN 80-85659-33-6
6. JABLONSKÝ, J. 2007. *Operační výzkum*. 3. Praha: Professional Publishing. 323 s. ISBN 978-80-86946-44-3
7. ZIMOLA, B. 2000. *OPERAČNÍ VÝZKUM*. 2. Brno: Vysoké učení technické. 2000. 168 s. ISBN 80-214-1664-5
8. *Činnosť*[online] [cit. 11.3.2014] Dostupné na internete: <<http://www.narel.sk/cinnost.html>>
9. *Riadenie zásob: optimálna veľkosť objednávky (1)*. [online] [cit. 2014.02.26.] dostupné na internete: < <http://www.cfo.sk/articles/riadenie-zasob-optimalna-velkost-objednavky-1#.U1eKjaIoP4V>>
10. ŠURKA, V. 2003. *Riadenie zásob*. In *AT&P JOURNAL* [online]. 2003, roč. 10, 12 [cit. 2014.02.03.]. Dostupné na internete < http://www.atpjournal.sk/buxus/docs/atp-2003-12-22_23.pdf> ISSN 1335-2237
11. *Základné prístupy k tvorbe cien* [online] [cit. 2014.02.15]. Dostupné na internete: < http://www.podnikajte.sk/Data/881/UserFiles/Podnikatelske-vzdelavanie/ucebnica-studenti/modul3/72_poznamky.pdf>
12. HOLUBOVÁ, J. 2012. *Matematické modelování v ekonomii*: diplomová práce. Brno: MASARYKOVA UNIVERZITA. 2012 41 s.