

EKONOMICKÁ UNIVERZITA V BRATISLAVE
FAKULTA HOSPODÁRSKEJ INFORMATIKY

Evidenčné číslo: 103006/I/2014/1398709707

Bonus – malus systém ako nástroj riadenia rizika.

Diplomová práca

EKONOMICKÁ UNIVERZITA V BRATISLAVE
FAKULTA HOSPODÁRSKEJ INFORMATIKY

Bonus – malus systém ako nástroj riadenia rizika.

Diplomová práca

Študijný program: Aktuárstvo

Študijný odbor: 6258 Kvantitatívne metódy v ekonómii

Školiace pracovisko: Katedra matematiky a aktuárstva

Vedúci diplomovej práce: doc. RNDr. Jozef Fecenko, CSc.



Ekonomická univerzita v Bratislave
Fakulta hospodárskej informatiky

ZADANIE ZÁVEREČNEJ PRÁCE

Meno a priezvisko študenta: Bc. Martin Pinda
Študijný program: Aktuárstvo (Jednoodborové štúdium, inžiniersky II. st., denná forma)
Študijný odbor: 3.3.24 Kvantitatívne metódy v ekonómii
Typ záverečnej práce: Inžinierska záverečná práca
Jazyk záverečnej práce: slovenský

Názov: Bonus-malus systém ako nástroj riadenia rizika
Anotácia: Bonus-malus systém (BMS) predstavuje jeden z viacerých nástrojov riadenia niektorých typov poisťných rizík v neživotnom poistení. V praxi sa veľmi často uplatňuje pri havarijnom poistení a poistení zodpovednosti za škodu spôsobenú prevádzkou motorového vozidla. Cieľom záverečnej práce bude prezentovať základný matematický aparát BM, aplikovať ho na riešenie niektorých problémov a ukázať prehľad jeho využitia v podmienkach slovenského poisťného trhu.

Vedúci: doc. RNDr. Jozef Fecenko, CSc.
Katedra: KMA FHI - Katedra matematiky a aktuárstva FHI
Vedúci katedry: doc. RNDr. Jozef Fecenko, CSc.
Dátum zadania: 07.11.2012

Dátum schválenia: 11.11.2012

doc. RNDr. Jozef Fecenko, CSc.
vedúci katedry

Čestné vyhlásenie

Čestne vyhlasujem, že záverečnú prácu som vypracoval samostatne a že som uviedol všetku použitú literatúru.

Dátum:

.....

(podpis študenta)

Pod'akovanie

Touto cestou si dovoľujem poďakovať vedúcemu diplomovej práce doc. RNDr. Jozefovi Fecenkovi, CSc. za odborné vedenie, metodické usmernenie, podnetné návrhy a dôležité pripomienky pri vypracovaní diplomovej práce.

ABSTRAKT

PINDA, Martin: *Bonus – malus systém ako nástroj riadenia rizika*. – Ekonomická univerzita v Bratislave. Fakulta hospodárskej informatiky; Katedra matematiky. – Vedúci záverečnej práce: doc. RNDr. Jozef Fecenko, CSc. – Bratislava: FHI EU, 2014, 81 strán.

V diplomovej práci je objasnená problematika systémov bonus – malus, jeho zavedenie a aplikácia na konkrétnych slovenských poisťovniach. Tieto systémy sú hodnotené a medzi sebou porovnané podľa kvantitatívnych metód, ktoré sú v práci popísané a definované.

Práca sa skladá zo štyroch základných častí. V prvej časti je popísaný celý matematický aparát systémov bonus – malus a tiež charakteristika týchto systémov. Spracované sú systémy bonus – malus jednotlivých poisťovní pôsobiacich na slovenskom trhu. Potom sú tu charakterizované jednotlivé kritéria na hodnotenie týchto systémov.

V ďalšej časti je stanovený cieľ diplomovej práce a v ďalšej metodika, ktorá sa aplikovala na jednotlivé systémy slovenských poisťovní.

V poslednej časti je už konkrétne aplikovaný teoretický podklad z predchádzajúcich kapitol na bonus – malus systémy vybraných dvoch slovenských poisťovniach. Taktiež je tu určená hraničná výška škody na základe ktorej sa poistenec bude rozhodovať, či sa oplatí nahlásiť škodovú udalosť.

Výsledkom je práca, ktorá charakterizuje jednotlivé systémy bonus – malus slovenských poisťovní, ktoré vlastnia licenciu na povinné zmluvné poistenie motorových vozidiel, popisuje matematický aparát, ktorý slúži na určovanie dôležitých informácií a kritérií, ktoré slúžia na hodnotenie a porovnávanie týchto systémov. Tieto poznatky sú dôležité ako pre poisťovňu, tak aj pre poistenca. Poistencovi môže uľahčiť výber najvhodnejšej poisťovne a poisťovne môžu takto analyzovať systémy a vhodne ich upravovať.

ABSTRACT

PINDA, Martin: *Bonus - malus system as a risk management tool.* – University of Economics, Bratislava. Faculty of Economic Informatics; Department of Mathematics. – Thesis supervisor: doc. RNDr. Jozef Fecenko, CSc. – Bratislava: FHI EU, 2015. 81 pages.

The thesis is clarified issue bonus - malus system , its implementation and application in specific Slovak insurance companies . These systems are evaluated and compared with each other by quantitative methods that are described in the work and defined .

The work consists of four basic parts . The first part describes the whole mathematical bonus - malus system and also characteristic of these systems . Processed are the bonus - malus individual insurance companies operating in the Slovak market . Then there are characterized by different criteria to evaluate these systems .

Below is the stated objective of the thesis , and further the methodology to be applied to individual systems Slovak insurance .

The last part is already specifically applied theoretical basis of the previous chapters for a bonus - malus systems selected two Slovak insurance companies . There is also a limit determined by the amount of damage under which the policyholder has to decide whether it is worth to report harmful event .

The result is a work that characterizes the individual bonus - malus systems Slovak insurance companies that are licensed to third party motor insurance , describes the mathematical apparatus that is used for determining the relevant information and criteria for the assessment and comparison of these systems . These findings are important for both the insurer and the policyholder . Policyholders can facilitate selection of the most appropriate insurance company and the insurance company can thus analyze systems and modify them appropriately .

Obsah

Úvod.....	8
1. Súčasný stav využitia bonus – malus systému.....	10
1.1 Povinné zmluvné poistenie na Slovenskom poistnom trhu	10
1.2 Bonus – malus systém a jeho základné pojmy	13
1.3 Rozdelenia počtu poistných udalostí	15
1.3.1 Binomické rozdelenie	15
1.3.2 Poissonovo rozdelenie	16
1.3.3 Negatívne binomické rozdelenie	16
1.4 Rozdelenia výšky poistných plnení	18
1.4.1 Exponenciálne rozdelenie	18
1.4.2 Gama rozdelenie	18
1.4.3 Zložené Poissonovo rozdelenie	19
1.5 Aktuárska definícia systému bonus – malus.....	21
1.6 Markovove reťazce	23
1.7 Systém bonus – malus a jeho popis pomocou Markovových reťazcov.....	27
1.8 Systém bonus – malus a jeho použitie v povinnom zmluvnom poistení poisťovňami na Slovensku	31
1.8.1 Systém bonus – malus používaný v poisťovni Alianz – Slovenská poisťovňa, a.s.	31
1.8.2 Systém bonus – malus používaný v poisťovni Astra a.s.	33
1.8.3 Systém bonus – malus používaný v poisťovni AXA a.s.	35
1.8.4 Systém bonus – malus používaný v poisťovni ČSOB a.s.....	37
1.8.5 Systém bonus – malus používaný v poisťovni Generali a.s.	39
1.8.6 Systém bonus – malus používaný v poisťovni Groupama Garancia a.s.....	41
1.8.7 Systém bonus – malus používaný v poisťovni Komunálna a.s.	43
1.8.8 Systém bonus – malus používaný v poisťovni Kooperativa a.s.	44
1.8.9 Systém bonus – malus používaný v poisťovni Union a.s.	46

1.8.10 Systém bonus – malus používaný v poisťovni UNIQA a.s.	48
1.8.11 Systém bonus – malus používaný v poisťovni Wüstenrot a.s.	50
1.9 Hodnotenie efektívnosti systémov bonus – malus.....	51
1.9.1 Relatívna priemerná stacionárna hladina (RSAL).....	51
1.9.2 Koeficient variácie.....	52
1.9.3 Elasticita.....	53
1.9.4 Hlad po bonuse	54
2.Cieľ práce.....	60
3. Metodika práce a metódy skúmania	61
4. Výsledky práce	63
4.1 RSAL v poisťovniach AXA, a.s. a Astra, a.s.	68
4.2 Koeficient variácie v poisťovniach AXA, a.s. a Astra, a.s.	68
4.3 Elasticita v poisťovniach AXA, a.s. a Astra, a.s.....	72
4.4 Hlad po bonuse v poisťovni AXA, a.s.....	73
Záver	75
Zoznam tabuliek a grafov	77
Zoznam použitej literatúry.....	79

Úvod

Na Slovenskom trhu pôsobí mnoho poisťovní, ktoré ponúkajú mnoho rôznych poistných produktov životného i neživotného poistenia. Tým pádom zotrúva medzi nimi nekonečný konkurenčný boj. Všetky poisťovne sa snažia zaujať klientov, či už rôznymi zľavami, starostlivosťou o zákazníka, rýchlou likvidáciou poistných udalostí, alebo jednoducho uzatvoriť poistnú zmluvu doma cez internet. Najdôležitejším kritériom pri rozhodovaní klienta, v ktorej poisťovni uzatvorí poistnú zmluvu je samozrejme cena za daný poistný produkt. Poisťovne sú tak nútené držať sadzby za poistenie na takej úrovni, aby dosahovali zisk a boli pre klienta atraktívne.

Predmetom tejto práce je systém bonus – malus. Tento systém sa prevažne využíva v poistení motorových vozidiel. Poistenie daného druhu ma významné postavenie medzi inými druhmi poistenia a to preto, lebo zaznamenávajú vysokú škodovosť a vysokú frekvenciu škôd a tiež množstvo motorových vozidiel sa rapídne zvyšuje. Tento typ poistenia tvorí na rozdiel od iných poistných produktov u všetkých poisťovní veľmi veľký poistný kmeň, čo na jednej strane znamená vysoký príjem poistného, ale aj na druhej strane vysoké množstvo vyplácania poistných plnení. Najdôležitejším poistením motorových vozidiel je povinné zmluvne poistenie, ktoré je zákonom dané vo väčšine krajín na svete t.j. každý majiteľ motorového vozidla musí mať uzatvorené povinné zmluvné poistenie. Na Slovensku mnoho poisťovní ponúka toto poistenie, t.j. vlastní licenciu, ktorá ho umožňuje ponúkať. Drvivá väčšina z nich uplatňuje systém bonusov a prirážok (systém bonus - malus). Každá z nich využíva sebou zvolené pravidlá a výšky poistného. Týmto vytvárajú medzi sebou konkurenciu a predbiehajú sa o získanie klienta.

V životnom poistení je omnoho jednoduchšie zatriediť poistencov do homogénnych apriórnych tried a to klasifikáciou podľa pohlavia a veku. Môže sa stať, že poistenec platí k základnému poistnému ešte extra poistné. Je to zapríčinené tým, že tento poistenec patrí do rizikovejšej triedy, čo je možné pozorovať napr. lekárskou prehliadkou. V neživotnom poistení je odhad apriórneho rizika ťažšie. Je pravdepodobné, že poistenec nie vždy platí poistné, ktoré zodpovedá jeho úrovni rizika. Poistenci sa odlišujú svojimi schopnosťami, ako sú napr. reflex, úsudok, agresivita pri vedení motorového vozidla, predvídavosť, opatrnosť a podobne. Tieto individuálne schopnosti sa nedajú do taríf započítať apriórne. Tieto schopnosti sa dajú zistiť len časom z odpozorovaných výsledkov jednotlivých poistencov. Práve tieto skutočnosti viedli k zavedeniu systému bonus – malus, ktorý

odmeňuje vodiča motorového vozidla, ktorý nespôsobuje škodové udalosti, resp. veľmi málo vo forme výhodného poistného. Na druhej strane postihuje vodiča, ktorý spôsobí viac nehôd a to vo forme prirážky k základnému poistnému. Tieto systémy vedú vodičov viesť motorové vozidlo opatrnejšie, zodpovednejšie a tiež umožňujú lepšie oceniť individuálne riziko jednotlivých poistencov. Takto ohodnotenému riziku poisťovňa stanoví spravodlivé poistné a poisťovňa si zachová finančnú solventnosť a nestane sa, že poisťovňa vyplatí viac poistných plnení, ako prijme vo forme poistného.

V tejto práci spresníme prácu so systémom bonus – malus, definujeme jednotlivé pojmy a vzťahy a aplikujeme tieto metódy na systémoch bonus – malus vybraných poisťovní, porovnáme ich a interpretujeme. Taktiež opíšeme jednotlivé systémy všetkých slovenských poisťovní, ktoré vlastnia licenciu na povinné zmluvné poistenie.

1. Súčasný stav využitia bonus – malus systému

1.1 Povinné zmluvné poistenie na Slovenskom poistnom trhu

Povinné zmluvné poistenie zodpovednosti za škodu spôsobenú prevádzkou motorového vozidla (skrátene povinné zmluvné poistenie, či PZP) kryje riziko škôd, ktoré spôsobíte pri prevádzke vozidla. Je to významná časť poistenia, ktoré sa radí k neživotnému poisteniu. Pri tomto poistení uhradí poisťovateľ (poisťovňa) nároky na náhradu a to:

- škody na zdraví a nákladoch pri usmrtení,
- škody vzniknutej poškodením, zničením, odcudzením alebo stratou vecí,
- ušlého zisku,
- účelne vynaložených nákladov spojených s právnym zastúpením pri uplatňovaní vyššie uvedených nárokov, ak si poisťovňa nesplnila zákonom stanovené povinnosti alebo neoprávnene odmietla poskytnúť poistné plnenie, či neoprávnene krátila poistné plnenie.

Toto poistenie sa nevzťahuje na škodu vzniknutú na vozidle vo vlastníctve poisťovateľa vlastným zavinením. Pre krytie týchto škôd sa používa havarijne poistenie. Povinné zmluvné poistenie je zároveň i poistením pre zahraničie za predpokladu, že si poistenec vyžiada od poisťovne tzv. zelenú kartu a s ňou cestuje.

Systém zelenej karty upravuje mechanizmus náhrady škody osobám, ktoré boli poškodené prevádzkou cudzozemského motorového vozidla. Ak slovenský motorista spôsobí škodu pri návšteve ľubovoľného členského štátu Systému zelenej karty, príslušná kancelária poisťovateľov v štáte nehody nahradí za neho túto škodu a následne požiada člena Slovenskej kancelárie poisťovateľov alebo Slovenskú kanceláriu poisťovateľov o náhradu toho, čo plnila za slovenského motoristu. Členské štáty Systému zelených kariet možno z hľadiska kontroly Zelenej karty rozdeliť do dvoch skupín. Jedna skupina štátov akceptuje jedine Zelenú kartu ako doklad preukazujúci existenciu poistenia zodpovednosti za škodu spôsobenú prevádzkou motorového vozidla. Preukazovanie sa Zelenou kartou na hraniciach týchto štátov je povinné. Druhá skupina štátov rešpektuje medzinárodnú poznávaciu značku vozidla ako potvrdenie o poistení zodpovednosti za škodu spôsobenú

prevádzkou motorového vozidla. Tieto štáty vychádzajú z predpokladu existencie poistného krytia. Na ich hraniciach tak odpadá povinnosť preukazovať sa Zelenou kartou. Odporúča sa však, aby mali slovenskí motoristi aj pri ceste do týchto štátov Zelenú kartu so sebou. Základnými subjektmi systému zelených kariet sú Rada kancelárií, kancelárie poisťovateľov členských štátov a ich členské poisťovne oprávnené vykonávať poistenie zodpovednosti za škodu spôsobenú prevádzkou motorového vozidla.

Zákonom sú upravené podmienky povinného ručenia a stanovené minimálne limity pre plnenie poisťovní:

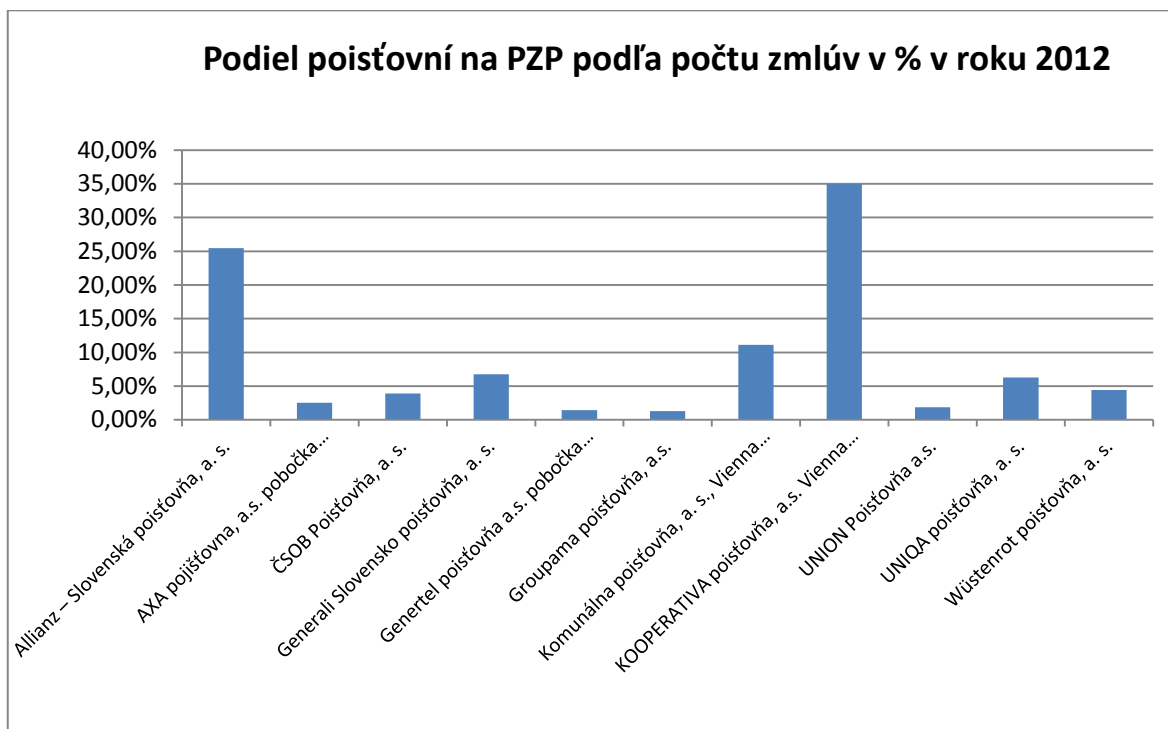
- 5 000 000 € pre škodu na zdraví a nákladoch pri usmrtení,
- 1 000 000 € pre ostatné majetkové škody vymenované vyššie.

Poisťovne však môžu výšku uvedených limitov plnenia určiť i výhodnejšie, než im umožňuje zákon. Ich ponuka sa neodlišuje len v tejto skutočnosti, ale i v ďalších bodoch. Poistený môže napríklad u vybraných poisťovní dostať zľavu na úrazové či havarijní poistenie.

Povinnosť uzavrieť toto poistenie je daná zákonom č. 381/2001 Zb. o povinnom zmluvnom poistení zodpovednosti za škodu spôsobenú prevádzkou motorového vozidla a o zmene a doplnení niektorých zákonov. Tento zákon určuje povinnosť uzavrieť si PZP každému majiteľovi či držiteľovi motorového vozidla. Ak túto povinnosť nesplní, hrozí mu uvalenie pokuty od 16,60 € až do výšky 3 319,39 €. Ten, kto neuzavrie poisťku a spôsobí vozidlom druhému škodu na zdraví alebo na majetku, musí navyše uhradiť celkovú škodu z vlastných prostriedkov.

V súčasnosti pôsobí na Slovenskom poistnom trhu 12 poisťovní, ktoré ponúkajú povinné zmluvné poistenie motorových vozidiel. A to sú poisťovne Allianz – Slovenská poisťovňa, a.s., Astra poisťovňa a.s., AXA poisťovňa a.s., ČSOB poisťovňa a.s., Generali Poisťovňa, a.s., Genertel poisťovňa, a.s., Groupama Garancia poisťovňa a.s., Komunálna poisťovňa a.s., Kooperativa poisťovňa a.s., Union poisťovňa a.s., UNIQA poisťovňa a.s., Wüstenrot poisťovňa a.s. V roku 2013 vstúpila na poistný trh neživotného poistenia aj poisťovňa Astra a.s., ktorá samozrejme taktiež zaviedla do svojho portfólia ponuku povinného zmluvného poistenia. Nasledujúci graf zobrazuje podiel jedenástich poisťovní, ktoré ponúkali povinné zmluvné poistenie podľa počtu zmlúv v % v roku 2012.

