EKONOMICKÁ UNIVERZITA V BRATISLAVE
FAKULTA HOSPODÁRSKEJ INFORMATIKY

DYNAMICKÁ TEÓRIA SPOTREBY A DYNAMICKÉ MODELY INVESTÍCIÍ

Diplomová práca

Bratislava 2014 **Bc. Andrea Fukasová**

EKONOMICKÁ UNIVERZITA V BRATISLAVE

FAKULTA HOSPODÁRSKEJ INFORMATIKY

DYNAMICKÁ TEÓRIA SPOTREBY A DYNAMICKÉ MODELY INVESTÍCIÍ

Diplomová prác

Študijný program:	Operačný výskum a ekonometria
Študijný odbor:	6258 Kvantitatívne metódy v ekonómii
Školiace pracovisko:	Katedra operačného výskumu a ekonometrie
Vedúci záverečnej práce:	doc. Ing. *Martin Lukáčik,* PhD.

Bratislava 2014 **Bc. Andrea Fukasová**

1406636270

Ekonomická univerzita v Bratislave
Fakulta hospodárskej informatiky

ZADANIE ZÁVEREČNEJ PRÁCE

Meno a priezvisko študenta: Bc. Andrea Fukasová
Študijný program: Operačný výskum a ekonometria (Jednoodborové štúdium, inžiniersky II. st., denná forma)
Študijný odbor: 3.3.24 Kvantitatívne metódy v ekonómii
Typ záverečnej práce: Inžinierska záverečná práca
Jazyk záverečnej práce: slovenský

Názov: Dynamická teória spotreby a dynamické modely investícií

Anotácia: Vplyv makroekonómie na každodenný život je menej konkrétny ako vplyv mikroekonómie. Každý sa už musel vysporiadať s rastúcimi cenami, dotkli sa ho výkyvy na trhu práce, prípadne ďalšie mikroekonomické problémy. Makro-ekonómovia tiež potrebujú vedieť akým spôsobom majú modelovať a interpretovať interakcie jednotlivých rozhodnutí, ktoré vznikajú rôznymi spôsobmi a na rôznych úrovniach. Dynamická teória spotreby a dynamické modely investícií predstavuje základ moderných prístupov využívaných na modelovanie makroekonomickej rovnováhy.

Vedúci: doc. Ing. Martin Lukáčik, PhD.
Katedra: KOVE FHI - Katedra operačného výskumu a ekonometrie FHI

Dátum zadania: 16.10.2012

Dátum schválenia: 07.11.2012

doc. Mgr. Juraj Pekár, PhD.
vedúci katedry

Čestné vyhlásenie

Čestne vyhlasujem, že záverečnú prácu som vypracovala samostatne s použitím uvedenej použitej literatúry.

Dátum: **.....**

(podpis študenta)

Poďakovanie

Týmto by som sa chcela poďakovať vedúcemu diplomovej práce doc. Ing. Martinovi Lukáčikovi, PhD., za jeho vedenie, trpezlivosť a poskytnutú odbornú literatúru. Rovnako by som sa chcela poďakovať svojim najbližším za podporu počas celého štúdia.

ABSTRAKT

FUKASOVÁ, Andrea: Dynamická teória spotreby a dynamické modely investícií – Ekonomická univerzita v Bratislave. Fakulta hospodárskej informatiky; Katedra operačného výskumu a ekonometrie. – Vedúci záverečnej práce: doc. Ing. Martin Lukáčik, PhD. – Bratislava: FHI EU, 2014, 70s.

Cieľom záverečnej práce je popísať základné dynamické teórie spotreby a dynamické modely investícií. Tie tvoria základ pri súčasnom modelovaní makroekonomickej rovnováhy v jednotlivých ekonomikách. Každý z nás čelí rôznym mikroekonomickým problémom, či už rastúcim cenám, zmenám v príjmoch alebo na trhu práce. Odborníci v tejto oblasti potom na základe správania veľkého počtu subjektov tvoria modely, ktoré sa snažia najlepšie popísať tieto interakcie. V práci sa zameriavame na ozrejmenie tém spomenutých vyššie, tiež uvádzame príklad jednoduchého dynamického modelovania spotreby (RBC) a jeho využitie.

Kľúčové slová: dynamické teórie spotreby, dynamické modely investícií, jednoduchý RBC model.

ABSTRACT

FUKASOVÁ, Andrea: Dynamic theory of consumption and dynamic models of investment – University of Economics - Bratislava. Faculty of Economic Informatics; Department of Operation Research and Econometrics. – Thesis Supervisor: doc. Ing. Martin Lukáčik, PhD. – Bratislava: FHI EU, 2014, 70p.

The Aim of the master`s thesis is to describe dynamic theory of consumption and dynamic models of investment. They are the basis for modeling of macroeconomic balance in individual economies. Each of us faces various microeconomic issues, like rising prices, changes in income or in labor market. Experts in this field then on the basis of behavior of large number of subjects form models and try to find the best way how to describe these interactions by models. In this work we focus on clarifying topics outlined above, we also mention a simple example of dynamic modeling of consumption (RBC) and its using.

Key words: dynamic theory of consumption, dynamic models of investment, simple RBC model.

Obsah

Úvod 1
1 Spotreba 3
1.1 Problém dvoch období 9
1.1.1 Základný problém 9
1.1.2 Stochastický príjem 11
1.1.3 Voľba v portfóliu 12
1.1.4 Výpožičné obmedzenia 13
1.2 Formulácia v nekonečnom horizonte: teória a empirický výskum 14
1.2.1 Bellmanova rovnica pri nekonečnom horizonte 14
1.2.2 Stochastický príjem 14
1.2.3 Stochastické výnosy: Voľba portfólia 16
1.2.4 Endogénna ponuka práce 18
1.2.5 Obmedzenie požičiavania 20
2 Dlhodobá spotreba 21
2.1 Model permanentného príjmu dlhodobých výdavkov 21
2.1.1 Teória 21
2.1.2 Odhad špecifikácie kvadratickej užitočnosti 23
2.1.3 Kvadratická úprava nákladov 24
2.2 Nekonvexné prispôsobovacie náklady 25
2.2.1 Všeobecné nastavenie 26
2.2.2 Nezvratnosť a nákupy dlhodobých tovarov 27
2.2.3 Dynamický diskrétny model výberu 28
3 Investície 33
3.1 Všeobecný problém 36
3.2 Bez nákladov na prispôsobenie 37
3.3 Konvexné náklady na prispôsobenie 38
3.3.1 *Q* Teória: Modely 39
3.3.2 Teória *Q*: Evidencia 40
3.3.3 Odhad Eulerovej rovnice 43
3.3.4 Pôžičkové obmedzenia 45
3.4 Nekonvexné prispôsobenie: Teória 46
3.4.1 Nekonvexné náklady na prispôsobenie 47
3.4.2 Nezvratnosť 48

3.4.3 Odhad obohateného modelu nákladov na prispôsobovanie 49
3.4.4 Všeobecný model 49
3.4.5 Odhad maximálnej vierohodnosti 51
4 Praktická časť 52
4.1 Určenie modelu 52
4.1.1 Log-linearizácia modelu 55
4.1.2 Obchodné cykly v podmienkach SR 59
4.2 Výsledky práce 61
Záver 63
Použitá literatúra 64
Zoznam príloh 66

Úvod

Dynamické teórie spotreby a dynamické modely investícií sú základom pri modelovaní makroekonomickej rovnováhy v jednotlivých ekonomikách. Dynamické modelovanie zohráva v posledných rokoch dôležitú úlohu. Centrálne banky denne čelia úlohám, ktoré musia pretransformovať z reálneho sveta zjednodušením reality do modelov. Výsledné modely pomáhajú nielen popísať aktuálny stav ekonomiky, ale dávajú nám aj isté predikcie ohľadom budúcnosti. V poslednom čase sa modelovanie uberá smerom dynamických stochastických modelov všeobecnej rovnováhy, známych pod skratkou DSGE modely. Je pre ne špecifické, že vychádzajú z mikroekonomických princípov. Jedná sa o dynamické štúdie, kde sa ekonomika vyvíja v čase. Berieme do úvahy dnešné vplyvy na vývoj v budúcnosti a taktiež sú do modelu zakomponované očakávania, ktoré hrajú dôležitú úlohu pri rozhodnutiach v súčasnosti. Ekonomika je vystavovaná šokom, čiže je tam prítomná určitá náhodnosť.

Práca sa zameriava na ozrejmenie pojmov dynamického modelovania. Skladá zo štyroch častí. V prvých dvoch kapitolách sa venujeme spotrebe. Na začiatku sa zaoberáme historickým vývojom vnímania spotreby. Delíme ju na krátkodobú a dlhodobú. Začíname problémom spotrebiteľa, keď máme dané iba dve obdobia, ku ktorým potom pridávame ďalšie rozšírenia a obmedzenia modelu. Postupným rozširovaním sa dostávame až k dlhodobej spotrebe, ktorá zohráva dôležitú úlohu v hospodárskych cykloch. Tretiu kapitolu venujeme investíciám. Najprv analyzujeme všeobecný dynamický optimalizačný problém, potom uvádzame špeciálne prípady konvexných a nekonvexných nákladov na prispôsobenie. Na základe investičného správania a spotreby v kombinácii so súbormi dát na úrovni firiem sú výskumníci schopní vytvoriť bohatú sadu sofistikovaných modelov. Investície s dôrazom na neistotu a nekonvexnosť sú vhodné na aplikáciu dynamických programovacích techník. V poslednej kapitole sa zaoberáme jednoduchým RBC modelom na ktorom sme chceli ukázať dynamický model. Štúdie a záujem ekonómov o Real Business Cycle (RBC) modely v posledných desaťročiach rástol. Kydland a Prescott v roku 1982 publikovali prvý článok, ktorý odštartoval éru DSGE modelov. Išlo práve o RBC (real business cycle) model. Ten predpokladá, že fluktuácie reálnych veličín sú spôsobené len reálnymi šokmi. V súčasnosti sa viac používajú novo keynesiánske DSGE modely, ktoré na rozdiel od predchádzajúcich (RBC) modelov zahŕňajú nominálne

nepružnosti - nepružné ceny, nepružné mzdy. Tieto nepružnosti majú za následok, že aj nominálne šoky spôsobujú fluktuácie reálnych veličín. DSGE modely sú používané v centrálnych bankách, či už pri simulácii vývoja ekonomických veličín alebo pri ich prognózovaní. Napr. Veľká Británia (The Bank of England Quarterly Model), Švédsko (RAMSES), Švajčiarsko (Swiss model), Fínsko (AINO), Česká republika, a ďalšie.

1 Spotreba

Na začiatok využijeme poznatky z makroekonomickej teórie a povieme ako sa vyvíjala teória spotreby a investícií od svojich počiatkov. Základným problémom ekonomickej teórie je vybrať efektívny spôsob alokácie faktorov výroby. Tieto výrobné zdroje sú ohraničené a sú využívané na uspokojovanie neohraničených ľudských potrieb. A. Marshall definoval ekonomickú teóriu ako „štúdium človeka v jeho každodennom hospodárskom živote“

Výrobné prostriedky, nazývané komodity, možno rozdeliť na tovary (hmotné statky) a služby (nehmotné statky). Činnosť, pri ktorej ich vytvárame, nazývame výrobou a aktivitu, keď ich využívame na uspokojovanie potrieb, nazývame spotrebou. Terminológia, s ktorou sa tu stretávame, je dobre známa.

Významným zakladateľom ekonomickej teórie bol A. Smith. Hlavnou myšlienkou Smithovej teórie bol fakt, že štát by do ekonomiky vôbec nemal zasahovať. Presadzoval teóriu nazývanú aj neviditeľná ruka trhu, ktorá dáva odpoveď na základné ekonomické otázky:

- Čo vyrábať, aké výrobky a služby vyrábať a v akom množstve?
- Ako tieto výrobky a služby vyrábať?
- Kto ich získa a spotrebuje?

Od čias, kedy žil, sa hodnotí výkonnosť ekonomiky podľa toho, ako efektívne rozmiestni zdroje, ktoré uspokojujú spotrebiteľov. Preto je pochopiteľné, že skúmame spotrebu. Hlavným cieľom makroekonomického výskumu je vytvoriť celistvú a zároveň jednoducho pochopiteľnú oblasť fungovania ekonomiky, jej reakcie na špecifické hospodársko-politické kroky a širokú škálu zmien v ponuke a dopyte, zapríčiňujúcich nestabilitu. Teória je zjednodušením reality. Výzvou pre ekonómov je opísať vo forme modelov zjednodušenú realitu, zložité správanie sa miliónov ekonomicky aktívnych jednotlivcov. Dobrý model nám umožní s určitou pravdepodobnosťou predpovedať dôsledky rôznych zásahov do ekonomiky, a tým dosahovať spoločensky prospešné ciele.

Ekonómovia sa často nezhodnú v tom, ktorý je ten „dobrý“ model ekonomiky. Výsledkom sú spory, ktoré charakterizujú nielen 20. storočie ekonomického myslenia.[1]

Zo širšieho hľadiska je súčasné chápanie makroekonómie iba ďalšou kapitolou ekonomického chápania. Asi netreba podčiarkovať, že na začiatku vývoj nemal priamočiary spád. Mnohí ekonómovia to dokonca prirovnávajú k revolúcii. Preto by sme si mali povedať pri každej makroekonomickej teórií klady, zápory a odlišnosť od predchádzajúcich. A tak ich umiestniť do určitého usporiadania, vytvoriť medzi nimi súvislosti. Terajšiu prítomnosť alternatívnych pohľadov vnímame skôr kladne, než záporne. Keďže nás to posunie k lepšiemu pochopeniu určitých súvislostí, ktoré sme si

[1] Mlynarovič, V., Miťková V. Makroekonomická analýza, Iura edition, 2010 Bratislava, ISBN 979-80-8078-321.

nemuseli uvedomiť pri vytváraní modelu. Práve tieto rozpory a konflikty sú hnacím motorom pri vývoji nových modelov.

Vývoj ekonomických teórií

V makroekonómii sa môžeme stretnúť s dvoma hlavnými prístupmi: keynesovským a klasickým. Ak skúmame súvislosti medzi rôznymi cieľmi a efektívnosťou trhov pri zosúladení ekonomickej aktivity, privedie nás to k záveru, že sa nám ponúka otázka, aká je úloha vlády. Mierou a spôsobom zasahovania sa zoberal A. Smith (1776) vo svojej publikácií *Bohatstvo národov*, Keynes (1936) odmietal nekontrolovaný voľný trhový mechanizmus. Týmto problémom sa v 20. storočí venovalo mnoho času. Klasický prístup zdôrazňuje súkromné vlastníctvo zúčastnených na trhu a efektívnosť trhu. Avšak keynesovská škola verí, že ak chceme pochopiť ekonomické pohyby a zmeny, nie je potrebná iba všeobecná rovnováha, ale je potrebné pripustiť možnosť, že trh zlyhá. V tomto prístupe je väčší priestor, kde môže pôsobiť vláda.

Urobíme si krátky prehľad a pokúsime sa zhrnúť vývoj ekonomického myslenia od dôb fyziokratov a merkantilistov cez klasickú a keynesovskú ekonómiu až po súčasnosť. Pokúsime sa to zjednodušiť.

Ranné ekonomické teórie

Počiatky ekonomickej teórie boli spojené so vznikom moderného kapitalizmu v Európe. Merkantilizmus je ekonomickou náukou, ktorá sa rozvíjala od 15. až po 18. storočie. Tvrdila, že bohatstvo národa závisí od nahromadenia zlata a striebra. Cieľom bolo urýchliť nahromadenie bohatstva v peňažnej forme, a tak zabezpečiť rozvoj formujúcej sa kapitalistickej spoločnosti.

Tie národy, ktoré nemali vo svojom vlastníctve bane, mohli získať tieto kovy len pri obchodovaní so zahraničím. Vývoz drahých kovov bol zakázaný. Charakteristické boli vysoké clá, ťažba drahých kovov, dobyvačné vojny. Táto doktrína odporúčala dovážať lacné suroviny, ktoré sa potom použijú na výrobu tovarov, ktoré budú určené na vývoz. Bola teda podporovaná manufaktúrna výroba, ktorá bola neskôr vyvezená. Táto doktrína taktiež odporúčala uvaliť ochranárske tarify na tovary zo zahraničia a zakazovala výrobu v kolóniách. Cieľ bolo dosiahnuť aktívnu obchodnú bilanciu.

Fyziokrati boli ďalším smerom, ktorý tvorila skupina francúzskych mysliteľov a spisovateľov 18. storočia. Vyvinuli teóriu, na základe ktorej ekonomiku považovali za cyklus príjmov a produktov. Pôdu a poľnohospodárstvo pokladali za jediný zdroj bohatstva, ktorá vytvára čistý prebytok. Oponovali merkantilistickej politike podpory výroby a obchodu na úkor poľnohospodárstva. Navrhovali pretvoriť administratívne náročný výber daní na jednoduchú daň z príjmu vlastníkov pôdy. Na rozdiel od merkantilistov v hojných zásahoch do obchodov sa držali francúzskeho hesla laissez-faire vo voľnom preklade „nechajte podnikaniu voľný priebeh“.

Klasická ekonómia (18.-19. storočie)

Za zrodenie ekonómie ako samostatnej vedeckej disciplíny sa považuje dielo A. Smitha Bohatstvo národov z roku 1776. Za tri faktory produkcie a hlavné zdroje bohatstva národov uviedol pôdu, prácu, kapitál.

Spotrebná funkcia je jadrom Keynesovej teórie ekonomických zmien. Nemohol si ju overiť na údajoch. Overovanie záverov o funkcií spotreby s údajmi vyvolalo niekoľko otázok. Dnes je bežné, že sa spotreba určuje z údajov. Sú to najmä údaje, ktoré sme získali zo systému národných účtov, využívajú sa aj štatistiky, ktoré poskytujú detailnejšie informácie z rodinných účtov. Prvým predpokladom Keynesa bolo, že hraničný sklon k spotrebe je hodnota, ktorá sa pohybuje na intervale 0 a 1. Keynes tvrdí, že ľudia majú tendenciu zvýšiť svoju spotrebu, ak rastie ich príjem. Nie však o toľko, o koľko vzrástol ich príjem. Druhým predpokladom bolo, že pomer spotreby k príjmu – priemerný sklon k spotrebe, klesá, ak príjem rastie. Veril, že úspory sú luxusným tovarom a predpokladal, že bohatí usporia zo svojho príjmu väčšiu časť ako chudobní. A tretým predpokladom bolo, že pokladal príjem za hlavný faktor určujúci spotrebu a tvrdil, že úroková miera má len nevýznamnú úlohu. Za základný problém považoval otázky ekonomickej efektívnosti, stability, rastu a rovnosti. Spotreba podľa týchto troch hypotéz vyzerala:

$$c = c_a + c_y y, \quad c_a > 0, 0 < c_y < 1, c_{yy} < 0$$

Kde c je spotreba, y predstavuje disponibilný príjem, c_a je konštanta, často nazývaná autonómnou spotrebou a c_y je hraničný sklon k spotrebe. Teda vyšší príjem má za následok vyššiu spotrebu aj väčšie úspory. Ak rastie príjem, priemerný hraničný sklon k spotrebe klesá. Keynes pripúšťal, že aj úroková miera vplýva na spotrebu, ale len teoreticky.

Neskôr vzniklo mnoho otázok, ktoré sa týkali spotreby, tak ako ju popísal Keynes. Ekonómovia sa neustále zaoberali štúdiom funkcie spotreby. Namietali proti hypotéze, že priemerný hraničný sklon k spotrebe klesá s rastom príjmu. V USA počas druhej svetovej vojny uvažovali, že nakoľko príjmy rastú, domácnosti spotrebujú menšiu a menšiu časť svojho príjmu. Preto sa obávali, že nebude dostatok investičného dopytu, aby sa vyčerpali vytvárajúce úspory. Na základe Keynesovej funkcie očakávali, že hospodárstvo narazí na sekundárnu stagnáciu, dlhú depresiu, ktorá by trvala neznámy čas, ak by vláda nepoužila svoje nástroje na povzbudenie agregovaného dopytu. Koniec druhej svetovej vojny však neuvrhol hospodárstvo USA do ďalšej depresie, Keynesova hypotéza neplatila, príjmy Američanov po vojne boli väčšie ako pred tým. Nevzrástla miera úspor. S. Kuznets na základe amerických historických údajoch zistil, že podiel spotreby na príjmoch je stabilný[2]. Podľa Kuznetsa to signalizovalo to, že priemerný hraničný sklon k spotrebe je počas dlhého obdobia konštantný. Tento nepochopiteľný fakt, že hypotéza platí na horizonte krátkodobých údajov rodinných účtov a neplatí na dlhodobých časových radoch, sa pokúšali nejako vysvetliť. Podujali sa na to F. Modigliani a M. Friedman, ktorí vychádzali z práce I. Fishera.

Fisherova teória spotreby

[2] Pre bližšie info pozri S. Kuzneets, Use of National Income in Peace and War, New York, National Bureau of Economic REsearch, 1941 a S Kuznets, National Product Since 1869, National Bureau on Economic REsearch.

Fisher uvažuje s akými prekážkami sa stretáva spotrebiteľ, keď sa rozhoduje o tom, koľko spotrebuje a koľko si usporí. Ak teraz spotrebuje viac, menej mu ostane pre budúcnosť. Každý jednotlivec má určité túžby, ale to čo si môže dovoliť závisí od jeho rozpočtového ohraničenia. Vychádzame z toho, že spotrebiteľ žije v dvoch obdobiach. Prvé obdobie je to, keď je spotrebiteľ mladý a druhé obdobie, keď je starý. V období 1 spotrebiteľ zarobí príjem vo výške y_1 a spotrebuje c_1. Analogicky v druhom období. Zarobí y_2 a spotrebuje c_2.

V obidvoch premenných je zohľadnená inflácia. Takisto vieme, že spotrebiteľ si môže požičať a rovnako môže aj sporiť. Čiže spotreba v každom z týchto dvoch období môže byť väčšia alebo menšia ako príjem v príslušnom období. Avšak spotreba nemôže byť väčšia ako súčet disponibilných príjmov oboch období.

Úspory v prvom období môžeme vypočítať ako rozdiel príjmu a spotreby:

$$s = y_1 - c_1$$

Pričom s sú úspory. Podľa Fishera sa spotreba v druhom období rovná naakumulovaným úsporám, vrátane úrokov za úspory, plus príjem v druhom období. Čo môžeme vyjadriť takto: $c_2 = (1 + r)s + y_2$

kde r je reálna úroková miera. Tretie obdobie neexistuje a preto sporiteľ nesporí pre tieto potreby. Úspory môžu predstavovať v prvom období úspory aj pôžičky. Ak spotreba v prvom období neprevyšuje príjem v tomto, spotrebiteľ nadobudne kladné s, čiže uspori. Podobne ak bude spotreba v prvom období vyššia ako príjem, s je záporné, a teda spotrebiteľ žije z pôžičiek. Uvažujme, že sú úroky z pôžičiek a úroky z úspor rovnaké. Touto tematikou sa zaoberal Hall.

Ak by sme si odvodili rozpočtové ohraničenie na základe vyššie uvedených vzťahov dostaneme:

$$c_2 = (1 + r)(y_1 - c_1) + y_2$$

Po ekvivalentnej úprave (spotrebu sme dali na ľavú stranu a predelili výrazom $(1 + r)$ to môžeme zapísať aj takto:

$$c_1 + \frac{c_2}{(1 + r)} = y_1 + \frac{y_2}{(1 + r)}$$

Podľa tejto rovnice môžeme tvrdiť, že spotreba v dvoch obdobiach sa rovná príjmu v dvoch obdobiach. Ak by bolo $r = 0$ spotreba v dvoch obdobiach by sa rovnala príjmu dvoch období, ale obvykle $r > 0$. Faktor $1/(1 + r)$ je cenou spotreby v druhom období meranou spotrebou prvého obdobia: je to časť spotreby prvého obdobia, ktorej sa spotrebiteľ musí vzdať, aby získal jednu jednotku spotreby druhého obdobia. Je to dôsledok toho, že spotrebiteľ získava úroky na bežný príjem z ktorého sporí. Fisher toto vysvetľuje na priamke rozpočtového ohraničenia spotrebiteľa v dvoch obdobiach.

Modigliniho hypotéza životného cyklu

Na Fishera nadviazal Franco Modigliani so svojimi kolegami. Hypotézu, ktorou sa zaoberal Fisher mierne upravil. Tvrdil, že príjem spotrebiteľa sa sústavne počas života

mení a úspory z vysokého príjmu v určitom okamihu môžu spotrebitelia presúvať do obdobia, kedy majú nízky príjem. Toto správanie je hypotéza Modigliniho životného cyklu.

Modigliani uvažuje, že každý človek je ekonomický činný určitý čas, potom prestáva pracovať a ide na penziu. Ak si chcú títo ľudia udržať životný štandard, na ktorý sú zvyknutí, mali by šetriť počas aktívneho života. Ak by spotrebiteľ žil ešte T rokov a má bohatstvo rovné w, bude očakávať, že bude mať príjem vo výške y počas R rokov až dovtedy, kým neodíde na dôchodok.

Ako by mal postupovať, keby chcel mať vyrovnanú spotrebu počas celého života? Najprv si povieme aké sú jeho zdroje. Pre začiatok je to jeho bohatstvo w a celoživotný zárobok y počas R rokov $R \times y$. Modigliani nepredpokladá, ale my pre jednoduchosť budeme predpokladať, že úroková miera je rovná nule. Keď to zapíšeme do vzťahu jeho vyrovnaná spotreba každý rok bude rovná:

$$c = \frac{w + Ry}{T}$$

Funkcia spotrebiteľa sa dá vyjadriť:

$$c = \frac{1}{T}w + \frac{R}{T}y$$

Táto rovnica vyjadruje, že spotreba spotrebiteľa je funkciou aj w aj y. Teda z toho vyplýva, že vysoký príjem vyvoláva nízky priemerný sklon k spotrebe, ak je odvodený zo samostatných dát jednotlivcov, alebo v krátkom období.

$$\frac{C}{y} = \alpha\left(\frac{w}{y}\right) + \beta$$

Pričom α je hraničný sklon k spotrebe vzhľadom na bohatstvo a parameter β je hraničný sklon k spotrebe vzhľadom na príjem. Všimnime si, že bohatstvo sa pridalo ako druhý člen príjmu.

V dlhodobom horizonte bohatstvo a príjem rastú spolu a tento rast smerom na hor spôsobuje, že priemerný sklon k spotrebe neklesá, keď rastie príjem, čo naznačuje, že podiel bohatstva a príjmu je konštantný a takisto je konštantný priemerný sklon k spotrebe. Modigliani teda vysvetlil otázky, ktoré sa týkali priemerného sklonu k spotrebe v dlhodobom období. Pridanie bohatstva ako ďalšieho parametra do funkcie spotreby odstránilo nedostatky, na ktoré narazili vyššie spomenutí ekonómovia, ktorí si nevedeli vysvetliť, prečo sa funkcia spotreby v dlhodobom horizonte nesprávala tak, ako uvádza Keynes.

Hypotéza permanentného príjmu

Friedman uvádza vo svojej knihe z roku 1957 hypotézu permanentného príjmu, ktorá má vysvetľovať správanie spotrebiteľa.[3] Taktiež nadviazal na Fisherovu teóriu a tvrdí, že spotreba by nemala závisieť iba od príjmu. Vyzdvihuje fakt, že spotrebitelia vedia, že

[3] Friedman M, A Theory of the Consumption Function (Princenton, N. J.:Princenton University Press, 1957.

príjem sa môže hocikedy dočasne náhodne zmeniť. Domnieva sa teda, že príjem sa skladá z dvoch zložiek. A to z permanentného príjmu y^p a dočasného príjmu y^d. Môžeme to napísať do rovnice:

$$y = y^p + y^d$$

O permanentnom príjme spotrebitelia predpokladajú, že ho budú vytvárať, teda dostávať aj v budúcnosti. O dočasnom príjme si to nemyslia. Friedman vysvetľuje svoju hypotézu aj iným spôsobom – na príklade. Aj my si uvedieme podobný príklad.

Ak niekto úspešne vyštudoval vysokú školu, zarobí viac oproti niekomu, kto má iba základné vzdelanie, čo je dôsledkom toho, že študoval dlhšie. Čo mu v budúcnosti poskytuje vyšší permanentný príjem, pretože vzdelanie je trvalo platné.

