OBSAH

ŠTÚDIE

Vážené čitateľky, vážení čitatelia,

tešíme sa, že ste siahli po časopise ACADEMIA aj v roku 2017. Veríme, že aj články publikované v aktuálnom ročníku budú plné inšpiratívnych myšlienok, ktoré budú podnecovať ďalšiu diskusiu o problematike súvisiacej či už priamo, alebo nepriamo s vysokoškolským prostredím na Slovensku.

V aktuálnom čísle venujeme priestor problematike vplyvu dosiahnutého vzdelania rodičov vysokoškolských študentov na poznávaciu, inštrumentálnu a sociálnu motiváciu ich študujúcich detí. Motiváciu v matematicko-pedagogickom procese u študentov vysokých škôl si kladie za cieľ príspevok zameraný na historické mapovanie zrodu vyššej matematiky, ktorý sa primárne sústreďuje na historické súvislosti vzniku diferenciálneho a integrálneho počtu. Tretia predkladaná štúdia zas prináša podnety na zamyslenie nad aktuálnymi úlohami podnikateľskej etiky v prostredí globálnej ekonomiky. Veríme, že príspevok bude inšpiratívny nielen pre študentov ekonomicky zameraných študijných programov.

Prajeme vám príjemné a podnetné čítanie

Mgr. František Blanár
zodpovedný redaktor

Kristína Bulková

Vzdelanie rodičov ako motivačný prediktor u študentov vysokých škôl

Abstrakt

Príspevok sa zameriava na hľadanie súvislostí medzi vzdelaním rodičov študentov vysokých škôl a vybranými druhmi preferovanej motivácie. Nachádza súvislosti medzi nezávislou premennou vzdelanie rodičov a poznávacou, inštrumentálnou a sociálnou motiváciou. Na zistenie úrovne a štruktúry motivácie študentov sme použili dotazník motivácie k učeniu. Hlavným cieľom bolo zistiť, či vzdelanie rodičov respondentov má štatisticky významný vplyv na úroveň inštrumentálnej, poznávacej a sociálnej motivácie. Z výsledkov vyplýva, že vzdelanie rodičov univerzitných poslucháčov štatisticky významným spôsobom neovplyvňuje preferencie v motivácii.

Kľúčové slová

Motivácia, vzdelanie rodičov, vysokoškolskí študenti.

Abstract

This paper is focused on finding the links between the parents´ education of college students and selected kinds of preferred motivation. Closer it deals with the link between the independent variable as education of parents and cognitive, instrumental and social motivation. To determine the level and structure of students' motivation, we used a questionnaire on motivation to learn. The main objective was to determine whether the education of parents as respondents has a statistically significant impact on the level of instrumental, cognitive and social motivation. The results show that the parents´ education of university students does not affect the preferences in motivation in a statistically significant way.

Key words

Motivation, education of parents, university students.

Úvod

Rodina a rodičia predstavujú v živote človeka najpodstatnejšiu formatívnu sociálnu skupinu. Cieľom ich pôsobenia je osvojovanie si hodnôt, pravidiel, názorov, postojov, tradícií a predovšetkým to, aby sa osobnosť stala plnohodnotným a zmysluplným členom v spoločnosti, v ktorej žije. Nemožno poprieť ani skutočnosť, že rodina do značnej miery ovplyvňuje aj motiváciu správania svojich členov. Hewstone a Stroebe (2006) hovoria o procese socializácie ako o niečom, čo sa aplikuje na jednotlivca ako tvárny objekt určitých snáh, ktorých cieľom je, aby sa správal v spoločnosti žiaducim, prijateľným spôsobom. Keďže pôsobenie rodičov má zásadný vplyv na osobnosť (hoci v raných štádiách vývinu), zaujímalo nás, či je ich vzdelanie rozhodujúce pri preferovanej motivácii u študentov vysokých škôl. V tejto súvislosti spomenieme znalosť Langmeiera a Krejčířovej (2006), ktorí pripomínajú, že ľudia si volia zamestnanie[1] nielen podľa vonkajších príležitostí, ale aj podľa zamerania a sily uvedených motivačných síl. Zaujímalo nás preto, či rozličné modely vzdelania rodičov (obaja s vysokoškolským vzdelaním, obaja so stredoškolským, matka s vysokoškolským, otec s vysokoškolským) ovplyvňujú motiváciu poslucháčov študujúcich na vysokých školách. Inými slovami chceli sme zistiť, či má vzdelanie rodičov vplyv na motiváciu vysokoškolákov a aké sú tieto tendencie. Dôvodom, pre ktorý sme sa rozhodli nachádzať súvislosti v tejto oblasti je skutočnosť, že hodnoty a pôsobenie primárneho sociálneho prostredia v konečnom dôsledku formujú spoločnosť, v ktorej žijeme. Ak sa pozeráme na motiváciu ako na vnútorný stav osobnosti, ktorý má za následok určité správanie a konanie, tak to by malo byť pozitívnym spôsobom odzrkadlené aj v hodnotách, ktoré spoluvytvárajú zmysluplnú spoločnosť. Pre jej formovanie je však dôležité, aby motiváciou pri akejkoľvek ľudskej činnosti a výbere povolania nevynímajúc, dominovali nielen faktory vonkajšej, ale aj vnútornej motivácie.

Metódy

Úroveň a štruktúru motivácie študentov sme zisťovali dotazníkom M-2. Implicitnou podmienkou zaradenia respondentov do dotazníkového šetrenia bolo štúdium na vysokej škole. Spôsob výberu prieskumnej vzorky sme realizovali metódou príležitostného výberu. Jej princíp spočíva v tom, že využívame príležitosti, ktoré

[1] Domnievame sa, že voľba bude podobná aj pri výbere budúceho povolania.

sa nám v priebehu realizácie výskumu ponúkajú na to, aby sme získali účastníkov (Miovský, 2006).

Názory respondentov boli zisťované pomocou otázok hodnotených likertovou škálou v rozmedzí od 1 do 5, pričom vyššie číslo indikovalo silnejší súhlas s danou položkou. Každý druh motivácie bol zastúpený viacerými položkami. Celkové skóre v danom druhu motivácie sme získali vypočítaním priemeru hodnôt z likertovej škály v danej oblasti motivácie. Prieskumnú vzorku tvorilo stotridsať vysokoškolských študentov. Respondenti boli vekovo rôznorodo štruktúrovaní, ale 88 % z nich tvorili študenti do 26 rokov.

Hypotézy

H_1:

Predpokladáme, že poznávacia motivácia dosiahne štatisticky významne vyššie skóre oproti sociálnej a inštrumentálnej motivácii u študentov, ktorých obaja rodičia majú vysokoškolské vzdelanie. H_1 sa nepotvrdila.

H_2:

Predpokladáme, že poznávacia motivácia dosiahne štatisticky významne vyššie skóre v porovnaní so sociálnou a inštrumentálnou motiváciou u študentov, ktorých obaja rodičia majú stredoškolské vzdelanie. H_2 sa nepotvrdila.

H_3:

Predpokladáme, že poznávacia motivácia dosiahne štatisticky významne vyššie skóre oproti sociálnej a inštrumentálnej motivácii u študentov, ktorých otec má vysokoškolské vzdelanie. H_3 sa nepotvrdila.

H_4:

Predpokladáme, že poznávacia motivácia dosiahne štatisticky významne vyššie skóre v porovnaní so sociálnou a inštrumentálnou motiváciou u študentov, ktorých matka má vysokoškolské vzdelanie. H_4 sa nepotvrdila.

H_5:

Predpokladáme, že existuje štatisticky významná závislosť medzi vzdelaním rodičov a preferovanou motiváciou. H_5 sa nepotvrdila.

Výsledky

Verifikácia hypotézy H_1

Na verifikáciu prvej hypotézy bolo potrebné porovnať medzi sebou tri súbory dát. Zaujímalo nás, či sa štatisticky významne odlišujú priemery dosiahnuté v sledovaných druhoch motivácie u všetkých 28 respondentov, ktorých obaja rodičia majú vysokoškolské vzdelanie. Keďže ide o tri súbory uskutočnili sme viacvýberové porovnanie, ktoré možno realizovať, napríklad jednofaktorovou analýzou rozptylu. Prvou podmienkou na jej použitie je overenie normality vo všetkých troch výberoch. Normalitu sme otestovali Shapiro-Wilkovým testom.

Tabuľka 1 Test normality pre jednotlivé druhy motivácie

Shapiro-Wilkov test	*Poznávacia motivácia*	*Sociálna motivácia*	*Inštrumentálna motivácia*
W	0,946296	0,870904	0,90013
p-value	**0,159757**	**0,002546**	**0,011521**
alpha	0,05	0,05	0,05
normal	**yes**	**no**	**no**

Keďže hodnota pravdepodobnosti *p* je v dvoch prípadoch menšia ako hodnota spoľahlivosti *α*, test preukázal, že dva súbory nie sú normálne rozdelené. Preto sme na ďalšie porovnanie rozdielov v skupinách použili neparametrickú náhradu jednofaktorovej analýzy rozptylu, a to Kruskal-Wallisov test. Jeho výsledky sú zhrnuté v *tabuľke 2*.

Tabuľka 2 Kruskal-Wallisov test pre porovnanie rozdielov medzi druhmi motivácie

Obaja rodičia VŠ	*Poznávacia motivácia*	*Sociálna motivácia*	*Inštrumentálna motivácia*
median	3,625	4,3	4,25
p-value	**0,002358**		
alpha	0,05		
sig	yes		

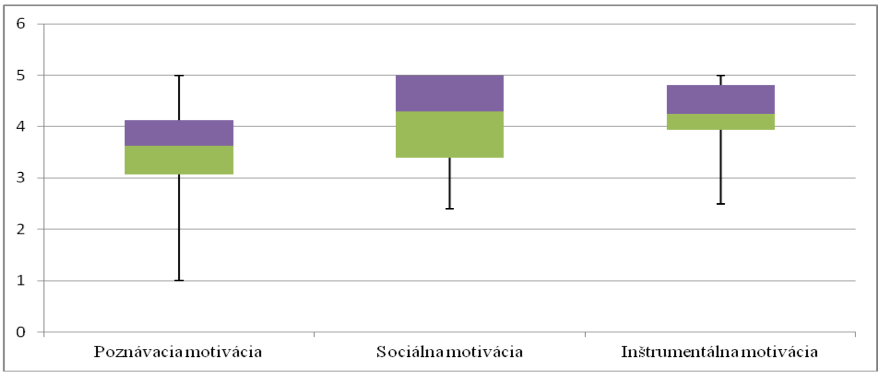
Keďže hodnota pravdepodobnosti je p (0,002358) < α (0,05), test preukázal signifikantný rozdiel medzi niektorými druhmi motivácie. Preto je potrebné v ďalšom kroku zistiť, medzi ktorými podskupinami je štatisticky významný rozdiel. Keďže rozsah bol vo všetkých podskupinách rovnaký, na porovnanie rozdielov sme použili Némenyiho metódu. Výsledky sú zhrnuté v *tabuľke 3*.

Tabuľka 3 Výsledky Némenyiho metódy pre porovnanie rozdielov v podskupinách

Výsledky porovnania	*Poznávacia motivácia*	*Sociálna motivácia*	*Inštrumentálna motivácia*
Poznávacia motivácia	-		
Sociálna motivácia	áno	-	
Inštrumentálna motivácia	áno	nie	-

Ako vidieť z *tabuľky 3*, štatisticky významný rozdiel je medzi poznávacou a sociálnou motiváciou a taktiež medzi poznávacou a inštrumentálnou motiváciou, pričom v oboch prípadoch poznávacia motivácia dosiahla signifikantne nižšie skóre. Sociálna a inštrumentálna motivácia sa štatisticky významne nelíšia. Tento výsledok je viditeľný aj v *grafe 1*.

Graf 1 Komparácia sledovaných druhov motivácie u študentov s VŠ vzdelaním rodičov



Testom sme preukázali, že štatisticky významný rozdiel existuje medzi 1 a 2 podskupinou a tiež medzi 1 a 3 podskupinou. Druhá a tretia podskupina sa signifikantne nelíšia. Preto konštatujeme, že poznávacia motivácia získala štatisticky významne nižšie priemerné skóre v porovnaní so sociálnou a inštrumentálnou motiváciou, ktoré hodnotili respondenti vyššie. Zistenie je veľmi zaujímavé, pretože u vysokoškolákov, ktorých obaja rodičia majú vysokoškolské vzdelanie, by sme očakávali, že ich bude motivovať predovšetkým túžba po poznaní.

Verifikácia hypotézy H_2

Na verifikáciu druhej hypotézy bolo potrebné porovnať medzi sebou tri súbory dát. Zaujímalo nás, či sa štatisticky významne odlišujú priemery dosiahnuté v sledovaných druhoch motivácie u všetkých 67 respondentov, ktorých rodičia majú obaja stredoškolské vzdelanie. Keďže ide o tri súbory, uskutočnili sme viacvýberové porovnanie, ktoré možno realizovať, napríklad jednofaktorovou analýzou rozptylu. Prvou podmienkou na jej použitie je overenie normality vo všetkých troch výberoch. Normalitu sme otestovali Shapiro-Wilkovým testom.

Tabuľka 4 Test normality pre jednotlivé druhy motivácie

Shapiro-Wilkov test	*Poznávacia motivácia*	*Sociálna motivácia*	*Inštrumentálna motivácia*
W	0,940117	0,895956	0,933129
p-value	**0,002955**	**$3{,}89.10^{-05}$**	**0,001385**
alpha	0,05	0,05	0,05
normal	**no**	**no**	**no**

Keďže hodnota pravdepodobnosti *p* je vo všetkých prípadoch menšia ako hodnota spoľahlivosti *α*, test preukázal, že súbory nie sú normálne rozdelené. Preto sme na ďalšie porovnanie rozdielov v skupinách použili neparametrickú náhradu jednofaktorovej analýzy rozptylu a to Kruskal-Wallisov test. Jeho výsledky sú zhrnuté v *tabuľke 5*.

Tabuľka 5 Kruskal-Wallisov test pre porovnanie rozdielov medzi druhmi motivácie

Obaja rodičia SŠ	*Poznávacia motivácia*	*Sociálna motivácia*	*Inštrumentálna motivácia*
median	3,25	4,0	4,25
p-value	**$3{,}78.10^{-05}$**		
alpha	0,05		
sig	yes		

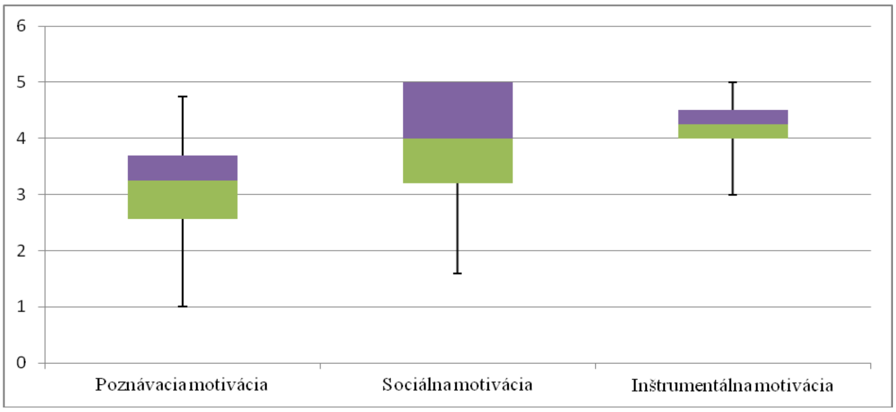
Keďže hodnota pravdepodobnosti je p ($3{,}78.10^{-05}$) < α (0,05), test preukázal signifikantný rozdiel medzi niektorými druhmi motivácie. Preto je potrebné v ďalšom kroku zistiť, medzi ktorými podskupinami je štatisticky významný rozdiel. Keďže rozsah bol vo všetkých podskupinách rovnaký, na porovnanie rozdielov sme použili Némenyiho metódu. Výsledky sú zhrnuté v *tabuľke 6*.

