

EKONOMICKÁ UNIVERZITA V BRATISLAVE
FAKULTA HOSPODÁRSKEJ INFORMATIKY

Evidenčné číslo: 17 200/I/2012/3712235867

ANALÝZA KONKURENCIESCHOPNOSTI
REGIÓNOV METODOLÓGIU DEA

Diplomová práca

2012

Bc. Veronika Kováčová

EKONOMICKÁ UNIVERZITA V BRATISLAVE
FAKULTA HOSPODÁRSKEJ INFORMATIKY

ANALÝZA KONKURENCIESCHOPNOSTI
REGIÓNOV METODOLÓGIU DEA

Diplomová práca

Študijný program: Kvantitatívne metódy v ekonómii

Študijný odbor: 6258 Ekonometria a operačný výskum

Školiace pracovisko: Katedra operačného výskumu a ekonometrie

Vedúci záverečnej práce: Ing. Andrea Furková PhD.

Bratislava 2012

Bc. Veronika Kováčová



Ekonomická univerzita v Bratislave
Fakulta hospodárskej informatiky

ZADANIE ZÁVEREČNEJ PRÁCE

Meno a priezvisko študenta: Bc. Veronika Kováčová
Študijný program: Operačný výskum a ekonometria (Jednoodborové štúdium, inžiniersky II. st., denná forma)
Študijný odbor: 3.3.24 Kvantitatívne metódy v ekonómii
Typ záverečnej práce: Inžinierska záverečná práca
Jazyk záverečnej práce: slovenský

Názov: Analýza konkurencieschopnosti regiónov metodológiou DEA

Anotácia: Konkurencieschopnosť regiónov predstavuje základ konkurencieschopnosti celej krajiny. Analýza konkurencieschopnosti je náročný proces a neexistuje univerzálna metodológia na jej vyhodnotenie. V práci prezentujeme modely DEA (Data Envelopment Analysis) vhodné na vyhodnocovanie konkurencieschopnosti vybraných regiónov. Regióny NUTS2 krajín V4 budú hodnotené vybranými modelmi DEA. Kritériami analýzy budú špecifické ukazovatele, ktoré odrážajú produktivitu regiónov.

Vedúci: Ing. Andrea Furková, PhD.
Katedra: KOVE FHI - Katedra operačného výskumu a ekonometrie FHI
Vedúci katedry: doc. Mgr. Juraj Pekár, PhD.
Dátum zadania: 10.10.2010

Dátum schválenia: 04.11.2010

doc. Mgr. Juraj Pekár, PhD.
vedúci katedry

Čestné vyhlásenie

Vyhlasujem, že som záverečnú prácu vypracovala samostatne na základe vlastných teoretických a praktických poznatkov s použitím uvedenej literatúry.

Bratislava jún 2012

.....

vlastnoručný podpis

Za cenné rady, námety a inšpiráciu
by som chcela poďakovať

Ing. Andrei Furkovej PhD.

z Ekonomickej univerzity v Bratislave
Fakulty hospodárskej informatiky

ABSTRAKT

KOVÁČOVÁ, Veronika: *Analýza konkurencieschopnosti regiónov metodológiou DEA*. – Ekonomická univerzita v Bratislave. Fakulta hospodárskej informatiky; Katedra operačného výskumu a ekonometrie. – Vedúca záverečnej práce: Ing. Andrea Furková, PhD. – Bratislava: FHI EU, 2012, 65s.

Cieľom záverečnej práce je detailnejší pohľad na regionálnu konkurencieschopnosť prostredníctvom kvantitatívnych charakteristík, meranie efektívnosti vybraných regiónov pomocou DEA modelov (Data Envelopment Analysis) a zhodnotenie ich konkurencieschopnosti.

Práca je rozdelená do štyroch kapitol. Obsahuje deväť grafov, deväť tabuliek a sedem príloh. Prvá kapitola je venovaná prehľadu oblastí použitia DEA modelov na meranie efektívnosti a prezentuje aktuálne výsledky hodnotenia konkurencieschopnosti na regionálnej úrovni. Ďalšia časť stanovuje ciele, ktoré sú východiskom pre prácu. Nasledujúca kapitola oboznamuje so základnými modelmi DEA a s princípmi merania efektívnosti organizačných jednotiek. Záverečná kapitola sa zaoberá aplikáciou modelov DEA na vybrané regióny NUTS2 Vyšehradskej štvorky a regióny NUTS3 Slovenskej republiky. Výsledkom spracovania danej problematiky je zhodnotenie konkurencieschopnosti regiónov a vypracovanie odporúčaní pre slabo konkurenčné regióny.

Kľúčové slová:

Konkurencieschopnosť, Vyšehradská štvorka, NUTS3 regióny, NUTS2 regióny, efektívnosť, Analýza dátových obalov, model CCR, model BCC

ABSTRACT

KOVÁČOVÁ, Veronika: *Analýza konkurencieschopnosti regiónov metodológiou DEA.* –

University of Economics in Bratislava. Faculty of Business Informatics; Department of Operations Research and Econometrics. – Diploma work lead: Ing. Andrea Furková, PhD. – Bratislava: FHI EU, 2012, 65s.

The objective of this diploma work is detailed view on regional competitiveness by means of quantitative characteristics, measuring of effectivity of chosen regions and with help of DEA models (Data Envelopment Analysis) and evaluation of competitiveness.

This work consists of four chapters. It contains nine graphic charts, nine tables and seven attachments.

The first chapter is dedicated to overview of areas of DEA model utilization for effectiveness measuring and presents actual competitiveness evaluation results on regional level. The next chapter defines objectives, which are basis for the work. Following chapter acquaints with basic DEA models and principles of organizational unit effectiveness measurement. The last chapter deals with DAE models application in selected regions NUTS2 of Visegrád Four and regions NUTS3 of Slovak republic. The result of elaboration of this topic is assessment of regional competitiveness and set of recommendations for regions weak in competitiveness.

Key terms:

Competitiveness, Visegrád Four, NUTS3 regions, NUTS2 regions, effectiveness, Data Envelopment Analysis, CCR model, BCC model.

O B S A H

Úvod	1
1 Súčasný stav riešenej problematiky doma a v zahraničí	3
1.1 Konkurencieschopnosť	3
1.1.1 Konkurenčná schopnosť ekonomiky a faktory jej rastu	4
1.1.2 Konkurencieschopnosť na mikroúrovni	5
1.1.3 Hodnotenie konkurenčnej schopnosti ekonomiky a regiónov	7
1.1.4 Ekonomická výkonnosť a konkurencieschopnosť na regionálnej úrovni	8
1.2 Možnosti uplatnenia modelov DEA	11
2 Cieľ práce	17
3 Metodika skúmania	18
3.1 Analýza dátových obalov	19
3.1.1 Teoretické východiská analýzy dátových obalov	19
3.1.2 Princípy modelov DEA	22
3.1.3 Základné modely analýzy obalu dát	26
3.1.3.1 CCR model	26
3.1.3.2 BCC model	31
3.1.3.3 Aditívny model	33
3.1.4 Výsledky, výhody a nevýhody metódy DEA	35
4 Hodnotenie konkurencieschopnosti vybraných regiónov	37
4.1 Využitie VBA a GAMS pre výpočet CCR DEA modelu	38
4.2 Analýza efektívnosti regiónov NUZS3 Slovenskej republiky	39
4.3 Analýza efektívnosti regiónov NUTS2 Vyšehradskej štvorky	45
Záver	59
Zoznam použitej literatúry	61
Prílohy	65

Zoznam ilustrácií

Obr. 1 Hranica efektívnosti – konštantné výnosy z rozsahu

Obr. 2 Hranica efektívnosti – variabilné výnosy z rozsahu

Graf 1 Miery technickej efektívnosti regiónov NUTS 3 Slovensko - model CCR

Graf 2 Miery technickej efektívnosti regiónov Slovensko - model CCR

Graf 3 Miery technickej efektívnosti regiónov Česká Republika - model CCR

Graf 4 Miery technickej efektívnosti regiónov Maďarsko - model CCR

Graf 5 Miery technickej efektívnosti regiónov Poľsko - model CCR

Graf 6 Miery technickej efektívnosti regiónov Slovensko – model BCC

Graf 7 Miery technickej efektívnosti regiónov Česká republika – model BCC

Graf 8 Miery technickej efektívnosti regiónov Maďarsko – model BCC

Graf 9 Miery technickej efektívnosti regiónov Poľsko – model BCC

Zoznam tabuliek

Tab. 1 Výstup Visual Basic DMU₁ rok 2000

Tab. 2 Miery efektívnosti regiónov NUTS3 - CCR model

Tab. 3 Tieňové ceny Trenčiansky kraj rok 2000

Tab. 4 Redukcia vstupov Trenčiansky kraj rok 2000

Tab. 5 Redukcia vstupov Košický kraj rok 2000

Tab. 6 Miery efektívnosti regiónov NUTS2 - CCR model

Tab. 7 Redukcia vstupov Stredné Slovensko rok 2007

Tab. 8 Miery efektívnosti regiónov NUTS2 - BCC model

Tab. 9 Redukcia vstupov Stredné Slovensko rok 2005

Zoznam príloh

Príloha 1: Zdrojový kód VBA

Príloha 2: Zdrojový kód GAMS

Príloha 3: Vstupné údaje NUTS3

Príloha 4: Výstup riešenia GAMS pre CCR model Košický kraj rok 2009

Príloha 5: Vstupy virtuálnych jednotiek a efektívnych regiónov - model CCR NUTS3

Príloha 6: Vstupné údaje NUTS2

Príloha 7: Hodnoty virtuálnych jednotiek a efektívnych regiónov - model CCR NUTS2

Úvod

Sledovanie konkurencieschopnosti krajín patrí medzi relatívne nové fenomény ekonomickej vedy. Podľa modernejšieho pojatia je konkurencieschopná ekonomika taká, ktorá vykazuje vysokú životnú úroveň, na ktorej participuje čo najviac obyvateľov. Dôležitým faktom, na ktorý sa pri hodnotení konkurencieschopnosti občas zabúda, je relatívnosť tohto pojmu. Sledovaná ekonomika môže byť konkurencieschopná vo vzťahu k inej krajine, zatiaľ čo vo vzťahu k ďalšej môže byť nekonkurencieschopná. Jedno z riešení je nahliadať na konkurencieschopnosť prostredníctvom merania efektívnosti.

Hodnotenie efektívnosti je dôležité ako na mikroekonomickej, tak aj na makroekonomickej úrovni. Najčastejšie používaným nástrojom pre analýzu efektívnosti sú rôzne pomerové ukazovatele. Jednoduché pomerové ukazovatele nemožno využiť pre podrobnejšie znázornenie efektívnosti. Nevýhodou týchto nástrojov je skutočnosť, že postihujú len niektoré faktory ovplyvňujúce efektívnosť a tak podávajú nepresné informácie. Pre podrobnejšiu analýzu je potrebné aplikovať nástroje ekonomickej analýzy založené na princípe matematického modelovania. Práve metodológia DEA sa zaoberá matematickými modelmi hodnotenia efektívnosti vzájomne porovnateľných produkčných jednotiek.

Teória *Data Envelopment Analysis* (DEA) vznikla v sedemdesiatych rokoch minulého storočia. Bola vybudovaná na myšlienke z článku „Measuring efficiency of decision making units“ od Farrella z roku 1957. Základnou úlohou tejto pomerne novej neparametrickej metódy je vzájomné porovnanie organizačných jednotiek v rámci určitej skupiny. Neparametrický prístup nepotrebuje poznať funkčný tvar, pretože efektívnosť je meraná relatívne k všetkým ostatným jednotkám. Metóda poskytuje vhodné riešenia pre široké spektrum rôznorodých oblastí ľudského sveta, v ktorých je žiaduce identifikovať zdroje a mieru neefektívnosti skúmaných jednotiek. DEA modelovanie je možné použiť aj na zisťovanie efektívnosti subjektov, ktoré sa neskladajú z množstva menších častí. U takýchto subjektov sa sledujú časové rady vstupov a výstupov.

Metóda je založená na využití lineárneho programovania, ktorá bola pôvodne vyvinutá na meranie efektívnosti neziskových organizácií ako sú školy, nemocnice, štátna a verejná správa. Na rozlíšenie efektívnych a neefektívnych organizačných jednotiek existuje veľa

rozličných DEA modelov. V prípade neefektívnych jednotiek možno metódou dátových obalov zistiť, ako má daná jednotka redukovať svoje vstupy, poprípade navýšiť svoje výstupy, aby sa stala jednotkou efektívnou.

Prvá kapitola poskytuje čitateľovi potrebný prehľad pre nadobudnutie dôležitých informácií v spracovávanej téme. Prvá časť sa venuje konkurencieschopnosti so zameraním na regionálnu úroveň a ponúka možnosť oboznámiť sa so súčasným stavom danej témy. Nasledujúca časť zoznamuje čitateľa s metódou analýzy dátových obalov. Záverečná kapitola ukazuje praktické použitie, v ktorej DEA modely aplikujeme. Prostredníctvom nami vybraných modelov zhodnotíme konkurencieschopnosť jednotlivých regiónov NUTS3 Vyšehradskej štvorky a regiónov NUTS2 Slovenskej republiky. Pri analýze vychádzame z hypotézy, že čím je úroveň výkonnosti regiónov väčšia, tým vyššia je miera efektívnosti a tým aj vyšší konkurenčný potenciál regiónu. V prílohách možno nájsť zdrojový kód programu, podrobné tabuľky s použitými dátami a hodnoty virtuálnych jednotiek a efektívnych regiónov pre NUTS3 a NUTS2.

Za prínos diplomovej práce považujeme praktické vyskúšanie fungovania matematického modelu na reálnych ekonomických dátach a zhodnotenie výhodnosti využívania modelov DEA v sledovanej oblasti.

1 Súčasný stav riešenej problematiky doma a v zahraničí

V nasledujúcich častiach tejto kapitoly sa zameriame na dve oblasti. V prvej časti si priblížime konkurencieschopnosť. Sústredíme sa na analýzu faktorov rastu ekonomiky a nástrojov, ktoré umožňujú jej hodnotenie z pohľadu konkurencieschopnosti na úrovni regiónov NUTS2 a NUTS3¹.

V druhej časti sa oboznámime s historickým pozadím metód modelovania efektívnosti a s oblasťami aplikácie analýzy dátových obalov – Data Envelopment Analysis.

1.1 Konkurencieschopnosť

Základom analýzy konkurencieschopnosti je samotné vymedzenie pojmu. V súčasnosti sa stretávame so širokou škálou definície konkurencieschopnosti, pričom vymedzenie konkurencieschopnosti ekonomiky a konkurencieschopnosti systému na makroúrovni sa začalo formovať len približne pred dvomi desaťročiami súbežne so zintenzívňovaním globalizácie ekonomík.²

Ekonomický slovník R. Hindlsa definuje konkurencieschopnosť napr. takto:

„Konkurencieschopnosť ekonomiky je pojem, ktorý syntetickým spôsobom vyjadruje schopnosť krajiny preniknúť svojim tovarom a službami na zahraničné trhy a z medzinárodného obchodu získať komparatívne výhody.“³

¹ Pre potreby porovnávania hospodárskej úrovne jednotlivých regionálnych celkov a plánovaciú činnosť sa vypracovala v každej členskej krajine hierarchicky trojstupňová klasifikácia regiónov (NUTS 1, 2, 3).

² BENEŠ, M. 2006. *Konkurencieschopnosť a konkurenční výhoda*. Working paper [online]. 2006, číslo 5 [cit. 2011-08-20]. Dostupné na internete: <http://is.muni.cz/do/econ/soubory/oddeleni/centrum/papers/wp2006-05.pdf>. ISSN 1801-4496.

³ HINDLS, R. a kol. 2003. *Ekonomický slovník*. Praha: C.H. Beck, 2003. ISBN 80-7179-819-3.

1.1.1 Konkurenčná schopnosť ekonomiky a faktory jej rastu

Rast konkurenčnej schopnosti ekonomiky sa v najširšom slova zmysle spája s dosahovaním dlhodobej výkonnosti, ktorá je podmienená produktivitou výrobných faktorov a charakterom konkurenčných výhod.⁴

V priebehu ostatných desaťročí sa chápanie a charakter konkurenčnej schopnosti ekonomiky podstatne zmenil. Do začiatku sedemdesiatych rokov bola konkurenčná schopnosť spájaná hlavne so schopnosťou jednotlivých podnikov presadiť sa na trhu a opierala sa predovšetkým o statické konkurenčné výhody, založené na prírodných podmienkach, zručnostiach, zvyklostiach a tradíciách krajiny. Konkurenčná schopnosť odrážala predovšetkým kvantitatívne parametre, bola verifikovaná na trhoch výrobkov, jej dosahovanie bolo podmienené najmä schopnosťou reakcie jednotlivých producentov na zmeny v dopyte.

Potreba riešenia príčin a následkov štruktúrnej krízy v 70. rokoch posunula do popredia stranu ponuky jednotlivých ekonomík. Rast konkurenčnej schopnosti začali podmieňovať rozsiahle kvantitatívne zmeny, vedúce k technologickému prezbrojeniu produkčných potenciálov ekonomík. Rastúca technologická konkurencia na medzinárodných trhoch mala za následok, že dopytovo – cenové aspekty rastu konkurenčnej schopnosti boli stále viac prekrývané ponukovo – kvalitatívnymi parametrami, hlavne inovačnými aktivitami, pôsobiacimi na kvalitatívnu stránku výrobných postupov a výrobkov. Dosahovanie konkurenčných výhod v rozhodujúcej miere ovplyvňovali hospodársky – politické opatrenia, ktoré boli zamerané na zvyšovanie efektívnosti alokácie zdrojov, rast mobility výrobných faktorov, podporu vzdelávania, zatraktívňovanie podnikateľského prostredia. Zrýchlené reštrukturalizačné procesy zvýšili nároky na adaptáciu tak podnikovej sféry, ako aj národného hospodárstva ako celku.

Schopnosť presadiť sa na trhu danou technologickou a kvalitatívnou úrovňou (cenová konkurenčná schopnosť) nebola postačujúca na udržanie jednotlivých producentov v medzinárodnej konkurencii. Obstať v medzinárodnej konkurencii vyžadovalo vytvárať nové kvalitatívne parametre, faktory a podmienky. Ťažisko konkurenčných výhod sa

⁴ VINCÚR, P. a kol. 2005. *Teória a prax hospodárskej politiky*. Bratislava: SPRINT, 2005. s. 123. ISBN 80-89085-34-2.

postupne posunulo od statických výhod k dynamickým konkurenčným výhodám, založených na vlastnej inovačnej schopnosti ekonomiky, na ľudskom kapitále, vzdelanej pracovnej sile, vysokom stupni aktívneho vedeckovýskumného potenciálu.

Konkurenčná schopnosť ekonomiky začala byť posudzovaná nielen ako schopnosť krajiny v podmienkach slobodného trhu produkovať také tovary a služby, ktoré sa dokážu presadiť na zahraničných trhoch a konkurovať na vnútornom trhu dovozom, ale aj ako schopnosť danej krajiny vytvárať podmienky pre dlhodobu udržateľnú rastovú výkonnosť. Spájala sa nielen s požiadavkou udržania vonkajšej ekonomickej rovnováhy, s potrebou dosahovania vyrovnanej zahraničnoobchodnej bilancie (z dlhodobého hľadiska), ale aj s požiadavkou zabezpečovania rastu súhrnnej produktivity výrobných faktorov, dosahovania rastúcich dôchodkov z nich a zvyšovaním kvality a konkurencieschopnosti podnikateľského prostredia. Jej obsahom sa stali celkové ciele hospodárskeho a sociálneho rozvoja ekonomiky. Konkurenčná schopnosť ekonomiky sa stala novým rozmerom udržateľného rozvoja v podmienkach globalizácie.

Prechod na kvalitatívne vyššiu úroveň konkurenčnej schopnosti ekonomiky je podmienený škálou faktorov, medzi ktorými rozhodujúce miesto patri najmä:

- inováciám a technológiám
- kvalite ľudských zdrojov
- stabilite makroekonomického prostredia
- stupňu internacionalizácie ekonomiky
- zdokonaľovaníu a rozvoju infraštruktúry
- kvalite manažmentu podnikov

1.1.2 Konkurencieschopnosť na mikroúrovni

Konkurencieschopnosť na úrovni podniku je najľahšie a najdlhšie vymedzovaný pojem. Vo všeobecnosti možno konkurencieschopnosť definovať ako istú schopnosť úspešne súťažiť na trhoch, problém však nastáva, pokiaľ chceme presnejšie vymedziť úspešnosť. Konkurencieschopnosť sa ukazuje ako veľmi relatívny pojem.

Najjednoduchšou a často používanou definíciou konkurencieschopnosti na mikroúrovni je: „Firma je konkurencieschopná, pokiaľ dokáže obslúžiť trh, v opačnom prípade odchádza z biznisu“⁵.

V prostredí dokonalej konkurencie sa firmy môžu od seba odlišovať iba funkciou celkových nákladov. No výsledky analýz takto zvoleného trhu ukazujú, že konkurencieschopnosť podniku nemožno posudzovať iba podľa nákladových a technologických faktorov alebo iba podľa strany ponuky. Je nutné počítať aj s dopytom, predovšetkým s veľkosťou trhu.

Jediný rozdiel v prostredí nedokonalej konkurencie spočíva vo vedomí firiem, že sú to iba ony, ktoré dodávajú na trh, pričom toto ovplyvňuje ich strategické správanie. Všeobecne možno povedať, že firmy budú medzi sebou súťažiť v cene (Bertradox model) alebo v množstve (Cournotov model).

Ak opustíme predpoklad homogénneho výrobku, otvára sa firmám možnosť ako konkurovať. Ich konkurencieschopnosť neovplyvňujú iba náklady, ale existuje možnosť odlíšiť sa svojou produkciou, a tým pádom mať svoju vlastnú ponukovú krivku, ktorá determinuje nielen množstvo ponúkané danou firmou, ale aj cenu, ktorá sa môže líšiť od konkurencie. Zásadným rozdielom oproti predchádzajúcim situáciám je práve možnosť dosiahnutia odlišnej ceny, ktorá odráža odlišne vnímanú kvalitu. Zdrojom tejto odlišnosti môže byť skutočná kvalita, ale tiež rôzne prvky necenovej konkurencie, napríklad dizajn, servisné služby prípadne imidž firmy. V takom prípade je veľmi ťažké určiť, ktorá z firiem je viac konkurencieschopná. Samozrejme je možné aplikovať univerzálne indikátory ako sú absolútny zisk, prípadne podiel na trhu, avšak iba za predpokladu, že sa jedná o trh relatívne dobre definovaný, ktorý sa vyznačuje určitou homogenitou smerom dovnútra a heterogenitou smerom navonok. V tomto prípade porovnávame výkonnosť dvoch firiem, nie úplne iných firiem, ktoré sa pohybujú v iných segmentoch.

Možnosť odlíšenia sa od konkurencie je pre firmy veľkou výhodou, ktorá môže viesť k vysokej ziskovosti, pokiaľ sú schopné prostredníctvom špičkovej kvality svojich

⁵ CELLINI, R., SOCI, A. 2002. Pop Competitiveness. In *BNL Quarterly Review*. [online]. 2002, vol. 220, p. 71–101 [cit. 2011–08–30]. Dostupné na internete: <http://sadal.ice.it/esame.asp?ntit=24902>.

výrobkov dosahovať vyšších prirážok k nákladom. Záleží potom na danej trhovej situácii, či je výhodnejšie postupovať cestou vysokej kvality výrobkov a nižšieho objemu predaja, alebo nízkych cien spolu s masovou produkciou.

Najlepším indikátorom konkurencieschopnosti je tak zisk na jednotku produkcie, prípadne vlastného imania, ktorá je najpresnejším meradlom hodnotenia úspešnosti firmy na trhu.

1.1.3 Hodnotenie konkurenčnej schopnosti ekonomiky a regiónov

Prostredníctvom širokého spektra indikátorov sa hodnotí predovšetkým pozícia krajiny v konkurenčnej schopnosti a jej zmena v čase v širšom medzinárodnom porovnaní. Štúdie skúmajú predovšetkým indikátory, ktoré možno považovať za akcelerátory ekonomického rozvoja, a to tak v oblasti konkurenčne a znalostne založených vstupov, ako aj výstupov. Úroveň konkurenčnej schopnosti ekonomiky – pozícia krajiny v medzinárodnom porovnaní je posudzovaná z pohľadu tvorby základných makroekonomických a mikroekonomických podmienok pre dlhodobú konkurenčnú výkonnosť. Za účelom zhodnotenia pozície jednotlivých ekonomík, ako aj podmienok pre rast konkurenčnej schopnosti v jednotlivých krajinách boli medzinárodnými inštitúciami skonštruované indexy a ukazovatele konkurenčnej schopnosti.⁶

Jedná sa o multikriteriálne indexy, ktoré monitorujú všetky rozhodujúce aspekty konkurenčnej schopnosti ekonomiky a jej subjektov:

- Index svetovej konkurencieschopnosti (WCI – World Competitiveness Index)
- Index globálnej konkurencieschopnosti
- Index konkurencieschopnosti podnikov
- Lisabonský index EÚ–27 a USA
- Index poznatkovej ekonomiky (Knowledge economy index)
- Ukazovateľ porovnateľnej cenovej hladiny (CPL)
- Podiel salda obchodnej bilancie a i.

⁶ VINCÚR, P., FIFEKOVÁ, E. 2010. *Stratégia sociálno-ekonomického rozvoja*. Bratislava: Sprint dva, 2010. s. 145. ISBN978-80-89393-19-0.