Graf 1 Podiel poisťovní na PZP podľa počtu zmlúv v % v roku 2012



Zdroj: www.skp.sk

1.2 Bonus – malus systém a jeho základné pojmy

Vo väčšine vyspelých štátov sa k stanoveniu výšky poistného pri poistení automobilov, a to ako pri poistení zodpovednosti za vedenie motorového vozidla (povinné ručenie), tak aj v havarijnom poistení, používajú najrôznejšie tarifné skupiny. Typickým príkladom je zatriedovanie do tarifných skupín podľa tarifných premenných a to veku, pohlavia, zamestnania osoby, ktorá vozidlo prevažne používa, veľkosti mesta, v ktorom je vozidlo prevažne používané, technických parametrov vozidla (*napr. zdvihový objem motora*). Hlavným dôvodom tohto zavedenia je rozdelenie poistiek do tarifných skupín, v rámci ktorých je pravdepodobnosť výskytu spôsobenia škodovej udalosti približne rovnaká, a tým pádom by mali platiť rovnaké poistné. Ukázalo sa, že tarifné skupiny nie sú homogénne. Jedným z dôvodov je určitá nedokonalosť už spomínaných tarifných premenných. Je zrejmé, že tarifnou premennou, ktorá by dobre vystihovala veľkosť rizika, že poistenec spôsobí škodovú udalosť v priebehu roku, by bol počet najazdených kilometrov za rok. Takáto premenná sa dopredu stanovuje veľmi ťažko a taktiež by sa poistenci snažili s hodnotou tejto tarifnej premennej manipulovať vo svoj prospech. Ďalším závažnejším problémom je skutočnosť, že systém tarifných skupín nie je schopný dopredu vystihnúť osobné vlastnosti konkrétneho poistenca, ktoré vo veľkej miere ovplyvňujú jeho spôsobenie škodovej udalosti. K týmto vlastnostiam patrí napr. vodičská zručnosť, správnosť úsudku, umenie rýchlo a správne riešiť krízové situácie, zodpovednosť atď. Toto všetko poisťovňa nepozná. Preukázalo sa, že práve tieto faktory sú v poistení najdôležitejšie. Najlepšou indíciou k predpovedi budúcej nehodovosti poistenca nie je jeho vek alebo zamestnanie, ale jeho nehodovosť v minulom období. Toto viedlo k myšlienke, ktorá sa prvý krát objavila v 50-tých rokoch minulého storočia, zohľadniť pri stanovení výšky poistného nehodovosť poistenca v predchádzajúcom období. Postupne sa z aplikácie tejto myšlienky vyvinuli tzv. systémy bonus – malus, ktoré zdražujú poistné poistencom, ktorí v minulom období zapríčinili jednu či viac škodových udalostí, a naopak znižujú hodnotu poistného poistencom, ktorí v minulom období nezavinili žiadnu škodovú udalosť.

Podľa [5] bonus (z *latinčiny dobrý*) znamená zmluvne poskytnutá zľava základného poistného za priaznivý škodový priebeh. Prevažne to býva zľava za nezavinenu poistnú udalosť podľa počtu minulých bezškodových poistných období, za používanie protipožiarnych opatrení, alebo za opatrenia poistenca, ktoré znižujú intenzitu poistných udalostí.

Malus (z *latinčiny* zlý) znamená presný opak ako bonus. Teda znamená prirážku k základnému poistnému, ak sa nesplnia určené podmienky poistenia, alebo sa uskutočnilo horšie ako určené riziko. Väčšinou je to prirážka za nepriaznivý škodový priebeh podľa počtu a výšky uplatnených poistných plnení v predchádzajúcom poistnom období.

Tento systém prirážok a zliav sa vo všeobecnosti využíva pri:

- apriórnych klasifikáciách rizík – zľavy a prirážky sa k poistnému pripočítajú okamžite pri uzatvorení poistnej zmluvy,
- aposteriórnych klasifikáciách rizík – následné tarifovanie.

Pri apriórnej tarifikácii sa stretávame s rizikovými faktormi, ktoré sa buď ťažko identifikujú, alebo je náročné ich merať, aj keď sú intuitívne a zjavné. Tieto faktory nemôžu byť zohľadňované do taríf, pretože ich nemožno vyhodnotiť a spracovať apriori. Úlohou bonus – malus systému je nájsť takú optimálnu klasifikačnú štruktúru rizík, ktorá okrem toho, že zabezpečí poistencom pocit spravodlivosti pri určovaní poistného, bude výhodná aj pre poisťovňu. Z tohto dôvodu vznikla myšlienka pokúsiť sa vziať uvedené premenné, ktoré poisťovňa nepozná do úvahy úpravou poistného aposteriórne, z pozorovaných jednotlivých výsledkov týchto premenných.

Systém bonus – malus reprezentuje jeden z mnohých nástrojov riadenia istých typov poistných rizík. V praxi sa uplatňuje v havarijnom poistení a v poistení za škodu spôsobenou prevádzkou motorového vozidla. Veľmi často sa používa systém bonus bez použitia malus (NCD (No Claim Discount) systém). Systém bonus – malus patrí k tzv. systémom prirážok a zliav, ktoré sa prevažne používajú v neživotnom poistení.

Hlavným cieľom týchto systémov okrem toho, aby povzbudzovali poistencov viesť motorové vozidlo bezpečne a zodpovedne, je lepšie ocenenie individuálne rizika, za ktoré bude každý poistenec platiť adekvátne poistné. Takto po čase bude poistné spravodlivé a bude korešpondovať s jeho vlastnou škodovosťou. Ďalší dôvod aposteriórnej tarifikácie je záujem zatriktívniť poistenie a udržať jeho kvalitu. Na súčasnom poistnom trhu nie je možné úspešne umiestniť poistný produkt havarijného, či povinne zmluvného poistenia bez použitia systému bonus – malus. Jedným z ďalších dôvodov zavedenia tohto systému je, aby poistenec nezaťažoval poisťovňu malými škodovými udalosťami, pri ktorých má poisťovňa prevádzkové náklady omnoho vyššie, ako je výška odškodnenia za vzniknutú poistnú udalosť. Pri takýchto poistných udalostiach poistenec radšej znáša škody na vlastné náklady, ako by sa mu znížil bonus na poistnom v nasledujúcom období.

1.3 Rozdelenia počtu poistných udalostí

Uvažujme súbor jedincov, ktorí uzatvorili poistnú zmluvu jedného typu (napr. poistenie zodpovednosti za vedenie motorového vozidla) a boli zaradení do jednej tarifnej skupiny (tzv. poistný kmeň). Počet poistných udalostí v povinnom zmluvnom poistení nadobúda hodnoty $k = 0, 1, 2, \dots$. Podľa [6] rozdelenia, ktoré najlepšie popisujú pravdepodobnosti počtu poistných udalostí sú tieto rozdelenia:

- Binomické rozdelenie,
- Poissonovo rozdelenie,
- Negatívne binomické rozdelenie.

Uvedieme prehľad ich základných vlastností a charakteristík. Ďalej možno využiť ešte Alternatívne (*Bernulliho*) rozdelenie na určenie počtu poistných udalostí. Toto rozdelenie popisuje náhodný pokus, ktorý nastane alebo nenastane s určitou pravdepodobnosťou.

1.3.1 Binomické rozdelenie

Nech náhodná premenná N predstavuje počet výskytov udalosti A v n nezávislých pokusoch a π je rovnaká pravdepodobnosť jej výskytu v každom individuálnom pokuse. Táto náhodná premenná má binomické rozdelenie s parametrami n a π a označíme ho $Bi(n, \pi)$.

Podľa [6] náhodná premenná N má toto rozdelenie práve vtedy, ak pravdepodobnosť $P_n(k)$, že pri n nezávislých pokusoch nastane udalosť A práve k -krát, je vyjadrená tzv. *binomickou formulou* a to

$$P_n(k) = \binom{n}{k} \pi^k (1 - \pi)^{n-k}, \quad k = 0, 1, 2, \dots, n. \quad (1.3.1)$$

Pre strednú hodnotu binomického rozdelenia $Bi(n, \pi)$ platí

$$E(N) = n\pi,$$

pre disperziu platí

$$D(N) = n\pi(1 - \pi)$$

a z toho vyplýva, že platí $E(N) > D(N)$.

1.3.2 Poissonovo rozdelenie

Poissonovo rozdelenie možno použiť pri modelovaní počtu poistných udalostí vtedy, keď počet poistných zmlúv sa blíži k nekonečnu a pravdepodobnosť nastatia poistnej udalosti je veľmi nízka. Podľa [6] náhodná premenná počtu poistných udalostí N , ktorá môže nadobúdať hodnoty $k = 0, 1, 2, \dots$ má Poissonovo rozdelenie s parametrom ϑ vtedy, ak jej pravdepodobnostná funkcia je v tvare

$$P(N = k) = \frac{\vartheta^k}{k!} e^{-\vartheta}, \quad k = 0, 1, 2, \dots; \vartheta > 0. \quad (1.3.2)$$

Poissonovo rozdelenie označíme $Po(\vartheta)$. Stredná hodnota a disperzia Poissonovho rozdelenia $Po(\vartheta)$ sú rovnaké a možno ich vyjadriť

$$E(N) = D(N) = \vartheta$$

a koeficient šikmosti je vyjadrený vzťahom

$$\gamma_1 = \frac{1}{\sqrt{\vartheta}}$$

Toto rozdelenie vzniká ako limitný prípad binomického rozdelenia s parametrami n a π , ak súčate platí, že $n \rightarrow \infty$ a $\pi \rightarrow 0$, kde n predstavuje počet poistných zmlúv a π predstavuje pravdepodobnosť nastatia poistnej udalosti. Potom platí

$$\vartheta = n\pi.$$

Pre momentovú vytvárajúcu funkciu tohto rozdelenia platí

$$M_N(z) = e^{\vartheta(e^z - 1)}.$$

Poissonovo rozdelenie je vhodné na určenie jednotlivých pravdepodobností prechodu poistenca medzi jednotlivými triedami. Naopak toto rozdelenie nie je vhodné na určovanie počtu poistných udalostí v heterogénnom portfóliu poistných zmlúv.

1.3.3 Negatívne binomické rozdelenie

Na rozdiel od Poissonovho rozdelenia, negatívne binomické rozdelenie je vhodné využiť pri modelovaní počtu poistných udalostí v heterogénnom portfóliu poistných zmlúv. Náhodnú premennú N definujeme ako počet náhodných pokusov, pri ktorých nastala poistná udalosť A práve k -krát, pričom k je celé kladné číslo. Podľa [6] náhodná

premenná N , ktorá nadobúda hodnoty $x = k, k + 1, \dots$ s dvomi parametrami k a π práve vtedy, ak jej pravdepodobnostná funkcia je vyjadrená

$$P(N = x) = \binom{x-1}{k-1} \pi^k (1-\pi)^{x-k}, \quad x = k, k+1, \dots \quad (1.3.3)$$

Negatívne binomické rozdelenie označíme $NB(k, \pi)$. Pre strednú hodnotu tohto rozdelenia platí

$$E(N) = \frac{k(1-\pi)}{\pi},$$

pre disperziu platí

$$D(N) = \frac{k(1-\pi)}{\pi^2}$$

a z toho vyplýva, že platí $E(N) < D(N)$.

Momentová vytvárajúca funkcia negatívneho binomického rozdelenia je vyjadrená

$$M_N(z) = \left(\frac{\pi}{1 - e^z(1-\pi)} \right)^k.$$

Niekedy sa využíva iná formulácia negatívneho binomického rozdelenia. Majme náhodnú premennú Y , ktorá vyjadruje počet náhodných pokusov, pri ktorých nenastala udalosť A , predchádzajúcich práve k -té nastátie tejto udalosti A . Z toho vyplýva, že platí $Y = N - k$ a pravdepodobnostná funkcia je vyjadrená

$$P(Y = y) = \binom{k+y-1}{y} \pi^k (1-\pi)^y, \quad y = 0, 1, 2, \dots \quad (1.3.4)$$

V poisťovníctve je náhodnou udalosťou A najčastejšie poisťná udalosť a náhodným pokusom uzavretie poisťnej zmluvy pri danom type poistenia.

1.4 Rozdelenia výšky poistných plnení

Jednotlivé výšky poistných udalostí pri viacerých typoch neživotného poistenia majú niektoré spoločné vlastnosti. Väčšina z nich má nižšiu hodnotu, ako priemerná výška poistného plnenia, pritom sú aj dosť pravdepodobné extrémne vysoké výšky poistných plnení, čo spôsobuje veľký rozptyl a a pravostrannú asymetriu ich rozdelení. Na určenie výšky poistných plnení možno využiť exponenciálne, Pareto, Weibullovo, Gama a lognormálne rozdelenie. Ďalej charakterizujeme len niektoré rozdelenia, ktoré sú najvhodnejšie na určovanie výšky poistných plnení v povinnom zmluvnom poistení.

1.4.1 Exponenciálne rozdelenie

Vzhľadom na výhodný priebeh a jednoduché funkčné vyjadrenie hustoty pravdepodobnosti, distribučnej funkcie a základných charakteristík je toto rozdelenie vhodné pri hľadaní vhodného pravdepodobnostného modelu výšky poistných plnení. Tieto výšky poistných plnení predstavujú náhodnú premennú X .

Podľa [6] náhodná premenná X má exponenciálne rozdelenie s parametrom δ ($Exp(\delta)$) práve vtedy, ak jej hustotu pravdepodobnosti možno vyjadriť

$$f(\vartheta) = \delta e^{-\delta\vartheta}, \quad \vartheta, \delta > 0. \quad (1.4.1)$$

Pre toto rozdelenie platí, že stredná hodnota má tvar

$$E(X) = \frac{1}{\delta}$$

a disperzia

$$D(X) = \frac{1}{\delta^2}.$$

1.4.2 Gama rozdelenie

Toto rozdelenie je vhodné na modelovanie výšky poistných plnení pri poistení motorových vozidiel, kde variabilita výšky poistných plnení nie je taká veľká, ako napr. v majetkovom poistení proti požiaru.

Gama rozdelenie má dva parametre α a β a označíme ho $G(\alpha, \beta)$. Jeho hustota sa mení práve v závislosti od týchto parametrov.

Majme náhodnú premennú X , ktorá predstavuje výšku poistných plnení. Táto premenná má gama rozdelenie α a β , kde $\alpha, \beta > 0$, práve vtedy, ak jej hustota pravdepodobností podľa [6] je vyjadrená

$$f(\vartheta) = \frac{\beta^\alpha}{\Gamma(\alpha)} \vartheta^{\alpha-1} e^{-\beta\vartheta}, \quad \vartheta > 0. \quad (1.4.2)$$

Pre toto rozdelenie platí, že pre strednú hodnotu platí

$$E(X) = \frac{\alpha}{\beta}$$

a pre disperziu

$$D(X) = \frac{\alpha}{\beta^2}.$$

1.4.3 Zložené Poissonovo rozdelenie

Pomocou tarifných premenných je možné zaradiť poistencov do rovnakých tried, ktorí majú približne rovnakú pravdepodobnosť spôsobenia poistnej udalosti (škodovú frekvenciu), t.j. každý poistenec jednej tarifnej skupiny má rovnakú hodnotu parametra ϑ . V skutočnosti má každý poistenec túto hodnotu rôznu, tak tento parameter ϑ nie je konštantou, ale možno ho považovať za realizáciu náhodnej veličiny Θ . Predpokladajme, že parameter Θ je náhodnou premennou, ktorá sa riadi rozdelením pravdepodobností s hustotou pravdepodobnosti $f(\vartheta)$ (1.4.2).

Počet poistných udalostí N , ktoré boli nahlásené poistencom z uvažovaného poistného kmeňa je charakterizovaný funkciou

$$P(N = k) = \int_0^\infty \frac{\vartheta^k}{k!} f(\vartheta) d\vartheta, \quad k = 0, 1, 2, \dots$$

a túto funkciu možno podľa [4] transformovať na

$$P(N = k) = \binom{k + \alpha - 1}{k} \left(\frac{\beta}{1 + \beta} \right)^\alpha \left(\frac{1}{1 + \beta} \right)^k, \quad k = 0, 1, 2, \dots \quad (1.4.3)$$

Taktiež pre toto rozdelenie platí, že stredná hodnota je

$$E(N) = \frac{\alpha}{\beta}$$

a dispersia je

$$D(N) = \frac{\alpha(1 + \beta)}{\beta^2}.$$

1.5 Aktuárska definícia systému bonus – malus

V prvom rade pri realizácii systému bonus – malus je potrebné definovať triedy tohto systému, pravidlá zaradenia nového rizika do triedy, pravidlá prechodu z jednej triedy do druhej podľa minulého škodového priebehu a pravidlá, podľa ktorých sú určené zrážky a prirážky rizika k danej triede systému bonus – malus.

Podľa [5] označme M systém bonus – malus. Tak aktuárska definícia tohto systému M je popísaná nasledujúcimi vlastnosťami:

1. Každé poisťované riziko na začiatku obdobia poistenia sa zaradi do určitej bonus – malus triedy, podľa pravidiel zaradenia rizika do systému.
2. $H, H = 1, 2, 3, \dots$ je počet tried systému bonus – malus.
3. Poistné π na poistné obdobie je funkciou triedy systému bonus – malus:
 $\pi = \pi(j), j = 1, 2, \dots, H$, pričom $\pi(j) \leq \pi(j + 1), j = 1, 2, \dots, H - 1$.
4. Pri uzatvorení poistnej zmluvy budú všetky riziká zaradené do triedy a , pričom platí $a \in \{1, 2, \dots, H\}$.
5. Priradenie rizík k jednotlivým triedam systému bonus – malus závisí od presne stanovených pravidiel prestupu R .

Na začiatku každého nového poistného obdobia sa zaradi poistenec do určitej bonus – malus triedy, ktorá sa stanoví v závislosti od počtu nahlásených poistných udalostí z predchádzajúceho obdobia a od príslušnosti k triede v predchádzajúcom období.

Pravidlá, podľa ktorých poistenec môže prejsť z triedy i do triedy j sú opísané v matici prestupu $R = (N_{ij})$ typu $H \times H$. Tieto pravidlá nazveme pravidlá prestupu. Prvky N_{ij} matice prestupu sú množiny s týmito vlastnosťami:

- $N_{ij} \subset \{0, 1, 2, 3, \dots\}, i, j = 1, 2, 3, \dots, H$,
- $\bigcup_{j=1}^H N_{ij} = \{0, 1, 2, 3, \dots\}, i, j = 1, 2, 3, \dots, H$,
- $N_{ij} \cap N_{ik} = \emptyset$, a platí pre každé $j \neq k, i, j, k = 1, 2, 3, \dots, H$,

kde N_{ij} je množina, ktorej každý prvok určuje počet poistných udalostí v priebehu predchádzajúceho poistného obdobia. Poistenec, ktorý sa nachádza v triede i prejde do triedy j práve vtedy, ak v predchádzajúcom období sa počet nahlásených škodových udalostí rovná niektorému prvku množiny N_{ij} . Ak $N_{ij} = \emptyset$, tak prechod poistenca z triedy i do triedy j je nemožný. Takýto prípad označíme v matici prestupu bodkou.

Pre i -tu triedu systému bonus – malus, kde $i = 1, 2, 3, \dots, H$, výška poistného $P(i)$ je daná v percentách zo základného poistného a platí $P(i) \leq P_j$ pre $i < j$ a z toho vyplýva, že trieda i je vyššie ako trieda j , čiže trieda i je pre poistenca výhodnejšia.

Ak rozdiel $100 - P(i)$ je kladné číslo, tak predstavuje bonus v % pre poistenca zo základného poistného, naopak ak je záporný, tak predstavuje veľkosť malusu v % zo základného poistného, t.j. o túto hodnotu bude základné poistné navýšené. Pravidlá prestupu z jednej triedy do druhej sú vyjadrené rôzne. Napr. ak poistenec v priebehu roka nenahlásil žiadnu poistnú udalosť, tak postúpi o jednu bonus – malus triedu vyššie, t.j. zvýhodní sa mu poistné. Ak sa poistenec nachádza v najvyššej triede (s najvyšším bonusom), tak v tejto triede aj zostane. Poistenec za každú nahlásenú škodovú udalosť, poklesne o tri bonus – malus triedy.

Systém bonus – malus môže byť veľmi rôznorodý. Každý z týchto systémom môže mať rôzne pravidlá prechodu z jednej triedy do druhej a taktiež aj rôzny počet tried a veľkosti bonusov a malusov daného systému. Každá poisťovňa pôsobiaca v Slovenskej republike si určuje tieto veľkosti a pravidlá sama, čiže sa ich systémy odlišujú. V niektorých krajinách sú striktne dané pravidla pre všetky poisťovne. Tieto systémy bonus – malus možno opísať pomocou Markovových reťazcov.

1.6 Markovove reťazce

Podľa [7] majme náhodný proces X , pre ktorý platí $X = \{X(t); t \in T\}$ a tento proces je daný ako postupnosť premenných $X(t)$. Parameter t tohto procesu predstavuje čas. Budeme predpokladať, že každá náhodná premenná $X(t_i)$ nadobudne konečný počet hodnôt.