Nekryté letné kúpaliská na Orave zarobili omnoho viac v tejto letnej sezóne oproti minulým rokom, pretože bolo slnečné počasie. Ich väčší príjem vyplýva z dočasného príjmu, pretože na budúci rok nemusí byť toľko slnečných dní.

Z týchto príkladov plynie pre nás to, že odlišné druhy príjmu majú rozdielne trvanie. Dobré vzdelanie nám zaručuje permanentne vyšší príjem, čo sa na rozdiel o počasí nedá povedať. Na to sa nedá spoľahnúť. Friedman hovorí teda, že existujú dva druhy príjmov: trvalý a dočasný. Spotreba by podľa neho mala závisieť hlavne od trvalého príjmu, pretože tento ustálený priebeh môžu spotrebitelia využiť pri zmene dočasného príjmu. Podľa neho by sme mohli funkciu spotreby vyjadriť takto:

$$c = \alpha y^p,$$

pričom α je konštanta (podľa Friedmana by mala byť blízka 1). Spotreba je v tejto rovnici proporcionálna permanentnému platu. Mnoho ekonómov dávalo do vzťahu bežný príjem a spotrebu. Friedman hovorí, že Keynes použil vo svojej štandardnej funkcii spotreby nesprávnu premennú, preto neskôr vykazovala rôzne protirečivé výsledky. Ešte sa pozrieme na problém priemerného sklonu k spotrebe. Ak vydelíme obe strany y, získame:

$$\frac{c}{y} = \frac{\alpha y^p}{y}$$

Vidíme, že priemerný sklon k spotrebe závisí od podielu permanentného a bežného príjmu. Ak bežný príjem dočasne vzrastie, priemerný sklon k spotrebe dočasne klesne. Naopak keď bežný príjem dočasne klesne, priemerný sklon k spotrebe dočasne vzrastie. Ak sa jedná o štúdie založené na dátach o spotrebe domácnosti, tak tieto dáta odrážajú kombináciu dočasného a trvalého príjmu. Tie domácnosti, ktoré majú vysoký permanentný príjem, majú vyššiu aj spotrebu. Ak by sa týkali všetky zmeny permanentného príjmu, nepozorovali by sme odlišnosti v priemernom sklone k spotrebe. Domácnosti s vysokým dočasným príjmom by nemali vyššiu spotrebu. Ekonómovia by zistili, že domácnosti s vysokým príjmom by mali priemerne nižší sklon k spotrebe.

Prehľad a motivácia

Ďalšie dve podkapitoly sa zaoberajú spotrebou. Spotrebu sme si rozdelili na krátkodobú a dlhodobú, pretože v makroekonómii je zaužívané takéto rozdelenie. Z pohľadu teórie hospodárskeho cyklu je spotreba najväčšia časť celkových výdavkov. Jedným z hlavných aspektov teórie spotreby je téma vyrovnávania (smoothing) spotreby[4]. Z údajov je zrejmé, že krátkodobé (nondurables) služby nie sú také volatilné ako príjem. S tým súvisí, že dlhodobé výdavky sú jedny z volatilnejších prvkov na účtoch HDP. Sú to dôležité fakty, ktorým naše teórie a odhadované modely musia čeliť. Táto kapitola sa zameriava na spotrebu krátkodobých tovarov a služieb. Začneme jednoduchým modelom s dvomi obdobiami, aby sme si celú situáciu vedeli predstaviť. Neskôr budeme postupovať k zložitejším modelom správania spotrebiteľov s nekonečným časovým horizontom, pridávaním rôznych foriem neistoty alebo obmedzení požičiavania.

1.1 Problém dvoch období

Problém dvoch období je dobrým východiskovým bodom, aby sme si urobili obraz o spotrebe a rozhodnutí sporiť. Začneme uvedením tohto problému a jeho riešením, a potom diskusiou niektorých rozšírení.

1.1.1 Základný problém

Spotrebiteľ maximalizuje diskontovanú (discount) súčasnú hodnotu spotreby cez dve obdobia. Za predpokladu, že preferencie sú oddeliteľné na celé obdobia, má užitočnosť (utility) tvar:

$$\sum_{t=0}^{1} \beta^t u(c_t) = u(c_0) + \beta u(c_1) \tag{1.1}$$

kde $\beta \in [0,1]$ voláme diskontný faktor. Môžeme ho poznať z optimálneho modelu rastu. Tento parameter je viazaný k marginálnemu produktu kapitálu ako súčasť rovnovážneho rozdelenia (equilibrium allocation), pracujeme s ním ako s fixným parametrom. Obdobie 0 je počiatočné obdobie, pričom $\beta^0 = 1$. Spotrebiteľ je vybavený počiatočným bohatstvom na začiatku obdobia 0 a zarobí príjem y_t v období $t = 0; 1$. Pre túto chvíľu sú tieto príjmové toky exogénne. Predpokladáme, že spotrebiteľ si môže voľne požičať i požičiavať za fixnú úrokovú sadzbu medzi každým z týchto dvoch období života. Potom spotrebiteľ čelí dvom obmedzeniam, jedným pre každé obdobie života:

$$a_1 = r_0 (a_0 + y_0 - c_0)$$

a

$$a_2 = r_1 (a_1 + y_1 - c_1)$$

kde y_t je obdobie t príjmu a a_t je bohatstvo spotrebiteľa na začiatku obdobia t. Je dôležité si uvedomiť načasovanie a spôsob zápisu predpokladov dosiahnutých pri týchto rozpočtových obmedzeniach. Po prvé, r_t predstavuje hrubý výnos (return) z bohatstva medzi obdobím t a obdobím $t + 1$. Po druhé, spotrebiteľ zarobí toto bohatstvo plus príjem pri nižšej spotrebe v danom období. Je to, ako keby sme sa na začiatku obdobia

[4] Budeme ju definovať nižšie

rozhodovali, ako budeme spotrebovávať príjem, a potom získame úroky za dané obdobie. Na načasovaní tohto rozhodnutia nič kritické nezávisí, ale je potrebné byť pri tomto dôsledný.

V tomto modeli máme aj niektoré ďalšie obmedzenia, ktoré berieme na vedomie. Po prvé, obmedzíme spotrebu, aby nebola záporná. Po druhé, zásoby aktív, ktoré ostanú na konci spotrebiteľovho života (a_2) musia byť nezáporné. Inak by sa spotrebiteľ zariadil tak, že by míňal o mnoho viac, ako by mal k dispozícii $a_2 = -\infty$ a zomrel (relatívne spokojne) s obrovským zadlžením. Preto ponecháme $a_2 > 0$. Tieto obmedzenia sa nazývajú (flow constraints) obmedzenia prietoku a zdôrazňujú medzičasový vývoj zásob aktív ovplyvnených spotrebou. Ako vidíme, je prirodzené myslieť na zásoby aktív ako stavové premenné (state variables) a spotrebu ako (control) riadiacu premennú.

Existuje alternatívny spôsob, ako vyjadriť spotrebiteľove obmedzenia, ktoré kombinujú tieto dve (flow) prietokové podmienky nahradením prvej za druhú. Po úprave získame:

$$a_2/(r_1 r_0) + c_1/r_0 + c_0 = (a_0 + y_0) + y_1/r_0 \tag{1.2}$$

Ľavá časť tohto výrazu predstavuje výdavky spotrebiteľa na tovary v oboch obdobiach života a na zásoby aktív držaných na začiatku 2 obdobia. Pravá strana meria celkové množstvo zdrojov dostupných pre domácnosť na výdavky, ktoré míňa v priebehu života. To je typ "zdrojov" verzus "použitia" formulovaných životným rozpočtovým obmedzením. Meradlom pre tento výraz rozpočtového obmedzenia je obdobie 0 spotreby tovarov. Maximalizáciou rovnice (1.1) s ohľadom na (c_0, c_1) podľa (1.2) získame:

$$u'(c_0) = \lambda = \beta r_0 u'(c_1) \tag{1.3}$$

nevyhnutnú podmienku pre optimálnosť, kde λ je multiplikátor k rovnici (1.2). Toto je medzičasová podmienka prvého rádu (nazývaná Eulerova rovnica spotrebiteľa), ktorá sa týka hraničnej užitočnosti spotreby dvoch období.

Vzhľadom na navrhované riešenie predpokladáme, že spotrebiteľ znižuje spotrebu malým množstvom v období 0 a zvýši úspory o túto istú sumu. Náklady na túto odchýlku sú dané $u'(c_0)$. Domácnosť bude zarábať r_0 medzi dvomi obdobiami a bude konzumovať tieto extra jednotky spotreby v období 1. To vedie k zníženiu diskontovaného zisku v užitočnosti danej pravou stranou rovnice (1.3.). Ak táto podmienka platí, životná užitočnosť sa nemôže zvýšiť takouto odchýlkou od optimálnej cesty. Je nevyhnutnou podmienkou, pretože (1.3) zachytáva veľmi zvláštny druh odchýlky od navrhovaného riešenia: znížili by sme spotrebu dnes a zvýšili ju v budúcom období.[5] Platí to aj pri probléme, kde sú iba dve obdobia. Spotrebiteľ môže znížiť spotrebu v období 0 a použiť ju k zvýšeniu a_2.

Samozrejme je aj ďalšia podmienka prvého rádu spojená s (1.1), a to voľba a_2. Derivácia podľa a_2 je daná:

$$\lambda = \phi$$

kde ϕ je nezáporný multiplikátor pre a_2. Takže, obmedzenie nezápornosti viaže ($\phi > 0$) vtedy a len vtedy, ak je hraničná užitočnosť spotreby pozitívna ($\lambda > 0$). To znamená, že je sub-optimálne ak pri väčšej spotrebe ponecháme peniaze v banke.

[5] Pri všeobecnejších problémoch (kedy máme viac ako dve obdobia) budeme mať ďalšie rozdiely.

Toto má dva dôsledky, ktoré musíme mať na pamäti. Po prvé, pri premýšľaní o výnimkách z možných (candidate) riešení máme právo ignorovať možnosť použitia zníženia c_0 a zvýšenia a_2, čo zjavne nie je žiaduce. Po druhé, a snáď ešte dôležitejšie, je vedieť, že $a_2 = 0$. To je kritická časť pri riešení tohto problému. Pri pohľade na Eulerovu rovnicu tá sama zaručuje, že spotreba je optimálne alokovaná počas období, ale táto podmienka môže mať akúkoľvek hodnotu a_2. Vzťah (1.3) je len nevyhnutnou podmienkou na optimalizovanie; podmienka $a_2 = 0$ je rovnako potrebná. Keď $a_2 = 0$, obmedzenie spotrebiteľa zjednodušuje na:

$$c_1/r_0 + c_0 = a_0 + y_0 + y_1/r_0 \equiv w_0 \qquad (1.4)$$

kde w_0 je celoživotné bohatstvo spotrebiteľa v období 0. Optimálny výber spotreby závisí na miere celoživotného bohatstva (w_0) a mezičasových obchodov (r_0). Pri absencii akýchkoľvek obmedzení na kapitálovom trhu je načasovanie príjmu domácností po celú dobu životnosti nepodstatné pre ich rozhodovanie o spotrebe. Namiesto toho sa rozdiely v načasovaní príjmov, vzhľadom k w_0, jednoducho odrážajú v úrovni úspor medzi dvoma obdobiami.[6]

Napríklad, predpokladajme, že užitočnosť je kvadratickou funkciou spotreby:

$$u(c) = a + bc - \left(\frac{d}{2}\right)c^2$$

kde požadujeme aby $u'(c) = b - dc > 0$. V tomto prípade je Eulerova podmienka zjednodušená:

$$b - dc_0 = \beta r_0(b - dc_1)$$

Vďaka ďalšiemu zjednodušeniu $\beta r_0 = 1$, máme konštantnú spotrebu: $c_0 = c_1$. Všimnime si, že táto predpoveď je nezávislá na načasovaní príjmu počas obdobia 0 a 1. Toto je príklad oveľa všeobecnejšieho javu, nazývaného vyhladzovanie spotreby (consumption smoothing).

1.1.2 Stochastický príjem

Teraz pridáme určitú neistotu k nášmu problému za predpokladu, že príjem v období 1 (y_1) nie je známy spotrebiteľovi v období 0. Ďalej využijeme, že $A_2 = 0$ a prepíšeme optimalizačný problém do kompaktnejšej formy:

$$\max_{c_0} E_{y_1|y_0}[u(c_0) + \beta u(R_0(A_0 + y_0 - c_0) + y_1)]$$

kde sme substituovali c_1 rozpočtovým obmedzením. Poznamenajme, že očakávanie je tu používané s ohľadom na jedinú neznámu premennú (y_1), podmienené poznaním príjmu v období 0 (y_0). V skutočnosti, predpokladáme, že:

$$y_1 = \rho y_0 + \varepsilon_1$$

kde $|\rho| \in [0, 1]$. ε_1 je príjmový šok, pre ktorý nevieme prognózovať informácie na obdobie 0. Pri riešení optimalizačného problému spotrebiteľ predpokladá, že informácie o budúcich príjmoch bude poznať, ak bude pozorovať bežný príjem na účte. Eulerova rovnica pre tento problém je daná:

$$u'(c_0) = E_{y_1|y_0}\beta R_0 u'(R_0(A_0 + y_0 - c_0) + y_1)$$

[6] Daňová politika ovplyvní úspory, ale nie rozhodnutie spotrebovať, bližšie vysvetlené v Adda, J., Copper R. Dynamic Economics: Quantitative Methods and Applications. MIT Press 2002, s. 318

Poznamenajme, že hraničná užitočnosť budúcej spotreby je stochastická. Takže substitučný vzťah daný Eulerovou rovnicou odráža stratu užitočnosti dnes zo zníženej spotreby vo vzťahu k očakávanému zisku, ktorý závisí na realizácií príjmu v období 1.
Špeciálny prípad kvadratickej užitočnosti a $\beta R_0 = 1$ zdôrazňuje závislosť rozhodnutia o spotrebe na pretrvávaní kolísavosti príjmu. Pre tento prípad sa nám Eulerova rovnica zjednoduší na:

$$c_0 = E_{y_1|y_0} c_1 = R_0(A_0 + y_0 - c_0) + E_{y_1|y_0} y_1$$

Ak počítame čomu sa rovná c_0 a $E_{y_1|y_0} y_1$ získame:

$$c_0 = \frac{R_0(A_0 + y_0)}{(1 + R_0)} + \frac{\rho y_0}{(1 + R_0)} = \frac{R_0 A_0}{(1 + R_0)} + y_0 \frac{(R_0 + \rho)}{(1 + R_0)} \qquad (1.5)$$

Tento výraz dáva do vzťahu spotrebu obdobia 0 k príjmu v období 0 cez dva oddelené kanály. Po prvé, kolísanie y_0 priamo ovplyvňuje bežne dostupné zdroje domácnosti. Po druhé, kolísanie y_0 poskytuje informácie o budúcich príjmoch (iba ak $\rho = 0$). Z (1.5) máme:

$$\frac{\partial c_0}{\partial y_0} = \frac{(R_0 + \rho)}{(1 + R_0)}$$

V krajnom prípade príjmového šoku (ρ = 0), spotrebitelia šetria zlomok zvýšených príjmov a spotrebúvajú zostatok. V opačnom krajnom prípade pri neustálych šokoch (ρ = 1), súčasná spotreba ide ruka v ruke s aktuálnym príjmom. V tomto prípade úspory vôbec nezodpovedajú príjmu. Čiže citlivosť spotreby na zmeny príjmov závisí od stálosti týchto šokov. Obidva z týchto extrémnych výsledkov odzrkadľujú základnú podstatu problému optimálnej spotreby: vyrovnávanie (smoothing) spotreby. Znamená to, že zmeny v súčasnom príjme sa šíria v časových úsekoch za účelom splniť podmienku Eulerovej rovnice, tzn. súčasná hraničná užitočnosť sa rovná diskontovanej užitočnosti budúcej spotreby, označenej R_0. Platí, že vyhladzovanie spotreby je medzičasové vyjadrenie bežnosti vlastníctva statkov, ktorú skúma teória statického dopytu.
Zaujímavý aspekt vyrovnávania spotreby zvýrazňuje náš príklad: ak sa pretrvávanie šokov zvyšuje, tak sa zvyšuje aj odozva spotreby na zmenu príjmu. V skutočnosti, to dáva zmysel: ak sa predpokladá, že bude pretrvávať zvyšovanie príjmu, nie je potreba odkladať súčasný nárast príjmu, pokiaľ sa znovu objaví aj v nasledujúcom období.

1.1.3 Voľba v portfóliu

Zaujímavé je rozšírenie problému dvoch období pridaním viacerých aktív. Aj v minulosti sa dával do spojitosti problém optimalizácie spotreby a cenové modely aktív (asset). My sa tieto vzťahy pokúsime vyjadriť jasnejšie. Začneme s problémom úspor, kde budeme mať dve aktíva. Predpokladáme, že domácnosť nemá počiatočné imanie a môže ušetriť z bežného príjmu pomocou dvoch aktív (assets). Jedno aktívum je nestochastické, má jedno obdobie hrubého výnosu R^s a druhé aktívum je riskantné, s výnosom označeným $\tilde{R}^r$ a znamená výnos $\bar{R}^r$. Označme a^r a a^s typ aktív $j = r, s$ (asset) spotrebiteľovho majetku. Ceny aktív (assets) v období 0 sú stanovené 1.
Problém výberu, ktorí musia uskutočniť spotrebitelia môžeme zapísať do vzťahu:

$$\max_{a^r a^s} (y_0 - a^r - a^s) + E_{\bar{R}^r} \beta u(\bar{R}^r a^r + R^s a^s + y_1)$$

Tento vzťah zjednodušíme za predpokladu, že s istotou poznáme y_1. Podmienky prvého rádu sú:

$$u'(y_0 - a^r - a^s) = \beta R^s E_{\tilde{R}^r} u'(\tilde{R}^r a^r + R^s a^s + y_1)$$

a

$$u'(y_0 - a^r - a^s) = \beta E_{\tilde{R}^r} \tilde{R}^r u'(\tilde{R}^r a^r + R^s a^s + y_1)$$

Poznamenajme, že sme zatiaľ nestanovili žiadne podmienky týkajúce sa držania týchto aktív. Spotrebiteľovi sme povolili predávať alebo kupovať obidve aktíva. Predpokladáme, že $u(c)$ je rýdzo konkávna, teda spotrebiteľ má averziu k riziku. Ďalej predpokladáme, že hľadáme podmienky pri ktorých domácnosti budú držať pozitívne množstvo oboch aktív. Teda budeme očakávať, že spotrebiteľ bude mať vykompenzované riziko, ktoré je spojené s držaním rizikového aktíva.

Ak tieto dve podmienky prvého rádu dáme do rovnosti a pritom využijeme fakt, že očakávaný výnos dvoch náhodných premenných je očakávaný výnos plus kovariancia, získame:

$$R^s = \bar{R}^r + \frac{cov[\tilde{R}^r, u'(\tilde{R}^r a^r + R^s a^s + y_1)]}{E_{\tilde{R}^r} u'(\tilde{R}^r a^r + R^s a^s + y_1)} \tag{1.6}$$

Znamienko čitateľa v zlomku na pravej strane závisí na znamienku a^r. Ak spotrebiteľ drží obidve bezrizikové (riskeless) a rizikové aktíva ($a^r > 0$ a $a^s > 0$), potom rýdzo konkávna $u(c)$ naznačuje, že kovariancia musí byť negatívna.

V tomto prípade, $\bar{R}^r$ musí byť vyššie ako R^s a spotrebiteľ musí mať vykompenzované to, že drží rizikové aktívum. Ak sú priemerné výnosy rovné, potom spotrebiteľ nedrží riskantné aktíva ($a^r = 0$) a (1.6) ich bude držať. Teda, ak $\bar{R}^r$ je menšie ako R^s, spotrebiteľ bude predávať riskantné aktíva a nakupovať ďalšie jednotky bezrizikového aktíva.

1.1.4 Výpožičné obmedzenia

Pri poslednom rozšírení modelu dvoch období zavedieme obmedzenie na požičiavanie agentov. Pre ilustráciu uvažujme veľmi extrémne obmedzenie, pri ktorom je agent schopný šetriť, ale nie požičať si $c_0 \leq y_0$. Preto optimalizačný problém spotrebiteľa má tvar:

$$\max_{c_0 < y_0} [u(c_0) + \beta u(R_0(A_0 - y_0 - c_0) + y_1)]$$

Označme multiplikátor obmedzenia požičiavania μ, podmienka prvého rádu je daná:

$$u'(c_0) = \beta R_0 u'(R_0(A_0 - y_0 - c_0) + y_1) + \mu$$

Ak podmienka nie je zväzujúca, potom má spotrebiteľ nezáporné úspory a platí známa Eulerova rovnica pre problém dvoch období. Ak však $\mu > 0$, potom $c_0 = y_0$ a

$$u'(y_1) > \beta R_0 u'(y_1)$$

Obmedzenie požičiavania je pravdepodobne menej viazané ak βR_0 nie je veľmi veľké a pokiaľ y_0 je veľké v porovnaní k y_1.

Dôležitý dôsledok modelu s obmedzením požičiavania je, že spotreba bude závisieť od načasovania prijatých príjmov (income receipts) a nie len od w_0. Predstavme si reštrukturalizáciu príjmu, pri ktorej vzrástlo y_0 a znížilo sa y_1 zanechajúc w_0 nezmenené. Pri absencii pôžičkových obmedzení by sa zákonitosti spotreby nezmenili. Ale ak obmedzenie požičiavania viaže, potom táto reštrukturalizácia príjmu povedie k zvýšeniu c_0

a zníženiu c_1 ako spotreby "nasledujúceho (follows)" príjmu. Do tej miery, že táto zmena v načasovaní príjmových tokov by mohla odrážať vládnu daňovú politiku (y_t potom vnímame ako after tax income-daň z príjmov). Prítomnosť pôžičkových obmedzení naznačuje, že načasovanie daní môže byť dôvod na spotrebné toky, a teda pre blaho.
Slabinou tejto a ďalších všeobecných modelov je, že nie je k dispozícii základ pre obmedzenie pôžičiek. Preto, nie je prekvapením, že sa o to vedci zaujímajú a chcú porozumieť zdroju obmedzenia pôžičiek.

1.2 Formulácia v nekonečnom horizonte: teória a empirický výskum

Uvažujeme teraz domácnosti s problémom optimálnej spotreby v nekonečnom horizonte. Potom prevedieme základné problémy ako vyhladzovanie spotreby a ďalšie aspekty rozmiestnenia optimálnej spotreby do nekonečného horizontu.

1.2.1 Bellmanova rovnica pri nekonečnom horizonte

Uvažujme domácnosť so zásobou bohatstva označenou A, aktuálnym tokom príjmov daný y a výnos zo svojich investícií za uplynulé obdobie daný R_{-1}. Potom (state) stavový vektor problému spotrebiteľa je (A, y, R_{-1}) a súvisiaca Bellmanova rovnica je:

$$v(A, y, R_{-1}) = \max_c u(c) + \beta E_{y',R|R_{-1},y}\, v(A', y', R)$$

Pre všetky (A, y, R_{-1}), kde prechodná (transition) rovnica blahobytu je daná:

$$A' = R(A + y - c)$$

Predpokladáme, že problém je stacionárny, čiže nie sú potrebné žiadne časové indexy. To si vyžaduje, okrem iného, aby príjem a výnosy (returns) boli stacionárne náhodné premenné, potom spoločná (joint) distribúcia (y', R) závisí len na (y, R_{-1}). Prechodná (transition) rovnica má rovnakú časovú špecifikáciu ako sme predpokladali pri probléme iba s dvomi obdobiami: úroky z bohatstva plus príjem z nižšej spotreby v danom období. Okrem toho, úrokovú sadzbu, ktorú použijeme, nemusíme poznať v čase, keď sa rozhodujeme o spotrebe. Takže očakávanie v Bellmanovskej rovnici je cez dve neznáme (y', R'), kde dané (state) stavové veličiny poskytujú informácie o prognóze týchto premenných.[7]

1.2.2 Stochastický príjem

Pri analyzovaní tohto problému najprv premýšľajme o špeciálnom prípade, kde sú známe výnosy z úspor, a jednotlivci čelia neistote iba čo sa týka príjmu. Ďalej budeme na tomto modeli stavať pridaním výberu portfólia, endogénej ponuky práce a obmedzenia požičiavania.

Teória

V tomto prípade, skúmame:

[7] V prípade, že sú známe rozhodovateľovi ďalšie premenné, ktoré poskytujú informácie o (y, R) budú taktiež zahrnuté v „state“ stavovom vektore.

$$v(A, y,) = \max_{c} u(c) + \beta E_{y'|y}\, v(A', y') \tag{1.7}$$

kde $A' = R(A + y - c)$ pre všetky (A, y). Riešenie tohto problému je funkcia ϕ, ktorá sa vzťahuje na stavový vektor: $c = \phi(A, y)$. Podmienka prvého rádu je:

$$u'(c) = \beta E_{y'|y}\, v_A(A', y') \tag{1.8}$$

ktorá platí pre všetky (A, y), kde $v_A(A', y')$ označuje $\partial v(A', y')/\partial A'$. Keď použijeme (1.7) na riešenie $E_{y'|y}\, v_A\,(A', y')$ získame Eulerovu rovnicu:

$$u'(c) = \beta E_{y'|y} u'(c') \tag{1.9}$$

Interpretácia tejto rovnice je, že hraničný pokles zmenšenej spotreby je vyvážený diskontovanou očakávanou hraničnou užitočnosťou zo spotrebovania výnosu (proceeds) v nasledujúcom období. Ako obvykle, táto Eulerova rovnica naznačuje, že odchýlka jedného obdobia z navrhovaného riešenia, ktoré spĺňa tento vzťah nebude zvyšovať užitočnosť. Eulerova rovnica (1.9), platí, pokiaľ spotreba dnes a zajtra je hodnotená pomocoufunkcie ϕ. V osobitnom prípade $\beta R = 1$, teória predpovedá, že hraničná užitočnosť spotreby nasleduje náhodnú prechádzku (random walk).

Vo všeobecnosti nie je možné vytvoriť uzavretú formu riešenia funkcie ϕ z údajov z týchto podmienok optimálnosti. Napriek tomu, niektoré vlastnosti tejto funkcie možno odvodiť. Vzhľadom k tomu, že $u(c)$ je rýdzo konkávna, môžeme ukázať, že $v(A, y)$ je rýdzo konkávna v A. Pomocou tohto a (1.8), funkcia $\phi(A, y)$, musí byť rastúca v A. Navyše, ak rastie v A mala by klesať spotreba a zvýšiť tak A'. To by bolo v rozpore z (1.8).

Na začiatok si uvedieme príklad, kde uvažujeme užitočnosť v tvare:

$$u(c) = \frac{c^{1-\gamma} - 1}{1 - \gamma}$$

a kde $\gamma = 1$ je špeciálny prípad $u(c) = \ln(c)$. Toto sa volá prípad konštantnej relatívnej averzie k riziku (CRRA), lebo $-cu''(c)\,/u'(c) = \gamma$.

Použitím tejto funkcie užitočnosti (1.9) dostaneme:

$$1 = \beta R E \left(\frac{c'}{c}\right)^{-\gamma}$$

kde sme prijali očakávania s ohľadom na budúcu spotrebu, ktorá prostredníctvom funkcie ϕ , závisí na (A', y'). Ako uvádzame nižšie v texte, túto rovnicu použijeme pre odhad parametrov funkcie užitočnosti, (β, γ).

Dôkaz

Hall (1978) sa zaoberá prípadom v ktorom je $u(c)$ kvadratická, potom hraničná užitočnosť spotreby je lineárna. V tomto prípade, spotreba sama o sebe bude procesom náhodnej prechádzky. Hall používa toto obmedzenie na testovanie tohto modelu spotreby. Ak spotreba nasleduje náhodnú prechádzku, potom:

$$c_{t+1} = c_t + \varepsilon_{t+1}$$

Teória predpokladá, že nárast spotreby (ε_{t+1}) by mal byť kolmý na všetky premenné známych v období t: $E_t \varepsilon_{t+1} = 0$. Hall používa súhrnné štvrťročné údaje s krátkodobobou (non durable) spotrebou. Ukazuje, že oneskorené skladové (stock) trhové ceny výrazne

predpovedajú nárast spotreby, ktorá porušuje hypotézy permanentného príjmu.[8] Flavinová (1981) rozširuje Hallovu analýzu, ktorá berie do úvahy všeobecné ARMA procesy príjmu. Prijem môže byť základom pre predpoveď rastu spotreby. Flavinová poukazuje na to, že toto zistenie nie je nevyhnutne v protiklade s predikciou modelu. Aktuálny príjem môže byť korelovaný s rastom spotreby nie kvôli zlyhaniu hypotézy permanentného príjmu, ale pretože aktuálny príjem naznačuje zmeny v stálom príjme. Flavinová však tiež odmieta tento model.