1.1.4 Ekonomická výkonnosť a konkurencieschopnosť na regionálnej úrovni

Ekonomická výkonnosť a regionálna konkurencieschopnosť sú významnými faktormi rozvoja regiónov. Regióny, mestá a obce spolu súťažia pri vytváraní, získavaní, udržaní a podporovaní ekonomických subjektov rovnako ako podniky a iné organizácie na trhu. Regionálna konkurencieschopnosť predovšetkým charakterizuje schopnosť regiónov generovať príjmy a udržať úroveň zamestnanosti v rámci národnej a medzinárodnej konkurencie.⁷

Regionálna konkurencieschopnosť je úzko spojená so štyrmi hlavnými faktormi:

- štruktúrou ekonomických aktivít
- úrovňou inovácií
- stupňom dostupnosti regiónu
- úrovňou dosiahnutej vzdelanosti pracovných síl

Základným ukazovateľom pre porovnanie regionálnej konkurencieschopnosti a sociálno – ekonomickej úrovne regiónov bol a ešte stále je hrubý domáci produkt (HDP). Podľa dostupných ekonomických ukazovateľov sa na prvom mieste medzi regiónmi SR a na popredných miestach medzi regiónmi EU na úrovni NUTS 3⁸ umiestnil Bratislavský kraj a na poslednom mieste Prešovský kraj. Ak by sme všetky kraje SR porovnávali len na základe ukazovateľa HDP na obyvateľa, alebo HDP na obyvateľa v parite kúpnej sily, dostali by sme rovnaký výsledok.

Hrubý domáci produkt na obyvateľa (HDP/obyvateľa) zohľadňuje výkonnosť regiónu vo väzbe na počet jeho obyvateľov.

Ak budeme vychádzať z konkurencieschopnosti regiónov SR a ich vnútorného potenciálu, najmä pomaly rastúcim regiónom SR a zároveň vidieckym regiónom by z pohľadu rastu HDP na obyvateľa pomohla koncentrovaná podpora rozvoja turizmu, kde existuje potenciál zvýšenia jeho podielu na HDP zo súčasných cca 2,8% na cca 8 až 9%

⁷ Zákon č.542/2008 Zb. o podpore regionálneho rozvoja [online] Dostupný na internete: <http://www.build.gov.sk/mvrrsr/source/news/files/003994a.pdf>.

⁸ NUTS3 pre SR: Bratislavský kraj, Trnavský kraj, Nitriansky kraj, Trenčiansky kraj, Banskobystrický kraj, Žilinský kraj, Košický kraj, Prešovský kraj

v horizonte 10 až 15 rokov, čo by znamenalo medziročný rast tohto odvetvia aj na národnom HDP minimálne o pol percenta a prispelo by tak k rastu zamestnanosti.

Okrem hlavného ukazovateľa HDP je možné využiť aj iné ukazovatele, ktoré charakterizujú ekonomickú výkonnosť regiónov, prípadne nepriamo aj životnú úroveň obyvateľov jednotlivých vyšších územných celkov. Priemerná hrubá mesačná mzda ako súčasť disponibilných príjmov v roku 2010 podľa krajov a pohlavia kopíruje ekonomickú výkonnosť regiónov SR – najvyššia je v Bratislavskom kraji (1 116 Eur) a najnižšia v Prešovskom kraji (672 Eur).

Stav podnikateľského prostredia, ktoré je tvorené fyzickými a právnickými osobami, je dôležitým prvkom výkonnosti regiónov. Viac ako jedna tretina podnikov je zaregistrovaná v Bratislavskom kraji, v ostatných je rozdelenie podnikov viac menej rovnomerné, pokles zaznamenali Košický, Banskobystrický a Trenčiansky kraj.

Z pohľadu sektorov, najväčšiu zmenu zaznamenal Bratislavský kraj v sektore služieb – rast podielu finančných služieb na úkor obchodných služieb, pokles podnikov v priemysle a stavebníctve. Podobné zmeny zaznamenal aj Trnavský kraj a Žilinský kraj, Trenčiansky kraj a Nitriansky kraj zaznamenal výrazný pokles priemyselných podnikov.

Medzi jednotlivými kraji SR existujú významné rozdiely z hľadiska územného rozdelenia exportu. Z tohto uhlu pohľadu môžeme identifikovať dva základné faktory, ktoré tieto rozdiely determinujú:

- geografická poloha kraja a z nej vyplývajúce väzby na zahraničné trhy
- alokácia výrobných kapacít, a to buď všeobecne exportne zameraných, alebo naviazaných na zahraničných odberateľov.

Ku krajom s najväčším exportom patria kraje s vysokým podielom automobilového, elektrotechnického a hutníckeho priemyslu ako Bratislavský, Trnavský, Žilinský a Košický kraj.

Ak by sme sledovali úroveň konkurencieschopnosti jednotlivých krajov len prostredníctvom ukazovateľa HDP, potom by sme mohli jednoznačne konštatovať, že nielen ukazovatele HDP, ale aj ostatné rozhodujúce ukazovatele, odvodené alebo úzko spojené s HDP popisujú výrazné rozdiely medzi jednotlivými kraji. Ďalším významným ukazovateľom je produktivita práce.

Jednotlivé kraje môžeme rozdeliť do nasledujúcich skupín:

- Bratislavský kraj ako jediný kraj dosahujúci priemer EÚ, ktorý zároveň vykazuje najvyššiu produktivitu práce podľa ESA. Nasleduje Trnavský kraj s druhou pozíciou v oboch ukazovateľoch.
- Trenčiansky a Nitriansky kraj – tieto kraje vykazujú malý rozdiel oproti priemeru v produktivite práce podľa ESA a HDP. Nedostatkom týchto regiónov bola v minulosti nižšia výkonnosť a nevyhovujúca sektorová štruktúra.
- Žilinský a Košický kraj – vykazovali v sledovanom období menšiu dynamiku rastu, ale v poslednom období mali potenciál na výraznejšie zrýchlenie.
- Banskobystrický a Prešovský kraj – ide o kraje s podpriemernými, alebo až veľmi podpriemernými výsledkami z hľadiska sledovaných ukazovateľov.

Na základe hodnotenia konkurencieschopnosti regiónov môžeme regióny SR rozdeliť na 3 skupiny:

- vysoko konkurencieschopné regióny – Bratislavský kraj
- stredne konkurencieschopné regióny – Trnavský kraj, Trenčiansky kraj, Žilinský kraj, Košický kraj
- nízko konkurencieschopné regióny – Nitriansky kraj, Banskobystrický kraj, Prešovský kraj

Jaroslav Ramík v práci „Multikriteria approaches to competitiveness“⁹ skúma konkurencieschopnosť regiónov na úrovni NUTS2 v rámci krajín Vyšehradskej štvorky v rokoch 2000 až 2006. Pre meranie efektívnosti aplikuje analýzu dátových obalov, konkrétne CCR vstupne orientovaný model. Výsledkom štúdie sú 4 regióny s maximálnou efektívnosťou. V Českej Republike je ním Praha, v Maďarskej republike Közép – Magyarorszá, v Poľsku región Mazowieckie a v Slovenskej republike Bratislavský kraj.

Cieľom práce „*Approaches to Regional Competitiveness Evaluation in the Visegrad Four Countries*“¹⁰ Lukáša Meleckého je zhodnotiť regionálnu konkurencieschopnosť

⁹ RAMÍK, J. 2010. *Multicriteria approaches to competitiveness* [online]. 2010. Dostupné na internete: <http://www.scribd.com/doc/48823103/Zbornik2010> .

¹⁰ MELECKÝ, L. 2011. *Approaches to Regional Competitiveness Evaluation in the Visegrad Four Countries* [online]. 2011. Dostupné na internete: <http://www.wseas.us/e-library/conferences/2011/Tenerife/COMESDE/COMESDE-32.pdf>.

regiónov Vyšehradskej štvorky pomocou dvoch alternatívnych výskumných metód: makroekonometrického modelovania a analýzy dátových obalov. Pre výpočet efektívnosti prostredníctvom modelov DEA volí vstupne orientovaný BCC model. Autor konštatuje, že obe použité výskumné metódy poskytujú pomerne porovnateľné výsledky a považuje ich za vhodnú alternatívnu metodológiu pre hodnotenie regionálnej konkurencieschopnosti.

Autori Michaela Staničková a Lukáš Melecký sa v práci „*Hodnocení konkurencieschopnosti Višegradske čtyřky prostřednictvím CCR vstupově orientovaného modelu analýzy obalu dat*“¹¹ sústredia na meranie efektívnosti krajín Vyšehradskej štvorky a ich regiónov NUTS2. Popri práci s CCR modelom vychádzajú aj z výsledkov modelu superefektívnosti. Na národnej úrovni hodnotenia efektívnosti konštatujú, že najlepšie celkové poradie za sledované obdobie rokov 2000 – 2009 dosiahli Česká republika a Slovensko. V prípade hodnotenia na regionálnej úrovni NUTS2 najlepšie celkové poradie dosiahli regióny v aglomeráciách hlavných miest a v regióny v ich spádovej oblasti.

1.2 Možnosti uplatnenia modelov DEA

Hodnotenie efektívnosti a výkonnosti je veľmi aktuálne na makroekonomickej aj na mikroekonomickej úrovni. Častou aplikačnou oblasťou je hodnotenie efektívnosti bankových pobočiek v rámci banky. Jedná sa o typické homogénne jednotky, ktoré poskytujú rovnaký alebo obdobný typ služieb v rámci uvažovaného regiónu. Podľa dostupných informácií sú však tieto metodiky založené takmer výhradne na pomerových ukazovateľoch, ktoré nie sú vo veľa prípadoch príliš vyhovujúce. Modelové techniky, ktoré umožňujú súčasne sledovať a uvažovať viacero vstupov a výstupov, môžu zároveň prinášať do vyhodnocovania efektívnosti nový pohľad.

¹¹ STANIČKOVÁ, M, MELECKÝ, L. 2011. *Hodnocení konkurencieschopnosti Višegradske čtyřky prostřednictvím CCR vstupově orientovaného modelu analýzy obalu dat* [online]. 2011. Dostupné na internete: <http://hdl.handle.net/10195/42693>.

V roku 1957 M. J. Farrell publikuje článok „*The Measurement of Productive Efficiency*“,¹². Popisuje meranie technickej efektívnosti pomocou metód lineárneho programovania. Ďalším dôležitým krokom vo vývoji koncepcie DEA je rok 1978. V tomto roku A. Charnes, W. W. Cooper a E. Rhodes hodnotia v práci „*Measuring the efficiency of decision making units*“¹³ efektívnosť vzdelávacích programov. Vzniká Data Envelopment Analysis (DEA – analýza dátových obalov) a ich model je neskôr označovaný počiatocnými menami autorov ako CCR.

V roku 1984 R. D. Banker, A. Charnes a W. W. Cooper v publikovanej práci „*Some Models for Estimating Technical and Scale Inefficiencies in Data Envelopment Analysis*“¹⁴ rozširujú Data Envelopment Analysis o model s variabilnými výnosmi z rozsahu. Model je známy pod skratkou BCC.

Podobne ako BCC model aj aditívny model – ADD predstavuje vylepšenie predchádzajúcich modelov. Aditívny model bol zostavený Charnesom et al. a publikovaný v práci „*Foundations of Data Envelopment Analysis for Pareto – Koopmans Efficient Empirical Production Functions*“.¹⁵ Aditívne modely sú schopné zohľadniť všetky zdroje neefektívnosti, avšak priamo neposkytujú mieru efektívnosti. Mieru efektívnosti je potrebné dodatočne dodefinovať. Nedostatky základného aditívneho modelu vyriešil Tone v práci „*A slacks – based measure of efficiency in data envelopment analysis*“.¹⁶ Miera efektívnosti aj pomocou doplnkových premenných a spĺňa dve dôležité podmienky: miera efektívnosti je nezávislá na jednotkách použitých na vyjadrenie vstupov a výstupov a je monotónne klesajúca funkcia všetkých premenných priradených vstupom a výstupom.

¹² FARRELL, M. J. 1957. *The Measurement of Productive Efficiency* [online]. 1957. Dostupné na internete: <http://www.jstor.org/discover/10.2307/2343100?uid=3739024&uid=2&uid=4&sid=47698928960797>.

¹³ CHARNES, A. – COOPER W. W. – RHODES E. 1979. Measuring the efficiency of decision making units. In *European Journal of Operational Research*. ISSN 0377–2217, 1979, vol. 2, no. 4, p. 429 – 444.

¹⁴ CHARNES, A. – COOPER, W. W. – BANKER, R. D. 1984. Some Models for Estimating Technical and Scale Inefficiencies in Data Envelopment Analysis. In *Management Science*. 1984, vol. 30, no. 9, p. 1078–1092.

¹⁵ CHARNES, A. et al. 1985. Foundations of Data Envelopment Analysis for Pareto–Koopmans Efficient Empirical Production Functions. In *Journal of Econometrics*. 1985, vol. 30, p. 91 – 107.

¹⁶ TONE, K. 2001. A slacks–based measure of efficiency in data envelopment analysis. In *European Journal of Operational Research*. 2001, vol. 130, p 498–509.

Posunom v hodnotení efektívnosti sú modely superefektívnosti. V modeloch super efektívnosti nadobúdajú pôvodné efektívne jednotky mieru superefektívnosti vyššiu ako jedna. Modely sú založené na tom, že pri výpočte miery superefektívnosti sa váha pôvodnej efektívnej jednotky položí nule, čo vedie k zmene pôvodnej efektívnej hranice. Model super efektívnosti tak meria vzdialenosť medzi vstupmi a výstupmi hodnotenej jednotky od novej efektívnej hranice. Prvým modelom tejto kategórie bol model publikovaný v práci Andersena a Petersena „*A procedure for ranking efficient units in data envelopment analysis*”,¹⁷ ktorý je pre konštantné výnosy z rozsahu.

Ďalšími možnosťami aplikácie modelových prístupov je hodnotenie efektívnosti a produktivity firiem rôznych priemyselných odvetví. Príkladom hodnotenia efektívnosti verejného sektora na najvyššej, národnej úrovni, je správa Svetovej zdravotníckej organizácie „*World Health Report 2000 (WHI, 2000)*“¹⁸. Výskumný tím hodnotil efektívnosť zdravotníckych systémov v jednotlivých krajinách. Podľa Svetovej zdravotníckej organizácie plní zdravotnícky systém niekoľko cieľov, z ktorých hlavný je dosahovanie najlepšieho zdravotného stavu a jeho spravodlivé rozdelenie v populácii. Plnenie týchto cieľov, môžeme označiť ako výstupy alebo efekty vzťahujúce sa k výdajom v zdravotníctve. Samotné hodnotenie a jeho spôsob bolo veľmi prínosné v tom, že vyvolalo novú vlnu záujmu o efektívnosť zdravotníctva. Prvé miesto obsadilo Francúzsko, Slovensko obsadilo 62. miesto, Česká republika 48. miesto a na poslednom mieste je krajina Sierra Leone.

Z oblasti makroekonómie je práca Camanho A.S, a R.G. Dysona „*Cost Efficiency Measurement with Price Uncertainty: A DEA Application to Bank Branch Assessments.*”

¹⁹. Hlavný prínos spočíva v rozvoji metódy odhadu hornej a dolnej hranice pre mieru znižovania nákladov v časoch cenovej nestability, kde môžu byť odhadované pre každú

¹⁷ ANDERSEN, P., PETERSEN, N.C. 1993. A procedure for ranking efficient units in data envelopment analysis. In *Management Sciences*. 1993, vol. 39, p. 1261–1264.

¹⁸ JABLONSKÝ, J., DLOUHÝ, M. 2004. *Modely hodnocení efektivnosti produkčních jednotek*. Praha: Professional Publishing, 2004. s. 11. ISBN 80–86419–49–5.

¹⁹ CAMANHO, A.S., DYSON, R.G. 2005. Cost efficiency measurement with price uncertainty: a DEA application to bank branch assessments. In *European Journal of Operational Research*. [online]. 2005, vol. 161, no 2 [cit. 2012–02–02]. Dostupné na internete: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S037722170300657X>. ISSN 0377–2217.

DMU len maximálne a minimálne hranice vstupných cien. Hranice sa získavajú z vyhodnotenia na pozadí najpriaznivejšieho cenového scenára (optimistická perspektíva) a najmenej priaznivého cenového scenára (pesimistická perspektíva). Vyhodnotenia v cenovej neistote sa zakladajú na rozšíreniach DEA modelu, ktoré zahŕňajú obmedzenia váh. Použitelnosť modelov je ilustrovaná v kontexte analýzy výkonu bankových pobočiek. Získané výsledky ukázali, že DEA model môže poskytnúť výkonné odhady nákladovej efektívnosti aj v situáciách cenovej nestability.

V prostredí energetiky umožňuje DEA stanovenie cenových stropov. Regulačný úrad holandského energetického sektora (Dienst Toezicht Elektriciteitswet; Dte) publikuje prácu „*Methodological Advances in DEA: A survey and an application for the Dutch electricity sector*“²⁰. Prvé miesto efektívnosti energetických firiem pridelil CCR a BCC model firme COGAS a DELTA .

Využitie DEA pri hodnotení rozdielnych odvetví, spracovávali v rámci grantu 5. rámcového programu EÚ členovia Katedry operačného výskumu a ekonometrie Vysoké školy Ekonomickej v Prahe. Štúdia porovnáva a analyzuje rozdiely v produktivite firiem vybraných odvetví. V prípade porovnávania drevárskeho a strojníckeho priemyslu pre malé a veľké firmy najvyššie hodnoty vyšli pre firmy zo západnej časti Nemecka.²¹

„*Využití analýzy obalu dat pro hodnocení efektivnosti českých nemocnic*“²² je príkladom aplikácie DEA v zdravotníctve. Cieľom práce je hodnotenie efektívnosti 22 nemocníc pomocou štyroch základných DEA modelov CCR a BCC orientovaných na vstupy a na výstupy. Prvé miesto efektívnosti získala vo všetkých modelom Fakultná nemocnica na Bulovce.

Ďalším príkladom využitia DEA v makroeknómii je štúdia „*An alternative approach to monetary aggregation in DEA*“²³. Práca navrhuje súbor alternatívnych indexov

²⁰ LAURENS, Ch., THIERRY, P. 2003. – *Statistica Neerlandica*: výskumná správa. Rotterdam: Fund for Scientific Research – Flanders, 2003. s. 410–438.

²¹ JABLONSKÝ, J., DLOUHÝ, M. 2004. *Modely hodnocení efektivnosti produkčních jednotek*. Praha: Professional Publishing, 2004. s. 89. ISBN 80–86419–49–5.

²² DLOUHÝ, M. – JABLONSKÝ, J. – NOVOSAÁDOVÁ, I. 2007. *Politická ekonomie* [online]. 2007, 1. Dostupné na internete: www.vse.cz/polek/download.php?jnl=polek&pdf=590.pdf.

²³ SAHOO K., ACHARYA D. 2010. *European Journal of Operational Research* [online]. 2010, vol. 204, [cit. 2012–03–16]. Dostupné na internete: <http://ideas.repec.org/a/eee/ejores/v204y2010i3p672–682.html>.

založených na DEA, ktorú sú teoreticky a empiricky na úrovni monetárnych agregátov, keďže sú rovnako výkonné ako Divisia agregáty. Na základe výsledkov zaoberajúcich sa závislosťou, predpovedaním a dopytom po peniazoch autori usudzujú, že DEA peňažné agregáty dokázali, že sú minimálne tak konkurencieschopnou alternatívou ako Divisia agregáty. S pokračujúcimi inováciami v ekonomike považujú autori DEA peňažné indexy za schopné lepšie pravdivo zachytiť likviditu.

Štúdia „*DEA – based production planning*“²⁴ je motivovaná problémom plánovania produkcie, ktorému pravidelne čelia organizácie s centrálnym rozhodovaním pri vytváraní nových vstupno – výstupných plánov pre obdobia, v ktorom sa dá predpokladať zmena dopytu. V práci boli navrhnuté dve myšlienky týkajúce sa plánovania. Jedna optimalizuje priemery alebo všeobecný produkčný výkon celej organizácie, meraný CCR efektívnosťou priemernej úrovne vstupov a výstupov všetkých jednotiek. Druhá myšlienka súčasne maximalizuje vstupy a minimalizuje celkové vstupy spotrebovávané všetkými jednotkami. Podľa týchto myšlienok sa rozvíjajú dva DEA prístupy plánovania produkcie, aby sa poskytli najlepšie produkčné plány.

Práca z prostredia banky „*Evolution of bank efficiency in Brazil: A DEA approach*“²⁵ skúma efektívnosť prerozdelenia. U Brazílskych bánk sa zistila nízka úroveň nákladovej efektívnosti v porovnaní s bankami Európy a USA. V období rokov 2000 – 2002 je pre Brazílske banky charakteristická viac technická neefektívnosť ako alokačná. Štátom vlastnené banky sú oveľa efektívnejšie ako zahraničné, súkromné domáce alebo súkromné so zahraničnou účasťou. Tieto výsledky poskytujú niektoré užitočné návody pre finančných a bankových manažérov.

Analýzou efektívnosti poľnohospodárskej ekonomiky Chongqingu sa zaoberá práca „*Agricultural Production Efficiency of Chongqing Based on DEA*“²⁶. Efektívnosť je

²⁴ DU, J. – LIANG, L. – CHEN Y. 2010. European Journal of Operational Research [online]. 2010, vol. 38, [cit. 2012–03–16]. Dostupné na internete: <http://ideas.repec.org/a/eee/jomega/v38y2010i1-2p105-112.html>.

²⁵ STAUB, R. B. – GERALDO, S.S. – TABAK, B.M. 2010. European Journal of Operational Research [online]. 2010, vol. 202, [cit. 2012–03–16]. Dostupné na internete: <http://ideas.repec.org/a/eee/ejores/v202y2010i1p204-213.html>.

²⁶ CHEN H., XIAO, H. 2010. European Journal of Operational Research [online]. 2010, vol. 2, [cit. 2012–03–16]. Dostupné na internete: <http://ideas.repec.org/a/ags/asagre/93649.html>.

analyzovaná použitím celkového výstupu poľnohospodárstva, lesníctva, živočíšnej výroby a rybárskeho priemyslu ako indexu vstupu. Vstupný index zahŕňa celkovú zamestnanosť týchto oblastí, celkovú osevnú plochu obilnín, aplikáciu chemických hnojív, ťažné zvieratá a zavlažovanú plochu. Výsledok ukázal, že mesto Chongqing sa stalo centrom provincie priamo z nariadenia vlády a jeho poľnohospodárska efektívnosť je stále nízka. Udržateľný rozvoj v Chongqingu je slabý a poľnohospodárske zdroje nie sú naplno využité. Na základe tohto sa predkladajú návrhy na zlepšenie poľnohospodárskej efektívnosti v Chongqingu. Odporúča sa zlepšenie organizačného stupňa roľníckych domácností a miera manažmentu industrializácie, zvýšenie kvality vidieckej pracovnej sily, posilnenie vedeckého a technologického vstupu a rozšírenie, zdokonaľovanie budovania vidieckej infraštruktúry a zvyšovanie miery využitia zdrojov.

2 Cieľ práce

Cieľom práce je podať informácie vedúce k pochopeniu podstaty hodnotenia efektívnosti produkčných jednotiek s využitím analýzy obalu dát v prostredí konkurencieschopnosti regiónov a porozumieť modelovému prístupu pri riešení rozhodovacích problémov. V práci sa budeme zaoberať jedným z možných prístupov pre kvantitatívnu ekonomickú analýzu a hodnotenie efektívnosti. Čitateľ by mal získať prehľad o možnostiach uplatnenia DEA, ich výhodách a nevýhodách. Ďalším cieľom je prezentovať aplikáciu vybraných modelov DEA pri hodnotení efektívnosti vybraných regiónov NUTS2, NUTS3 a vyhodnotenie výsledkov.

Východiskom pre prácu bolo získanie prehľadu a pochopenie danej problematiky. Ďalším krokom bolo získané teoretické poznatky adekvátne využiť a naformulovať.

Cieľom prvej kapitoly „Súčasný stav riešenej problematiky doma a v zahraničí“ je zamerať sa na témy konkurencieschopnosť a analýza dátových obalov. V prvej podkapitole stručne vysvetliť pojem konkurencieschopnosť, pozadie jeho formovania a hodnotenie prostredníctvom multikriteriálnych indexov. Ďalej je našim cieľom v teoretickej časti oboznámiť čitateľa s aktuálnymi výsledkami merania ekonomickej výkonnosti a konkurencieschopnosti na regionálnej úrovni. Túto časť by sme chceli zakončiť uvedením charakteristických oblastí, kde sa v praxi modely DEA pre hodnotenie efektívnosti využívajú.

V úvode druhej podkapitoly máme za cieľ stručne popísať základnú terminológiu používanú v analýze dátových obalov. Ďalej by sme chceli čitateľovi objasniť na akých princípoch je metóda DEA založená, rozlíšiť typy jednotiek s ktorými pracujeme pri výpočte efektívnosti a aké výsledky metóda DEA poskytuje. Prostredníctvom matematickej formulácie poskytnúť prehľad detailnej charakteristiky základných modelov DEA a naznačiť možnosti, z ktorých možno pri analýze efektívnosti súboru jednotiek vychádzať.

Po oboznámení s potrebnými pojmami sa chceme venovať podstate práce, ktorou je analýza konkurencieschopnosti vybraných regiónov prostredníctvom DEA modelov na určenie ich efektívnosti.

3 Metodika skúmania

Predmetom skúmania v diplomovej práci sú vybrané regióny podľa metodiky členenia NUTS2 a NUTS3. NUTS2 reprezentujú regióny štátov V4 – Vyšehradskej štvorky: Slovenská republika, Maďarsko, Poľsko a Česká republika. NUTS3 reprezentujú zodpovedajúce regióny Slovenskej republiky.