Tabuľka 6 Výsledky Némenyiho metódy pre porovnanie rozdielov v podskupinách

Výsledky porovnania	*Poznávacia motivácia*	*Sociálna motivácia*	*Inštrumentálna motivácia*
Poznávacia motivácia	-		
Sociálna motivácia	áno	-	
Inštrumentálna motivácia	áno	nie	-

Ako vidieť z tabuľky 6, štatisticky významný rozdiel je medzi poznávacou a sociálnou motiváciou a taktiež medzi poznávacou a inštrumentálnou motiváciou, pričom v oboch prípadoch poznávacia motivácia dosiahla signifikantne nižšie skóre. Sociálna a inštrumentálna motivácia sa štatisticky významne nelíšia. Výsledok znázorňuje aj *graf 2.*

Graf 2 Komparácia sledovaných druhov motivácie u študentov so stredoškolským vzdelaním rodičov



Testom sme preukázali, že štatisticky významný rozdiel existuje medzi 1 a 2 podskupinou a tiež medzi 1 a 3 podskupinou. Druhá a tretia podskupina sa signifikantne nelíšia. Konštatujeme preto, že poznávacia motivácia získala štatisticky významne nižšie priemerné skóre v porovnaní so sociálnou a inštrumentálnou motiváciou, ktoré hodnotili respondenti vyššie. Túžba po poznaní nie je najvýznamnejším motivačným faktorom vysokoškolákov, ktorých obaja rodičia majú stredoškolské vzdelanie.

Verifikácia hypotézy H_3

Na verifikáciu tretej hypotézy bolo potrebné porovnať medzi sebou tri súbory dát. Zaujímalo nás, či sa štatisticky významne odlišujú priemery dosiahnuté v sledovaných druhoch motivácie u všetkých 37 respondentov, ktorých otec má vysokoškolské vzdelanie. Keďže ide o tri súbory, uskutočnili sme viacvýberové porovnanie, ktoré možno realizovať napríklad jednofaktorovou analýzou rozptylu. Prvou podmienkou jej použitia je overenie normality vo všetkých troch výberoch. Normalitu sme otestovali Shapiro-Wilkovým testom.

Tabuľka 7 Test normality pre jednotlivé druhy motivácie

Shapiro-Wilkov test	*Poznávacia motivácia*	*Sociálna motivácia*	*Inštrumentálna motivácia*
W	0,947361	0,89974	0,894495
p-value	**0,079346**	**0,000268**	**0,00208**
alpha	0,05	0,05	0,05
normal	**yes**	**no**	**no**

Keďže hodnota pravdepodobnosti p je v dvoch prípadoch menšia ako hodnota spoľahlivosti α, test preukázal, že dva súbory nie sú normálne rozdelené. Preto sme na ďalšie porovnanie rozdielov v skupinách použili neparametrickú náhradu jednofaktorovej analýzy rozptylu, a to Kruskal-Wallisov test. Jeho výsledky sú zhrnuté v *tabuľke 8*.

Tabuľka 8 Kruskal-Wallisov test pre porovnanie rozdielov medzi druhmi motivácie

Otec VŠ	*Poznávacia motivácia*	*Sociálna motivácia*	*Inštrumentálna motivácia*
median	3,625	4,4	4,5
p-value	**$8{,}62.10^{-05}$**		
alpha	0,05		
sig	yes		

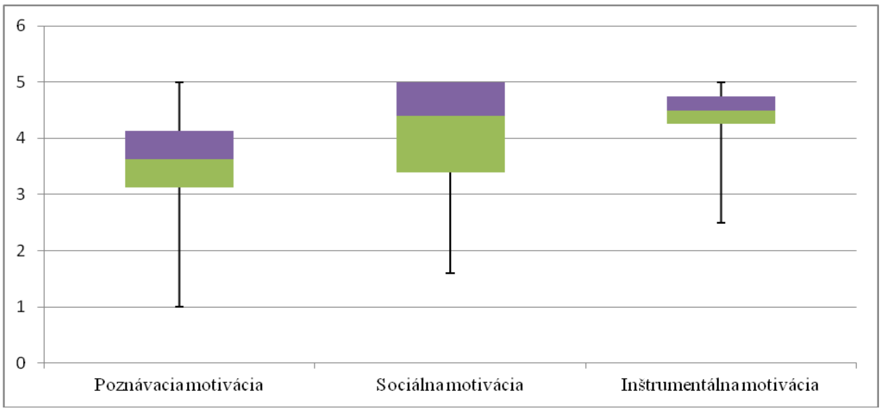
Keďže hodnota pravdepodobnosti je p ($8{,}62.10^{-05}$) < α (0,05), test preukázal signifikantný rozdiel medzi niektorými druhmi motivácie. V ďalšom kroku je potrebné zistiť, medzi ktorými podskupinami je štatisticky významný rozdiel. Keďže rozsah bol vo všetkých podskupinách rovnaký, na porovnanie rozdielov sme použili Némenyiho metódu. Výsledky sú zhrnuté v *tabuľke 9*.

Tabuľka 9 Výsledky Némenyiho metódy pre porovnanie rozdielov v podskupinách

Výsledky porovnania	*Poznávacia motivácia*	*Sociálna motivácia*	*Inštrumentálna motivácia*
Poznávacia motivácia	-		
Sociálna motivácia	áno	-	
Inštrumentálna motivácia	áno	nie	-

Ako vidieť z tabuľky, štatisticky významný rozdiel je medzi poznávacou a sociálnou motiváciou, a taktiež medzi poznávacou a inštrumentálnou motiváciou, pričom v oboch prípadoch poznávacia motivácia dosiahla signifikantne nižšie skóre. Sociálna a inštrumentálna motivácia sa štatisticky významne nelíšia. Výsledok je viditeľný aj v *grafe 3*.

Graf 3 Komparácia sledovaných druhov motivácie u VŠ s vysokoškolským vzdelaním otca



Ako vidíme v grafe 3, štatisticky významný rozdiel existuje medzi 1 a 2 podskupinou a tiež medzi 1 a 3 podskupinou. Druhá a tretia podskupina sa signifikantne nelíšia. Konštatujeme preto, že poznávacia motivácia získala štatisticky významne nižšie priemerné skóre v porovnaní so sociálnou a inštrumentálnou motiváciou, ktoré hodnotili respondenti vyššie. Najmenej významným motivačným faktorom vysokoškolákov, ktorých otec má vysokoškolské vzdelanie je poznávacia motivácia.

Verifikácia hypotézy H_4

Na verifikáciu štvrtej hypotézy bolo potrebné medzi sebou porovnať tri súbory dát. Zaujímalo nás, či sa štatisticky významne odlišujú priemery dosiahnuté v sledovaných druhoch motivácie u všetkých 48 respondentov, ktorých matka má vysokoškolské vzdelanie. Keďže ide o tri súbory, uskutočnili sme viacvýberové porovnanie, ktoré možno realizovať napríklad jednofaktorovou analýzou rozptylu. Prvou podmienkou jej použitia je overenie normality vo všetkých troch výberoch. Normalitu sme otestovali Shapiro-Wilkovým testom.

Tabuľka 10 Test normality pre jednotlivé druhy motivácie

Shapiro-Wilkov test	*Poznávacia motivácia*	*Sociálna motivácia*	*Inštrumentálna motivácia*
W	0,958868	0,876597	0,878626
p-value	**0,09086**	**0,00012**	**0,000138**
alpha	0,05	0,05	0,05
normal	**yes**	**no**	**no**

Keďže hodnota pravdepodobnosti *p* je v dvoch prípadoch menšia ako hodnota spoľahlivosti α, test preukázal, že dva súbory nie sú normálne rozdelené. Preto sme na ďalšie porovnanie rozdielov v skupinách použili neparametrickú náhradu jednofaktorovej analýzy rozptylu, a to Kruskal-Wallisov test. Jeho výsledky sú zhrnuté v *tabuľke 11*.

Tabuľka 11 Kruskal-Wallisov test pre porovnanie rozdielov medzi druhmi motivácie

Matka VŠ	*Poznávacia motivácia*	*Sociálna motivácia*	*Inštrumentálna motivácia*
median	3,625	4,1	4,25
p-value	**$6{,}51.10^{-05}$**		
alpha	0,05		
sig	yes		

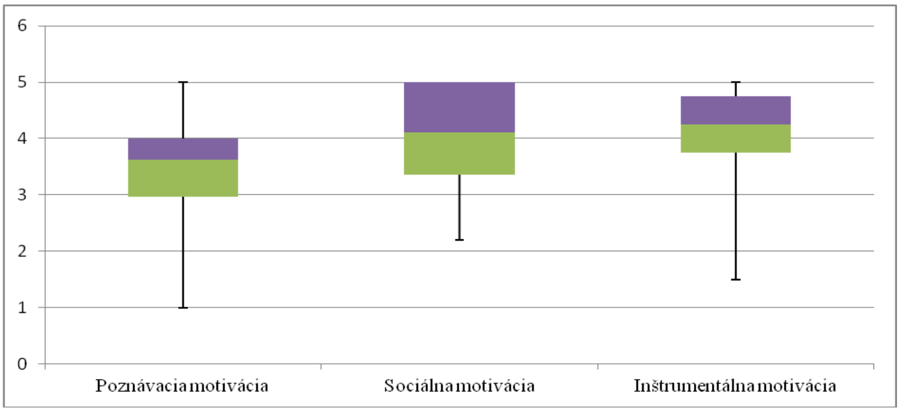
Keďže hodnota pravdepodobnosti je p ($6{,}51.10^{-05}$) < α (0,05), test preukázal signifikantný rozdiel medzi niektorými druhmi motivácie. V ďalšom kroku je potrebné zistiť, medzi ktorými podskupinami je štatisticky významný rozdiel. Keďže rozsah bol vo všetkých podskupinách rovnaký, na porovnanie rozdielov sme použili Ményiho metódu. Výsledky sú zhrnuté v *tabuľke 12*.

Tabuľka 12 Výsledky Némenyiho metódy pre porovnanie rozdielov v podskupinách

Výsledky porovnania	*Poznávacia motivácia*	*Sociálna motivácia*	*Inštrumentálna motivácia*
Poznávacia motivácia	-		
Sociálna motivácia	áno	-	
Inštrumentálna motivácia	áno	nie	-

Ako vidieť z tabuľky, štatisticky významný rozdiel je medzi poznávacou a sociálnou motiváciou a taktiež medzi poznávacou a inštrumentálnou motiváciou, pričom v oboch prípadoch poznávacia motivácia dosiahla signifikantne nižšie skóre. Sociálna a inštrumentálna motivácia sa štatisticky významne nelíšia. Výsledok znázorňuje aj *graf 4*.

Graf 4 Komparácia sledovaných druhov motivácie u VŠ s vysokoškolským vzdelaním matky



Ako znázorňuje *graf 4*, štatisticky významný rozdiel existuje medzi 1 a 2 podskupinou a tiež medzi 1 a 3 podskupinou. Druhá a tretia podskupina sa signifikantne nelíšia. Konštatujeme preto, že poznávacia motivácia získala štatisticky významne nižšie priemerné skóre v porovnaní so sociálnou a inštrumentálnou motiváciou, ktoré hodnotili respondenti vyššie. Najmenej významným motivačným faktorom vysokoškolákov, ktorých matka má vysokoškolské vzdelanie, je poznávacia motivácia.

Verifikácia hypotézy H_5

V nasledujúcej časti sme zisťovali, či neexistuje závislosť medzi stupňom vzdelania a preferenciou motivácie. Porovnanie sme realizovali χ^2 testom dobrej zhody. Keďže očakávané početnosti pri priemerných hodnotách skóre zisťovaného pomocou likertovej škály boli menšie ako 5, prepočítali sme údaje na percentá.

Tabuľka 13 Percentuálne výsledky dosiahnutého skóre motivácii

Vzdelanie	*Poznávacia motivácia*	*Sociálna motivácia*	*Inštrumentálna motivácia*
Obaja VŠ	70,26785714	83,14285714	85,71429
Otec VŠ	70,06756757	82,48648649	86,48649
Matka VŠ	68,80208333	80,91666667	83,125
Obaja SŠ	60,37313433	77,79104478	84,47761

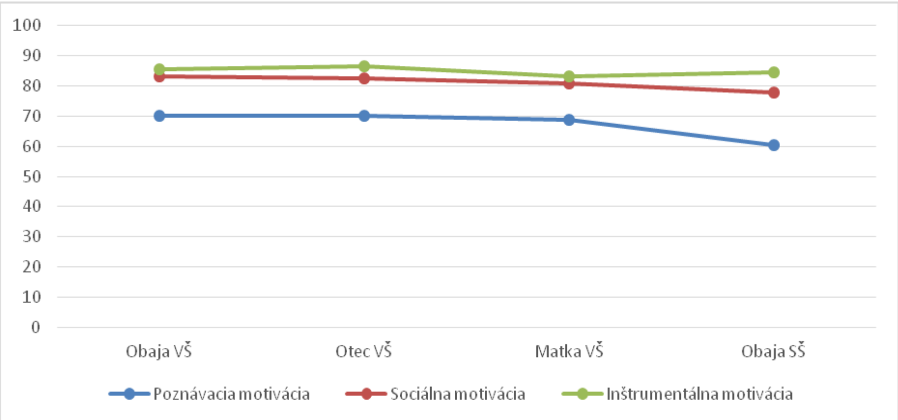
Zistili sme, že dokonca ešte ani v tomto prípade neexistuje žiadna závislosť. Jednoducho preferencia motivácie nezávisí od stupňa vzdelania rodičov.

Tabuľka 14 χ^2 test pre zistenie závislosti medzi preferenciou motivácie a stupňom vzdelania rodičov

χ^2 test				
	chi-sq	*p-value*	*x-crit*	*sig*
Pearson's	0,519227	**0,997597**	12,59159	no

Keďže hodnota pravdepodobnosti je p (0,998) > α (0,05) konštatujeme, že neexistuje závislosť medzi stupňom vzdelania rodičov a preferenciou motivácie. Ako to vidno aj v *grafe 5*, percentuálna úroveň motivácií sa pohybuje stále rovnako pri každom zo sledovaných stupňov vzdelania rodičov. Výsledky znázorňuje aj *graf 5*.

Graf 5 Komparácia priebehu jednotlivých druhov motivácie v závislosti od vzdelania rodičov



Záver

Z výsledkov vyplýva, že vzdelanie rodičov nemá vplyv na preferovaný výber motivácie u vysokoškolských študentov. Očakávali sme, že tendencia v motivácii sa bude meniť vzhľadom na vzdelanie rodičov. Zamerali sme sa pritom na štyri rozličné modely vzdelania rodičov (obaja vysokoškolské, obaja stredoškolské, matka vysokoškolské, otec vysokoškolské) a zisťovali sme, či nastanú zmeny v troch sledovaných motiváciách: poznávacia, sociálna, inštrumentálna. Možno usudzovať, že vplyv vzdelania rodičov, ktorých deti študujú na vysokých školách, nie je faktor, ktorý motivuje jednotlivca niečo robiť, alebo sa učiť pre vlastnú potrebu, pre osobné potešenie. Vzdelanie rodičov nie je aspekt, ktorý dokáže významným spôsobom ovplyvniť vnútorné motivačné tendencie vysokoškolákov. Najmenej preferovanou motiváciou je vo všetkých sledovaných ukazovateľoch poznávacia motivácia. Štatisticky väčšiu významnosť pripisujú študenti, ktorých rodičia majú stredoškolské a vysokoškolské vzdelanie sociálnej a inštrumentálnej motivácii. Domnievali sme sa, že najväčšie rozdiely v motivačných tendenciách sa prejavia v skupine vysokoškolákov, ktorých obaja rodičia majú vysokoškolské vzdelanie. Predpokladali sme, že práve ich bude motivovať túžba po poznávaní, väčšia angažovanosť pri štúdiu, ako aj pri riešení rôznych životných situácií. Pri komparácii sme chceli objasniť aj skutočnosť, či vysokoškolské vzdelanie otca a následne aj matky štatisticky významným spôsobom ovplyvňuje motivačné aspekty univerzitných študentov. Výsledky však naznačujú, že vysokoškolské vzdelanie matky nemení motivačné tendencie. Zistenie bolo potvrdené aj v sledovanej premennej *vysokoškolské vzdelanie otca*. Štatisticky najmenej preferovanom motiváciou zostáva poznávacia motivácia, v porovnaní so sociálnou a inštrumentálnou, ktorým študenti ako aj v predchádzajúcom výstupe (porov. Bulková, Hibký, 2016) prisúdili väčšiu významnosť.