Význam súčasného príjmu vysvetľuje rast spotreby ukázaním ako dôkaz obmedzenia likvidity[9]. Mnoho autorov skúmalo tento problém.[10] Avšak, vo väčšine používali súhrnné údaje na testovanie modelu. Blundell a ďalší (1994) testujú model na báze mikro údajov a zistili, že demografické štatistiky, charakteristiky domácnosti a aktuálny príjem nepomohli predvídať rast spotreby.

1.2.3 Stochastické výnosy: Voľba portfólia

Už sme uvažovali problém výberu jednoduchého portfólia, keď sme mali iba dve obdobia, Teraz predpokladajme, že máme k dispozícii *N* aktív. Nech R_{-1} označuje vektor *N* hrubých výnosov medzi aktuálnym a predchádzajúcim obdobím, a nech A bude aktuálna zásoba bohatstva. Ako s_i označíme podiel aktív $i = 1,2,\ldots N$, ktoré drží spotrebiteľ. Normalizovaná cena každého aktíva na jednotku aktuálnej spotreby spotrebiteľa je potom:

$$c = A - \sum_i s_i$$

S ohľadom na túto skutočnosť, Bellmanova rovnica je daná vzťahom:

$$v(A, y, R_{-1}) = \max_{s_i} u\left(A - \sum_i s_i\right) + \beta E_{Ry'|R_{-1},y} v\left(\sum_i R_i s_i, y', R\right) \qquad (1.10)$$

kde R_i je stochastický výnos z aktív i. Poznamenajme, že $\mathbf{R}_{-1}$ je stavový vektor len preto, že informačná hodnota poskytuje výnos z ďalšieho obdobia, **R**. Podmienka prvého rádu pre problém optimalizácie platí pre $i = 1,2,\ldots,N$ a je:

$$u'(c) = \beta E_{R,y'|R_{-1},y}\, R_i v_A\left(\sum_i R_i s_i, y', R\right)$$

kde znova $v_A()$ je definované ako $\partial v()/\partial A$. Použitím (1.10) na riešenie derivujeme hodnotu funkcie, dostaneme:

$$u'(c) = \beta E_{R,y'|R_{-1},y}\, R_i\, u'(c') \qquad \text{pre } i = 1,2,\ldots N$$

kde bude samozrejme závisieť úroveň budúcej spotreby na vektore výnosov **R** a na realizácií budúceho príjmu y'. Tento systém Eulerových rovníc tvorí základ finančných modelov, ktoré odkazujú ceny aktív na spotrebu tokov. Tento systém je tiež základom pre tvrdenie, že konvenčné modely nie sú schopné vysvetliť pozorovaný rozdiel medzi výnosom (return) vlastného kapitálu a relatívne bezpečných dlhopisov. Konečne sa tieto podmienky používajú aj na odhad parametrov užitočnosti funkcie, ako napríklad parameter zakrivenia v tradičnej špecifikácii CRRA.

---

[8] Sargent (1978) tiež testoval hypotézu permanentného príjmu a model odmieta.
[9] Bližšie pozri obmedzenia likvidity
[10] Pozri napríklad Zeldes (1989b), Campbell a Mankiw (1989).

Tento prístup je najlepšie vidieť vďaka práci Hansena a Singletona (1982). Aby sme pochopili tento prístup pripomeňme, že Hall na testovanie modelu používa podmienky kolmosti optimálnej spotreby. V Hallovej práci sa neodhadujú žiadne parametre. O funkcii užitočnosti predpokladá, že je kvadratická a reálna úroková sadzba je pevná. Namiesto toho, Hall v podstate testuje uložené obmedzenia jeho modelu na predpokladané hodnoty parametrov.

Ak nasledujeme logiku Hansena-Singeltona tak nás to posúva o krok ďalej. Namiesto používania podmienok kolmosti k vyhodnoteniu predpovedí parametrizovaného modelu používajú tieto podmienky pre odhad modelu. Skutočnosť je taká, že ak pridávame ďalšie podmienky, ako sú parametre (t.j. v prípade ak je rovnica práce preidentifikovaná), potom výskumník môže obidva parametre odhadnúť a testovať platnosť modelu.

Empirická implementácia

Východiskovým bodom pre analýzu je Eulerova rovnica problému domácnosti s N aktívami. Prepíšeme, podmienky prvého rádu pomocou časových indexov, aby bolo jasné načasovanie rozhodnutia a realizácia náhodných veličín:

$$u'(c_t) = \beta E_t R_{it+1} u'(c_{t+1}) \qquad \text{pre } i = 1,2, \dots N \qquad (1.11)$$

kde je R_{it+1} definované ako reálny výnos aktíva i medzi obdobím t a $t+1$. Očakávanie je tu podmienené pre všetky premenné pozorované v období t. Neznáme premenné $t+1$ zahŕňajú výnos (return) aktív, práve tak ako obdobie príjmov $t+1$. Sila prístupu zovšeobecnenej metódy momentov (Generalized method of moments GMM) je odvodená z podmienky prvého rádu. V podstate nám teória hovorí, že pokiaľ podmienka ex post prvého rádu neplatí, prípadné odchýlky od nej, musia byť nepredvídateľné vzhľadom k informáciám o období t. To znamená, že realizácia obdobia $t+1$ nám hovorí, že príjem môže viesť spotrebiteľov k zvýšeniu spotreby v období $t+1$ a naznačuje, že ex post (1.11) neplatí. Táto výnimka nie je v rozpore s teóriou, pokiaľ to nie je predvídateľné vzhľadom k tomu, že máme informácie iba o období t. Formálne definujeme $\varepsilon_{t+1}^{i}(\theta)$ ako

$$\varepsilon_{t+1}^{i}(\theta) \equiv \frac{\beta R_{it+1} u'(c_{t+1})}{u'(c_t)} - 1 \qquad \text{pre } i = 1,2, \dots N \qquad (1.12)$$

Teda $\varepsilon_{t+1}^{i}(\theta)$ je miera odchýlky pre aktívum i. Pridali sme θ ako argument tejto chyby zvýrazňujúci svoju závislosť na parametroch opisujúcich preferencie domácnosti. Pre optimalizáciu domácnosti vyplýva, že $E_t\left(\varepsilon_{t+1}^{i}(\theta)\right) = 0$ pre $i = 1,2, \dots N$. Nech je z_t q-vektor premenných, ktoré sú informačný nástroj v období t.[11] Toto obmedzenie podmienených očakávaní znamená:

$$E_t\left(\varepsilon_{t+1}^{i}(\theta) \otimes z_t\right) = 0 \text{ pre } i = 1,2, \dots N \qquad (1.13)$$

kde $\otimes$ je Kroneckerov súčin. Z teórie vyplýva Eulerova rovnica a niektoré z N podmienok prvého rádu by mali byť kolmé na ktorúkoľvek zo z_t premenných, ktoré sú informačným nástrojom. Vytvorili sme $N.q$ obmedzenia. Myšlienka GMM odhadu je potom nájsť vektor štruktúrnych parametrov (θ) takých, aby platilo (1.13). Nech $m_T(\theta)$ je N.q-vektor, kde zložka týkajúca sa aktíva i jednej z premenných z_t, z_t^j, je definovaná:

[11] V skutočnosti, teória nenavrhuje, ktoré z mnohých možných premenných by mali využiť tieto obmedzenia zamestnávania v odhade. To znamená, že otázka "v ktorých momentoch vyhovujú?" nie je teóriou zodpovedaná.

$$\frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T}\left(\varepsilon_{t+1}^{i}(\theta)z_t^j\right)$$

GMM estimátor je definovaný ako hodnota θ, ktorá minimalizuje

$$\mathbf{J_T}(\theta) = \mathbf{m_T}(\theta)'\mathbf{W_T}\mathbf{m_T}(\theta)$$

$\mathbf{W_T}$ je tu matica *Nq*x*Nq*, ktorá je používaná na zváženie rôznych momentových obmedzení. Hansen a Singleton (1982) používajú mesačné sezónne očistené súhrnné údaje US krátkodobej (non durable) spotreby alebo služieb medzi rokmi 1959 a 1978. Na meranie burzových (stock returns) výnosov používajú rovnomerne vážený priemerný výnos zo všetkých aktív uvedených na burze cenných papierov v New Yorku. Vybrali si funkciu užitočnosti s konštantnou relatívnou averziou k riziku $u(c) = \mathrm{c}^{1-\gamma} / (1 - \gamma)$. Pri tejto špecifikácií máme dva parametre pre odhad, zakrivenie úžitkovej funkcie γ a diskontný faktor β. Teda, $\theta = (\beta, \gamma)$. Autori používajú ako inštrumenty z_t^j oneskorených hodnôt ε_{t+1}^{i} a odhadujú model s 1, 2, 4 alebo 6 oneskoreniami. V závislosti od počtu oneskorení a použitých radov, sa zistia hodnoty γ, ktoré sa pohybujú medzi 0,67 a 0,97 a hodnoty pre diskontný faktor medzi 0,942 a 0,998. Ak je model preidentifikovaný je tu priestor na test, ktorý sa používa pri preidentifikovaných premenných. V závislosti na počte oneskorení a používaných radov, test nám dáva zmiešané výsledky ako obmedzenie ich niekedy prijmeme a niekedy odmietneme.

Všimnime si, že autori model neupravujú pre možnú prítomnosť trendu v odhade. Predpokladajme, že oneskorenie spotreby sa vyznačuje lineárnym trendom:$c_t = \exp(\alpha t)\,\tilde{c}_t$

kde $\tilde{c}_t$ je detrendovaná spotreba. V tomto prípade, rovnicu (1.12) prepíšeme ako:

$$\varepsilon_{t+1}^{i}(\theta) \equiv \frac{\beta e^{-\alpha\gamma} R_{it+1}\tilde{c}_{t+1}^{-\gamma}}{\tilde{c}_t^{-\gamma}} - 1 \qquad \text{pre } i = 1,2,\dots N$$

Z tohto dôvodu odhadovaný diskontný faktor je súčin medzi skutočným diskontným faktorom a trendom. Ignorovanie trendu by malo za následok skreslenie diskontnej sadzby.

1.2.4 Endogénna ponuka práce

Do tohto modelu sa bežne pridáva ponuka práce. V tomto prípade sa môžeme domnievať, že stochastický príjem v skutočnosti pochádza zo stochastickej mzdy (w) a rozhodnutia ponuky práce (n). V tomto prípade, uvažujeme nasledovný tvar funkčnej rovnice:

$$v(A,w) = \max_{A',n} U\left(A + wn - \left(\frac{A'}{R}\right), n\right) + \beta E_{w'|w} v(A', w')$$

pre všetky (A, w). Nahradili sme bežnú spotrebu tak, aby si spotrebiteľ vyberal ponuku práce a budúce bohatstvo. Všimnime si, že voľba ponuky práce, daná kombináciou (A, A') je čisto statická. To znamená, že úroveň zamestnanosti a tým aj zárobok z práce nemá dynamický aspekt. Obdobne, podmienka prvého rádu s ohľadom na úroveň zamestnanosti nie je priamo zahrnutá v hodnote funkcie a je daná vzťahom:

$$wU_c(c,n) = -U_n(c,n) \tag{1.14}$$

Použitie podmienky prvého rádu $c = A + wn - \left(\frac{A'}{R}\right)$ sa týka n k (A, w, A'), teda $n = \varphi(A, w, A')$. Tento vzťah môžeme potom naspäť substituovať do dynamického problému a získame jednoduchú funkčnú rovnicu:

$$v(A,w) = \max_{A'} Z(A, A', w) + \beta E_{w'|w} v(A', w')$$

kde

$$Z(A, A', w) = U\left(A + w\varphi(A, w, A') - \left(\frac{A'}{R}\right), \varphi(A, w, A')\right)$$

Táto zjednodušená Bellmanova rovnica môže byť analyzovaná pomocou štandardných metód, čím ignoruje rozhodnutie statickej ponuky práce. Potom, čo bolo nájdené riešenie, úroveň zamestnanosti môžeme určiť z podmienky $n = \varphi(A, w, A')$. Podobný model použil MaCurdy (1981), ten študuje ponuku práce mladých mužov pomocou „Panel Study on Income Dynamics (PSID)“. Odhad modelu vykonáva v niekoľkých krokoch. Po prvé odhadne parametre v rámci obdobia (1.14). Koeficienty sú potom použité na získanie ďalších častí modelu. Pri odhade parametrov funkcie užitočnosti musíme dodržiavať pracovnú dobu a spotrebu, ale v PSID nie je udaná celková spotreba. K identifikácii modelu, autor používa funkciu užitočnosti, ktorá je rozdelená medzi spotrebu a ponuku práce. Funkcia užitočnosti je špecifikovaná ako $u(c_t, n_t) = \gamma_{1t} c_t^{\omega_1} - \gamma_{2t} c_t^{\omega_2}$ kde sú γ_{1t} aγ_{2t} dve deterministické funkcie pozorovaných charakteristík, ktoré by mohli mať vplyv na preferencie ako je vek, vzdelanie alebo počet detí. S touto špecifikáciou je hraničná užitočnosť voľného času $U_n(c,n)$ nezávislá na rozhodnutí o spotrebe. Použitím (1.14), môže byť počet odpracovných hodín vyjadrený ako:

$$\ln(n_t) = \frac{ln\omega_t}{\omega_2 - 1} + \frac{1}{\omega_2 - 1}(lnU_c(c_t, n_t) - ln\gamma_{2t} - ln\omega_2)$$

Zatiaľ čo prvý termín na pravej strane je známy, druhý termín obsahuje nepozorovanú hraničnú užitočnosť spotreby. $U_c(c_t, n_t)$. Tá môže byť vyjadrená ako funkcia Lagrangeových multiplikátorov spojená s obmedzením bohatstva v období 0:

$$U_c(c_t, n_t) = \frac{\lambda_0}{\beta^t (1 + r_1) \dots (1 + r_t)}$$

Autor považuje nepozorovaný multiplikátor λ_0 za fixný efekt a využíva panelové dáta na odhad podmnožiny parametrov funkcie užitočnosti pomocou prvých diferencií. V ďalšom kroku, fixný efekt už nepoužíva. V tomto bode sú potrebné niektoré ďalšie identifikačné predpoklady. Špecifická funkčná forma predpokladá o Lagrangeovom multiplikátore, že je popísaný ako funkcia miezd v priebehu životného cyklu a počiatočného bohatstva, všetky z nich sú nepozorované v dátach. Autor používa potom pevné charakteristiky vzdelanie alebo vek ako zástupcu pre Lagrangeov multiplikátor. Autor sa domnieva, že zvýšenie reálnej mzdy o 10% vyvolá zvýšenie v počte odpracovaných hodín o jedno až päť percent.

1.2.5 Obmedzenie požičiavania

Rozšírením modelu dvoch období s obmedzením požičiavania v prípade nekonečného horizontu sa zaoberal Deaton (1991).[12] Kľúčové je pochopiť, že aj keď obmedzenia požičiavania sa neviažu na obdobie, to neznamená, že spotreba a úspory sú rovnaké hodnoty, ako je to v prípade, keď požičiavanie nemáme obmedzené. Jednoducho povedané, spotrebitelia očakávajú, že obmedzenia požičiavania môžu byť spojené s budúcnosťou (t.j. v ďalších stavoch) a to ovplyvňuje ich rozhodnutie v aktuálnom stave.

Podľa Deatona (1991) označíme hotovosť ako $x = A + y$. Potom prechodná rovnica bohatstva má tvar:

$$A' = R(x - c)$$

kde c je spotreba. V prípade kolísavosti príjmov, môžeme napísať Bellmanovu rovnicu pre domácnosť ako:

$$v\,(x) \;=\; \max_{0 \le c \le x} u(c) + \beta E_{y'} v(R(x - c) + y') \qquad (1.15)$$

čiže výnos R je zarobený dostupnými zdrojmi, ktoré sme získali nižšou spotrebu $(x - c)$. Všimnime si, že príjem nie je stavová premenná. Preto hotovosť úplne zhŕňa dostupné zdroje spotrebiteľa. Obmedzenie výpožičiek má jednoduchú formu $c \le x$ tak, že spotrebiteľ nie je schopný požičiavať. Samozrejme, že to je na tento účel extrémne, ale umožní nám to preskúmať dôsledky tohto obmedzenia. Pre Eulerovu rovnicu tohto problému podľa Deatona musí platiť:

$$u'(c) \;=\; \max\{u'(x), \beta R E u'(c')\} \qquad (1.16)$$

[12] Pozri tiež Wright a Williams (1984) a Miranda a Helmberger (1988).

2 Dlhodobá spotreba

Dlhodobá spotreba zohráva významnú úlohu v hospodárskych cykloch.

2.1 Model permanentného príjmu dlhodobých výdavkov

Začneme s modelom, ktorý je postavený na základe hypotézy o permanentnom príjme, v dlhodobom horizonte. Na začiatok si povieme teoretické vlastnosti modelu a neskôr budeme diskutovať o implementácií na príklade.

2.1.1 Teória

V modeli očakávame krátkodobé a dlhodobé tovary, uvažujeme o modeli správania sa domácností, v ktorom spotrebiteľ má k dispozícií zásobu bohatstva (A), zásoby tovarov dlhodobej spotreby (D) a bežný príjem (y). Spotrebiteľ využíva bohatstvo plus bežný príjem na financovanie očakávanej bežnej dlhodobej spotreby (c) a na financovanie nákupu dlhodobých tovarov (e) v relatívnej cene p.

Na skúmanie problému použijeme dve rovnice. Jedna je akumulačná rovnica bohatstva:

$$A' = R(a + y - c - pe)$$

Dlhodobá akumulačná rovnica je podobná ako pre kapitál, ktorý je v podnikateľskom sektore:

$$D' = D(1 - \delta) + e \tag{2.1}$$

kde $\delta \in (0,1)$ je odpisová sadzba pre statky dlhodobej spotreby. Užitočnosť závisí na toku služieb zo zásob dlhodobej spotreby a nákupov krátkodobej spotreby. Pokiaľ ide o načasovanie, predpokladáme, že sme tovary dlhodobej spotreby kúpili v aktuálnom období výnos služieb začína v nasledujúcom období. Tak, ako je to pri kapitáli, existuje tu časové oneskorenie medzi objednávkou a použitím tovaru dlhodobej spotreby. Ak máme tieto detaily na pamäti, Bellmanova rovnica pre domácnosť je daná:

$$V(A, D, y, p) = \max_{D', A'}(c, D) + \beta E_{y', p' | y, p} V(A', D', y', p') \tag{2.2}$$

pre všetky (A, D, y, p) s

$$c = A + y\left(\frac{A'}{R}\right) - p(D' - (1 - \delta)D) \tag{2.3}$$

a ďalej zmenou zásob dlhodobej spotreby danou rovnicou (2.1). Maximalizáciou vyplývajú dve podmienky prvého rádu:

$$u_c(c, D) = \beta R E_{y', p' | y, p} V_A(A', D', y') \tag{2.4}$$

a

$$u_c(c, D)p = \beta E_{y', p' | y, p} V_D(A', D', y')$$

V oboch prípadoch môžeme tieto podmienky interpretovať ako prirovnanie hraničných (marginálnych) nákladov na zníženie buď krátkodobej alebo dlhodobej spotreby v bežnom období s marginálnymi výnosmi zvýšenia (respektíve) stavových (state) premenných v budúcom období. Pomocou funkčnej rovnice (2.2) môžeme riešiť vzťahy pre deriváty hodnoty funkcie a potom aktualizovať tieto dve podmienky prvého rádu. To znamená:

$$u_c(c, D) = \beta R E_{y'|y} u_c(c', D') \tag{2.5}$$

a

$$p u_c(c, D) = \beta R E_{y',p'|y,p}[u_D(c', D') + p'(1-\delta) u_c(c', D')] \tag{2.6}$$

Podmienka prvého rádu by nám mal byť známa z problému optimálnej spotreby pri krátkodobej spotrebe. Marginálny zisk z rastúcej spotreby je kompenzovaný znížením bohatstva a teda spotreby v nasledujúcom období. V tejto špecifikácií, hraničná užitočnosť krátkodobej spotreby môže závisieť od úrovne spotreby. Takže, do tej miery, že tu je vzájomné pôsobenie v rámci úžitkovej funkcie medzi krátkodobou spotrebou a predmetmi dlhodobej spotreby, empirické práce, ktoré sú zamerané výhradne na krátkodobú spotrebu tu môžu byť nevhodné.[13]

Druhá podmienka prvého rádu porovnáva výhody nákupu predmetov dlhodobej spotreby s hraničnými nákladmi. Výhody dlhodobých výdavkov pochádzajú z dvoch zdrojov. Po prvé, zvýšenie zásob tovarov dlhodobej spotreby má za následok výhody v užitočnosti v nasledujúcom období. Po druhé, ako Eulerova rovnica charakterizuje odchýlku jedného obdobia od navrhovaného riešenia, neodpísaná časť ďalších zásob je predaná a spotrebovaná. Odráža sa to v druhom výraze na pravej strane. Marginálne náklady na nákup tovarov dlhodobej spotreby sú znížené o výdavky na tovary krátkodobej spotreby, ktoré musí spotrebiteľ vynaložiť. Pri miernych zmenách tohto problému predpokladáme, že predmety dlhodobej spotreby zakúpené v súčasnom období poskytujú služby začínajúce od tohto obdobia. Pretože túto formuláciu nájdeme aj v ďalšej literatúre je tu prezentovaná rovnako. V tomto prípade problém dynamického programovania je:

$$V(A, D, y, p) = \max_{D', A'}(c, D') + \beta E_{y'|y} V(A', D', y', p') \tag{2.7}$$

pre všetky (A, D, y, p) s c definovaným v (2.3). Ak prepíšeme podmienky optimálnosti (2.5) dostaneme:

$$p u_c(c, D') = \left[u_D(c', D') + \beta E_{y',p'|y,p} p'(1-\delta) u_c(c', D'')\right] \tag{2.8}$$

Ak sú ceny konštantné $(p = p')$, potom platí:

$$u_D(c, D') = \beta R E_{y'|y} u_D(c', D'')$$

Táto podmienka zodpovedá variante pri ktorej je zásoba tovarov dlhodobej spotreba klesne o ε v súčasnom období a ušetrené zdroje sú potom použité na nákup dlhodobej spotreby v nasledujúcom (neskoršom) období.[14] V špeciálom prípade, kedy sa $\beta R = 1$, ako pri

[13] To znamená, že pohyb v hraničnej užitočnosti krátkodobej spotreby môže byť dôsledkom zmien zásob dlhodobej spotreby.
[14] Bližšie v Adda, J., Copper R., s. 318

krátkodobej spotrebe, pre hraničnú užitočnosť z dlhodobej spotreby vyplývajú náhodné prechádzky.

Všimnime si tiež, že bez ohľadu na to, či úlohu zohráva čas predpokladáme, že medzi týmito dvoma Eulerovými rovnicami sú vzájomné prepojenia. Jeden zdroj vzájomného vzťahu vzniká, ak užitočnosť nie je oddeliteľná medzi predmetmi krátkodobej a dlhodobej spotreby ($u_{cD} = 0$). Ďalej šoky v príjme ovplyvnia krátkodobé aj dlhodobé výdavky.

2.1.2 Odhad špecifikácie kvadratickej užitočnosti

Mankiw[15] študoval štruktúru dlhodobých výdavkov, kde $u(c, D')$ je separovateľná a kvadratická funkcia. V tomto prípade, Mankiw, zistil, že dlhodobé výdavky môžeme chápať ako proces ARMA (1,1) daný vzťahom:

$$e_{t+1} = a_0 + a_1 e_t + \varepsilon_{t+1} - (1 - \delta)\varepsilon_t$$

Kde $a_1 = \beta R$. Časť MA je parametrizovaná odpisovou sadzbou. Mankiw empiricky zistil, že pri odhadovaní modelu s použitím dát z USA je δ pomerne blízko k 1. Takže, predmety dlhodobej spotreby sa predsa nezdajú byť také stále.

Adda a Cooper[16] študovali pevnosť Mankiwových výsledkov v rôznych časových obdobiach, rôznych frekvenciách a v rôznych krajinách (USA a Francúzsko). Ich výsledky sú zhrnuté v nasledujúcej tabuľke odhadov.

Tabuľka 1 ARMA (1,1) Odhady na dátach USA a Francúzska

Špecifikácia	**Žiadny trend**		**Lineárny trend**	
	α_1	δ	α_1	δ
Dlhodobé výdavky USA	1.00(.03)	1.5 (0.15)	0.76 (0.12)	1.42 (0.17)
Registrácie áut USA	0.36(.29)	1.34 (0.30)	0.33 (0.30)	1.35 (0.31)
Franc. dlhodobé výdavky	0.98 (0.04)	1.20 (0.2)	0.56 (0.24)	1.2 (0.36)
Francúzske výdavky na autá	0.97(0.06)	1.3 (0.2)	0.49 (0.28)	1.20 (0.32)
Francúzske registrácie áut	0.85 (0.13)	1.00 (0.26)	0.41 (0.4)	1.20 (0.41)

Poznámka: Annual data. For the US, source FRED database, 1959:1-1997:3. French data: source INSEE, 1970:1-1997:2. US registration: 1968-1995.

Jedná sa o ročné rady pre Francúzsko a USA. Riadky sa týkajú oboch agregovaných dlhodobých výdavkov a odhady sú založené na autách (ako celkových výdavkov na osobné automobily (pre Francúzsko) a nových registráciách automobilov). Tento model je odhadovaný s lineárnym trendom a bez neho. V prípade oboch krajín, hypotézy, že odpisová sadzba sa blíži 100 %, za rok by nemala byť zamietnutá pre väčšinu špecifikácií. Vyzerá, že Mankiwov "rébus" je stabilný naprieč kategóriami dlhodobej spotreby, krajinami, časovým obdobím a metódou odstránenia trendu.

[15] Mankiw, G. N. (1982), s. 417–425.
[16] Adda, J. a R. Cooper (2000b)

V priebehu konca 20. storočia došlo k značnému úsiliu pochopiť Mankiwove výsledky. Jedným zo spôsobov, ktorý je popísaný nižšie je rozšírenie základného modelu reprezentácie spotrebiteľovho správania pridaním nákladov na prispôsobenie a zavedenie iných šokov ako je kolísavosť v príjmoch. Druhý prístup, ktorým sa zaoberali Bar-Ilan a Blinder[17] (1992) a Bertola a Caballero,[18] je uvedomenie si, že na úrovni domácností sú dlhodobé výdavky často nespojité/diskrétne. Ďalej sa budeme teda zaoberať týmto smerom výskumu.

2.1.3 Kvadratická úprava nákladov

Bernanke[19] ide nad rámec tejto formulácie pridaním kolísavosti cien a prispôsobovacích nákladov. Ako poznamenáva, taktiež je potrebné pozrieť sa spoločne na správanie dlhodobých a krátkodobých výdavkov. Uvažujme dynamický problém optimalizácie:

$$V(A,D,y,p) = \max_{D',A'}(c,D,D') + \beta E_{y'|y} V(A',D',y',p') \qquad (2.9)$$

pre všetky (A,D,y,p), pre ktoré platí funkčná rovnica pre všetky hodnoty stavového (state) vektora. Bernanke predpokladá kvadratickú funkciu užitočnosti s kvadratickými prispôsobovacími nákladmi v tvare:

$$u(c,D,D') = -\frac{1}{2}(\bar{c}-c)^2 - \frac{a}{2}(\bar{D}-D)^2 - \frac{d}{2}(D'-D)^2$$

kde c_t je krátkodobá spotreba a D_t je zásoba predmetov dlhodobej spotreby. Prispôsobovacie náklady sú súčasťou funkcie užitočnosti, skôr ako rozpočtových obmedzení. Vzhľadom na to, kvadratická štruktúra modelu (2.9) môže byť riešená explicitne ako funkcia (nelineárnych) parametrov. Súčasná krátkodobá spotreba je funkcia oneskorenej krátkodobej spotreby, aktuálnej a oneskorenej zásoby tovarov dlhodobej spotreby a inovácie procesu príjmu. Dlhodobá spotreba môže byť vyjadrená ako funkcia minulých zásob tovarov dlhodobej spotreby a inovácií príjmu. Tieto dve rovnice popisujúce vývoj príjmov sa odhadujú spoločne nelineárnou trojstupňovou metódou najmenších štvorcov, kde aktuálny/bežný príjem krátkodobej spotreby a zásob tovarov dlhodobej spotreby boli nahradené inštrumentmi. Ako inštrumenty sú používané oneskorené miery ceny, krátkodobej spotreby, zásoby dlhodobej spotreby a disponibilného príjmu. Odhad nákladov prispôsobenia nám dáva protichodné výsledky ako to podrobnejšie opísal Bernanke[20]. Nelineárne funkcie tohto parametra naznačujú dôležité náklady na prispôsobenie, keďže parameter sa sám o sebe štatisticky nelíši od nuly. Bernanke[21] testuje hypotézu permanentnosti modelu na mikroúrovni prostredníctvom výdavkov na automobily na úrovni domácností. Hoci Bernanke neodmieta model na základe tohto typu dát, je v rozpore s pripomienkami (pozri nižšie), ako to predpokladá pokračujúce prispôsobenie zásob, zatiaľ čo výdavky na autá sú typicky na individuálnej úrovni „rozvlnené“ .