Postup uplatnený pri riešení diplomovej práce je nasledovný:

- nadobudnutie potrebných teoretických poznatkov
- vybranie regiónov pre aplikáciu modelov obalov dát
- získanie databázy vstupných údajov (EUROSTAT)
- určenie vstupov, výstupov zvolených pre potrebné výpočty
- tvorba potrebných programov pre výpočty v GAMS a Visual Basic
- prevedenie výpočtu efektívnosti produkčných jednotiek za použitia vybraného DEA modelu
- návrh optimalizačného riešenia pre hodnotený región
- zhrnutie a vyhodnotenie výsledkov

3.1 Analýza dátových obalov

Modely dátových obalov slúžia pre hodnotenie efektívnosti produkčných jednotiek na základe veľkosti vstupov a výstupov. Hodnotenými jednotkami môžu byť pobočky bánk, supermarketov, nemocnice, školy, úrady a pod. Analýza dátových obalov je vhodná na zisťovanie technickej efektívnosti jednotiek, ktoré sú vzájomne porovnateľné. To znamená, že používajú rovnaké vstupy na vyprodukovanie rovnakých výstupov, avšak v ich výkonoch sú určité rozdiely.²⁷

Úlohy optimálnej alokácie zdrojov sa stretávajú s problémami, že v niektorých odvetviach nie je možné použiť peňažné jednotky ako spoločný menovateľ umožňujúci sčítanie rôznych vstupov a výstupov hodnotených jednotiek.²⁸

3.1.1 Teoretické východiská analýzy dátových obalov

Viackriteriálne rozhodovanie, ako východisková oblasť DEA, je modelovanie rozhodovacích situácií, v ktorých máme definovanú množinu variantov a súbor kritérií, podľa ktorých budeme varianty hodnotiť. Účelom modelov je nájsť buď „najlepšiu“ variantu podľa všetkých uvažovaných jednotiek, vylúčenie neefektívnych variantov alebo usporiadanie množiny variantov.¹⁰

DEA modely predpokladajú, že pre daný problém existuje množina prípustných možností a tá je určená tzv. efektívnou hranicou. Vytvára množinu prípustných možností zo všetkých možných kombinácií vstupov a výstupov. Efektívnymi jednotkami sú tie produkčné jednotky, ktorých kombinácie vstupov a výstupov ležia na efektívnej hranici a naopak neefektívnymi nazývame jednotky, ktoré ležia mimo efektívnej hranice.

Základnými prvkami resp. objektmi, s ktorými DEA pracuje je virtuálna jednotka a homogénna jednotka.

²⁷ FRIEBELOVÁ, J. *Metoda analýzy dátových obalů* [online]. [cit. 2011-09-05]. Dostupné na internete: http://www2.ef.jcu.cz/~jfrieb/prednasky_komplet/skriptaRM_DEA.pdf.

²⁸ BROŽOVÁ, H. – HOUŠKA, M. – ŠUBRT, T. 2003. *Modely pro vícekritériální rozhodování*. Praha: CREDIT, ČZU v Praze, 2003. s. 126. ISBN 80-213-1019-7.

Virtuálna jednotka vyjadruje efektívnu spotrebu vstupov a produkciu výstupov pre neefektívnu jednotku. Je váženým súčtom niektorých efektívnych jednotiek v systéme, ktoré sa nazývajú „peer“ jednotky pre danú neefektívnu jednotku. Virtuálna jednotka je základom pre hodnotenie skutočných jednotiek. Skutočná jednotka je neefektívna, pokiaľ produkuje menej výstupov alebo spotrebováva viac vstupov než jej virtuálna jednotka.

Homogénnu jednotku vytvára súbor jednotiek, ktoré sa zaoberajú produkciou identických alebo ekvivalentných efektov, ktoré označujeme ako výstupy tejto jednotky. Budeme uvažovať predovšetkým žiaduce pozitívne efekty, tj. také, ktorých vyššia hodnota vedie, za inak nezmenených podmienok, k vyššej výkonnosti danej jednotky. Pre vytváranie efektov spotrebováva produkčná jednotka vstupy, ktoré sú naopak svojou povahou minimalizačné, tzn. nižšia hodnota týchto vstupov vedie k vyššej výkonnosti sledovanej jednotky.²⁹

Otázkou výkonnosti produkčného systému sa zaoberá teória efektívnosti. Týka sa transformačného procesu a popisuje vzťahy medzi vstupmi a výstupmi. Efektívnosť produkčných jednotiek je teda daná pomerom vstupov a výstupov.³⁰ Z definície efektívnosti „jednotka je efektívna ak spotrebováva malé množstvo vstupov vo vzťahu k produkcii veľkého množstva výstupov“ vyplýva, že riešením pre neefektívne jednotky (tie, ktoré sa nenachádzajú na hranici efektívnosti) je úprava ich vstupov (zníženie ich spotreby) alebo výstupov (zvýšenie ich produkcie).

V súčasnosti rastie záujem merať a porovnávať efektívnosť organizačných jednotiek. Predovšetkým tam, kde možno tieto jednotky považovať za relatívne homogénne. Ich zrovnateľnosť plynie z používania rovnakých vstupov k produkovaniu rovnakých výstupov, avšak v ich výkonoch sú určité rozdiely.³¹

²⁹ JABLONSKÝ, J., DLOUHÝ, M. 2004. *Modely hodnocení efektivnosti produkčních jednotek*. Praha : Professional Publishing, 2004. s. 71. ISBN 80–86419–49–5.

³⁰ BROŽOVÁ, H. – HOUŠKA, M. – ŠUBRT, T. 2003. *Modely pro vícekritériální rozhodování*. Praha: CREDIT, ČZU v Praze, 2003. s. 127. ISBN 80–213–1019–7.

³¹ <http://www.deazone.com/tutorial/Introduction.htm>

Obvyklá (bežná) miera efektívnosti je definovaná:

(3.1)

$$efektívnosť = \frac{\text{výstup}}{\text{vstup}}$$

Použitím tohto vzťahu dostávame ukazovatele ako sú tržby alebo zisk na jedného pracovníka a pod. Pri porovnávaní efektívnosti organizačných jednotiek je takto definovaná efektívnosť často neadekvátne, a to v dôsledku existencie viacerých rozmanitých vstupov a výstupov, vzťahujúcich sa k rozdielnym zdrojom, činnostiam a faktorom životného prostredia. Tento problém odstraňuje relatívna miera efektívnosti, ktorá umožňuje vyjadriť efektívnosť včleňujúca do pomeru viacnásobné vstupy a výstupy.

Bežná miera relatívnej efektívnosti:

(3.2)

$$efektívnosť = \frac{\text{vážená suma vstupov}}{\text{vážená suma výstupov}}$$

bežný zápis:

(3.3)

$$efektívnosť jednotky k = \frac{u_1 y_{1j} + u_2 y_{2j} + \dots}{v_1 x_{1j} + v_2 x_{2j} + \dots}$$

Kde: u_1 = váha výstupu 1

y_{1j} = úroveň výstupu 1 jednotky k,

v_1 = váha vstupu 1,

x_{1j} = úroveň vstupu 1 jednotky k.

Kde $k = 1, 2, \dots, p$.

Výsledná hodnota efektívnosti je z intervalu $\langle 0, 1 \rangle$.

Východiskom merania efektívnosti je aplikácia spoločného systému váh pre všetky jednotky. V dôsledku toho vzniká problém, ako taký spoločný systém váh získať. Stanovenie spoločného systému váh môžu sprevádzať dva druhy problémov. Môže byť zložitá určiť hodnotu vstupov a výstupov. V ďalšom prípade môžu jednotlivé jednotky hodnotiť jednotlivé vstupy a výstupy odlišne (odlišujú sa relatívne hodnoty ich vstupov a výstupov) a preto požadovať odlišné váhy. Meranie efektívnosti, spojené s predpokladom, že je požadovaný jediný jednotný systém váh, je preto nevyhovujúci.

3.1.2 Princípy modelov DEA

Modely analýzy obalu dát (DEA – Data Envelopment Analysis) sú špecializované modelové nástroje pre hodnotenie efektívnosti, výkonnosti a produktivity homogénnych produkčných jednotiek.³²

Cieľom metódy je rozdelenie skúmaných objektov na efektívne a neefektívne podľa veľkosti spotrebovaných zdrojov a množstva vyrábanej produkcie alebo iného typu výstupov. DEA porovnáva jednotky vzhľadom k najlepším jednotkám. Modely DEA vychádzajú z Farrellovho modelu pre meranie efektívnosti jednotiek s jedným vstupom a jedným výstupom, ktorý rozšírili Charnes, Cooper a Rhodes (CCR rok. 1976) a Banker, Charnes a Cooper (BCC).³³

DEA modely vychádzajú z predpokladu, že pre daný problém existuje množina produkčných možností. Množinu tvoria všetky prípustné kombinácie vstupov a výstupov a je určená efektívnou hranicou.³⁴ Pokiaľ táto kombinácia leží na hranici, jedná sa o efektívnu jednotku. Jednotka, ktorá je efektívna spotrebovávajúca malé množstvo vstupov na veľké množstvo výstupov. V prípade, že jednotka efektívna nie je (neleží na hranici produkčných možností), je nutné modifikovať veľkosť výstupov alebo vstupov. Túto

³² JABLONSKÝ, J., DLOUHÝ, M. 2004. *Modely hodnocení efektivnosti produkčních jednotek*. Praha : Professional Publishing, 2004. s. 71. ISBN 80–86419–49–5.

³³ FIALA, P. 2002. *Modelování a analýza produkčních systému*. Praha: Professional Publishing, 2002. s 126. ISBN 80–86419–19–3.

³⁴ BROŽOVÁ, H. – HOUŠKA, M. – ŠUBRT, T. 2003. *Modely pro vícekritériální rozhodování*. Praha: CREDIT, ČZU v Praze, 2003. s. 72. ISBN 80–213–1019–7.

úpravu realizuje DEA pomocou modelov. DEA modely orientované na výstupy sa snažia nájsť virtuálnu jednotku maximalizáciou výstupov pri zachovaní úrovne vstupov. Naopak modely vstupne orientované sa snažia nájsť virtuálnu jednotku minimalizáciou vstupov pri zachovaní danej úrovne výstupov. Modely, ktoré využívajú kombináciu oboch možností sa nazývajú aditívne alebo odchýlkové modely.

Vstupné údaje modelu DEA³⁵

- súbor hodnotených jednotiek – DMU_k , $k = 1, 2, \dots, p$
- spotrebované vstupy x_{ik} , $i = 1, 2, \dots, m$, $k = 1, 2, \dots, p$, spotreba i – tého vstupu k – tou jednotkou
- produkované výstupy y_{jk} , $j = 1, 2, \dots, n$, $k = 1, 2, \dots, p$, produkcia i – tého výstup k – tou jednotkou

Pre odvodenie množiny produkčných možností a určenie podoby efektívnej hranice je potrebné prijať predpoklad o charaktere výnosov z rozsahu pre danú úlohu. Výnosy z rozsahu odzrkadľujú reakciu celkového produktu pri zvýšení všetkých vstupov proporcionálne. Rozlišujeme tri prípady:

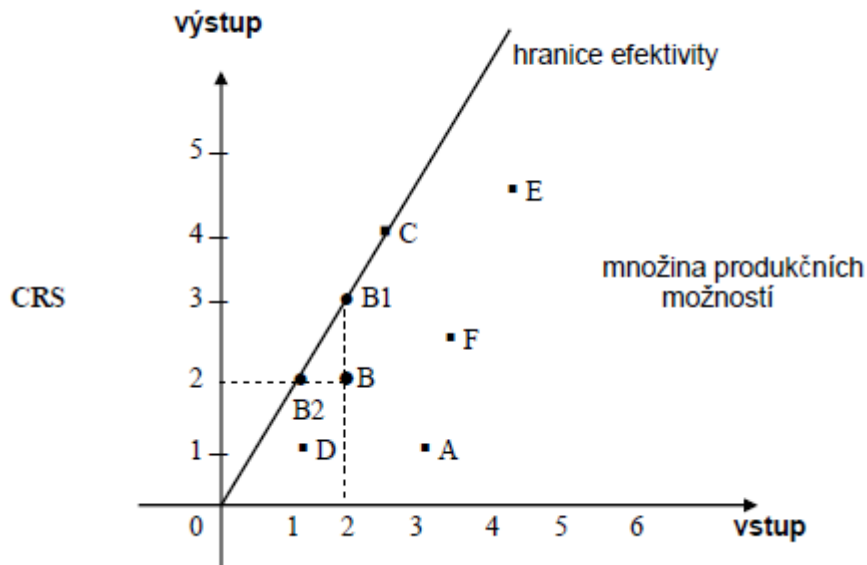
1. konštantné výnosy z rozsahu – zmena všetkých vstupov vedie k rovnako veľkému zvýšeniu výstupu
2. klesajúce výnosy z rozsahu – proporcionálne zvýšenie vstupov vedie k nižšiemu než proporcionálnemu zvýšeniu celkového výstupu
3. rastúce výnosy z rozsahu – zvýšenie všetkých vstupov vedie k viac než proporcionálnemu zvýšeniu úrovne výstupov

Konštantné výnosy z rozsahu (Constant returns to scale – CRS)

Ak je kombinácia vstupov a výstupov (x, y) prvkom množiny produkčných možností, potom je prvkom tejto množiny aj kombinácia tejto množiny $(\alpha x, \alpha y)$, kde $\alpha > 0$. Pokiaľ je jednotka s určitou kombináciou vstupov a výstupov efektívna, potom bude efektívna aj

³⁵ JABLONSKÝ, J., DLOUHÝ, M. 2004. *Modely hodnocení efektivnosti produkčních jednotek*. Praha : Professional Publishing, 2004. s. 128. ISBN 80-86419-49-5.

jednotka, ktorej vstupy a výstupy sú α násobky vstupov a výstupov pôvodnej efektívnej jednotky.



Obr. 1 Hranica efektívnosti – konštantné výnosy z rozsahu

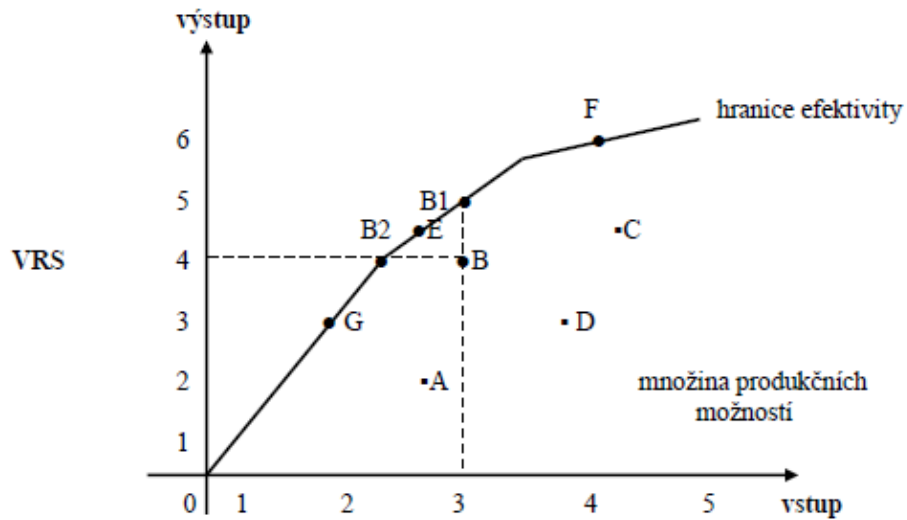
Produkčné jednotky reprezentujú písmená A, B,...F. Jediná jednotka, ktorá leží na hranici efektívnosti je jednotka C. Vyberieme si neefektívnu jednotku B, ktorá pre dosiahnutie efektívnosti musí:

- znížiť svoj vstup z hodnoty 2 na novú nižšiu hodnotu 1. Úroveň objemu výstupu si jednotka B zachováva. Získame tak virtuálnu jednotku B2. Model s minimalizáciou vstupu nazývame vstupne orientovaný.
- zvýšiť svoj výstup z hodnoty 2 na hodnotu 3. Úroveň objemu vstupu si jednotka B zachováva. Pre jednotku B tak dostávame virtuálnu jednotku B1. Maximalizujeme výstup a preto sa jedná o model výstupne orientovaný.
- kombinácia oboch predchádzajúcich možností

Variabilné výnosy z rozsahu (VRS – Variable returns to scale)

Predpoklad variabilných výnosov z rozsahu vedie k modifikácii efektívnej hranice. Pre zachovanie efektívnosti nemusí byť α násobok vstupov doplnený rovnakým násobkom výstupov. Následkom toho bude jednotka efektívna aj keď nárast výnosov bude nižší alebo vyšší ako zodpovedajúci nárast vstupov. Za predpokladu VRS je miera efektívnosti

hodnotených jednotiek vyššia (presnejšie nebude nižšia) ako pri uvažovaní CRS. Množina produkčných možností nadobúda konvexný tvar – konvexný obal dát.



Obr. 2 Hranica efektívnosti – variabilné výnosy z rozsahu

Písmená A, B.....G opäť reprezentujú produkčné jednotky. Vidíme, že hranica efektívnosti nadobúda iný tvar a zvýšil sa aj počet efektívnych jednotiek – E, F, G. Za účelom dosiahnutia efektívnej jednotky má neefektívna produkčná jednotka B opäť tri možnosti:

- zvýšiť svoj výstup a zachovať rovnakú úroveň vstupu. Dostáva sa na pozíciu virtuálnej jednotky B1. Hovoríme o výstupne orientovanom modeli.
- zníži svoj vstup a zachovať súčasnú hodnotou výstupu. Vzorová virtuálna jednotka je jednotka B2. Jedná sa o vstupne orientovaný model.
- kombinácia oboch predchádzajúcich možností

3.1.3 Základné modely analýzy obalu dát

V tejto kapitole si predstavíme fungovanie Data Envelopment Analysis v niekoľkých základných matematických modeloch.³⁶

3.1.3.1 CCR model

Prvý DEA model bol navrhnutý Charnesem, Cooperem a Rhodesem v roku 1978. Model maximalizuje mieru efektívnosti hodnotenej jednotky DMU. Pre zabezpečenie podmienky, aby miera efektívnosti všetkých jednotiek bola menšia alebo rovná jednej, je táto jednotka vyjadrená ako podiel vážených vstupov a vážených výstupov. CCR DEA model počíta váhy vstupov a výstupov optimalizačným výpočtom. Pri dodržaní podmienok, maximálnej jednotkovej efektívnosti všetkých ostatných jednotiek, vypočíta pre hodnotenú jednotku čo najpriaznivejšie váhy.

Model vyjadrený ako úloha lineárneho programovania:

(3.4)

Maximalizovať

$$z = \frac{\sum_i^r u_i y_{iq}}{\sum_j^m v_j x_{jq}}$$

za podmienok

$$\frac{\sum_i^r u_i y_{ik}}{\sum_j^m v_j x_{jk}} \leq 1 \quad k = 1, 2, \dots, n$$

$$u_i \geq \varepsilon \quad i = 1, 2, \dots, r$$

$$v_j \geq \varepsilon \quad j = 1, 2, \dots, m$$

³⁶ JABLONSKÝ, J., DLOUHÝ, M. 2004. *Modely hodnocení efektivnosti produkčních jednotek*. Praha : Professional Publishing, 2004. s. 79. ISBN 80-86419-49-5.

kde

z – miera efektívnosti jednotky DMU ,

ε – infinitezimálna konštanta³⁷

x_{ik} – $i = 1, 2, \dots, m$, $k = 1, 2, \dots, n$ – hodnota i – tého vstupu pre jednotku U_k

y_{ik} – $i = 1, 2, \dots, r$, $k = 1, 2, \dots, n$ – hodnota i – tého výstupu pre jednotku U_k

Úlohu možno previesť na štandardnú úlohu lineárneho programovania pomocou Charnes – Cooperovej transformácie.

(3.5)

Maximalizovať $z = \sum_i^r u_i y_{iq}$

za podmienok

$$\sum_i^r u_i y_{ik} \leq \sum_j^m v_j x_{jk} \quad k = 1, 2, \dots, n$$

$$\sum_j^m v_j x_{jq} = 1$$

$$u_i \geq \varepsilon \quad i = 1, 2, \dots, r$$

$$v_j \geq \varepsilon \quad j = 1, 2, \dots, m$$

Hodnotená jednotka DMU leží na CCR efektívnej hranici a označuje sa ako CCR efektívna v prípade, že optimálna hodnota miery efektívnosti, vypočítaná modelom sa rovná jednej, tj. $z^* = 1$. Miera efektívnosti nižšia ako jedna platí pre neefektívnej jednotky. Model býva označovaný ako **primárny CCR model orientovaný na vstupy** a predpokladáme konštantné výnosy z rozsahu.

³⁷ Infinitezimálna konštanta zabezpečuje, že všetky váhy vstupov a výstupov budú kladné a budú tak aspoň nejakou minimálnou mierou zahrnuté v modeli

Pre jednoduchšie výpočty a interpretáciu je výhodné pracovať s modelom, ktorý je duálne združený k upravenému transformovanému modelu. Tento model sa niekedy označuje ako **duálny CCR model orientovaný na vstupy**.

(3.6)

minimalizovať

$$\theta_q$$

za podmienok

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} \lambda_j \leq \theta_q x_{iq} \quad i = 1, 2, \dots, m$$

$$\sum_{j=1}^n y_{ij} \lambda_j \geq y_{iq} \quad i = 1, 2, \dots, r$$

$$\lambda_j \geq 0 \quad j = 1, 2, \dots, n$$

kde

$\lambda = (\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n)$, $\lambda \geq 0$ je vektor váh³⁸

θ_q miera efektívnosti hodnotenej jednotky DMU³⁹

Cieľom hodnotenia jednotky DMU je nájsť virtuálnu jednotku, ktorá je charakterizovaná vstupmi a výstupmi. Vstupy a výstupy sú lineárnou kombináciou vstupov a výstupov ostatných jednotiek daného súboru, a ktoré sú lepšie (presnejšie nie sú horšie) než vstupy a výstupy hodnotenej jednotky DMU. V prípade, že je virtuálna jednotka identická s hodnotenou jednotkou, jednotku DMU klasifikujeme ako efektívnu. To nastáva vtedy, ak je premenná $\theta_q = 1$. Zároveň však musí byť zabezpečené, aby sa všetky premenné v modeli, ktoré prevádzajú nerovnosti na rovnosť rovnali nule. Po doplnení týchto premenných do tohto modelu bude tvar CCR modelu pri orientácii na vstupy nasledujúci tvar v maticovom zápise:

³⁸ λ vektor váh, ktoré sú priradené jednotlivým jednotkám. Jedná sa o vektor premenných tohto modelu.

³⁹ θ_q môžeme interpretovať aj ako potrebnú mieru redukcie vstupov pre dosiahnutie efektívnej hranice a jej hodnota bude menšia alebo rovná jednej.

$$\text{minimalizovať} \quad z = \theta_q - \varepsilon (e^T s^+ + e^T s^-)$$

$$\text{za podmienok} \quad X\lambda + s^- = \theta_q X_q$$

$$Y\lambda - s^+ = y_q$$

$$\lambda, s^+, s^- \geq 0$$

kde

s^+, s^- sú vektory doplnkových premenných v obmedzeniach pre vstupy a výstupy

X, Y sú matice usporiadaných hodnôt vstupov a výstupov rozmeru (m, n) resp. (r, n)

e^T a ε je infinitezimálna konštanta, ktorá sa volí spravidla ako 10^{-8}

Ak sa optimálna hodnota účelovej funkcie modelu rovná jednej, jednotka DMU je CCR efektívna. V opačnom prípade jednotka efektívna nie je. Optimálna hodnota účelovej funkcie z^* sa označuje ako miera efektívnosti hodnotenej jednotky (vzhľadom k nekonečne malej hodnote konštanty ε sa z^* v podstate zhoduje s optimálnou hodnotou θ_q^*). Optimálna hodnota θ_q^* je zvyčajne u neefektívnych jednotiek menšia ako jedna. Táto hodnota potom ukazuje potrebu proporcionálneho zníženia (zlepšenia) vstupov, tak aby sa jednotka DMU stala efektívnou.

DEA modely umožňujú získať odhad miery efektívnosti pre jednotky daného súboru a na základe tejto miery efektívnosti jednotky usporiadať. Dôležitou črtou je predovšetkým to, že poskytuje rozhodovateľovi informácie o tom, akým spôsobom by sa malo zlepšiť chovanie hodnotenej jednotky, tak aby sa táto jednotka stala efektívnou. Získať tieto cieľové hodnoty pre dosiahnutie efektívnej hranice (označenie x_q' a y_q') možno z optimálnych výsledkov modelu dvomi spôsobmi:

1. $x_q' = X\lambda^*$, $y_q' = Y\lambda^*$, kde λ^* je vektor optimálnych hodnôt váh vypočítaných modelom.
2. $x_q' = \theta_q^* x_q - s^{*-}$, $y_q' = y_q + s^{*+}$ kde symboly s hviezdíčkou (*) sú vektory optimálnych hodnôt premenných modelu.

Analogicky môžeme formulovať modely orientované na výstupy. **Primárny CCR model orientovaný na výstupy** je formulovaný nasledovne:

minimalizovať

(3.8)

$$g = \sum_j^m v_j x_{jq}$$

za podmienok

$$\sum_i^r u_i y_{ik} \leq \sum_j^m v_j x_{jk} \quad i = 1, 2, \dots, m$$

$$\sum_i^r u_i y_{iq} = 1$$

$$u_i \geq \varepsilon \quad i = 1, 2, \dots, r$$

$$v_j \geq \varepsilon \quad j = 1, 2, \dots, m$$

Duálny CCR model orientovaný na výstupy

Maticový zápis modelu:

(3.9)

maximalizovať

$$g = \phi_q - \varepsilon (e^T s^+ + e^T s^-)$$

za podmienok

$$X\lambda + s^- = X_q$$

$$Y\lambda - s^+ = \phi_q y_q$$

$$\lambda, s^+, s^- \geq 0$$

Interpretácia výsledkov modelu je podobná, ako tomu bolo v predchádzajúcom modeli. Jednotka DMU je efektívna, ak optimálna hodnota účelovej funkcie $g^* = 1$. Pokiaľ je táto hodnota väčšia ako jedna, jednotka efektívna nie je a optimálna hodnota premennej Φ_q^*

vyjadruje potrebu proporcionálneho navýšenia výstupu pre dosiahnutie efektívnosti. Cieľové hodnoty vstupov a výstupov x_q' a y_q' pre CRR model orientovaný na výstupy sa získajú analogicky ako v predchádzajúcom modeli.