Vo všeobecnosti náhodná premenná $X(t_i)$, ktorá prislúcha okamihu $t = t_i$, môže nadobúdať hodnoty $S_1^i, S_2^i, \dots, S_H^i$, kde pre rôzne i je aj H_i rôzne. Pre každý okamih $t = t_i$ platí, že zodpovedajúca náhodná premenná môže nadobúdať jednu z hodnôt

$$S_1, S_2, \dots, S_H.$$

Náhodný proces X v okamihu t_i nadobudne hodnotu S_j , t.j. tento systém, nazvime ho systém S , sa v okamihu t_i nachádza v stave S_j . Tento systém možno opísať pomocou podmienených pravdepodobností

$$P \left[S_{j_k}^{(k)} / S_{j_{k-1}}^{(k-1)}, \dots, S_{j_1}^{(0)}, S_{j_0}^{(0)} \right]. \quad (1.6.1)$$

Tieto podmienené pravdepodobnosti predstavujú, že tento systém sa nachádza v kroku k v stave S_{j_k} za toho predpokladu, že v predchádzajúcom kroku $k - 1$ sa nachádzal v stave $S_{j_{k-1}}$ až po krok 0, kde sa systém nachádza v stave S_{j_0} , kde $S_{j_k}, S_{j_{k-1}}, \dots, S_{j_0}$ je ľubovoľný zo stavov daného systému. Stav systému S v určitom kroku je podmienený stavmi tohto systému v predchádzajúcich krokoch. Tento systém má $(k - 1)$ násobnú väzbu a keďže vyšetovanie systému s tak vysokou väzbou je zložité, tak zavedieme predpoklad, ktorý nám vyšetovanie uľahčí. Budeme teda predpokladať, že daný systém S sa dá popísať ako systém s jednoduchou väzbou. Tieto systémy sa nazývajú Markovové reťazce a môžu byť konečné, alebo aj nekonečné. V ďalších úvahách budeme uvažovať len konečné Markovové reťazce a pre tieto reťazce platí

$$P \left[S_{j_k}^{(k)} / S_{j_{k-1}}^{(k-1)}, \dots, S_{j_1}^{(0)}, S_{j_0}^{(0)} \right] = P \left[S_{j_k}^{(k)} / S_{j_{k-1}}^{(k-1)} \right] \quad (1.6.2)$$

a hovoríme, že náhodné procesy pre ktoré platí táto rovnosť majú markovovskú vlastnosť.

Z toho vyplýva, že pre Markovov reťazec platí, ak sa systém nachádza v kroku k v stave S_j , za predpokladu, že v kroku $k - 1$ sa nachádzal v stave S_i . Pravdepodobnosť označme $p_{ij}(k)$ a pre ňu platí

$$p_{ij}(k) = P \left[S_j^{(k)} / S_i^{(k-1)} \right]. \quad (1.6.3)$$

Táto pravdepodobnosť sa nazýva pravdepodobnosť prechodu. Ak táto pravdepodobnosť prechodu nezávisí od východiskového kroku $k - 1$, ale závisí len na dobe medzi dvoma nasledujúcimi krokmi, tak tieto reťazec nazývame homogénny Markovov reťazec.

V ďalších úvahách budeme uvažovať len homogénne Markovové reťazce. Dĺžkou k -teho kroku v Markovovom reťazci bude predstavovať rozdiel $t_k - t_{k-1}$ a budeme predpokladať, že dĺžka každého kroku je rovnaká, t.j. platí

$$\Delta t_k = t_k - t_{k-1} = \text{konšt.}, \quad k = 1, 2, \dots$$

Potom pravdepodobnosť prechodu v takomto homogénnom Markovovom reťazci označíme jednoducho p_{ij}

$$p_{ij}(k) = p_{ij}. \quad (1.6.4)$$

Uvažujme konečný Markovov reťazec s počtom stavov H . V takomto reťazci môžeme pravdepodobnosti p_{ij} usporiadať do matice \mathbf{P}

$$\mathbf{P} = \begin{pmatrix} p_{11} & p_{12} & \dots & p_{1H} \\ p_{21} & p_{22} & \dots & p_{2H} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ p_{H1} & p_{H2} & \dots & p_{HH} \end{pmatrix}. \quad (1.6.5)$$

Táto matica \mathbf{P} sa nazýva matica prechodu, alebo matica pravdepodobností prechodu.

Vlastnosti tejto matice sú:

1. $0 \leq p_{ij} \leq 1$.
2. $\sum_{j=1}^H p_{ij} = 1, \quad i = 1, 2, \dots, H$.

Homogénny Markovov reťazec je určený vektorom začiatočných pravdepodobností $\mathbf{p}(0)$ a maticou prechodu \mathbf{P} a pre vektor začiatočných pravdepodobností platí

$$\mathbf{p}(0) = (p_1(0), p_2(0), \dots, p_m(0)).$$

Pomocou Markovových reťazcov možno nájsť rozdelenie pravdepodobností po istom počte období a taktiež, či sa pri zväčšujúcom sa počte krokov n približuje k určitému limitnému rozdeleniu pravdepodobností. Tieto problémy možno nazvať problém *absolútnych pravdepodobností* a problém *stacionárnych pravdepodobností*.

Teraz budeme hľadať rozdelenie absolútnych pravdepodobností (rozdelenie pravdepodobností stavov systému po istom období, napr. po n rokoch). Majme reťazec určený, t.j. poznáme vektor začiatočných pravdepodobností $\mathbf{p}(0)$ a maticu prechodu \mathbf{P} .

Najskôr určíme rozdelenie pravdepodobností po jednom kroku. Majme $p_i(1)$ ako absolútnu (nepodmienujúcu) pravdepodobnosť toho, že tento systém sa práve po jednom kroku bude nachádzať v stave S_i . Keďže stavy S_j pre $j = 1, 2, \dots, H$ vytvárajú úplný systém stavov, tak platí

$$p_i(1) = p_1(0)p_{1i} + p_2(0)p_{2i} + \dots + p_H(0)p_{Hi} = \sum_{j=1}^H p_j(0)p_{ji}.$$

Pravdepodobnosti $p_i(1)$ pre všetky $i = 1, 2, \dots, H$ budú tvoriť vektor absolútnych pravdepodobností $\mathbf{p}(1)$ po prvom kroku a teda platí

$$\mathbf{p}(1) = (p_1(1), p_2(1), \dots, p_H(1)).$$

Možno taktiež napísať pre vektor absolútnych pravdepodobností $\mathbf{p}(1)$

$$\mathbf{p}(1) = \mathbf{p}(0)\mathbf{P}.$$

Analogicky možno ukázať, že ak za vektor začiatočných pravdepodobností zoberieme vektor $\mathbf{p}(1)$, tak pre vektor $\mathbf{p}(2)$ platí

$$\mathbf{p}(2) = \mathbf{p}(1)\mathbf{P} = \mathbf{p}(0)\mathbf{P}^2.$$

Pre vektor absolútnych pravdepodobností $\mathbf{p}(n)$ po n krokoch platí

$$\mathbf{p}(n) = \mathbf{p}(n-1)\mathbf{P} = \mathbf{p}(0)\mathbf{P}^n. \quad (1.6.6)$$

Absolútne pravdepodobnosti p_1, p_2, \dots, p_H (pravdepodobnosti toho, že systém sa bude nachádzať v stave S_1, S_2, \dots, S_H), ktoré už nezávisia od počtu krokov n , vytvárajú spolu vektor stacionárnych pravdepodobností \mathbf{p} a platí

$$\mathbf{p} = (p_1, p_2, \dots, p_H)$$

a taktiež platí

$$\sum_{i=1}^H p_i = 1.$$

Ak existuje limitné rozdelenie absolútnych pravdepodobností $p_i(n)$ tak platí $\lim_{n \rightarrow \infty} \mathbf{p}(n) = \mathbf{p}$ a taktiež aj $\lim_{n \rightarrow \infty} \mathbf{p}(n-1) = \mathbf{p}$. Potom platí

$$\mathbf{p} = \mathbf{p}\mathbf{P}. \quad (1.6.7)$$

Alebo po ekvivalentných úpravách

$$p\|E - P\| = 0, \quad (1.6.8)$$

kde E je jednotková matice m -tého rádu a $\mathbf{0}$ je nulový vektor.

Tento systém má nekonečno veľa riešení, z ktorých je vhodné práve to, pre ktoré platí rovnosť

$$\sum_{i=1}^H p_i = 1. \quad (1.6.9)$$

1.7 Systém bonus – malus a jeho popis pomocou Markovových reťazcov

V predchádzajúcej kapitole sme ukázali vzťahy, ktoré využijeme pri popisovaní systému bonus – malus pomocou Markovových reťazcov. Upravíme tieto postupy označovania na vhodné popisovanie systému bonus – malus.

Ako príklad uvidíme systém bonus – malus poisťovne AXA, a.s. pôsobiacej na slovenskom trhu v povinnom zmluvnom poistení. Rozhodná doba vo všeobecnosti vyjadruje dobu nepretržitého trvania poistenia, ktorá sa počíta v celých ukončených mesiacoch, pričom je znížená za každú poistnú udalosť. Táto poisťovňa znižuje rozhodnú dobu za každú poistnú udalosť o 24 mesiacov. Vstupná trieda je trieda 9 (B0) so základným poistným 100 %. Bonusových tried v tomto systéme je 8 a malusové triedy sú 3. Po každom bezškodovom roku poistenec postúpi o jednu triedu vyššie maximálne však do najvyššej bonusovej triedy, t.j. triedy 1. Každá nahlásená škodová udalosť má za následok pokles poistenca o 2 triedy, t.j. rozhodná doba (doba škodového priebehu) sa zníži o 24 mesiacov. Poistenec maximálne môže klesnúť až do 12. triedy (M13) s poistným 250 %, čiže s malusom 150 %.

Tab. 1 Výška poistného v jednotlivých bonus – malus triedach v poisťovni AXA, a.s.

Číslo bonus – malus triedy	Stupeň bonusov a malusov	Výška poistného v % zo základného poistenia
1	B8	50 %
2	B7	55 %
3	B6	60 %
4	B5	65 %
5	B4	70 %
6	B3	75 %
7	B2	80 %
8	B1	90 %
9	B0	100 %
10	M1	130 %
11	M2	190 %
12	M3	250 %

Zdroj: vlastné spracovanie

Zodpovedajúca matica prestupu k systému bonus – malus poisťovni AXA, a.s. je znázornená v tabuľke.

Tab. 2 Matica prestupu systému bonus – malus v poisťovni AXA, a.s.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	{0}	.	{1}	.	{2}	.	{3}	.	{4}	.	{5}	{6, 7, ...}
2	{0}	.	.	{1}	.	{2}	.	{3}	.	{4}	.	{5, 6, ...}
3	.	{0}	.	.	{1}	.	{2}	.	{3}	.	{4}	{5, 6, ...}
4	.	.	{0}	.	.	{1}	.	{2}	.	{3}	.	{4, 5, ...}
5	.	.	.	{0}	.	.	{1}	.	{2}	.	{3}	{4, 5, ...}
6	{0}	.	.	{1}	.	{2}	.	{3, 4, ...}
7	{0}	.	.	{1}	.	{2}	{3, 4, ...}
8	{0}	.	.	{1}	.	{2, 3, ...}
9	{0}	.	.	{1}	{2, 3, ...}
10	{0}	.	.	{1, 2, ...}
12	{0}	.	{1, 2, ...}
12	{0}	{1, 2, ...}

Zdroj: vlastné spracovanie

Podľa [5] prvky matice prechodu definujeme ako pravdepodobnosť

$$p_{ij}^{\vartheta} = P^{\vartheta}(Z_t = j / Z_{t-1} = i), \quad (1.7.1)$$

kde ϑ predstavuje škodovosť, alebo škodovú frekvenciu daného rizika Z_t a Z_{t-1} sú náhodné premenné, ktoré vyjadrujú príslušnosť rizika k bonus – malus triede v časovom období t a $t - 1$.

Predpokladáme konštantnú dĺžku časového intervalu, t.j. 1 rok a tiež predpokladáme, že pravdepodobnosti $p_{ij}^{\vartheta}(t)$ nezávisia od časového obdobia t . Potom platí rovnosť

$$p_{ij}^{\vartheta}(t) = p_{ij}^{\vartheta}.$$

Matica prechodu pre riziká so škodovosťou ϑ je

$$\mathbf{P}^{\vartheta} = (p_{ij}^{\vartheta})_H^H, \quad (1.7.2)$$

kde prvok p_{ij}^{ϑ} vyjadruje pravdepodobnosť, že poistenec so škodovosťou ϑ , ktorý sa nachádza v i -tej bonus – malus triede v nasledujúcom roku prestúpi do j -tej bonus – malus

triedy. Keďže poistenec vždy prejde práve do jednej triedy, tak sa musí súčet každého riadku matice $\mathbf{P}^\vartheta = (p_{ij}^\vartheta)_H^H$ rovnať práve 1.

Pre poistencov so škodovosťou ϑ v jednotlivých rokoch platí pre relatívnu početnosť ich očakávaného rozloženia rekurentný vzťah podľa (1.6.6), a to

$$X^\vartheta(k+1) = X^\vartheta(k)\mathbf{P}^\vartheta, \quad k = 0, 1, 2, \dots,$$

kde $X^\vartheta(0) = (0, 0, \dots, 1, \dots, 0)$ a $(0, 0, \dots, 1, \dots, 0)$ je jednotkový vektor. Jednotka je vždy práve na a -tom mieste a to vtedy, ak sú vstupné riziká do systému zaradované práve do a -tej bonus – malus triedy. Pre všetky zložky vektorov $X^\vartheta(k+1)$ platí, že ich súčet sa rovná 1.

Pre všetky systémy bonus – malus, ktoré možno opísať Markovovými reťazcami, existuje vektor stacionárnych pravdepodobností. Tento vektor predstavuje pravdepodobnosť s akou sa bude riziko po neobmedzenej dlhej dobe vyskytovať v určitej bonus – malus triede. Toto tvrdenie vyplýva z nasledujúcich troch vlastností, ktoré systémy bonus – malus spĺňajú:

1. Množina stavov Markovovho reťazca je konečná. Ide o konečný Markovov reťazec t.j. množina $\{1, 2, \dots, H\}$ je konečná.
2. Markovov reťazec je ireducibilný. To znamená, že každá možná bonus – malus trieda je dosiahnuteľná z inej ľubovoľnej bonus – malus triedy.
3. Stavy Markovovho reťazca sú aperiodické. V každom systéme bonus – malus existuje najvýhodnejšia trieda, ktorú keď poistenec dosiahne, a naďalej nenahlási škodovú udalosť, tak v tejto triede ostáva.

Vektor stacionárnych pravdepodobností X je určený

$$X^\vartheta = \lim_{n \rightarrow \infty} X^\vartheta(k), \tag{1.7.3}$$

alebo z rovnice

$$X^\vartheta = X^\vartheta \mathbf{P}^\vartheta \tag{1.7.4}$$

za predpokladu, že platí podmienka

$$x_1^\vartheta + x_2^\vartheta + \dots + x_n^\vartheta = 1,$$

kde platí

$$X^\vartheta = (x_1^\vartheta + x_2^\vartheta + \dots + x_n^\vartheta).$$

Základné poistné $\pi = \pi_a$, kde a je vstupná trieda do systému bonus – malus. Poistné π_i je poistné, ktoré prislúcha i -tej bonus – malus triede. Potom priemerné poistné pre poistencov so škodovosťou ϑ je vyjadrené

$$\bar{\pi} = \sum_{i=1}^H x_i^{\vartheta} \pi_i = \sum_{i=1}^H x_i^{\vartheta} \frac{P(i)}{100} \pi. \quad (1.7.5)$$

Niekedy sa tento vzťah využíva aj na stanovenie hodnôt $P(i)$ v závislosti od rôznych škodovostí poistencov.

Bonusová náročnosť systému BNS^{ϑ} je vyjadrená ako

$$BNS^{\vartheta} = \left(1 - \frac{\bar{\pi}}{\pi}\right) \cdot 100(\%) = 100 - \sum_{i=1}^H x_i^{\vartheta} \frac{P(i)}{100} \pi. \quad (1.7.6)$$

Označme PP celkový počet poistencov. Celkové prijaté poistné za celé portfólio poistiek od poistencov so škodovosťou ϑ možno vyjadriť $PP \cdot \bar{\pi}$. Priemerný počet poistencov v i -tej bonus – malus možno vyjadriť $PP \cdot x_i^{\vartheta}$.

1.8 Systém bonus – malus a jeho použití v povinnom zmluvnom poistení poisťovňami na Slovensku

Poisťovne, ktoré ponúkajú povinné zmluvné poistenie motorových vozidiel na Slovensku, používajú rôzne kritéria, podmienky a pravidlá zatriedenia poistenca do príslušnej triedy. Každá poisťovňa na Slovensku si tieto kritéria určuje sama podľa vlastných preferencií a skúsenosti. A podľa týchto kritérií a pravidiel určuje bonus (zľavu) alebo malus (prirážku). Vo všeobecnosti pre všetky poisťovne platí, že poistencovi, ktorý nahlási viac škodových udalostí poisťovňa bude účtovať vyššie poistné. Každá poisťovňa si určuje pravidlá prestupu, počet tried, stanovuje bonusy a malusy. Všetky tieto skutočnosti sú popísané vo Všeobecných poistných podmienkach pre povinné zmluvné poistenie danej poisťovne. Na možnosť ponúkania povinného zmluvného poistenia na Slovenskom poistnom trhu je potrebné, aby poisťovňa vlastnila licenciu na povinné zmluvné poistenie motorových vozidiel. Údaje v tejto kapitole sú čerpané z [10].

1.8.1 Systém bonus – malus používaný v poisťovni Allianz – Slovenská poisťovňa, a.s.

Allianz - Slovenská poisťovňa, a.s. (predtým Slovenská poisťovňa, a.s.) pôsobí na slovenskom poistnom trhu už niekoľko desiatok rokov a je jednou z najväčších poisťovní pôsobiacich na Slovenskom poistnom trhu. Patrí do poisťovacej skupiny Allianz Societas Europaea, ktorá spravuje zmluvy množstva klientov v regióne strednej a východnej Európy. Je najväčšou univerzálnou poisťovňou na Slovensku a tým pádom poskytuje množstvo produktov v životnom a aj neživotnom prostredí.

Táto poisťovňa systém bonus – malus zaviedla do platnosti od 1. januára 2002 a uplatňuje ho pre všetky druhy vozidiel s výnimkou osobných vozidiel, malých nákladných vozidiel, motocyklov (vrátane trojkoliek a štvorkoliek) so zdvihovým objemom do 50 ccm, traktorov, samohybných pracovných strojov bez evidenčného čísla vozidla a prípojných vozidiel okrem návesov.

Pre priznanie bonusu (zľavy) alebo uplatnenie malusu (prirážky) je rozhodujúca doba škodového priebehu, ktorú poisťovňa počíta v celých ukončených mesiacoch. Za každú poistnú udalosť sa doba škodového priebehu znižuje o 36 mesiacov. Doba

škodového priebehu sa neznižuje za poistnú udalosť spôsobenú osobou, ktorá použila motorové vozidlo neoprávnené, alebo pokiaľ bola poisťovateľovi v celom rozsahu uhradená čiastka, ktorú poisťovateľ vyplatil z dôvodu škody spôsobenej prevádzkou vozidla.

Aktuálne platný systém bonus – malus v tejto poisťovni pozostáva zo základnej triedy a z desiatich bonusových tried. Malusové triedy tento systém neobsahuje. Prehľad tohto systému, ako aj výška poistného v % zo základného poistného pre jednotlivú triedu je zobrazený v nasledujúcej tabuľke.

Tab. 3 Výška poistného v jednotlivých bonus – malus triedach v poisťovni Allianz – Slovenská poisťovňa, a.s.

Číslo bonus – malus triedy	Stupeň bonusov a malusov	Výška poistného v % zo základného poistenia
1	B10	40 %
2	B9	45 %
3	B8	50 %
4	B7	60 %
5	B6	70 %
6	B5	75 %
7	B4	80 %
8	B3	85 %
9	B2	90 %
10	B1	95 %
11	Z	100 %

Zdroj: vlastné spracovanie

V prípade splnenia podmienok na zaradenie do príslušnej bonus – malus triedy vykoná poisťovateľ zodpovedajúcu zmenu výšky poistného s platnosťou od prvého dňa nasledujúceho poistného obdobia.

Poistenc pri uzatvorení zmluvy bude zaradený do základnej triedy Z so základným poistným. V prípade každého bezškodového obdobia (jeden rok) poistenc postúpi o jednu triedu vyššie v tomto systéme alebo ostane v najvyššej (B10) s poistným vo výške 40 % zo základného poistného. Hodnota poistného je priznaná poistencovi podľa príslušnej výšky poistného v príslušnej triede. V prípade nahlásenej škodovej udalosti poistenc poklesne

o tri triedy nižšie, alebo zostane v najnižšej triede, t.j. v základnej triede Z s poistným vo výške 100 %.