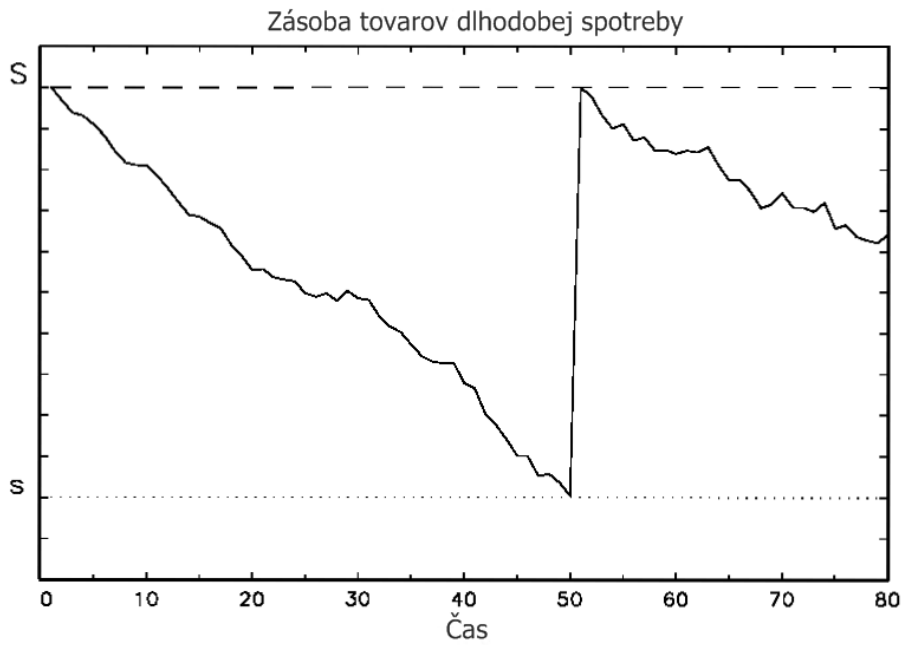
[17] Bar-Ilan, A. a A. S. Blinder (1992), s. 258–272.
[18] Bertola, G. a R. J. Caballero (1990)
[19] Bernanke, B. (1985)., s. 41–68.
[20] Bernanke, B. (1985), s 41–68.
[21] Bernanke, B. (1984), s 587–614.

2.2 Nekonvexné prispôsobovacie náklady

Model preskúmaný v predchádzajúcej časti je určený na zachyteniu správania spotrebiteľov. Napriek svojej teoretickej elegancií má model ťažkosti zodpovedajúce dvom aspektom dát. Po prvé, ako bolo uvedené vyššie, Mankiwov odhad je blízko 100% amortizácie/odpisov, čo by malo byť vnímané ako odmietnutie modelu. Po druhé, existujú dôkazy na úrovni domácností, že úprava zásob predmetov dlhodobej spotreby nie je spojitá. Namiesto toho, domácnosti nakupujú niektoré predmety dlhodobej spotreby, ako sú automobily, ktorými sa zaoberal Lam,[22] pomerne často. To môže odrážať nezvratnosť spôsobenú nedokonalou informáciou o kvalite použitého tovaru dlhodobej spotreby, diskrétny charakter niektorých predmetov dlhodobej spotreby alebo charakter prispôsobovacích nákladov.

Bar-Ilan a Blinder[23] vo svojich prácach predstavujú jednoduché nastavenie v ktorom úpravy fixných nákladov znamenajú nečinnosť spotrebiteľa, keď zásoby dlhodobých tovarov nie sú príliš ďaleko od optimálnych. Argumentujú tým, že optimálna spotreba tovarov dlhodobej spotreby by sa mala riadiť v rozsahu (S, s). Keď sa zásoba tovarov dlhodobej spotreby znehodnocuje na nižšiu hodnotu s, agent zvyšuje zásoby na cieľovú hodnotu S, ako je znázornené na obrázku 1.

Obrázok 1: Pravidlo [s,S]



Zdroj: Adda, J., Copper R. (2002) Dynamic Economics: Quantitative Methods and Applications. MIT Press 2002, s. 361

[22] Lam, P. (1991), s. 203– 230.
[23] Bar-Ilan, A. and A. Blinder (1988)
Bar-Ilan, A. and A. S. Blinder (1992), s. 258–272.

2.2.1 Všeobecné nastavenie

Ak chceme preniknúť do podstaty významu nezvratnosti, uvažujme nasledovnú formalizáciu modelu, v ktorom je nezvratnosť dôležitá. Tým máme na mysli, že kvôli určitému treniu na trhu dlhodobej spotreby, domácnosti dostávajú len zlomok skutočnej hodnoty produktu, ktorý chcú predať.

Predovšetkým, predpokladajme, že cena tovaru dlhodobej spotreby je normovaná 1. Označme nákupy (e), a nech je cena tovaru dlhodobej spotreby, ak je predávaný (s), pričom $\mathrm{p_s} < 1$. Bellmanova rovnica pre optimalizačný problém domácnosti je daná vzťahom:

$$V(A,D,y) = \max\left(V^b(A,D,y), V^s(A,D,y), V^i(A,D,y)\right) \tag{2.10}$$

kde $V^b(A,D,y)$

$$= \max_{e,A'} u\left(A + y - \left(\frac{A'}{R}\right) - e, D\right) + \beta E_{y'|y} V(A', D(1-\delta) + e, y') \tag{2.11}$$

$$V^s(A,D,y) = \max_{s,A'} u\left(A + y - \left(\frac{A'}{R}\right) - p_s, s, D\right) + \beta E_{y'|y} V(A', D(1-\delta) + s, y') \tag{2.12}$$

$$V^i(A,D,y) = \max_{A'} u\left(A + y - \left(\frac{A'}{R}\right), D\right) + \beta E_{y'|y} V(A', D(1-\delta), y') \tag{2.13}$$

pre všetky (A,D,y). Je to prirodzene zložitý problém, pretože obsahuje prvky diskrétneho výberu a tiež intenzívne rozpätie (margin) (dané nastavenie, musí byť stanovená úroveň dlhodobých nákupov (predajov)).

Prítomnosť medzery medzi nákupnou a predajnou cenou tovarov dlhodobej spotreby vytvorí nečinnosť. Predstavme si, že existujú domácnosti s bohatým objemom zásob tovarov dlhodobej spotreby, ktoré majú skúsenosti zo straty príjmu kvôli prepúšťaniu. Pri absencii nezvratností $(p_s = 1)$, domácnosť môže optimálne vypredať niektoré z predmetov dlhodobej spotreby. Ak nájde prácu, tak bude mať opäť tok príjmov a preorganizuje zásoby tovarov dlhodobej spotreby. Za prítomnosti nezvratnosti, predaj a následný nákup predmetov dlhodobej spotreby je nákladný kvôli medzere medzi kúpnou a predajnou cenou tovarov dlhodobej spotreby. Preto v reakcii na príjmový šok, domácnosť môže byť neaktívna a teda neupraví svoje zásoby.

Funkcionálnu rovnicu v (2.10) nemožno vyriešiť tak, že ju linearizujeme, pretože to nie je jednoduchá Eulerova rovnica daná diskrétnou voľbou. Namiesto toho sú potrebné iteračné techniky preverujúce hodnoty funkcie). Začíname počiatočnými odhadmi hodnôt troch možností a potom indukujeme $V(A,D,y)$ prostredníctvom operátora maximalizácie. Vzhľadom na tieto počiatočné riešenia, začína iteračná procedúra. Pretože je tu tiež výrazný okraj tohto problému (vzhľadom na nastavenie, zásoba tovaru dlhodobej spotreby, ktorú možno vyberať je spojitá premenná), musí byť špecifikovaný stavový priestor pre dlhodobú spotrebu, ako aj aktíva/majetok. Sú to zložité nastavenia, ktoré ale iteračná metóda preverujúca hodnoty funkcie zvládne.

Takže, vzhľadom k vektoru parametrov popisujúcich preferencie a stochastické procesy môžu byť vytvorené funkcie rozhodnutí. V zásade môžu byť použité na generovanie momentov, ktoré môžu byť spojené s pozorovaniami v odhade výkonu.

2.2.2 Nezvratnosť a nákupy dlhodobých tovarov

Grossman a Laroque[24] vytvorili model dlhodobej spotreby a tiež predpokladali optimálny výber portfólia. Predpokladajú, že tovar dlhodobej spotreby je nelikvidný, ak spotrebiteľovi vznikajú proporcionálne transakčné náklady pri predaji tovaru. Autori ukazujú, že za predpokladu konštantnej relatívnej averzie k riziku funkcia užitočnosti, stavová premenná je podiel bohatstva A na sklade tovarov dlhodobej spotreby D. Optimálne správanie spotrebiteľa sleduje pravidlo $[s, S]$, s cieľ $s^* \in [s, S]$. Spotrebiteľ nemení dlhodobé zásoby, ak pomer A/D je v dvoch oblastiach (bands) s a S. Ak sa pomer posúva z tohto intervalu, spotrebiteľ to rieši nákupom alebo predajom tovaru tak, že $A/D = s^*$.

Eberlyová empiricky skúma[25] význam niektorých aspektov modelu Grossmana a Laroqua. Používa dáta z prieskumu spotrebiteľských financií, ktorá vykazuje informácie o majetku/aktívach, príjmoch a väčšinových nákupov. Eberly odhaduje pásmo (band) s a S. Tieto pásma môžeme vypočítať sledovaním pomeru A/D pre jednotlivcov, tesne predtým, než vykonáme úpravu. Cieľ s^* môže byť počítaný ako priemerný pomer po úprave. Eberlyová odhaduje, šírku pásma a skúma jeho determinanty. Zistila, že medziročný rozptyl príjmu a tempo rastu sú silné prediktory šírky pásma.

Attanasio vyvíja prepracovanejšiu stratégiu pre odhad týchto pásiem[26], čo umožňuje uvažovať na individuálnej úrovni nepozorované rôznorodosti. Táto heterogénnosť (rôznorodosť) je potrebná, pretože niektoré z podmienených charakteristík domácností a hodnota pomeru bohatstva k spotrebe sa prispôsobujú zásobám a niektoré nie. Odhad je urobený na základe maximálnej pravdepodobnosti na údajoch čerpaných z prieskumu spotrebiteľských výdavkov (Consumer Expenditure Survey). Šírka pásma je funkciou charakteristík domácností, ako je vek a rasa. Model, ktorý odhadovala potom spojila do štúdie agregátneho dopytu po tovaroch dlhodobej spotreby.

Caballero[27] používa prístup Grossmana a Laroquea[28] k prešetreniu agregovaného správania tovarov dlhodobej spotreby. Predpokladá sa, že individuálny spotrebiteľ nasleduje $[s, S]$ pravidlo spotreby kvôli transakčným nákladom. V prípade neexistencie transakčných nákladov by sa mal spotrebiteľ správať podľa hypotézy permanentného príjmu. Caballero predpokladá, že optimálne správanie spotrebiteľa možno popísať podľa vzdialenosti/medzery medzi zásobami tovarov dlhodobej spotreby, ktoré má spotrebiteľ a "cieľom", ktorý je definovaný ako optimálna zásoba v modeli hypotézy permanentného príjmu. Spotrebiteľ prispôsobuje zásoby, keď si uvedomí, že medzera medzi realizovanými

[24] Grossman, S. J. and G. Laroque (1990), s. 25–51.
[25] Eberly, J. C. (1994), s. 403–436.
[26] Attanasio, O. (2000), s. 667–696.
[27] Caballero, R. J. (1993), s. 351–384.
[28] Grossman, S. J. and G. Laroque (1990), s. 25–51.

a požadovanými zásobami je dosť veľká. V tomto nastavení sú stavové veličiny zásoby tovarov dlhodobej spotreby a cieľ. O cieľových zásobách sa predpokladá, že sledujú známy stochastický proces. Preto sa v tomto modeli predpokladá, že vývoj cieľa stačí ako dostatočná štatistika o informovaní všetkých príslušných ekonomických premenných, ako sú ceny alebo príjmy.

Agregátny dopyt po tovaroch dlhodobej spotreby je súčet všetkých spotrebiteľov, ktorí sa rozhodnú zmeniť svoje zásoby v danom období. Preto, Caballero zdôrazňuje význam prierezového rozdelenia medzery medzi cieľom a realizovanými zásobami. Ak je tu prítomný agregátny šok, celková reakcia závisí nielen na veľkosti šoku, ale aj na počte jednotlivcov v blízkosti línie zmeny (adjustment line). Agregátny dopyt po tovaroch dlhodobej spotreby preto môže zobrazovať zložité dynamické vzory. Model je odhadnutý na agregátnych dátach USA.

2.2.3 Dynamický diskrétny model výberu

Predpokladajme, že miesto nezvratnosti budeme mať obmedzenie, že domácnosti môžu mať buď jedno alebo žiadne auto.[29] Teda za tohto predpokladu domácnosť rieši dynamický diskrétny problém výberu. O riešení tohto problému, odhade parametrov a súhrnných dôsledkoch diskutujeme v tejto časti.

Optimálne správanie

Začneme s dynamickým problémom.[30] Na začiatku obdobia má domácnosť auto určitého veku, úroveň príjmov a realizáciu šokov preferencií. Stav domácnosti je opísaný vekom ich auta i, vektorom agregovaných premenných $\mathbf{Z} = (p, Y, \varepsilon)$, vektorom idiosynkratických premenných $\boldsymbol{z} = (y)$. Premenná p tu predstavuje relatívnu cenu (nového) tovaru dlhodobej spotreby. Aktuálny príjem je daný súčtom $Y + y$, kde Y predstavuje agregátny príjem a y predstavuje výstredné šoky na krátkodobú spotrebu, ktoré by mohli odrážať rozdiely v príjmoch domácností alebo potrebných výdavkoch na údržbu automobilov a iných nevyhnutných statkov.[31] Posledným prvkom stavového vektora je “ šok preferencií, ε.

V každom okamihu sa domácnosť rozhodne, či si ponechá auto staré i rokov, vymení ho alebo ho vyradí. Ak sa domácnosť rozhodne zošrotovať ho, potom dostane šrotovné π a má opciu na kúpu nového vozidla. Ak si domácnosť auto nechá, potom jej stačia služby tohto vozidla, a nemôže si kúpiť ďalšie auto. Preto je domácnosť obmedzená vlastniť nanajvýš jedno auto.

Formálne, nech $V_i(z, Z)$ reprezentuje hodnotu vlastnenia auta vo veku i domácnosťou v stave (z, Z). Ďalej, nech $V_i^k(z, Z)$ a $V_i^r(z, Z)$ reprezentujú hodnoty držania a výmeny auta vo veku i v stave (z, Z). Potom

$$V_i(z, Z) = \max\left[V_i^k(z, Z)\,, V_i^r(z, Z)\,\right]$$

[29] Predpokladáme, že mať jedno auto je maximálne pohodlie. Dôležité je však to, že voľba mať auto je nespojitá.
[30] Adda a Cooper (2000b).
[31] Adda a Cooper (2000b) toto výlučne považujú ako špecifický príjmový šok domácnosti, ale aj širší výklad je prijateľný, a to najmä s ohľadom na predpoklad, spojený s zdrojom variácii.

kde

$$V_i^k(z,Z) = u(s_1, y + Y - p + \varepsilon) + \beta(1-\delta)EV_2(z',Z') \\ + \beta\delta\{V_1(z',Z') - u(s_1, y' + Y' - p' + \pi, \varepsilon')\} \tag{2.14}$$

a

$$V_i^r(z,Z) = u(s_1, y + Y - p + \pi, \varepsilon) + \beta(1-\delta)EV_2(z',Z') \\ + \beta\delta\{EV_1(z',Z') - u(s_1, y' + Y', \varepsilon') + u(s_1, y' + Y' - p' + \pi, \varepsilon')\}$$

Pri definovaní $V_i^k(z,Z)$ sa o aute predpokladá, že bude zničené (v nehodách a haváriách) s pravdepodobnosťou δ, čo bude viesť spotrebiteľa ku kúpe nového vozidla v ďalšom období. Cena nového vozidla z hodnotového hľadiska je $p' - \pi$, je stochastická, pretože cena nového vozidla v budúcom období je náhodná. Ďalej, pretože sa predpokladá, že neexistuje žiadna pôžičky a úvery, úžitkové náklady nového vozidla sú dané $u(s_1, y' + Y', \varepsilon') - u(s_1, y' + Y' - p' + \pi, \varepsilon')$ a prekračujú mieru $p' - \pi$ pokiaľ $u(\cdot)$ je pri krátkodobej spotrebe striktne konkávna. Práve v tomto okamihu pri obmedzeniach pôžičiek sa javia ako ďalšie transakčné náklady.

Pridanie oboch možností: môcť si požičať a požičiavať alebo kupovať a predávať ojazdené vozidlá nepredstavuje žiadne modelovacie ťažkosti. Ale pridaním majetku takisto predaja ojazdených vozidiel ako stavových premenných zvyšuje rozmernosť problému.

Ďalšia špecifikácia

Pre použitie funkcie užitočnosti je definovaná aditívne oddeliteľná medzi tovary dlhodobej spotreby a krátkodobej spotreby:

$$u(s_i) = \left[i^{-\gamma} + \frac{\varepsilon(c/\lambda)^{1-\xi}}{1-\xi} \right]$$

kde je c spotreba tovarov krátkodobej spotreby, γ je zakrivenie pre tok služieb z vlastníctva auta, ξ zakrivenie pre spotrebu a λ je mierka (ukazovateľ stupnice). V tejto špecifikácii, šok (ε) ovplyvňuje súčasnú hraničnú mieru substitúcie medzi automobilovými službami a krátkodobou spotrebou.

K tomu aby sme vyriešili optimalizačný problém spotrebiteľa musíme špecifikovať sochastický priebeh príjmu, cien a agregátnych šokov. Agregátny príjem, ceny a nepozorované preferencie šokov sa predpokladá, že vedie k procesu VAR(1) daného:[32]

$$Y_t = \mu_Y + \mu_{YY} Y_{t-1} + \rho_{Yp} p_{t-1} + u_{Yt}$$
$$p_t = \mu_p + \mu_{pY} Y_{t-1} + \rho_{pp} p_{t-1} + u_{pt}$$
$$\varepsilon_t = \varepsilon_Y + \mu_{\varepsilon Y} Y_{t-1} + \rho_{\varepsilon p} p_{t-1} + u_{\varepsilon t}$$

Kovariančná matica inovácií $u = \{u_{Yt}, u_{pt}, u_{\varepsilon t}\}$ je $\Omega = \begin{bmatrix} \omega_Y & \omega_{Yp} & 0 \\ \omega_{pY} & \omega_P & 0 \\ 0 & 0 & \omega_\varepsilon \end{bmatrix}$

[32] Pre zjednodušenie spotrebiteľovho problému predpokladáme iba jedno oneskorenie .

Ako agregát „taste“ šokov je nepozorovaný, zavedieme blokovú diagonálnu štruktúru na VAR, ktorá nám umožňuje identifikovať všetky parametre zahŕňajúce ceny a celkový príjem v jednoduchom prvom kroku regresie. Tým sa výrazne znižuje počet parametrov, ktoré majú byť odhadnuté v štrukturálnom modeli. Berieme do úvahy ceny a príjmy závisiace na oneskorenom príjme a oneskorených cenách.[33]

Celkové šoky preferencií potenciálne závisia na oneskorených cenách a príjme. Koeficienty tohto procesu spolu s ω_ε sú odhadované v štrukturálnom modeli. Tým, že je medzi agregátnymi šokmi preferencií a oneskorenými cenami pozitívna korelácia, sú ceny sériovo korelované, môžeme zladiť model s tým, že predaje a ceny sú pozitívne korelované v dátach. To nám umožňuje lepšie zachytiť ďalšiu dynamiku predaja a cien v štrukturálnom odhade. Alternatívnym spôsobom ako by bolo, že by sme to modelovali z ekonomického hľadiska výrobcu a spotrebiteľa spoločne, aby sme zdvihli klesajúcu krivku ponuky. Avšak, riešenie pre rovnováhu je výpočtovo veľmi náročné.

Riešenie modelu

Model je riešený iteračnou metódou preverovania hodnoty funkcie. Počnúc prvým odhadom $V_i(z, Z)$, hodnota funkcie je aktualizovaná spätnými iteráciami až do konvergencie. Funkcie, ktoré sú generované z tohto optimalizačného problému sú optimálne stopovacie možnosti. To znamená, že vzhľadom k stavu domácnosti, auto je vyradené a nahradené vtedy a len vtedy, ak je vozidlo staršie než jeho kritický vek. Nech $h_k(z_t, Z_t; \theta)$ predstavuje pravdepodobnosť, že vek auta k je kritický, funkcie naznačujú, že $h_k(z_t, Z_t; \theta) = \delta$ ak $k < J(z_t, Z_t; \theta)$, inak sa $h_k(z_t, Z_t; \theta) = 1$. Optimálny vek na zošrotovanie je označený $J(z_t, Z_t; \theta)$ v stave (z_t, Z_t) keď θ je vektor parametrov opisujúcich ekonomické prostredie.

Predovšetkým, pre každú hodnotu idiosynkratického šoku je z optimálny vek zošrotovania. Agregácia cez všetky možné hodnoty tohto idiosynkratického šoku vytvára funkciu, ktorá označuje zlomok áut daného ročníka, ktoré sú vyraďované, keď celkový stav sveta je Z_t:

$$H_k(Z_t, \theta) = \int h_k(z_t, Z_t, \theta)\phi(z_t)dz_t$$

kde $\phi(\cdot)$ je hustota funkcie z_t a predpokladáme, že má normálne rozdelenie. $H_k(\cdot)$ je rastúca funkcia ročníka, ohraničená δ a 1. Súhrnné riziko môže byť použité na odhad celkového predaja a vývoj prierezového rozdelenia ročníkov áut v priebehu času. Označenie $f_t(k)$ obdobia t cez sekcionálne rozdelenie k, celkové predaje sú dané:

$$S_t(Z_t, \theta) = \sum_k H_k(Z_t, \theta) f_t(k) \tag{2.15}$$

[33] Rovnako ako predpokladajú Adda a Cooper (2000b) aj my predpokladáme, že náklady na výrobu sú nezávislé od úrovne produkcie. V kombinácii s predpokladom konštantného zvýšenia cien, to znamená, že cena produktu je nezávislá na prierezovom rozdelení ročníkov automobilov.

Z počiatočnej podmienky na prierezové rozdelenie, je možné generovať časové rady pre toto rozdelenie danej určitou parametrizáciou funkcie rizika. Vývoj $f_t(k)$ je daný vzťahom:

$$f_{t+1}(k, Z_t, \theta) = [1 - H_k(Z_t; \theta)] f_t(k-1) \quad \text{pre } k > 1 \qquad (2.16)$$

a

$$f_{t+1}(k, Z_t, \theta) = S_t(Z_t, \theta)$$

Preto je dané θ a vykreslenie T agregátnych šokov možno simulovať aj predaje aj krížové prierezové rozdelenie (cross sectional distribution). Toto môžeme opakovať N-krát produkovaním N simulovaných dátových súborov s dĺžkou T, ktoré môžu byť použité pre odhad. Definujme $S_{tn}(Z_t, \theta) = S_t(p_t Y_t, \varepsilon_{nt}, \theta)$, ako prognózované agregátne predaje dané cenami, celkovými príjmami a nepozorovanými šokmi $\varepsilon_{\mathrm{nt}}$. Definujeme $\bar{S}_t(Z_t, \theta) = 1/\mathrm{N} \sum_{n=1}^{N} S_{nt}\,(Z_t, \theta)$ ako priemer celkových tržieb podmienených cenám, celkovým príjmom a obdobiu $\mathrm{t} - 1$ krížového prierezového rozdelenia.

Metóda odhadu a výsledky

Celkovo tu máme osem odhadovaných parametrov: $\theta = \{\gamma, \delta, \lambda, \zeta, \sigma_y, \rho_{\varepsilon Y}, \rho_{\varepsilon c}, \omega_{\varepsilon},\}$. Metóda odhadu je mix medzi nelineárnou metódou najmenších štvorcov a metódou momentov, ktorú popisujú Adda a Cooper vo svojej knihe[34]. Prvá časť kritéria porovnáva prognózované predaje nových automobilov s napozorovanými, podmienené cenami a celkovým príjmom. Druhá časť kritéria porovnáva predpokladaný tvar prierezového rozdelenia ročníkov auta k zisteným. Cieľom funkcie je minimalizovať ju, pričom je zapísaná ako súčet dvoch kritérií:

$$\mathcal{L}_N(\theta) = \alpha \mathcal{L}_N^1(\theta) + \mathcal{L}_N^2(\theta)$$

kde N je číslo vykreslenia simulácie pre nepozorované celkové šoky $\varepsilon_{\mathrm{nt}}$. Tieto dve kritéria sú definované:

$$\mathcal{L}_N^1(\theta) = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^{N} \left[(S_t - \bar{S}_t(\theta))^2 - \frac{1}{N(N-1)} \sum_{n=1}^{N} (S_{tn}\,(\theta) - \bar{S}_t(\theta))^2 \right]$$

$$\mathcal{L}_N^2(\theta) = \sum_{i=\{5,10,15,AR,MA\}} \alpha_i (\bar{F}^i - \bar{F}^i(\theta))^2$$

kde $\bar{S}_t(\theta)$ je priemer $\bar{F}^i, i = 5{,}10{,}15$ je priemer podielu áut vo veku i vo všetkých obdobiach a $\bar{F}^i, i = AR, MA$ sú autoregresné a kĺzavé priemerné koeficienty z ARMA (1,1) odhadované na celkových predajoch. Odhad využíva dve kritériá pre identifikáciu dôvodov. Zodpovedajúce celkové predaje v každom období extrahujú od informácií o vplyve cien a príjmov na správanie a pomáhajú identifikovať parameter funkcie užitočnosti, ako aj parametre popisujúce rozdelenie celkového šoku. Model je však

[34] Pozri Adda, J., R. Cooper (2000b). The Dynamics of Car Sales: A Discrete Choice Approach

schopný porovnať agregované predaje rôznych hodnôt spotrebiteľovho optimálneho času. Inými slovami, môžeme mať rôzne prierezové rozdelenia, ktoré vytvárajú súhrnné predaje, ktoré sú blízko k pozorovaným. Parameter δ je zle identifikovaný iba pomocou prvého kritéria. Druhým kritériom je tvar prierezového rozdelenia ročníkov áut.

3 Investície

Výdavky na investície sú takisto centrom záujmu a predmetom štúdií ekonómov. Zatiaľ čo výdavky na spotrebné tovary poskytujú pre domácnosti súčasnú užitočnosť, výdavky na investičné tovary sú zamerané na poskytovanie vyššieho životného štandardu v budúcom období. Jedným z dôvodov tohto neutíchajúceho záujmu skúmať investície je, lepšie pochopenie výkyvov v ekonomickom outpute tovarov a služieb. Takisto je známe, že kolísanie investícií do určitej miery vysvetľuje kolísanie HDP. Ďalším dôvodom je, že výdavky na investície pomáhajú stanoviť dlhodobý rast hospodárstva, určujú mieru, akou hospodárstvo pridáva k hodnote svojho kapitálu. V makroekonómii pod kapitálom rozumieme hodnotu pri ktorej sa akumuluje cena strojov, zariadení, fabrík a ostatných dlhodobých tovarov, ktoré sa používajú pri výrobe. Na výrobu outputu potrebujeme tri faktory: prácu, pôdu, kapitál. Avšak investíciami rozumieme ten tok outputu v danom období, ktorý nám slúži na zachovanie a zväčšenie hodnoty kapitálu v hospodárstve.[35]

Ak sa budeme zaoberať investičnými rozhodnutiami domácnosti a podnikov, doplníme si informácie o tom ako je output v danom období rozdelený medzi bežnú a budúcu spotrebu, či zvýšenie budúceho outputu (investícií).