3.1.3.2 BCC model

V roku 1984 navrhli Banker, Charnes a Cooper modifikáciu CCR modelu, ktorá uvažuje variabilné výnosy z rozsahu (klesajúce, rastúce alebo konštantné). Tento model býva často označovaný ako BCC model. Pri použití BCC modelu je označených viac efektívnych jednotiek v dôsledku toho, že konkávny tvar sa mení na konvexný. Tvar zápisu základného modelu stačí rozšíriť o podmienku konvexnosti $e^T \lambda = 1$ v CCR modeli. Duálny model orientovaný na vstupy má nasledujúci tvar:

minimalizovať

(3.10)

$$z = \theta_q - \varepsilon (e^T s^+ + e^T s^-)$$

za podmienok

$$X\lambda + s^- = \theta_q X_q$$

$$Y\lambda - s^+ = y_q$$

$$e^T \lambda = 1$$

$$\lambda, s^+, s^- \geq 0$$

kde všetky použité symboly majú rovnakú interpretáciu ako maticový zápis duálneho CCR modelu orientovaného na vstupy. Opäť je žiaduce aby platilo, že hodnota premennej θ je rovná jednej a súčasne všetky doplnkové premenné s_i^+, s_i^- sa rovnajú nule, tzn., že optimálna hodnota účelovej funkcie modelu $z^* = 1$. Jednotky, ktoré nie sú efektívne, majú hodnotu $z^* < 1$.

Primárny BCC model orientovaný na vstupy

Zápis primárneho BCC modelu orientovaného na vstupy je nasledovný:

maximalizovať

(3.11)

$$z = \sum_i^r u_i y_{iq} + \mu$$

za podmienok

$$\sum_i^r u_i y_{ik} + \mu \leq \sum_j^m v_j x_{jk}$$

$$\sum_j^m v_j x_{jq} = 1$$

$$u_i \geq \varepsilon \quad i = 1, 2, \dots, r$$

$$v_j \geq \varepsilon \quad j = 1, 2, \dots, m$$

$$\mu - \text{voľné}$$

kde

μ je duálna premenná priradená podmienke konvexnosti $e^T \lambda = 1$ modelu.

V CCR modeli hodnota premennej $\mu = 0$, v BCC modeli môže byť táto premenná ľubovoľná (môže nadobúdať kladné i záporné hodnoty, ale i nulové).

Formulácia primárneho BCC modelu orientovaného na výstupy je nasledovná:

minimalizovať

(3.12)

$$g = \sum_i^m v_j x_{jq} + v$$

za podmienok

$$\sum_i^r u_i y_{ik} \leq \sum_j^m v_j x_{jk} + v$$

$$\sum_i^r u_i y_{iq} = 1$$

$$u_i \geq \varepsilon \quad i = 1, 2, \dots, r$$

$$v_j \geq \varepsilon \quad i = 1, 2, \dots, m$$

v – voľné

kde

v je duálna premenná prislúchajúca podmienke konvexnosti $e^T \lambda = 1$ duálneho BCC modelu orientovaného na výstupy.

Optimálna hodnota účelovej funkcie g^* je pre BCC efektívnej jednotky rovná jednej. Pre neefektívne jednotky nadobúda hodnotu väčšiu než jedna a udáva mieru navýšenia výstupov pre dosiahnutie efektívnej hranice.

3.1.3.3 Aditívny model

Oba vyššie uvedené modely sú radiálne modely. Znamená to, že tieto modely obsahujú radiálne premenné θ_q (u modelov orientovaných na vstupy) a Φ_q (u modelov orientovaných na výstupy), ktoré udávajú minimálnu potrebnú mieru redukcie všetkých vstupov (θ_q) a mieru navýšenia všetkých výstupov (Φ_q) pre dosiahnutie efektívnej hranice. U týchto modelov je potrebné rozlišovať medzi orientáciou na vstupy a výstupy. Aditívny model, ktorý sa tiež niekedy označuje ako SBM (Slack Based Measure) model, meria efektívnosť priamo pomocou hodnôt doplnkových premenných $s_i^+ s_i^-$ a pri jeho formulácii nie potrebné rozlišovať medzi orientáciou na vstupy a výstupy. Základná formulácia modelu je nasledovná:

maximalizovať

$$z = e^T s^+ + e^T s^-$$

za podmienok

$$X\lambda + s^- = X_q$$

$$Y\lambda - s^+ = y_q$$

$$e^T \lambda \leq 1$$

$$\lambda, s^+, s^- \geq 0$$

Ak platí, že sú optimálne hodnoty všetkých doplnkových premenných rovné nule, hodnotená jednotka DMU je označená za ADD – efektívnu tzn. $s_i^{+*} = 0, i = 1, 2, \dots, r$ a $s_i^{-*} = 0, i = 1, 2, \dots, m$. V opačnom prípade hodnotená jednotka ADD – efektívna nie je. Cieľové hodnoty pre vstupy a výstupy pre dosiahnutie efektívnej hranice sa v aditívnom modeli získajú jedným z nasledujúcich spôsobov:

1. $x_q' = X\lambda^*, y_q' = Y\lambda^*$, kde λ^* je vektor optimálnych hodnôt váh vypočítaných modelom.
2. $x_q' = x_q - s^{*-}, y_q' = y_q + s^{*+}$ kde symboly s hviezdičkou (*) sú vektory optimálnych hodnôt premenných modelu.

K ďalším DEA modelom patrí napr.: SBM model – Tone (2002), DEA modely s nekontrolovateľnými vstupmi a výstupmi, DEA modely s nežiaducimi vstupmi a výstupmi, DEA modely superefektívnosti, DEA diskkrétne modely – model FDH a i.⁴⁰

⁴⁰ pre ďalšie informácie odporúčam čitateľovi publikáciu:

JABLONSKÝ, J., DLOUHÝ, M. 2004. *Modely hodnocení efektivnosti produkčních jednotek*. Praha : Professional Publishing, 2004. ISBN 80-86419-49-5.

BROŽOVÁ, H. – HOUŠKA, M. – ŠUBRT, T. 2003. *Modely pro vícekritériální rozhodování*. Praha: CREDIT, ČZU v Praze, 2003. ISBN 80-213-1019-7.

<http://www.deazone.com/>

3.1.4 Výsledky, výhody a nevýhody metódy DEA

Základné výsledky výpočtu modelom DEA sú:

- koeficienty technickej efektívnosti jednotlivých jednotiek – určenie či jednotka je alebo nie je efektívna
- miera zníženia vstupov alebo zvýšenie výstupov, ktorá vedie k efektivite jednotky
- určenie peer jednotiek pre každú neefektívnu jednotku
- určenie koeficientov kombinácie peer jednotiek, ktoré tvoria virtuálnu efektívnu jednotku pre neefektívnu jednotku⁴¹

Výpočtom získaný koeficient technickej efektívnosti je relatívny. Vyjadruje efektívnosť jednotky v rámci skúmanej skupiny jednotiek. Ak je rovný jedenej, znamená to, že jednotka je efektívna. Pokiaľ je optimálna hodnota koeficientu technickej efektívnosti menší ako jedna, je v skupine jednotiek aspoň jedna lepšia jednotka.

Nevýhodou metódy DEA je skutočnosť, že neefektívna jednotka sa môže javiť ako efektívna. Jedná sa o efektívnosť v skúmanej skupine, efektívnosť praktickú nie teoretickú. Naopak neefektívna jednotka nemôže poukazovať na to, že by s inými váhami bola efektívna, lebo váhy boli stanovené podľa nej.

Dôsledok tohto prístupu je, že efektívnych jednotiek sa javí väčšie množstvo. Tento problém vzrastie ešte viac, pokiaľ jednotky spotrebovávajú malé množstvo niektorého typu vstupov a naopak produkujú veľké množstvo niektorého z výstupov. Prejavom týchto relatívne výhodných vstupov a výstupov sú vysoké váhy, ostatné váhy nízke a jednotka bude efektívna. Preto sa odporúča zabezpečiť, aby žiadna váha nebola nulová a často tiež, aby žiadna váha neprekročila vhodne stanovenú maximálnu hodnotu. Pri vhodne stanovených horných hraniciach môže nastať situácia, že váhy vstupov a výstupov budú pre jednotlivé jednotky podobné alebo dokonca rovnaké. V takomto prípade nastal konsenzus medzi jednotkami o veľkosti hľadaných váh.

Veľkou výhodou metódy DEA je možnosť začleniť faktory z okolitého prostredia jednotiek a sociálnych faktory buď ako vstupy alebo výstupy. Typickými aplikáciami sú

⁴¹ BROŽOVÁ, H. – HOUŠKA, M. – ŠUBRT, T. 2003. *Modely pro vícekritériální rozhodování*. Praha: CREDIT, ČZU v Praze, 2003. s. 142. ISBN 80-213-1019-7.

preto hodnotenie a porovnávanie efektívnosti systémov ako sú školy, nemocnice, poľnohospodárske podniky, banky, výskumné organizácie, doprava a rôzne oblasti verejných služieb, teda predovšetkým systémy s veľmi rôznorodými a zle agregovateľnými vstupmi a výstupmi.

DEA sa stala atraktívna pre svoju schopnosť spracovať súčasne viacnásobné vstupy a výstupy bez potreby agregácie, špecifikovať produkčné vzťahy neparametricky bez viazania sa určitou funkčnou formou, analyzovať potencionálne nákladové úspory a produkčné zisky plynúce zo zmien vstupov a výstupov.

4 Hodnotenie konkurencieschopnosti vybraných regiónov

V tejto kapitole diplomovej práce aplikujeme modely DEA pre analýzu konkurencieschopnosti regiónov Vyšehradskej štvorky. Metódu DEA aplikujeme na 8 regiónov NUTS3 Slovenskej Republiky a na 35 regiónov štyroch štátov V4. Údaje pre NUTS2 boli získané z databázy Eurostatu a pre NUTS3 z databázy Štatistického úradu. V hlavnej časti pomocou dostupných údajov a zvolených modelov vypočítame efektívnosť, zhodnotíme konkurencieschopnosť jednotlivých regiónov a úroveň využitia vstupov vzhľadom na dosiahnutú mieru efektívnosti. Prezentujeme viaceré možnosti výpočtu hodnôt efektívnosti. Údaje pre analýzu sú z obdobia rokov 2000 až 2007 pre regióny NUTS2 a z rokov 2000 až 2009 pre regióny NUTS3. Zvolili sme sedem premenných, ktoré by mohli vplyvať na efektívnosť sledovaných regiónov. Jeden z nich reprezentuje vstup a šesť výstupy.

Prvým vstupom pre regióny NUTS2 je počet zamestnaných v dôležitej oblasti ekonomiky – Ľudské zdroje vo vede a technológiách – HRinSaT (v % z EAP). Je zrejmé, že na celkovú výkonnosť regiónu má vplyv počet zamestnaných osôb v rôznych sektoroch ekonomiky vo veku 15 – 64 rokov. Ekonomicky aktívne obyvateľstvo – EAP (v tis.) sme vybrali ako druhý vstup. Ako ďalší vstup sme zvolili ukazovateľ Tvorba hrubého fixného kapitálu – GFCF (v mil. Eur), ktorý odzrkadľuje schopnosť regiónu transformovať svoj kapitál na ďalší rozvoj. Z pohľadu konkurencieschopnosti je dôležitým ukazovateľom Disponibilný príjem domácností – IofH (v mil. PPS) nakoľko odráža kúpyschopnosť regiónu. Hrubý domáci produkt – GDP (v mil. PPS) je najdôležitejší makroekonomický agregát. GDP na regionálnej úrovni je v našej analýze ukazovateľom výstupu.

Prvý vstup pre regióny NUTS3 Výdavky na výskum a vývoj – VnaVV (v Eur) meria kľúčové investície v oblasti výskumu a vývoja. Tieto investície majú za následok vyšší Hrubý domáci produkt, podporujú budúcu konkurencieschopnosť a sú jedna z hlavných hnacích síl podpory hospodárskeho rastu. Vstupy Čisté peňažné príjmy domácností – CPPD (v Eur), Regionálna zamestnanosť – ZAM (počet zam.), Tvorba hrubého fixného kapitálu – THFK (v mil. Eur) a výstup Hrubý domáci produkt – HDP (v PKS) majú totožnú výpovednú hodnotu ako ukazovatele Disponibilný príjem domácností, Ekonomicky aktívne obyvateľstvo, Tvorba hrubého fixného kapitálu a Hrubý domáci

produkt pre regióny NUTS2. Posledným vstupom je Vysokoškolsky vzdelané aktívne obyvateľstvo – VSVZD (v tis.).

Pri aplikácii modelov DEA vychádzame z predpokladu, že čím je úroveň výkonnosti regiónov väčšia, tým je väčšia aj ich miera efektívnosti a schopnosť silnejšej konkurencieschopnosti. Koeficient efektívnosti nadobúda hodnoty z intervalu $<0,1>$. Pracovali sme so vstupne orientovaným modelom. V rámci vstupne orientovaného modelu jednotka – región s koeficientom efektívnosti rovnou 1 je efektívna, s koeficientom menším ako 1 indikuje neefektívnu jednotku. Počítali sme efektívnosť z dostupných siedmich ukazovateľov.

4.1 Využitie VBA a Gams pre výpočet CCR DEA modelu

V nasledujúcej časti prezentujeme pozadie práce s Visual Basicom a softvérom GAMS. Pre účely diplomovej práce sme vypracovali zdrojové kódy pre jednotlivé programy.

V Prílohe 1 uvádzame zdrojový kód Visual Basicu v prostredí MS Excel, ktorý nám umožňuje vykonávať analýzu s vytvorenými makrami. Pri vytváraní programu, sme pracovali takto:

Prvý krok: insert – module

Druhý krok: tools – references – solver

Základom zdrojového kódu je použité procedúr

- procedúra „*formulovanie*“ – použitím príkazu „InputBox“ používateľ zadáva počet krajín, ktorých efektívnosť zisťuje. Hodnota sa uloží do premennej m. Tým istým príkazom sa zadávajú hodnota premennej n – počet ukazovateľov. Využitím nepodmieneného cyklu „for“ sa vkladá funkcia „sumproduct“, ktorá slúži na výpočet hodnôt v simplexovej tabuľke $c_j - z_j$ resp. ľavej strany ohraničenia. Oblasť ktorú funkcia prepočítava je zadávaná využitím relatívneho adresovania. Počet cyklov určuje počet krajín teda m. V ďalšej časti procedúry sa nastavuje oblasť jej pomenovaním.
- procedúra „lineárne_programovanie“ volá všetky procedúry k spusteniu.

V Prílohe 2 uvádzame zdrojový kód pre vykonanie výpočtov analýzy v prostredí programu GAMS. Programový systém GAMS umožňuje formulovanie modelov s algebraickými výrazmi, ktoré riešia optimalizačné úlohy definované na týchto modeloch. K základným pravidlám práce s jazykom GAMS patria:

- *Sets* – v tejto časti nastavuje premenné použité v modeli a definujeme ich rozmer – v prípade premennej j .
- *Parameters* – zadanie hodnôt pre koeficienty ÚF – $c(j)$, pre pravú stranu $b(i)$ a prvé ohraničenie $p(j)$, ktoré sa splňa ako rovnosť.
- *table $a(i,j)$* – definujeme maticu A štruktúrnych koeficientov.
- *Variables* – meniace sa premenné
- *Positive variables x* – podmienka nezápornosti
- *Equations* – definujeme odhad ÚF a spôsob jej výpočtu, kde „=e=1“ je splnené ako „=1“ a „= l=“ je splnené ako „<=b(i)“ teda dea ohraňčeniam PS okrem prvého ktoré je potrebné.
- *Solve dea using lp maximizing z* – nastavujeme použiť maximalizácie ÚF „z“ prostredníctvom lineárneho programovania – lp.

4.2 Analýza efektívnosti regiónov NUTS3 Slovenskej republiky

V tejto kapitole si predstavíme priebeh analýzy a zhodnotíme jej výstupy z ôsmich regiónov NUTS3 Slovenskej republiky. Keďže išlo o riešenie úloh typu lineárneho programovania, pracovali sme s vytvoreným makrom v prostredí Visual Basicu. Za účelom oboznámenia s inou možnosťou riešenia úloh pracujeme aj s programovým systémom GAMS. Počítali sme efektívnosť z dostupných šiestich ukazovateľov pre vstupne orientovaný model s predpokladom konštantných výnosov z rozsahu. Vstupné údaje pre celú analýzu uvádzame v Prílohe 3.

Model CCR (3.5) môžeme naformulovať pre zrealizovanie výpočtov aj v nasledujúcom tvare:

(4.1)

maximalizovať $z = \sum_i^r u_i y_{iq}$

za podmienok

$$\sum_j^m v_j x_{jq} = 1$$

$$- \sum_j^m v_j x_{jk} + \sum_i^r u_i y_{ik} \leq 0 \quad k = 1, 2, \dots, n$$

$$u_i \geq 0 \quad i = 1, 2, \dots, r$$

$$v_j \geq 0 \quad j = 1, 2, \dots, m$$

kde z je reálne číslo, ktoré vyjadruje mieru efektívnosti hodnotenej jednotky a u_i, v_j sú individuálne váhy vstupov a výstupov pre jednotlivé jednotky. Za účelom zrealizovania výpočtov prostredníctvom VBA je infinitezimálna konštanta $-\varepsilon$ nahradená nulou a druhá podmienka je upravená na tvar korešpondujúci s formuláciou optimalizačnej úlohy.

Napríklad formulácia optimalizačnej úlohy pre DMU₁ – Bratislavský kraj rok 2000 je nasledovná:

(4.2)

$$z_1 = 20\,732,3u_{11} \rightarrow \max$$

podmienky

$$329883v_{11} + 78,1v_{21} + 76410476v_{31} + 231,66v_{41} + 1989,77v_{51} = 1$$

$$-329883v_{11} - 78,1v_{21} - 76410476v_{31} - 231,66v_{41} + 1989,77v_{51} + 20\,732,3u_{11} \leq 0$$

$$-175697v_{11} - 20,1v_{21} - 17208856v_{31} - 182,53v_{41} - 802,01v_{51} + 10051,92u_{11} \leq 0$$

$$-206271v_{11} - 22,2v_{21} - 22752871v_{31} - 1184,02v_{41} - 832,45v_{51} + 9008,45u_{11} \leq 0$$

$$\begin{aligned}
& -216737v_{11} - 25,6v_{21} - 13597424v_{31} - 190,16v_{41} - 863,20v_{51} + 8291,58u_{11} \leq 0 \\
& -220788v_{11} - 29,2v_{21} - 23218715v_{31} - 176,39v_{41} - 923,84v_{51} + 7824,75u_{11} \leq 0 \\
& -219517v_{11} - 27,5v_{21} - 10248191v_{31} - 188,67v_{41} - 827,33v_{51} + 7941,23u_{11} \leq 0 \\
& -217604v_{11} - 30,2v_{21} - 6010191v_{31} - 173,70v_{41} - 782,70v_{51} + 5818,45u_{11} \leq 0 \\
& -236129v_{11} - 26,6v_{21} - 15495884v_{31} - 1020,78v_{41} - 92,15v_{51} + 8579,54u_{11} \\
& \leq 0 \\
& v_{11} \geq 0, v_{12} \geq 0, v_{13} \geq 0, v_{14} \geq 0, v_{15} \geq 0, u_{11} \geq 0
\end{aligned}$$

Našou úlohou je zhodnotiť osem regiónov – 8 DMU jednotiek, ktoré sa líšia v hodnotách jednotlivých ukazovateľov. V rámci jedného roka sme riešili 8 úloh, pre každý región samostatne. Pre celé sledované obdobie bolo potrebné vyriešiť 80 samostatných úloh.

Tab. 1 Výstup Visual Basic DMU₁ rok 2000

m/n	THFK	ZAM	SVSZD	VnaVV	CPPD	HDP	UF	dea ohraničenia
efektívnosť						20732,3	1	
Bratislavský kraj	329883	78,1	76410476	231,66	1989,78		1	1
Bratislavský kraj	-329883	-78,1	-76410476	-231,66	-1989,8	20732,3	0	0
Trnavský kraj	-175697	-20,1	-17208856	-182,53	-802,02	10051,9	-1,67E-16	0
Trenčiansky kraj	-206271	-22,2	-22752871	-184,03	-832,45	9008,45	-0,092386	0
Nitriansky kraj	-216737	-25,6	-13597424	-190,17	-863,21	8291,58	-0,074656	0
Žilinský kraj	-220788	-29,2	-23218715	-176,39	-923,84	7824,75	-0,137559	0
Banskobystrický kraj	-219517	-27,5	-10248191	-188,67	-827,34	7941,23	-0,064971	0
Prešovský kraj	-217604	-30,2	-6010191	-173,70	-782,71	5818,45	-0,107672	0
Košický kraj	-236129	-26,6	-15495884	-192,16	-1020,8	8579,54	-0,078116	0
váhy	0	0	7,04903E-09	0,001992	0	4,82E-05		

Zdroj: Vlastné výpočty

Vo výslednej Tab. 1 je optimálna hodnota účelovej funkcie je 1, čo znamená, že DMU₁ využíva efektívne vstupy pre svoj maximálny výstup. Môžeme vyvodiť záver, že Bratislavský kraj je efektívnym regiónom. V nasledujúcej Tab. 2 uvádzame miery efektívnosti pre všetky regióny za sledované obdobie rokov 2000 až 2009. Z tabuľky je

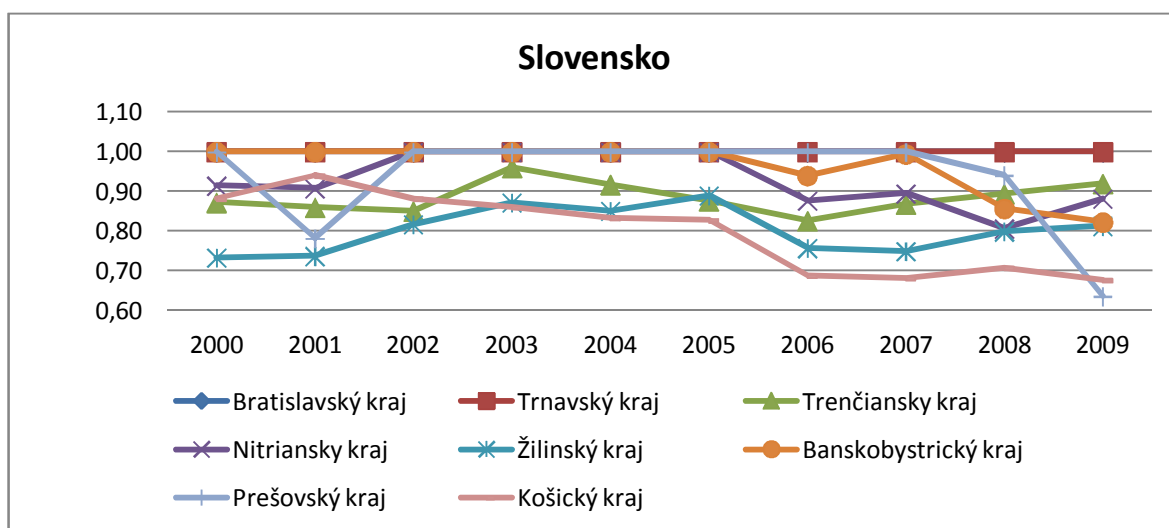
zrejme, že efektívne regióny po celé sledované obdobie sú Bratislavský a Trnavský kraj, ktorých miera efektívnosti je rovná jednej. U väčšiny regiónov vidíme tendenciu rastúcej efektívnosti čo je dôsledok lepšieho využívania vstupov. Zaujímavým rokom je rok 2006, v ktorom dochádza u väčšiny región k poklesu mier efektívnosti. Výnimku reprezentuje Bratislavský a Trnavský kraj, ktoré držia trend efektívnosti po celé sledované obdobie. Najnižšiu hodnotu efektívnosti 0,64 vykazuje Prešovský kraj v roku 2009, ktorý takmer po celé obdobie patril k vysoko konkurenčným regiónom. Medzi regióny, ktoré vykazujú vysokú mieru efektívnosti využívania svojich zdrojov a prispievajú tak k zvýšeniu celkovej konkurencieschopnosti Slovenskej republiky patrí taktiež Nitriansky kraj a Banskobystrický kraj. Tieto regióny spolu s Prešovským krajom sú efektívne aspoň v jednom roku a zároveň vykazujú vysokú priemernú efektívnosť. V roku 2003 regióny NUTS3 dosahovali najvyššiu priemernú efektívnosť, v poslednom roku 2009 podľa analýzy najnižšiu priemernú efektívnosť. Vývoj mier efektívnosti je graficky zobrazený na Grafe 1.

Tab. 2 Miery efektívnosti regiónov NUTS3 – CCR model

Región	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	Priemer
Bratislavský kraj	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
Trnavský kraj	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
Trenčiansky kraj	0,87	0,86	0,85	0,96	0,92	0,88	0,83	0,87	0,89	0,92	0,88
Nitriansky kraj	0,91	0,91	1,00	1,00	1,00	1,00	0,88	0,90	0,81	0,88	0,93
Žilinský kraj	0,73	0,74	0,82	0,87	0,85	0,89	0,76	0,75	0,80	0,81	0,80
Banskobystrický kraj	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	0,94	0,99	0,86	0,82	0,96
Prešovský kraj	1,00	0,78	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	0,94	0,64	0,94
Košický kraj	0,88	0,94	0,88	0,86	0,83	0,83	0,69	0,68	0,71	0,68	0,80
Priemer	0,93	0,90	0,94	0,96	0,95	0,95	0,89	0,90	0,88	0,84	

Zdroj: Vlastné výpočty

Graf 1 Miery technickej efektívnosti regiónov NUTS 3 Slovensko – model CCR



Zdroj: Vlastné vypracovanie

Vstupne orientovaný CCR model nám hovorí ako znížiť hodnoty vstupov, pre zachovanie úrovne výstupu. Teraz na určenie virtuálnych jednotiek⁴² použijeme výsledky citlivostnej analýzy Solvera. Hodnoty, s ktorými pracujeme sú tzv. „Tieňové ceny“. Z Tab.3 možno vidieť, že napr. Trenčiansky kraj je kombinácia „peer“ jednotiek Bratislavský kraj a Trnavský kraj. Pomocou hodnôt koeficientov λ vieme vypočítať potrebné hodnoty vstupov. Urobíme to konvexnou kombináciou organizačných jednotiek, ktoré tvoria jej „peer“ jednotky.