Pravidlá, podľa ktorých poistenec prechádza z jednej triedy do druhej sú popísané v nasledujúcej matici prestupu.

Tab. 4 Matica prestupu systému bonus – malus v poisťovni Allianz – Slovenská poisťovňa, a.s.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1	{0}	.	.	{1}	.	.	{2}	.	.	{3}	{4, 5, ...}
2	{0}	.	.	.	{1}	.	.	{2}	.	.	{3, 4, ...}
3	.	{0}	.	.	.	{1}	.	.	{2}	.	{3, 4, ...}
4	.	.	{0}	.	.	.	{1}	.	.	{2}	{3, 4, ...}
5	.	.	.	{0}	.	.	.	{1}	.	.	{2, 3, ...}
6	{0}	.	.	.	{1}	.	{2, 3, ...}
7	{0}	.	.	.	{1}	{2, 3, ...}
8	{0}	.	.	.	{1, 2, ...}
9	{0}	.	.	{1, 2, ...}
10	{0}	.	{1, 2, ...}
11	{0}	{1, 2, ...}

Zdroj: vlastné spracovanie

1.8.2 Systém bonus – malus používaný v poisťovni Astra a.s.

Poisťovňa Astra a.s. pôsobiaca na Slovenskom poistnom trhu je zahraničnou pobočkou najväčšej a zároveň jedinej súkromnej poisťovne v Rumunsku. Materská spoločnosť ASTRA ASIGURARI S.A. vznikla v roku 1991, kedy sa odčlenila od bývalého štátneho podniku Adas. Na rumunskom poistnom trhu poisťovňa Astra a.s. pôsobí už viac ako dve desaťročia a po celej krajine má viac ako 240 pobočiek. Stabilné postavenie v Rumunsku a post najväčšej poisťovacej spoločnosti v krajine umožnili poisťovni Astra a.s. expanziu do okolitých európskych krajín, medzi ktorými bola aj Slovenská republika. Poisťovňa Astra a.s. začala pôsobiť na slovenskom poistnom trhu koncom roka 2012, čím prispela k ďalšiemu rozšíreniu radov poisťovní pôsobiacich na tomto trhu.

Táto poisťovňa je univerzálna poisťovňa a ponúka vo svojom produktovom portfóliu veľa produktov životného, neživotného a zdravotného poistenia. Taktiež ponúka povinné zmluvné poistenie ktoré je určené systémom bonus – malus.

Tento systém bonus – malus je platný pre všetky kategórie motorových vozidiel, ak nie je v poistnej zmluve dohodnuté inak. Výška bonusu (zľavy) alebo malusu (prirážky) je

určená vždy zo základného poistného. Stupeň a výška bonusu resp. malusu poisťovňa určí na každé nasledujúce obdobie tak, že za každé sledované bezškodové obdobie sa rozhodné obdobie zvýši o 12 mesiacov, alebo za každú nahlásenú škodovú udalosť sa rozhodné obdobie znižuje o 24 mesiacov. Bonus alebo malus sa uplatňuje v príslušnom stupni od prvého dňa poistného obdobia nasledujúceho po poistnom období, v ktorom nárok na tento stupeň vznikol, do konca príslušného obdobia.

Aktuálne platný systém bonus – malus v tejto poisťovni pozostáva zo základnej triedy, siedmych bonusových tried a piatich malusových tried. Prehľad tohto systému, ako aj výška poistného v % zo základného poistného pre jednotlivú triedu je zobrazený v nasledujúcej tabuľke.

Tab. 5 Výška poistného v jednotlivých bonus – malus triedach v poisťovni Astra, a.s.

Číslo bonus – malus triedy	Stupeň bonusov a malusov	Výška poistného v % zo základného poistenia
1	B7	40 %
2	B6	50 %
3	B5	60 %
4	B4	70 %
5	B3	80 %
6	B2	90 %
7	B1	95 %
8	Z	100 %
9	M1	130 %
10	M2	150 %
11	M3	180 %
12	M4	220 %
13	M5	300 %

Zdroj: vlastné spracovanie

Poistenec pri uzatvorení zmluvy bude zaradený do základnej triedy Z so základným poistným. V prípade každého bezškodového obdobia (jeden rok) poistenec postúpi o jednu triedu vyššie v tomto systéme, alebo ostane v najvyššej (B7) s poistným vo výške 40 % zo základného poistného. Hodnota poistného je priznaná poistencovi podľa príslušnej výšky poistného v príslušnej triede. V prípade nahlásenej škodovej udalosti poistenec poklesne

o dve triedy nižšie, alebo zostane v najnižšej triede, t.j. v malusovej triede M5 s poistným vo výške 300 %.

Pravidlá, podľa ktorých poistenec prechádza z jednej triedy do druhej sú popísané v nasledujúcej matici prestupu.

Tab. 6 Matica prestupu systému bonus – malus v poisťovni Astra, a.s.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
1	{0}	.	{1}	.	{2}	.	{3}	.	{4}	.	{5}	.	{6, 7, ...}
2	{0}	.	.	{1}	.	{2}	.	{3}	.	{4}	.	{5}	{6, 7, ...}
3	.	{0}	.	.	{1}	.	{2}	.	{3}	.	{4}	.	{5, 6, ...}
4	.	.	{0}	.	.	{1}	.	{2}	.	{3}	.	{4}	{5, 6, ...}
5	.	.	.	{0}	.	.	{1}	.	{2}	.	{3}	.	{4, 5, ...}
6	{0}	.	.	{1}	.	{2}	.	{3}	{3, 4, ...}
7	{0}	.	.	{1}	.	{2}	.	{3, 4, ...}
8	{0}	.	.	{1}	.	{2}	{2, 3, ...}
9	{0}	.	.	{1}	.	{2, 3, ...}
10	{0}	.	.	{1}	{2, 3, ...}
11	{0}	.	.	{1, 2, ...}
12	{0}	.	{1, 2, ...}
13	{0}	{1, 2, ...}

Zdroj: vlastné spracovanie

1.8.3 Systém bonus – malus používaný v poisťovni AXA a.s.

AXA S.A. je francúzska poisťovacia spoločnosť sídliaca v Paríži, ktorá zameriava svoje aktivity hlavne na životné a nemocenské poistenie, dôchodky, majetok, úrazové poistenie a správu aktív.

Finančná skupina AXA sa na Slovensku zaoberá pomerne širokou škálou produktov. Poisťovňa AXA, a.s. ponúka na slovenskom poistnom trhu hlavne životné poistenie, cestovné poistenie, poistenie áut a poistenie privátneho majetku. Skupinu tvorí niekoľko spoločností:

- AXA životní pojišťovna a.s., pobočka poisťovne z iného členského štátu,
- AXA pojišťovna a.s., pobočka poisťovne z iného členského štátu,
- AXA investiční společnost a.s., organizačná zložka Slovensko,
- AXA Bank Europe, pobočka zahraničnej banky,
- AXA d.s.s., a.s.,
- AXA d.d.s., a.s.,

- AXA ASSISTANCE CZ, s.r.o., organizačná zložka BRATISLAVA.

Jednou z významných častí tejto poisťovne je aj ponúkanie povinného zmluvného poistenia motorových vozidiel. V tomto systéme bonus - malus, ktoré ponúka táto poisťovňa o priznaní bonusu alebo malusu rozhoduje rozhodná doba, ktorá sa znižuje pri poistnej udalosti o 24 mesiacov.

Aktuálne platný systém bonus – malus v tejto poisťovni pozostáva zo základnej triedy (B0), ôsmich bonusových tried a troch malusových tried. Prehľad tohto systému, ako aj výška poistného v % zo základného poistného pre jednotlivú triedu je zobrazený v nasledujúcej tabuľke.

Tab. 7 Výška poistného v jednotlivých bonus – malus triedach v poisťovni AXA, a.s.

Číslo bonus – malus triedy	Stupeň bonusov a malusov	Výška poistného v % zo základného poistenia
1	B8	50 %
2	B7	55 %
3	B6	60 %
4	B5	65 %
5	B4	70 %
6	B3	75 %
7	B2	80 %
8	B1	90 %
9	B0	100 %
10	M1	130 %
11	M2	190 %
12	M3	250 %

Zdroj: vlastné spracovanie

Poistenec pri uzatvorení zmluvy bude zaradený do základnej triedy B0 so základným poistným. Táto poisťovňa umožňuje predložiť doklad s čestným vyhlásením o dĺžke bezškodového priebehu v minulosti a podľa tohto prehlásenia zaradiť poistenca do výhodnejšej triedy. V prípade každého bezškodového obdobia (jeden rok) poistenec postúpi o jednu triedu vyššie v tomto systéme, alebo ostane v najvyššej (B8) s poistným vo výške 40 % zo základného poistného. Hodnota poistného je priznaná poistencovi podľa príslušnej výšky poistného v príslušnej triede. V prípade nahlásenej škodovej udalosti

poistenec poklesne o dve triedy nižšie, alebo zostane v najnižšej triede, t.j. v malusovej triede M3 s poistným vo výške 250 %.

Pravidlá, podľa ktorých poistenec prechádza z jednej triedy do druhej sú popísané v nasledujúcej matici prestupu.

Tab. 8 Matica prestupu systému bonus – malus v poisťovni AXA, a.s.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	{0}	.	{1}	.	{2}	.	{3}	.	{4}	.	{5}	{6, 7, ...}
2	{0}	.	.	{1}	.	{2}	.	{3}	.	{4}	.	{5, 6, ...}
3	.	{0}	.	.	{1}	.	{2}	.	{3}	.	{4}	{5, 6, ...}
4	.	.	{0}	.	.	{1}	.	{2}	.	{3}	.	{4, 5, ...}
5	.	.	.	{0}	.	.	{1}	.	{2}	.	{3}	{4, 5, ...}
6	{0}	.	.	{1}	.	{2}	.	{3, 4, ...}
7	{0}	.	.	{1}	.	{2}	{3, 4, ...}
8	{0}	.	.	{1}	.	{2, 3, ...}
9	{0}	.	.	{1}	{2, 3, ...}
10	{0}	.	.	{1, 2, ...}
11	{0}	.	{1, 2, ...}
12	{0}	{1, 2, ...}

Zdroj: vlastné spracovanie

1.8.4 Systém bonus – malus používaný v poisťovni ČSOB a.s.

ČSOB poisťovňa a.s. je univerzálna poisťovňa, ktorá poskytuje množstvo produktov v životnom aj neživotnom poistení. Táto poisťovňa vznikla odkúpením spoločnosti ERGO poisťovňa v roku 1995. Poisťovňa je členom belgickej finančnej skupiny KBC group. Taktiež je pre ňu jeden z najvýznamnejších produktov povinné zmluvné poistenie.

Systém bonus - malus sa v tejto poisťovni uplatňuje pre všetky druhy vozidiel s výnimkou motocyklov (vrátane trojkoliek a štvorkoliek) o zdvihovom objeme do 50 ccm, traktorov, samojazdných pracovných strojov bez evidenčného čísla, prípojných vozidiel mimo návesov.

Za každých skončených 12 mesiacov bez škody sa pre nasledujúci poistný rok poistenec zaraďuje o triedu vyššie v systéme. Za každú poistnú udalosť v poistnom roku sa pre nasledujúci poistný rok zaraďuje o triedu nižšie v systéme.

Aktuálne platný systém bonus – malus v tejto poisťovni pozostáva zo základnej triedy (Z), šiestich bonusových tried a piatich malusových tried. Prehľad tohto systému, ako aj výška poistného v % zo základného poistného pre jednotlivú triedu je zobrazený v nasledujúcej tabuľke.

Tab. 9 Výška poistného v jednotlivých bonus – malus triedach v poisťovni ČSOB, a.s.

Číslo bonus – malus triedy	Stupeň bonusov a malusov	Výška poistného v % zo základného poistenia
1	B6	45 %
2	B5	55 %
3	B4	65 %
4	B3	75 %
5	B2	85 %
6	B1	95 %
7	Z	100 %
8	M1	125 %
9	M2	150 %
10	M3	175 %
11	M4	200 %
12	M5	250 %

Zdroj: vlastné spracovanie

Poistenec pri uzatvorení zmluvy bude zaradený do základnej triedy Z so základným poistným. Táto poisťovňa umožňuje na základe potvrdenia z inej poisťovne o dĺžke bezškodového priebehu v minulosti a podľa tohto potvrdenia zaradiť poistenca do výhodnejšej triedy. V prípade každého bezškodového obdobia (jeden rok) poistenec postúpi o jednu triedu vyššie v tomto systéme alebo ostane v najvyššej (B6) s poistným vo výške 45 % zo základného poistného. Hodnota poistného je priznaná poistencovi podľa príslušnej výšky poistného v príslušnej triede. V prípade nahlásenej škodovej udalosti poistenec poklesne o jednu triedu nižšie, alebo zostane v najnižšej triede, t.j. v malusovej triede M5 s poistným vo výške 250 %.

Pravidlá, podľa ktorých poistenec prechádza z jednej triedy do druhej sú popísané v nasledujúcej matici prestupu.

Tab. 10 Výška poistného v jednotlivých bonus – malus triedach v poisťovni ČSOB, a.s.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	{0}	{1}	{2}	{3}	{4}	{5}	{6}	{7}	{8}	{9}	{10}	{11, 12, ...}
2	{0}	.	{1}	{2}	{3}	{4}	{5}	{6}	{7}	{8}	{9}	{10, 11, ...}
3	.	{0}	.	{1}	{2}	{3}	{4}	{5}	{6}	{7}	{8}	{9, 10, ...}
4	.	.	{0}	.	{1}	{2}	{3}	{4}	{5}	{6}	{7}	{8, 9, ...}
5	.	.	.	{0}	.	{1}	{2}	{3}	{4}	{5}	{6}	{7, 8, ...}
6	{0}	.	{1}	{2}	{3}	{4}	{5}	{6, 7, ...}
7	{0}	.	{1}	{2}	{3}	{4}	{5, 6, ...}
8	{0}	.	{1}	{2}	{3}	{4, 5, ...}
9	{0}	.	{1}	{2}	{3, 4, ...}
10	{0}	.	{1}	{2, 3, ...}
11	{0}	.	{1, 2, ...}
12	{0}	{1, 2, ...}

Zdroj: vlastné spracovanie

1.8.5 Systém bonus – malus používaný v poisťovni Generali a.s.

Poisťovňa Generali a.s. je jedna z najdlhšie pôsobiacich zahraničných poisťovní na slovenskom trhu. Vznikla už v roku 1831 a je jednou z najväčších univerzálnych poisťovní na Slovensku. Už v roku 1833 zriadila 6 zastupiteľstiev na území dnešného Slovenska (Banská Bystrica, Banská Štiavnica, Jelšava, Kežmarok, Komárno a Prešov). V roku 2008 spoločnosť Generali PPF Holding odkúpilo Českú poisťovňu a tak došlo k zlúčeniu týchto spoločností.

Systém bonus – malus v poisťovni Generali a.s. sa uplatňuje pre všetky kategórie motorových vozidiel a len vtedy, ak bol dohodnutý v poisťovej zmluve. Rozhodnou dobou sa rozumie skutočnosť, že v priebehu nepretržitého, minimálne 12 mesiacov trvajúceho poistenia zodpovednosti nedošlo k žiadnej nahlásenej poisťovej udalosti, ktorá má vplyv na zmenu výšky bonusu alebo malusu.

Aktuálne platný systém bonus – malus v tejto poisťovni pozostáva zo základnej triedy (Z), siedmich bonusových tried a piatich malusových tried. Prehľad tohto systému, ako aj výška poistného v % zo základného poistného pre jednotlivú triedu je zobrazený v nasledujúcej tabuľke.

Tab. 11 Výška poistného v jednotlivých bonus – malus triedach v poisťovni Generali, a.s.

Číslo bonus – malus triedy	Stupeň bonusov a malusov	Výška poistného v % zo základného poistenia
1	B7	40 %
2	B6	45 %
3	B5	55 %
4	B4	65 %
5	B3	75 %
6	B2	85 %
7	B1	95 %
8	Z	100 %
9	M1	105 %
10	M2	115 %
11	M3	135 %
12	M4	145 %
13	M5	160 %

Zdroj: vlastné spracovanie

Poistenec pri uzatvorení zmluvy bude zaradený do základnej triedy Z so základným poistným. V prípade každého bezškodového obdobia (jeden rok) poistenec postúpi o jednu triedu vyššie v tomto systéme alebo ostane v najvyššej (B7) s poistným vo výške 40 % zo základného poistného. Hodnota poistného je priznaná poistencovi podľa príslušnej výšky poistného v príslušnej triede. V prípade nahlásenej škodovej udalosti poistenec poklesne o jednu triedu nižšie, alebo zostane v najnižšej triede, t.j. v malusovej triede M5 s poistným vo výške 160 %.

Pravidlá, podľa ktorých poistenec prechádza z jednej triedy do druhej sú popísané v nasledujúcej matici prestupu.

Tab. 12 Matica prestupu systému bonus – malus v poisťovni Generali, a.s.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
1	{0}	{1}	{2}	{3}	{4}	{5}	{6}	{7}	{8}	{9}	{10}	{11}	{12, 13, ...}
2	{0}	.	{1}	{2}	{3}	{4}	{5}	{6}	{7}	{8}	{9}	{10}	{12, 13, ...}
3	.	{0}	.	{1}	{2}	{3}	{4}	{5}	{6}	{7}	{8}	{9}	{10, 11, ...}
4	.	.	{0}	.	{1}	{2}	{3}	{4}	{5}	{6}	{7}	{8}	{9, 10, ...}
5	.	.	.	{0}	.	{1}	{2}	{3}	{4}	{5}	{6}	{7}	{8, 9, ...}
6	{0}	.	{1}	{2}	{3}	{4}	{5}	{6}	{7, 8, ...}
7	{0}	.	{1}	{2}	{3}	{4}	{5}	{6, 7, ...}
8	{0}	.	{1}	{2}	{3}	{4}	{5, 6, ...}
9	{0}	.	{1}	{2}	{3}	{4, 5, ...}
10	{0}	.	{1}	{2}	{3, 4, ...}
11	{0}	.	{1}	{2, 3, ...}
12	{0}	.	{1, 2, ...}
13	{0}	{1, 2, ...}

Zdroj: vlastné spracovanie

1.8.6 Systém bonus – malus používaný v poisťovni Groupama Garancia a.s.

Groupama bola založená vo Francúzsku na konci 19. storočia ako miestna spoločenská iniciatíva pre ochranu proti poľnohospodárskym škodám a proti rizikám požiaru. Ako výsledok mimoriadneho úspechu sa táto forma svojpomocného poistenia rozšírila na celé územie Francúzska. V nasledujúcich desaťročiach sa Groupama nepretržite rozvíjala, rozširovala okruh poskytovaných poisťovacích služieb.

Skupina Groupama pôsobí na Slovensku od 1. januára 2012 ako pobočka maďarskej poisťovne Groupama Garancia Biztosító pod názvom Groupama Garancia poisťovňa a.s., pobočka poisťovne z iného členského štátu. Táto poisťovňa je univerzálnou poisťovňou.

Systém bonus - malus sa uplatňuje v tejto poisťovni pre všetky druhy vozidiel s výnimkou motocyklov (vrátane trojkoliek a štvorkoliek) so zdvihovým objemom do 50 ccm, traktorov, samohybných pracovných strojov bez evidenčného čísla vozidla a prípojných vozidiel okrem návesov.

Bonus alebo malus sa priznáva vždy pri nepretržitej, minimálne 12 mesiacov trvajúcej dobe poistenia s bezškodovým priebehom. Za každú nahlásenú škodovú udalosť sa znižuje dĺžka rozhodujúcej doby vždy o 12 mesiacov a takto upravenej rozhodujúcej dobe zodpovedá príslušný stupeň bonusu alebo malusu.

Aktuálne platný systém bonus – malus v tejto poisťovni pozostáva zo základnej triedy (Z) a siedich bonusových tried. Malusové triedy aktuálny systém tejto poisťovne neobsahuje. Prehľad tohto systému, ako aj výška poistného v % zo základného poistného pre jednotlivú triedu je zobrazený v nasledujúcej tabuľke.

Tab. 13 Výška poistného v jednotlivých bonus – malus triedach v poisťovni Groupama Garancia, a.s.

Číslo bonus – malus triedy	Stupeň bonusov a malusov	Výška poistného v % zo základného poistenia
1	B6	40 %
2	B5	50 %
3	B4	60 %
4	B3	70 %
5	B2	80 %
6	B1	90 %
7	Z	100 %

Zdroj: vlastné spracovanie

Poistenec pri uzatvorení zmluvy bude zaradený do základnej triedy Z so základným poistným. V prípade každého bezškodového obdobia (jeden rok) poistenec postúpi o jednu triedu vyššie v tomto systéme, alebo ostane v najvyššej (B6) s poistným vo výške 40 % zo základného poistného. Hodnota poistného je priznaná poistencovi podľa príslušnej výšky poistného v príslušnej triede. V prípade nahlásenej škodovej udalosti poistenec poklesne o jednu triedu nižšie, alebo zostane v najnižšej triede, t.j. v základnej triede Z s poistným vo výške 100 %.