Literatúra

BULKOVÁ, Kristína, HIBKÝ, Martin. Komparácia vybraných druhov motivácie u študentov vysokých škôl. In *Academia*. ISSN 1335-5864, 2016, roč. XX, č. 4.

HEWSTONE, Miles, STROEBE, Wolfgang. *Sociální psychologie*. Praha : Portál. 2006. 769 s. ISBN 80-7367-092-5

LANGMEIER, Josef, KREJČÍŘOVÁ, Dana. *Vývojová psychologie*. Praha : Grada. 2006. 368 s. ISBN 80-247-1284-9

MIOVSKÝ, Michal. *Kvalitatívní přístup a metody v psychologickém výzkumu.* Praha : Grada, 2006. 332 s. ISBN 80-247-1362-4

Mgr. Kristína Bulková, PhD.
Trenčianska univerzita Alexandra Dubčeka v Trenčíne

Vladimír Strečko

Zrod a vývoj vyššej matematiky

Abstrakt

Článok tvoria štyri časti. Na úvod je zdôraznená úloha motivácie v matematickej činnosti žiakov. Pozornosť sa venuje tretej forme motivácie, t. j. motivácii historickými poznámkami v technológii matematickej edukácie. Prvá a druhá časť príspevku prináša prehľad faktov, ktoré vyústili v 17. storočí do vzniku kvalitatívne novej etapy vývoja matematiky. V spomínanom storočí vzniká tzv. vyššia matematika. Vstupuje do nej pohyb a matematika prestáva byť vedou len o stálych veličinách. Druhá, tretia a štvrtá časť príspevku sú nosné, lebo analyzujú stručne vznik a vývoj infinitezimálneho počtu. Spomínajú mená a prínos význačných matematikov tej doby. Ich dielo žije aj v súčasnosti. Myšlienky spomenutých vedcov a ich nasledovníkov sú súčasťou nielen učiva matematiky vo vyšších ročníkoch strednej školy, ale predovšetkým tvoria podstatnú časť matematického učiva na technických, ekonomických a poľnohospodárskych fakultách na celom svete. Svetový pokrok bez aplikácie týchto ideí by bol nemysliteľný.

Kľúčové slová

Motivácia, matematicko-pedagogický proces, kvadratúra paraboly, diferenciálny počet, integrálny počet.

Abstract

This article consists of four parts. We have concentrated on the third form of motivation, i.e. motivation through historical notes in the technique of mathematical education. The first, second and third part of this article introduce facts, which resulted in a qualitatively new stage in the development of mathematics in the 17th century. It was in the said century that the so called "high mathematics" comes into being, mathematics is set in momentum and it ceases to be a science based on stable quantities. The second part of this article is the central one, for it analyses *in brief the origin and development of infinitesimal calculus. It mentions famous mathematicians and their mathematical contributions in the given period, for their work has never ceased to exist. Their ideas are not only the core of the mathematical curriculum in primary schools, but also in secondary schools and various universities all over the world. We cannot think of a global progress without the inclusion of these ideas.*

Key words

Motivation, mathematical-educational process, differential calculus, integral calculus, parabole quadrature.

Úvod

Matematika prekonala počas svojho 6 000-ročného vývoja štyri etapy:

1. etapa začiatkov matematiky (do 6. storočia pred n. l.),
2. etapa elementárnej matematiky (6. st. pred n. l. – 17. storočie n. l.),
3. etapa vyššej matematiky (17. stor. – 1. pol. 19. stor.)
4. etapa súčasnej matematiky (2. pol. 19. stor. – dodnes).

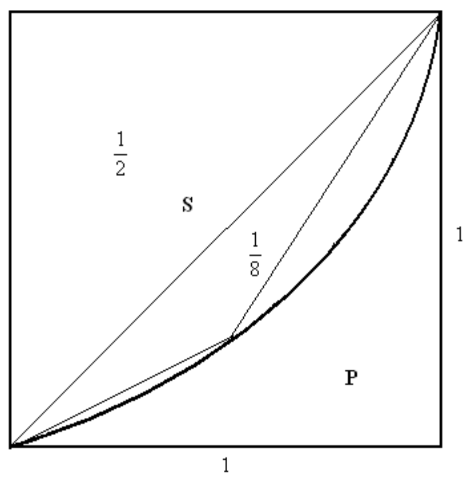
V tomto článku prezentujeme vznik diferenciálneho a integrálneho počtu, ktorého obsah môže byť aplikovaný formou motivácie v matematicko-pedagogickom procese na vysokých školách. Tento infinitezimálny počet kopíruje etapu vyššej matematiky a niekedy sa hovorí o tzv. období premenných veličín. Dovtedy prebiehalo obdobie stálych veličín a teraz prežívame obdobie zovšeobecnených veličín. Príspevok sme rozdelili do štyroch častí.

1. Fragment z Archimedovho diela

V antike svoj vrchol matematika dosiahla v spojení s menom Archimedes (asi 287 – 212 pred Kr.). Tento všestranný vedec sa okrem matematiky venoval aj astronómii, hydrostatike, mechanike a technike. Vynašiel tzv. vodnú skrutku, dokázal vysvetliť príčinu prílivu a odlivu a sformuloval Archimedov zákon, ktorý sa preberá vo fyzike v 7. ročníku ZŠ.

V súvislosti s matematikou napísal viacero diel. V *Kvadratúre paraboly* popísal presný výpočet kvadratúry paraboly pomocou súčtu nekonečného geometrického radu. Podobné metódy dnes považujeme za predstupeň integrálneho počtu. Pripomeňme si tento postup. Archimedes zakreslil svoju parabolu s rovnicou $y = x^2$ do štvorca so stranou 1. Môžeme tak povedať, že ju uvažoval na intervale $\langle 0,1 \rangle$. Vznikli dva krivočiare trojuholníky, pričom do horného vpisoval vždy menšie a menšie trojuholníky, tak ako naznačuje obrázok 1.

Obr. 1: Kvadratúra paraboly podľa Archimeda



Obsah *S* horného trojuholníka vypočítal ako súčet nekonečného radu

$$S = \frac{1}{2} + \frac{1}{2^3} + \frac{1}{2^5} + \frac{1}{2^7} ... = \frac{2}{3}.$$

Teraz už ľahko dopočítame, že obsah hľadaného trojuholníka *P* je $1/3$. Použitá metóda sa nazýva exhaustačná, alebo vyčerpávajúca a prvýkrát ju použil Eudox z Knidu (asi 408 – 355 pred Kr.), ktorý sa takto snažil aproximovať kruh pomocou mnohouholníkov. Ako zaujímavosť uvedieme, že parabola bola Archimedova obľúbená krivka aj preto, lebo sa, okrem iného, zaoberal aj parabolickými zrkadlami.

Tento príklad by sme dnes mohli predložiť študentom 4. ročníka gymnázia a okrem Archimedovej metódy by sme ho mohli riešiť pomocou jednoduchého integrálu

$$\int_0^1 x^2 dx = \left[\frac{x^3}{3} \right]_0^1 = \frac{1}{3}.$$

Trochu náročnejšie by už bolo pomocou integrálu vypočítať ďalší z Archimedových objavov a to vzorec pre výpočet obsahu elipsy, čiže $P = \pi ab$, kde *a* a *b* sú dĺžky polosí elipsy. Na záver tejto časti pripomeňme, že Archimedes bol matematik, ktorý zaviedol do vedy prvé infinitezimálne objekty a úvahy.

2. Vznik diferenciálneho a integrálneho počtu

V 4. ročníku stredných škôl sa študenti oboznamujú s diferenciálnym a integrálnym počtom. S ním sa potom stretávajú aj počas štúdia na rôznych vysokých školách zameraných na techniku, prírodné vedy, ekonómiu a podobne. Súvisí to najmä s jeho širokým využitím. Pripomeňme si teraz okolnosti jeho vzniku.

Možno konštatovať, že vznik integrálneho počtu má svoje korene už v starovekom Grécku a to zásluhou Archimeda a jeho exhaustačnej metódy, pomocou ktorej vykonal kvadratúru paraboly. Jeho objavy však boli po dlhý čas nevyužité a ďalší pokrok nastáva až v 16. a 17. storočí. Súvisí s prácami Galilea Galileho (1564 – 1642), Johannesa Kepplera (1571 – 1630, ako prvý odvodil vzorec pre výpočet objemu anuloidu – torusu na základe nekonečne malých veličín), ktorí sa venovali pohybom, voľným pádom a vrhom. U nich môžeme badať aj počiatky tzv. metódy indivizibílií, čiže nekonečne malých veličín, ktorými sa zaoberal predovšetkým Galileiho žiak Bonaventura Cavalieri (1598 – 1647), ktorý svojím dielom významne ovplyvnil Pierra de Fermata (1601 – 1665) a Johna Wallisa (1616 – 1703). Tieto spomínané indivizibílie aritmetizovali a okrem nich sa venovali aj extrémnym hodnotám. Integrálny a diferenciálny počet sa v svojich prvotných formách rozvíjali ako dve nezávislé matematické disciplíny, ale predpokladá sa, že Fermat medzi nimi videl súvislosť [Wußing 2008, str. 428].

Na tomto mieste by bolo vhodné spomenúť, že Fermat sa spolu s ďalším matematikom René Descartesom (1596 – 1650) zaslúžili o objav analytickej geometrie a zavedenie karteziánskej súradnicovej sústavy, pomenovanej podľa Descartovho latinského mena Cartesius. Descartes zaviedol aj matematickú symboliku, ktorú používame až dodnes. Medzi týmito dvoma matematikmi bol svojho času čulý korešpondenčný styk, ktorý sa dnes považuje za prvú matematickú polemiku [Znám 1986, str. 117 – 118].

Až ten, kto poznal Archimedove geometrické metódy, Galileiho spisy, ovládal matematický aparát rozvíjaný Wallisom, Fermatom a Descartom a pochopil vzájomné prepojenie diferencovania a integrovania, mohol učiniť objav integrálneho počtu. To v krátkom čase vykonali, nezávisle od seba, hneď dvaja učenci, anglický matematik a fyzik Isaac Newton (1642 – 1727) a nemecký matematik, filozof a diplomat slovanského pôvodu Gottfried Wilhelm Leibniz (1646 – 1716).

Newton sa zaoberal všeobecnými vzťahmi medzi fluxiami a fluentami. Fluxie alebo derivácie, boli rýchlosti akými rastú fluenty, čiže funkcie, v dôsledku ich pohybu. Pre fluentu $y = x^2$, ktorá opisuje závislosť dráhy od času pri rovnomerne zrýchlenom pohybe, vypočítal jej fluxiu nasledovne: vzal tzv. nekonečne malú veličinu *o*. Za čas, za ktorý sa x zmení na $x + o$, sa veličina x^2 zmení $y + o\dot{y} = (x+o)^2$, teda

$$y + o\dot{y} = (x+o)^2 = x^2 + 2xo + o^2.$$

Keďže $y = x^2$, následne dostaneme

$$\dot{y} = 2x + o\,.$$

Avšak veličinu o môžeme škrtnúť, pretože je nekonečne malá, a tak dostávame fluxiu alebo deriváciu $\dot{y} = 2x$.

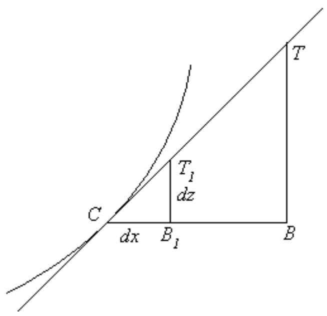
Newton sa podobne ako Archimedes zaoberal nekonečnými radmi a kvadratúrou paraboly. Vedel, že obsah plochy, ktorú vytvorí časť paraboly $y = x^2$ a úsečky $y = 0$, $x = 1$, je $\frac{1}{3}$. Nevedel však, ako to dať do súvisu s fluxiami fluent $y = x^n$, ktoré sú $\dot{y} = nx^{n-1}$. Problém nakoniec vyriešil a to tak, že zobral meniaci sa obsah z ako fluentu v závislosti od dĺžky abscisy x. Obsah nech je $z = x^3/3$. Ak zmeníme x na $x + o$, tak z sa zmení na $z + ov$, resp. $z + oy$, čo je to isté ($y = BC$, $v = EF$, pričom obsah $BEFD$ = obsahu $BEGC$). Potom $\dot{y} = x^2$ a teda obsah zodpovedá fluente $y = x^2$ [Znám 1986, str. 126 – 127] (obr. 8).

Tieto objavy Newton uskutočnil v rokoch 1665 – 1666. Z neznámeho dôvodu ich však nepublikoval hneď (podľa jednej zaujímavej, ale málo pravdepodobnej teórie bola vraj časť jeho poznámok zničená pri veľkom požiari Londýna v roku 1666), ale až o 30 rokov neskôr. To viedlo k neskoršiemu sporu medzi ním a Leibnizom, ktorý svoj objav učinil v roku 1675 a publikoval v roku 1684 [Wußing 2008, str. 473].

Na rozdiel od Newtonovho postupu, ktorý bol predovšetkým kinematický, Leibnizov postup mal viac geometrický charakter. Leibniz k svojej metóde došiel prostredníctvom tzv. charakteristického trojuholníka, ktorý sa už vyskytoval v skorších prácach Blaisea Pascala (1623 – 1662) a Newtonovho učiteľa Isaaca Barrowa (1630 – 1677). Kým Newton označil nekonečne malé veličiny ako o, Leibnitz ich označoval ako dx (diferenciál), čo vydržalo až dodnes. Pomocou diferenciálov študoval aj dotyčnice ku krivkám. Taká dotyčnica je určená trojuholníkom BTC (obr. 2), ale aj miniatúrnym trojuholníkom B_1T_1C s nekonečne malými stranami $dx = B_1C$, $dz = B_1T_1$. Z podobnosti týchto trojuholníkov vyplýva

$$\frac{BT}{BC} = \frac{dz}{dx}$$

Obr. 2: Charakteristický trojuholník BTC



takže napríklad pre parabolu $y = x^2$ platí

$$\frac{BT}{BC} = 2x$$

a pre kubickú parabolu $z = x^3$ zase

$$\frac{BT}{BC} = 3x^2 \cdot$$

Neskôr v istý večer počas návštevy divadla napadlo Leibnizovi tieto dve krivky porovnať pomocou tohto trojuholníka. Na jeden obrázok nakreslil obidve paraboly $y = x^2$ a $z = x^3/3$ (obr. 3) a využitím vzťahu

$$\frac{BT}{BC} = \frac{dz}{dx}$$

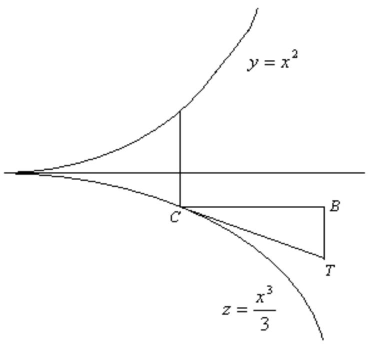
v dolnej krivke, ľahko kvadratúru paraboly $y = x^2, x \in \langle 0,1 \rangle$ vypočítal [Znám 1986, str. 132 – 133].