Tab. 3 Tieňové ceny Trenčiansky kraj rok 2000

Región	BA	TT	TN	NI	ZI	BB	PE	KE
Bratislavský kraj	0	0	0,021419523	0	0,088488721	0	0	0
Trnavský kraj	0	0	0,852013747	0,409787076	0,595923493	0	0	0,61142651
Trenčiansky kraj	0	0	0	0	0	0	0	0
Nitriansky kraj	0	0	0	0	0	0	0	0
Žilinský kraj	0	0	0	0	0	0	0	0
Banskobystrický kraj	0	0	0	0,525413959	0	0	0	0,30644241
Prešovský kraj	0	0	0	0	0	0	0	0
Košický kraj	0	0	0	0	0	0	0	0

Zdroj: Vlastné výpočty

⁴² Virtuálna efektívna jednotka pre neefektívnu jednotku je určená ako kombinácia koeficientov λ jednotlivých „peer“ jednotiek

Na to, aby sa Trenčiansky kraj stal efektívnym potrebuje znížiť vstupy nasledovne:

Tab. 4 Redukcia vstupov Trenčiansky kraj rok 2000

Vstup/Výstup	Trenčiansky kraj	λ	Bratislavský kraj	λ	Trnavský kraj
GFCF	725,94		1 989,78		802,02
ZAM	156 763,04		329 883,00		175 697,00
VSVzd	18,80		78,10		20,10
VnaVaV	16 297 638,85	= 0,02139 x	76 410 476,00	+ 0,85207 x	17 208 856,00
CPPD	160,48		231,66		182,53
GDP	9 008,44		20 732,30		10 051,92

Zdroj: Vlastné výpočty

Z výsledkov Tab. 4 vidíme, že Trenčiansky kraj sa stane efektívnym, ak zredukuje vstup Tvorba hrubého fixného kapitálu na hodnotu 725.94 mil. Eur, vstup Regionálna zamestnanosť na hodnotu 156 763.04 zamestnancov, vstup Vysokoškolsky vzdelané aktívne obyvateľstvo na hodnotu 18.8 tisíc, vstup Výdavky na výskum a vývoj na hodnotu 16 297 638.85 Eur a vstup Čisté peňažné príjmy domácností na hodnotu 160.48 Eur t.j. spolu zníženie na 87 %.

Ďalej s využitím nástroja GAMS prezentujeme analýzu už vyššie uvedeného Košického kraja pre rok 2009. V Prílohe 2 uvádzame zdrojový kód pre CCR model. Kompletný výstup riešenia uvádzame v Prílohe 4. Najdôležitejšou časťou výstupu pre analýzu sú výsledky v oblasti Solve Summary. Hľadaná miery efektívnosti je hodnota „Objective: 0,67“. Potrebné hodnoty lambda štatistík $v_{d1} = 0,08$ $v_{d2} = 0,52$ sa nachádzajú pod premenou „MARGINAL“. Ohraničenie „d2“ reprezentuje Bratislavský kraj a „d3“ Trnavský kraj. Dané ohraničenia tvoria „peer“ jednotky nutné k určeniu virtuálnej jednotky pre Košický kraj. Organizačná jednotka Košický kraj sa stane efektívna ak zníži vstup Tvorba hrubého fixného kapitál na hodnotu 1058.26 mil. Eur, vstup Regionálna zamestnanosť na hodnotu 156 763.04 zamestnancov, vstup Vysokoškolsky vzdelané aktívne obyvateľstvo na hodnotu 30.31 tisíc, vstup Výdavky na výskum a vývoj na hodnotu 16 166 344.59 Eur a vstup Čisté peňažné príjmy domácností na hodnotu 222.08 Eur. Potrebné výpočty uvádzame v Tab. 5.

Tab. 5 Redukcia vstupov Košický kraj rok 2000

Vstup/Výstup	Košický kraj	λ	Bratislavský kraj	λ	Trnavský kraj
GFCF	1 058,27		3 557,03		1 481,40
PocZam	129 812,21		395 096,00		188 269,00
VSVzd	30,31		106,50		41,70
VnaVaV	16 166 344,60	= 0,082 x	139 937 477,00	+ 0,517 x	9 021 894,00
CPPD	222,08		441,32		359,39
GDP	13 248,03		41 766,46		18 984,17

Zdroj: Vlastné výpočty

Rovnakým postupom možno realizovať redukciu aj u zvyšných regiónov. Hodnoty vstupov virtuálnych efektívnych jednotiek a vstupov efektívnych regiónov podľa CCR modelu uvádzame v Prílohe 5.

4.3 Analýza efektívnosti regiónov NUTS2 Vyšehradskej štvorky

Z dôvodu veľkej manuálnej prácnosti výpočtov s nástrojmi použitými v predchádzajúcej kapitole prezentujeme v tejto kapitole analýzu s využitím online DEA Solveru. Jedná sa o špecializovaný nástroj určený pre DEA analýzu vyvinutý Univerzitou Hohenheim, ktorý je voľne prístupný na internete.⁴³ Výhodou tohto online nástroja pre hodnotenie efektívnosti je jeho pomerne jednoduché používanie. Po spustení máme výber z troch možností importu vstupných dát. V našej práci sme využívali možnosť importu prostredníctvom tabuliek MS Excel. Po zobrazení tabuľky so vstupnými údajmi prechádzame ku kroku „parameter selection“, kde je potrebné nastaviť typ modelu. Po spustení analýzy program realizuje rozbor hodnotených jednotiek. Výsledkom analýzy sú zoradené neefektívne jednotky a k nim prislúchajúce lamda koeficienty pre určenie virtuálnej jednotky.

⁴³ <http://www.dea.uni-hohenheim.de>

Pre získanie hodnôt efektívnosti, „peer“ jednotiek a následné určenie virtuálnych jednotiek sme pracovali s CCR a BCC modelom orientovaným na vstupy. Konkrétne dáta, s ktorými sme pracovali uvádzame v Prílohe 6. DEA efektívna produkčná hranica podľa CCR modelu je výsledkom riešenia modelu vyjadreného v (4.3) a podľa BCC modelu v (3.10). Táto DEA hranica je výsledkom riešenia 280 úloh lineárneho programovania pre každý model.

Ako prvý uvádzame CCR model s konštantnými výnosmi z rozsahu. Duálny model CCR (3.6) môžeme naformulovať aj v nasledujúcom tvare:

(4.3)

$$\begin{aligned}
 &\text{minimalizovať} && \theta_q \\
 &\text{za podmienok} && \theta_q x_q - X\lambda \geq 0 \\
 & && -y_q + Y\lambda \geq 0 \\
 & && \lambda \geq 0
 \end{aligned}$$

kde θ je skalár a λ je vektor váh priradených jednotlivým regiónom. Model upravujeme pre zrealizovanie výpočtov v online DEA Solveri. Vyriešením modelu získame mieru efektívnosti hodnotenej jednotky θ_q a virtuálnu jednotku charakterizovanú vstupmi $X\lambda$ a výstupmi $Y\lambda$.

Formulácia optimalizačnej úlohy modelu CCR napr. pre Bratislavský kraj a rok 2007 je nasledovná:

(4.4)

$$\begin{aligned}
 &\theta_{32} \rightarrow \min \\
 &4073,5\theta_{32} - (10778,4\lambda_1 + 3038,9\lambda_2 + 3053,1\lambda_3 + 2733,7\lambda_4 + 2771\lambda_5 + 4637,9\lambda_6 \\
 &\quad + \dots \dots \dots 3097,9\lambda_{34} + 2934\lambda_{35}) \geq 0
 \end{aligned}$$

$$8365,7\theta_{32} - (15833,7\lambda_1 + 12412,6\lambda_2 + 11375,1\lambda_3 + 9638,6\lambda_4 + 13765,5\lambda_5 + 15588,6\lambda_6 + \dots\dots\dots 11659,8\lambda_{34} + 11630,8\lambda_{35}) \geq 0$$

$$50,9\theta_{32} - (57,5\lambda_1 + 31,9\lambda_2 + 32,4\lambda_3 + 28\lambda_4 + 31,8\lambda_5 + 35,2\lambda_6 + \dots\dots\dots 26\lambda_{34} + 27,1\lambda_{35}) \geq 0$$

$$335,1\theta_{32} - (631,8\lambda_1 + 594,2\lambda_2 + 598,1\lambda_3 + 555,9\lambda_4 + 732,2\lambda_5 + 810,6\lambda_6 + \dots\dots\dots 658,6\lambda_{34} + 719,1\lambda_{35}) \geq 0$$

$$-24135,67 + (52267,12\lambda_1 + 22653,89\lambda_2 + 21426,97\lambda_3 + 17733,7\lambda_4 + 24920,4\lambda_5 + 29986,23\lambda_6 + 17811,98\lambda_{34} + 17914,82\lambda_{35}) \geq 0$$

$$\lambda_{1,2,3,4,5,6,\dots\dots\dots 35} \geq 0$$

V Tab. 6 uvádzame vypočítané miery efektívnosti podľa CCR modelu, prehľadne usporiadané podľa jednotlivých DMU jednotiek.

Tab. 6 Miery efektívnosti regiónov NUTS2 – CCR model

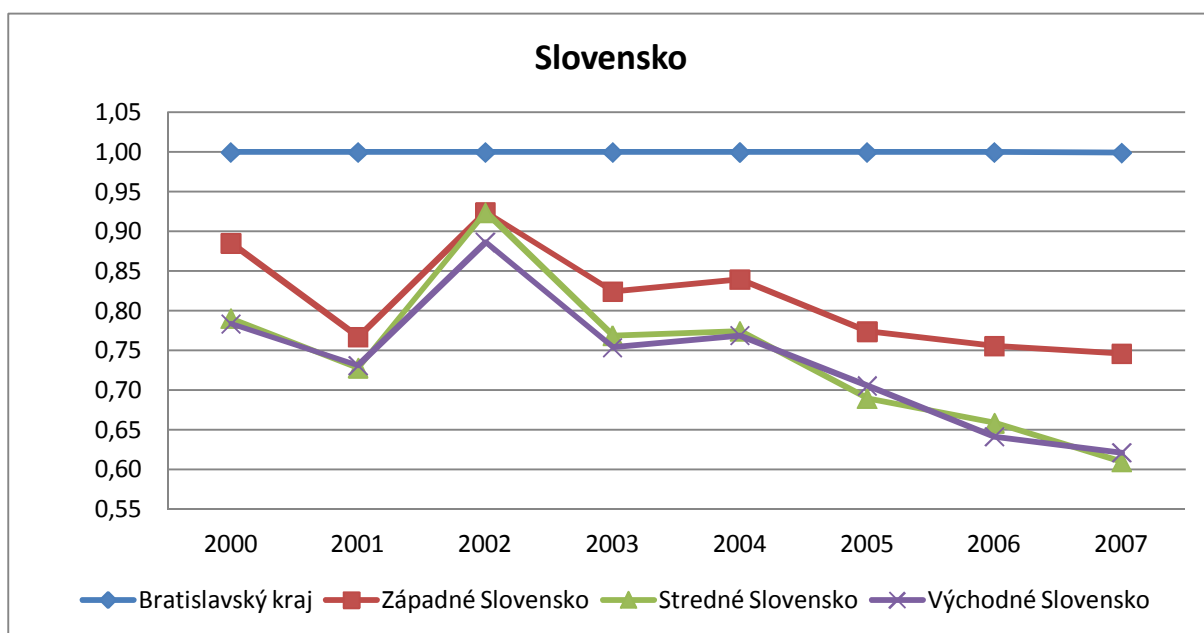
DMU	Kód	Región	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	Priemer
DMU1	CZ01	Praha	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
DMU2	CZ02	Strední Čechy	0,77	0,72	0,90	0,75	0,78	0,74	0,77	0,74	0,77
DMU3	CZ03	Jihozápad	0,74	0,75	0,87	0,76	0,82	0,81	0,77	0,75	0,78
DMU4	CZ04	Severozápad	0,86	0,71	0,90	0,73	0,84	0,85	0,77	0,72	0,80
DMU5	CZ05	Severovýchod	0,83	0,87	0,92	0,79	0,82	0,89	0,85	0,89	0,86
DMU6	CZ06	Jihovýchod	0,81	0,83	0,83	0,77	0,85	0,77	0,81	0,75	0,80
DMU7	CZ07	Strední Morava	0,81	0,70	0,90	0,77	0,79	0,87	0,71	0,84	0,80
DMU8	CZ08	Moravskoslezsko	0,81	0,72	0,88	0,82	0,89	0,90	0,77	0,79	0,82
		Priemer	0,83	0,79	0,90	0,80	0,85	0,85	0,81	0,81	
DMU9	HU10	Közép-Magyarország	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
DMU10	HU21	Közép-Dunántúl	0,86	0,82	0,98	0,78	0,81	0,75	0,73	0,71	0,81
DMU11	HU22	Nyugat-Dunántúl	0,89	0,80	1,00	0,87	0,87	0,87	0,86	0,84	0,88
DMU12	HU23	Dél-Dunántúl	0,93	0,90	1,00	0,71	0,73	0,74	0,68	0,73	0,80
DMU13	HU31	Észak-Magyarország	0,76	0,82	1,00	0,69	0,66	0,75	0,69	0,79	0,77
DMU14	HU32	Észak-Alföld	0,86	0,79	0,91	0,75	0,79	0,74	0,68	0,67	0,77
DMU15	HU33	Dél-Alföld	1,00	0,94	0,95	0,80	0,83	0,66	0,80	0,86	0,85
		Priemer	0,90	0,87	0,98	0,80	0,81	0,79	0,78	0,80	
DMU16	PL11	Lódzkie	0,91	0,86	0,86	0,97	0,91	0,86	0,83	0,69	0,86
DMU17	PL12	Mazowieckie	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
DMU18	PL21	Malopolskie	0,80	0,84	0,88	0,85	0,88	0,88	0,77	0,74	0,83
DMU19	PL22	Ślaskie	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	0,96	0,99
DMU20	PL31	Lubelskie	0,94	0,96	0,96	0,99	0,92	0,95	0,97	0,93	0,95
DMU21	PL32	Podkarpackie	0,93	0,94	0,90	0,87	0,86	0,88	0,83	0,80	0,88
DMU22	PL33	Świętokrzyskie	0,87	0,97	1,00	0,93	0,85	0,93	1,00	0,94	0,94
DMU23	PL34	Podlaskie	0,87	1,00	0,90	0,89	0,82	0,82	0,77	0,77	0,86
DMU24	PL41	Wielkopolskie	0,92	0,86	1,00	0,85	0,91	0,92	0,90	0,90	0,91
DMU25	PL42	Zachodniopomorskie	0,86	0,91	0,91	0,97	0,87	0,93	0,81	0,86	0,89
DMU26	PL43	Lubuskie	0,83	0,84	0,94	0,90	0,91	0,88	0,85	0,77	0,87
DMU27	PL51	Dolnośląskie	0,83	0,76	0,89	0,93	0,90	0,89	0,78	0,75	0,84
DMU28	PL52	Opolskie	0,84	0,92	1,00	0,97	1,00	0,97	0,95	0,90	0,95
DMU29	PL61	Kujawsko-Pomorskie	0,96	0,94	1,00	1,00	1,00	0,96	1,00	0,87	0,97
DMU30	PL62	Warmińsko-Mazurskie	0,95	0,95	0,91	0,93	0,89	0,84	0,76	0,76	0,87
DMU31	PL63	Pomorskie	0,78	0,86	0,86	0,98	0,94	0,94	0,84	0,70	0,86
		Priemer	0,89	0,91	0,94	0,94	0,92	0,92	0,88	0,83	
DMU32	SK01	Bratislavský kraj	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
DMU33	SK02	Západné Slovensko	0,89	0,77	0,92	0,82	0,84	0,77	0,76	0,75	0,81
DMU34	SK03	Stredné Slovensko	0,79	0,73	0,92	0,77	0,77	0,69	0,66	0,61	0,74
DMU35	SK04	Východné Slovensko	0,78	0,73	0,89	0,75	0,77	0,71	0,64	0,62	0,74
		Priemer	0,87	0,81	0,93	0,84	0,85	0,79	0,76	0,74	

Zdroj: Vlastné výpočty

Z tabuľky č. 6 pre konštantné výnosy z rozsahu vidíme, že najlepšie výsledky sme získali pre ekonomicky silné regióny, ktoré boli efektívne po celé sledované obdobie. Tieto jednotky dosahujú mieru efektívnosti rovnej 1. K týmto regiónom patria štyri regióny. Pre Českú republiku CZ01 Praha, pre Maďarsko HU10 Közép – Magyarország, pre Poľsko PL12 Mazowieckie a pre Slovensko región SK01 Bratislavský kraj. Tieto regióny výrazne prispievajú k zvyšovaniu konkurencieschopnosti krajín ku ktorým patria a môžeme ich považovať za najviac konkurencieschopné.

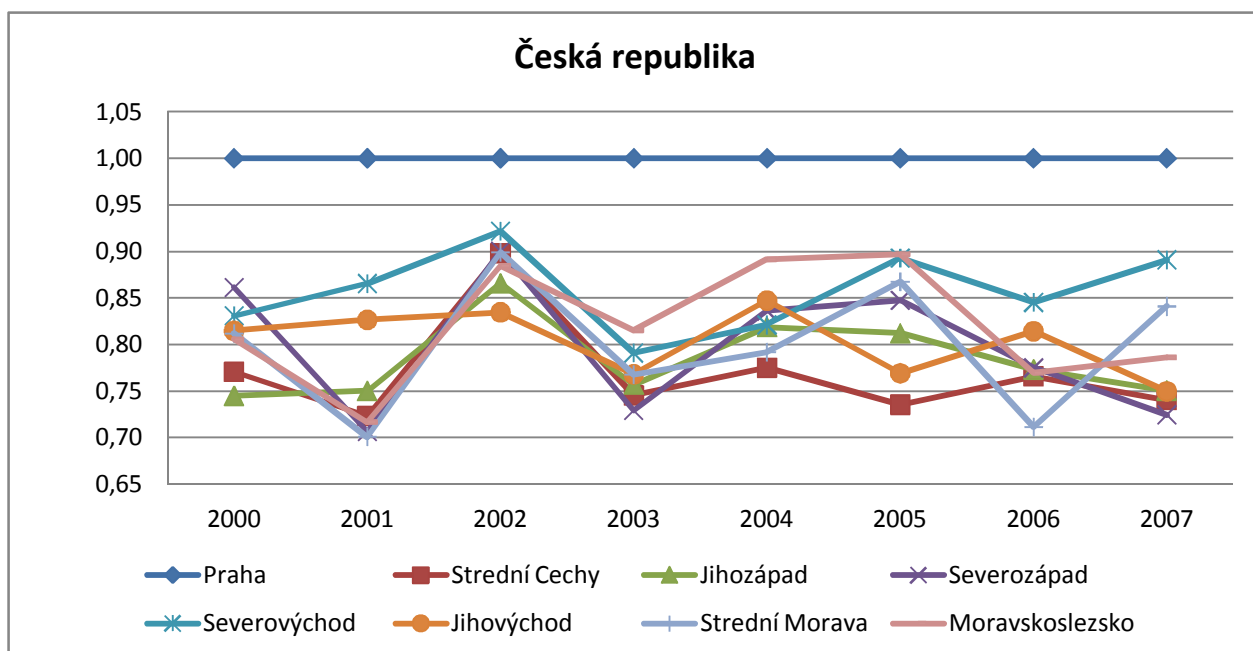
Ďalšiu skupinu tvorí 9 regiónov NUTS2, ktoré dosiahli efektívnosť rovnej jedna aspoň v jednom z ôsmich rokov. Zároveň sú to regióny, ktorý dosiahli vysokú priemernú efektívnosť. Medzi tieto regióny patrí: HU22 Nyugat – Dunántúl, HU23 Dél – Dunántúl, HU31 Észak – Magyarország, PL22 Slaskie, PL33 Swietokrzyskie, PL34 Podlaskie, PL41 Wielkopolskie, PL52 Opolskie a PL61 Kujawsko – Pomorskie. Regióny, ktoré dosiahli priemer efektívnosti za celé analyzované obdobie výrazne menšie ako jedna môžeme považovať za slabo konkurencieschopné. Výrazne neefektívnym regiónom pre Českú republiku je región CZ02 Střední Čechy, pre Maďarsko región HU32 Észak – Alföld, pre Slovensko SK03 Stredné Slovensko a región SK04 Východné Slovensko. Najnižšiu mieru efektívnosti v rámci celého súboru jednotiek nadobúda región SK03 Stredné Slovensko v roku 2007 s hodnotou 0,61 %. Vývoj mier efektívnosti pre regióny krajín V4 je zobrazený v nasledujúcich grafoch.

Graf 2 Miery technickej efektívnosti regiónov Slovensko – model CCR



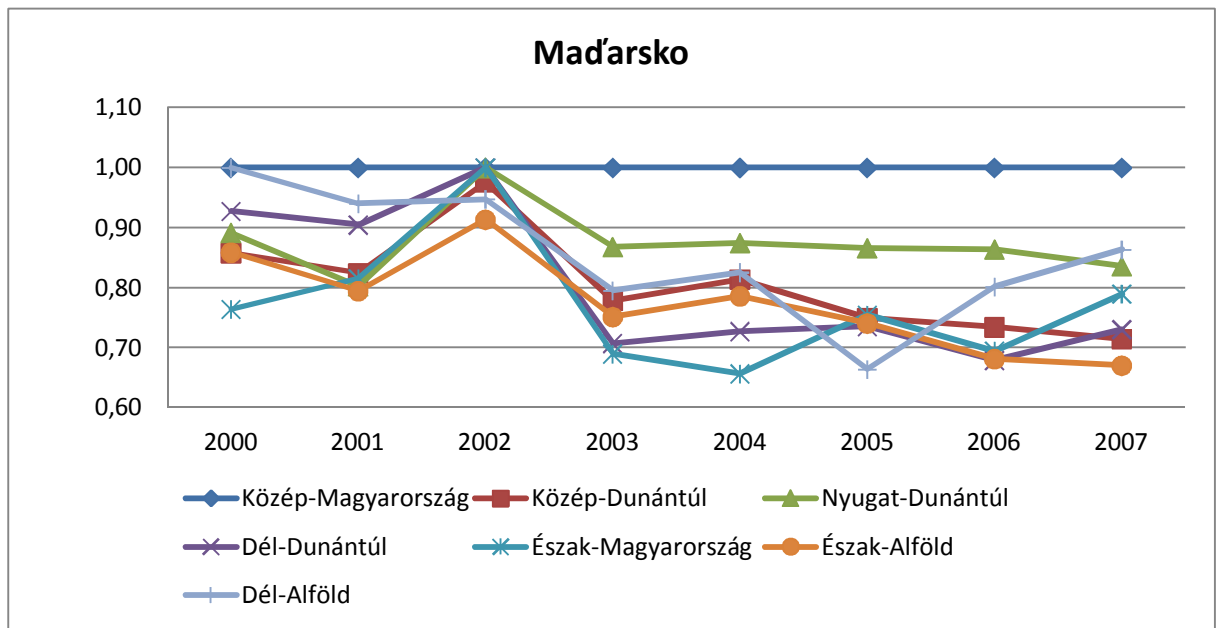
Zdroj: Vlastné vypracovanie

Graf 3 Miery technickej efektívnosti regiónov Česká republika – model CCR



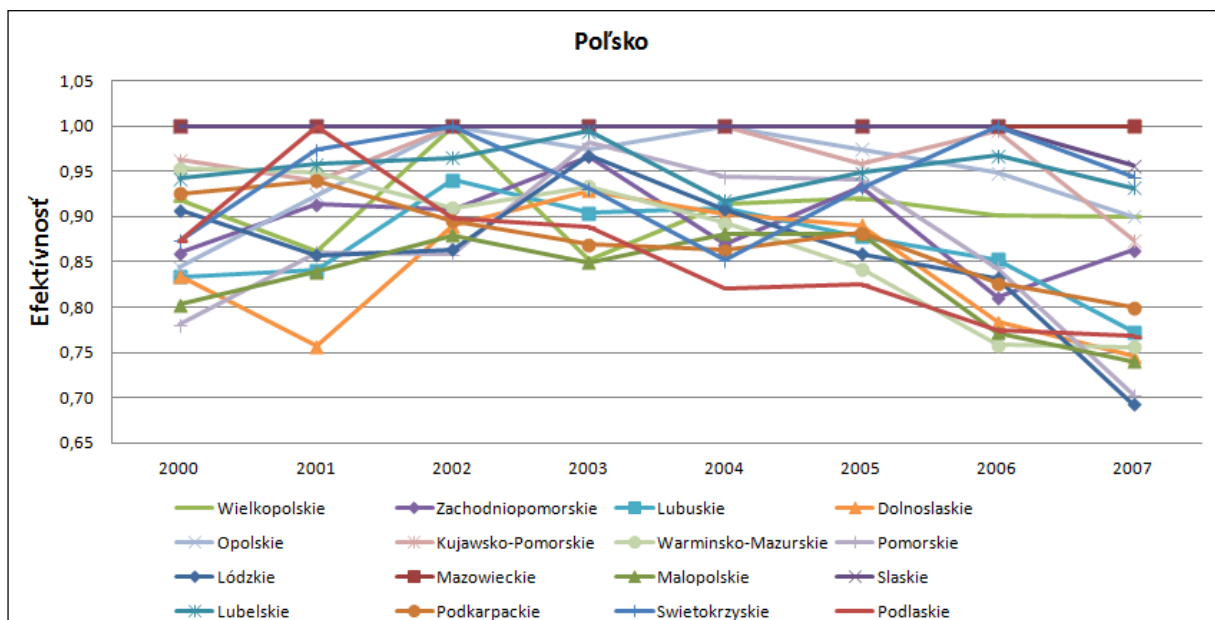
Zdroj: Vlastné vypracovanie

Graf 4 Miery technickej efektívnosti regiónov Maďarsko – model CCR



Zdroj: Vlastné vypracovanie

Graf 5 Miery technickej efektívnosti regiónov Poľsko – model CCR



Zdroj: Vlastné vypracovanie

Analýzovaným jednotkám, najmä tým neefektívnym, poskytuje analýza cenné informácie. Usmerňuje potrebné zníženie výstupov tak, aby sa z nich stala jednotka efektívna a teda konkurencieschopná. Teraz si pozrieme ako môžeme neefektívne jednotky posunúť na hranicu efektívnosti. Zníženie vstupov získame identifikovaním virtuálnej jednotky pre príslušný región. Bližšie sa budeme zaoberať napríklad najmenej efektívnou jednotku SK03 Stredné Slovensko za rok 2007. Virtuálnu jednotku opäť určíme využitím lambda koeficientov, ktoré sú súčasťou výstupu online DEA Solveru.