Druhy investícií

Rozlišujeme tri druhy investícií:

- *fixné investície* – nákupy strojov, zariadení a budov podnikmi, ktoré ich používajú v procese výroby,
- *rezidentné fixné investície* – výstavba nových domov a bytov, domácnosti ich kupujú na bývanie, majitelia na prenajímanie,
- *zásoby* – nárast zásob vyrobených tovarov ešte nepredaných, ktoré majú podniky v skladoch, vrátane surovín a materiálov, hotových aj nedokončených výrobkov.

Ak sa jedná o HDP, investície sú výrazne volatilnejšou zložkou ako spotreba. Investície sú najvolatilnejšou časťou agregovaného dopytu. Fixné investície vo vyspelých krajinách predstavujú 8% – 10% podiel na HDP, zatiaľ čo rezidentné investície 5% – 7%. Hodnota investícií spolu 18% – 20%. Na Slovensku je podľa J. Husára tento podiel o mnoho vyšší.

Ak chceme vytvoriť model, predstavme si, že v ekonomike existujú dva druhy firiem. Produkčné firmy produkujú tovary a služby pomocou kapitálu, ktorý si prenajímajú. A druhým typom firiem sú, nazvyme ich prenajímacie firmy (Rental firms), ktoré tvoria všetky investície v ekonomike, nakupujú kapitál a prenajímajú ho výrobným firmám. Väčšina firiem v reálnom svete vykonáva obidve funkcie: produkujú tovary a služby, a investujú do kapitálu pre budúcu výrobu. My si zjednodušíme analýzu a objasníme našu

[35] *Husár J.*, 1998, *Makroekonómia*, Kartprint, Bratislava, ISBN: 8088870089.

úvahu, tak, že oddelíme tieto dve činnosti a budeme predpokladať, že sa konajú v odlišných firmách.[36]

Cena prenájmu kapitálu

Poďme najprv uvažovať typickú výrobnú firmu. Táto firma rozhoduje, koľko kapitálu si prenájme v porovnaní s nákladmi a úžitkom z každej jednotky kapitálu. Firma prenajíma kapitál za sadzbu na prenájom R a predáva svoje outputy za cenu P. Čo sú skutočné náklady na jednotku kapitálu produkcie firmy R/P. Skutočný úžitok jednotky kapitálu je hraničný produkt kapitálu MPK – dodatočný output vyrobený s ďalšou jednotkou kapitálu. Hraničný produkt kapitálu klesá ak množstvo kapitálu stúpa: čím viac kapitálu firma má, menej ďalšej jednotky kapitálu pridá k jeho outputu. Dochádzame k záveru, že na maximalizáciu zisku, firma prenajíma kapitál až pokým hraničný produkt kapitálu klesá, aby sa rovnal skutočnej cene prenájmu. Obrázok nižšie zobrazuje rovnováhu na trhu prenájmu kapitálu. Z dôvodov práve diskutovaných, hraničný produkt kapitálu určuje krivku dopytu. Krivka dopytu je klesajúca, pretože hraničný produkt kapitálu je nízky, keď je vysoká úroveň kapitálu. V každom okamihu je množstvo kapitálu v ekonomike fixné, takže krivka ponuky je zvislá. Skutočná cena prenájmu kapitálu sa prispôsobuje rovnováhe medzi ponukou a dopytom.

Cobbova Douglasova produkčná funkcia je stále považovaná za dobrú aproximáciu toho ako sa mení súčasný ekonomický kapitál a práca na tovary a služby.

$$Y = AK^{\alpha}L^{1-\alpha}$$

Kde Y je output, K je kapitál, L je práca, A je parameter merania úrovne technológie a α je parameter, ktorý je medzi 0 a 1, a meria kapitálový podiel na výstupe. Hraničný produkt kapitálu pre Cobbovu-Duglasovu produčnú funkciu je:

$$MPK = \alpha A(L/K)^{1-\alpha}$$

A pretože reálna cena renty R/P sa rovná hraničnému produktu kapitálu v rovnováhe, môžeme napísať:

$$R/P = \alpha A(L/K)^{1-\alpha}$$

Tento výraz identifikuje premenné, ktoré určujú reálnu cenu renty. Z toho nám vychádza nasledovné:

Čím nižšia je zásoba kapitálu, tým vyššia je reálna cena prenájmu kapitálu.

Čím väčšie množstvo zamestnaných v práci, tým vyššia je reálna cena prenájmu kapitálu. Udalosti, ktoré znižujú kapitálové zásoby (zemetrasenie), alebo zvyšujú zamestnanosť (expanzia agregátneho dopytu), alebo vylepšenie technológie (vedecké vynálezy) rastie rovnovážna reálna cena prenájmu kapitálu. Pri spätnom pohľade na rôzne modely investícií si môžeme zovšeobecniť na tri tézy.

Po prvé, všetky druhy investičných výdavkov sú nepriamo úmerné reálnej úrokovej sadzbe. Vyššia úroková sadzba zvyšuje náklady kapitálu pre firmy, ktoré investujú do

[36] Mankiw G., Macroeconomics 8th edition, online, dostupné na http://ebookily.org/pdf/macroeconomics-8th-edition-gregory-mankiw

strojov a zariadení, zvyšuje náklady na pôžičky pre domácich kupujúcich a zvyšuje náklady na držanie dokončenej výroby na sklade. Po druhé, rôzne udalosti môžu posunúť investičnú funkciu. Zlepšenie dostupných technológií zvyšuje hraničný produkt kapitálu a zvyšuje fixné investície. Nárast populácie zvyšuje dopyt po bývaní a zvyšuje rezidentné investície (do bývania). Najdôležitejšie je, že rôzne hospodárske politiky, ako sú zmeny v dostupnosti investičného daňového úveru a dane z príjmu právnických osôb menia stimuly pre investície a tým posúvajú funkciu investícií. Po tretie, je prirodzené očakávať, že investície budú volatilné počas hospodárskeho cyklu, pretože investičné výdavky závisia od výkonu ekonomiky ako aj od úrokových sadzieb. V neoklasickom modeli fixných investícií, vyššia zamestnanosť zvyšuje hraničný produkt kapitálu a motiváciu k investíciám. Vyšší výkon tiež zvyšuje zisky firiem a tým uvoľňuje finančné obmedzenia, ktorým niektoré firmy čelia. Navyše, vyšší príjem zvyšuje dopyt po bývaní, zvýšenie cien bývania a rezidentných investícií. Vyšší výkon zvyšuje stav zásob firiem, ktoré chcú držať, stimulovanie investičných zásob. Naše modely predpovedajú, že ekonomický boom by mal stimulovať investície a recesia by ich mala stlačiť.[37]

Ak si to zhrnieme:

- Hraničný produkt kapitálu určuje reálnu cenu prenájmu kapitálu. Reálna úroková miera, odpisová sadzba a relatívna cena kapitálových tovarov určuje náklady kapitálu. Podľa neoklasického modelu firmy investujú v prípade, že cena za prenájom je vyššia ako náklady na kapitál a neinvestujú, ak cena za prenájom je nižšia ako náklady kapitálu.
- Motivácia investovať sa takisto odvíja aj od aktuálne platného zákona o daňovom poriadku. Daň z príjmov právnických osôb odrádza od investícií a investičný daňový úver, ktorý bol v minulosti v Spojených štátoch podporuje investovanie.
- Alternatívny spôsob vyjadrenia neoklasického modelu je, že investície závisia na Tobinovom q, pomere trhovej hodnoty inštalovaného kapitálu k jeho reprodukčným nákladom. Tento pomer odráža súčasnú a očakávanú budúcu ziskovosť kapitálu. Čím vyššia je q, tým väčšia je trhová hodnota inštalovaného kapitálu vzhľadom k jeho reprodukčným nákladom a vyššia je motivácia k investíciám.
- Ekonómovia diskutujú, či fluktuácie na akciovom trhu sú racionálnym odrazom skutočnej hodnoty firiem, alebo sú poháňané iracionálnymi vlnami optimizmu a pesimizmu.
- Na rozdiel od predpokladu neoklasického modelu, firmy nemôžu vždy získať finančné prostriedky na financovanie investícií. Finančné obmedzenia robia investície citlivé na aktuálny peňažný príjem firiem.
- Rezidentné investície závisia na relatívnej cene bývania. Ceny bývania zase závisia od dopytu po bývaní a aktuálnej fixnej ponuke. Nárast dopytu po bývaní možno pripísať poklesu úrokovej sadzby, zvýšeniu cien bývania a rezidentných investícií.

[37] Mankiw G., Macroeconomics 8th edition, online, dostupné na http://ebookily.org/pdf/macroeconomics-8th-edition-gregory-mankiw

- Firmy majú rôzne motívy pre držanie zásob tovaru: vyrovnávanie produkcie (smoothing procuction), ich použitie ako faktor výroby, aby sa zabránilo výpadku, ukladania práce v procese. Množstvo, ktoré firmy držia ako zásoby závisí od reálnej úrokovej miery a úverových podmienok.[38] Stále sa vedú diskusie, aká je závislosť investícií na skutočných úrokových sadzbách a aký má vplyv menová politika. Ďalej, či nástroje fiškálnej politiky, ako investičné daňové úľavy a zrýchlené odpisy pôsobia priamo cez ich vplyv na akumuláciu kapitálu.

Vzhľadom k obrovskému počtu prác o spotrebe, výskum investícií akosi zaostával. To sa však za posledných 20 rokov dramaticky zmenilo.[39] Čiastočne, máme teraz možnosť charakterizovať investičné správanie s pomerne bohatými nastaveniami. V kombinácii so súbormi dát na úrovni firiem sú výskumníci schopní vytvoriť bohatú sadu sofistikovaných modelov. Investície s dôrazom na neistotu a nekonvexnosť sú vhodné na aplikáciu dynamických programovacích techník. Budeme najprv analyzovať všeobecný dynamický optimalizačný problém a potom sa zameriame na špeciálne prípady konvexných a nekonvexných nákladov na prispôsobenie.

3.1 Všeobecný problém

Jednotkou analýzy bude závod, hoci pre niektoré aplikácie (napr. posúdenie pôžičkových obmedzení) môže byť vhodnejšie zameranie na firmu. "Manažér" predpokladá maximalizáciu hodnoty závodu, pričom neexistujú žiadne motivačné problémy medzi manažérom a vlastníkmi. Problém sa týka výberu výrobných faktorov, ktoré sú prenajímané na výrobné obdobie, sprostredkovanie práce a akumuláciu kapitálu. Zameriame sa na investičné rozhodnutia. Predpokladáme, že dopyt po variabilných vstupoch (označený x) je optimálne určený vzhľadom na faktor cien (reprezentovaný vektorom **w**) a stavové premenné optimalizačného problému závodu, reprezentované hodnotami (A, K). Vektor flexibilných faktorov produkcie môže zahŕňať prácu, materiály a energetické vstupy do výrobného procesu. Výsledkom tejto optimalizácie zostáva funkcia zisku, označená $\Pi(A, K)$, ktorá závisí výlučne od stavu výrobného závodu, kde

$$\Pi(A, K) = \max_{x} R(\hat{A}, K, x) - wx$$

pričom $R(\hat{A}, K, x)$ označuje tržby dané vstupmi kapitálu (K), ďalej (x) predstavuje variabilné faktory a šok tržieb a/alebo produktivity je označený $(\hat{A})$. Redukovaná forma funkcie zisku teda závisí na stochastických premenných A, ktoré zahŕňajú aj $\hat{A}$ aj w a zásoby fyzického kapitálu (K). Teda neskôr sa budeme odvolávať na A ako na šok ziskovosti, pretože odráža zmeny v technológii, dopyte a cenách faktorov. Funkciu zisku, ako je daná, považujeme za stacionárny dynamický programovací problém:

[38] Mankiw G., Macroeconomics 8th edition, online, dostupné na http://ebookily.org/pdf/macroeconomics-8th-edition-gregory-mankiw

[39] Pozri Caballero (1999) a Chirinko (1993) sú tam odkazy pre ďalšie prehľady existujúcich výskumov.

$$V(A,K,p) = \max_{K'} \prod(A,K) - C(K',\mathrm{A},\mathrm{K}) - p(K' - (1-\delta)\mathrm{K}) + \beta E_{A'|\mathrm{A}} V(A',K',p') \quad (3.1)$$

pre všetky (A,K,p), kde $K' = (1-\delta) + I$ je rovnica akumulácie kapitálu a I sú investície. Tu nepripravené premenné sú aktuálne hodnoty a pripravené premenné sa vzťahujú na budúce hodnoty. V tomto probléme, manažér vyberie úroveň budúceho kapitálu označovaného K'. Predpoklad načasovania je, že nová investícia sa stáva produktívnou s oneskorením o jedno obdobie. Odpisová sadzba z kapitálu je označená $\delta \in [0, 1]$. Manažér diskontuje budúcnosť s pevnou úrokovou sadzbou β.[40]

Zatiaľ nemáme v tomto rámci žiadne obmedzenia požičania. Takže, výber investícií a tým aj budúci kapitál nie je obmedzený súčasnými ziskami alebo nerozdeleným ziskom. K tejto otázke sa vrátime neskôr.

Existujú dva typy nákladov obstarania nového kapitálu. Prvým z nich je priama kúpna cena, označíme ju p. Poznamenajme, že táto cena je súčasťou stavového vektora, ak je zdrojom zmien v tejto modelovanej ekonomike.[41]

Druhým typom obstarania sú náklady na prispôsobenie dané funkciou $C(K',A,K)$. O týchto nákladoch sa predpokladá, že môžu zahŕňať náklady: na inštaláciu, pri narušení výrobných činnosti v závode, na potrebnú rekvalifikáciu pracovníkov, nutnosť prekonfigurovať ďalšie aspekty výrobného procesu, atď. Táto funkcia je dostatočne všeobecná pre prvky oboch konvexných a nekonvexných nákladov na prispôsobenie, ako aj na rôzne transakčné náklady.

3.2 Bez nákladov na prispôsobenie

Aby bol zrejmý prínos nákladov na prispôsobenie, začneme so skúšobným prípadom, v ktorom tieto náklady chýbajú: $C(K',A,K) \equiv 0$ pre všetky (K',A,K). Všimnime si, že stále je čas na vybudovanie aspektu investícií na akumulácií kapitálu smerujúceho do budúcnosti. Podmienka prvého rádu pre optimálnu investičnú politiku je daná vzťahom:

$$BE_{A',p'|A,p} V_k(A',K',p') = p \quad (3.2)$$

kde dolné indexy funkcie označujú parciálne derivácie. Táto podmienka znamená, že optimálne kapitálové zásoby závisia na realizovaných hodnotách ziskovosti, A iba prostredníctvom mechanizmu očakávania: pre určenie investičných očakávaní s časovým aspektom nie je vhodná aktuálna ziskovosť s výnimkou ako signál budúceho zisku. Optimálne kapitálové zásoby nezávisia od aktuálnych zásobách kapitálu. Na riešenie použijeme (3.1) pre $E_{A',p'|A,p} V_k(A',K',p')$ získame:

$$E_{A',p'|A,p}[\Pi_k(A',K') + (1-\delta)p'] = p \quad (3.3)$$

Táto podmienka má prirodzenú interpretáciu. Náklady na ďalšiu jednotku kapitálu dnes (p) sa rovnajú marginálnemu (hraničnému) výnosu kapitálu. Tento hraničný výnos má dve časti: hraničné zisky z kapitálu $(\Pi_k(A',K'))$ a spätnú predajnú hodnotu neodpísaného

[40] Zodpovedá to výsledku stochastickému modelu rastu, ak existujú spotrebitelia, ktorí sú neutrálni k riziku. V opačnom prípade formulácia s variabilnými reálnymi úrokovými sadzbami môže byť oprávnená.

[41] V mnohých ekonomikách, je tiež ovplyvňovaná zmenami politiky vo forme investičných daňových úľav.

kapitálu v budúcej cene $((1-\delta)p')$. Dosadením za budúcu cenu kapitálu a ďalšej iterácie, dostaneme:

$$p_t = \beta \sum_{\tau=0}^{\infty} [\beta(1-\delta)]^{\tau} E_{A_{t+\tau|A_t}} \Pi_K(K_{t+\tau+1} A_{t+\tau+1})$$

kde p_t je cena kapitálu v období t. Takže investičná politika firmy sa rovná kúpnej cene kapitálu dnes s diskontovanou súčasnou hodnotou hraničných ziskov v budúcnosti. Poznamenajme, že nemeniac túto podmienku predpokladáme, že firma bude optimálne využívať svoj kapitál v budúcnosti tak, že (3.3) platí vo všetkých nasledujúcich obdobiach. Zatiaľ čo jednoduchý model bez nákladov na prispôsobenie nie je vhodný. Cooper a Haltiwanger (2000) tvrdia, že vzhľadom na pozorovania, model bez nákladov na prispôsobenie naznačuje nadmernú citlivosť investícií na zmeny v ziskovosti. Takže, jedna z empirických motivácií pre zavedenie nákladov na prispôsobenie je zmierniť inak príliš volatilné pohyby v investíciách. Ďalej tento model nie je schopný odpovedať na pozorovanie nečinnosti v nastavení prispôsobovania kapitálu (a popísané nižšie), v dátach na úrovní závodu. Z týchto dôvodov sú stanovené rôzne modely nákladov na prispôsobenie.[42]

3.3 Konvexné náklady na prispôsobenie

V tejto častí predpokladáme, že $C(K', A, K)$ je rastúca, rýdzo konvexná funkcia budúceho kapitálu K'.[43] Firma sa rozhoduje o budúcom kapitáli (K') na základe podmieneného očakávania ziskovosti A' v budúcnosti. Samozrejme do tej miery ako je korelované A' s A, súčasný zisk bude korelovaný s budúcim ziskom.

Za predpokladu, že existuje optimálna politika $V(K, A, p)$, pozorovaním riešenia maximalizačného problému v (3.1) sa musí byť splnená podmienka:

$$C_{K'}(K', A, K) + \mathrm{p} = BE_{A',p'|A,p} V_{K'}(A', K', p') \qquad (3.4)$$

Na ľavej strane tejto podmienky je miera hraničných nákladov na akumuláciu kapitálu a zahŕňa priame náklady nového kapitálu ako aj hraničné náklady na prispôsobenie. Pravá strana tohto výrazu meria očakávané hraničné zisky ďalším kapitálom prostredníctvom derivácie funkcie hodnoty. To sa zvyčajne nazýva "marginálne (hraničné) Q" a je označené q. Všimnime si načasovanie: vhodnou mierou hraničného Q je očakávaná diskontovaná hodnota nasledujúceho obdobia z dôvodu meškania investície jedného obdobia. Na riešenie $E_{A',p'|A,p} V_{K'}(A', K', p')$ použijeme (3.1) a (3.4) môžeme zjednodušiť na Eulerovu rovnicu:

$$\begin{aligned} C_{K'}(K', A, K) + \mathrm{p} \\ = BE_{A',p'|A,p}\{\Pi_K(K', A') + p'(1-\delta) - C_{K'}(K'', A', K')\} \end{aligned} \qquad (3.5)$$

[42] Špeciálny prípad bez nákladov na prispôsobenie je všeobecne vnorený v týchto ostatných modeloch.
[43] V niektorých aplikáciách funkcia nákladov na prispôsobenie závisí na investíciách $C(I, K)$, kde $I = K - (1 - \delta)K$.

Ak chceme interpretovať túto nevyhnutnú podmienku pre optimálne riešenie, uvažujeme malé zvýšenie aktuálnych investícií. Náklady na túto investíciu sú merané na ľavej strane tohto výrazu priamymi nákladmi na kapitál (p), rovnako ako marginálnymi nákladmi na prispôsobenie. Zisk prichádza v nasledujúcom období. Ďalší (dodatočný) kapitál zvyšuje zisky. Ako sa manažér "vracia" k optimálnej ceste po tejto odchýlke, neodpísaný kapitál je oceňovaný na budúcom trhu cenou (p') a náklady na prispôsobenie sa znižujú.

3.3.1 *Q* Teória: Modely

Jedným z ťažkých aspektov investičnej teórie s nákladmi na prispôsobenie je empirická implementácia. Ak hodnoty funkcie a teda jej derivát nie je pozorovateľný, (3.4) sa nedá priamo odhadnúť. Preto je teória testovaná buď tým, že nájde vhodnú náhradu derivátu $V(K, A, p)$, alebo odhad Eulerovej rovnice (3.5). Zameriavame sa tu na rozvoj teórie, ktorá uľahčuje odhad na základe použitia priemernej hodnoty firmy ako náhradu za hraničnú hodnotu o ďalšiu jednotku kapitálu. Tento prístup, tzv, *Q* teória kladie ďalšie ohraničenia na (3.1). Najmä prívrženci teórie ako Hayashi (1982), predpokladali, že: $\Pi(K, A)$ je úmerné K, a že funkcia nákladov na prispôsobenie je kvadratická.[44] Ďalej budeme predpokladať, že cena kapitálu je konštantná, takže:

$$V(A, K) = \max_{K'} AK\frac{\gamma}{2}\left(\frac{K' - (1-\delta)}{K}\right)^2 K - p(K' - (1-\delta)K) + \beta E_{A'|A} V(A', K') \tag{3.6}$$

Ako vždy, Bellmanova rovnica musí platiť pre všetky (*A*,*K*). Predpokladajme, že šok ziskovosti nasleduje autoregresný proces daný vzťahom:

$$A' = \rho A + \varepsilon'$$

kde $|\rho| < 1$ a ε' je biely šum (white noise). Podmienka prvého rádu pre výber úrovne investícií naznačuje, že miera investícií v ($i \equiv I/K$) je daná vzťahom:

$$i = \frac{\gamma}{2}(\beta E_{A'|A} V_K(A', K') - p) \tag{3.7}$$

$E_{A'|A} V_K(A', K')$ je tu opäť očakávaná hodnota derivácie hodnoty funkcie a nazvali sme ju "marginálne (hraničné) *Q*". K vyriešeniu tohto problému dynamického programovania môžeme odhadnúť riešenie a overiť, či funguje. Vzhľadom k lineárno-kvadratickej štruktúre problému, je prirodzené, že predpokladáme:

$$V(A, K) = \phi(A)K$$

kde $\phi(A)$ je nejaká neznáma funkcia, pomocou, ktorej hľadáme, očakávané hraničné *Q*:

$$E_{A'|A} V_K(A', K') = E_{A'|A}\phi(A') \equiv \tilde{\phi}(A)$$

[44] Ďalšiu diskusiu o použiteľnosti *Q* teórie pre všeobecnejšie náklady na prispôsobenie a funkcií zisku môžeme nájsť v práci Abel a Eberly (1994).

Všimnime si, že v tomto prípade očakávaná hodnota hraničného a priemerného Q (definovaná ako $V(A,K)/K = \phi(A)$) je rovnaká.[45] Použitím tohto v Eulerovej rovnici dostaneme:

$$i = \frac{1}{\gamma}(\beta\tilde{\phi}(A) - p) \equiv z(A)$$

Tento výraz znamená, že miera investícií je vlastne nezávislá od súčasnej úrovne kapitálu. Ak chceme overiť svoju domnienku, nahradíme túto funkciu investičnej politiky v originálnej funkčnej rovnici:

$$\phi(A)K = AK - \frac{\gamma}{2}\big(z(A)\big)^2 K - pz(A)K + \beta\tilde{\phi}(A)K[(1-\delta) + z(A)]$$

čo musí platiť pre všetky (A,K). Je zrejmé, že odhad hodnoty funkcie úmerný K je skutočne správny: hodnota K je z vyššie uvedeného výrazu vymazaná. Zostávajúca časť neznámej hodnoty funkcie $\phi(A)$ je nepriamo daná vyššie uvedeným výrazom.[46] Výsledná hodnota funkcie je úmerná zásobe kapitálu pre lineárno-kvadratickú formuláciu problému akumulácie kapitálu.

3.3.2 Teória *Q*: Evidencia

Vzhľadom k relatívne jednoduchej štruktúre konvexného modelu prispôsobovacích nákladov je jedným z najčastejších modelov investícií. V skutočnosti je konvexný model často ďalej zjednodušený tak, aby náklady na prispôsobovanie boli kvadratické. Nevyhnutné podmienky optimálnosti pre tento model sú vyjadrené dvomi spôsobmi. Po prvé, z podmienok prvého rádu, miera investícií je lineárna vzhľadom k rozdielu medzi budúcou hraničnou hodnotou nového kapitálu a aktuálnou cenou kapitálu, rovnako ako v (3.7). Teda hraničná hodnota kapitálu môže byť za určitých podmienok nahradená priemernou hodnotou kapitálu. Po druhé, je možné založiť empirickú analýzu na Eulerovej rovnici, ktorá vyplýva z (3.6). To prirodzene vedie k odhadovaniu použitím GMM. Odhad založený na Q-teórií čerpá z dvoch prác. Jednak z práce Gilchrista a Himmelberga (1995), kde je prezentovaný základný prístup a dôkazy o Q-teórií založené na odhade kapitálových prispôsobovacích modelov. Témou v tomto a ďalších súvisiacich prácach je, že investície empiricky závisia na ďalších premenných ako priemerné Q, hlavne cez cash flow. Druhou je práca Coopera a Ejarqua (2001), ktorí preskúmali význam nedokonalej konkurencie a trenia na kreditnom trhu. Táto práca ukazuje použitie nepriamej hypotézy. Testy Q teórie na panelových dátach sú často vykonávané za použitia empirických špecifikácií:

$$\left(\frac{I}{K}\right)_{it} = \alpha_{i0} + \alpha_1 \beta E_{\bar{q}_{it+1}} + \alpha_2 \left(\frac{X_{it}}{K_{it}}\right) + v_{it} \qquad (3.8)$$

Index i tu odkazuje na firmu alebo závod i a index t reprezentuje čas. Z (3.7) by sa α_1 malo rovnať $1/\gamma$. To je zaujímavý aspekt tejto špecifikácie: na základe nulovej hypotézy z tejto regresie, je možné odvodiť parameter prispôsobovacích nákladov. Konštantný výraz v

[45] Hayashi (1982) bol prvý, kto poukázal na to, že v tomto prípade priemerné a hraničné q sa zhodujú, aj keď jeho formulácia bola nestochastická.
[46] Zaujímavé je, že prirodzené dohady, že $\varphi(A)=A$ nespĺňa funkcionálna rovnica.

regresii, ktorý je špecifický pre závod. Ak modifikujeme kvadratické náklady na prispôsobenie ako Gilchrist a Himmelberg (1995),[47] dostaneme:

$$C(K', K) = \frac{\gamma}{2}\left(\frac{K' - (1-\delta)K}{K} - a_i\right)^2 K$$

Teraz už táto regresia zahŕňa aj tretí výraz $\left(\frac{X_{\mathrm{it}}}{K_{\mathrm{it}}}\right)$. V skutočnosti Q teória nenavrhuje zaradenie ďalších premenných do (3.8), pretože všetky relevantné informácie sú začlenené do priemerného Q. Viac menej by mali byť ďalšie premenné zanedbateľné. Preto sa výskumníci zamerali na štatistický a ekonomický význam a_2. Najmä X_{it} často obsahuje finančné premenné ako spôsob vyhodnotenia alternatívnych hypotéz, v ktorých nie sú účinky finančných obmedzení zahrnuté do priemerného Q. Výsledky získané použitím tohto prístupu boli zmiešané. Odhady veľkých nákladov na prispôsobenie nie sú nezvyčajné. Hayashi (1982) odhaduje $a_1 = 0{,}0423$ a teda γ je okolo 25. Gilchrist a Himmelberg (1995) odhadujú a_1 na úrovni 0,033. Ďalej mnoho štúdií, odhaduje kladnú hodnotu pre a_2, keď X_{it} je meradlom ziskov a/alebo toku hotovosti.[48] Berie sa to ako odmietnutie teórie Q, ktorá samozrejme naznačuje, že vyvodenie záveru o γ z odhadu a_1 nemôže byť platné. Navyše význam finančných premenných viedol výskumníkov k záveru, že nedostatky kapitálového trhu, musia byť prítomné. Cooper a Ejarque (2001) tvrdia, že zdanlivý neúspech Q teórie pochádza z nešpecifikácie optimalizačného problému firmy: trhová sila je ignorovaná. Ako vyplýva z práce Hayashiho (1982), ak firmy majú trhovú silu (dokážu ovplyvniž trh), potom priemerné a marginálne Q sa rozchádzajú. V dôsledku toho, substitúcia hraničného za priemerné Q v štandardnej regresií investícií indukuje chyby merania, ktoré môžu byť pozitívne korelované so ziskom.[49] Cooper a Ejarque (2001) sa pýtajú, či by sa dalo nájsť pozitívne a významné a_2 v (3.8), v modeli bez akýchkoľvek nedokonalostí kapitálového trhu. Ich metodika nadväzuje na nepriamy záver (hypotézu) odvodenú a popísanú v Gourieroux a Monfort (1996) a Gourieroux a ďalší (1993). Jedná sa o rutinný odhad minimálnej vzdialenosti, v ktorej sú vybrané štrukturálne parametre optimalizačného problému také, aby redukovali formu koeficientov z regresie na simulovaných dátach, ktoré sú blízke skutočným údajom. Kľúčové je, že tú istú redukovanú formu regresie prevedieme na oboch skutočných a simulovaných dátach. Cooper a Ejarque (2001) používajú odhady parametrov od Gilchrista a Himmelberga (1995) pre (3.8) ako zástupcu Q teórie založenej na literatúre o investíciách. Označme tieto odhady z tejto súhrnnej panelovej vzorky pomocou priemernej miery (Tobinovho) Q podľa $(a_1^*, a_2^*) = (0{,}03; 0{,}24)$[50] Cooper a Ejarque (2001) pridali ďalšie tri momenty podľa Gilchrista a Himmelberga (1995): sériovú koreláciu miery investícií (0,4), smerodajnú

[47] Chyba vo výraze (3.8) je často pripisovaná stochastickým prvkom vo funkcií nákladov na prispôsobenie, teda ak a_{i} upravíme dostaneme $a_{\mathrm{it}} = a_{\mathrm{i}} + \varepsilon_{\mathrm{it}}$

[48] Hubbard (1994) preskúmal tieto zistenia.