Pravidlá, podľa ktorých poistenec prechádza z jednej triedy do druhej sú popísané v nasledujúcej matici prestupu.

Tab. 14 Matica prestupu systému bonus – malus v poisťovni Groupama Garancia, a.s.

	1	2	3	4	5	6	7
1	{0}	{1}	{2}	{3}	{4}	{5}	{6, 7, ...}
2	{0}	.	{1}	{2}	{3}	{4}	{5, 6, ...}
3	.	{0}	.	{1}	{2}	{3}	{4, 5, ...}
4	.	.	{0}	.	{1}	{2}	{3, 4, ...}
5	.	.	.	{0}	.	{1}	{2, 3, ...}
6	{0}	.	{1, 2, ...}
7	{0}	{1, 2, ...}

Zdroj: vlastné spracovanie

1.8.7 Systém bonus – malus používaný v poisťovni Komunálna a.s.

Komunálna poisťovňa, a.s. zahájila svoju činnosť na Slovensku ako komerčná poisťovňa s univerzálnou licenciou 1. januára 1994. V roku 2001 sa Komunálna poisťovňa, a.s. stala súčasťou poisťovacej skupiny Vienna Insurance Group, ktorá je vedúcou spoločnosťou v sektore poisťovníctva v strednej a východnej Európe. V jej ponuke sa nachádzajú poisťné produkty a služby v oblastiach životného, úrazového, majetkového poistenia a tiež aj v oblasti poistenia podnikateľov a priemyslu. V roku 2001 získala licenciu na predaj zodpovedného poistenia za škody spôsobené prevádzkou motorového vozidla, t.j. povinné zmluvné poistenie.

Poistenec poistený v Komunálnej poisťovni, a.s. má nárok na 10 % bonus za každé bezškodové poisťné obdobie až do výšky 60 %. Každý poistenec v prípade bezškodového priebehu v predchádzajúcej poisťovni má nárok na bonus vo výške 10 % za každých 12 mesiacov bez spôsobenej škody. Bonus alebo malus sa v tejto poisťovni priznáva vždy pri nepretržitej, minimálne 12 mesiacov trvajúcej dobe poistenia s bezškodovým priebehom. Za každú nahlásenú škodovú udalosť sa znižuje dĺžka rozhodujúcej doby vždy o 12 mesiacov a takto upravenej rozhodujúcej dobe zodpovedá príslušný stupeň bonusu alebo malusu.

Aktuálne platný systém bonus – malus v tejto poisťovni pozostáva zo základnej triedy (Z) a piatich bonusových tried. Malusové triedy aktuálny systém tejto poisťovne neobsahuje. Prehľad tohto systému, ako aj výška poisťného v % zo základného poisťného pre jednotlivú triedu je zobrazený v nasledujúcej tabuľke.

Tab. 15 Výška poisťného v jednotlivých bonus – malus triedach v poisťovni Komunálna, a.s.

Číslo bonus – malus triedy	Stupeň bonusov a malusov	Výška poisťného v % zo základného poistenia
1	B5	40 %
2	B4	55 %
3	B3	70 %
4	B2	80 %
5	B1	90 %
6	Z	100 %

Zdroj: vlastné spracovanie

Poistenec pri uzatvorení zmluvy bude zaradený do základnej triedy Z so základným poistným. V prípade každého bezškodového obdobia (jeden rok) poistenec postúpi o jednu triedu vyššie v tomto systéme, alebo ostane v najvyššej (B5) s poistným vo výške 40 % zo základného poistného. Hodnota poistného je priznaná poistencovi podľa príslušnej výšky poistného v príslušnej triede. V prípade nahlásenej škodovej udalosti poistenec poklesne o jednu triedu nižšie, alebo zostane v najnižšej triede, t.j. v základnej triede Z s poistným vo výške 100 %.

Pravidlá, podľa ktorých poistenec prechádza z jednej triedy do druhej sú popísané v nasledujúcej matici prestupu.

Tab. 16 Výška poistného v jednotlivých bonus – malus triedach v poisťovni Komunálna, a.s.

	1	2	3	4	5	6
1	{0}	{1}	{2}	{3}	{4}	{5, 6, ...}
2	{0}	.	{1}	{2}	{3}	{4, 5, ...}
3	.	{0}	.	{1}	{2}	{3, 4, ...}
4	.	.	{0}	.	{1}	{2, 3, ...}
5	.	.	.	{0}	.	{1, 2, ...}
6	{0}	{1, 2, ...}

Zdroj: vlastné spracovanie

1.8.8 Systém bonus – malus používaný v poisťovni Kooperativa a.s.

Kooperativa poisťovňa, a. s. bola založená 30. októbra 1990 ako prvá súkromná univerzálna poisťovacia spoločnosť na Slovensku. Kooperativa poisťovňa, a.s. je členom silnej európskej skupiny Vienna Insurance Group, ktorá má zastúpenie po celej Európe. Táto poisťovňa je druhou najväčšou poisťovňou na Slovensku a ponúka životné poistenie a takmer všetky druhy neživotného poistenia.

Výška bonusu alebo malusu v tejto poisťovni je stanovená dosiahnutým stupňom bonusu resp. malusu. Dosiahnutý stupeň bonusu, resp. uplatnený stupeň malusu je závislý na rozhodnej dobe. Za každú nahlásenú škodovú udalosť sa znižuje dĺžka rozhodnej doby vždy o 36 mesiacov. Poisťovňa akceptuje pri poistení aj bezškodový priebeh v minulom poistení u inej poisťovne.

Aktuálne platný systém bonus – malus v tejto poisťovni pozostáva zo základnej triedy (Z), piatich bonusových tried a šiestich malusových tried. Prehľad tohto systému,

ako aj výška poistného v % zo základného poistného pre jednotlivú triedu je zobrazený v nasledujúcej tabuľke.

Tab. 17 Výška poistného v jednotlivých bonus – malus triedach v poisťovni Kooperativa, a.s.

Číslo bonus – malus triedy	Stupeň bonusov a malusov	Výška poistného v % zo základného poistenia
1	B5	40 %
2	B4	55 %
3	B3	70 %
4	B2	80 %
5	B1	90 %
6	Z	100 %
7	M1	110 %
8	M2	120 %
9	M3	130 %
10	M4	140 %
11	M5	150 %
12	M6	160 %

Zdroj: vlastné spracovanie

Poistenec pri uzatvorení zmluvy bude zaradený do základnej triedy Z so základným poistným. V prípade každého bezškodového obdobia (jeden rok) poistenec postúpi o jednu triedu vyššie v tomto systéme, alebo ostane v najvyššej (B5) s poistným vo výške 40 % zo základného poistného. Hodnota poistného je priznaná poistencovi podľa príslušnej výšky poistného v príslušnej triede. V prípade nahlásenej škodovej udalosti poistenec poklesne o tri triedy nižšie, alebo zostane v najnižšej triede, t.j. v malusovej triede M6 s poistným vo výške 160 %.

Pravidlá, podľa ktorých poistenec prechádza z jednej triedy do druhej sú popísané v nasledujúcej matici prestupu.

Tab. 18 Matica prestupu systému bonus – malus v poisťovni Kooperativa, a.s.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	{0}	.	.	{1}	.	.	{2}	.	.	{3}	.	{4, 5, ...}
2	{0}	.	.	.	{1}	.	.	{2}	.	.	{3}	{4, 5, ...}
3	.	{0}	.	.	.	{1}	.	.	{2}	.	.	{3, 4, ...}
4	.	.	{0}	.	.	.	{1}	.	.	{2}	.	{3, 4, ...}
5	.	.	.	{0}	.	.	.	{1}	.	.	{2}	{3, 4, ...}
6	{0}	.	.	.	{1}	.	.	{2, 3, ...}
7	{0}	.	.	.	{1}	.	{2, 3, ...}
8	{0}	.	.	.	{1}	{2, 3, ...}
9	{0}	.	.	.	{1, 2, ...}
10	{0}	.	.	{1, 2, ...}
11	{0}	.	{1, 2, ...}
12	{0}	{1, 2, ...}

Zdroj: vlastné spracovanie

1.8.9 Systém bonus – malus používaný v poisťovni Union a.s.

Union poisťovňa, a.s. bola založená v roku 1992 a je jednou z univerzálnych poisťovní na slovenskom trhu. Ponúka širokú škálu produktov životného, neživotného a individuálneho zdravotného poistenia pre individuálnych, ako aj firemných klientov. Union poisťovňa, a. s. je od roku 1997 dcérskou spoločnosťou najväčšej holandskej poisťovacej skupiny Eureko B.V.

Výška bonusu alebo malusu v tejto poisťovni je stanovená dosiahnutým stupňom bonusu resp. malusu. Dosiahnutý stupeň bonusu, resp. uplatnený stupeň malusu je závislý na rozhodnej dobe. Rozhodná doba sa určuje ako počet celých mesiacov trvania poistenia, znížený o 24 mesiacov za každú poistnú udalosť, ktorá nastane počas trvania poistenia a zvýšený o počet mesiacov bezškodového priebehu z predchádzajúceho poistenia.

Aktuálne platný systém bonus – malus v tejto poisťovni pozostáva zo základnej triedy (Z), piatich bonusových tried a šiestich malusových tried. Prehľad tohto systému, ako aj výška poistného v % zo základného poistného pre jednotlivú triedu je zobrazený v nasledujúcej tabuľke.

Tab. 19 Výška poistného v jednotlivých bonus – malus triedach v poisťovni Union, a.s.

Číslo bonus – malus triedy	Stupeň bonusov a malusov	Výška poistného v % zo základného poistenia
1	B5	50 %
2	B4	60 %
3	B3	70 %
4	B2	80 %
5	B1	90 %
6	Z	100 %
7	M1	110 %
8	M2	120 %
9	M3	130 %
10	M4	140 %

Zdroj: vlastné spracovanie

Poistenec pri uzatvorení zmluvy bude zaradený do základnej triedy Z so základným poistným. V prípade každého bezškodového obdobia (jeden rok) poistenec postúpi o jednu triedu vyššie v tomto systéme, alebo ostane v najvyššej (B5) s poistným vo výške 50 % zo základného poistného. Hodnota poistného je priznaná poistencovi podľa príslušnej výšky poistného v príslušnej triede. V prípade nahlásenej škodovej udalosti poistenec poklesne o dve triedy nižšie, alebo zostane v najnižšej triede, t.j. v malusovej triede M4 s poistným vo výške 140 %.

Pravidlá, podľa ktorých poistenec prechádza z jednej triedy do druhej sú popísané v nasledujúcej matici prestupu.

Tab. 20 Matica prestupu systému bonus – malus v poisťovni Union, a.s.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	{0}	.	{1}	.	{2}	.	{3}	.	{4}	{5, 6, ...}
2	{0}	.	.	{1}	.	{2}	.	{3}	.	{4, 5, ...}
3	.	{0}	.	.	{1}	.	{2}	.	{3}	{4, 5, ...}
4	.	.	{0}	.	.	{1}	.	{2}	.	{3, 4, ...}
5	.	.	.	{0}	.	.	{1}	.	{2}	{3, 4, ...}
6	{0}	.	.	{1}	.	{2, 3, ...}
7	{0}	.	.	{1}	{2, 3, ...}
8	{0}	.	.	{1, 2, ...}
9	{0}	.	{1, 2, ...}
10	{0}	{1, 2, ...}

Zdroj: vlastné spracovanie

1.8.10 Systém bonus – malus používaný v poisťovni UNIQA a.s.

UNIQA poisťovňa, a.s. je univerzálna poisťovňa poskytujúca široké spektrum poistných produktov v oblasti životného aj neživotného poistenia.

Na poistnom trhu na Slovensku pôsobí od roku 1990, kedy pôsobila pod obchodným menom Poisťovňa OTČINA, a.s. Bola hneď druhou poisťovacou spoločnosťou na Slovensku.

Tab. 21 Výška poistného v jednotlivých bonus – malus triedach v poisťovni UNIQA, a.s.

Číslo bonus – malus triedy	Stupeň bonusov a malusov	Výška poistného v % zo základného poistenia
1	B9	50 %
2	B8	55 %
3	B7	60 %
4	B6	65 %
5	B5	70 %
6	B4	75 %
7	B3	80 %
8	B2	85 %
9	B1	90 %
10	Z	100 %
11	M1	110 %
12	M2	120 %
13	M3	130 %
14	M4	140 %
15	M5	150 %

Zdroj: vlastné spracovanie

Bonus v tejto poisťovni sa určuje vždy zo základného poistného platného pre príslušné vozidlo. Zľava, t.j. bonus na poistnom sa poskytuje vždy pri nepretržitej, minimálne 12 mesiacov trvajúcej dobe poistenia u poisťovateľa s bezškodovým priebehom. Pre určenie výšky poistného na nasledujúce poistné obdobie sa pri bezškodovom priebehu za predchádzajúce poistné obdobie vozidlo zaradí vždy o triedu systému vyššie. Malus sa určuje vždy zo základného poistného platného pre príslušné

vozidlo. Pre nasledujúce poistné obdobie sa prirážka, t.j. malus k poistnému uplatňuje v závislosti od škodového priebehu vozidla v predchádzajúcom poistnom období, pričom za každú nahlásenú poistnú udalosť sa vozidlo zaradí vždy o tri triedy poistného nižšie.

Aktuálne platný systém bonus – malus v tejto poisťovni pozostáva zo základnej triedy (Z), piatich bonusových tried a šiestich malusových tried. Prehľad tohto systému, ako aj výška poistného v % zo základného poistného pre jednotlivú triedu je zobrazený v tab. 21.

Poistenec pri uzatvorení zmluvy bude zaradený do základnej triedy Z so základným poistným. V prípade každého bezškodového obdobia (jeden rok) poistenec postúpi o jednu triedu vyššie v tomto systéme, alebo ostane v najvyššej (B9) s poistným vo výške 50 % zo základného poistného. Hodnota poistného je priznaná poistencovi podľa príslušnej výšky poistného v príslušnej triede. V prípade nahlásenej škodovej udalosti poistenec poklesne o tri triedy nižšie, alebo zostane v najnižšej triede, t.j. v malusovej triede M5 s poistným vo výške 150 %.

Pravidlá, podľa ktorých poistenec prechádza z jednej triedy do druhej sú popísané v nasledujúcej matici prestupu.

Tab. 22 Matica prestupu systému bonus – malus v poisťovni UNIQA, a.s.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
1	{0}	.	.	{1}	.	.	{2}	.	.	{3}	.	.	{4}	.	{5, 6, ...}
2	{0}	.	.	.	{1}	.	.	{2}	.	.	{3}	.	.	{4}	{5, 6, ...}
3	.	{0}	.	.	.	{1}	.	.	{2}	.	.	{3}	.	.	{4, 5, ...}
4	.	.	{0}	.	.	.	{1}	.	.	{2}	.	.	{3}	.	{4, 5, ...}
5	.	.	.	{0}	.	.	.	{1}	.	.	{2}	.	.	{3}	{4, 5, ...}
6	{0}	.	.	.	{1}	.	.	{2}	.	.	{3, 4, ...}
7	{0}	.	.	.	{1}	.	.	{2}	.	{3, 4, ...}
8	{0}	.	.	.	{1}	.	.	{2}	{3, 4, ...}
9	{0}	.	.	.	{1}	.	.	{2, 3, ...}
10	{0}	.	.	.	{1}	.	{2, 3, ...}
11	{0}	.	.	.	{1}	{2, 3, ...}
12	{0}	.	.	.	{1, 2, ...}
13	{0}	.	.	{1, 2, ...}
14	{0}	.	{1, 2, ...}
15	{0}	{1, 2, ...}

Zdroj: vlastné spracovanie

1.8.11 Systém bonus – malus používaný v poisťovni Wüstenrot a.s.

Wüstenrot poisťovňa, a.s. je spoločnosť pôsobiaca na Slovensku už od roku 1994, vtedy ešte prostredníctvom spoločnosti Univerzálna banková poisťovňa. Patrí do nemeckorakúskej finančnej skupiny Wüstenrot. Predáva množstvo druhov životného a neživotného poistenia a prostredníctvom svojej sesterskej spoločnosti Wüstenrot stavebná sporiteľňa, a.s. aj stavebné sporenie.

Wüstenrot poisťovňa, a.s. systém bonus malus neuplatňuje. Výhody svojim klientom ponúka v rôznych iných formách.

1.9 Hodnotenie efektívnosti systémov bonus – malus

Pri hodnotení efektívnosti systémov bonus – malus sa využívajú podľa [1] štyri hodnotiace kritériá. Tieto kritériá sú:

1. relatívna priemerná stacionárna hladina (RSAL – relative stationary average level),
2. koeficient variácie,
3. elasticita,
4. hlad po bonuse.

Tieto štyri kritériá hodnotia prísnosť alebo miernosť systémov bonus – malus. Pri poistencoch s vysokým počtom zavinených poistných udalostí sú hodnoty relatívnej priemernej stacionárnej hladiny (RSAL – relative stationary average level) vysoké, majú vysokú variabilitu poistného, je vysoká elasticita a taktiež je aj veľmi dôležité pre takéhoto poistenca rozhodovacie kritérium pri nahlásení poistnej udalosti poisťovni, či je preňho výhodné poistnú udalosť nahlásiť alebo nie. Pri všetkých štyroch kritériách podľa [1] budeme predpokladať, že priemerná škodová frekvencia poistenca ϑ je 0,1.

1.9.1 Relatívna priemerná stacionárna hladina (RSAL)

Prvé zo štyroch kritérií pomocou ktorého sa hodnotí systém bonus – malus je relatívna priemerná stacionárna hladina (RSAL – relative stationary average level). Výsledkom tohto kritéria je pozícia priemerného poistenca v systéme bonus – malus, ktorý dosiahol stacionárny stav.

Keď zoberieme na vedomie podľa [1] celosvetovú priemernú škodovosť 0,1, tak by mala byť každá škoda postihnutá podľa tohto kritéria posunom o deväť malus tried, aby bolo dosiahnuté rovnomerné rozdelenie poistencov do tried. Za týchto podmienok by bol systém bonus – malus veľmi prísny a komerčne neatraktívny. Preto väčšina poistencov končí v najnižších triedach systému bonus – malus.

Priemerné poistné v systéme, v ktorom individuálna škodovosť poistenca je 0,1, bude ustálená na rovnakej hladine približne po 30 rokoch poistenia. Vzhľadom na dobu vedenia motorového vozidla priemerným poistencom (väčšina poistencov nejazdí dlhšie ako 60 rokov) je to dlhá doba k stabilizácii systému. Okrem toho sa neustále menia aj ekonomické podmienky v krajinách, ktoré používajú systém bonus – malus. Reálne žiaden

system bonus – malus nezotrval 30 rokov za rovnakých podmienok. Vo všetkých krajinách, ktoré využívali system bonus – malus približne od roku 1960, boli sprísnené pravidlá a podmienky pre poistenca.

Podľa [1] hodnota kritéria relatívna priemerná stacionárna hladina (RSAL) je definovaná

$$RSAL = \frac{\text{priemerná stacionárna hladina} - \text{minimálna hladina}}{\text{maximálna hladina} - \text{minimálna hladina}} \quad (1.9.1)$$

Priemerná stacionárna hladina (SAL – Stationary average level) predstavuje percentuálnu hodnotu stacionárneho priemerného poistného, ktorá sa vypočíta z prvkov vektora stacionárnych pravdepodobností ((1.9.3), alebo (1.9.4)) a zo vzťahu na výpočet priemerného poistného pre poistencov (1.9.5).

Minimálna hladina predstavuje percentuálnu hodnotu poistného v najnižšej bonusovej triede s maximálnym bonusom.

Maximálna hladina predstavuje percentuálnu hladinu poistného v najvyššej malusovej triede s maximálnou prirážkou.

Nízka hodnota spomínaného kritéria znamená, že väčšina poistencov sa vyskytuje v bonusových triedach s najvyšším bonusom systému. Čím je hodnota relatívnej priemernej stacionárnej hladiny (RSAL) vyššia, tým je rozdelenie poistencov v triedach rovnomernejšie. Ideálny prípad nastane vtedy, keď by ukazovateľ nadobúdal hodnotu 50%. Riešenie nízkej hodnoty tohto kritéria je napr. zvýšiť vstupné poistné pre mladých a neskúsených poistencov.

1.9.2 Koeficient variácie

Jedna z hlavných úloh poistenia je prevzatie variability rizika z poistenca na poisťovateľa. Práve preto ďalším hodnotiacim kritériom systému bonus – malus je práve koeficient variácie ročného poistného. V prípade nezavedenia systému bonus – malus by variabilita platieb poistného bola nulová, t.j. počet škodových udalostí by nemal vplyv na výšku poistného. Pri zavedení systému bonus – malus sa mení výška poistného každoročne, podľa počtu škodových udalostí, resp. bezškodového priebehu.