Tab. 7 Redukcia vstupov Stredné Slovensko rok 2007

Vstup/Výstup	Stredné Slovensko		λ	Praha		λ	Közép-Magyarország
GFCF	1889,546			10778,4			7467,2
lofH	7111,82			15833,7			30596,3
HRinSaT	10,536			57,5			41,9
EAP	300,267	=	0,02225 x	631,8	+	0,22092 x	1295,5
GDP	17812,005			52267,12			75360,09

Zdroj: Vlastné výpočty

„Peer“ jednotky pre neefektívnu jednotku sú CZ01 Praha a HU10 Közép – Magyarország Región SK03 Stredné Slovensko sa začlení medzi efektívne jednotky ak zníži vstup Tvorba hrubého fixného kapitálu z pôvodnej hodnoty 3 097,9 mil. Eur na 1889,546 mil. Eur, druhý vstup Disponibilný príjem domácností z pôvodnej hodnoty 11 659,8 mil. PPS na 7111,82 mil. PPS, tretí vstup Ľudské zdroje vo vede a technológiách z pôvodnej hodnoty 26 % na 10,54 % ekonomicky aktívnej populácie a vstup Ekonomicky aktívne obyvateľstvo zníži z pôvodnej hodnoty 658,6 tisíc na hodnotu 300,267 tisíc.

Rovnakým postupom možno realizovať redukciu aj u zvyšných regiónov. Z dôvodu rozsiahlosti výstupu virtuálne jednotky zvyšných regiónov a hodnoty vstupu a výstupov efektívnych regiónov podľa CCR modelu uvádzame v Prílohe 7.

V prípade BBC modelu sme mieru efektívnosti získavali obdobným spôsobom ako pri modeli CCR. Miera efektívnosti hodnotených jednotiek je vyššia než za predpokladu konštantných výnosov z rozsahu. Predpoklad o konštantných výnosoch z rozsahu je v BCC

modeli nahradený predpokladom o variabilných výnosoch z rozsahu, čo sa prejaví vo formulácii modelu pridaním dodatočnej podmienky:

(4.5)

$$\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 + \lambda_4 + \lambda_5 + \lambda_6 + \dots + \lambda_{32} + \lambda_{33} + \lambda_{34} + \lambda_{35} = 1$$

Formulácia duálneho BCC modelu orientovaného na vstupy bola uvedená v teoretickej časti ako vzťah (3.10). Napríklad pre DMU32 – Bratislavský kraj rok 2007 je formulácia optimalizačnej úlohy BCC modelu nasledovná:

(4.6)

$$\theta_{32} - \varepsilon (e^T s^+ + e^T s^-) \rightarrow \min$$

$$10778,4\lambda_1 + 3038,9\lambda_2 + 3053,1\lambda_3 + 2733,7\lambda_4 + 2771\lambda_5 + 4637,9\lambda_6 + \dots + 3097,9\lambda_{34} + 2934\lambda_{35} + s^- = 4073,5\theta_{32}$$

$$15833,7\lambda_1 + 12412,6\lambda_2 + 11375,1\lambda_3 + 9638,6\lambda_4 + 13765,5\lambda_5 + 15588,6\lambda_6 + \dots + 11659,8\lambda_{34} + 11630,8\lambda_{35} + s^- = 8365,7\theta_{32}$$

$$57,5\lambda_1 + 31,9\lambda_2 + 32,4\lambda_3 + 28\lambda_4 + 31,8\lambda_5 + 35,2\lambda_6 + \dots + 26\lambda_{34} + 27,1\lambda_{35} + s^- = 50,9\theta_{32}$$

$$631,8\lambda_1 + 594,2\lambda_2 + 598,1\lambda_3 + 555,9\lambda_4 + 732,2\lambda_5 + 810,6\lambda_6 + \dots + 658,6\lambda_{34} + 719,1\lambda_{35} + s^- = 335,1\theta_{32}$$

$$52267,12\lambda_1 + 22653,89\lambda_2 + 21426,97\lambda_3 + 17733,7\lambda_4 + 24920,4\lambda_5 + 29986,23\lambda_6 + 17811,98\lambda_{34} + 17914,82\lambda_{35} - s^+ = 24135,67$$

$$\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 + \lambda_4 + \lambda_5 + \lambda_6 + \dots + \lambda_{32} + \lambda_{33} + \lambda_{34} + \lambda_{35} = 1$$

$$\lambda_{1,2,3,4,5,6,\dots,35}, s^+, s^- \geq 0$$

Hodnota θ_{32} reprezentuje mieru efektívnosti regiónu Bratislavský kraj. Vektor λ je vektorom váh priradených jednotlivým regiónom.

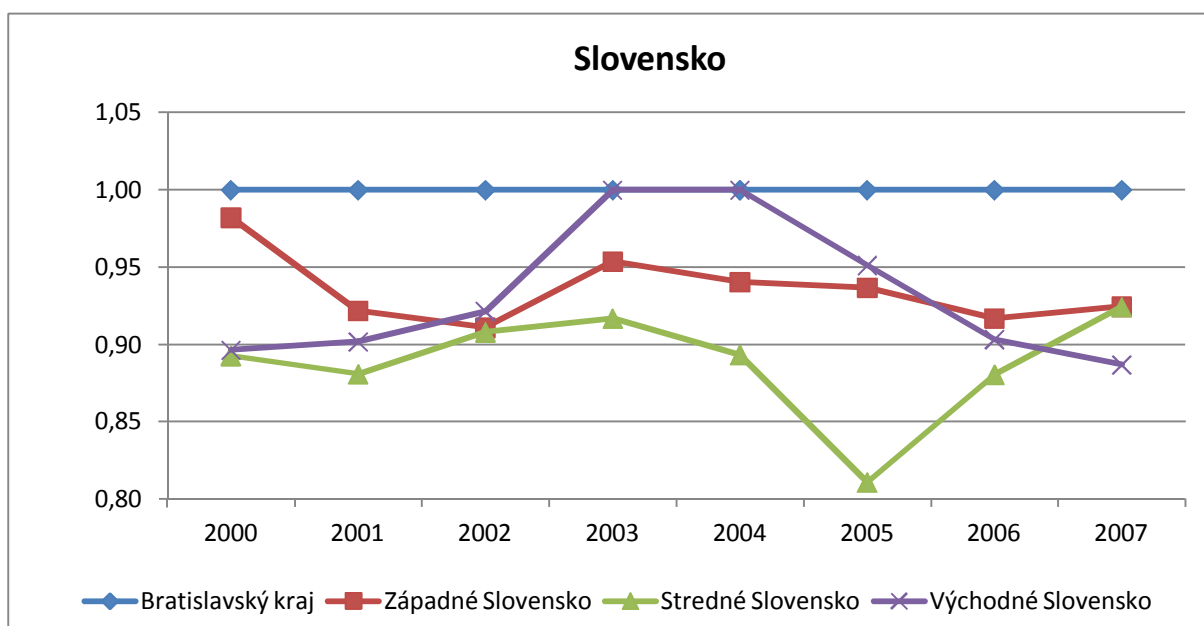
Po aplikácii tohto modelu z Tab. 8 vidíme, že ako efektívny po celé sledované obdobie bol modelom označený región CZ01 Praha pre Českú republiku, pre Maďarsko regióny HU10 Közép – Magyarország, HU22 Nyugat – Dunántúl, HU23 Dél – Dunántúl, pre Poľsko regióny PL12 Mazowieckie, PL22 Slaskie, PL41 Wielkopolskie, PL52 Opolskie a PL61 Kujawsko – Pomorskie. Slovenská republika má opäť jeden efektívny región SK01 Bratislavský kraj. Z tabuľky výsledkov vidíme, že BCC model vyhodnotil skupinu dvanástich regiónov, ktoré dosiahli efektívnosť rovnú 1 aspoň raz za sledované obdobie ôsmich rokov. K týmto jednotkám patria regióny: CZ04 Severozápad, HU21 Közép – Dunántúl, HU31 Észak – Alföld, HU33 Dél – Alföld, PL31 Lubelskie, PL32 Podkarpackie, PL33 Swietokrzyskie, PL34 Podlaskie, PL43 Lubuskie, PL51 Dolnoslaskie, PL62 Warminsko – Mazurskie a SK04 Východné Slovensko. Tieto regióny majú potenciál pridať sa k regiónom, ktoré výrazne prispievajú ku konkurencieschopnosti prislúchajúcej krajiny. Naproti tomu najnižšiu mieru efektívnosti v rámci všetkých regiónov nadobúda opäť región Slovenskej republiky SK03 Stredné Slovensko v roku 2005 s hodnotou 0,81. Vývoj mier efektívnosti pre regióny krajín V4 podľa modelu BCC je zobrazený v nasledujúcich grafoch.

Tab. 8 Miery efektívnosti regiónov NUTS2 – BCC model

DMU	Kód	Región	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	Priemer
DMU1	CZ01	Praha	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
DMU2	CZ02	Strední Čechy	0,97	0,94	0,95	0,91	0,89	0,86	0,88	0,90	0,91
DMU3	CZ03	Jihozápad	0,90	0,89	0,91	0,86	0,90	0,90	0,88	0,87	0,89
DMU4	CZ04	Severozápad	0,95	0,93	0,97	1,00	1,00	0,95	0,95	0,90	0,96
DMU5	CZ05	Severovýchod	0,92	0,91	0,95	0,88	0,91	0,92	0,89	0,92	0,91
DMU6	CZ06	Jihovýchod	0,89	0,90	0,91	0,88	0,90	0,85	0,88	0,83	0,88
DMU7	CZ07	Strední Morava	0,91	0,88	0,91	0,87	0,89	0,91	0,86	0,90	0,89
DMU8	CZ08	Moravskoslezsko	0,88	0,85	0,86	0,89	0,95	0,96	0,90	0,88	0,90
		Priemer	0,93	0,91	0,93	0,91	0,93	0,92	0,91	0,90	
DMU9	HU10	Közép-Magyarország	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
DMU10	HU21	Közép-Dunántúl	0,96	1,00	0,96	0,92	0,97	0,97	0,98	0,98	0,97
DMU11	HU22	Nyugat-Dunántúl	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
DMU12	HU23	Dél-Dunántúl	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
DMU13	HU31	Észak-Magyarország	0,96	0,94	0,91	0,96	0,92	0,93	0,93	1,00	0,94
DMU14	HU32	Észak-Alföld	0,95	0,93	0,88	0,88	0,91	0,91	0,90	0,91	0,91
DMU15	HU33	Dél-Alföld	1,00	1,00	0,95	0,98	0,92	0,91	0,93	0,95	0,95
		Priemer	0,98	0,98	0,96	0,96	0,96	0,96	0,96	0,98	
DMU16	PL11	Lódzkie	0,92	0,91	0,97	0,97	0,92	0,90	0,86	0,86	0,92
DMU17	PL12	Mazowieckie	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
DMU18	PL21	Małopolskie	0,89	0,90	0,88	0,93	0,94	0,96	0,90	0,88	0,91
DMU19	PL22	Śląskie	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
DMU20	PL31	Lubelskie	0,98	0,97	1,00	1,00	0,95	0,99	0,97	0,96	0,98
DMU21	PL32	Podkarpackie	0,97	0,96	1,00	0,99	0,93	0,95	0,92	0,90	0,95
DMU22	PL33	Świętokrzyskie	1,00	1,00	0,94	0,97	0,94	1,00	1,00	1,00	0,98
DMU23	PL34	Podlaskie	1,00	1,00	0,94	0,95	0,91	0,97	0,88	0,90	0,94
DMU24	PL41	Wielkopolskie	1,00	0,98	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
DMU25	PL42	Zachodniopomorskie	0,90	0,93	0,98	0,98	0,87	0,97	0,85	0,91	0,92
DMU26	PL43	Lubuskie	1,00	0,98	0,99	1,00	0,99	1,00	0,97	0,94	0,98
DMU27	PL51	Dolnośląskie	0,94	0,92	0,94	1,00	0,96	0,91	0,88	0,89	0,93
DMU28	PL52	Opolskie	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
DMU29	PL61	Kujawsko-Pomorskie	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
DMU30	PL62	Warmińsko-Mazurskie	1,00	0,97	0,94	0,95	0,99	0,96	0,90	0,91	0,95
DMU31	PL63	Pomorskie	0,91	0,92	0,96	0,99	0,97	0,96	0,89	0,86	0,93
		Priemer	0,97	0,96	0,97	0,98	0,96	0,97	0,94	0,94	
DMU32	SK01	Bratislavský kraj	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
DMU33	SK02	Západné Slovensko	0,98	0,92	0,91	0,95	0,94	0,94	0,92	0,92	0,94
DMU34	SK03	Stredné Slovensko	0,89	0,88	0,91	0,92	0,89	0,81	0,88	0,92	0,89
DMU35	SK04	Východné Slovensko	0,90	0,90	0,92	1,00	1,00	0,95	0,90	0,89	0,93
		Priemer	0,94	0,93	0,94	0,97	0,96	0,92	0,93	0,93	

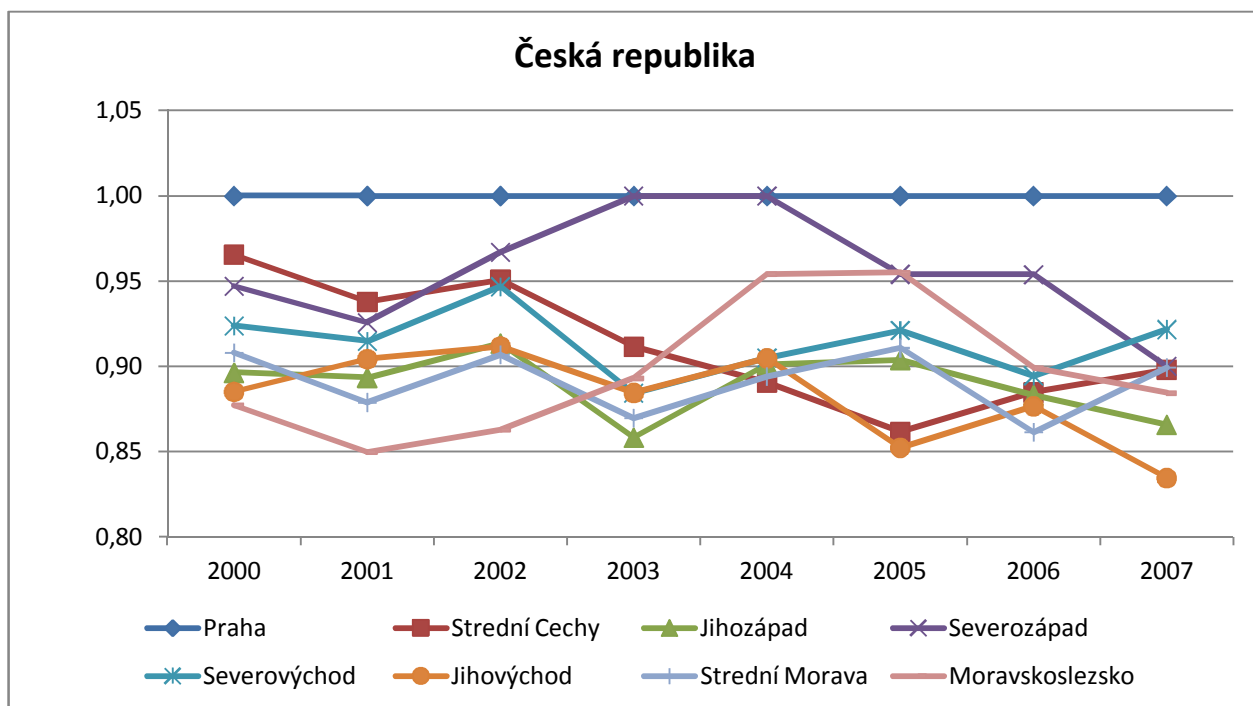
Zdroj: Vlastné výpočty

Graf 6 Miery technickej efektívnosti regiónov Slovensko – model BCC



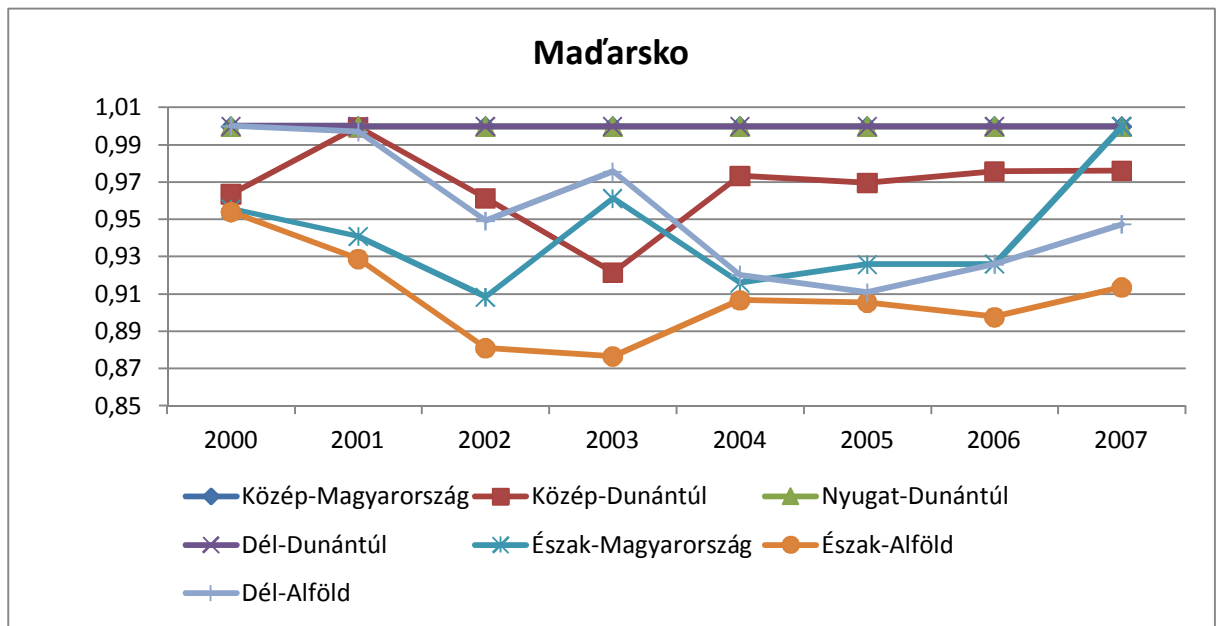
Zdroj: Vlastné vypracovanie

Graf 7 Miery technickej efektívnosti regiónov Česká republika – model BCC



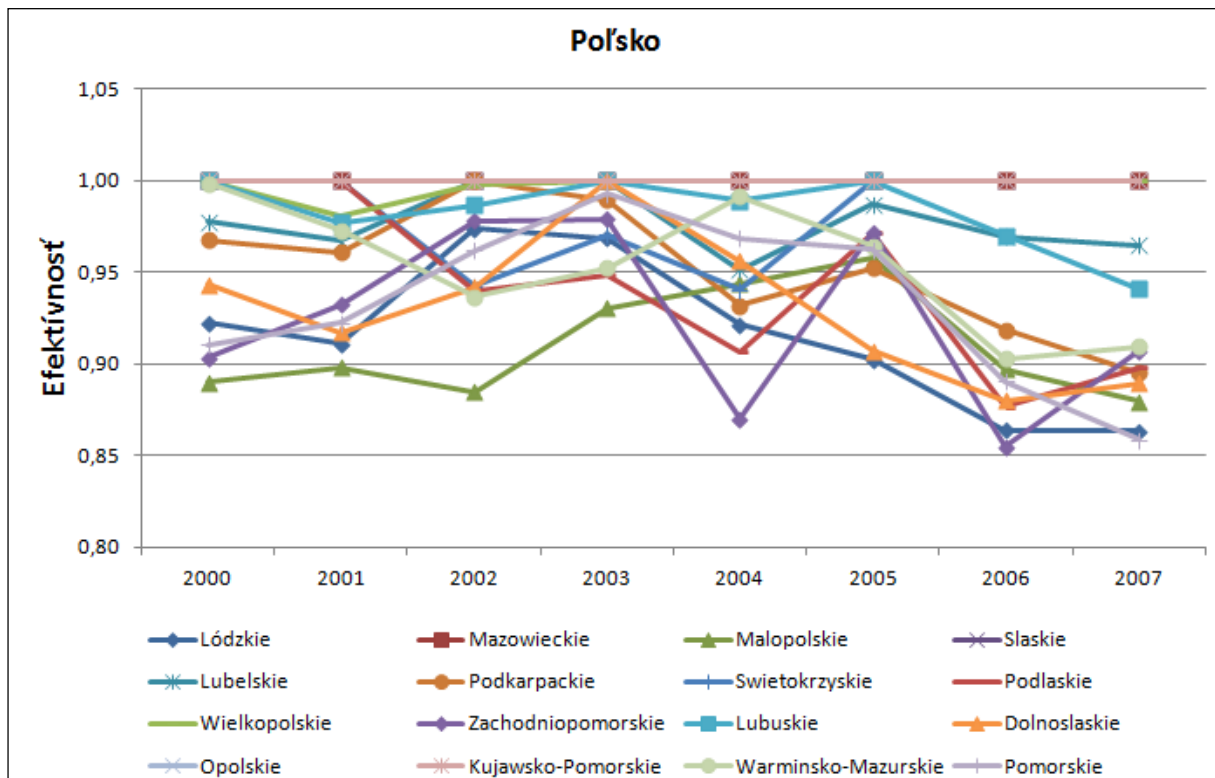
Zdroj: Vlastné vypracovanie

Graf 8 Miery technickej efektívnosti regiónov Maďarsko – model BCC



Zdroj: Vlastné vypracovanie

Graf 9 Miery technickej efektívnosti regiónov Poľsko – model BCC



Zdroj: Vlastné vypracovanie

Teraz sa pozrime ako neefektívne organizačné jednotky môžeme premietnuť na efektívnu hranicu. Bližšie sa budeme zaoberať napríklad regiónom SK03 Stredné Slovensko pre rok 2005. Jeho neefektívnosť je spôsobená sklzmi vo vstupoch. Vzorové jednotky pre tento región sú jednotka Nyugat – Dunántúl, Swietokrzyskie a Kujawsko – Pomorskie. Výsledné hodnoty pre jeho virtuálnu jednotku sú nasledovné.

Tab. 9 Redukcia vstupov Stredné Slovensko rok 2005

Vstup/Výstup	Stredné Slovensko	λ	Nyugat-Dunántúl	λ	Swietokrzyskie	λ	Kujawsko-Pomorskie
GFCF	1721,73		1779,50		1012,40		1861,30
lofH	7452,46		7318,20		7556,50		13275,70
HRinSaT	23,68		23,60		24,80		22,70
EAP	471,79	= 0,90318 x	450,60	+ 0,07738 x	607,40	+ 0,01944 x	916,60
GDP	14863,50		14961,53		11865,96		22240,51

Zdroj: Vlastné výpočty

Na efektívnu hranicu môžeme daný región posunúť po získaní hodnôt lambda znížením vstupu Tvorba hrubého fixného kapitálu z pôvodnej hodnoty 2123,5 mil. Eur na 1721,73 mil. Eur, vstupu Disponibilný príjem domácností z pôvodnej hodnoty 9191,5 mil. PPS na 7452,46 mil. PPS, vstupu Ľudské zdroje vo vede a technológiách z pôvodnej hodnoty 29,2 % na 23,68 % ekonomicky aktívnej populácie a vstup Ekonomicky aktívne obyvateľstvo znížiť z pôvodnej hodnoty 656,7 tisíc na hodnotu 471,79 tisíc.

Záver

Zámerom analýzy bolo prostredníctvom metodológie DEA preskúmať výkonnosť vybraných regiónov a tak identifikovať konkurencieschopné regióny v prostredí Vyšehradskej štvorky. Hodnotili sme relatívnu mieru efektívnosti t.j. pomer medzi niekoľkými vstupmi a jedným výstupom jednotlivých krajín V4 regiónov NUTS2 a regiónov Slovenskej republiky NUTS3.

DEA ponúka možnosti na porovnávanie jednotiek v rámci skupiny pokiaľ nemáme presnú informáciu o závislostiach medzi jednotlivými veličinami a prebiehajúcich procesoch. Otvára novú cestu pre hodnotenie regionálnej konkurencieschopnosti vzhľadom na súčasnú nejednotnosť v používanej metodike jej hodnotenia. Poskytuje cenné informácie vedúce k identifikácii možných zdrojov znižujúcich efektívnosť. Skutočnosť, že DEA hodnotí s akou efektívnosťou dokážu regióny transformovať svoje vstupy na výstupy, môžeme považovať efektívnosť regiónov za zrkadlo konkurencieschopnosti.

Cieľom práce bolo predstaviť základné modely DEA a ilustrovať ich možné uplatnenie v praxi. Výpočet bol realizovaný prostredníctvom ukazovateľov, u ktorých sme predpokladali, že vplývajú na konkurencieschopnosť regiónov. Skúmané regióny boli charakterizované šiestimi výstupmi a jedným vstupom. Okrem základných informácií o efektívnosti regiónov podľa jednotlivých modelov, odporúča analýza neefektívnym regiónom smer akým sa majú uberať pre zabezpečenie vyššieho potenciálu konkurencieschopnosti.

V prípade hodnotenia modelov efektívnosti na regionálnej úrovni NUTS2 Vyšehradskej štvorky môžeme konštatovať, že najlepšie poradie za celé sledované obdobie 2000 – 2007 podľa koeficientov efektívnosti získali už tradične ekonomicky silné regióny. Tieto regióny najlepšie využívajú svoje konkurenčné výhody a majú najväčší rozvojový potenciál. V priebehu analýzy sa ukázalo, že z 35 regiónov NUTS2 krajín V4 boli počas celého hodnoteného obdobia efektívne 4 regióny podľa CCR model a 10 efektívnych regiónov podľa BCC modelu. Tento výsledok potvrdzuje teóriu, že pri použití variabilných výnosov z rozsahu získavame viac efektívnych jednotiek ako pri konštantných výnosoch z rozsahu. Ďalších osem regiónov dosiahlo efektívnosť aspoň v jednom roku, v prípade BCC modelu dokonca až dvanásť regiónov. Ostatné regióny patria do skupiny

neefektívnych regiónov, z čoho vyplýva, že disponujú menším konkurenčným potenciálom.