[49] Cooper a Ejarque (2001) sa nepokúšajú charakterizovať túto chybu merania analyticky, na to aby pochopili dôsledky použili simulované prostredie. Pre detailné a presné diskusie o význame chyby merania v Q regresií pozri Erickson a Whited (2000).

[50] Cooper a Ejarque (2001) v modeli nemajú nepozorovanú odlišnosti, takže ignorujú konštantu z regresie ako aj fixné účinky. Zostávajúce koeficienty sú brané ako spoločné pre všetky podniky.

odchýlku miery zisku (0,3) a priemernú hodnotu priemerného Q (3). Nech Ψ^{d} označuje vektor momentov dát. V štúdií Coopera a Ejarquea (2001) platí

$$\Psi^{\mathrm{d}} = [0{,}03 \;\; 0{,}24 \;\; 0{,}4 \;\; 0{,}3 \;\; 3].$$

Odhad sa zameriava na dva hlavné parametre: zakrivenie funkcie zisku (α) a úrovni nákladov na prispôsobenie (γ). Nastavili ďalšie parametre na úroveň zistených v predchádzajúcich štúdiách: $\delta = 0{,}15$ a $\beta = 0{,}95$. Tieto parametre (α, γ) nechali nastavené, ostáva ešte odhadnúť parametre stochastického procesu pre špecifické šoky v ziskovosti firiem. Cooper a Ejarque (2001) odhadujú sériovú koreláciu (ρ) a štandardnú odchýlku (σ) ziskovosti šokov, zatiaľ čo agregovaný proces šokov predstavuje proces dvoch stavov Markovovho procesu so symetrickou maticou prechodov, v ktorej pravdepodobnosť zotrvania v ďalších dvoch agregovaných stavoch je 0,8.[51] Nepriamy záver postupu uskutočnený v tejto aplikácii je daný vektorom parametrov, $\Theta \equiv (\alpha\, \gamma, \rho, \sigma)$ a rieši problém dynamického programovania firmy:

$$V(A,K) = \max_{K'} AK^{\alpha} - \frac{\gamma}{2}\left(\frac{K' - (1-\delta)K}{K}\right)^2 K - p(K' - (1-\delta)K + \beta E_{A'|A} V(A', K') \tag{3.9}$$

pre všetky (A, K) s použitím hodnoty funkcie iterácie. Metóda je uvedená v Tauchen (1986) je použitá na vytvorenie diskrétneho stavového priestoru reprezentácie procesu šoku
vzhľadom k (ρ, σ). Toto používame v podmienečnom očakávaní optimalizácie problému.

- s ohľadom na funkcie, získané pri riešení problému dynamického programovania vytvoríme panelový súbor dát simuláciou,
- odhadneme model Q teórie, rovnako ako v (3.8) na simulačnom modeli a vypočítame príslušné momenty. Nech $\Psi^{\mathrm{s}}(\Theta)$ označuje zodpovedajúce momenty zo simulovaných dát,
- počítané $J(\Theta)$ je definované ako:

$$J(\Theta) = (\Psi^{d} - \Psi^{\mathrm{s}}(\Theta)' W (\Psi^{d} - \Psi^{\mathrm{s}}(\Theta)) \tag{3.10}$$

  kde W je odhad inverznej variačno-kovariančnej matice Ψ^{d}.

- estimátor Θ, $\widehat{\Theta}$ sa rieši minimalizáciou:

$$\min_{\Theta} J(\Theta)$$

V druhom riadku tabuľky nižšie sú uvedené odhady štruktúrnych parametrov a štandardné chyby, ktoré opísali Cooper a Ejarque (2001).[52]

Tabuľka 2 Odhadnuté štrukturálne parametre

[51] V skutočnosti, nie sú odhady veľmi citlivé voči celkovým šokom. Tento model je v podstate odhadovaný na základe bohatých prierezových variácií, ako panelová štúdia Gilchrista a Himmelberga (1995)
[52] Výpočet štandardných chýb je opísaný Gourierouxom a Monfortom (1996).

Štrukturálne parametre					
	α	γ	ρ	σ	θ
GH95					
CE	0.689 (0.011)	0.149 (0.016)	0.106 (0.008)	0.855 (0.04)	2

Zdroj: Adda a Cooper

Výsledné výsledky regresie a momenty. Tu riadok označený GH95 predstavuje výsledky a momenty regresie uvdené Gilchristom a Himmelbergom (1995).

Tabuľka 3 Regresia výsledky a momenty

Redukovaná forma odhadov/momentov koef.					
	a_1	a_2	$SC\frac{I}{K}$	$std\frac{\pi}{K}$	$\bar{q}$
GH95	0.03	0.24	0.4	0.25	3.00
CE	0.041	0.237	0.027	0.251	2.95

Zdroj: Adda a Cooper

Model so štyrmi parametrami dobre zodpovedá štyrom z piatich odhadov/momentov, ale nie je schopný reprodukovať vysokú úroveň sériovej korelácie miery investícií na úrovni závodu. Zdá sa, že je to dôsledkom pomerne nízkej úrovne γ, čo znamená, že náklady na prispôsobenie nie sú príliš veľké. Zvýšenie nákladov zvýši sériovú koreláciu investícií. Odhadnuté zakrivenie funkcie zisku 0,689 naznačuje rozpätie asi 15%.[53] Tento odhad α, a teda rozptyl nie je v rozpore s výsledkami uvedenými v literatúre. Ďalším zaujímavým parametrom je odhad úrovne spojený s kvadratickými nákladmi na prispôsobenie γ. V porovnaní s inými štúdiami, sa to javí ako pomerne ľahké. Avšak, zaujímavý bod z týchto výsledkov je, že odhad γ nie je identifikovaný z regresného koeficientu priemerného Q. Z tejto tabuľky odhadovaná hodnota γ = 0,149 je ďaleko od inverznej hodnoty koeficientu priemerného Q (okolo 4). Teda identifikácia parametra kvadratických nákladov na prispôsobenie a_2 je v prítomnosti trhovej sily firmy zavádzajúca.

3.3.3 Odhad Eulerovej rovnice

Eulerova rovnica uvedená v (3.5) je nevyhnutnou podmienkou pre optimálnosť. V prípade, že máme kvadratické náklady na prispôsobenie modelu, môžeme ju zjednodušiť na:

$$i_t = \frac{1}{\gamma}\left[\beta\left[E_t(\pi_K(A_{t+1}, K_{t+1}) + p_{t+1}(1-\delta) + \frac{\gamma}{2}i_{t+1}^2 + \gamma(1-\delta)i_{t+1}\right] - p_t\right]$$

Nech ε_{t+1} je definované z realizovaných hodnôt týchto premenných:

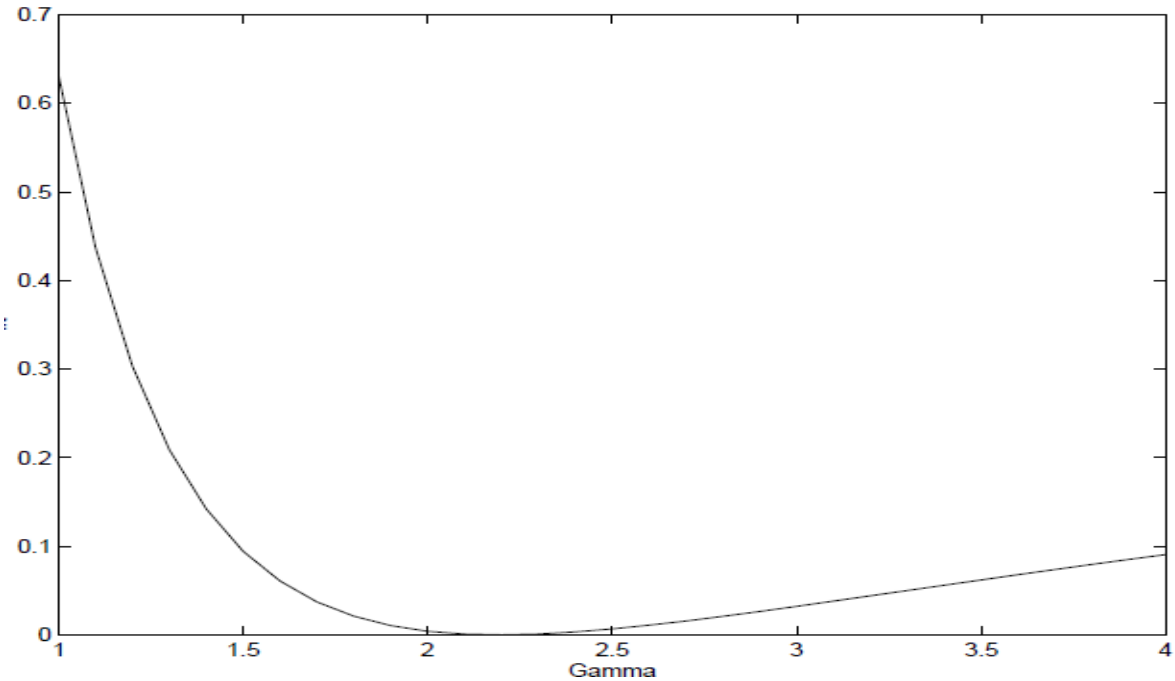
[53] Cooper a Ejarque (2001) ukazujú, že ak $p = y^{-\eta}$ je krivka dopytu a $y = Ak^{\phi}l^{(1-\phi)}$ produkčná funkcia. Maximalizácia zisku cez flexibilné faktor l vedie k zníženiu funkcie zisku, kde exponent kapitálu je $\frac{\phi(\eta-1)}{(1-\phi)(1-\eta)-1}$. S φ=0,33, η=0,1315, čo znamená rozptyl cca 15%

$$\varepsilon_{t+1} = \frac{1}{\gamma}\left[\beta\left[(\pi_K(A_{t+1}, K_{t+1}) + p_{t+1}(1-\delta) + \frac{\gamma}{2} i_{t+1}^2 + \gamma(1-\delta) i_{t+1}\right] - p_t \qquad (3.11)$$

potom obmedzenie určené $E_t \varepsilon_{t+1} = 0$. Je to podmienka kolmosti, že procedúra GMM využíva v odhade základné štruktúrne parametre, $\theta = (\beta, \gamma, \delta, \alpha)$. Na ilustráciu, máme riešený a simulovaný model s kvadratickými nákladmi na prispôsobenie, ktoré sa rovnajú $(\gamma = 2)$ s konštantnými cenami investičných statkov. Pomocou tejto sady dát, môžeme odhadnúť parametre problému firmy pomocou GMM. Ak chceme, aby to bolo čo najviac transparentné, predpokladajme, že výskumník vie všetky hodnoty okrem γ. Preto sa môžeme spoliehať na jedinú podmienku ortogonality (kolmosti) pre stanovenie γ. Predpokladajme, že ako inštrument používame oneskorený šok ziskovosti. Definovaný

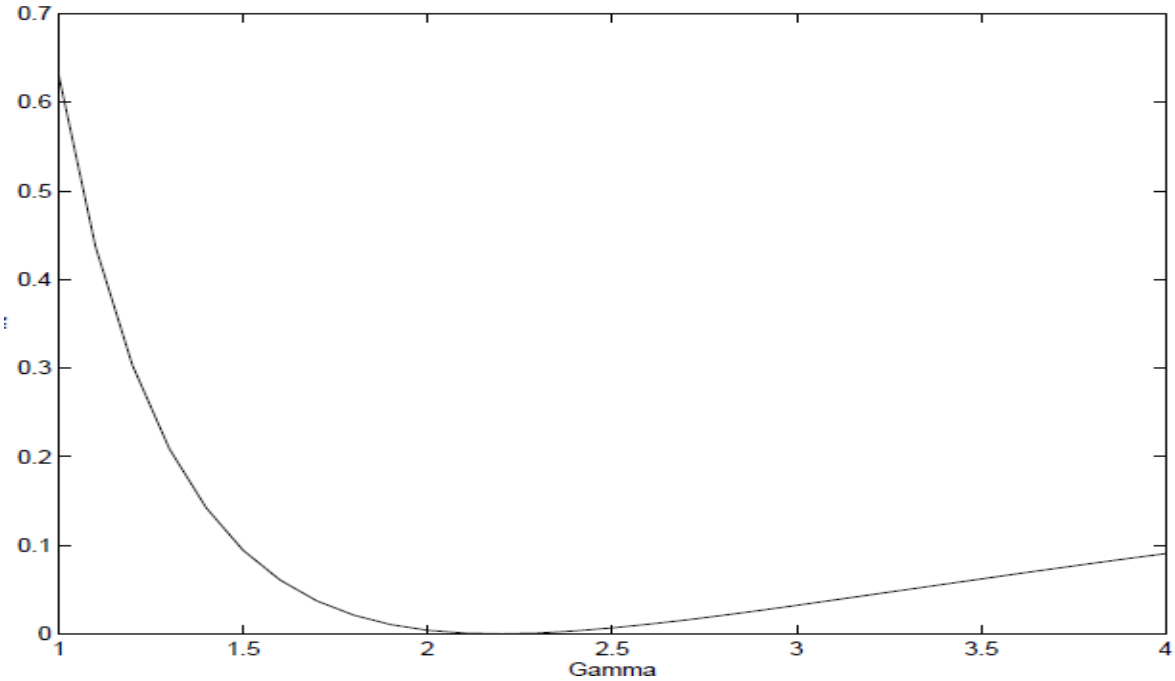
$$\Omega(\gamma) = \frac{1}{T}\sum_t \varepsilon_{t+1}(\gamma) A_t \qquad (3.12)$$

GMM odhad γ získame minimalizácou $\Omega(\gamma)$. Táto funkcia je znázornená na obrázku Obrázok 2 Funkcia $\Omega(\gamma)$



. Je zrejmé, že táto funkcia je minimalizovaná v blízkosti γ = 2,120

Obrázok 2 Funkcia Ω(γ)



Whitedova (1998) práca obsahuje dôkladné preskúmanie a analýzu existujúcich dôkazov na odhade Eulerovej rovnice investičných modelov. Whited poznamenáva, že prístup na základe Eulerovej rovnice je určite lepší ako model založený na *Q*-teórií: nepotrebujeme v ňom zmerať hraničné *Q*. Preto niektoré obmedzenia, ktoré sú použité pri odhade nemusíme uvažovať, napr. tie, ktoré stanovil Hayashi. Odhad na základe investičnej Eulerovej rovnice všeobecne vedie k odmietnutiu preidentifikovaných obmedzení ako aj v *Q*-teórií na základe empirických prác, zahrnutie finančných obmedzení zlepšuje výkon modelu. Whited (1998) svojou analýzou prináša význam fixným nákladom na prispôsobenie v odhade Eulerovej rovnice. Whited (1998) túto skutočnosť zohľadňuje delením jej vzorky na súbory firiem, ktoré sľubujú pozitívne investície. Odhad Eulerovej rovnice pre túto podskupinu je oveľa úspešnejší. Ďalej tvrdí, že zatiaľ čo finančné premenné sú celkovo dôležité, možno povedať, že sú aj slabo relevantné pre firmy s prebiehajúcimi investíciami. Tieto výsledky sú provokatívne. Nútia nás premýšľať o spoločnej prítomnosti nekonvexných nákladov na prispôsobenie a finančných premenných.

3.3.4 Pôžičkové obmedzenia

Doteraz sme ignorovali potenciálnu prítomnosť výpožičných obmedzení. Tieto majú dlhú históriu v empirických investičných analýzach. Rovnako ako v našej diskusii o empirickej literatúre *Q*-teórie, finančné trenie (frictions) je často vnímané ako zdroj významnej miery zisku a/alebo cash flow v investičných regresiách. Zaviesť výpožičné obmedzenia do problému akumulácie kapitálu nie je zvlášť ťažké. Predpokladajme:

$$V(A,K) = \max_{K \in \Gamma'(A,K)} AK^{\alpha} \frac{\gamma}{2}\left(\frac{K' - (1-\delta)K}{K} - a_i\right)^2 K \tag{3.13}$$

$$-p(K' - (1-\delta)K) + \beta E_{A'|A} V(A', K') \tag{3.14}$$

pre všetky (A, K), kde $\Gamma(A, K)$ obmedzuje voľbu nastavenia zásoby budúceho kapitálu. Napríklad, ak kapitálové investície museli byť financované z existujúcich ziskov, potom finančné obmedzenie má tvar:

$$K' - (1 - \delta)K \leq AK^{\alpha} \tag{3.15}$$

a potom

$$\Gamma(A, K) = [0, AK^{\alpha} + (1 - \delta)K] \tag{3.16}$$

Dynamická optimalizácia problému s obmedzením v tomto tvare môže byť hodnotená pomocou iteračných techník preverovania hodnoty funkcie. Problém firmy môžeme rozšíriť aj cez zahrnutie nerozdeleného zisku ako stavovej premennej a taktiež zahrnúť ďalšie finančné premenné do stavového vektora. Existuje celý rad nevyriešených problémov, z ktorých môžeme uviesť:

• Ako $\Gamma(A, K)$ funkciu navrhuje teória?

• Pre akú funkciu $\Gamma(A, K)$ sa rozlišujú priemerné a hraničné Q?

Prvý bod stojí za zmienku: pokiaľ máme veľa modelov akumulácie kapitálu bez obmedzení v požičiavaní. To znamená, že odmietnutie modelu bez obmedzení v prospech jedného s obmedzením nie je tak presvedčivé, ako by mohlo byť.

Druhý bod, vzťahujúci sa na prácu Chirinka (1993) a Gomesa (2001), sa vracia k dôkazom o Q teórií založenej na empirických modeloch investícií. Hodnota funkcie $\Gamma(A, K)$, ktorá rieši (3.14) obsahuje všetky informácie o obmedzenom optimalizačnom probléme. Tak dlho ako je táto funkcia diferencovateľná (obmedzuje funkciu $\Gamma(A, K)$), hraničné Q bude naďalej mierou vrátenia ďalšej jednotky kapitálu. Problémom je, či výpožičné trenie predstavuje rozlíšenie medzi hraničným a priemerným Q.[54].

3.4 Nekonvexné prispôsobenie: Teória

Empiricky, zistíme, že na úrovni závodu sú časté obdobia investičnej nečinnosti a tiež investičné boomy. Tabuľka nižšie, prevzatá od Coopera a Haltiwangera (2000), dokumentuje charakter úprav kapitálu v Longitudinal Research Database (LRD) na úrovni firmy z výrobných dát USA.

Tabuľka 4 Popisná štatistika, LRD

Premenné LRD	
Priemerná investičná miera	12.20%
Miera nečinnosti: Investície	8.10%
Zlomok pozorovania s negatívnymi investíciami	10.40%
Spike Rate: Pozitívne investície	18.00%

[54] Ak vo vyššie uvedenom príklade, α=1 je potom obmedzenie úmerné K. V tomto prípade sa zdá, že priemerne a hraničné Q sú rovnaké.

Spike Rate: Negatívne investície	1.40%

Nečinnosť je tu definovaná ako miera investícií na úrovni firmy nižšia než 0,01 a boom je miera investícií vyššia ako 20%. Je zrejmé, že údaje vykazujú obe aj nečinnosť rovnako ako veľký boom investícií. Ako tvrdili Caballero a ďalší (1995), Cooper a ďalší (1999) a Cooper a Haltiwanger (2000), je ťažké, aby zodpovedal tento typ dôkazov s kvadratickým modelom nákladov na prispôsobovanie. Uveďme si alternatívne modely, ktoré môžu produkovať nečinnosť. V prvom type modelu uvoľníme konvexnú štruktúru nákladov na prispôsobenie a predpokladáme, že náklady na prispôsobenie závisia iba na tom, či bola uskutočnená investícia a nie na jej veľkosti. Potom uvažujeme druhý typ modelu, v ktorom je nejaký druh nezvratnosti v ďalšej časti.

3.4.1 Nekonvexné náklady na prispôsobenie

Pre túto formuláciu nákladov na prispôsobenie sa riadime Cooperom a Haltiwangerom (1993) a Cooperom a ďalšími (1999), a uvažujeme dynamický programovací problém špecifikovaný na úrovni firmy ako:

$$\begin{aligned} &\mathrm{V}(\mathrm{A},\mathrm{K},\mathrm{p}) \\ &= \max\{\mathrm{V}^{i}(\mathrm{A},\mathrm{K},\mathrm{p}),\mathrm{V}^{a}(\mathrm{A},\mathrm{K},\mathrm{p})\} \text{ pre všetky } (\mathrm{A},\mathrm{K},\mathrm{P}) \end{aligned} \tag{3.17}$$

kde sa horné indexy vzťahujú k aktívnemu investovaniu "a" a nečinnosti "i". Tieto možnosti, v poradí, sú definované:

$$\mathrm{V}(\mathrm{A},\mathrm{K},\mathrm{p}) = \Pi(\mathrm{A},\mathrm{K}) + \beta \mathrm{E}_{A',p'|\mathrm{A},\mathrm{p}} V(A', K(1-\delta), \mathrm{p}')$$

a

$$\mathrm{V}^{a}(A,K,p) = \max_{K'}(A,K)\lambda - FK - p(K' - (1-\delta)K) + \beta \mathrm{E}_{A',p'|A,p}(A',K',\mathrm{p}')$$

Tu sú dva náklady na prispôsobenie, ktoré sú nezávislé na úrovni činnosti investícií. Prvým z nich je strata toku zisku rovná $(1-\lambda)$. Táto je určená na zachytenie nákladov príležitosti (oportunitných) investícií, pri ktorých musí firma zastaviť prevádzku počas obdobia investičnej aktivity. Druhým sú nekonvexné náklady, ktoré sa potom odpočítajú od tokov ziskov ako FK. Zahrnutie K je určené na zachytenie myšlienky, že sú tieto náklady fixné, zatiaľ čo nezávislé na súčasnej úrovni investičnej aktivity môžu mať niektoré aspekty miery na ne.[55] V tejto formulácii je povolené meniť rovnako relatívnu cenu kapitálu (p). Predtým, než sa pristúpime k diskusii o výsledkoch povieme si ako by sa dalo získať riešenie problému, ako je (3.17). Prvý krok je špecifikovať funkciu zisku, povedzme $\Pi(A,K) = AK^{\alpha}$ a nastavíme parametre $(F,\beta,\lambda,\alpha,\delta)$, ako aj stochastické procesy náhodných premenných (A,p). Označme tento parameter vektor Θ. Druhým krokom je určiť priestor pre stavové premenné, (A,K,p) a tým aj pre riadiacu premennú K'.

[55] Pozri Abel a Eberly (1994) model, v ktorom fixné náklady sú priamo úmerné K. Ak by tieto náklady boli nezávislé na veľkosti, potom veľké závody by čelili nižším nákladom na prispôsobenie (vo vzťahu k ich základnému imaniu), a preto ich môžeme upraviť. Tak, ako je to v kvadratickej špecifikácií, náklady sú odstupňované podľa veľkosti. To je však predpoklad a vzťah medzi veľkosťou závodu a investičnou aktivitou je stále otvorenou otázkou.

Akonáhle sú tieto kroky kompletné, logika hodnoty funkcie iterácie (indexy označujú iterácie mapovania):

- poskytuje počiatočný odhad pre $V_1(A, K, P)$, ako riešenie jedného obdobia ,
- použitím tohto počiatočného odhadu, vypočítame hodnoty pre dve možnosti, $V_1^a(A, K, p)$ a $V_1^i(A, K, p)$,
- použijeme tieto hodnoty, riešenie pre ďalší odhad funkcie hodnoty: $V_2(A, K, P) = \max\{V_1^a(A, K, p), V_1^i(A, K, p)\}$,
- pokračujeme v tomto procese, pokým konverguje,
- ako náhle je hodnota funkcie známa je jednoduché vypočítať súbor stavových veličín takých, že činnosť (nečinnosť) sú optimálne, rovnako je optimálna úroveň investovania v prípade optimálneho prispôsobovania,
- na základe týchto funkcií, model môžeme nasimulovať vytvorením buď panelovými dátami alebo časovými radmi.

Kľúčová funkcia pre tento problém bude mať dve dôležité dimenzie. Po prvé, určenie, či sa závod bude upravovať/prispôsobovať jeho základnému imaniu alebo nie. Po druhé, podmienené prispôsobenie, lebo závod musí určiť svoju úroveň investícií. Ako obvykle, optimálna voľba investovania závisí od hraničnej hodnoty kapitálu v ďalšom období. Preto neexistuje žiadna jednoduchá Eulerova rovnica spájajúca dnes hraničné náklady dodatočného kapitálu s budúcim hraničným úžitkom ako v (3.5), pretože nie je zaručené, že tento závod bude prispôsobovať svoje základné imanie v budúcom období. Všimnime si, že tieto dva druhy nákladov majú veľmi odlišné dôsledky pre cyklické vlastnosti investícií. Najmä vtedy, keď náklady na prispôsobenie narúšajú tok ziskov ($\lambda < 1$), potom je oveľa drahšie investovať v obdobiach vysokej ziskovosti. Napriek tomu v prípade, že sú dostatočne šoky korelované, je zisk investovania v dobrých časoch. Naproti tomu, ak náklady sú z veľkej časti paušálne, potom s ohľadom na čas vybudovania aspektu akumulačného rozhodnutia, je najlepší čas investovať keď je to ziskové robiť (A je vysoké), za predpokladu, že tieto šoky sú sériovo korelované. Teda, či investícia je procyklická alebo proticyklická závisí tak na povahe nákladov na prispôsobenie ako aj pretrvávaní šokov.

3.4.2 Nezvratnosť

Špecifikácie predpokladané doteraz nerozlišovali medzi nákupnou a predajnou cenou kapitálu. Avšak existujú dobré dôvody domnievať sa, že investícia je aspoň čiastočne nevratná, takže predajná cena jednotky použitého kapitálu je nižšia ako náklady na jednotku nového kapitálu. To odráža trenie na trhu použitého kapitálu, ako aj špecifické aspekty investičného vybavenia, ktoré ich môže vytvárať ako nedokonale vhodné pre použitie v iných výrobných závodoch. Na umožnenie tohto zmeníme náš optimalizačný problém odlíšením kúpnej a predajnej ceny kapitálu:

Hodnota funkcie pre túto špecifikáciu je daná vzťahom:

$$V(A, K) = \max\{V^b(A, K), V^s(A, K), V^i(A, K)\}$$

pre všetky (A, K), kde horné indexy odkazujú na akt nákupu kapitálu "b", predávania kapitálu "s" a nečinnosti "i". Tieto možnosti, v poradí, sú definované:

$$V^b(A,K) = \max_I \Pi(A,K) - I + \beta \mathrm{E}_{A'|\mathrm{A}} V(A', K(1-\delta) + I)$$

$$V^s(A,K) = \max_R \Pi(A,K) - p_s R + \beta \mathrm{E}_{A'|\mathrm{A}} V\big(A', K(1-\delta)\big)$$

a

$$V^i(A,K) = \Pi(A,K) + \beta \mathrm{E}_{A'|\mathrm{A}} V\big(A', K(1-\delta)\big)$$

Pod možnosťou kúpenia, závod získa kapitál za náklady normalizované k jednej. V rámci predanej možnosti sa závod vzdá R jednotiek kapitálu v cene p_s. Treťou možnosťou je nečinnosť, potom sa kapitálová zásoba znehodnocuje mierou δ. Intuitívne bude rozdiel medzi nákupnou a predajnou cenou kapitálu produkovať nečinnosť. Predpokladajme, že existuje nepriaznivý šok ziskovosti závodu. Pokiaľ tento šok bol známy ako dočasný, potom predávanie kapitálu a spätného kúpenia v blízkej budúcnosti by nebolo výhodné pre závod, pokiaľ $p_s < 1$. Nečinnosť tak môže byť optimálna, aj keď množstvo nečinnosti, ktorú môže tento model produkovať závisí na veľkosti p_s vzhľadom k 1 a sériovej korelácií šokov.