Podľa [1] hodnota kritéria koeficientu variácie výšky poistného pre system bonus – malus je definovaná

$$\text{koeficient variácie poistného} = \frac{\text{štandardná odchyľka poistného}}{\text{stredná hodnota poistného}} \quad (1.9.2)$$

Budeme predpokladať, že koeficient variácie agregovaných škôd nadobúda hodnotu 6,04. Znamená to, že bez poistenia sa potenciálny poistenec vystavuje stratám vtedy, keď nadobúda podľa [1] koeficient variácie hodnotu 6,04. Teda to znamená, že po zavedení systému bonus – malus bude koeficient variácie nadobúdať hodnotu z intervalu 0 a 6,04.

Pri pozorovaní závislosti koeficientu variácie od času t je typický začiatok v bode nula, t.j. prvý rok poistenia. Tento koeficient má tendenciu rásť potiaľ, kým najlepší poistenci dosiahnu maximálne možnú zľavu. Potom sa postupne ustáli do stacionárneho stavu, to je približne o 30 rokov. Maximálna hodnota koeficientu variácie v stacionárnom stave nie je dosiahnutá pri škodovej frekvencii 0,1, ale pri škodovej frekvencii, ktorá je omnoho vyššia. Z tohto vyplýva, že poisťovne preberajú na seba iba malú časť variability škôd (porovnanie dvoch bonus – malus systémov je uvedené ďalej v práci v kapitole 4.2).

1.9.3 Elasticita

Tretie kritérium na sledovanie efektívnosti systémov bonus – malus sa nazýva práve *elasticita*. Vyjadruje zmenu celého systému v prípade zmeny škodovej frekvencie. Predpokladajme, že funkcia priemerného poistného bude rastúcou funkciou v závislosti od škodovej frekvencie. Ideálny prípad je, keď by bola táto závislosť lineárna. Pri znížení individuálnej škodovej frekvencie, tak má toto zníženie za následok nárast poistného v rovnakom pomere. Ak je systém bonus – malus dokonale elastický, tak poistenec so škodovou frekvenciou 0,11 bude platiť o 10% vyššie poistné, ako poistenec so škodovou frekvenciou 0,1. Podľa [1] sa preukázalo, že v praxi je nárast priemerného poistného približne o 2% namiesto ideálnych 10%.

Podľa [1] elasticita systému bonus – malus je definovaná nasledovne

$$\varepsilon(\vartheta) = \frac{\frac{\Delta\pi(\vartheta)}{\pi(\vartheta)}}{\frac{\Delta\vartheta}{\vartheta}}, \quad (1.9.3)$$

alebo aj v tvare

$$\varepsilon(\vartheta) = \frac{\frac{d\pi(\vartheta)}{\pi(\vartheta)}}{\frac{d\vartheta}{\vartheta}} \quad (1.9.4)$$

kde ϑ predstavuje individuálnu škodovosť a $\pi(\vartheta)$ predstavuje priemerné stacionárne poistné pre poistencov so škodovosťou ϑ

$$\pi(\vartheta) = \sum_{i=1}^H x_i^\vartheta \frac{P(i)}{100} \pi.$$

Z tohto vzťahu vyplýva, že zmena poistného $\pi(\vartheta)$ jednotlivých tried je v závislosti od meniaceho sa parametra ϑ , t.j. škodovej frekvencie.

Z týchto uvedených vzťahov vyplýva hlavná myšlienka systému bonus – malus, a to odmeňovanie poistencov s nízkou škodovou frekvenciou a naopak postihovanie poistencov s vyššou škodovou frekvenciou.

Ak by sa v systéme zabezpečila dokonalá elasticita t.j. $\varepsilon(\vartheta) = 1$, tak by sa poistné menilo v rovnakom pomere ako škodovosť.

Systém bonus – malus je tým efektívnejší, čím viac sa hodnota elasticity blíži k hodnote 1. Predpokladajme dva systémy bonus – malus (SBM_1 a SBM_2), tak podľa [1] pre efektívnejší systém platí

$$|1 - \varepsilon_{SBM_1}(\vartheta)| < |1 - \varepsilon_{SBM_2}(\vartheta)|. \quad (1.9.5)$$

Hlavným nedostatkom pri výpočte definovanej elasticity je, že vychádza zo stacionárneho stavu systému, pričom tento stav v skutočnosti nie je dosiahnuteľný.

1.9.4 Hlad po bonuse

Nie každá škoda musí hneď znamenať poistnú udalosť. Pojem *hlad po bonuse* označuje správanie poistenca, ktorý nenahlási poist'ovní poistnú udalosť a znáša škodu na vlastný vrub. Dôvodom je snaha zachovať si výhodný bonus a tým pádom aj výhodnejšie poistné. Je dôležité uvažovať o hranici, kedy sa poistencovi oplatí nahlásiť poistnú udalosť a tým pádom prísť o bonus, a kedy sa poistencovi oplatí znášať škodu na vlastný vrub. Niektorí poist'ovatelia umožňujú poistencom priplatiť zotrvanie vo vyššej triede vo forme extra poistného alebo umožnia zotrvať v najvyššej triede v prípade jednej nehody, ak poistenec zotráva v najvyššej triede niekoľko rokov. Takto sa stal z pôvodného zámeru, a to diferencovať riziko, silný marketingový nástroj.

Existuje množstvo metód, pomocou ktorých sa dá vyjadriť hranica uplatnenia nároku za škodu po poistnej udalosti.

Odhad výšky škody, po ktorú si poistenec neuplatní nárok na poistné plnenie

I. metóda

Predpokladajme, že poistenec si uplatní nárok len vtedy, ak výška škody bude väčšia ako zvýšené poistné v horizonte uvažovaných nasledujúcich h rokov. V týchto rokoch predpokladá, že nenastane žiadna poistná udalosť. Ak sa poistenec nachádza v i -tej bonus – malus triede, tak po h rokoch, v ktorých si neuplatní poistné plnenie sa bude nachádzať v triede j_h , kde

$$N_{i,j_1}, N_{j_1,j_2}, N_{j_2,j_3}, \dots, N_{j_{h-1},j_h}$$

je postupnosť matice prechodu R , ktorej vlastnosti sú:

$$N_{i,j_1} = N_{j_1,j_2} = N_{j_2,j_3} = \dots = N_{j_{h-1},j_h} = \{0\}.$$

Ak si poistenec uplatní nárok na poistné plnenie, tak po h rokoch, v ktorých si už neuplatní poistné plnenie, sa bude nachádzať v triede k_h , kde

$$N_{i,k_1}, N_{k_1,k_2}, N_{k_2,k_3}, \dots, N_{k_{h-1},k_h}$$

je postupnosť matice prechodu R , ktorej vlastnosti sú:

$$N_{i,k_1} = \{1\}$$

a

$$N_{k_1,k_2} = N_{k_2,k_3} = \dots = N_{k_{h-1},k_h} = \{0\}.$$

Priemerný počet spôsobených škôd u priemerného vodiča počas jedného roka je 0,1, t.j. v priemere jedna škoda za 10 rokov. Z toho vyplýva, že je rozumné zvoliť za h práve hodnotu 10.

Podľa [5] poistenec, ktorý sa nachádza v i -tej bonus – malus triede, si uplatní nárok na poistné plnenie vtedy, ak výška škody bude väčšia ako

$$u_i = \sum_{m=1}^h (\pi_{k_m} - \pi_{j_m}) \beta^m, \quad i = 1, 2, \dots, h \quad (1.9.6)$$

kde β je odúročiteľ, ktorého hodnota je konštantná na nasledujúcich h rokov, a hodnoty $\pi_i, i = 1, 2, \dots, h$ vyjadrujú poistné v i -tej bonus – malus triede.

Označíme F distribučnú funkciu výšky škody pre poistky portfólia v systéme bonus – malus. Potom pravdepodobnosť, že si poistenec uplatní nárok na poistné plnenie po vzniku poistnej udalosti, ak sa nachádza v i -tej bonus – malus triede je $1 - F(u_i)$. Pravdepodobnosť p bude predstavovať pravdepodobnosť nastatia škody. Potom pravdepodobnosť toho, že poistenec, ktorý sa nachádza v i -tej bonus – malus triede, si uplatní nárok na poistné plnenie v prípade nastatia poistnej udalosti predstavuje škodovosť

$$\vartheta = p(1 - F(u_i)).$$

II. metóda

Hlavná nevýhoda prvej metódy je, že neuvažuje možnosť nastatia viac ako jednej škodovej udalosti v priebehu jedného roka. Táto metóda však už zohľadňuje túto skutočnosť. Na jej riešenie využijeme optimalizačný rozhodovací proces. Vzhľadom na označenie premenných v softvérovej realizácii tohto modelu, trochu zmeníme označenie premenných.

Podľa [1] stratégiu poistenca definujeme vektorom $\mathbf{x} = (x_1, x, \dots, x_H)$, kde x_i predstavuje hranicu, ktorú keď prekročí, tak si poistenec uplatní nárok na poistné plnenie, ak sa nachádza v i -tej bonus – malus triede. Odhad začiatočného vektora \mathbf{x} možno uskutočniť napríklad *I. metódou*. V špeciálnom prípade sa tento vektor môže rovnať aj nulovému vektoru. Označme F ako distribučnú funkciu náhodnej premennej X , ktorá vyjadruje výšku škody. Potom pravdepodobnosť p_i , ktorá predstavuje pravdepodobnosť nenahlásenia škody poistenca, ktorý sa nachádza v i -tej bonus – malus triede, je

$$p_i = F(u_i) = \int_0^{x_i} f(x)dx, \quad (1.9.7)$$

kde $f(x)$ je funkcia hustoty náhodnej premennej výšky škody. Priemerná výška neuplatnenej škody je

$$E^i(X) = \frac{1}{p_i} \int_0^{x_i} xf(x)dx. \quad (1.9.8)$$

Zo vzorca pre úplnú pravdepodobnosť vyplýva, že pravdepodobnosť uplatnenia k poistných nárokov je

$$\bar{p}_k^i(\lambda) = \sum_{h=k}^{\infty} p_h(\lambda) \binom{h}{k} (1-p_i)^k p_i^{h-k}, \quad (1.9.9)$$

kde $p_h(\lambda)$ predstavuje pravdepodobnosť nastatia h škôd v priebehu roka. Predpokladáme, že náhodná premenná, ktorá predstavuje počet škôd počas roka sa riadi Poissonovým rozdelením s parametrom λ . V tom prípade priemerný počet nahlásených škôd je vyjadrený ako

$$\bar{\lambda}^i = \sum_{k=0}^{\infty} k \bar{p}_k^i(\lambda). \quad (1.9.10)$$

Pri uvažovaní nezávislosti náhodných premenných výška škody a početnosť škôd, tak očakávané priemerné náklady na vlastný vrub poistenca z nenahlásených škôd sú vyjadrené ako

$$E(X)(\lambda - \bar{\lambda}^i).$$

Očakávané náklady poistenca na jeden rok, ktoré sú diskontované k začiatku roka, v ktorom sa poistenec nachádza v i -tej bonus – malus triede, sú vyjadrené ako (aproximujeme dobu poistných plnení v strede roka)

$$E(x_i) = b_i + \sqrt{\beta} E(X)(\lambda - \bar{\lambda}^i), \quad (1.9.11)$$

kde β predstavuje odúročiteľ a $b_i = \frac{P(i)}{100} \pi$ je výška poistného v i -tej bonus – malus triede. Ďalej tiež uvažujeme, že všetky platby, okrem poistného, sa realizujú v strede roka. Predpokladajme, že vektor diskontovaných očakávaných platieb je

$$\bar{v}(\lambda) = (v_1(\lambda), v_2(\lambda), \dots, v_H(\lambda)).$$

Potom platí

$$v_i(\lambda) = E(x_i) + \beta \sum_{k=0}^{\infty} \bar{p}_k^i(\lambda) v_{T_k(i)}(\lambda), \quad i = 1, 2, \dots, H \quad (1.9.12)$$

kde výraz

$$\bar{p}_k^i(\lambda) v_{T_k(i)}(\lambda)$$

predstavuje očakávané platby poistenca v i -tej bonus – malus triede, ktoré sú platené bezprostredne na konci bežného roka, resp. na začiatku ďalšieho roka, a pričom β ($\beta < 1$) je diskontovaný faktor.

Rovnosť $T_k(i) = j$ platí práve vtedy, ak poistenie z triedy i sa presunie do triedy j po k nahlásených poistných udalostiach.

Majme maticový tvar

$$\bar{v}(\lambda)' = E(x') + \beta \bar{P}(\lambda) \bar{v}(\lambda)', \quad (1.9.13)$$

kde matica $\bar{P}(\lambda)$ je taká matica, ktorej prvok v i -tom riadku a j -tom stĺpci je rovný súčtu takých $\bar{p}_k^i(\lambda)$, pre ktoré platí rovnosť $T_k(i) = j$. Vektory označené čiarkou (apostrofofom) znamenajú transponované vektory daného vektora. Riadková norma matice $\beta \bar{P}(\lambda)$ je menšia ako 1 a z toho vyplýva, že tento systém lineárnych rovníc má jediné riešenie, a to znamená, že príslušný iteračný proces je konvergentný.

Ak nastane poistná udalosť v čase t počas roka s výškou škody u , tak má poistenec dva varianty:

1. Neuplatní si nárok na poistné plnenie a tým pádom jeho očakávané diskontované náklady k okamihu vzniku poistnej udalosti sú

$$\beta^{-t} E(x_i) + x + \beta^{1-t} \sum_{k=0}^{\infty} \bar{p}_k^i(\lambda(1-t)) v_{T_{k+m}(i)}(\lambda), \quad (1.9.14)$$

kde m predstavuje počet poistných udalostí, ktoré už nastali od začiatku roka.

2. Uplatní si poistné plnenie a teda jeho očakávané diskontované náklady sú

$$\beta^{-t} E(x_i) + \beta^{1-t} \sum_{k=0}^{\infty} \bar{p}_k^i(\lambda(1-t)) v_{T_{k+m+1}(i)}(\lambda). \quad (1.9.15)$$

Tieto obe rozhodnutia sú ekvivalentné práve vtedy, keď hodnota výšky škody je

$$x_i = \beta^{1-t} \sum_{k=0}^{\infty} \bar{p}_k^i(\lambda(1-t)) (v_{T_{k+m+1}(i)}(\lambda) - v_{T_{k+m}(i)}(\lambda)), \quad i = 1, 2, \dots, H. \quad (1.9.16)$$

Neznáme hodnoty x_i v tejto sústave rovníc sú implicitne zahrnuté v pravdepodobnosti $\bar{p}_k^i(\lambda(1-t))$.

Pre fixné $\bar{v}(\lambda)$ má táto sústava rovníc práve jedno riešenie. Optimálnu stratégiu

$$x^* = (x_1^*, x_2^*, \dots, x_H^*)$$

možno určiť postupnými aproximáciami nasledovne.

Majme zvolenú začiatočnú stratégiu vyjadrenú vektorom \mathbf{x} , napríklad odhadom pomocou I. metódy, alebo ho zvolíme $\mathbf{x} = (0, 0, \dots, 0)$, t.j. poistenec si uplatňuje poistné plnenie na všetky škody.

Pretože vo vzťahu

$$E(x_i) = b_i + \sqrt{\beta} E(X)(\lambda - \bar{\lambda}^i)$$

je

$$\sqrt{\beta} E(X)(\lambda - \bar{\lambda}^i) = 0,$$

tak vzťah

$$v_i(\lambda) = E(x_i) + \beta \sum_{k=0}^{\infty} \bar{p}_k^i(\lambda) v_{T_k(i)}(\lambda), \quad i = 1, 2, \dots, H$$

možno redukovať na

$$v_i(\lambda) = b_i + \beta \sum_{k=0}^{\infty} \bar{p}_k^i(\lambda) v_{T_k(i)}(\lambda), \quad i = 1, 2, \dots, H.$$

Všeobecne, ak poznáme teda začiatočnú stratégiu $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_H)$ tak riešime systém rovníc

$$v_i(\lambda) = E(x_i) + \beta \sum_{k=0}^{\infty} \bar{p}_k^i(\lambda) v_{T_k(i)}(\lambda), \quad i = 1, 2, \dots, H. \quad (1.9.17)$$

Tento systém a v spojitosti s ním aj ďalší systém nebudeme riešiť priamymi metódami, ale postupnými iteráciami. K tomu, aby sme mohli začať iteračný proces odhadneme prítomnú hodnotu vektora všetkých platieb, t.j. ak sú všetky škody nahlásené. Potom vypočítame prvé, lepšie priblíženie optimálnej hranice a postupne sa dostaneme k optimálnej hranici.

Ak poznáme vektor $\bar{\mathbf{v}} = (v_1, v_2, \dots, v_H)$, tak riešime systém rovníc

$$x_i = \beta^{1-t} \sum_{k=0}^{\infty} \bar{p}_k^i(\lambda(1-t)) (v_{T_{k+m+1}(i)}(\lambda) - v_{T_{k+m}(i)}(\lambda)), \quad i = 1, 2, \dots, H, \quad (1.9.18)$$

t.j. vypočítame ďalšie priblíženie optimálneho vektora \mathbf{x} . Takých iterácií vykonáme dostatočný počet a tým dostaneme vektor \mathbf{x} (optimálnu stratégiu správania sa poistenca pri nahlásovaní poistnej udalosti).

2.Cieľ práce

Cieľom tejto práce je priblížiť systém bonus – malus, zavedenie tohto systému, priblížiť výpočty a jednotlivé postupy pri práci s bonus - malus systémami, porovnávanie a hodnotenie systémov bonus – malus jednotlivých poisťovní. Pred tým, ako začneme pracovať s konkrétnymi systémami bonus - malus, je dôležité definovať systém bonus – malus a popísať potrebný matematický aparát. Tento aparát popisuje nielen jednotlivé základné operácie určenia systémov, ale aj rôzne kritéria na hodnotenie a porovnávanie daných systémov.

V prvom rade je potrebné určiť základnú definíciu systémov bonus – malus, definovať základné pojmy a taktiež popísať základné rozdelenia počtu poistných udalostí a tiež základné rozdelenia výšky poistných plnení, ktoré sa najčastejšie vyskytujú v poistení motorových vozidiel. Pri určovaní bonus – malus systémov je dôležité poznať jednotlivé bonus – malus triedy a výšku poistného pre každú triedu, ktoré sa dajú vyčítať z jednotlivých všeobecných poistných podmienok jednotlivej poisťovne. Ďalej možno určiť z týchto podmienok aj informácie na určenie matice prechodu systému bonus – malus danej poisťovne.

Ďalej uvedieme systémy bonus – malus všetkých poisťovní pôsobiacich na Slovenskom poistnom trhu, jednotlivé bonusy a malusy pre každú triedu a tiež pravidlá prechodu poistencov z jednej triedy do druhej.

Vysvetlíme kritéria na hodnotenie a porovnávanie jednotlivých systémov poisťovní a podrobnejšie rozoberieme rôzne metódy na určenie hraničnej výšky škody, na základe ktorej sa bude poistenec rozhodovať, či nahlási škodovú udalosť poisťovni, alebo bude znášať škodu na vlastný vrub.

Výsledný matematický aparát aplikujeme na dve vybrané poisťovne a ich reálne systémy bonus – malus. Určíme kritéria na hodnotenie a porovnávanie týchto systémov a vyhodnotíme výsledky.

Posledným cieľom je určiť podľa dvoch metód hraničné výšky priemerného poistného v jednotlivých bonus – malus triedach vybranej poisťovne.

3. Metodika práce a metódy skúmania

Zámerom tejto práce je objasniť problematiku systémov bonus – malus. Jednotlivé metódy výpočtov objasníme v tejto kapitole. Tieto výpočty realizujeme v programoch *Microsoft Excel* a tiež niektoré v open source programe *wxMaxima*.

Jednotlivé informácie potrebné na výpočty spojené s bonus – malus systémami pre jednotlivé poisťovne možno nájsť vo Všeobecných poisťných podmienkach pre povinné zmluvné poistenie alebo v Zmluvných dojednaniach k Všeobecným poisťným podmienkam v každej poisťovni. V týchto všeobecných podmienkach poisťovne opisujú svoje pravidlá prestupu z jednej bonus – malus triedy do inej a taktiež počty bonus – malus tried, výšku bonusov resp. malusov a tiež rozhodnú dobu. Všetky tieto informácie sú potrebné pre ďalšie výpočty. Na základe týchto informácií je možné určiť maticu prestupu a maticu prechodu. Pri určovaní matice prechodu je potrebné poznať rozdelenie pravdepodobnosti výskytu poistencov v rôznych bonus – malus triedach. Podľa tohto rozdelenia sa určia jednotlivé pravdepodobnosti výskytu poistencov v jednotlivých triedach systému.

Keď už máme tieto základné údaje, tak možno podľa vzťahu (1.6.6) vyjadriť jednotlivé vektory absolútnych pravdepodobností. Tieto vektory možno určiť v programe *Microsoft Excel* postupnými iteráciami daného vzťahu. Jednotlivé iterácie predstavujú vektor absolútnych pravdepodobností za jednotlivé roky. Iterácie postupne dosiahnu stacionárny stav, kedy sa tieto vektory už nemenia. Tento výsledný vektor sa nazýva vektor stacionárnych pravdepodobností a je vyjadrený vzťahom (1.7.3) alebo (1.7.4).