Okrem označenia *dx* pre diferenciál je aj autorom symbolu pre samotný integrál $\int$. Tu považujeme za nutné uviesť, že autorom Newtonovej – Leibnizovej formuly

$$\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a),$$

(kde *f(x)* je funkcia integrovateľná na $\langle a,b \rangle$ a F je tzv. primitívna funkcia spojitá na $\langle a,b \rangle$, ktorej derivácia na (a,b) je *f*), nie je ani Newton a ani Leibniz, ale už spomínaný Newtonov učiteľ Isaac Barrow [Znám 1986, str. 127].

Obr. 3: Leibnizovo porovnávanie kriviek



Na záver tejto časti len pripomeňme, že tak významný objav ako bol diferenciálny a integrálny počet, mal jeden nechcený následok. Leibniz bol obvinený z plagiátorstva a po márnej obhajobe pred Anglickou akadémiou vied (Royal Society), ktorej mimochodom vtedy predsedal Newton, mu bol zakázaný vstup na pôdu Anglicka a zomrel v chudobe a bez povšimnutia v čase náboženských vojen v Nemecku. Jeho hrob je neznámy.

3. Kvadratúra Descartovho listu

Už v 3. storočí pred n. l. počítali matematici v antickom Grécku kvadratúry rôznych kriviek. Venovali sa najmä parabole, kružnici a elipse. Najvýraznejším matematikom tohto obdobia bol Archimedes zo Syrakúz (287 – 212 pred n. l.). Kvadratúra krivky znamená výpočet obsahu uzavretého obrazca v rovine ohraničeného krivkou. A práve Archimedes sa preslávil prvou kvadratúrou paraboly, elipsy či kubatúrou gule [1]. V stredoveku sa na kvadratúry čiastočne zabudlo, s výnimkou arabských matematikov žijúcich v 10. a 11. storočí.

V 17. storočí sa matematici intenzívne venujú výpočtom maxím, miním daných kriviek, ale aj ich kvadratúram. Slávny matematik v 30. rokoch 17. storočia René Descartes (1596 – 1650) zavádza v rovine a priestore kartézsku súradnicovú sústavu, v ktorej akcentuje možnosť algebraizácie geometrie. Intenzívne študuje rôzne krivky a v matematickom svete sa etabloval v roku 1638 o. i. tzv. Descartovým listom, ktorého slučka má tvar lupienku kvetu jazmínu. Tento matematický objekt vyjadril rovnicou $x^3+y^3=3axy$ (obr. 1). Zaujímavé je, že dokázal vypočítať lokálne maximum tejto krivky v bode $\left[a\sqrt[3]{2},\ a\sqrt[3]{4}\right]$, pričom vyššia matematika sa ešte len rodila. Matematici už do roku 1665, kedy I. Newton otvára novú éru vývoja matematiky, vedeli intuitívne derivovať a integrovať bežné funkcie. Je pozoruhodné, že x-ová súradnica lokálneho maxima Descartovho listu sa rovná dĺžke hrany kocky, ktorá má dvojnásobný objem ako kocka s hranou dĺžky *a* (ide o jeden z piatich klasických problémov matematiky, problém duplicity kocky). [1] Pri výpočte kvadratúry slučky svojho listu ostal R. Descartes bezradný. Nevedel totiž vyjadriť z rovnice krivky *y*. Pokúšal sa o to aj G. W. Leibniz (1646 – 1716), no tiež bezvýsledne. Výpočet umožnilo až zavedenie polárnych súradníc do matematiky. Tieto zaviedol Jacub Bernoulli (1654 – 1705). Potom sa výpočet kvadratúry slučky Descartovho listu dal zrealizovať pomerne jednoducho vyjadrením listu pomocou spomenutých súradníc. Prechod od pravouhlých k polárnym súradniciam spočíva v dosadení $x=\rho\cos\varphi,\ y=\rho\sin\varphi$, kde ρ je vzdialenosť ľubovoľného bodu roviny od začiatku súradnicovej sústavy a φ je uhol v oblúkovej miere, ktorý zviera sprievodič ľubovoľného bodu a začiatku súradnicovej sústavy s kladným smerom osi *x* [1].

Descartov list má v polárnych súradniciach vyjadrenie $\rho = \dfrac{3a\cos\varphi\sin\varphi}{\cos^3\varphi+\sin^3\varphi}$.

Na výpočet obsahu časti roviny ohraničenej slučkou Descartovho listu (obr. 4) použijeme všeobecne známy vzorec $P(U) = \dfrac{1}{2}\displaystyle\int_{\varphi_1}^{\varphi_2}\rho^2(\varphi)\,d\varphi$, kde P (U) je obsah útvaru U ohraničeného oblúkom $\rho = f(\varphi),\ \varphi \in \langle \varphi_1, \varphi_2 \rangle$ [2]. V našom prípade $\varphi \in \langle 0, \frac{\pi}{2} \rangle$. Pretože Descartov list je symetrický podľa osi

y = *x*, môžeme počítať obsah dvakrát v intervale $\langle 0, \frac{\pi}{4} \rangle$. To znamená

P(U) = $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{9a^2 \cos^2\varphi \sin^2\varphi}{(\cos^3\varphi + \sin^3\varphi)^2}\, d\varphi$.

Tento integrál vypočítame efektívne substitúciou:

$$tg\varphi = t$$

$$d\varphi = \frac{dt}{1+t^2}$$

$$\sin\varphi = \frac{t}{\sqrt{1+t^2}}$$

$$\cos\varphi = \frac{1}{\sqrt{1+t^2}}$$

[Uvedené vzťahy si čitateľ ľahko odvodí umocnením rovnosti].

Aplikáciou substitúcie, zmenou hraníc a adekvátnou úpravou dostaneme jednoduchý určitý integrál, ktorého výsledok je obsah slučky Descartovho listu, čiže

$$P(U) = 9a^2 \int_0^1 \frac{t^2}{(1+t^3)^2}\, dt = \frac{3a^2}{2}$$

Posledný integrál vypočítame použitím substitúcie: $1+t^3 = z$.
Tiež spomeňme, že daný problém možno riešiť aj pomocou Leibnizovho vzorca na výpočet obsahu časti roviny $P(U) = \int_0^1 y\,dx$, resp. $P(U) = \int_a^b x\,dy$ [3], [4]

vhodnou parametrizáciou. Použitím parametrizácie $y = tx$ dostaneme parametrické vyjadrenie listu

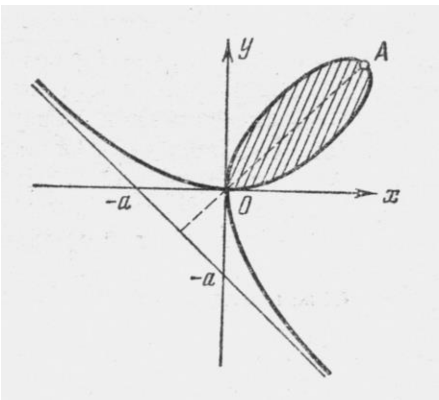
$$x = \frac{3at}{1+t^3}$$

$$y = \frac{3at^2}{1+t^3}$$

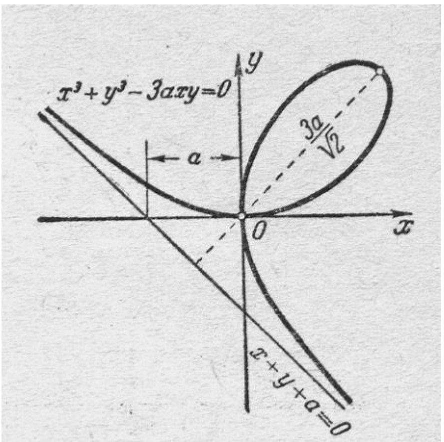
a použijúc hranice integrovania $t \in \langle 0, \infty)$ dostaneme taký istý výsledok, no výpočet je náročnejší a navyše sa ocitneme pred problémom výpočtu nevlastného integrálu.

Descartov list je krásnou ukážkou spojenia algebry s analytickou geometriou. Práve využitím jeho grafu môžeme približne riešiť niektoré kubické algebraické rovnice, ktoré v 16. storočí spôsobovali známy *casus irreducibilis*. Na ilustráciu uveďme napr. rovnicu $x^3 + 1 = 3x$. Na záver dodajme, že v tejto časti sme sa snažili poukázať na veľký prínos polárnych súradníc v niektorých matematických výpočtoch. Veľmi užitočné je polárne vyjadrenie kružnice, kruhu, elipsy, lemniskáty, kisoidy, logaritmickej špirály, Archimedovej špirály, niektorých slučiek, trojlístkov, štvorlístkov, n-lístkov, kardioidy, hyperbolickej špirály, či Pascalovej ulity. Bez aplikácie polárnych súradníc by sme napríklad ťažko dokazovali Poissonov alebo Laplaceov integrál.

Obr. 4: Grafická interpretácia Descartovho listu



Obr. 5: Vyznačenie kvadratúry Descartovho listu



4. Vývoj vyššej matematiky a krízy v matematike

Cieľom článku je načrtnúť stručný vývoj vyššej matematiky, t. j. matematiky 18. a 19. stor., poukázať na problémy s ktorými matematika zápasila v tomto období. V tejto časti článku je poukázané na tri krízy, v ktorých sa vo svojom vývoji matematika ocitla a ako sa z týchto kríz dostala.

Vlastná problematika

Príčiny 1. krízy v matematike súvisia s aktuálnym nekonečnom a spočívajú v pytagorovskom objave nesúmerateľnosti úsečiek, resp. v poznaní, že na opísanie $\sqrt{2}$ pomocou operácie plus a krát nestačí konečný počet prirodzených čísel. (Objav iracionálnych čísel.) Z tejto krízy sa starogrécka matematika nikdy nedostala. To, čo vyvolávalo problémy, ignorovala. Pokračovala v práci tam, kde to išlo.

Obrovský zámok infinitezimálneho počtu stál na stračej nôžke. Koncom 18. storočia sa matematika dostala do druhej krízy, lebo mnohé krásne a dôležité výsledky sa nezdôvodňovali a kritériom pravdivosti bol často len experiment. Matematici v tomto období nevedeli definovať totálny diferenciál alebo súčet nekonečného radu. I. Newton svojou veličinou O delil, ak ju považoval za nekonečne malú. Ak ňou násobil, išlo o nulu. L. Euler tvrdil „ak $y = x^2$, potom $dy = 2xdx$, ale tiež $dy = 3xdx, dy = 4xdx$, lebo $dx = dy = 0$. Ale len prvá rovnosť sa zhoduje s pravdivým vzťahom $\frac{dy}{dx} = 2x$.“ Matematika 18. storočia robila objav za objavom a charakteristická bola silná intuícia a formalizmus. Formalizmus prekvital najmä u Eulera. Koniec 18. storočia teda volal po poriadku v infinitezimálnom počte.

Bernard Bolzano (1781 – 1848) pochádzal zo severného Talianska a študoval na Karlovej univerzite filozofiu, teológiu, logiku a matematiku. Roku 1817 uverejnil spis „Analytický dôkaz poučky, že medzi dvoma hodnotami, ktoré dávajú protikladné výsledky, leží aspoň jeden reálny koreň rovnice“, v ktorom presne definuje pojem spojitosti, infimum a suprémum. Širšiu publicitu získava dielo francúzskeho matematika Augustína Louisa Cauchyho (1789 –1857), ktorý si v rokoch 1821 – 1828 dal za úlohu urobiť poriadok v matematickej analýze. Jeho najvýznamnejším dielom je „Učebnica analýzy“, v ktorej korektným spôsobom definuje základné pojmy a upresnil pojem nekonečne malej veličiny. Bez dôkazu tvrdí, že spojitá funkcia má deriváciu. V tomto presvedčení žili takmer všetci matematici, až v roku 1854 Bernhard Riemann (1826 – 1866) zostrojil spojitú funkciu, ktorá nemala deriváciu v hustej množine bodov. Teda Bolzano a Cauchy podopreli piliermi zámok infinitezimálneho počtu. (Ak postupnosť spĺňa Bolzanovu – Cauchyho podmienku, tak má limitu.) Tieto piliere však stáli na povrchu a neboli dostatočne pevné. Betónový základ dalo ε a δ. Bolo treba preskúmať dva pojmy: funkcia a reálne číslo. Euler a Bernoulli pod funkciou rozumeli vzorec – analytický výraz. Carl Friedrich Gauss (1777 – 1855) nazval funkciou súčet geometrického radu. $\left(\sum_{n=0}^{\infty} x^n = \frac{1}{1-x}, x \in (-1,1)\right)$. Jean Baptiste Joseph Fourier (1768 – 1830) – matematik a fyzik, tajomník Egyptského inštitútu a parížskej Akadémie vied, v roku 1822 vydal „Analytickú teóriu tepla“. Tu rozumie funkciou ľubovoľnú funkciu z množiny reálnych čísel do seba. Chybne tvrdí, že každú funkciu možno vyjadriť Fourierovým radom, ktorý on do matematiky zaviedol. Peter Gustav Dirichlet (1805 – 1859) upresnil definíciu funkcie: „ y je funkciou x, ak každej hodnote x z intervalu odpovedá jediná hodnota y." Dodal, že nie je podstatné, či je to jeden zákon alebo jeden vzorec. Uviedol príklad Dirichletovej funkcie $\lambda(x)=1$, ak x je racionálne číslo, $\lambda(x)=0$, ak x je iracionálne číslo. Dirichletova funkcia je zaujímavá tým, že jej graf neexistuje a v každom bode je nespojitá. Je známy Dirichletov integrál $\int_0^\infty \frac{\sin x}{x}dx=\frac{\pi}{2}$.

Pojem reálneho čísla od Euklida sa do začiatku 19. storočia menil jedine v akceptovaní záporných čísel. Až v rokoch 1833 – 1835 prvé práce venované reálnym číslam uverejnil William Rowan Hamilton (1805 – 1865), ktorý iracionálne číslo definuje ako rez na množine racionálnych čísel. Zaviedol do matematickej analýzy Hamiltonov operátor nabla. Viacerí matematici nezávisle na sebe vypracovali teórie reálnych čísel: Karl Weierstrass (1815 – 1897) v roku 1861, Charles Méray (1835 – 1911) v roku 1869, Georg Cantor (1845 – 1918) v roku 1871 a Richard Dedekind (1831 – 1916) v roku 1872. K. Weierstrass študoval mocninové rady, dokázal mnoho viet matematickej analýzy a zostrojil funkciu spojitú v každom reálnom čísle, pričom v žiadnom bode táto funkcia nemá deriváciu. Dynamický pojem limity založený na výraze „ľubovoľne blízko" nahradil statickým: $\lim_{x\to a} f(x)=b$ vtedy a len vtedy, ak pre

$$\forall\varepsilon>0,\ \exists\ \delta>0,\ \text{ak}\ 0<|x-a|<\delta,\ \text{potom}\ |f(x)-b|<\varepsilon.$$

V matematickej analýze sa vytratilo presvedčenie o pravdivosti založené na intuícii a každé tvrdenie sa začalo dokazovať. Technika $\varepsilon-\delta$ si získala matematikov, ktorí ju rýchlo zvládli a využili. Cauchy definoval súčet nekonečného radu ako limitu postupnosti čiastočných súčtov. Používal aj pojem divergentný rad. Skúmal funkčné rady a chybne tvrdil, že ak všetky funkcie v rade sú spojité a celý rad konverguje, tak aj funkcia, ktorá je súčtom funkcií je spojitá. Podobnej chyby sa dopustil aj Bolzano. V roku 1826 Niels Henryk Abel (1802 – 1829) ukázal, že suma konvergentného radu spojitých funkcií nemusí byť spojitá v určitých číslach. Až v roku 1841 K. Weierstrass zaviedol pojem rovnomernej konvergencie funkcionálneho radu. V pojme určitého integrálu, ktorý definoval Cauchy, urobil zovšeobecnenie a buduje teóriu integrálu na nespojité funkcie B. Riemann.