3.4.3 Odhad obohateného modelu nákladov na prispôsobovanie

Použitím tejto štruktúry dynamického programovania pochopíme optimálne kapitálové rozhodnutia na úrovni závodov (firiem), stretávame sa s dátami o investičných rozhodnutiach, ktoré umožňujú obohatenú štruktúru nákladov na prispôsobenie.[56] Robíme tak na základe práce Coopera a Haltiwangera (2000) a predpokladáme model s kvadratickými nákladmi na prispôsobenie, nekonvexnými nákladmi na prispôsobenie a nezvratnosťou. Popíšeme problém optimalizácie a potom výsledky odhadov získaných Cooperom a Haltiwangerom.

3.4.4 Všeobecný model

Dynamický problém programovania pre závod je daný vzťahom:

$$V(A,K) = \max\{V^b(A,K), V^s(A,K), V^i(A,K)\} \tag{3.18}$$

pre všetky (A, K), kde, ako je uvedené vyššie horné indexy sa vzťahujú k aktu nakupovania kapitálu "b", predávania kapitálu "s" a nečinnosti "i". Tieto možnosti v poradí, sú definované takto:

$$V^b(A,K) = \max_I \Pi\,(A,K) - FK - I - \frac{\gamma}{2}\left[\frac{I}{K}\right]^2 K + \beta \mathrm{E}_{A'|\mathrm{A}} V(A', K(1-\delta) + \mathrm{I})$$

$$V^s(A,K) = \max_R \Pi\,(A,K) - p_s R - FK - \frac{\gamma}{2}\left[\frac{R}{K}\right]^2 K + \beta \mathrm{E}_{A'|\mathrm{A}} V(A', K(1-\delta) + \mathrm{R})$$

[56] Súbor dát je popísaný v práci Coopera a Haltiwangear (2000) a je to vyvážená skupina amerických výrobných závodov. Porovnateľné dátové sady sú k dispozícii v iných krajinách, na Slovensku žiaľ nie.

a

$$V^i(A,K) = (A,K) + \beta \mathrm{E}_{A'|\mathrm{A}} V(A', K(1-\delta))$$

Cooper a Haltiwanger (2000) odhadujú tri parametre, $\Theta \equiv (F, \gamma, p_s)$ a predpokladajme, že $\beta = 0{,}95$, $\delta = 0{,}069$. Ďalej určujú funkciu zisku z $\Pi(A,K) = AK^{\theta}$ s $\theta = 0{,}50$ odhadované na základe panelových dát výrobných závodov.[57] Všimnime si, že náklady na prispôsobenie v (3.18) vylučujú akékoľvek narušenie výrobného procesu tak, že $\Pi(A,K)$ môže byť odhadnuté a proces šoku odvodíme nezávisle na odhade nákladov na prispôsobenie. Ak boli pridané tieto dodatočné náklady na prispôsobenie, potom by museli byť odhadnuté funkcia zisku a šoky spolu s parametrami funkcie nákladov na prispôsobenie. Tieto parametre sú odhadnuté za použitia nepriameho postupu. Redukovaná forma regresie použitá v analýze je:

$$i_{it} = \alpha_i + \psi_i a_{it} + \psi_2 (a_{it})^2 + u_{it} \qquad (3.19)$$

kde i_{it} je miera investícií v závode i v období t, a_{it} je log šoku ziskovosti v závode i v období t a α_i je fixný efekt.[58] Šoky v ziskovosti sú odvodené z dát na úrovni závodov pomocou odhadnutej funkcie zisku.[59] Cooper a Haltiwanger dokumentujú rozsah nelineárnej odozvy investícií voči šokom. Tabuľka uvádza Cooperove a Haltiwangerove výsledky pre štyri rôzne modely spolu so štandardnými odchýlkami. Prvý riadok ukazuje odhadované parametre pre najvšeobecnejší model. Vektor parametra $\Theta = [0{,}043, 0{,}00039, 0{,}967]$ znamená prítomnosť štatisticky významných konvexných a nekonvexných nákladov na prispôsobenie (nenulové) a pomerne značných transakčných nákladov. Obmedzená verzia modelu je tiež reprodukovaná pre účely porovnania. Je zrejmé, že zmiešaný model je lepší ako hociktorý z obmedzených modelov.

Cooper a Haltiwanger tvrdia, že tieto výsledky sú správne.[60] Po prvé, ako je uvedené vyššie, nízka úroveň konvexných nákladov parametra prispôsobenia je v súlade s odhadmi získaných z modelov *Q*-teórie, založenej na modeloch spôsobených prítomnosťou nedokonalej konkurencie. Ďalej odhad naznačuje, že fixné náklady na prispôsobenie sú okolo 0,04% priemerných ziskov na úrovni závodu. Cooper a Haltiwanger zistili, že tieto náklady sú významné vzhľadom na rozdiel medzi prispôsobením a neprispôsobením základného kapitálu. Takže, v skutočnosti, odhadované fixné náklady na prispôsobenie, spolu s nezvratnosťou, produkujú veľké množstvo nečinnosti. Konečne, odhadovaná predajná cena kapitálu je oveľa vyššia ako odhad v práci Rameya a Shapira (2001) pre niektoré závody v leteckom priemysle. Cooper a Haltiwanger (2000) tiež preskúmali súhrnné dôsledky ich modelu. Oni postavili proti sebe správanie časových radov

[57] Tamtiež

[58] Novšie verzia práce Cooper-Haltiwanger skúma pridanie oneskorenej investičnej miery tejto redukovanej formy na vyzdvihnutie dynamiky procesu prispôsobenia.

[59] Je to dôležitý krok v analýze. Určenie povahy nákladov na prispôsobenie bude závisieť na charakterizácií základných šokov ziskovosti. Napríklad, v prípade, že výskumník sa snaží identifikovať nekonvexné náklady na prispôsobenie z boomov investícií, potom získanie rozdelenia správnych šokov je kritické.

[60] Výsledky sú robustné umožňujúce diskontnému faktoru meniť sa v závislosti na celkovom šoku s cieľom napodobňovať vzťah medzi reálnymi úrokovými sadzbami a rastom spotreby z Eulerovej rovnice domácnosti.

odhadovaného modelu s konvexnými a nekonvexnými nákladmi na prispôsobenie proti inému, v ktorom sú iba konvexné náklady na prispôsobenie. Aj keď model iba s konvexnými nákladmi na prispôsobenie má pomerne málo údajov na úrovni závodov, je celkom dobrý, pokiaľ ide o zodpovedajúce časové rady. Vo všeobecnosti Cooper a Haltiwanger (2000) zistili, že viac ako 90% variability časového radu pri investíciách vytvorených simuláciou odhadovaného modelu môžu byť vysvetlené kvadratickým modelom prispôsobenia. Samozrejme znamená to tiež, že kvadratickému modelu chýba 10% variability. Poznamenajme tiež, že tento rámec pre agregáciu zachytáva vyhladzovanie agregáciou cez rôznorodé závody, ale chýba vyhladzovanie vytvorené zmenami relatívnych cien. Od Thomasa (2000) a Kahna a Thomasa (2001) vieme, že tento dodatočný zdroj vyhladenia môže byť rovnako celkom silný.

3.4.5 Odhad maximálnej vierohodnosti

Konečnou metódou k odhadu sledujeme prístup Rusta (1987). Znova predpokladajme, že napríklad s ohľadom na stochastický problém nahradenia stroja je daný problém:

$$V(A,K,F) = \max\{V^i(A,K,F), V^a(A,K,F)\} \text{ pre všetky } (A,K,F) \tag{3.20}$$

kde

$$V^i(A,K) = \Pi(A,K) + \beta \mathrm{E}_{A'|\mathrm{A}} V(A', K(1-\delta) + \mathrm{F}')$$

a

$$V^a(A,K) = \max_{K'} \Pi\,(A,K) - FK - p(K' - (1-\delta)\mathrm{K}) + \beta \mathrm{E}_{A'|\mathrm{A}} V(A', K', F')$$

Do stavového vektora sme pridali fixné náklady na prispôsobenie sa, lebo predpokladáme, že náklady na prispôsobenie sú náhodné na úrovni závodu. Nech $G(F)$ predstavujú kumulatívnu distribučnú funkciu týchto nákladov na prispôsobenie. Predpokladajme, že sa jedná o nezávislé a identicky rozdelené šoky. Potom, dané odhady pre funkcie $\{V(A,K,F), V^i(A,K,F), V^a(A,K,F)\}$ a pravdepodobnosť nečinnosti možno vypočítať priamo z kumulatívnej distribučnej funkcie $G(\cdot)$. Teda môže byť postavená funkcia vierohodnosti, ktorá závisí na parametroch rozdelení nákladov na prispôsobenie a tieto sú základom dynamického optimalizačného problému. Odtiaľ môžeme získať odhad maximálnej vierohodnosti.

4 Praktická časť

V tejto časti si ukážeme jednoduchý model Real business cycle (RBC), na ktorom demonštrujeme metódy riešenia. Budeme pracovať zo slovenskými dátami. Je to model neoklasického rastu, pričom predpokladáme, že ceny sú flexibilné, ďalej, že fluktuácie reálnych veličín sú spôsobené len technologickým pokrokom.. Prví, ktorí prišli s touto teóriu boli Kydland a Prescott (1982), ktorých zároveň považujeme za zakladateľov DSGE modelovania. Základom RBC modelov je neoklasické uvažovanie rastu ekonomiky. Jednotlivci sa rozhodujú medzi nič nerobením a prácou. Stochastickosť zohráva významnú úlohu, ovplyvňuje technologický progres. Budeme postupovať podľa týchto krokov:

- určíme si model, ktorým sa ďalej budeme zaoberať,
- definujeme si rovnováhu a rovnovážne podmienky modelu,
- kalibráciou parametrov sa nebudeme zaoberať, ale použijeme hodnoty, ktoré sme prebrali z práce iných autorov[61],
- vypočítame ustálený stav, linearizujeme
- riešime model použitím nástroja DYNARE, ktorý pracuje v prostredí softvéru MATLAB.
- zhodnotíme výsledky

4.1 Určenie modelu

Teoretický základ

Uvažujeme ekonomiku, ktorá pozostáva z veľkého počtu identických domácností. Vyberajú si medzi oddychom a spotrebou. Pričom cieľom každej z nich je maximalizovať očakávanú diskontovanú hodnotu užitočnosti U:

$$\max_{c_t, l_t} U = E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t u(c_t, l_t) \tag{4.1}$$

c_t predstavuje úroveň spotreby a l_t symbolizuje úroveň oddychu v čase t, E_0 je operátor očakávania podmienený informáciám v čase 0, $\beta \in (0,1)$ je diskontný faktor, $u(\cdot)$ je okamžitá funkcia užitočnosti,

[61] Kalibráciu sme prebrali z práce Vargu (2009), pričom sme upravili hodnotu parametra delta=0.02, ktorá lepšie vystihuje pomery Slovenska.

Domácnosti sú vybavené určitou produkčnou technológiou, ktorou v čase t produkujú tovar y_t . Produkčná funkcia je vyjadrená ako

$$y_t = a_t f(k_t, n_t) \tag{4.2}$$

kde k_t a n_t označujú množstvo fyzického kapitálu resp. prácu, ktorou domácnosti zabezpečujú produkciu, a_t sú náhodné šoky (produkčné alebo technologické) týchto produkčných faktorov. Domácnosti majú v každej perióde k dispozícii jednu jednotku času na rozdelenie medzi oddych a prácu

$$1 = n_t + l_t \tag{4.3}$$

Output, ktorý je vyrobený v čase t môžu domácnosti spotrebovať alebo použiť na zvýšenie zásob fyzického kapitálu, ktorý v období $t + 1$ použijú na ďalšiu produkciu. Výstup môžu spotrebovať alebo investovať:

$$y_t = n_t + i_t \tag{4.4}$$

i_t označuje množstvo investícií. Úroveň fyzického kapitálu k_t je daná rovnicou

$$k_t = (1 - \delta)k_{t-1} + i_t \tag{4.5}$$

pričom $\delta \in (0,1)$ predstavuje mieru amortizácie kapitálu. Úlohou domácností je teda maximalizovať (4.1) pri splnení podmienok (4.2) až (4.5), keď sú dané k_0 a a_0.

Vyššia súčasná spotreba implikuje nižšie investície (úspory) v budúcnosti alebo menej kapitálu pre ďalšiu produkciu. Viac oddychu implikuje menej vyprodukovanej práce, a teda menší output.

Cieľom RBC teórie je model špecifikovať tak, aby zachytával dôležité charakteristiky ekonomického rastu, a následne posúdiť, či je model schopný zachytávať kľúčové komponenty aktivity obchodných cyklov. Špecifikujeme si funkčné formy pre $u(\cdot)$ a $f(\cdot)$ a stochastické správanie produkčného šoku a_t. V tomto kontexte sú významnými tri základné aspekty ekonomického rastu, slúžiace ako obmedzenia: v dlhodobom horizonte sú úrovne rastu veličín $\{c_t, i_t, y_t, k_t\}$ skoro rovnaké (rovnomerný rast), marginálne produkcie kapitálu a práce sú približne konštantné v čase, a $\{l_t, n_t\}$ nepreukazujú žiadne trendy v dlhodobom vývoji.

Pracujeme so základným modelom RBC popísaným vyššie. Zadáme tu funkčné formy pre $u(\cdot)$ a $f(\cdot)$. Využijeme špecifikáciu popísanú Hansenom (1985). Funkcia užitočnosti bude mať tvar

$$u(c_t, 1 - n_t) = \frac{c_t^{1-\eta}}{1-\eta} - An_t \tag{4.6}$$

funkcia užitočnosti je forma *Constant Relative Risk Aversion* (CRRA). Rozdelili sme jednotku času medzi prácu a oddych: $l_t = 1 - n_t$. Parameter η vyjadruje koeficient relatívnej averzie k riziku. $1/\eta$ určuje medzičasovú elasticitu substitúcie. Parameter A určuje váhu vplyvu práce na užitočnosť.

Pre produkciu zavedieme typ Cobb-Douglasovej produkčnej funkcie, v tvare

$$y_t = a_t k_{t-1}^{\alpha} n_t^{1-\alpha} \tag{4.7}$$

kde $\alpha \in (0,1)$ reprezentuje mieru, akou sa kapitál podieľa na produkcii. Teraz si zavedieme aj špecifikáciu pre technologický šok a_t. Nech je to proces AR(1):

$$\log a_t = (1-\delta)\log\bar{a} + \rho \log a_{t-1} + \varepsilon_t \tag{4.8}$$

Kde $\varepsilon_t \sim NID(0, \sigma^2), \rho \in (-1,1)$ označuje autokoreláciu technologického šoku a $\bar{a}$ označuje hodnotu rovnovážneho stavu. Dosadením funkčných foriem do Eulerových podmienok odvodíme nasledovné rovnice:

$$A = \frac{1-\alpha}{c_t^{\eta}}\left(\frac{y_t}{n_t}\right) \tag{4.9}$$

$$1 = \beta E_t\left[\left(\frac{c_t}{c_{t+1}}\right)^{\eta}\left(\alpha\frac{y_{t+1}}{k_t} + (1-\delta)\right)\right] \tag{4.10}$$

Zadefinujeme marginálnu hodnotu pridanej jednotky kapitálu v ďalšom období ako

$$r_{t+1} = \alpha\frac{y_{t+1}}{k_t} + (1-\delta) \tag{4.11}$$

Ak zosumarizujeme rovnice (4.1) - (4.5), získame výsledný RBC model. Ten sa skladá z rovníc charakterizujúcich rozpočtové ohraničenia, produkčnej funkcie, podmienok optimálnosti. Vyzerá nasledovne:

$$y_t = c_t + i_t \tag{4.12}$$

$$k_t = i_t + (1-\delta)k_{t-1} \tag{4.13}$$

$$y_t = a_t k_{t-1}^{\alpha} n_t^{1-\alpha} \tag{4.14}$$

$$r_t = \alpha \frac{y_t}{k_{t-1}} + (1-\delta) \tag{4.15}$$

$$1 = \beta E_t \left[\left(\frac{c_t}{c_{t+1}} \right)^{\eta} r_{t+1} \right] \tag{4.16}$$

$$A = c_t^{-\eta}(1-\alpha)\frac{y_t}{n_t} \tag{4.17}$$

$$\log a_t = (1-\delta)\log\bar{a} + \rho \log a_{t-1} + \varepsilon_t \tag{4.18}$$

Rovnica (4.12) popisuje rozdelenie produkcie, (4.13) je rovnica fyzického kapitálu, (4.15), (4.16), (4.17) vyplývajú z Eulerových podmienok optimálnosti., posledná je technologický proces.

4.1.1 Log-linearizácia modelu

Model, ktorý sme si vyššie popísali sa skladá z lineárnych ale aj z nelineárnych rovníc. Nelineárny systém sa nedá riešiť analyticky, preto potrebujeme previesť tieto nelineárne rovnice na lineárne. Dosiahneme to tak, že ich aproximujeme na systém lineárnych rovníc. Pri log-linearizácii linearizujeme logované premenné, ktoré sú dané ako odchýlky od rovnovážneho stavu, v ktorom sa všetky reálne premenné vyvíjajú v rovnakej miere. Rovnovážnu hodnotu premennej x označujeme $\bar{x}$ a pre jej log odchýlku od rovnovážneho stavu platí

$$\tilde{x}_t = \log x_t - \log\bar{x} = \log\left(\frac{x_t}{\bar{x}}\right) \tag{4.19}$$

Môžeme to upraviť aj na tvar

$$x_t = \bar{x}e^{\tilde{x}_t} \tag{4.20}$$

Log-linearizáciu aplikujeme za pomoci aproximácie výrazu e^{x_t} Taylorovým rozvojom prvého radu, z čoho dostaneme

$$e^{x_t} \approx 1 + x_t \tag{4.21}$$

Pomocou tohto vyjadrenia môžeme prepísať a aproximovať (4.20) do tvaru:

$$x_t = \bar{x}(1 + \tilde{x}_t) \tag{4.22}$$

Teda podľa týchto vzťahov upravíme rovnicu rozdelenia produkcie (4.12). Prepíšeme ju na tvar:

$$\bar{y}(1+\tilde{y}_t) = \bar{c}(1+\tilde{c}_t) + \bar{\imath}(1+\tilde{\imath}_t) \tag{4.23}$$

Pripomeňme, že výrazy rovnovážneho stavu sa riadia identitou $\bar{y}(\bar{c}+\bar{\imath})$. Dosadením získame

$$\bar{y}.\tilde{y}_t = \bar{c}.\tilde{c}_t + \bar{\imath}\,.\tilde{\imath}_t \tag{4.24}$$

To ďalej prepíšeme na

$$\tilde{y}_t = \frac{\bar{c}}{\bar{y}}\tilde{c}_t + \frac{\bar{\imath}}{\bar{y}}\tilde{\imath}_t \tag{4.25}$$

Analogicky pokračujeme aj pri ďalších rovniciach, pričom pri aproximácii súčinu dvoch premenných postupujeme podľa nižšie uvedeného vzťahu:

$$x_t y_t \approx \bar{x}\bar{y}(1+\tilde{x}_t)(1+\tilde{y}_t) \cong \bar{x}\bar{y}(1+\tilde{x}_t+\tilde{y}_t)$$

Pričom $\tilde{x}_t\tilde{y}_t \cong 0$. Po násobení získame výraz blízky 0, pretože uvažujeme s malými percentuálnymi odchýlkami hodnôt premenných od rovnovážneho stavu. Získame teda linearizované rovnice:

$$\tilde{y}_t = \tilde{a}_t + \alpha\tilde{k}_{t-1} + (1-\alpha)\tilde{n}_t \tag{4.26}$$

$$\tilde{k}_t = \frac{\bar{\imath}}{\bar{k}}\tilde{\imath}_t(1-\delta)\tilde{k}_{t-1} \tag{4.27}$$

$$\tilde{n}_t = \tilde{y}_t - \eta\tilde{c}_t \tag{4.28}$$

$$\tilde{c}_t = E_t(\tilde{c}_{t+1}) - \frac{1}{\eta}E_t(\tilde{r}_{t+1}) \tag{4.29}$$

$$\tilde{r}_t = \left(\frac{\alpha.\bar{y}}{\bar{r}.\bar{k}}\right)\left(\tilde{y}_t - \tilde{k}_{t-1}\right) \tag{4.30}$$

$$\tilde{a}_t = \rho\tilde{a}_{t-1} + \varepsilon_t \tag{4.31}$$

Vyjadríme si ich teraz v rovnovážnom stave. Tento rovnovážny stav potom dosadíme do log modelu popísaného a získame výslednú podobu nášho modelového systému:

$$\tilde{y}_t = \left(1 - \frac{\alpha\delta}{\beta^{-1}+\delta-1}\right)\tilde{c}_t + \left(\frac{\alpha\delta}{\beta^{-1}+\delta-1}\right)\tilde{\imath}_t \tag{4.32}$$

$$\tilde{y}_t = \tilde{a}_t + \alpha\tilde{k}_{t-1} + (1-\alpha)\tilde{n}_t \tag{4.33}$$

$$\tilde{k}_t = \delta\tilde{\imath}_t + (1-\delta)\tilde{k}_{t-1} \tag{4.34}$$

$$\tilde{n}_t = \tilde{y}_t - \eta\tilde{c}_t \tag{4.35}$$

$$\tilde{c}_t = E_t(\tilde{c}_{t+1}) - \frac{1}{\eta} E_t(\tilde{r}_{t+1}) \tag{4.36}$$

$$\tilde{r}_t = \big(1 - \beta(1-\delta)\big)\big(\tilde{y}_t - \tilde{k}_{t-1}\big) \tag{4.37}$$

$$\tilde{a}_t = \rho \tilde{a}_{t-1} + \varepsilon_t \tag{4.38}$$

V našej práci používame na výpočet prostredie programu Matlab + dynare[62], ktorý je určitým zjednodušením práce s Matlabom. Model zapíšeme do súboru s príponou *.mod*, potom ho v priestore Matlabu zavoláme napísaním do Command Window >> *dynare nazov_suboru*. Dynare potom vykoná nami zadané úkony a vráti nám výsledky. Pri zápise modelu do *.mod* súboru musíme dodržiavať určitú postupnosť krokov. Môžeme povedať, že *.mod súbor* je rozdelený do piatich blokov, ktorý je tvorený zadanými premennými, nasleduje model, jeho ustálený stav alebo inicializačné hodnoty, časť, kde napíšeme šoky a do piateho bloku zadáme príkaz na samotný výpočet. Detailným popisovaným a možnosťami sa nebudeme zaoberať, preto čitateľovi pre bližšie pochopenie odporúčame prečítať si práce, ktoré sa tejto problematike dostatočne venujú[63]

Na riešenie modelu DSGE potrebujeme teoretický model a dáta, ktoré budeme v modeli používať. Dynare nepotrebuje pri samotnom riešení zásah užívateľa, avšak model vytvára nelineárny systém diferenčných rovníc s očakávaniami. Takýto systém sa väčšinou nedá riešiť analyticky. Môžeme ho však pomocou určitých metód linearizovať. K tomu nám pomôže napríklad Taylorov rozvoj. Existujú, samozrejme aj iné spôsoby a metódy, ktorými môžeme postupovať. Napríklad algoritmy, ktoré používajú perturbačné techniky; projekčné metódy a iné. Medzi najpoužívanejšie pri aproximácii modelu patria perturbačné techniky. Použijeme Uhligovu metódu. Najprv si zadefinujeme vektory endogénnych a exogénnych stavových premenných a ostatných endogénnych premenných. Rovnice modelu (4.25) - (4.31) obsahujú len jednu premennú danú v čase $t-1$ a jednu exogénnu premennú. Zvolíme si nasledujúce vektory:

$$x_t = (\tilde{k}_t), \qquad z_t = \tilde{a}_t, \quad y_t = \begin{pmatrix} \tilde{y}_t \\ \tilde{n}_t \\ \tilde{\imath}_t \\ \tilde{c}_t \\ \tilde{r}_t \end{pmatrix} \tag{4.39}$$

[62] Bližšie informácie na nasledujúcej web stránke: http://www.dynare.org/

[63] https://sites.google.com/site/pfeiferecon/dynare; https://stepan.ithaca.fr/dynare.html; https://www.google.sk/?gws_rd=cr&ei=rVfvUtXtMIva4QTEoIDQDA#q=dynare&start=10;

Kde x_t je vektor endogénnych stavových premenných, z_t je vektor exogénnych stavových premenných a y_t je 5x1 vektor ostatných endogénnych premenných. Systém sa snažíme dostať do tvaru riešiteľného touto Uhligovou metódou.

$$0 = Ax_t + Bx_{t-1} + Cy_t + Dz_t \tag{4.40}$$

$$0 = E_t[Fx_{t+1} + Gx_t + Hx_{t-1} + Jy_{t+1} + Ky_t + Lz_{t+1} + Mz_t] \tag{4.41}$$

$$z_{t+1} = Nz_t + \varepsilon_{t+1} \qquad E_t[\varepsilon_{t+1}] = 0 \tag{4.42}$$

Ak využijeme označenie (4.39) upravíme rovnice na tento tvar:

$$0 = 0x_t + 0x_{t-1} + (-1 \quad 0 \quad \psi_2 \quad \psi_1 \quad 0)y_t + 0z_t \tag{4.43}$$

$$0 = 0x_t + \alpha x_{t-1} + (-1 \quad (1-\alpha) \quad 0 \quad 0 \quad 0)y_t + z_t \tag{4.44}$$

$$0 = -1x_t + (1-\delta)x_{t-1} + (0 \quad 0 \quad \delta \quad 0 \quad 0)y_t + 0z_t \tag{4.45}$$

$$0 = 0x_t + 0x_{t-1} + (1 \quad -1 \quad 0 \quad -\eta \quad 0)y_t + 0z_t \tag{4.46}$$

$$0 = 0x_t + (\psi_3)x_{t-1} + (\psi_3 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad -1)y_t + 0z_t \tag{4.47}$$

pričom sme si zadefinovali:

$$\psi_2 = \left(1 - \frac{\alpha\delta}{\beta^{-1} + \delta - 1}\right), \quad \psi_2 = \left(\frac{\alpha\delta}{\beta^{-1} + \delta - 1}\right), \psi_3 = 1 - \beta(\delta - 1) \tag{4.48}$$

Určíme si matice A, B, C, D, ktoré majú tvar

$$A = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0 \\ \alpha \\ 1-\delta \\ 0 \\ \psi_3 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} -1 & 0 & \psi_2 & \psi_1 & 0 \\ -1 & (1-\alpha) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \delta & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & -\eta & 0 \\ \psi_3 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}, D = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \tag{4.49}$$

Rovnicu (4.36) upravíme na tvar (4.41), dostaneme

$0 = E_t[0x_{t+1} + 0x_t + 0x_{t-1} + (0 \quad 0 \quad 0 \quad -\eta \quad 1)y_{t+1} + (0 \quad 0 \quad 0 \quad -\eta \quad 0)y_t + 0z_{t+1} + 0z_t]$ z čoho určíme ďalšie matice:

$$F = 0, \;\; G = 0, \;\; H = 0, \;\; J = (0 \;\; 0 \;\; 0 \;\; -\eta \;\; 1), \;\; K = (0 \;\; 0 \;\; 0 \;\; \eta \;\; 0), \;\; L = 0, \;\; M = 0$$

Z log-linearizovanej rovnice, popisujúcej technologický šok (4.38), ktorá je zhodná so zápisom (4.42). priamo vyjadríme poslednú maticu $N = \rho$. Po nájdení matíc $A, B, C, D, F, G, H, J, K, L, M, N$ hľadáme riešenie v tvare

$$x_t = Px_{t-1} + Qz_t \tag{4.50}$$

$$y_t = Rx_{t-1} + Sz_t \tag{4.51}$$

Predtým však zadáme vstupné parametre, obsiahnuté vo vektore $\mu = (theta\ del\ bet\ A\ gam)$, ktorý obsahuje štrukturálne „deep“ parametre modelu. Vysvetlime si ich význam:

theta = 0.36; podiel kapitálu na produkcii

del = 0.02; parameter opotrebenia

bet = 0.99; diskontný faktor

A = 2; parameter

gam = 0.95; označuje vlastnosti technologického šoku.

theta vyjadruje podiel kapitálu na produkcii, bet označuje diskontný faktor, del určuje mieru amortizácie kapitálu, parameter $A = 2$, čo znamená, že približne $1/3$ celkového času sa domácností venujú trhovým aktivitám a $2/3$ času netrhovým, gam označuje vlastnosti technologického šoku. V tejto práci sa nebudeme zaoberať kalibráciou modelu. Hodnoty týchto vstupných parametrov sme prebrali z práce Hansena (1985) a Vargu (2009), ktorá sa zaoberala základným RBC modelom pre slovenské údaje.[64] Parametre, ktoré boli použité pri výpočtoch sme teda zadali tie, ktoré sme uviedli vyššie. Na výpočty sme použili dynare kód, ktorý naprogramovala Stephane Lhuissier[65].