Analýza regiónov NUTS3 Slovenskej republiky modelom CCR za sledované obdobie 2000 – 2009 opäť potvrdila predpoklad efektívnosti ekonomicky silných regiónov. Bratislavský kraj a Trnavský kraj patria počas celého sledovaného obdobia medzi efektívne. Prostredníctvom DEA analýzy sme identifikovali Nitriansky kraj, Banskobystrický kraj a Prešovský kraj ako vysoko efektívne. Uvedené regióny dosiahli efektívnosť aspoň v jednom roku počas sledovaného obdobia.

Analýza taktiež poskytla informáciu o najmenej konkurencieschopnom regióne NUTS2 a NUTS3. Tieto regióny dosiahli najmenšiu priemernú efektívnosť vyhodnotenú za celé sledované obdobie. K týmto regiónom patria Stredné aj Východné Slovensko v rámci NUTS2 a Košický kraj za súbor regiónov NUTS3. Uvedené regióny boli hodnotené modelom CCR. Prostredníctvom analýzy regiónov NUTS2 podľa modelu BBC sme identifikovali s najnižšou priemernou efektívnosťou región Českej republiky – Juhovýchod.

Zoznam použitej literatúry

- [1] BENEŠ, M. 2006. Konkurenceschopnost a konkurenční výhoda. Working paper [online]. 2006, číslo 5 [cit. 2011-08-20]. Dostupné na internete: <http://is.muni.cz/do/econ/soubory/oddeleni/centrum/papers/wp2006-05.pdf>. ISSN 1801-4496.
- [2] HINDLS, R. a kol. 2003. *Ekonomický slovník*. Praha: C.H. Beck, 2003. ISBN 80-7179-819-3.
- [3] VINCÚR, P. a kol. 2005. *Teória a prax hospodárskej politiky*. Bratislava: SPRINT, 2005. s. 123. ISBN 80-89085-34-2.
- [4] CELLINI, R., SOCI, A. 2002. Pop Competitiveness. In *BNL Quarterly Review*. [online]. 2002, vol. 220, pp. 71-101 [cit. 2011-08-30]. Dostupné na internete: <http://sadal.ice.it/esame.asp?ntit=24902>.
- [5] VINCÚR, P., FIFEKOVÁ, E. 2010. *Stratégia sociálno-ekonomického rozvoja*. Bratislava: Sprint dva, 2010. s. 145. ISBN978-80-89393-19-0.
- [6] RAMÍK, J. 2010. *Multicriteria approaches to competitiveness* [online]. 2010. Dostupné na iternete: <http://www.scribd.com/doc/48823103/Zbornik2010>.
- [7] MELECKÝ, L. 2011. *Approaches to Regional Competitiveness Evaluation in the Visegrad Four Countries* [online]. 2011. Dostupné na iternete: <http://www.wseas.us/e-library/conferences/2011/Tenerife/COMESDE/COMESDE-32.pdf>
- [8] STANÍČKOVÁ, M, MELECKÝ, L. 2011. *Hodnocení konkurenceschopnosti Víšegradské čtyřky prostřednictím CCR vstupově orientovaného modelu analýzy obalu dat* [online]. 2011. Dostupné na iternete: <http://hdl.handle.net/10195/42693>.
- [9] FARRELL, M. J. 1957. *The Measurement of Productive Efficiency* [online]. 1957. Dostupné na internete:

<http://www.jstor.org/discover/10.2307/2343100?uid=3739024&uid=2&uid=4&sid=47698928960797>.

[10] CHARNES, A. – COOPER W. W. – RHODES E. 1979. Measuring the efficiency of decision making units. *In European Journal of Operational Research*. ISSN 0377–2217, 1979, vol. 2, no. 4, p. 429 – 444.

[11] CHARNES, A. – COOPER, W. W. – BANKER, R. D. 1984. Some Models for Estimating Technical and Scale Inefficiencies in Data Envelopment Analysis. *In Management Science*, 1984, vol. 30, no. 9, p. 1078–1092.

[12] CHARNES, A. et al. 1985. Foundations of Data Envelopment Analysis for Pareto–Koopmans Efficient Empirical Production Functions. *In Journal of Econometrics*, 1985, vol. 30, p. 91 – 107.

[13] TONE, K. 2001. A slacks–based measure of efficiency in data envelopment analysis. *In European Journal of Operational Research*, 2001, vol. 130, p 498–509.

[14] ANDERSEN, P., PETERSEN, N.C. 1993. A procedure for ranking efficient units in data envelopment analysis. *In Management Sciences*, 1993, vol. 39, p. 1261–1264.

[15] JABLONSKÝ, J., DLOUHÝ, M. 2004. *Modely hodnocení efektivnosti produkčních jednotek*. Praha : Professional Publishing, 2004. 181 s. ISBN 80–86419–49–5.

[16] CAMANHO, A.S., DYSON, R.G. 2005. *Cost efficiency measurement with price uncertainty: a DEA application to bank branch assessments*. *In European Journal of Operational Research*. [online]. 2005, vol. 161, no 2 [cit. 2012–02–02]. Dostupné na internete: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S037722170300657X>. ISSN 0377–2217.

[17] LAURENS, Ch., THIERRY, P. 2003. – *Statistica Neerlandica*: výskumná správa. Rotterdam: Fund for Scientific Research – Flanders, 2003. s. 410–438.

- [18] DLOHUHÝ, M. – JABLONSKÝ, J. – NOVOSAÁDOVÁ, I. 2007. *Politická ekonomie* [online]. 2007, 1. Dostupné na internete: www.vse.cz/polek/download.php?jnl=polek&pdf=590.pdf.
- [19] SAHOO, K., ACHARYA, D. 2010. *European Journal of Operational Research* [online]. 2010, vol. 204, [cit. 2012-03-16]. Dostupné na internete: <http://ideas.repec.org/a/eee/ejores/v204y2010i3p672-682.html>.
- [20] DU, J. – LIANG, L. – CHEN Y. 2010. *European Journal of Operational Research* [online]. 2010, vol. 38, [cit. 2012-03-16]. Dostupné na internete: <http://ideas.repec.org/a/eee/jomega/v38y2010i1-2p105-112.html>.
- [21] STAUB, R. B. – GERALDO, S.S. – TABAK, B.M. 2010. *European Journal of Operational Research* [online]. 2010, vol. 202, [cit. 2012-03-16]. Dostupné na internete: <http://ideas.repec.org/a/eee/ejores/v202y2010i1p204-213.html>.
- [22] CHEN H., XIAO, H. 2010. *European Journal of Operational Research* [online]. 2010, vol. 2, [cit. 2012-03-16]. Dostupné na internete: <http://ideas.repec.org/a/ags/asagre/93649.html>.
- [23] FRIEBELOVÁ, J. *Metoda analýzy datových obalů* [online]. [cit. 2011-09-05]. Dostupné na internete: http://www2.ef.jcu.cz/~jfrieb/prednasky_komplet/skriptaRM_DEA.pdf.
- [24] BROŽOVÁ, H. – HOUŠKA, M. – ŠUBRT, T. 2003. *Modely pro vícekriteriální rozhodování*. Praha: CREDIT, ČZU v Praze, 2003. 178 s. ISBN 80-213-1019-7.
- [25] FIALA, P. 2002. *Modelování a analýza produkčních systému*. Praha: Professional Publishing, 2002. 259 s. ISBN 80-86419-19-3.
- [26] Zákon č.542/2008 Zb. o podpore regionálneho rozvoja [online] Dostupný na internete: <http://www.build.gov.sk/mvrrsr/source/news/files/003994a.pdf>

[27] <http://www.dea.uni-hohenheim.de>

[28] <http://www.deazone.com/tutorial/Introduction.htm>

[29] <http://epp.eurostat.ec.europa.eu/portal/page/portal/eurostat/home>

[30] www.statistics.sk

Prílohy

Príloha 1: Zdrojový kód VBA

```
Sub formulovanie()  
  
m = InputBox("zadaj pocet krajin ")  
  
n = InputBox("zadaj pocet ukazovateľov ")  
  
For i = 1 To m + 1  
  
Cells(1 + i, n + 2).FormulaArray = "=sumproduct(RC[" & -n & "]:RC[-1],R" & m + 3 &  
"C2:R" & m + 3 & "C" & n + 1 & ")"  
  
Next i  
  
Cells(3, n + 2).Name = "spotreba1"  
  
Range(Cells(4, n + 2), Cells(2 + m, n + 2)).Name = "spotreba2"  
  
Cells(3, n + 3).Name = "zdroj1"  
  
Range(Cells(4, n + 3), Cells(2 + m, n + 3)).Name = "zdroj2"  
  
Cells(2, n + 2).Name = "UF"  
  
Range(Cells(3 + m, 2), Cells(3 + m, 1 + n)).Name = "premenne"  
  
End Sub  
  
Sub riesenie_solver()  
  
solverReset  
  
solverOptions assumelinear:=True, assumenonneg:=True  
  
Call solverAdd("spotreba1", 2, "zdroj1")  
  
Call solverAdd("spotreba2", 1, "zdroj2")  
  
Call solverOk("UF", 1, , "premenne")  
  
    Call solverSolve(True)
```

Príloha 2: Zdrojový kód GAMS

Sets

j ekonom.ukazovatel /1*6/

i ohranicenia / d2, d3, d4, d5, d6, d7, d8, d9/;

parameters

b(i) disponibilne zdroje /d2 0, d3 0, d4 0, d5 0, d6 0,d7 0,d8 0,d9 0/

c(j) vystup /1 0, 2 0, 3 0, 4 0,5 0,6 13248.03/

p(j) /1 1585.965,2 222248,3 45.2,4 26903998,5 331.15,6 0/;

table a(i,j) strukturne koeficienty

	1	2	3	4	5	6
d2	-3557.029	-395096	-106.5	-139937477	-441.32	41766.46
d3	-1481.396	-188269	-41.7	-9021894	-359.39	18984.17
d4	-1279.112	-215499	-39.8	-39736763	-347.04	15073.54
d5	-1302.773	-211380	-42.3	-12849957	-345.28	14579.09
d6	-1436.873	-219633	-50.8	-17606717	-345.47	14739.74
d7	-1173.321	-192383	-47.2	-14790325	-323.81	12372.11
d8	-1208.362	-193076	-51.7	-11009815	-327.03	9771.02
d9	-1585.965	-222248	-45.2	-26903998	-331.15	13248.03;

variables

x(j) koeficienty stredisk

z efektivnost;

Positive variables x;

equations

efekt efektivita využitia

obmedzenia(i) strukturne ohranicenia

prve;

efekt.. $z=e=\text{sum}(j,c(j)*x(j));$

obmedzenia(i).. $\text{sum}(j,a(i,j)*x(j))=l=b(i);$

prve.. $\text{sum}(j,p(j)*x(j))=e=1;$

Model dea /all/;

Solve dea using lp maximizing z;

Display x.l,x.m;

Príloha 3: Vstupné údaje NUTS3

2000	HDP	THFK	ZAM	VSVZD	VnaVV	CPPD
Bratislavský kraj	20732,3	1989,777	329883	78,1	76410476	231,66
Trnavský kraj	10051,92	802,018	175697	20,1	17208856	182,53
Trenčiansky kraj	9008,45	832,453	206271	22,2	22752871	184,03
Nitriansky kraj	8291,58	863,205	216737	25,6	13597424	190,17
Žilinský kraj	7824,75	923,842	220788	29,2	23218715	176,39
Banskobystrický kraj	7941,23	827,337	219517	27,5	10248191	188,67
Prešovský kraj	5818,45	782,709	217604	30,2	6010191	173,70
Košický kraj	8579,54	1020,783	236129	26,6	15495884	192,16

2001	HDP	THFK	ZAM	VSVZD	VnaVV	CPPD
Bratislavský kraj	22860,6	1985,03	345337	77,8	77277800	270,36
Trnavský kraj	10595	918,242	176951	23,1	18459006	201,22
Trenčiansky kraj	9744,56	1198,392	207394	26,6	28063832	202,32
Nitriansky kraj	8786,36	1092,255	212730	29,2	14152194	206
Žilinský kraj	8576,46	1202,216	215656	29,6	24664642	201,69
Banskobystrický kraj	8730,41	986,226	216750	28,5	9621357	211,28
Prešovský kraj	6327,07	862,175	213038	34,8	10184757	195,01
Košický kraj	9607,77	1415,791	239985	29,9	15550023	212,31

2002	HDP	THFK	ZAM	VSVZD	VnaVV	CPPD
Bratislavský kraj	25049,22	2474,043	339475	78,5	78421696	280,52
Trnavský kraj	11084,48	975,459	182858	22,7	20179015	212,18
Trenčiansky kraj	10130,18	1166,634	209726	26,6	30466043	212,77
Nitriansky kraj	9372,02	1081,634	213718	24,5	10563766	211,84
Žilinský kraj	9056,54	1096,765	221534	34,2	19328653	214,23
Banskobystrický kraj	9574,89	1056,491	213144	30	10938990	216,52
Prešovský kraj	6862,37	970,853	209746	32,2	5781219	204,97
Košický kraj	10001,71	1251,845	230789	34	16998174	233,72

2003	HDP	THFK	ZAM	VSVZD	VnaVV	CPPD
Bratislavský kraj	25861,31	2258,78	336569	85,2	96749386	294,5
Trnavský kraj	11994,17	1003,491	184359	29,7	22257220	229,1
Trenčiansky kraj	10580,8	1169,027	210961	27,3	26753734	232,99
Nitriansky kraj	9971,76	1093,697	213012	28,3	12604328	226,71
Žilinský kraj	9196,85	1211,568	227728	36	15745403	219,58
Banskobystrický kraj	9877,01	993,969	204534	32,2	9753502	229,17
Prešovský kraj	6973,07	950,798	215511	31,5	5576379	209,72
Košický kraj	10215,32	1369,191	232344	37	17661057	245,97

2004	HDP	THFK	ZAM	VSVZD	VnaVV	CPPD
Bratislavský kraj	27900,91	2588,263	341074	86	100048297	340,47
Trnavský kraj	13027,9	1159,298	183919	30,8	17614984	239,16
Trenčiansky kraj	11436,41	1211,578	210890	30,4	24582786	221,07
Nitriansky kraj	10914,86	1144,26	210701	30,7	13208889	230,3
Žilinský kraj	9997,31	1283,842	210368	37,9	14525559	235,28
Banskobystrický kraj	10169,69	1038,637	193337	40,5	10800803	229,27
Prešovský kraj	7390,68	960,234	209606	37,6	6545841	221,37
Košický kraj	10879,8	1449,844	223120	37	19241785	235,44

2005	HDP	THFK	ZAM	VSVZD	VnaVV	CPPD
Bratislavský kraj	32958,96	3166,236	364180	88,6	107001925	326,23
Trnavský kraj	14645,08	1606,189	185309	33,8	20911937	253,6
Trenčiansky kraj	11960,06	1427,769	210176	39,2	28797949	242,18
Nitriansky kraj	12026	1348,901	211518	30,7	13780987	254,03
Žilinský kraj	11154,17	1539,402	218266	43,3	16121158	241,15
Banskobystrický kraj	9716,41	1181,304	191862	47,1	9916484	241,98
Prešovský kraj	7969	1138,517	196514	37,4	6659298	222,83
Košický kraj	11426,2	1681,14	224705	41,7	19369249	243,71

2006	HDP	THFK	ZAM	VSVZD	VnaVV	CPPD
Bratislavský kraj	34900,64	3424,583	360712	89	118852885	381,3
Trnavský kraj	18235,47	1889,298	188411	34,7	14765585	285,97
Trenčiansky kraj	13994,36	1721,802	214361	43	29832238	282,85
Nitriansky kraj	12848,2	1501,162	217156	37,6	20066155	285,27
Žilinský kraj	12135,64	1656,343	218408	43,8	15253801	277,14
Banskobystrický kraj	11059,62	1284,804	195043	42,4	9343590	276,04
Prešovský kraj	8192,44	1233,053	209364	38,7	5571533	247,53
Košický kraj	12618,22	1877,781	230993	50	26222200	269,57

2007	HDP	THFK	ZAM	VSVZD	VnaVV	CPPD
Bratislavský kraj	39774,68	4565,923	375038	94,4	125283874	407,87
Trnavský kraj	20206,67	1791,538	196095	33,8	16312620	335,43
Trenčiansky kraj	15518,84	1584,146	213661	41,7	32830313	309,81
Nitriansky kraj	14050,48	1391,724	217912	42,3	18063102	321,72
Žilinský kraj	14115,75	2020,121	234839	37,5	17228972	307,21
Banskobystrický kraj	12485,95	1453,316	195929	41,2	9418708	309,99
Prešovský kraj	9248,27	1360,741	202136	45,7	6324769	287,54
Košický kraj	13832,61	1928,953	226282	45,4	28288986	304,87

2008	HDP	THFK	ZAM	VSVZD	VnaVV	CPPD
Bratislavský kraj	41758,68	4020,02	382743	99,2	143861249	465,57
Trnavský kraj	20770,9	1965,113	196889	33,8	12941180	367,58
Trenčiansky kraj	16416,49	1756,421	223862	42,7	44166833	338,55
Nitriansky kraj	15355,36	1805,621	227381	39,6	19038936	349,13
Žilinský kraj	15786,91	1873,695	229543	43,7	19645290	336,53
Banskobystrický kraj	13650,32	1508,633	199440	47,6	13579267	331,48
Prešovský kraj	10633,73	1468,059	207984	49,8	7042754	309,19
Košický kraj	14914,87	2178,354	231846	44,9	26922293	340,95

2009	HDP	THFK	ZAM	VSVZD	VnaVV	CPPD
Bratislavský kraj	41766,46	3557,029	395096	106,5	139937477	441,32
Trnavský kraj	18984,17	1481,396	188269	41,7	9021894	359,39
Trenčiansky kraj	15073,54	1279,112	215499	39,8	39736763	347,04
Nitriansky kraj	14579,09	1302,773	211380	42,3	12849957	345,28
Žilinský kraj	14739,74	1436,873	219633	50,8	17606717	345,47
Banskobystrický kraj	12372,11	1173,321	192383	47,2	14790325	323,81
Prešovský kraj	9771,02	1208,362	193076	51,7	11009815	327,03
Košický kraj	13248,03	1585,965	222248	45,2	26903998	331,15

Príloha 4: Výstup riešenia GAMS pre CCR model Košický kraj rok 2009

GAMS Rev 236 WIN-VS8 23.6.3 x86/MS Windows 05/24/12 15:14:09 Page

1

General Algebraic Modeling System

Compilation

1 Sets

3 j ekonom.ukazovatel /1*6/

4 i ohranicenia / d2, d3, d4, d5, d6, d7, d8, d9/;

6 parameters

7 b(i) dispomibilne zdroje /d2 0, d3 0, d4 0, d5 0, d6 0,d7 0,

d8 0,d9 0/

8 c(j) vystup /1 0, 2 0, 3 0, 4 0,5 0,6 13248.03/

9 p(j) /1 1585.965,2 222248,3 45.2,4 26903998,5 331.15,6 0/;

11 table a(i,j) strukturne koeficienty

12 1 2 3 4 5

13 d2 -3557.029 -395096 -106.5 -139937477 -441

.32 41766.46

14 d3 -1481.396 -188269 -41.7 -9021894 -359.

39 18984.17

15 d4 -1279.112 -215499 -39.8 -39736763 -347.

04 15073.54

16 d5 -1302.773 -211380 -42.3 -12849957 -345. 28

14579.09

17	d6	-1436.873	-219633	-50.8	-17606717	-345. 47
14739.74						
18	d7	-1173.321	-192383	-47.2	-14790325	-323. 81
12372.11						
19	d8	-1208.362	-193076	-51.7	-11009815	-327.03
9771.02						
20	d9	-1585.965	-222248	-45.2	-26903998	-331.15
13248.03;						
23 variables						
24	x(j) koeficienty stredisk					
25	z efektivnost;					
27	Positive variables x;					
28	equations					
29	efekt efektivita využitia					
30	obmedzenia(i) strukturne ohranicenia					
31	prve;					
32	efekt.. $z=e=\sum(j,c(j)*x(j));$					
33	obmedzenia(i).. $\sum(j,a(i,j)*x(j))=l=b(i);$					
34	prve.. $\sum(j,p(j)*x(j))=e=1;$					
36	Model dea /all/;					
37	Solve dea using lp maximizing z;					
38	Display x.l,x.m;					

COMPILATION TIME = 0.000 SECONDS 3 Mb WIN236-236 Feb 11,
2011

GAMS Rev 236 WIN-VS8 23.6.3 x86/MS Windows 05/24/12 15:14:09 Page
2

General Algebraic Modeling System

Equation Listing SOLVE dea Using LP From line 37

---- efekt =E= efektivita využitia

efekt.. - 13248.03*x(6) + z =E= 0 ; (LHS = 0)

---- obmedzenia =L= strukturne ohranicenia

obmedzenia(d2).. - 3557.029*x(1) - 395096*x(2) - 106.5*x(3) - 139937477*x(4)

- 441.32*x(5) + 41766.46*x(6) =L= 0 ; (LHS = 0)

obmedzenia(d3).. - 1481.396*x(1) - 188269*x(2) - 41.7*x(3) - 9021894*x(4)

- 359.39*x(5) + 18984.17*x(6) =L= 0 ; (LHS = 0)

obmedzenia(d4).. - 1279.112*x(1) - 215499*x(2) - 39.8*x(3) - 39736763*x(4)

- 347.04*x(5) + 15073.54*x(6) =L= 0 ; (LHS = 0)

REMAINING 5 ENTRIES SKIPPED

---- prve =E=

prve.. 1585.965*x(1) + 222248*x(2) + 45.2*x(3) + 26903998*x(4) + 331.15*x(5)

=E= 1 ; (LHS = 0, INFES = 1 *****)

GAMS Rev 236 WIN-VS8 23.6.3 x86/MS Windows 05/24/12 15:14:09 Page
3

General Algebraic Modeling System

Column Listing SOLVE dea Using LP From line 37

---- x koeficienty stredisk

x(1)

(.LO, .L, .UP, .M = 0, 0, +INF, 0)

-3557.029 obmedzenia(d2)

-1481.396 obmedzenia(d3)

-1279.112 obmedzenia(d4)

-1302.773 obmedzenia(d5)

-1436.873 obmedzenia(d6)

-1173.321 obmedzenia(d7)

-1208.362 obmedzenia(d8)

-1585.965 obmedzenia(d9)

1585.965 prve

x(2)

(.LO, .L, .UP, .M = 0, 0, +INF, 0)

-395096 obmedzenia(d2)

-188269 obmedzenia(d3)

-215499 obmedzenia(d4)

-211380 obmedzenia(d5)

-219633 obmedzenia(d6)

-192383 obmedzenia(d7)

-193076 obmedzenia(d8)

-222248 obmedzenia(d9)

222248 prve

x(3)

(.LO, .L, .UP, .M = 0, 0, +INF, 0)

-106.5 obmedzenia(d2)

-41.7 obmedzenia(d3)

-39.8 obmedzenia(d4)

-42.3 obmedzenia(d5)

-50.8 obmedzenia(d6)

-47.2 obmedzenia(d7)

-51.7 obmedzenia(d8)

-45.2 obmedzenia(d9)

45.2 prve

REMAINING 3 ENTRIES SKIPPED

---- z efektivnost

z

(.LO, .L, .UP, .M = -INF, 0, +INF, 0)

1 efekt

GAMS Rev 236 WIN-VS8 23.6.3 x86/MS Windows

05/24/12 15:14:09 Page

4

General Algebraic Modeling System

Model Statistics SOLVE dea Using LP From line 37

MODEL STATISTICS

BLOCKS OF EQUATIONS	3	SINGLE EQUATIONS	10
BLOCKS OF VARIABLES	2	SINGLE VARIABLES	7
NON ZERO ELEMENTS	55		

GENERATION TIME = 0.016 SECONDS 4 Mb WIN236-236 Feb 11, 2011

EXECUTION TIME = 0.016 SECONDS 4 Mb WIN236-236 Feb 11, 2011

GAMS Rev 236 WIN-VS8 23.6.3 x86/MS Windows 05/24/12 15:14:09 Page 5

General Algebraic Modeling System

Solution Report SOLVE dea Using LP From line 37

S O L V E S U M M A R Y

MODEL dea OBJECTIVE z

TYPE LP DIRECTION MAXIMIZE

SOLVER CPLEX FROM LINE 37

**** SOLVER STATUS 1 Normal Completion

**** MODEL STATUS 1 Optimal

**** OBJECTIVE VALUE 0.6706

RESOURCE USAGE, LIMIT 0.303 1000.000

ITERATION COUNT, LIMIT 3 2000000000

IBM ILOG CPLEX Dec 13, 2010 23.6.3 WIN 22848.22869 VS8 x86/MS Windows

Cplex 12.2.0.2, GAMS Link 34

LP status(1): optimal

Optimal solution found.

Objective : 0.670644

	LOWER	LEVEL	UPPER	MARGINAL
---- EQU efekt	.	.	.	1.000
efekt				efektivita využitia

---- EQU obmedzenia strukturne ochranenia

	LOWER	LEVEL	UPPER	MARGINAL
d2	-INF	.	.	0.082
d3	-INF	.	.	0.517
d4	-INF	-0.157	.	.
d5	-INF	-0.223	.	.
d6	-INF	-0.359	.	.
d7	-INF	-0.402	.	.
d8	-INF	-0.612	.	.
d9	-INF	-0.329	.	.

	LOWER	LEVEL	UPPER	MARGINAL
---- EQU prve	1.000	1.000	1.000	0.671

---- VAR x koeficienty stredisk

	LOWER	LEVEL	UPPER	MARGINAL
1	.	.	+INF	-5.350
2	.	.	+INF	-1.924E+4
3	.	0.017	+INF	.