19. storočie rozvíjalo algebru i geometriu. Vzniká teória grafov, ktorá vyrástla z riešenia problému, či je možné štyrmi farbami zafarbiť každú mapu na glóbuse tak, aby každé dve územia, ktoré majú nejaký spoločný úsek hranice, boli zafarbené rôznymi farbami. Problémy algebry 19. storočia boli dvojaké: 1. nájsť vzorec na riešenie rovníc vyššieho stupňa ako štvrtého, 2. dokázať Fermatovu veľkú vetu.

V roku 1826 Abel dokázal tvrdenie, že neexistuje vzorec používajúci operácie +, -, $\cdot$, : a odmocniny na hľadanie koreňov rovníc vyššieho stupňa ako štvrtého.

Evariste Galois (1811 – 1833, padol v súboji a preslávil sa teóriou modernej algebry) sa tiež zaoberal riešením algebraických rovníc. Výsledky boli publikované až v roku 1846, lebo predtým sa stratili, neskôr zomrel Fourier a nakoniec neboli čitateľné. Galois je autorom grupy danej rovnice, pomocou ktorej rozhodoval, či sa dá rovnica riešiť pomocou vzorca (v radikáloch). V jeho rozprave sú implicitne obsiahnuté pojmy modernej algebry (odbor integrity, teleso, polynóm, grupa...). Táto teória vysvetlila aj casus irreducibilis, lepší vzorec v tomto prípade neexistuje.

Euler dokázal Fermatovu veľkú vetu pre $n = 3$, Dirichlet a A. Legendre (1752 – 1833) pre $n = 5$. O dôkaz sa snažila celá plejáda matematikov – Cauchy, G. Lamé (1795 – 1870), Joseph Liouville (1809 – 1882), E. E. Kummer (1810 – 1893) a iní. Kummer pri dôkaze objavil základné metódy algebraickej teórie čísel a zaviedol pojem ideálneho čísla. Pojem tohto čísla Dedekind modifikoval a vznikol tak pojem ideálu, jedného zo základných pojmov modernej algebry. Dokázal, že veta platí pre $n \le 100$.

Geometria bola seriózne rozvinutá už v starom Grécku. 5. Euklidov postulát provokoval svojou zložitosťou mnohých matematikov. Bola obrovská snaha dokázať tento postulát, no neúspešná. Pozoruhodné výsledky dosiahol jezuitský mních Girolamo Saccheri (1667 – 1733), ktorý uvažoval štvoruholník $ABCD, |AC| = |BD|,$ uhly pri vrcholoch A, B sú pravé. Sú potom pravé uhly aj pri vrcholoch C, D? Saccheri rozlišoval dva prípady: 1. uhol pri vrchole C je tupý, čo doviedol do sporu, 2. uhol pri vrchole C je ostrý, z čoho vydedukoval mnoho zaujímavých dôsledkov, čo tiež pokladal za spor. Myslel si, že 5. Euklidov postulát dokázal. Gauss bol už v roku 1799 presvedčený, že 5. Euklidov postulát nemožno dokázať a veril, že geometria nášho sveta je euklidovská. Potom svoj názor zmenil, lebo meral vnútorné uhly trojuholníka so stranami niekoľko desiatok kilometrov. Súčet uhlov bol menší ako 180°. Intenzívne študuje neeuklidovskú (astrálnu, antieuklidovskú) geometriu. János Bolyai (1802 – 1860) prišiel k podobnému záveru. Podľa neho sa 5. Euklidov postulát nedá dokázať z ostatných Euklidových postulátov. Preto treba skúmať geometriu s postulátom protirečiacim 5. Euklidovmu postulátu. N. I. Lobačevskij (1793 – 1856) v Kazani sa 10 rokov snažil tento postulát dokázať. V roku 1829 uverejnil rozpravu „O základoch geometrie“, v ktorej prezentuje novú, neeuklidovskú geometriu. V nej píše, že geometria fyzikálneho priestoru je neeuklidovská. Na matematické dielo N. I. Lobačevského v Rusku nadväzuje P. Ľ. Čebyšev (1821 – 1894) a v 20. storočí celá plejáda vedcov najmä I. M. Vinogradov, P. S. Alexandrov, A. N. Kolmogorov, L. S. Pontriagin, S. L. Sobolev a mnohí ďalší matematici. Svetoznámou sa stala najmä teória vyučovania, resp. pedagogika matematiky tejto „školy“ jednoduchosťou sprístupňovania matematických poznatkov. V roku 1866 Eugenio Beltrami (1835 – 1900) s Felixom Kleinom (1849 – 1925) vytvorili model neeuklidovskej geometrie (hyperbolickej). Gauss sa venuje diferenciálnej geometrii, rozvinul ju Riemann, Beltrami a Christoffell (1829 – 1900). V roku 1872 F. Klein v Erlangene na univerzite predniesol syntetizujúcu prednášku o výskume v geometrii, tzv. Erlangenský program. V roku 1899 vydal David Hilbert (1862 – 1943) knihu „Základy geometrie“, v ktorej modernou metódou (axiomaticky) podáva Euklidovu geometriu. Prvýkrát prekonáva Základy Euklida. August Ferdinand Möbius (1790 – 1868) študoval geometriu polohy (situs) mnohostenov a v roku 1858 podal príklad jednostrannej plochy, známej dnes pod menom Möbiov list (obr. 6). F. Klein sledoval zložitosť dvojrozmerných geometrických útvarov a v roku 1882 vymyslel príklad plochy zvanej Kleinova fľaša (obr. 7). Henri Poincaré (1854 – 1912) bol profesorom matematiky v Paríži a spolu s D. Hilbertom patrili medzi vedúce osobnosti matematického sveta na rozhraní 19. a 20. storočia. H. Poincaré koncom 19. storočia rozpracoval základy novej vednej disciplíny – kombinatorickej topológie a získal jej najdôležitejšie výsledky.

Závery úvah o geometrii možno poznatky zhrnúť do tabuľky:

Absolútna geometria		
Riemannova	**Euklidova**	**Lobačevského**
$\alpha+\beta+\gamma>180^\circ$ Eliptická geometria Platná v mikropriestore Bodom mimo priamky nemožno viesť rovnobežku	$\alpha+\beta+\gamma=180^\circ$ Parabolická geometria Platná v priestore Bodom mimo priamky možno viesť práve jednu rovnobežku	$\alpha+\beta+\gamma<180^\circ$ Hyperbolická geometria Platná vo vesmírnom priestore Bodom mimo priamky možno viesť aspoň 2 rovnobežky

V 20. rokoch 20. storočia sa experimentálne potvrdilo, že vesmírny priestor je zakrivený, neeuklidovský, konečný, do seba uzavretý (A. Einstein zistil „defekt trojuholníka“ Zem, Slnko, Sírius, v ktorom $\alpha+\beta+\gamma<180^{\circ}$).

V 19. storočí sa rozvíjala aj teória čísel, o ktorej Gauss napísal: „Matematika je kráľovnou všetkých vied, teória čísel je kráľovnou matematiky“. Gauss upozornil svojim talentom a ľahko si našiel finančnú podporu od vojvodu Karla Wilhelma, lebo jeho otec bol chudobný murár. Je známe, že učiteľ chcel zamestnať žiakov a dal im vypočítať súčet čísel $1+2+\ldots+100$. Prekvapil ho malý Gauss, keď oznámil, že súčet $s=(1+100)+(2+99)+\quad+(3+98)+\ldots+(50+51)=50.101=5050.$ Po štúdiách v Göttingene pracoval v Braunschweigu, kde napísal najslávnejšie diela. Od roku 1807 až do smrti bol profesorom astronómie v Göttingene. V roku 1801 uverejnil „Základy aritmetiky“, ktoré sú základným dielom modernej teórie čísel, v ktorom systematicky študuje kongruencie. V práci pokračuje jeho žiak Dirichlet, ktorý vo svojom diele „Prednášky o teórii čísel“ (1863) zakladá analytickú teóriu čísel. Starí Gréci nazývali číslom to, čo my dnes nazývame nezáporné racionálne číslo. Pytagorovci objavili, že $\sqrt{2}$ nie je racionálne. Až v 13. storočí Fibonacci upozorňuje, že existujú aj iné iracionálne čísla, napr. $\sqrt[3]{16}$. V 17. storočí Leibniz klasifikuje čísla na racionálne, algebraické a transcendentné, bez vysvetlenia týchto pojmov. Johan Heinrich Lambert (1728 – 1777) dokázal, že e^x a $tg\,x$, pre x racionálne, $x\neq 0$, nemôže byť racionálne. Čísla e a π sú iracionálne. V roku 1844 matematik Liouville dokázal svoju slávnu vetu na zisťovanie, či dané číslo je racionálne. Konštruujú sa transcendentné čísla, napr. $\alpha=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{10^{n!}}$. V roku 1873 Charles Hermite (1822 – 1901) dokázal, že číslo e je transcendentné. V roku 1882 Ferdinand Lindemann (1852 – 1939) dokázal, že číslo π je transcendentné.

V antickom Grécku bol pojem prirodzeného čísla vytvorený pomocou geometrie. V 19. storočí sa matematici snažili matematickú analýzu „aritmetizovať“, teda odgeometrizovať. Zostalo odgeometrizovať prirodzené čísla. Leopold Kronecker (1823 – 1891), matematik, je známy svojim aforizmom o zložitosti základov matematiky: „Boh stvoril prirodzené čísla, všetko ostatné je dielo človeka“.

Pri zavedení pojmu prirodzeného čísla postupoval axiomaticky taliansky matematik Giuseppe Peano (1858 – 1932), ktorý označil N množinu všetkých prirodzených čísel. Pre ľubovoľný prvok $a \in N$ existuje jeho nasledovník a^+. Peano vytvoril 5 axióm, ktoré stačia na to, aby sme mohli indukciou definovať súčet a súčin. Celé číslo je dvojica prirodzených čísel (a, b) interpretovaná ako $a-b$. Racionálne číslo je dvojica celých čísel interpretovaná ako $a:b$. Peano používal symboliku všade, kde sa to dalo. Navyše nečitateľne písal, preto sa musel vzdať profesorského miesta na vojenskej akadémii. Pre zaujímavosť uveďme Peanove axiómy:

1. 1 je prirodzené číslo.
2. 1 nie je nasledovníkom pre žiadne prirodzené číslo.
3. $a \in N \Rightarrow a^+ \in N$
4. $a^+ = b^+ \Rightarrow a = b$
5. Ak $S \subset N$ tak, že $1 \in S$ platí a pre každé $a \in S$ platí aj $a^+ \in S$, tak $S = N$.

Pri vytváraní pojmu číslo pracoval Euklides s potenciálnym (možným) nekonečnom. V 9. knihe Základov uvádza, že prvočísel je nekonečne veľa. Peano pracuje s aktuálnym nekonečnom, lebo potreboval celok N – množinu všetkých prirodzených čísel. Podobne pracuje Cantor. Potenciálne nekonečno nepotrebovalo v matematike nijakú teóriu a implicitne sa používalo 3 000 rokov. Podľa Aristotela aktuálne nekonečno neexistuje, Zenon odmietal nekonečno ako celok. Úvahy o nekonečne neboli v čínskej, indickej, arabskej a celej stredovekej matematike. Až Galilei v roku 1638 uvádza, že existuje bijekcia úsečky AB na úsečku CD, ak AB a CD majú ten istý počet bodov. Tiež píše, že prirodzených čísel je rovnaký počet ako ich štvorcov. No tiež zistil, že úsečka AB a jej časť AS má rovnaký počet bodov (Galileiho paradox). Tu sa Galilei zľakol, lebo 8. axióma Euklida tvrdí, že časť je menšia ako celok. Leibniz dokázal, že všetkých prirodzených čísel je toľko, ako párnych prirodzených čísel. Aj Cauchy a Gauss odmietali existenciu aktuálneho nekonečna, lebo táto protirečí 8. axióme Euklida. B. Bolzano bol odvážlivec, ktorý pokladal existenciu aktuálneho nekonečna za niečo samozrejmé. V diele „Paradoxy nekonečna" definuje nekonečno ako opak konečného. Zaoberá sa aj množinami. Zavádza pojem rovnakej mohutnosti množín. Časť nekonečnej množiny môže mať rovnakú mohutnosť ako celok. Georg Cantor pôsobil ako profesor matematiky v Halle, skúmal jednoznačnosť Fourierovho radu a zaviedol pojmy množina, prosté zobrazenie medzi dvoma množinami a mohutnosť množiny. V roku 1874 uverejnil svoje výsledky v teórii množín, zavádza pojem spočítateľnej množiny a ukázal, že množina racionálnych čísel je spočítateľná. Dokázal, že množina reálnych čísel nie je spočítateľná. Z roku 1890 pochádza metóda Cantorovej diagonály. Tiež dokázal, že algebraických čísel je spočítateľne mnoho, kým transcendentných je nespočítateľne mnoho. V roku 1877 dokázal, že štvorec v rovine a úsečka majú rovnakú mohutnosť. Cantor to komentoval slovami: „Vidím to, ale neverím tomu“. Bolo treba zrevidovať mnohé pojmy a vžité predstavy (Čo je to krivka? Čo je rozmer priestoru?). V roku 1890 G. Peano vytvoril spojité zobrazenie úsečky na štvorec, čo bol silný úder. (Úsečka – jednorozmerný útvar, štvorec – dvojrozmerný útvar, mohutnosť útvarov rovnaká) Peanova „krivka“ vyplnila celý štvorec. V roku 1887 Camille Jordan (1838 – 1922) definoval krivku ako spojité zobrazenie úsečky. Je tiež zakladateľom teórie miery. Emil Borel (1871 – 1956) a jeho žiak Henri Lebesgue (1875 – 1941) zakladajú novú matematickú disciplínu – funkcionálnu analýzu.

Pojem množiny vznikol ako matematický nástroj pre opis nekonečna. Cantorova teória množín priniesla so sebou viac paradoxov:

1. paradox sa týkal množiny všetkých ordinálnych čísel, t. j. typov dobre usporiadaných množín,
2. paradox sa týkal množiny všetkých mohutností (1899),
3. paradox sa týkal množiny E všetkých množín, ktoré nepatria do seba. (Existovali aj iné paradoxy.) Matematický svet sa delil na stúpencov a odporcov Cantora. (D. Hilbert bol stúpencom, Klein, Kronecker a Poincaré boli odporcami Cantora.) Tak sa matematika dostala do tretej krízy, ktorej príčiny tkveli v teórii množín a v matematickej logike.

Do polovice 19. storočia logika nepokročila a hoci sa ňou zaoberali Leibniz a Bolzano, ostala na úrovni Aristotelovej logiky. August de Morgan (1806 – 1871), Georg Bool (1815 –1864) a Bertrand Russell (1872 – 1970) rozvinuli Aristotelovu logiku a vybudovali matematickú logiku. Ukázali, že mnohé paradoxy teórie množín sa dajú vysloviť aj bez pojmu množina a sú vlastne paradoxmi logiky. Paradox množiny E vysvetľuje B. Russell v roku 1918 takto: „Dedinský holič vyhlásil, že neholí tých mužov, ktorí sa holia sami, ale holí všetkých mužov, ktorí sa sami neholia. Kto holí holiča? Keby sa holič holil sám, na základe prvého vyhlásenia sa nemôže holiť. Ak by sa holič neholil, tak sa musí holiť sám na základe druhého vyhlásenia. Je to teda spor.“ Našlo sa aj mnoho paradoxov v logike a ukázalo sa, že logika je nelogická.