4.1.2 Obchodné cykly v podmienkach SR

Dáta, ktoré využívame v tejto práci sú časové rady: hrubého domáceho produktu, konečnej spotreby domácnosti, tvorby hrubého fixného kapitálu a indexu odpracovaných hodín zamestnaných osôb[66] Tieto premenné sú počítané v mil. €, okrem indexu odpracovaných hodín. Na odhad boli použité štvrťročné dáta za obdobie od 1996Q1 do 2013Q4. K dispozícii máme teda 72 pozorovaní. Dáta sme sezónne očistili[67], odstránili trend. Všetky pozorované premenné boli detrendované použitím Hodrick - Prescottovho filtru s vyhladzovacím parametrom $\lambda = 1600$ (používa sa pri štvrťročných dátach). Použitie H-P filtra sa bežne používa aj keď dáta nepreukazujú spoločnú mieru rastu. Vyjadrili sme si ich v logaritmovanej podobe. Ešte neočistené dáta máme na Obr. 3. Ako môžeme vidieť v časových radoch HDP a spotreby domácností je prítomná silná sezónna zložka. Čo sa týka investícií pozorujeme značne nerovnomerný vývoj, sezónnosť je taktiež pozorovateľná. Index odpracovaných hodín sa vyvíja bez výraznejšieho vplyvu sezónnej zložky. Použitím sezónneho očistenia sa nám príslušné dáta vyhladili, môžeme sa zaoberať trendom. Vývoj trendových zložiek ukazuje obr. 5.

Na obr.6 sú údaje očistené od trendovej zložky a porovnané s dátami, ktoré sú aj diferencované. Diferencované a detrendované dáta vykazujú podobné výsledky. No

[64] Hansen (1985)
[65] Dostupné na internete http://www.dynare.org/phpBB3/viewtopic.php?f=2&t=2266
[66] Zdroj dát: databáza Štatistického úradu SR.
[67] Na sezónne očistenie vzorky dát sme použili softvér EViews.

diferencované časové rady sú oproti detrendovaným dátam hladšie. Hladkosť H-P filtra záleží aj na tom, akú zvolíme hodnotu parametra λ.

4.2 Výsledky práce

Pre potreby vyjadrenia ustáleného stavu v prostredí *DYNARE* sme použili postup, kde pozorovania natiahneme na omnoho viac období. Máme 72 pozorovaní, sú to štvrťročné dáta od Q1 1996 až po Q4 2013. Simuláciu však predĺžime až na 72x100 období. Pred tým ako vypočítame štatistiky modelu odstránime začiatočné obdobia. Odstránime 100 + 79 období. Budeme teda simulovať náš model na 7372 období.[68] Z tohto počtu sme si na zobrazenie vybrali 72 pozorovaní. V našej práci sme analyzovali vplyv technologického šoku, pretože on jediný nám vyjadruje v našom modeli zdroj ekonomických fluktuácií. Po vyriešení nášho modelu v prostredí dynare, získame šoky (Obr. 7), ktoré môžeme interpretovať takto:

Ak nastane šok y najprv výrazne stúpne, neskôr klesá. Podobný vplyv má šok aj na investície, tie však stúpnu ešte výraznejšie, čo potvrdzuje, že najväčšiu volatilnosť majú práve investície. Vplyv šoku na spotrebu sa prejaví oneskoreným nárastom, ten potom taktiež klesá. Na začiatku nie je nárast až taký výrazný, najväčšie zvýšenie spotreby ako sme spomínali je až v neskoršom období. Vplyv technologického šoku na prácu sa prejavuje taktiež nárastom, ktorý postupom času klesá. Môžeme to vysvetliť tým, že domácnosti disponujú prácou, ktorou zabezpečujú produkciu klesne, pretože technológie nahradzujú ľudskú pracovnú silu.

Autokorelácia simulovaných premenných (HP filter, lambda = 1600)					
Premenné	1	2	3	4	5
Yobs	0.7318	0.4906	0.2872	0.1155	-0.0118
Cobs	0.7417	0.5069	0.3067	0.1358	0.0072
Iobs	0.7284	0.4851	0.2806	0.1086	-0.0181
Hobs	0.7272	0.483	0.2782	0.1061	-0.0206

Premenná	Korelácia	STD. DEV.	VARIANCE
Yobs	1	1.416613	2.006793
Cobs	0.8927	0.39657	0.157268
Iobs	0.9931	4.829936	23.328281
Hobs	0.9862	0.758484	0.575298

Podľa údajov z vyššie uvedenej tabuľky môžeme konštatovať, že najväčšiu volatilitu majú investície. Ako sa dalo očakávať. Taktiež je v našom modeli dobre zachytená vysoká variabilita investícií. Volatilita HDP – fluktuácie tvoria 2% výkyv oproti trendu pri HDP,

[68] Kupkovič, P. Dynamický stochastický model všeobecnej rovnováhy pre Slovensko – Analýza investícií.

pri investíciách až 23.33%, pri spotrebe 0.16% a pri odpracovaných hodinách 0.57%. Korelácia y so spotrebou ako môžeme vidieť je 0.89 v našom modeli je nadhodnotená, korelácia so prácou je 0.98 pri USA dátach je to (0.88) a korelácia s investíciami je 0.99 pri dátach USA je to (0.8).[69] Kalibráciou by sa zrejme dali doladiť parametre, tak aby lepšie vyjadrovali slovenské dáta.

Tento jednoduchý problém je uvedený ako príklad ako by sa dali riešiť omnoho zložitejšie problémy dynamického modelovania. V tejto oblasti by bolo možné rozpracovať omnoho zložitejší model ekonomiky, kde by sa využili moderné techniky DSGE modelov. Dal by sa vytvoriť rozšírený DSGE model slovenskej ekonomiky, ktorý by slúžil ako laboratórium na štúdium hospodárskych cyklov, umožnil analyzovať efekty rôznych typov menovej politiky (fixný kurz, plávajúci kurz, atď), umožnil simulovať účinok rôznych šokov (technologický, fiškálny, menový, atď.) na ekonomiku, replikoval dáta, ktorých štatistické charakteristiky by sa čo najviac zhodovali s empirickými (kalibrácia). Ďalej by mohla byť zahrnutá fiškálna politika. DSGE modely sú v súčasnosti používané v centrálnych bankách, či už pri simulácii vývoja ekonomických veličín alebo pri ich prognózovaní.[70]

[69] Briatka (2002)
[70] Senaj, M. a Zeman, J. DSGE model - Slovakia

Záver

Cieľom našej práce bolo popísať dynamické teórie spotreby a investícií, čo sa nám podarilo. Na začiatku práce sme si charakterizovali historické vnímanie spotreby. Spotrebu sme si rozdelili, ako je zaužívané, na krátkodobú a dlhodobú spotrebu. Popísali sme dynamické modelovanie spotreby a investícií. Prezentovali sme základný problém RBC modelu na ktorom sme ukázali možnosť riešenia modelu.

Na spomínanom jednoduchom príklade RBC modelu sme si načrtli ako vypadá dynamické modelovanie v praxi. Povedali sme si aj o prípravných krokoch, ktoré je potrebné spraviť pri práci s dátami. Dáta, ktoré sme v práci používali sme museli najprv upraviť. Úprava údajov je najdôležitejším prípravným krokom pre implementáciu metód riešení. Ide hlavne o odstránenie sezónnej zložky, trendu, cyklov. Tieto metódy sme aplikovali na dáta popisujúce business cycle aktivitu v slovenskej ekonomike. H-P filter zachytil trendovú zložku, časové rady sme logovali, takisto sme použili diferenciáciu. V prostredí dynare, ktorý pracuje ako nadstavba softvéru Matlab sme simulovali reakcie modelovanej ekonomiky na technologický šok. Zistili sme, že v našom prípade technologický šok má väčší vplyv na investície. Očakávali sme, že to tak bude a toto očakávanie sa nám aj potvrdilo. Najmenší vplyv mal tento technologický šok na spotrebu.

Na záver môžeme povedať, že táto tematika by si vyžadovala omnoho väčšiu pozornosť a odbornosť. Mohla by byť kľudne témou dizertačnej práce. Možným rozšírením by bol model, ktorý by obsahoval všetky dôležité makroekonomické veličiny, vrátane reálneho HDP a všetkých jeho hlavných komponentov, spotreby, investícií, vládnych výdavkov, dovozu a vývozu, výrobných faktorov - práce, kapitálu, tiež spotrebiteľov, výrobcov, dovozných a vývozných cien deflátorov. Oblasť napredovania v problematike DSGE modelov je teda určite potrebná, možnosti sme z ďaleka nevyčerpali.

Použitá literatúra

Adda, J., Copper R. Dynamic Economics: Quantitative Methods and Applications. MIT Press 2002, s. 150 -228. Dostupné na internete: www.homeworkmarket.com

Adda, J., R. Cooper (2000b). The Dynamics of Car Sales: A Discrete Choice Approach. NBER WP No. 7785. In: Adda, J., Copper R. Dynamic Economics: Quantitative Methods and Applications. MIT Press 2002, Dostupné na internete: www.homeworkmarket.com

Attanasio, O. (2000). "Consumer Durables and Inertial Behavior: Estimation and Aggregation of (S, s) Rules for Automobile Purchases." *Review of Economic Studies*, 67(4), 667–696. Dostupné na internete: https://eprints.ucl.ac.uk/15225/1/15225.pdf

Bar-Ilan, A., Blinder A. S. (1992). Consumer Durables : Evidence on the Optimality of usually doing Nothing. *Journal of Money, Credit and Banking*, 24, 258–272. Dostupné na internete:http://www.researchgate.net/publication/5190463_Consumer_Durables_and_the_Optimality_of_Usually_Doing_Nothing

Bar-Ilan, A. Blinder, A. (1988). The Life-Cycle Permanent-Income Model and Consumer Durables. *Annales d'Economie et de Statistique*, (9). Dostupné na internete: http://www.nber.org/papers/w2149.pdf

Bernanke, B. (1984). Permanent Income, Liquidity and Expenditures on Automobiles: Evidence from Panel Data. *Quarterly Journal of Economics*, 99, 587–614. In: Adda, J., Copper R. Dynamic Economics: Quantitative Methods and Applications. MIT Press 2002.

Bernanke, B. (1985). "Adjustment Costs, Durables and Aggregate Consumption." *Journal of Monetary Economics*, 15, 41–68. Dostupné na internete: http://www.nber.org/papers/w1038

Bertola, G., Caballero, R. J. (1990). Kinked Adjustment Cost and Aggregate Dynamics. In *NBER Macroeconomics Annual*. In: Adda, J., Copper R. Dynamic Economics: Quantitative Methods and Applications. MIT Press 2002.

Caballero, R. J. (1993). Durable Goods: An Explanation for their Slow Adjustment. *Journal of Political Economy*, 101, 351–384. Dostupné na internete: http://www.nber.org/papers/w3748

Campbell, J., Mankiw, G. (1989). "Consumption, Income and Interest Rates: Reinterpreting the Time Series Evidence." In *NBER Macroeconomic Annual 1989* , edited by Olivier Blanchard and Stanley Fischer, pages 1–50. Chicago University Press. Dostupné na internete: http://www.nber.org/papers/w2924

Eberly, J. C. (1994). Adjustment of Consumers' Durables Stocks : Evidence from Automobile Purchases. *Journal of Political Economy*, 102, 403–436. In: Adda, J., Copper R. Dynamic Economics: Quantitative Methods and Applications. MIT Press 2002.

Friedman M, A Theory of the Consumption Function (Princenton, N. J.:Princenton University Press, 1957. Dostupné na internete: http://press.princeton.edu/titles/978.html

Grossman, S. J., Laroque, G. (1990). Asset Pricing and Optimal Portfolio Choice in the Presence of Illiquid Durable Consumption Goods. Econometrica, 58, 25–51.

Hall, R. E. (1978). Stochastic Implications of the Life Cycle- Permanent Income Hypothesis : Theory and Evidence. *Journal of Political Economy*, 86, 971–987. Dostupné na internete: http://www.stanford.edu/~rehall/Stochastic-JPE-Dec-1978

HANSEN, G. (1985) Indivisible labor and the business cycle. Journal of Monetary Economics 16 309-327. North-Holland. Dostupné na internete: http://individual.utoronto.ca/zheli/C9.pdf.

Hansen, L. P. and K. J. Singleton (1982). Generalized Instrumental Variables Estimation of Nonlinear Rational Expectations Models. Econometrica, 50, 1269‑1286. Dostupné na internete: http://pareto.uab.es/mcreel/BGSE2012/Articles/HansenSingleton1982.pdf.

Kupkovič, P. Dynamický stochastický model všeobecnej rovnováhy pre Slovensko – Analýza investícií: *diplomová práca*. Školiteľ: Martin Lukáčik. Bratislava, 2013. 74 s.

KYDLAND, F. – PRESCOTT, E. C. 1982. Time to Build and Aggregate Fluctuations. In *Econometrica* [online]. 1982, vol. 50, Dostupné na internete: http://www.minneapolisfed.org/research/prescott/papers/timetobuild.pdf

Lam, P. (1991). "Permanent Income, Liquidity and Adjustments of Automobile Stocks: Evidence form Panel Data." *Quarterly Journal of Economics*, 106, 203– 230. In: Adda, J., Copper R. Dynamic Economics: Quantitative Methods and Applications. MIT Press 2002

Mankiw, G. N. (1982). Hall's Consumption Hypothesis and Durable Goods. *Journal of Monetary Economics*, 10, 417–425. Dostupné na internete: http://scholar.harvard.edu/mankiw/publications/halls-consumption-hypothesis-and-durable-goods

Miranda, M. J., Helmberger, P. G. (1988). "The Effects of Commodity Price Stabilization Programs." *American Economic Review*, 78(1), 46–58. Adda, J., Copper R. Dynamic Economics: Quantitative Methods and Applications. MIT Press 2002

Mlynarovič, V., Miťková V. Makroekonomická analýza, Iura edition, 2010 Bratislava, ISBN 979-80-8078-321.

Sargent, T. (1978). Estimation of Dynamic Labor Demand Schedules under Rational Expectations. *Journal of Political Economy*, 86(6), 1009–1044. In: Adda, J., Copper R. Dynamic Economics: Quantitative Methods and Applications. MIT Press 2002.

Varga, M (2009) DSGE modelovanie. Diplomová práca. FMFI UK, Bratislava. Dostupné na internete: www.iam.fmph.uniba.sk

Wright, B. D., Williams J. C. (1984). "The Welfare Effects of the Introduction of Storage." *Quarterly Journal of Economics*, 99(1), 169–192. In: Adda, J., Copper R. Dynamic Economics: Quantitative Methods and Applications. MIT Press 2002

Senaj M., Zeman J. (2009) *DSGE model – Slovakia*, Working paper 3/2009. Národná banka Slovenska. ISSN: 1337-5830 Dostupné na internete: http://www.researchgate.net/publication/46451686_DSGE_Model-Slovakia

Uhlig, H. (1999). A toolkit for analyzing nonlinear dynamic stochastic models easily. University of Tilburg. Discussion paper 101,

Zeldes, S. P. (1989b). Consumption and Liquidity Constraints: An Empirical Investigation. *Journal of Political Economy*, 97, 305–346. Dostupné na internete: http://finance.wharton.upenn.edu/~rlwctr/papers/8524.PDF.

http://www.dynare.org/ Dynare

www.statistics.sk Štatistický úrad SR

Zoznam príloh

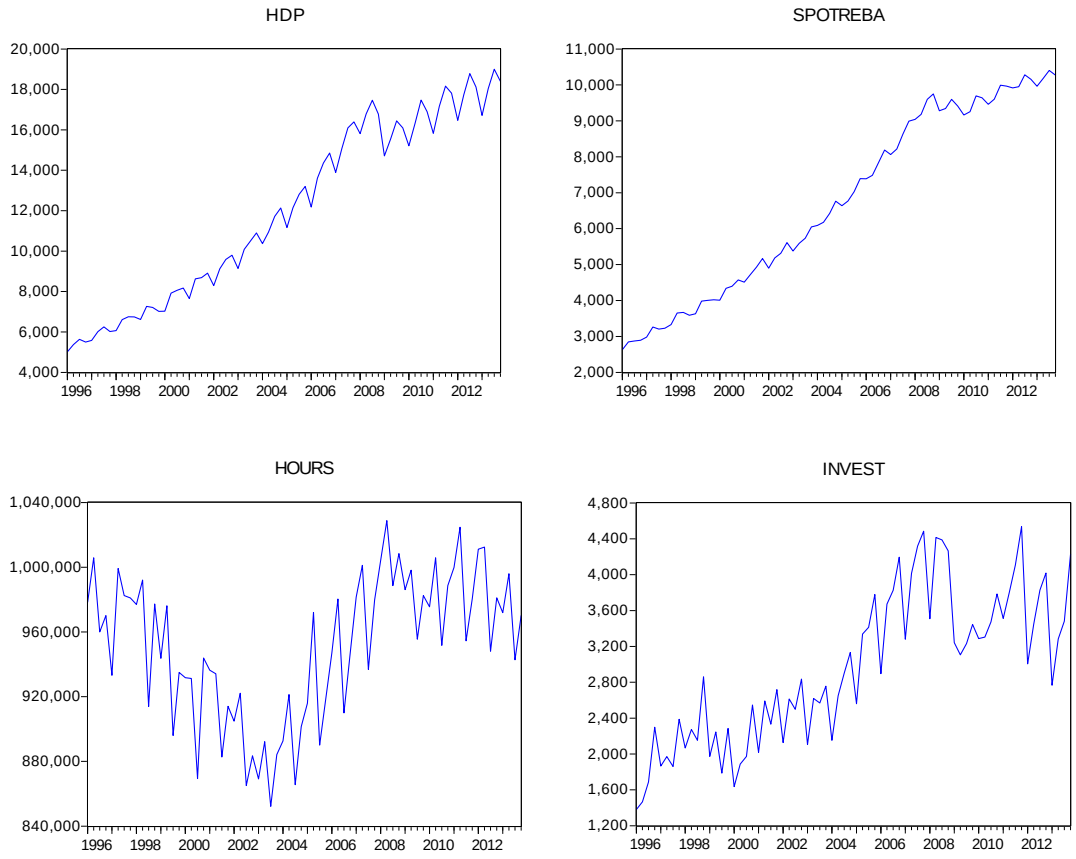
Obrázok 3: Dáta bez sezónneho očistenia.

Obrázok 4: Logaritmované časové rady.

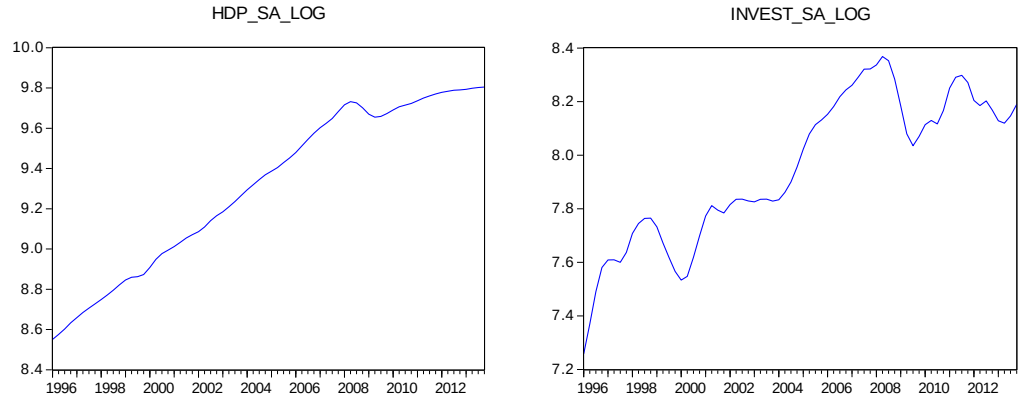
Obrázok 5: Logaritmované časové rady, H-P trendy, EViews.

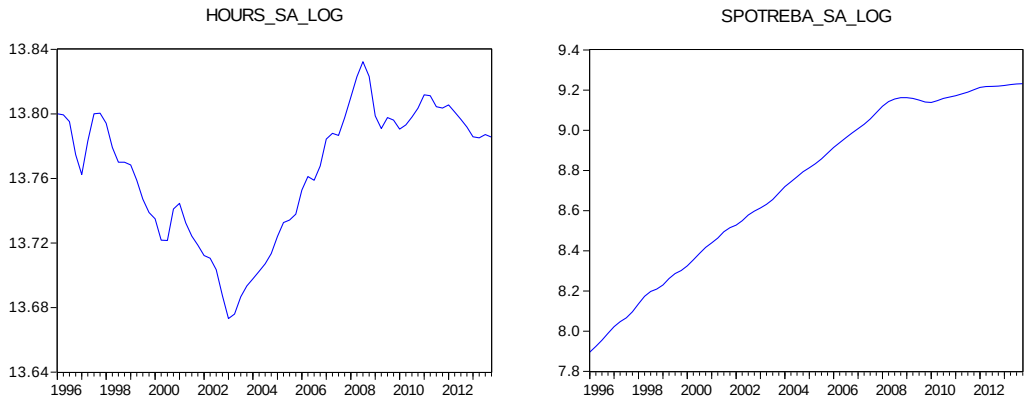
Obrázok 6: Porovnanie detrendovania a diferenciácie, EViews.

Obrázok 7: Vplyv šokov, Dynare.

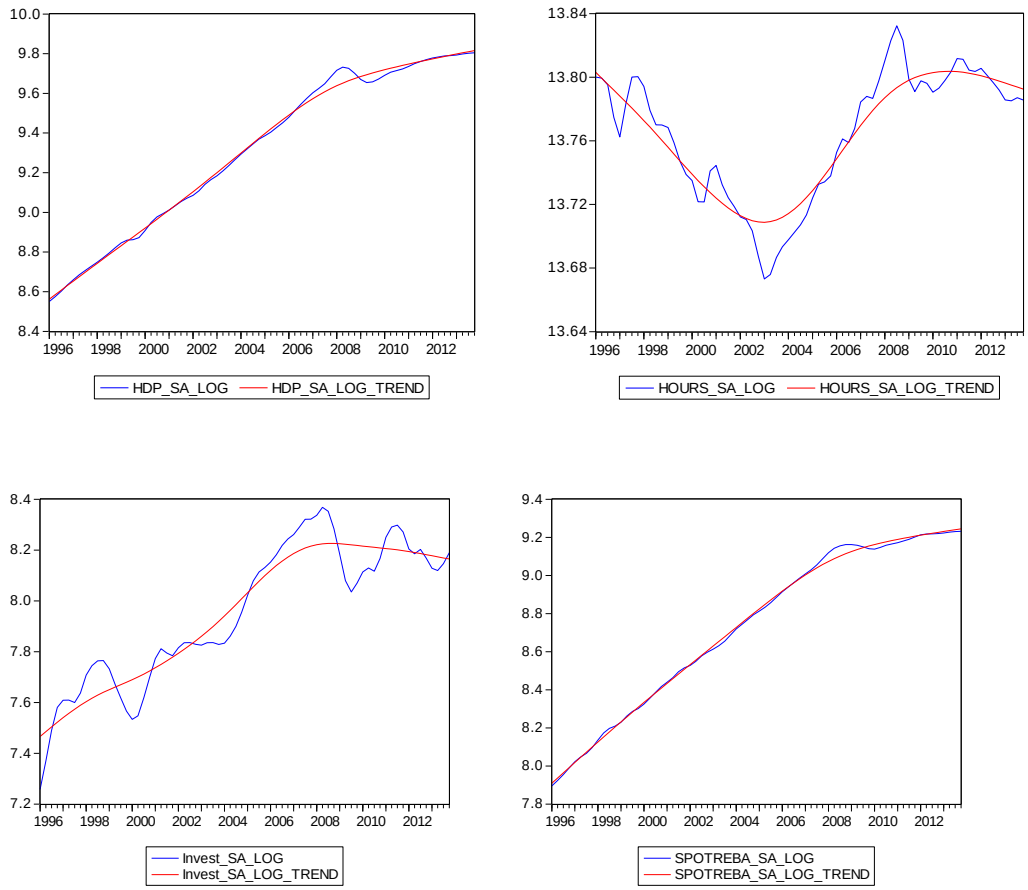


Obrázok 3 Dáta bez sezónneho očistenia
Zdroj: Vlastné výpočty



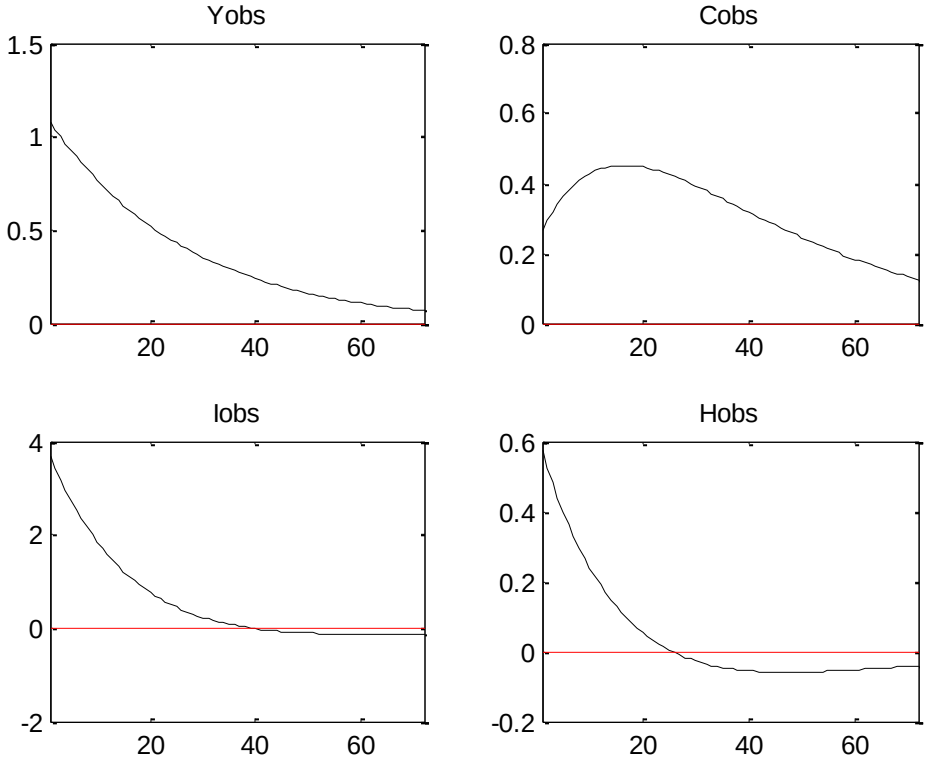


Obrázok 4 Logaritmované časové rady
Zdroj: Vlastné výpočty



Obrázok 5 Logaritmované časové rady, H-P trendy. EViews
Zdroj: Vlastné výpočty

Obrázok 6 Porovnanie detrendovania a diferenciácie
Zdroj: Vlastné výpočty



Obrázok 7 Vplyv šokov, Dynare
Zdoroj: Vlastné výpočty