Podľa vzťahu (1.7.5) určíme priemerné stacionárne poistné. Takto máme určené základné údaje systému bonus – malus.

Ďalej je dôležité hodnotiť systém bonus – malus, t.j. určiť ako je systém efektívny. Existujú rôzne kritéria na určovanie efektívnosti bonus – malus systémov a na základe týchto kritérií je možné ich porovnávať. Podľa vzťahu (1.9.1) určíme relatívnu priemernú stacionárnu hladinu (RSAL – relative stationary average level). Na základe vzťahu (1.9.2) určíme koeficient variácie poistného. Elasticita je vyjadrená vzťahom (1.9.3) alebo (1.9.4) a podľa (1.9.5) možno jednotlivé systémy porovnávať. Ďalšie kritérium je dôležité ako na strane poisťovne, tak na strane poistenca. Existuje viac metód na určenie tohto kritéria. V práci si uvedieme dve metódy. Prvá metóda je jednoduchšia a konečnú hranicu výšky škody, pri ktorej sa poistencovi neoplatí nahlásiť škodovú udalosť na úkor zotrvania poistenca vo vyššej bonus – malus triede môžeme vyjadriť vzťahom (1.9.6). Druhá

metóda je komplikovanejšia a obe metódy sú opísané v kapitole 1.9.4. Na výpočet druhej metódy sme použili program v open source programe wxMaxima. Tento program určí hranicu výšky škody na základe ktorej sa poistenec bude rozhodovať či nahlásiť poistnú udalosť podľa *II. metódy*.

4. Výsledky práce

V tejto časti spracujeme dva aktuálne systémy bonus – malus dvoch slovenských poisťovní, ktoré ponúkajú povinné zmluvné poistenie motorových vozidiel, a to systém poisťovne AXA, a.s. a systém poisťovne Astra, a.s.. Tieto systémy budeme analyzovať a medzi sebou porovnávať. Základný predpoklad je, že škodová frekvencia ϑ je 0,1, t.j. priemerný slovenský vodič nahlási škodovú udalosť raz za desať rokov.

Majme tabuľku výšky poistného v jednotlivých triedach bonus – malus systému v poisťovni AXA, a.s. (tab. 23). V tejto tabuľke sú popísané triedy systému bonus – malus poisťovni AXA, a.s. a tiež výšku poistného v % zo základného poistenia pre jednotlivé triedy.

Tab. 23 Výška poistného v jednotlivých bonus – malus triedach v poisťovni AXA, a.s.

Číslo bonus – malus triedy	Stupeň bonusov a malusov	Výška poistného v % zo základného poistenia
1	B8	50 %
2	B7	55 %
3	B6	60 %
4	B5	65 %
5	B4	70 %
6	B3	75 %
7	B2	80 %
8	B1	90 %
9	B0	100 %
10	M1	130 %
11	M2	190 %
12	M3	250 %

Zdroj: vlastné spracovanie

Matica prestupu systému bonus – malus v poisťovni AXA, a.s. je znázornená v tab. 24. Predpokladajme, že sa poistenec napr. nachádza v 8. bonus – malus triede. V prípade, že nenahlási v priebehu roku žiadnu poistnú udalosť, tak v nasledujúcom roku postúpi o jednu triedu vyššie, t.j. do 7. triedy. V prípade nahlásenia 1 poistnej udalosti,

poistenec postúpi o 2 triedy nižšie a to do 10. triedy. V prípade nahlásenia viac ako jednej poistnej udalosti, poistenec prejde do poslednej 12. triedy, kde by platil najvyššie poistné.

Tab. 24 Matica prestupu systému bonus – malus v poisťovni AXA, a.s.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	{0}	.	{1}	.	{2}	.	{3}	.	{4}	.	{5}	{6, 7, ...}
2	{0}	.	.	{1}	.	{2}	.	{3}	.	{4}	.	{5, 6, ...}
3	.	{0}	.	.	{1}	.	{2}	.	{3}	.	{4}	{5, 6, ...}
4	.	.	{0}	.	.	{1}	.	{2}	.	{3}	.	{4, 5, ...}
5	.	.	.	{0}	.	.	{1}	.	{2}	.	{3}	{4, 5, ...}
6	{0}	.	.	{1}	.	{2}	.	{3, 4, ...}
7	{0}	.	.	{1}	.	{2}	{3, 4, ...}
8	{0}	.	.	{1}	.	{2, 3, ...}
9	{0}	.	.	{1}	{2, 3, ...}
10	{0}	.	.	{1, 2, ...}
11	{0}	.	{1, 2, ...}
12	{0}	{1, 2, ...}

Zdroj: vlastné spracovanie

Výskyt poistencov v jednotlivých bonus – malus triedach sa riadi Poissonovým rozdelením a parameter tohto rozdelenia bude $\vartheta = 0,1$. Toto rozdelenie použijeme pri vytvorení matice prechodu systému bonus – malus v poisťovni AXA, a.s. a to s použitím vzťahu (1.3.2). Pre pravdepodobnosť, že poistenec nenahlási žiadnu poistnú udalosť platí

$$P(N = 0) = \frac{e^{-\vartheta} \vartheta^0}{0!} = \frac{e^{-0,1} 0,1^0}{1} \doteq 0,9048,$$

že poistenec nahlási práve jednu poistnú udalosť platí

$$P(N = 1) = \frac{e^{-\vartheta} \vartheta^1}{1!} = \frac{e^{-0,1} 0,1^1}{1} \doteq 0,0905,$$

že poistenec nahlási práve dve poistné udalosti platí

$$P(N = 2) = \frac{e^{-\vartheta} \vartheta^2}{2!} = \frac{e^{-0,1} 0,1^2}{2} \doteq 0,0045,$$

atď.

Tab. 25 zobrazuje maticu prechodu systému bonus – malus v poisťovni AXA, a.s..

Tab. 25 Matica prechodu systému bonus – malus v poisťovni AXA, a.s.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	0,9048	0	0,0905	0	0,0045	0	0,0002	0	3,8E-06	0	7,5E-08	1,3E-09
2	0,9048	0	0	0,0905	0	0,005	0	0,0002	0	4E-06	0	7,7E-08
3	0	0,9048	0	0	0,0905	0	0,0045	0	0,00015	0	3,8E-06	7,7E-08
4	0	0	0,9048	0	0	0,09	0	0,0045	0	0,0002	0	3,8E-06
5	0	0	0	0,9048	0	0	0,0905	0	0,00452	0	0,00015	3,8E-06
6	0	0	0	0	0,9048	0	0	0,0905	0	0,0045	0	0,00015
7	0	0	0	0	0	0,905	0	0	0,09048	0	0,00452	0,00015
8	0	0	0	0	0	0	0,9048	0	0	0,0905	0	0,00468
9	0	0	0	0	0	0	0	0,9048	0	0	0,09048	0,00468
10	0	0	0	0	0	0	0	0	0,90484	0	0	0,09516
11	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,9048	0	0,09516
12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,90484	0,09516

Zdroj: vlastné spracovanie

Vektor začiatočných pravdepodobností $X^{\vartheta}(0)$ v poisťovni AXA, a.s. má tvar

$$X^{\vartheta}(0) = (0,0,0,0,0,0,0,0,1,0,0,0).$$

Znamená to, že prví poisťenci, ktorí vstúpia do systému budú zaradený do 9. bonus – malus triedy. Podľa vzťahu (1.7.3) alebo (1.7.4) určíme vektor stacionárnych pravdepodobností X^{ϑ} . Tento vektor v poisťovni AXA, a.s. je určený zložkami:

(0,77899461; 0,08192758; 0,09054398; 0,02216711; 0,01630569; 0,0050712; 0,00297819; 0,00107829; 0,00056009; 0,00022131; 0,00010736; 0,00004459).

Tento vektor predstavuje, v akom pomere sa nachádzajú poisťenci v danom systéme, za predpokladu, že systém je ustálený (systém sa nemení v závislosti od počtu rokov). Najviac poisťencov by sa v tomto prípade nachádzalo v prvej bonus – malus triede s najvyšším bonusom a to 50 % zo základného poisťného.

Podľa vzťahu (1.7.5) vypočítame priemerné stacionárne poisťné $\bar{\pi}$.

$$\begin{aligned} \bar{\pi} = & 0,77899461 \cdot 50 + 0,08192758 \cdot 55 + 0,09054398 \cdot 60 + 0,02216711 \cdot 65 + \\ & 0,01630569 \cdot 70 + 0,0050712 \cdot 75 + 0,00297819 \cdot 80 + 0,00107829 \cdot 90 + \\ & 0,00056009 \cdot 100 + 0,00022131 \cdot 130 + 0,00010736 \cdot 190 + 0,00004459 \cdot \\ & 250 \doteq 52,30261 \end{aligned}$$

Za predpokladu, že systém poisťovne AXA, a.s. je v ustálenom stave, tak priemerné poisťné tohto systému by bolo približne 52,30261 % zo základného poisťného, t.j. poisťného, ktoré poisťenec platí v základnej triede (9. trieda).

V tab. 26 je popísaná výška poistného v % zo základného poistného v jednotlivých bonus – malus triedach v druhej poisťovni, a to v poisťovni Astra, a.s..

Tab. 26 Výška poistného v jednotlivých bonus – malus triedach v poisťovni Astra, a.s.

Číslo bonus – malus triedy	Stupeň bonusov a malusov	Výška poistného v % zo základného poistenia
1	B7	40 %
2	B6	50 %
3	B5	60 %
4	B4	70 %
5	B3	80 %
6	B2	90 %
7	B1	95 %
8	Z	100 %
9	M1	130 %
10	M2	150 %
11	M3	180 %
12	M4	220 %
13	M5	300 %

Zdroj: vlastné spracovanie

V nasledujúcej tabuľke je znázornená matica prestupu systému v poisťovni Astra, a.s..

Tab. 27 Matica prestupu systému bonus – malus v poisťovni Astra, a.s.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
1	{0}	.	{1}	.	{2}	.	{3}	.	{4}	.	{5}	.	{6, 7, ...}
2	{0}	.	.	{1}	.	{2}	.	{3}	.	{4}	.	{5}	{6, 7, ...}
3	.	{0}	.	.	{1}	.	{2}	.	{3}	.	{4}	.	{5, 6, ...}
4	.	.	{0}	.	.	{1}	.	{2}	.	{3}	.	{4}	{5, 6, ...}
5	.	.	.	{0}	.	.	{1}	.	{2}	.	{3}	.	{4, 5, ...}
6	{0}	.	.	{1}	.	{2}	.	{3}	{3, 4, ...}
7	{0}	.	.	{1}	.	{2}	.	{3, 4, ...}
8	{0}	.	.	{1}	.	{2}	{2, 3, ...}
9	{0}	.	.	{1}	.	{2, 3, ...}
10	{0}	.	.	{1}	{2, 3, ...}
11	{0}	.	.	{1, 2, ...}
12	{0}	.	{1, 2, ...}
13	{0}	{1, 2, ...}

Zdroj: vlastné spracovanie

Analogicky, ako v predchádzajúcej poisťovni podľa vzťahu (1.3.2) jednotlivé pravdepodobnosti matice prechodu systému v poisťovni Astra, a.s.

Tab. 28 Matica prechodu systému bonus – malus v poisťovni Astra, a.s.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
1	0,905	0	0,0905	0	0,0045	0	0,0002	0	4E-06	0	7,5E-08	0	1E-09
2	0,905	0	0	0,0905	0	0,005	0	0,0002	0	4E-06	0	8E-08	1E-09
3	0	0,9048	0	0	0,0905	0	0,0045	0	0,0002	0	3,8E-06	0	8E-08
4	0	0	0,9048	0	0	0,09	0	0,0045	0	2E-04	0	4E-06	8E-08
5	0	0	0	0,9048	0	0	0,0905	0	0,0045	0	0,00015	0	4E-06
6	0	0	0	0	0,9048	0	0	0,0905	0	0,005	0	2E-04	4E-06
7	0	0	0	0	0	0,905	0	0	0,0905	0	0,00452	0	0,0002
8	0	0	0	0	0	0	0,9048	0	0	0,09	0	0,005	0,0002
9	0	0	0	0	0	0	0	0,9048	0	0	0,09048	0	0,0047
10	0	0	0	0	0	0	0	0	0,9048	0	0	0,09	0,0047
11	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,905	0	0	0,0952
12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,90484	0	0,0952
13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,905	0,0952

Zdroj: vlastné spracovanie

Vektor začiatkových pravdepodobností $X^{\vartheta}(0)$ v poisťovni Astra, a.s. má tvar

$$X^{\vartheta}(0) = (0,0,0,0,0,0,0,1,0,0,0,0).$$

Tento vektor predstavuje, že prvý poistenci, ktorí vstúpia do systému budú zaradený do 9. bonus – malus triedy. Podľa vzťahu (1.7.3) alebo (1.7.4) určíme analogicky ako pri predchádzajúcej poisťovni vektor stacionárnych pravdepodobností X^{ϑ} . Tento vektor je určený zložkami:

$$(0,7789784; 0,08192587; 0,09054209; 0,02216665; 0,01630535; 0,00507109; 0,00297813; 0,00107829; 0,00056008; 0,0002213 0,00010736; 0,00004459; 0,00002082)$$

Podľa vzťahu (1.7.5) priemerné stacionárne poistné $\bar{\pi}$ je

$$\begin{aligned} \bar{\pi} = & 0,7789784 \cdot 40 + 0,08192587 \cdot 50 + 0,09054209 \cdot 60 + 0,02216665 \cdot 70 + \\ & 0,01630535 \cdot 80 + 0,00507109 \cdot 90 + 0,00297813 \cdot 95 + 0,00107829 \cdot 100 + \\ & 0,00056008 \cdot 130 + 0,0002213 \cdot 150 + 0,00010736 \cdot 180 + 0,00004459 \cdot 220 + \\ & 0,00002082 \cdot 300 = 44,53258. \end{aligned}$$

4.1 RSAL v poisťovniach AXA, a.s. a Astra, a.s.

Hodnoty kritéria relatívnej priemernej stacionárnej hladiny (RSAL – relative stationary average level) možno vyjadriť vzťahom (1.9.1). V poisťovni AXA, a.s. je hodnota tohto kritéria

$$RSAL_{AXA} = \frac{52,30261 - 50}{250 - 50} = 0,0115,$$

čo predstavuje približne 1,15 %

V poisťovni Astra, a.s. je táto hodnota

$$RSAL_{Astra} = \frac{44,53258 - 40}{300 - 40} = 0,0174,$$

čo predstavuje približne 1,74 %.

Tieto výsledky ukazujú, že poisťovňa AXA, a.s. má o trošku miernejšie nastavený systém bonus – malus. Vzhľadom na veľmi nízke hodnoty daného kritéria v obdvoch poisťovniach (líšia sa len o 0,59 %) ktoré znamenajú, že väčšina poistencov sa nachádza práve v bonus – malus triedach s najvyšším bonusom.

4.2 Koeficient variácie v poisťovniach AXA, a.s. a Astra, a.s.

Koeficient variácie možno vyjadriť len za každý rok poistenia zvlášť. Z toho vyplýva, že je potrebné poznať jednotlivé vektory absolútnych pravdepodobností za každý rok až pokiaľ sa systém bonus – malus neustáli. Vyjadríme ich podľa vzťahu (1.6.6).

Tab. 29 Vektory absolútnych pravdepodobností v poisťovni AXA, a.s

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1. rok	0	0	0	0	0	0	0	0,9048	0	0	0,0905	0,0047
2. rok	0	0	0	0	0	0	0,8187	0	0	0,1637	0,0042	0,0133
3. rok	0	0	0	0	0	0,7408	0	0	0,2222	0,0038	0,0157	0,0174
4. rok	0	0	0	0	0,6703	0	0	0,2681	0,0035	0,0176	0,0358	0,0047
5. rok	0	0	0	0,607	0	0	0,3033	0,0031	0,0189	0,0567	0,0046	0,0068
6. rok	0	0	0,549	0	0	0,3293	0,0028	0,0199	0,0787	0,0046	0,0092	0,0066
7. rok	0	0,4966	0	0	0,3476	0,0026	0,0205	0,101	0,0045	0,0116	0,0131	0,0025
8. rok	0,4493	0	0	0,359	0,0023	0,0208	0,1229	0,0044	0,014	0,021	0,0028	0,0031
9. rok	0,4066	0	0,366	0,002	0,0208	0,1437	0,0042	0,0161	0,0302	0,0031	0,0046	0,0027
10. rok	0,3679	0,3311	0,039	0,019	0,165	0,004	0,0182	0,0403	0,0033	0,0063	0,0052	0,0012
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
SP	0,779	0,0819	0,091	0,022	0,0163	0,0051	0,003	0,0011	0,0006	0,0002	0,0001	4E-05

Zdroj: vlastné spracovanie

Keďže koeficient variácie možno vyjadriť samostatne len za každý rok, tak je potrebné poznať aj strednú hodnotu a disperziu priemerného poistného v systéme za každý rok. Na výpočet koeficientu variácie použijeme vzťah (1.9.2). Pre pochopenie ukážeme medzivýsledky za jeden rok poistenia. Analogicky možno potom tento koeficient vyjadriť za všetky roky.

Tab. 30 Medzivýsledky pri určení strednej hodnoty a disperzie za 1. rok v poisťovni AXA, a.s.

x_i	1. rok		
	p_i	$E(X) = x_i \cdot p_i$	$E(X^2) = x_i^2 \cdot p_i$
50	0	0	0
55	0	0	0
60	0	0	0
65	0	0	0
70	0	0	0
75	0	0	0
80	0	0	0
90	0,90483742	81,4353676	7329,18309
100	0	0	0
130	0	0	0
190	0,09048374	17,1919109	3266,46308
250	0,00467884	1,16971004	292,42751
suma	1	99,7969886	10888,0737

Zdroj: vlastné spracovanie

Stredná hodnota priemerného poistného po prvom roku v poisťovni AXA, a.s. je približne 99,80 %, t.j. priemerné poistné po prvom roku poistenia bolo 99,80 % zo základného poistného. Jednotlivé priemerné poistné v jednotlivých rokoch sú zobrazené v tab. 31.

Disperziu jednotlivých priemerných poistných vypočítame zo vzťahu

$$D(X) = E(X^2) - E^2(X).$$

Štandardná odchýlka je odmocnina z disperzie. Zo vzťahu (1.11) možno vypočítať jednotlivé koeficienty variácie za jednotlivé roky poistenia až do stavu, keď sa systém ustáli, t.j. nachádza sa v stacionárnom stave. Vývoj jednotlivých koeficientov variácie je zaznamenaný v tab. 31. Koeficient variácie má trend v prvých rokoch postupne stúpať a klesať a neskôr sa jeho hodnota bude znižovať k hodnote koeficientu variácie v stacionárnom stave (SP).

Tab. 31 Základné ukazovatele v jednotlivých rokoch v poisťovni AXA, a.s.

	Stredná hodnota	Disperzia	Štandardná odchýlka	Koeficient variácie
1. rok	99,7969886	928,63474	30,4735088	0,30535499
2. rok	90,9122185	725,582041	26,9366301	0,29629274
3. rok	85,6165702	777,955387	27,8918516	0,32577633
4. rok	81,6619762	704,948594	26,550868	0,32513134
5. rok	75,8129904	521,226506	22,8303856	0,30114081
6. rok	71,5238619	504,392304	22,4586799	0,31400262
7. rok	67,6424843	463,586229	21,5310527	0,31830665
8. rok	63,2072357	385,603803	19,6367972	0,31067325
9. rok	61,4058436	327,0549	18,0846592	0,29451039
10. rok	59,520329	273,926092	16,5507127	0,27806823
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
SP	52,302621	31,5904727	5,62054025	0,10746192

Zdroj: vlastné spracovanie

Analogicky tento postup zopakujeme aj pri výpočtoch z údajov druhej poisťovni Astra, a.s.. Hodnoty priemerného poistného, disperzie, štandardnej odchýlky a koeficienta variácie sú zobrazené v nasledujúcej tabuľke.