Tretia kríza v matematike rozdelila matematikov do troch táborov:

1. intuicionizmus – odmieta aktuálne nekonečno, uprednostňuje to, čo je založené na intuícii, uznáva len konštruktívny dôkaz v matematike (konštruktivizmus). Predstaviteľmi sú Kronecker, Poincaré, Brouwer;
2. logicizmus – matematika sa musí stať súčasťou logiky a musí byť zbavená impredikatívnosti (pri definovaní pojmu nemožno použiť ten istý pojem), nemožno uvažovať množinu všetkých množín. Predstavitelia B. Russell, Alfred Whitehead (1861 – 1947);
3. formalizmus – matematiku treba sformalizovať pomocou formálneho jazyka a matematika má pracovať s formalizovaným systémom. Predstaviteľ D. Hilbert (v roku 1904 napísal „Beweisstheorie").

Aj keď v prírode aktuálne nekonečno neexistuje, je potrebné abstrakciu aktuálneho nekonečna skúmať. Konštruktivizmus vniesol do matematiky mnoho cenného – konštruktívny dôkaz. Russell sa zaslúžil o rozvoj matematickej logiky, no v žiadnom prípade nemožno súhlasiť s tým, že matematika je časťou logiky. S formalistami nesúhlasíme, že matematika je hra s formulami. Sám Hilbert vedel veľa z fyziky, zdôrazňoval aplikovateľnosť matematických výsledkov, a teda ich nepokladal za výsledok hry.

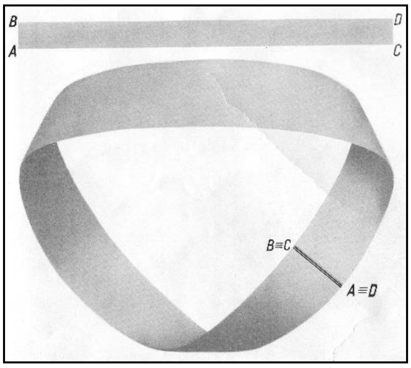
V 20. storočí sa matematika rozvinula do obrovských rozmerov, o čom svedčí fakt, že rozsah diel z matematiky v 20. storočí prekračuje rozsah všetkých matematických diel napísaných z matematiky do konca 19. storočia. Nebolo by ťažké vyhotoviť zoznam matematikov 18., resp. 19. storočia. Zoznam žijúcich matematikov, ktorý vydáva Medzinárodná matematická únia by predstavoval niekoľko stostranovú knihu. Prudký kvantitatívny rozmach zaznamenala matematika v 19. storočí (priemyselná revolúcia), ale najmä v 20. storočí (vedecko-technická revolúcia). V 19. storočí vznikajú národné matematické spoločnosti, ktoré informovali svojich členov o najnovších výsledkoch matematického výskumu. Začiatkom 20. storočia matematici znovu objavujú systém starogréckych škôl, v ktorých učenci pracovali v skupinách vedených význačnou osobnosťou. Zistili, že kolektívna práca je efektívnejšia a vytvárajú sa skupiny, zamerané na určitú problematiku. V 20. storočí sa skupiny matematikov venujú najmä teórii reálnych funkcií, deskriptívnej teórii množín, topológii, logike, teórii diferenciálnych rovníc, funkcionálnej analýze a pod. Matematika 20. storočia je matematikou štruktúr. Na báze teórie množín vznikajú matematické štruktúry, napr. okruh, grupa, teleso, Banachov priestor, topologický priestor,... Začali sa študovať množiny opatrené určitou štruktúrou, operáciami, reláciami, či systémami podmnožín. Ak Weierstrass hľadal jednu reálnu spojitú funkciu bez derivácie alebo Liouville jedno transcendentné číslo, tak matematika štruktúr dáva na tie isté otázky inú odpoveď. Vezmeme množinu všetkých spojitých reálnych funkcií, opatríme ju štruktúrou (topológiou indukovanou metrikou) a zistíme, že podmnožina tých funkcií, ktoré majú aspoň v jednom bode deriváciu je malá, a teda weierstrassovských funkcií je mnoho. Podobne množina algebraických čísel je malou podmnožinou množiny reálnych čísel, a teda transcendentných čísel je mnoho. Vzniká snaha o systematizáciu matematických poznatkov. Tak vzniklo obrovské dielo od Nicolasa Bourbakiho s názvom „Éléments de matematique“ venované matematickým štruktúram. Išlo len o pseudonym autora, lebo ho napísali študenti matematiky Parížskej univerzity, ktorí pracovali kolektívne a spoločne publikovali [N. Bourbaki bol generál v Grécku; študent prednášal v generálskom obleku].

Logický a filozofický výklad matematiky nadobudol najväčší rozmach začiatkom 20. storočia zásluhou školy, ktorú viedol D. Hilbert. Príslušníci tejto školy chceli odvodiť celú matematiku z navždy danej sústavy axióm. Podarilo sa im previesť geometriu a analýzu na aritmetiku celých kladných čísel a vybudovať pre ňu axiomatickú sústavu. Ale v roku 1931 rakúsky matematik Kurt Gödel dokázal vetu:

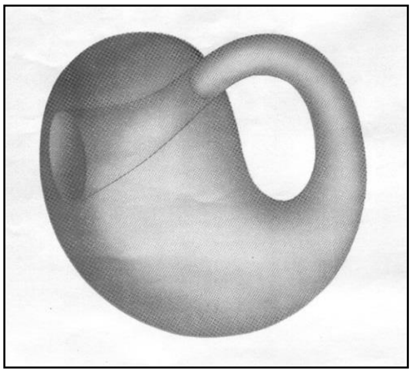
1. Nech je daná axiomatická sústava aritmetiky Z^+. Potom je vždy možné na základe tých pojmov, ktoré do sústavy vstupujú, zostaviť najmenej jednu takú vetu, ktorú pomocou danej axiomatickej sústavy nie je možné ani dokázať, ani vyvrátiť.
2. Je však možné pridať novú axiómu k danej sústave tak, že pomocou novej, rozšírenej axiomatickej sústavy sa spomenutá veta vždy dá buď dokázať, alebo vyvrátiť.
3. Ale z pojmov rozšírenej axiomatickej sústavy možno opäť utvoriť aspoň jednu vetu, ktorú pomocou rozšírenej axiomatickej sústavy nemožno ani dokázať, ani vyvrátiť... a tento proces možno predlžovať donekonečna.
4. Medzi nedokázateľnými a nevyvrátiteľnými tvrdeniami v pôvodnej sústave je určitá axióma, ktorú možno interpretovať tak, že tá pôvodná axiomatická sústava je logicky nesporná.

Matematika teda nie je sústava večne platných poučiek. V 30. rokoch 20. storočia matematika začína riešiť problémy dovtedy pre ňu netypické – matematické problémy ekonómie. V 2. Svetovej vojne sa matematici začali zaoberať optimalizáciou radarových systémov a vzniká kybernetika. Vzniká matematika činností ako nová oblasť matematiky. O matematike činností a informatike sa bude hovoriť v 21. storočí. Faktom je, že v súčasnosti je tendencia matematizovať všetky odvetvia vied. V ostatných desaťročiach prenikla matematika dokonca aj do medicíny, farmakológie, ekológie, poľnohospodárskych a spoločenských vied. Ukrýva v sebe obrovský potenciál aplikovateľný v ďalších desaťročiach a storočiach.

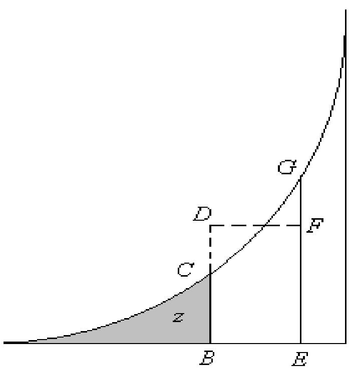
Obr 6: Möbiov list



Obr. 7: Kleinova fľaša



Obr. 8: Závislosť obsahu útvaru od dĺžky abscisy



Záver

Veríme, že cieľ článku sme splnili a čitateľ našiel v ňom veľa zaujímavých poznatkov. Sme presvedčení, že čitateľ siahne aj po odporúčanej literatúre, ktorá sa tejto problematike venuje veľmi precízne. Dodajme, že v tomto roku si celý matematický svet pripomína 352. výročie vzniku vyššej matematiky.

Bibliografické odkazy

WUßING, H.: 6000 Jahre Mathematik. Berlin Heidelberg : Springer-Verlag, 2008, 530 strán. ISBN 978-3-540-77189-0

ZNÁM, Š. – BUKOVSKÝ, L. – HEJNÝ, M. a kol.: Pohľad do dejín matematiky. Bratislava : Alfa, 1986, 240 strán.

Doc. Dr. Vladimír Strečko, CSc
Katedra fyziky, matematiky a techniky
FHPV, Prešovská univerzita, Prešov

Aktuálne úlohy podnikateľskej etiky v novom globálnom prostredí

Abstrakt

Jednou z hlavných úloh súčasnej podnikateľskej etiky je morálna regulácia podnikateľských aktivít v novom globálnom prostredí. Poukazuje na fakt, že podnikateľské aktivity sa v tomto prostredí spájajú s mnohými nemorálnymi praktikami vedúcimi ku globálnym nerovnostiam, globálnym problémom, či hrozbám. Ekonomické subjekty totiž zabúdajú na to, že hlavnou úlohou hospodárstva je uspokojovať potreby obyvateľov vo svete, podieľať sa na rozvoji a zlepšovaní kvality ich života. To by sa malo spájať s potrebou skúmať podnikateľské aktivity v novom globálnom prostredí z pohľadu etiky, a pritom zohľadňovať globálny étos. Okrem toho, naskytá sa potreba regulovať podnikateľské aktivity v novom globálnom prostredí tak, aby ich podnikateľské subjekty realizovali zodpovedne voči obyvateľom vo svete, všetkým členom podnikania ako aj voči prírode.

Kľúčové slová

Podnikateľská etika, globálna úroveň, morálna regulácia, nové globálne prostredie, podnikateľské aktivity.

Abstract

One of main tasks of contemporary Business Ethics is the moral regulation of business activities in new global environments. It focuses on the fact that business activities within this environment are connected with many immoral practices leading towards global inequalities, global problems and threats. Economic subjects forget that the principal role of economics is to satisfy the needs of inhabitans in the world, take part in development and improvement of the quality of their lives. It should be connected with the need to examine business activities from the view of ethics and take into consideration also the global ethos in a new global *environment. Furthermore, it proves the need to morally regulate business activities in a new global environment so that business subjects realized their activities responsibly towards inhabitans in the world, all members of business as well as towards the nature.*

Key words

Business Ethics, global level, moral regulation, new global environments, business activities.

Predmet – *podnikateľská etika* – v súčasnosti nachádzame v študijných plánoch aj na slovenských vysokých školách a univerzitách, ktoré pripravujú budúcich ekonómov a manažérov. Medzi úlohy tejto aplikovanej etiky patrí odhaľovať etickú dimenziu ekonomiky a podnikania a teoreticko-prakticky zdôvodňovať a objasňovať mravné normy, ktoré by mal podnikateľský svet akceptovať. Súčasne má reflektovať skutočnosť, že podnikanie sa realizuje nielen v rámci ekonomických štruktúr a vzťahov, ale aj v prírodnom a kultúrnom prostredí, a tak je úlohou podnikateľskej etiky regulovať činnosti ekonomických subjektov tak, aby nepoškodzovali ďalšie spoločenské subjekty, ktorých svojimi rozhodnutiami zasahujú, a tiež nepoškodzovali prírodu, ktorá sa pokladá za univerzálnu základňu života.

Niet pochýb o tom, že vďaka ekonomickej globalizácii, ktorá je základným fenoménom súčasného vývoja svetového hospodárstva, sa v novom globálnom ekonomickom a spoločenskom prostredí, ktoré predstavuje kvalitatívne nový stupeň internacionalizácie hospodárskeho života, nahromadilo mnoho problémov, ktoré nielen komplikujú priebeh ekonomických a podnikateľských činností vo svete, ale niektorým obyvateľom sveta neumožňujú uspokojovať potreby a viesť kvalitný život.

V novom globálnom prostredí sa vytvárajú rámce a pravidlá hry, v rámci ktorých bude fungovať celá civilizácia (Klinec – Pauhofová – Staněk, 2009). Ide o kvalitatívne vyššiu úroveň spoločnosti, ktorá sa spája s otváraním sa jednotlivých spoločností voči svetu, s prechodom na novú kvalitu spoločenskej technológie organizácie, ale aj s narastaním ekonomickej a spoločenskej nerovnováhy a s ďalšími problémami, ktoré značne komplikujú pozitívny rozvoj ľudstva na planéte. Napríklad W. I. Robinson uvádza, že *„globalizácia celosvetovo stimuluje prudký proces sociálnej polarizácie a krízu spoločenskej reprodukcie. Za ostatné desaťročie vzrástol vo väčšine krajín priemerný počet ľudí, ktorí boli začlenení do globálneho trhu a stali sa „globálnymi spotrebiteľmi“. Je taktiež pravda, že vzrástol absolútny počet ľudí žijúcich v núdzi alebo temer v núdzi a že sa medzera medzi bohatými a chudobnými v globálnej spoločnosti od sedemdesiatych rokov roztvára“* (Robinson, W. I., s. 272). Vznik rôznych nerovností, globálnych problémov a tiež hromadenie rizík, zjavne potvrdzuje fakt, že globalizácia nielen spája, ale aj rozdeľuje, diferencuje a polarizuje (Volner, 2006). Takáto nová situácia v globálnom prostredí sa stáva výzvou pre celý vzdelávací systém, od ktorého v značnej miere závisí životná úroveň a osud ľudí v jednotlivých krajinách. Mal by reagovať na rôzne výzvy v novom globálnom prostredí, interpretovať jednotlivé problémy a vhodným spôsobom ich začleňovať do učebných plánov a študijných programov. A tak aj podnikateľská etika reaguje na problémy v tomto prostredí a zdôvodňuje potrebu morálnej regulácie, ktorá sa opiera o najvyššie ľudské hľadisko. Vyzýva ekonomické subjekty k tomu, aby sa vyhýbali nezodpovednému správaniu na formujúcom sa globálnom trhu, ktoré môže destabilizovať trh, poškodzovať partnerov, spotrebiteľov, štát a ďalšie subjekty, ktoré sú nejakým spôsobom zainteresované na podnikaní a v neposlednom rade k tomu, aby rešpektovali hodnotu prírody a požiadavku trvalo udržateľného rozvoja.

Vychádzame z toho, že aktuálnym úlohám podnikateľskej etiky na globálnej úrovni možno porozumieť i vďaka uvedomeniu si faktu, že *„v neposlednom rade i svetový trh potrebuje svetový étos“* (Küng, 2000, s. 42). V tejto súvislosti sa najprv žiada zdôrazniť vážnosť situácie v novom globálnom ekonomickom a spoločenskom prostredí, kde sa okrem iného, rozvoj globálnej ekonomiky a podnikania spája aj so vznikom globálnych problémov, rizík, hrozieb, v dôsledku ktorých dochádza k poškodzovaniu životného prostredia, k poškodzovaniu či ohrozovaniu niektorých spoločenských subjektov, skupín či kultúr a tiež k poškodzovaniu prírody. Následne upozorníme na niektoré aktuálne úlohy podnikateľskej etiky na globálnej úrovni.

1. Nové globálne ekonomické a spoločenské prostredie a podnikateľská etika

Ako sa uvádza, k prieniku etiky a ekonomiky dochádza na štyroch vzájomne prepojených úrovniach *„v závislosti od primeraného stupňa agregácie individuálnych nositeľov konania, t. j. od primárneho subjektu konania v hospodárskej činnosti“* (Remišová, 2011, s. 76). Na *globálnej úrovni*, kde je subjektom ľudstvo ako celok, na *makroúrovni*, kde je subjektom spoločnosť ako celok, na *mezoúrovni*, kde je subjektom organizácia a na *mikroúrovni*, kde ako subjekt vystupuje konkrétne indivíduum (Remišová, 2011). Podnikateľské činnosti v novom globálnom prostredí sú predmetom záujmu podnikateľskej etiky na globálnej úrovni, pričom všetky štyri úrovne sú späté, ovplyvňujú sa, a tak napríklad nemožno skúmať ani etiku podnikovej organizácie bez toho, aby sa bral zreteľ na situáciu v novom globálnom ekonomickom a spoločenskom prostredí. Ako je známe, dôležitosť *„globálneho konceptu“* sa v priebehu ostatných desaťročí zvyšuje ako výsledok prehlbovania globalizácie a nárastu jej dopadu na jednotlivé spoločnosti (Mravcová, 2016).

V minulosti, teda v časoch, kedy podnikateľská etika vznikla[2], globálnej úrovni ešte nebola venovaná náležitá pozornosť. Vzhľadom na proces ekonomickej globalizácie a vznik nového globálneho ekonomického a spoločenského prostredia, sa začali objavovať pre podnikateľskú etiku nové výzvy. Súvisia s procesom ekonomickej globalizácie, ktorá priamo či nepriamo kladie nemalé nároky na všetky podnikateľské subjekty. Ukázalo sa, že ekonomické subjekty, ktoré sa zapájajú do činností na globálnom trhu, majú značný podiel na vzniku vážnych problémoch vo svete, na poškodzovaní niektorých obyvateľov planéty, spoločností ako i prírody.

Súhlasíme s H. Küngom, že *„v neposlednom rade i svetový trh potrebuje svetový étos“* (Küng, 2000, s. 42). Svetový étos by mal byť rovnako záväzný pre všetky hospodárske a podnikateľské subjekty, ktoré sa do svetového trhu zapájajú. Pretože okrem ďalších foriem regulácie sa ich týka aj morálna regulácia, ktorá sa opieraja o najvyššie ľudské hľadisko. V tejto súvislosti podnikateľská etika predstavuje jednu z disciplín, ktoré kriticky poukazujú na to, že nielen rozvoj ľudstva, ale

[2] Podnikateľská etika ako samostatná akademická disciplína s vymedzenými hlavnými okruhmi skúmania vznikla v 80. rokoch 20. storočia.

i jeho existencia začína byť ohrozovaná v dôsledku nekontrolovateľného rozvoja ekonomických aktivít a nezodpovednému správaniu ekonomických subjektov.

O globalizácií i ako kľúčovom kontexte pre podnikateľskú etiku uvažujú aj A. Crane a D. Matten, ktorí objasňujú relevantnosť globalizácie pre podnikateľskú etiku, pričom udržateľnosť zahŕňajúcu tri zložky – environmentálnu, ekonomickú a sociálnu – pokladajú za kľúčový cieľ pre podnikateľskú etiku (Crane, Matten, 2007).

Aj keď ekonomická globalizácia prináša na prvý pohľad predovšetkým pozitíva (napr. úspora materiálu, energie, živej práce, vznik a zavádzanie nových technológií, výrobkov, inováciu kvality, produkcie a iné) je otázne, či je zosúladený hospodársky a spoločenský pokrok a zabezpečený udržateľný rozvoj spoločnosti. Narážame totiž na mnohé informácie o tom, ako sa niektoré ekonomické subjekty podieľajú na vzniku a prehlbovaní globálnych problémov[3], rizík a hrozieb rôzneho druhu, ktoré svojím pôsobením ohrozujú nielen obyvateľstvo v niektorých častiach sveta, ale v konečnom dôsledku negatívne ovplyvňujú planétu a ľudstvo. Takéto správy sú podnetom pre rokovania členov rôznych svetových orgánov a medzinárodných organizácií, ale i podnetom pre rozvoj podnikateľskej etiky na globálnej úrovni. Možno súhlasiť s tým, že *„pociťujeme potrebu odborne a verejne preukázať, že aj koncept udržateľnosti a udržateľného rozvoja musí byť inovovaný, postavený na znalostiach nového typu a do interdisciplinárnych tímov majú vstúpiť aplikovaní etici, ktorí vedia pracovať s hodnotami, princípmi, budovať proprírodnú a proetickú kultúru v organizáciách, riešiť morálne dilemy, či konfliktné situácie a mediovať diškurz rôznorodých zúčastnených aktérov“* (Klimková, Hrehová, 2016, s. 159).

1.1 Niektoré výzvy pre skúmanie etiky v ekonomike na globálnej úrovni a úlohy podnikateľskej etiky

Ako sme už spomínali, prienik etiky a ekonomiky sa uskutočňuje na štyroch úrovniach. A niet pochýb, že problémy a otázky, ktoré sa objavujú na najvyššej úrovni presahujú aj do ostatných úrovní a ovplyvňujú situáciu a riešenie problémov

[3] Termín globálne problémy zaviedol a bližšie špecifikoval Rímsky klub, ktorý je neformálnou ekonomickou organizáciou a usiluje sa podporovať vzájomnú súvislosť medzi globálnou ekonomikou, politickým, prírodným a spoločenským systémom.

v jednotlivých podnikateľských oblastiach, v podnikoch či v iných podnikateľských subjektoch.

Aktuálne úlohy podnikateľskej etiky by mali vychádzať z kritickej reflexie aktuálnej situácie v novom globálnom prostredí, v ktorom nachádzame globálne nerovnosti, globálne problémy[4], riziká či hrozby týkajúce sa nás všetkých. Prvým dôležitým krokom je reflexia a uvedomovanie si vážnosti týchto problémov, rizík a hrozieb v novom globálnom prostredí, ktoré vznikajú pod vplyvom ekonomickej globalizácie a ohrozujú nielen kvalitu života na Zemi, ale aj celkovo človeka a prírodu. Stávajú sa výzvami pre podnikateľskú etiku, globálnu etiku a pod.

Vážnou výzvou pre podnikateľskú etiku sú problémy v novom globálnom prostredí, ktoré súvisia s rozvojom globálnej konkurencie, akcelerovanej technologickým a informačným transferom. Konkurencia je predpokladom formovania slobodného trhu, vďaka nej sa v spoločnostiach zvyšujú nároky na rozsah a kvalitu produkcie tovarov a služieb. Na globalizujúcom sa trhu neustále prudko rastie, pričom sa znižujú regulačné bariéry medzi jednotlivými ekonomikami a konkurencia nadobúda nový rozmer a intenzitu. Vytvárajú sa nové pravidlá konkurenčného boja a konkurenčných vzťahov. V globálnej konkurencii sa stávajú úspešnými predovšetkým transnacionálne, či multinárodné spoločnosti s globálnou podnikovou stratégiou, prepojením lokálnych a zahraničných aktivít, vysokým podielom globálnych poznatkov, pružnými zmenami v zamestnanosti a schopnosťou transferovať výrobu, marketing a manažérske know-how z krajiny do krajiny pri významne nižších nákladoch. Tieto spoločnosti majú prvoradý význam v rámci rozvojových stratégií globálneho hospodárstva a ich snahou je nachádzať nákladové či strategické výhody, pričom nevyužívajú iba vlastné komparatívne výhody, ale i výhody všetkých potenciálnych hostiteľských krajín. S týmito snahami ale súvisia aj sociálne tlaky na štáty a ich obyvateľstvo. Problém vzniká napríklad vtedy, keď sa veľké transnacionálne korporácie (TNK) rozhodnú svoje zámery realizovať v takých krajinách, ktoré sú výhodné nielen nízkymi daňovými sadzbami, ale istým spôsobom sú ochotné akceptovať korupčné správanie. TNK praktizujú formu ekonomického násilia, vydierajú niektoré lokality a štáty pod vyhrážkou odchodu. To prináša aj neblahé dôsledky na zamestnanosť, kúpnu silu v regióne, tiež na domáce dodávateľské štruktúry a podobne. Aj takéto praktiky niektorých pod-

[4] Ako sa uvádza, nie náhodou sa globálne problémy objavili až v dobe, kedy sa konštituovalo svetové hospodárstvo, t. j. na určitom stupni rozvoja internacionalizačného a interdependenčného procesu (Jeníček, Foltýn, 2003).

nikateľských subjektov potvrdzujú názor, že *„na svetovom obchode je poctivá konkurencia ohrozená"* (Volner, 2006, s. 48).

Podnikateľská etika by mala objasňovať, prečo by sa konkurencia mala opierať o správne zvolené spôsoby, postupy a metódy z hľadiska technologického, ako aj z hľadiska morálneho. Ak nazeráme na nové podmienky a nové „pravidlá" konkurenčného boja v novom globálnom prostredí z pohľadu etiky, ukazuje sa, že konkurencii na globálnom trhu je potrebné navrátiť jej pôvodnú úlohu – uspokojovať potreby obyvateľstva vo svete prostredníctvom kvalitnejších produktov a služieb, a tak celkovo – skvalitňovať životnú úroveň obyvateľov vo svete.

Jednou z výziev pre podnikateľskú etiku je rozširujúci sa nezákonný obchod v novom globálnom prostredí (pašovanie ľudí, globálny obchod s ľuďmi, obchod s drogami, so zbraňami, šírenie zbraní, vzplanutie a pretrvávanie regionálnych vojen a etnického násilia, ohrozovanie životov, medzinárodná migrácia či nezákonný obchod s nebezpečným odpadom a ďalšie), ktorý rozkvitá vďaka novým technológiám, najmä internetu. Ten funguje aj ako fasáda pre pranie špinavých peňazí (Naím, 2008). Kľúčom k rastu nezákonného obchodu je neustály rast „prania špinavých peňazí", pretože nezákonne získané peniaze je potrebné „vyprať". „Pranie špinavých peňazí" totiž nie je iba obchod sám osebe, ale aj nenahraditeľný mechanizmus akéhokoľvek iného nezákonného obchodu. M. Naím ho označuje za zrkadlo globálnej šedej ekonomiky. Šedá ekonomika predstavuje sféru hospodárskej činnosti, ktorá sa na území určitého štátu vyhýba plateniu daní, nerešpektujú sa v ňom právne predpisy, činnosti sa realizujú bez povolenia, pričom poškodzované sú najmä záujmy štátu (Naím, 2008). Príčinou jej existencie je snaha niektorých ekonomických subjektov o rýchlu akumuláciu kapitálu.

Okrem šedej ekonomiky v ére globalizácie evidujeme aj čiernu ekonomiku, ktorá sa spája s kriminálnymi aktivitami, s distribúciou drog, s finančnými podvodmi a pod. K rozvoju oboch ako i k rozvoju nezákonného obchodu, prispievajú najmä ekonomická nerovnosť a konflikty vo svete. Na jednej strane nezákonný obchod podporujú, no zasa na druhej strane on podporuje vznik rôznych nerovností vo svete, najmä nerovnosti medzi bohatým severom a chudobným juhom. A taktiež, nezákonný obchod posilňuje moc niektorých subjektov.

Ďalšie aktuálne problémy, ktorým by mala venovať pozornosť podnikateľská etika, sa spájajú s globálnou deľbou práce v novom globálnom ekonomickom a spoločenskom prostredí. Globálna deľba práce je príčinou toho, že potrebná zamestnanosť k tvorbe určitej produkcie už nie je koncentrovaná na teritóriu jednotlivých štátov, ale je predmetom globálneho a planetárneho prerozdeľovania.

Súvisí s ňou jeden z najvypuklejších problémov globálnej ekonomiky – rozširovanie priepasti medzi chudobou rozvojových krajín a bohatstvom najvyspelejších krajín. V tejto súvislosti podnikateľská etika poukazuje na takzvanú bipolarizáciu sveta, ktorý je rozdelený na bohaté a silné krajiny na jednej strane a chudobné a závislé krajiny na strane druhej, pričom narastá *tzv. global outerclass*, t. j. globálna, sociálne vylúčená trieda. Bohaté krajiny (tzv. krajiny globálneho severu) sú tie, ktoré sú domovské pre spoločnosti, prejavujúce sa ako multinacionálne korporácie. Z nich vychádzajú investície do zahraničia. Chudobné krajiny (tzv. krajiny globálneho juhu) sú tie, ktoré sú príjemcami investícií zo zahraničia a ich ekonomika sa postupne stáva závislou od iných štátoch. Úsilie niektorých ekonomických subjektov dosahovať ekonomickú prosperitu a zisk, sa pokojne spájajú napríklad s nárastom chudoby v sociálne najslabších vrstvách spoločnosti, ako aj v niektorých častiach planéty. Ide najmä o krajiny globálneho juhu, v ktorých ekonomický a sociálny rozvoj výrazne zaostáva za vyspelými štátmi. Záujmy niektorých podnikateľských subjektov sú v týchto krajinách zjavné. Nachádzajú v nich najmä zdroj lacnej pracovnej sily, lacných prírodných zdrojov, priestory na odkladanie nebezpečného odpadu a podobne.

Ďalším problémom, ktorým by sa rozhodne mala podnikateľská etika na globálnej úrovni zaoberať, je nezodpovedné využívanie prírodných zdrojov a neadekvátne oceňovanie týchto zdrojov. Pravdou je, že v snahe obstáť v konkurencií sú podnikateľské subjekty nútené vyrábať a ponúkať sortiment rôznorodých tovarov a uspokojovať aj špecifické potreby spotrebiteľov, pričom využívajú aj prírodný kapitál, teda tú časť prírody, ktorá má úžitkovú hodnotu. Práve nedostatok prírodného kapitálu je výrazným limitom pre hospodársky rast, a tiež pre uspokojovanie niektorých špecifických potrieb ľudí. V tejto súvislosti je úlohou podnikateľskej etiky upozorňovať na to, že zvyšovanie intenzity koristníckeho čerpania prírodných zdrojov, ktoré ignoruje ekologické náklady, bez ohľadu k spotrebe neobnoviteľných prírodných zdrojov, je v hlbokom rozpore s racionálnym hospodárením. A v tejto súvislosti upozorňovať aj na to, že celá príroda nemá úžitkovú hodnotu.

Problém využívania prírodných zdrojov súvisí so zvyšovaním spotreby a s posilňovaním konzumentskej mentality ľudí. V tejto súvislosti by mala podnikateľská etika kriticky poukazovať na nezodpovedné podnikanie, ktoré udržiava konzumný spôsob a štýl života, podporuje spotrebu, ba vyvoláva u ľudí akési „pseudopotreby". Pravdou totiž je, že celý rad potrieb u ľudí vzniká v dôsledku ekonomického rastu. Dochádza tak k tomu, že mnohé potreby, ktoré ľudia považujú za vlastné, sú v skutočnosti potrebami trhu. Okrem toho, niektoré spotrebné predmety, ktoré takéto potreby uspokojujú, majú vážne ekologické dôsledky.