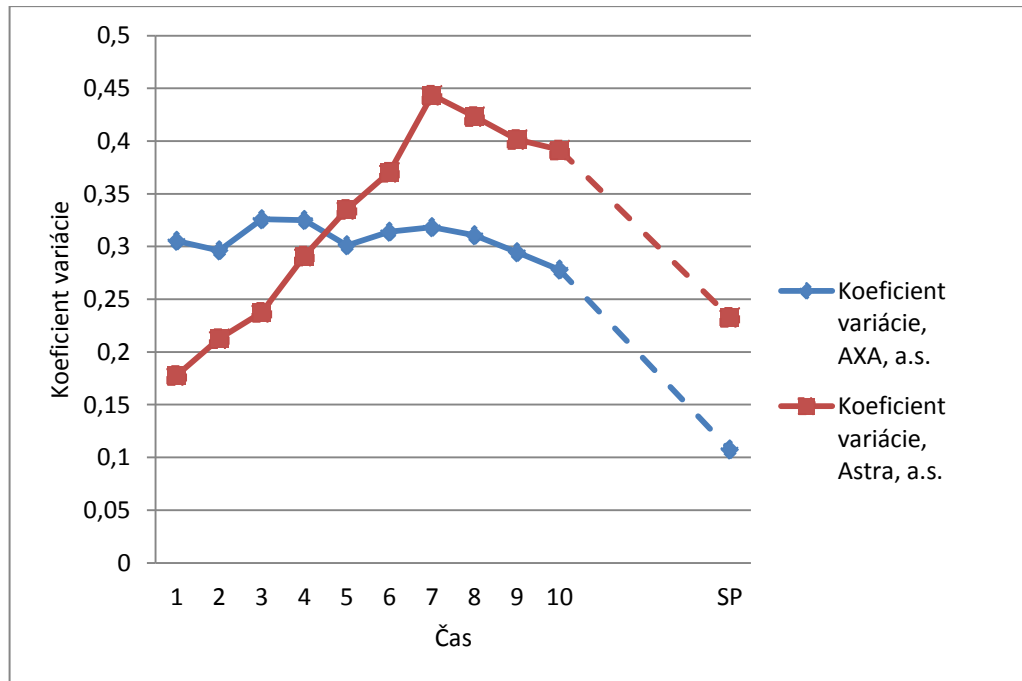
Tab. 32 Základné ukazovatele v jednotlivých rokoch v poisťovni Astra, a.s.

	Stredná hodnota	Disperzia	Smerodajná odchýlka	Koeficient variácie
1. rok	100,5738331	319,8354	17,88394	0,177819047
2. rok	98,58103987	439,8841	20,97341	0,21275301
3. rok	88,13903417	438,8653	20,94911	0,237682563
4. rok	82,06781959	570,6198	23,88765	0,291072059
5. rok	76,00264937	649,3775	25,48289	0,335289455
6. rok	67,66138457	628,5785	25,07147	0,370543228
7. rok	60,93938696	730,6872	27,03123	0,443575612
8. rok	58,62096507	615,9246	24,81783	0,423360978
9. rok	55,11439939	489,9458	22,13472	0,401614072
10. rok	51,87960256	412,8405	20,31848	0,391646734
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
SP	44,53258133	107,6426	10,3751	0,232977652

Zdroj: vlastné spracovanie

Koeficienty variácie v jednotlivých rokoch v oboch poisťovniach možno zobrazit' a porovnať na grafe 2.

Graf 2 Koeficient variácie v poisťovniach AXA, a.s. a Astra, a.s.



Zdroj: vlastné spracovanie

Na grafe možno pozorovať, že koeficient variácie v poisťovni AXA, a.s. má tendenciu prvé roky klesať a rásť len veľmi málo a približne od siedmeho roku tento koeficient začne klesať. Na rozdiel od tejto poisťovne, koeficient variácie v poisťovni Astra, a.s. v prvých rokoch každým rokom omnoho viac vzrástol. Taktiež od siedmeho roku začal klesať. V oboch poisťovniach bude koeficient variácie klesať až do stacionárneho stavu. Postupný presun poistencov, ktorí nenahlásili poistnú udalosť do vyšších bonusových tried spôsobuje práve rast koeficientu variácie. Keď sa poistenci ustália v najvyšších bonusových triedach, koeficient variácie začne klesať. Z výsledkov možno určiť, že poisťovne na seba preberajú len škody s relatívne nízkou hodnotou koeficienta variácie. Taktiež znamená, že čím je koeficient variácie vyšší, tým sú väčšie zmeny poistného oproti základnému poistnému. Poistenci, ktorí častejšie nahlasujú poistnú udalosť, by prvé tri roky mali nevýhodnejšie postavenie v poisťovni AXA, a.s., keďže tu je koeficient vyšší ako v poisťovni Astra, a.s.. Po ďalšie roky by už bol systém bonus – malus prísnejší pre poistencov s vysokou škodovosťou práve v poisťovni Astra, a.s., pretože tu je už hodnota koeficientu variácie viditeľne vyššia.

4.3 Elasticita v poisťovniach AXA, a.s. a Astra, a.s.

Pri určení elasticity systému je potrebné poznať vektory stacionárnych pravdepodobností pri jednotlivých škodových frekvenciách ϑ . V tejto práci sme zvolili škodové frekvencie 0,1; 0,15; 0,2; 0,25; 0,3. Pri použití týchto škodových frekvencií vyjadríme jednotlivé vektory stacionárnych pravdepodobností podľa vzťahu (1.7.3) alebo (1.7.4). Ďalej dané škodové frekvencie navýšime o veľmi malú hodnotu, v tejto práci o hodnotu 0,01. Opäť určíme vektory stacionárnych pravdepodobností s použitím navýšenej škodovej frekvencie, t.j. 0,11; 0,16; 0,21; 0,26; 0,31. Z týchto vektorov určíme podľa vzťahu (1.7.5) priemerné stacionárne poistné. Potom možno určiť podľa vzťahu (1.9.3) elasticitu vzhľadom na rôznu škodovú frekvenciu. Nasledujúce tabuľky zobrazujú vývoj elasticity v oboch skúmaných poisťovniach.

Tab. 33 Vývoj elasticity v poisťovni AXA, a.s.

ϑ	$\Delta\vartheta$	$\pi(\vartheta)$	$\Delta\pi(\vartheta)$	$\varepsilon(\vartheta)$
0,1	0,01	52,30261	0,370786	0,070892
0,15	0,01	54,67089	0,674423	0,185041
0,2	0,01	59,11153	1,280874	0,433375
0,25	0,01	67,29051	2,218728	0,824309
0,3	0,01	80,42053	3,195914	1,192201

Zdroj: vlastné spracovanie

Tab. 34 Vývoj elasticity v poisťovni Astra, a.s.

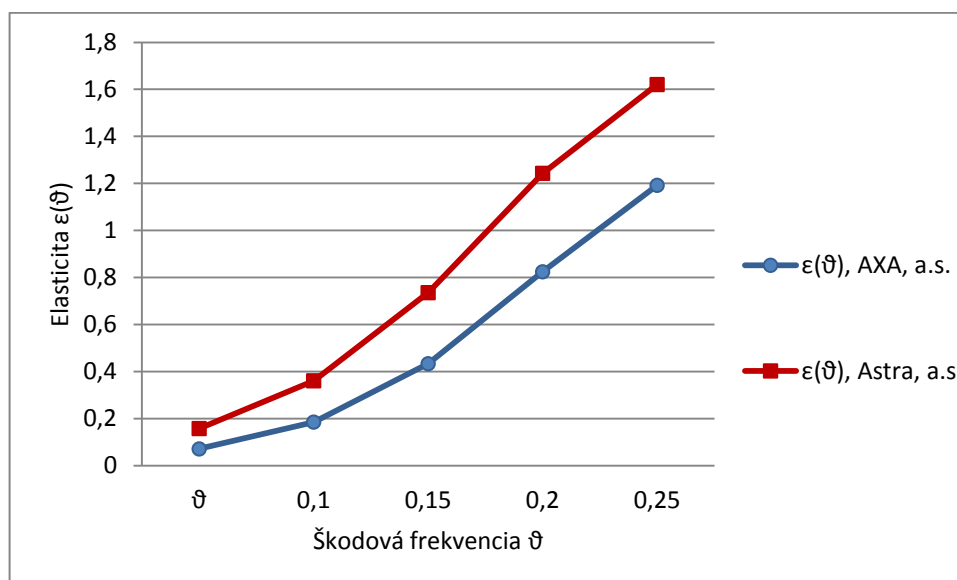
ϑ	$\Delta\vartheta$	$\pi(\vartheta)$	$\Delta\pi(\vartheta)$	$\varepsilon(\vartheta)$
0,1	0,01	44,53258	0,702108	0,157662
0,15	0,01	48,86111	1,175106	0,360749
0,2	0,01	56,32434	2,071631	0,735608
0,25	0,01	69,28464	3,445166	1,243121
0,3	0,01	89,44214	4,832216	1,620785

Zdroj: vlastné spracovanie

V prípade, že zoberieme do úvahy škodovú frekvenciu, tak z kritéria (1.9.5) vyplýva, že efektívnejší systém bonus – malus je v poisťovni Astra, a.s. pretože platí nerovnosť $|1 - 0,070892| > |1 - 0,157662|$. Z toho vyplýva, že systém bonus – malus poisťovne Astra, a.s. je prísnejší pre poistencov s vysokou frekvenciou nahlasovaní poistných udalostí.

K dokonalej elasticite má najbližšie poisťovňa AXA, a.s. v prípade zmeny škodovej frekvencie ϑ z hodnoty 0,25 na hodnotu 0,26 a následná zmena priemerného poistného. Správanie elasticity v závislosti od škodovej frekvencie ϑ v oboch poisťovniach je zobrazené na grafe 3.

Graf 3 Elasticita v závislosti od škodovej frekvencie v poisťovniach AXA, a.s. a Astra, a.s.



Zdroj: vlastné spracovanie

4.4 Hľad po bonuse v poisťovni AXA, a.s.

V tejto kapitole budeme určovať hranicu výšky škody na základe ktorej sa poistenec bude rozhodovať, či poistnú udalosť nahlási alebo nie. Ak výška škody bude nižšia ako vypočítaná hodnota, tak sa poistencovi neoplatí nahlásiť poistnú udalosť a tým pádom neklesne do nižšej bonus - malus triedy a zachová si vyšší bonus pri platení poistného.

V poisťovni AXA, a.s. sa počet škôd riadi Poissonovým rozdelením s parametrom $\vartheta = 0,1$. Výška poistných plnení sa riadi exponenciálnym rozdelením s parametrom $\delta = 0,005$. Predpokladáme, že výška odúročiteľa $\beta = 0,9$, počet už nahlásených škôd $m = 0$ a uvažujeme, že čas $t = 0$. Výška základného poistného, t.j. poistné 8. bonus – malus triedy je 500 €.

Na základe *I. metódy* určíme podľa vzťahu (1.9.6) priemernú výšku škody pre každú bonus - malus triedu. Tieto priemerné výšky škôd pre jednotlivé triedy sú

(22,5; 65,25; 103,73; 138,35; 169,52; 197,52; 245,31; 310,78; 459,7; 818,73
1276,86; 746,93).

II. metódu na výpočet hraničnej priemernej výšky škody pre každú bonus – malus triedu, na základe ktorej sa poistenec rozhoduje nahlásiť poistnú udalosť sme realizovali v opensource programe wxMaxima. V tomto programe sme na základe matematického aparátu opísaného v kapitole 1.13, *II. metóda* existujúci program upravili a prispôbili na konkrétne podmienky poisťovne AXA, a.s. Priemerné hraničné výšky škôd pre každú bonus - malus triedu podľa tejto metódy sú:

(78,86; 142,79; 199,16; 250,05; 295,91; 360,53; 441,96; 623,5; 1008,96; 1582,92
1287,46; 750,13).

Z týchto výsledkov vyplýva, že poistencovi, ktorý sa nachádza v prvej bonus – malus triede sa neoplatí pri daných podmienkach poisťovne nahlásiť škodovú udalosť, ak výška škody je nižšia ako 78,86 €. Poistencovi v druhej bonus – malus triede sa neoplatí nahlásiť škodu, ak je nižšia ako 142,79, poistencovi tretej bonus - malus triedy, ak je výška škody nižšia ako 199,16 € atď. Takto si poistenec môže zachovať vyšší bonus na úkor znášania škody na vlastný vrub.

Záver

Povinné zmluvné poistenie predstavuje stále väčší význam. Je zákonom dané, že každý majiteľ motorového vozidla musí uzavrieť povinné zmluvné poistenie a to vo väčšine krajinách sveta. Tak vzniká veľká konkurencia na trhu a poisťovne sa predbiehajú, aby získali priazeň klienta. Jeden z nástrojov ako zaujať klientov je ponúkať bonusové zľavy za zodpovedné vedenie vozidla, t.j. za bezškodový priebeh. Naopak poisťovne postihujú vo forme malusu klientov s vyššou nehodovosťou. Každá poisťovňa má individuálne nastavený systém bonus – malus a tým pádom je vhodné ich porovnávať a určiť, ktorý je výhodnejší pre určitého poistenca.

V diplomovej práci sme uviedli systému bonus – malus jednotlivých poisťovní, ktoré ponúkajú a vlastnia licenciu na povinné zmluvné poistenie motorových vozidiel na Slovensku. Tieto systémy sa medzi sebou líšia najmä počtom bonus - malus tried a výškou poistného pre jednotlivé triedy. Ďalej je uvedený matematický aparát pre prácu a výpočty s daným systémom.

Vybrali sme dve poisťovne (poisťovňa AXA, a.s. a poisťovňa Astra, a.s. na ktoré sme aplikovali tento aparát a medzi sebou sme ich porovnali pomocou hodnotiacich kritérií . Z výsledkov vyplýva, že systém bonus – malus poisťovne AXA, a.s. je vo všeobecnosti k poistencom miernejší, t.j. výhodnejší pre poistencov, ale na druhej strane systém poisťovne Astra, a.s. je efektívnejší, t.j. prísnejší k poistencom s vyššou frekvenciou nahlasovania poistných udalostí.

V poslednej časti sme určili pomocou dvoch metód hranicu výšky škody na základe ktorej sa poistenec poistený v poisťovni AXA, a.s. bude rozhodovať, či nahlási škodovú udalosť. V prípade škody nižšej ako je táto hranica, sa poistencovi neoplatí nahlásiť škodovú udalosť a tým si zachová výhodnejší bonus resp. malus na úkor toho, že bude znášať škodu na vlastný vrub. Na potrebné výpočty sme použili program Microsoft Excel. Na určenie optimálnej hranice škody, kedy sa poistenec bude rozhodovať o nahlásení škody sme použili open source program wxMaxima. Tu sme použili existujúci program na určenie hranice výšky škody pomocou druhej metódy uvedenej v kapitole 1.9.4. Tento program sme upravili a prispôbili na podmienky poisťovne AXA, a.s., a tak sme určili hranicu výšky škody, na základe ktorej sa bude poistenec rozhodovať či nahlási poistnú udalosť.

System bonus – malus má hlavne za úlohu potrestať vodičov motorových vozidiel s vysokou škodovou frekvenciou a na druhej strane odmeniť vodičov s bezškodovým priebehom. Z toho vyplýva, že tieto systémy napomáhajú zabraňovaniu rastu počtu dopravných nehôd na cestách. Zavedenie malus do týchto systémov nemal veľmi pozitívny efekt u poistencoch. Niektoré poisťovne dokonca upustili od malusov a ponúkajú len bonusy. Používanie malusov v týchto systémoch by malo mať výchovnú úlohu. Tým pádom by sa mali poisťovne dohodnúť na spoločnom zavedení rovnakého systému bonus – malus, alebo bude daný zákonom. Na druhej strane by poisťovne stratili dôležitý marketingový nástroj pri poistení čo je zatiaľ nepravdepodobný krok.

Zoznam tabuliek a grafov

Tab. 1 Výška poistného v jednotlivých bonus – malus triedach v poisťovni AXA, a.s.	27
Tab. 2 Matica prestupu systému bonus – malus v poisťovni AXA, a.s.	28
Tab. 3 Výška poistného v jednotlivých bonus – malus triedach v poisťovni Alianz – Slovenská poisťovňa, a.s.	32
Tab. 4 Matica prestupu systému bonus – malus v poisťovni Alianz – Slovenská poisťovňa, a.s.	33
Tab. 5 Výška poistného v jednotlivých bonus – malus triedach v poisťovni Astra, a.s.	34
Tab. 6 Matica prestupu systému bonus – malus v poisťovni Astra, a.s.	35
Tab. 7 Výška poistného v jednotlivých bonus – malus triedach v poisťovni AXA, a.s.	36
Tab. 8 Matica prestupu systému bonus – malus v poisťovni AXA, a.s.	37
Tab. 9 Výška poistného v jednotlivých bonus – malus triedach v poisťovni ČSOB, a.s. ...	38
Tab. 10 Výška poistného v jednotlivých bonus – malus triedach v poisťovni ČSOB, a.s. ...	39
Tab. 11 Výška poistného v jednotlivých bonus – malus triedach v poisťovni Generali, a.s.	40
Tab. 12 Matica prestupu systému bonus – malus v poisťovni Generali, a.s.	40
Tab. 13 Výška poistného v jednotlivých bonus – malus triedach v poisťovni Groupama Garancia, a.s.	42
Tab. 14 Matica prestupu systému bonus – malus v poisťovni Groupama Garancia, a.s. ...	42
Tab. 15 Výška poistného v jednotlivých bonus – malus triedach v poisťovni Komunálna, a.s.	43
Tab. 16 Výška poistného v jednotlivých bonus – malus triedach v poisťovni Komunálna, a.s.	44
Tab. 17 Výška poistného v jednotlivých bonus – malus triedach v poisťovni Kooperativa, a.s.	45
Tab. 18 Matica prestupu systému bonus – malus v poisťovni Kooperativa, a.s.	46
Tab. 19 Výška poistného v jednotlivých bonus – malus triedach v poisťovni Union, a.s. ...	47
Tab. 20 Matica prestupu systému bonus – malus v poisťovni Union, a.s.	47
Tab. 21 Výška poistného v jednotlivých bonus – malus triedach v poisťovni UNIQA, a.s.	48
Tab. 22 Matica prestupu systému bonus – malus v poisťovni UNIQA, a.s.	49
Tab. 23 Výška poistného v jednotlivých bonus – malus triedach v poisťovni AXA, a.s. ...	63

Tab. 24 Matica prestupu systému bonus – malus v poisťovni AXA, a.s.	64
Tab. 25 Matica prechodu systému bonus – malus v poisťovni AXA, a.s.	65
Tab. 26 Výška poisťného v jednotlivých bonus – malus triedach v poisťovni Astra, a.s. ..	66
Tab. 27 Matica prestupu systému bonus – malus v poisťovni Astra, a.s.	66
Tab. 28 Matica prechodu systému bonus – malus v poisťovni Astra, a.s.	67
Tab. 29 Vektory absolútnych pravdepodobností v poisťovni AXA, a.s.	68
Tab. 30 Medzivýsledky pri určení strednej hodnoty a disperzie za 1. rok v poisťovni AXA, a.s.	69
Tab. 31 Základné ukazovatele v jednotlivých rokoch v poisťovni AXA, a.s.	70
Tab. 32 Základné ukazovatele v jednotlivých rokoch v poisťovni Astra, a.s.	70
Tab. 33 Vývoj elasticity v poisťovni AXA, a.s.	72
Tab. 34 Vývoj elasticity v poisťovni Astra, a.s.	72
Graf 1 Podiel poisťovní na PZP podľa počtu zmlúv v % v roku 2012	12
Graf 2 koeficientu variácie v poisťovniach AXA, a.s. a Astra, a.s.	71
Graf 3 Elasticita v závislosti od škodovej frekvencie v poisťovniach AXA, a.s. a Astra, a.s.	73

Zoznam použitej literatúry

- [1] LEMAIRE, J.: Bonus – malus systems in automobile insurance. USA: Kluwer Academic Publishers Group, 1995
- [2] LEMAIRE, J.: Automobile Insurance Acturial Models. USA: Kluwer Nijhoff Publisher, 1996
- [3] BOOS, A.: Effizienz von Bonus – Malus – Systemen (Eine Vergleich der Tariffe der Kraftfahrzeug – Haftpflichtversicherung einiger europäischer Länder). Gabler, Wiesbaden, 1991
- [4] HOSSACK. I. B. – POLLARD. J. H. – ZEHNWIRTH. B.: Introductory statistics with applications in general insurance. Cambridge University Press, 1983
- [5] FECENKO, J.: Neživotné poistenie. Vydavateľstvo EKONÓM, 2012, ISBN 978-80-225-3400-0
- [6] PACÁKOVÁ, V.: Aplikovaná poistná štatistika. IURA EDITION 2014, ISBN 80-8078-004-8
- [7] HUŤKA, V.: Teória pravdepodobnosti 2. Vydavateľstvo EKONÓM, 2002, ISBN-80-225-2040-3
- [8] FECENKO. J.: Hľad po bonuse a jeho počítačová realizácia v open source systéme maxima. Projekt VEGA č. 1/0931/11: Analýza a modelovanie rizík v zmysle kvantitatívnych štúdií QIS projektu Solvency II.
- [9] ŠKŘIVÁNKOVÁ. V. – FECENKO. J.: Efektívnosť bonus – malus systému. 4. medzinárodná konferencia Řízení a modelování finančních rizik VŠB – TU Ostrava, Ekonomická fakulta, katedra Financí 11.-12. zaří 2008
- [10] Elektronické zdroje:
- | | |
|---|---|
| http://www.allianzsp.sk/ | http://www.kpas.sk/ |
| http://www.astrapoistovna.sk/ | http://www.koop.sk/ |
| https://www.axa.sk/ | http://www.union.sk/ |
| https://www.csob.sk/ | http://www.uniqa.sk/home/ |
| https://www.generali.sk/ | http://www.wuestenrot.sk/ |
| http://www.groupama.sk/ | http://www.skp.sk/ |