Dôkazom toho, že ľudstvo neúmerne „hospodári“ s prírodnými zdrojmi je vznik globálnych environmentálnych problémov. V globálnom prostredí taktiež narastajú zjavné i skryté konflikty ako i boj o ovládnutie energetických a vodných zdrojov, obývateľného územia a podobne (Šikula, 2003). Globálne životné prostredie ohrozujú zastarané či havarované jadrové elektrárne, arzenály jadrových zbraní, či neustále rastúce množstvo rádioaktívneho a iného nebezpečného odpadu (Svitačová a kol., 2014). Aj vznik globálnej environmentálnej krízy, ktorá predstavuje otvorený konflikt medzi kultúrou a prírodou poukazuje na obmedzené možnosti prírody, treba spájať s nezodpovedným správaním ekonomických subjektov voči životnému prostrediu. Poukazuje na prehlbujúci sa rozpor medzi fenoménmi „príroda – kultúra“, v rámci ktorej si človek buduje ľudský svet. Globálnu environmentálnu krízu dávame do súvislosti najmä so snahou ekonomických aktérov dosahovať neobmedzený hospodársky rast, čím dochádza k rastu materiálnej spotreby najmä v rozvinutých krajinách (tzv. krajinách bohatého severu). A v neposlednom rade, súvisí s exponenciálnym rastom ľudskej populácie.

Bolo by možné pokračovať v kritickej analýze podnikania v novom globálnom ekonomickom a spoločenskom prostredí a poukazovať na nové a nové výzvy pre podnikateľskú etiku. Potvrdzujú, že „honba za ziskom“ sa stala zdrojom celosvetových sociálnych otrasov a konfliktov v novom globálnom prostredí. A rovnako, že súčasný človek je čoraz viac podriaďovaný logike trhu, aj keď trh, a teda i podnikanie, majú slúžiť predovšetkým ľuďom a uspokojovať ich potreby.

2. Úlohy pre podnikateľskú etiku – globálna úroveň

Poukázanie na niektoré problémy v novom globálnom ekonomickom prostredí navodzuje viaceré otázky, ktorými by sa v súčasnosti mala zaoberať podnikateľská etika na globálnej úrovni. Ako sa ukazuje, vzhľadom na zabezpečenie primeranej kvality života na Zemi a trvalo udržateľného rozvoja, nemožno ich riešenie odkladať. Ide o otázky typu: *„Prečo nemožno zabrániť niektorým podnikateľským subjektom zvyšovať ekonomický rast spôsobmi, ktoré poškodzujú a ohrozujú niektoré ďalšie spoločenské subjekty na planéte ako i prírodu? Prečo ekonomický rast automaticky nezabezpečuje zvyšovanie kvality života, ba dostáva sa do protikladu k hodnotovému napĺňaniu kvality života?“* A napokon sa vynára otázka: *„Ak by ekonomika nesplnila práve úlohu potenciálneho zdroja pre kvalitný život* *väčšiny populácie, nevyhnutne musí znieť otázka – akému systému takáto ekonomika prispieva?"* (Pauhofová, Staněk, Volner, 2013).

Hospodárstvo má slúžiť životu a jeho úlohou je špecificky ľudským spôsobom zaopatrovať človeka potrebnými statkami a uspokojovať jeho potreby (Rich, 1994). Z toho vyplýva aj morálna povinnosť podnikateľských subjektov – usilovať sa o zisk tak, že bude akceptovaný základný účel hospodárstva, ktorým je služba životu. Vzhľadom na globalizačný proces musí aj podnikateľská etika naliehavejšie pripomínať úlohu, ktorú zohráva ekonomika pri zabezpečovaní vhodných podmienok pre život človeka. Súčasne musí podčiarkovať, aby hospodárski aktéri zodpovedne zvažovali spôsoby, pomocou ktorých sa usilujú uspokojovať ľudské potreby, spôsoby akými sa rozdeľuje zisk, ale i práca a spoločenský produkt medzi účastníkov globalizujúceho sa trhu, či medzi všetkých obyvateľov nášho sveta, berúc pritom do úvahy, že každý človek má právo na dôstojné zaobchádzanie a dôstojný život. Uznanie tohto účelu a uvedomenie si situácie obyvateľstva v niektorých častiach sveta, situácie v akej sa nachádza životné prostredie, pomôže odvrátiť koristnícke snahy niektorých podnikateľských subjektov s cieľom – uspieť na globálnom trhu „za každú cenu“.

Jednou z úloh podnikateľskej etiky je upozorňovať, že ani možnosť slobodne sa pohybovať v novom globálnom prostredí, rozširovať investície a napríklad slobodne prenikať do menej rozvinutých častí sveta so zaostalejším obyvateľstvom, neoprávňuje podnikateľské subjekty k tomu, aby uplatňovali nemorálne spôsoby dosahovania zisku. Napríklad k tomu, aby bolo zneužívané miestne obyvateľstvo, či menej vzdelané obyvateľstvo, ktoré je nútené zabezpečovať si základné potreby akýmkoľvek spôsobom, aby dochádzalo k rozširovaniu chudoby na Zemi, k drancovaniu prírodných zdrojov, k prehlbovaniu existujúcich globálnych problémov a k vzniku nových problémov, rizík a hrozieb.

Od ekonomických aktérov v novom globálnom prostredí sa vyžaduje nielen zodpovednosť za dosahovanie ekonomického rastu, ale aj zodpovednosť za spôsoby, akými sa usilujú dosahovať tento rast. A tiež za to, aby sa ekonomický rast skutočne spájal so sociálnym rozvojom a so zvyšovaním kvality života ľudí na Zemi. Súčasne musia preberať zodpovednosť za to, aby ekonomický rast nespôsoboval degradáciu sociálnych systémov, znehodnocovanie životného prostredia[5].

[5] Negatívnymi aspektmi dlhodobého ekonomického rastu sa komplexnejšie zaoberal Rímsky klub i niektorí ďalší autori (Meadows et al., 1972; Forrester, 1971) v 70. rokoch 20. stor. Správy Rímskeho

A v neposlednom rade má podnikateľská etika poukazovať na to, že podnikateľské subjekty sa stávajú konkurencieschopné aj vďaka dôstojnému správaniu sa na trhu voči ostatným účastníkom trhových transakcií, ako aj vďaka používaniu humánnych spôsobov a postupov vo výrobe, pri prezentácii tovarov, služieb a komodít. Dobré meno[6] si získavajú aj tým, že sa snažia minimalizovať využívanie prírodných zdrojov, ale i odpadov a znečisťujúcich látok tak, aby neboli ohrozované budúce generácie.

Záver

V niektorých vyspelých krajinách si už viaceré ekonomické subjekty v súčasnosti uvedomujú, že okrem právnych, výrobných, legislatívnych a ďalších noriem, by malo podnikanie zohľadňovať aj morálne normy, ktoré stoja v pozadí podnikateľských činností. Následne si uvedomujú, že mnohým problémom, s ktorými v súčasnosti zápasia nielen podnikateľské subjekty, ale i mnohí obyvatelia sveta, by bolo možné zmierniť, prípadne sa im vyhnúť v prípade, ak by sa v jednotlivých ekonomických procesoch a činnostiach prihliadalo na morálne hodnoty.

Ako sa uvádza: *„Súčasný stav ekonomického vývoja, najmä disproporcia medzi vyspelými krajinami a krajinami tzv. tretieho sveta sa stáva globálnou etickou výzvou"* (Rolný, Lacina, 2004, s. 41). Vzhľadom na to, že sa v novom globálnom ekonomickom prostredí neustále objavujú nové problémy, na čom majú podiel aj podnikateľské subjekty, úloha – revidovať a dopĺňať úlohy podnikateľskej etiky – sa ukazuje ako opodstatnená. Dnes je už zjavné, že podnikateľská etika má nielen objasňovať podnikanie ako aktivitu s morálnymi nárokmi, upozorňovať na nemorálne praktiky v podnikateľských činnostiach, ale aj regulovať činnosť podnikateľských subjektov v novom globálnom prostredí tak, aby sa prispôsobovali podmienkam na globálnom trhu bez toho, aby pritom utrpel človek, či príroda. Jej nanajvýš aktuálnou úlohou je aspoň zmierňovať ich dopady

klubu – Limits to Growth (1972), Beyond the Limits (1992) a ďalšie, upozorňujú na potrebu ekologickej a ekonomickej stability, udržateľnej do ďalekej budúcnosti.

[6] Na označenie dobrého mena podniku, firmy, s. r. o. atď., sa v podnikateľskej etike používa termín *„goodwill"*.

na človeka, spoločnosť a prírodu, ale aj predchádzať negatívnym javom a procesom v novom globálnom prostredí. A v tejto súvislosti objasňovať potrebu zodpovedného podnikania na rodiacom sa globálnom trhu.

Tieto úlohy sú síce formulované všeobecne, no vyplývajú z nich viaceré konkrétnejšie úlohy. I keď je potrebné uznať, že ani súčasná podnikateľská etika, berúc do úvahy aj jej aktuálne úlohy týkajúce sa globálnej úrovne podnikateľskej etiky, na ktoré sme v príspevku poukázali, celkovo nedokáže zamedziť, aby sa proces ekonomickej globalizácie spájal s rastom konzumu, globálnej spotreby, s globálnymi problémami, globálnymi existenciálnymi rizikami, hrozbami a podobne. Súčasne je ale potrebné zdôrazniť, že vďaka tomu, že *podnikateľská etika* ako predmet postupne preniká do študijných programov na vysokých školách a univerzitách s ekonomickým zameraním, ale aj do študijných programov na ďalších vysokých školách, univerzitách, či vďaka pozornosti, ktorú si podnikateľská etika viac či menej získava v ekonomických subjektoch a ďalších účastníkov podnikania, stáva sa nádejou na zlepšenie podmienok v novom globálnom prostredí.

Literatúra

CRANE, A. – MATTEN, D. 2007. *Business Ethics. Managing corporate citizenship and sustainability in the age of globalization*. 2st ed. Oxford University Press : New York. 566 p. ISBN 978-0-19-928499-3

KLIMKOVÁ, A. – HREHOVÁ, D. 2016. O hodnotách, udržateľnosti a organizačnej praxi. In *Environmentálna etika v krajinách V4. Zborník vedeckých štúdií.* Banská Bystrica : Vydavateľstvo Univerzity Mateja Bela v Banskej Bystrici, s. 156-168. ISBN 978-80-557-1175-1

KLINEC, I. *Správy Rímskemu klubu a riešenie globálnych problémov.*[on-line], [cit. 2016-01-29]. Dostupné z:

http://www.akademickyrepozitar.sk/sk/repozitar/spravy-rimskemu-klubu-a-riesenie-globalnych-problemov.pdf.

KLINEC, I. – PAUHOFOVÁ, I. – STANĚK, P. 2009. *Nové globálne prostredie, zmena parametrov rozdeľovania bohatstva v 21. storočí.* Working papers 21. [on-line], [cit. 2017-01-17]. ISSN 1337-5598. Dostupné z: http://ekonom.sav.sk/uploads/journals/WP20.pdf).

KÜNG, H. 2000. *Světový étos pro politiku a hospodářství.* 1. vyd. Praha : Vyšehrad. 364 s. ISBN 80-7021-327-2

MEADOWS, D. – MEADOWS, D. – RANDERS, J. 1992. *Beyond The Limits. Envisioning a Sustainable Future Confronting Global Collapse.* Chelsea Green Publishing Company. 300 p. ISBN 0-930031-55-5

MRAVCOVÁ, A. 2016. Practical implementation of global citizenship education at Slovak University of Agriculture. *International Journal of Development Education and Global Learning, 8 (1), p. 57-77. ISSN 1756-526X*

NAÍM, M. 2008. *Černá kniha globalizace.* 1. vyd. Praha : Vyšehrad. 303 s. ISBN 978-80-7021-866-2

PAUHOFOVÁ, I. – STANĚK, P. – VOLNER, Š. 2013. *Mýty a realita globálneho sveta. Čo nás neposilní, ale môže zabiť?* 1. vyd. Bratislava : IRIS. 229 s. ISBN 978-80-8153-013-5

REMIŠOVÁ, A. 2011. *Etika a ekonomika.* 3. vyd. Bratislava : KALLIGRAM. 495 s. ISBN 978-80-8101-402-4

RICH, A. 1994. *Etika hospodářství (Svazek lI., Theologická perspektiva).* 1. vyd. Praha : OIKOYMENH, 1994. 375 s. ISBN 80-85241-62-5

ROBINSON, W. I. 2009. Teorie globálního kapitalismu. Transnacionální ekonomika a společnost v krízi. 1. vyd. Praha : FILOSOFIA. 364 s. ISBN 978-80-7007-305-6

ROLNÝ, I. – LACINA, L. 2008. *Globalizace, etika, ekonomika*. Ostrava : KEY publishing, 2008. 281 s. ISBN 978-80-87071-62-5

SVITAČOVÁ, E. et al. 2014. *Globálne rozvojové vzdelávanie pre ekonómov*. Nitra : Slovenská poľnohospodárska univerzita v Nitre. 2014. s. 241. ISBN 978-80-552-1234-0

ŠIKULA, M. 2003. Globalizácia a ilúzie v prístupoch k udržateľnému rozvoju. In *Životné prostredie*, roč. 37, č. 5, s. 258 – 261. ISSN 0044-4863

VOLNER, Š. 2006. Globalizácia, exponenciálny rast a sociálny chaos. In *Medzinárodné vzťahy*, roč. IV, č. 2, s. 44-65. ISSN 1336-1562

Mgr. Eva Svitačová, PhD.
Slovenská poľnohospodárska univerzita v Nitre,
Fakulta ekonomiky a manažmentu, Katedra spoločenských vied
e-mail: eva.svitacova@uniag.sk

PhD. Andrea Klimková, PhD.
UPJŠ v Košiciach, Filozofická fakulta, Katedra aplikovanej etiky
e-mail: andrea.klimkova@upjs.sk

POKYNY PRE AUTOROV

ACADEMIA uvíta príspevky o ľubovoľnej oblasti vysokoškolského života, ktoré môžu zaujať značnú časť akademickej obce.

Vzhľadom na zvýšený záujem o časopis ACADEMIA zo strany študentov, ako aj širšej odbornej verejnosti, sme sa od roku 2013 rozhodli pre možnosť zverejňovať náš časopis aj v elektronickej (pdf) verzii na webových stránkach centra (www.cvtisr.sk), čím chceme zvýšiť jeho dostupnosť pre ďalších záujemcov. **Autor zaslaním príspevku udeľuje súhlas na zaradenie jeho príspevku do časopisu, vyhotovenie jeho rozmnožení a jeho verejné rozširovanie v papierovej aj elektronickej forme.**

Pri posielaní príspevkov prosíme dodržať nasledujúce pokyny:

- príspevky posielajte vo formáte .doc, .docx alebo .rtf bez zalamovania riadkov a strán. V prípade programu MS Word používajte implicitnú šablónu „normal". Vybraný text môžete podľa potreby zvýrazniť (podčiarknuť, použiť kurzívu, tučné písmo). **Nepoužívajte** automatické formátovanie, špeciálne fonty, vlastné šablóny a pod.; grafickú úpravu jednotnú pre všetky príspevky urobí redakcia;
- tabuľky a schémy môžete zaradiť priamo do textu; grafy pošlite v samostatnom súbore vo formáte xls/.xlsx (do textu príspevku, na miesto, kde sa má vložiť graf, vložte odkaz);
- citované pramene treba uvádzať v zátvorke s uvedením priezviska autora/autorov a roku vydania knihy alebo článku;
- v odkazoch na literatúru uvádzajte pramene v abecednom poradí. Uveďte iba tie, na ktoré sa odvolávate v texte;
- k rukopisu pripojte abstrakt a kľúčové slová v slovenskom aj v anglickom jazyku;
- na konci príspevku uveďte svoje meno, adresu pracoviska a e-mailovú adresu;
- celkový rozsah príspevku by nemal prekročiť 20 000 znakov (s medzerami).

Príspevky posielajte na e-mailovú adresu: frantisek.blanar@cvtisr.sk.

Na otázky vám odpovieme a námety, pripomienky, návrhy a podobne prijímame na telefónnom čísle 02/692 95 426.