4 . . +INF -1.877E+6

5 . 7.1366E-4 +INF .

6 . 5.0622E-5 +INF .

LOWER LEVEL UPPER MARGINAL

---- VAR z -INF 0.671 +INF .

z efektivnost

**** REPORT SUMMARY : 0 NONOPT

0 INFEASIBLE

0 UNBOUNDED

GAMS Rev 236 WIN-VS8 23.6.3 x86/MS Windows 05/24/12 15:14:09 Page

6

General Algebraic Modeling System

Execution

---- 38 VARIABLE x.L koeficienty stredisk

3 0.017, 5 7.136649E-4, 6 5.062219E-5

---- 38 VARIABLE x.M koeficienty stredisk

1 -5.350, 2 -19237.128, 4 -1.87668E+6

EXECUTION TIME = 0.000 SECONDS 3 Mb WIN236-236 Feb 11,
2011

USER: GAMS Development Corporation, Washington, DC G871201/0000CA-
ANY

Free Demo, 202-342-0180, sales@gams.com, www.gams.com DC0000

**** FILE SUMMARY

Input

C:\veronika\diplomka\prakticka\udaje\vypoctyNUTS3\vypočtyCCRvstupNUTS

3\dea09 Kosicky.gms

Output C:\Users\veronika\Documents\gamsdir\projdir\dea09 Kosicky.lst

Príloha 5: Vstupy virtuálnych jednotiek a efektívnych regiónov - model CCR NUTS3

Región	Hodnoty vstupov podľa CCR				
	2000	THFK	ZAM	VSVD	VnaVV
Bratislavský kraj	1 989,78	329 883	78,10	76 410 476	231,66
Trnavský kraj	802,02	175 697	20,10	17 208 856	182,53
Trenčiansky kraj	725,94	156 763,04	18,80	16 297 638,85	160,48
Nitriansky kraj	763,37	187 340,57	22,69	12 436 314,58	173,93
Žilinský kraj	654,02	133 892,75	18,89	17 016 580,50	129,27
Banskobystrický kraj	827,34	219 517	27,50	10 248 191	188,67
Prešovský kraj	782,71	217 604	30,20	6 010 191	173,70
Košický kraj	743,92	174 698,63	20,72	13 662 283,95	169,42
2001					
Bratislavský kraj	1 985,03	345 337	77,80	77 277 800	270,36
Trnavský kraj	918,24	176 951	23,10	18 459 006	201,22
Trenčiansky kraj	844,77	160 473,85	22,99	19 312 381,52	174,86
Nitriansky kraj	862,78	178 041,04	23,33	12 842 185,70	186,93
Žilinský kraj	743,63	14 008,13	21,12	1 818 466,19	148,70
Banskobystrický kraj	986,23	216 750	28,50	9 621 357	211,28
Prešovský kraj	674,07	144 517,22	18,98	7 962 698,91	145,06
Košický kraj	919,54	187 301,41	24,53	146 245,30	199,67
2002					
Bratislavský kraj	2 474,04	339 475	78,50	78 421 696	280,52
Trnavský kraj	975,46	182 858	22,70	20 179 015	212,18
Trenčiansky kraj	909,59	162 162,85	22,57	20 645 578,83	180,55
Nitriansky kraj	1 082	213 718	24,50	10 563 766	211,84
Žilinský kraj	896,53	166 929,38	24,19	15 799 848,09	175,12
Banskobystrický kraj	1 056,49	213 144	30,00	10 938 990	216,52
Prešovský kraj	970,85	209 746	32,20	5 781 219	204,97
Košický kraj	1 071,71	203 502	25,33	14 988 432,92	206,09
2003					
Bratislavský kraj	2 258,78	336 569	85,20	96 749 386	294,50
Trnavský kraj	1 003,49	184 359	29,70	22 257 220	229,10
Trenčiansky kraj	885,24	162 634,50	26,20	1 963 443,71	202,10
Nitriansky kraj	1 093,70	213 012	28,30	12 604 328	226,71
Žilinský kraj	834,71	161 887,65	25,79	13 727 638,98	191,44
Banskobystrický kraj	993,97	204 534	32,20	9 753 502	229,17
Prešovský kraj	950,80	215 511	31,50	5 576 379	209,72
Košický kraj	926,86	179 722,80	28,63	15 262 909,73	212,57

2004					
Bratislavský kraj	2 588,26	341 074	86,00	100 048 297	340,47
Trnavský kraj	1 159,30	183 919	30,80	17 614 984	239,16
Trenčiansky kraj	1 022,11	159 234,27	27,88	18 079 601,95	202,74
Nitriansky kraj	1 144,26	210 701	30,70	13 208 889	230,30
Žilinský kraj	942,03	160 646,31	300,87	12 360 973,65	200,22
Banskobystrický kraj	1 038,64	193 337	40,50	10 800 803	229,27
Prešovský kraj	960,23	209 606	37,60	6 545 841	221,37
Košický kraj	970,37	152 478,24	26,15	16 026 619,60	196,10
2005					
Bratislavský kraj	3 166,24	364 180	88,60	107 001 925	326,23
Trnavský kraj	1 606,19	185 309	33,80	20 911 937	253,60
Trenčiansky kraj	1 250,73	144 147,72	29,31	25 227 115,09	173,86
Nitriansky kraj	1 348,90	211 518	30,70	13 780 987	254,03
Žilinský kraj	1 237,33	168 871,16	27,12	14 342 546,08	214,54
Banskobystrický kraj	1 181,30	191 862	47,10	9 916 484	241,98
Prešovský kraj	1 138,52	196 514	37,40	6 659 298	222,83
Košický kraj	1 255,68	14 956,35	26,62	16 030 865,96	201,71
2006					
Bratislavský kraj	3 424,58	360 712	89,00	118 852 885	381,30
Trnavský kraj	1 889,30	188 411	34,70	14 765 585	285,97
Trenčiansky kraj	1 421,80	144 608,14	29,95	24 634 369,17	195,08
Nitriansky kraj	1 315,97	132 758,06	26 241	17 590 619,73	188,32
Žilinský kraj	1 253,69	125 388,91	23,52	11 545 622,91	187,16
Banskobystrický kraj	1 207,83	134 390,26	24,77	8 783 831,04	192,65
Prešovský kraj	1 233,05	209 364	38,70	5 571 533	247,53
Košický kraj	1 290,83	130 382,69	25,96	18 025 690,95	183,57
2007					
Bratislavský kraj	4 565,92	375 038	94,40	125 283 874	407,87
Trnavský kraj	1 791,54	196 095	33,80	16 312 620	335,43
Trenčiansky kraj	1 375,91	150 602,14	25,96	125 281 900,36	257,61
Nitriansky kraj	1 245,73	136 352,50	23,50	11 342 800,88	233,24
Žilinský kraj	1 268,42	136 807,70	24,07	12 910 968,01	230,22
Banskobystrický kraj	1 445,20	191 451,08	39,79	9 366 079,36	291,08
Prešovský kraj	1 360,74	202 136	45,70	6 324 769	287,54
Košický kraj	1 315,69	133 297,26	25,53	19 169 455,42	207,94

2008					
Bratislavský kraj	4 020,02	382 743	99,20	143 861 249	465,57
Trnavský kraj	1 965,11	196 889	33,80	12 941 180	367,58
Trenčiansky kraj	1 553,15	155 613,19	26,71	10 228 191,03	290,52
Nitriansky kraj	1 452,76	145 554,72	24,99	9 567 064,96	271,74
Žilinský kraj	1 496,28	149 136,30	26,91	14 419 950,54	268,74
Banskobystrický kraj	1 291,44	129 392,50	22,21	8 504 749,38	241,57
Prešovský kraj	1 006,05	100 797,91	17,30	6 625 275,93	188,18
Košický kraj	1 416,82	140 295,16	26,86	19 053 631,55	241,30
2009					
Bratislavský kraj	3 557,03	395 096	106,50	139 937 477	441,32
Trnavský kraj	1 481,40	188 269	41,70	9 021 894	359,39
Trenčiansky kraj	1 176,24	149 486,72	33,11	7 163 437,97	285,36
Nitriansky kraj	1 137,65	144 583,06	32,02	6 928 453,72	276,00
Žilinský kraj	1 151,96	146 062,96	32,46	7 716 926,59	276,97
Banskobystrický kraj	965,44	122 696,23	27,18	5 879 631,47	234,22
Prešovský kraj	762,46	96 900,74	21,46	4 643 505,69	184,98
Košický kraj	1 058,27	129 812,21	30,31	16 166 344,60	222,08

Zdroj: Vlastné výpočty

Príloha 6: Vstupné údaje NUTS2

DMU	2000	GDP	GFCF	IofH	HRinSaT	EAP
DMU1	Praha	35 427,90	4 132,40	10 449,20	50,10	616,60
DMU2	Strední Čechy	15 706,05	1 861,20	7 721,20	24,00	552,70
DMU3	Jihozápad	16 390,84	2 201,50	7 699,80	27,70	591,50
DMU4	Severozápad	13 934,97	1 313,60	6 984,00	24,40	567,00
DMU5	Severovýchod	20 091,55	2 107,00	9 498,90	27,30	725,80
DMU6	Jihovýchod	22 296,45	2 487,60	10 425,30	30,90	811,50
DMU7	Strední Morava	15 203,10	1 565,20	7 631,70	25,90	600,60
DMU8	Moravskoslezsko	14 976,68	1 536,00	7 681,20	28,50	610,30
DMU9	Közép-Magyarország	53 062,02	4 386,30	21 911,90	38,00	1 238,20
DMU10	Közép-Dunántúl	13 080,39	1 304,90	6 035,70	24,90	474,40
DMU11	Nyugat-Dunántúl	13 787,57	1 419,90	5 750,40	24,30	441,70
DMU12	Dél-Dunántúl	9 119,33	765,60	4 670,60	25,20	380,80
DMU13	Észak-Magyarország	10 156,23	1 088,70	5 619,50	23,40	462,30
DMU14	Észak-Alföld	12 219,20	1 141,20	6 324,20	23,50	546,60
DMU15	Dél-Alföld	12 271,74	904,70	6 482,90	22,60	523,80
DMU16	Lódzkie	25 034,74	2 227,20	14 783,30	26,60	1 392,70
DMU17	Mazowieckie	81 569,93	13 634,30	38 089,30	27,70	2 308,10
DMU18	Malopolskie	29 575,54	3 083,40	17 222,80	24,60	1 470,10
DMU19	Slaskie	54 378,86	4 902,20	30 858,30	19,10	1 642,20
DMU20	Lubelskie	16 329,75	1 360,70	10 182,30	21,50	1 054,80
DMU21	Podkarpackie	15 486,59	1 308,10	9 453,20	21,40	862,60
DMU22	Swietokrzyskie	10 678,67	939,30	6 466,60	17,80	626,20
DMU23	Podlaskie	9 635,23	818,30	5 768,10	22,10	549,60
DMU24	Wielkopolskie	37 603,48	4 010,50	20 178,80	20,20	1 624,70
DMU25	Zachodniopomorskie	18 249,43	1 670,60	10 294,00	25,70	720,50
DMU26	Lubuskie	9 599,74	897,70	5 449,50	22,00	437,90
DMU27	Dolnoslaskie	32 011,62	3 308,70	17 536,30	23,30	1 292,90
DMU28	Opolskie	9 571,66	907,10	5 076,90	21,60	462,60
DMU29	Kujawsko-Pomorskie	20 008,02	1 670,60	11 131,80	20,80	988,00
DMU30	Warminsko-Mazurskie	11 797,65	927,60	7 051,20	20,90	654,70
DMU31	Pomorskie	22 769,99	2 428,00	11 963,90	25,80	840,10
DMU32	Bratislavský kraj	14 696,96	1 407,10	4 945,50	46,50	331,80
DMU33	Západné Slovensko	19 484,76	1 766,20	9 819,40	22,40	893,70
DMU34	Stredné Slovensko	12 271,86	1 238,30	6 990,00	24,00	641,80
DMU35	Východné Slovensko	12 806,11	1 275,30	7 711,20	22,10	712,90

DMU	2001	GDP	GFCF	IofH	HRinSaT	EAP
DMU1	Praha	37 174,59	4 586,50	11 096,50	52,50	609,70
DMU2	Střední Čechy	16 120,17	2 185,00	8 175,30	25,90	558,00
DMU3	Jihozápad	16 716,72	2 163,50	8 181,60	29,00	590,40
DMU4	Severozápad	13 778,99	1 864,90	7 235,90	24,80	566,40
DMU5	Severovýchod	20 246,90	2 015,80	10 028,60	27,20	724,50
DMU6	Jihovýchod	23 189,20	2 470,10	11 048,00	29,90	798,40
DMU7	Střední Morava	15 339,85	2 121,70	8 056,40	27,60	591,60
DMU8	Moravskoslezsko	15 244,54	1 944,70	8 081,00	29,60	606,00
DMU9	Közép-Magyarország	56 734,32	4 951,80	22 833,00	36,20	1 223,10
DMU10	Közép-Dunántúl	13 327,40	1 404,30	6 670,50	24,00	470,10
DMU11	Nyugat-Dunántúl	13 308,16	1 602,30	6 052,60	24,70	447,00
DMU12	Dél-Dunántúl	9 349,07	866,00	5 021,80	25,50	381,10
DMU13	Észak-Magyarország	10 607,45	1 098,70	6 109,10	24,10	467,30
DMU14	Észak-Alföld	13 142,57	1 425,00	7 105,70	23,90	557,70
DMU15	Dél-Alföld	12 339,25	1 063,90	7 251,10	21,30	538,30
DMU16	Lódzkie	25 317,86	2 429,70	15 496,40	22,80	1 374,60
DMU17	Mazowieckie	85 691,73	13 490,90	40 357,00	29,10	2 335,40
DMU18	Malopolskie	29 031,37	2 861,30	17 781,00	23,90	1 441,90
DMU19	Slaskie	54 713,89	4 353,90	32 372,00	22,40	1 884,70
DMU20	Lubelskie	16 770,45	1 382,00	10 916,20	21,00	1 052,10
DMU21	Podkarpackie	15 842,41	1 341,50	9 922,10	20,10	841,90
DMU22	Swietokrzyskie	10 581,58	852,90	6 724,40	18,60	605,60
DMU23	Podlaskie	10 034,20	782,90	6 263,30	22,60	553,40
DMU24	Wielkopolskie	37 987,00	4 272,20	21 441,90	21,90	1 557,40
DMU25	Zachodniopomorskie	18 061,41	1 613,00	10 681,60	24,80	743,50
DMU26	Lubuskie	9 551,01	945,20	5 692,00	20,90	470,00
DMU27	Dolnoslaskie	31 579,96	3 819,10	18 583,90	23,70	1 208,00
DMU28	Opolskie	9 338,03	831,10	5 303,20	20,50	447,80
DMU29	Kujawsko-Pomorskie	20 270,21	1 751,30	11 907,00	19,40	996,50
DMU30	Warminsko-Mazurskie	11 591,92	969,20	7 234,30	20,50	619,70
DMU31	Pomorskie	22 810,70	2 223,30	12 831,80	23,90	897,10
DMU32	Bratislavský kraj	15 054,94	1 381,10	5 296,70	46,90	331,60
DMU33	Západné Slovensko	19 797,45	2 232,60	10 856,70	23,80	917,10
DMU34	Stredné Slovensko	12 880,76	1 522,60	7 632,40	24,30	653,40
DMU35	Východné Slovensko	13 591,26	1 584,90	8 365,30	22,50	720,20

DMU	2002	GDP	GFCF	IofH	HRinSaT	EAP
DMU1	Praha	38 267,99	5 915,40	11 248,00	50,40	610,70
DMU2	Střední Čechy	16 923,33	2 072,60	8 545,20	25,40	565,70
DMU3	Jihozápad	16 820,42	2 146,90	8 180,50	28,90	586,50
DMU4	Severozápad	14 142,94	1 921,00	7 189,40	24,40	560,10
DMU5	Severovýchod	20 436,96	2 762,90	10 132,30	26,30	728,70
DMU6	Jihovýchod	23 382,97	2 807,60	11 123,70	30,80	791,70
DMU7	Střední Morava	15 528,21	2 224,50	8 182,60	26,80	595,80
DMU8	Moravskoslezsko	15 301,89	2 152,40	8 116,20	29,50	609,00
DMU9	Közép-Magyarország	61 148,08	6 061,70	25 738,50	36,90	1 228,90
DMU10	Közép-Dunántúl	13 014,27	1 662,30	7 199,40	23,70	479,00
DMU11	Nyugat-Dunántúl	13 693,04	1 614,40	6 587,70	24,30	452,90
DMU12	Dél-Dunántúl	9 607,14	1 096,40	5 606,10	24,60	376,50
DMU13	Észak-Magyarország	10 893,90	1 282,10	6 709,60	24,30	471,50
DMU14	Észak-Alföld	13 415,04	1 636,20	7 761,10	25,80	553,20
DMU15	Dél-Alföld	12 717,68	1 300,60	7 498,60	22,10	527,70
DMU16	Lódzkie	25 904,32	2 113,10	16 221,30	22,90	1 331,80
DMU17	Mazowieckie	85 899,62	9 699,80	41 600,30	29,40	2 283,00
DMU18	Malopolskie	30 056,16	3 041,40	18 593,20	24,80	1 424,50
DMU19	Slaskie	56 060,68	4 511,10	33 440,40	25,00	1 906,70
DMU20	Lubelskie	16 824,80	1 293,40	11 245,40	21,70	1 067,50
DMU21	Podkarpackie	16 009,95	1 463,20	10 134,50	19,20	882,30
DMU22	Swietokrzyskie	10 861,09	1 075,10	7 024,40	21,50	592,50
DMU23	Podlaskie	10 143,67	844,10	6 368,70	22,70	521,10
DMU24	Wielkopolskie	37 754,31	3 853,90	21 629,60	21,80	1 519,10
DMU25	Zachodniopomorskie	18 086,77	1 472,20	10 932,60	23,00	746,60
DMU26	Lubuskie	9 621,30	900,60	5 799,90	20,80	476,70
DMU27	Dolnoslaskie	32 584,85	3 269,80	19 186,10	23,30	1 233,80
DMU28	Opolskie	9 330,01	728,70	5 465,50	20,60	417,30
DMU29	Kujawsko-Pomorskie	20 483,18	1 719,00	12 331,70	19,00	998,20
DMU30	Warmińsko-Mazurskie	11 833,56	1 025,30	7 388,90	21,80	593,80
DMU31	Pomorskie	23 625,92	2 257,20	13 115,40	22,80	898,20
DMU32	Bratislavský kraj	16 141,36	1 745,70	5 693,70	48,20	326,30
DMU33	Západné Slovensko	20 334,25	2 274,70	11 760,20	23,90	906,10
DMU34	Stredné Slovensko	13 556,58	1 519,40	8 062,60	23,60	655,60
DMU35	Východné Slovensko	14 106,70	1 568,40	8 740,00	22,30	716,70

DMU	2003	GDP	GFCF	IofH	HRinSaT	EAP
DMU1	Praha	39 832,30	5 183,20	12 127,30	51,40	613,30
DMU2	Strední Cechy	17 431,31	2 302,40	9 180,00	26,90	566,10
DMU3	Jihozápad	17 492,46	2 353,80	8 709,80	30,50	583,50
DMU4	Severozápad	15 006,80	2 222,40	7 619,00	22,40	554,70
DMU5	Severovýchod	20 697,01	2 517,00	10 493,20	28,50	727,80
DMU6	Jihovýchod	24 278,09	3 451,60	11 720,50	31,50	793,10
DMU7	Strední Morava	15 946,18	1 863,70	8 607,00	28,10	597,80
DMU8	Moravskoslezsko	15 913,65	1 693,20	8 448,90	28,90	607,40
DMU9	Közép-Magyarország	62 227,86	5 515,60	27 317,80	39,30	1 245,30
DMU10	Közép-Dunántúl	14 235,99	1 711,30	7 208,60	26,10	495,60
DMU11	Nyugat-Dunántúl	14 979,79	1 677,30	6 643,00	24,60	443,70
DMU12	Dél-Dunántúl	9 906,06	1 242,40	5 771,20	25,10	386,80
DMU13	Észak-Magyarország	11 500,46	1 500,90	6 848,70	23,70	482,60
DMU14	Észak-Alföld	14 272,28	1 680,10	8 026,80	26,80	570,60
DMU15	Dél-Alföld	13 104,88	1 357,70	7 677,30	23,40	517,00
DMU16	Lódzkie	27 088,74	1 914,50	16 394,80	25,10	1 323,00
DMU17	Mazowieckie	90 031,77	7 994,80	41 511,30	31,50	2 196,00
DMU18	Malopolskie	31 462,97	2 954,80	18 559,50	24,70	1 435,40
DMU19	Slaskie	58 012,47	4 009,50	33 785,30	26,60	1 909,00
DMU20	Lubelskie	17 486,55	1 196,70	11 374,80	23,70	1 030,30
DMU21	Podkarpackie	16 761,26	1 440,80	10 207,80	22,40	891,50
DMU22	Swietokrzyskie	11 396,74	833,30	7 211,50	24,80	585,70
DMU23	Podlaskie	10 334,00	841,40	6 367,80	23,90	507,80
DMU24	Wielkopolskie	39 678,70	3 973,80	22 012,00	22,80	1 551,20
DMU25	Zachodniopomorskie	18 141,42	1 296,30	10 877,40	25,00	728,50
DMU26	Lubuskie	9 844,93	809,20	5 765,50	22,10	464,70
DMU27	Dolnoslaskie	33 519,15	2 757,80	18 972,60	23,50	1 201,10
DMU28	Opolskie	9 476,44	686,20	5 494,00	23,60	386,20
DMU29	Kujawsko-Pomorskie	20 921,54	1 424,20	12 230,60	22,20	981,60
DMU30	Warminsko-Mazurskie	12 715,71	969,40	7 596,60	24,70	599,20
DMU31	Pomorskie	24 259,58	1 845,60	13 109,40	25,50	852,70
DMU32	Bratislavský kraj	16 852,28	1 640,10	5 478,90	48,90	326,60
DMU33	Západné Slovensko	21 808,26	2 371,70	11 217,80	24,90	914,20
DMU34	Stredné Slovensko	14 000,85	1 601,50	7 764,70	25,20	651,90
DMU35	Východné Slovensko	14 542,95	1 684,60	8 403,90	22,60	721,60

DMU	2004	GDP	GFCF	IofH	HRinSaT	EAP
DMU1	Praha	40 939,37	6 416,80	12 343,30	52,90	610,60
DMU2	Střední Čechy	18 447,80	2 567,80	9 499,10	29,30	567,90
DMU3	Jihozápad	18 558,44	2 424,10	8 967,40	30,90	587,30
DMU4	Severozápad	15 542,97	1 845,60	7 734,10	22,80	571,10
DMU5	Severovýchod	21 455,97	2 667,40	10 853,00	29,10	724,70
DMU6	Jihovýchod	25 013,59	3 045,70	12 245,80	31,70	799,80
DMU7	Střední Morava	16 574,03	2 031,80	8 738,90	28,00	594,10
DMU8	Moravskoslezsko	17 536,65	1 803,00	8 654,10	27,80	607,30
DMU9	Közép-Magyarország	65 799,61	6 539,10	29 293,10	41,70	1 271,40
DMU10	Közép-Dunántúl	15 323,06	2 071,80	7 335,40	25,60	479,90
DMU11	Nyugat-Dunántúl	15 151,23	1 758,60	6 970,60	25,30	443,20
DMU12	Dél-Dunántúl	10 130,88	1 349,00	5 663,60	27,30	376,20
DMU13	Észak-Magyarország	12 247,78	1 654,40	8 456,70	25,60	475,50
DMU14	Észak-Alföld	14 666,17	1 817,10	7 728,50	27,00	562,20
DMU15	Dél-Alföld	13 724,32	1 474,10	7 496,10	26,00	518,30
DMU16	Lódzkie	28 350,62	2 157,20	17 367,40	26,20	1 334,00
DMU17	Mazowieckie	93 122,81	8 301,70	43 854,10	33,90	2 250,00
DMU18	Malopolskie	33 054,34	2 877,30	19 503,30	24,70	1 420,50
DMU19	Slaskie	62 917,79	4 329,10	35 187,20	25,90	1 999,30
DMU20	Lubelskie	18 025,21	1 292,50	11 919,10	24,90	1 036,20
DMU21	Podkarpackie	17 398,33	1 496,60	10 636,00	24,90	845,00
DMU22	Swietokrzyskie	11 849,58	995,60	7 509,10	24,70	588,20
DMU23	Podlaskie	10 678,32	949,90	6 914,90	25,70	486,00
DMU24	Wielkopolskie	42 958,12	3 746,80	23 997,20	22,70	1 516,70
DMU25	Zachodniopomorskie	18 706,13	1 560,70	11 548,50	29,00	712,00
DMU26	Lubuskie	10 720,13	870,40	6 208,60	23,60	484,10
DMU27	Dolnoslaskie	35 051,73	3 072,40	19 800,50	25,10	1 255,40
DMU28	Opolskie	10 755,93	749,80	5 896,50	23,50	388,00
DMU29	Kujawsko-Pomorskie	21 963,95	1 444,70	13 162,00	23,90	971,10
DMU30	Warmińsko-Mazurskie	13 184,51	1 023,50	8 165,60	23,50	596,10
DMU31	Pomorskie	25 437,93	2 058,20	13 955,90	25,20	844,90
DMU32	Bratislavský kraj	17 786,51	1 948,30	5 999,90	47,60	326,10
DMU33	Západné Slovensko	23 178,01	2 646,00	12 011,60	25,40	926,80
DMU34	Stredné Slovensko	14 477,48	1 748,20	8 070,30	26,40	656,50
DMU35	Východné Slovensko	15 143,02	1 814,20	8 737,70	21,60	733,10

DMU	2005	GDP	GFCF	lofH	HRinSaT	EAP
DMU1	Praha	44 421,30	6 864,70	13 196,50	53,90	623,10
DMU2	Strední Cechy	19 147,65	2 965,00	10 152,60	30,60	575,50
DMU3	Jihozápad	19 602,05	2 634,00	9 621,20	30,50	595,50
DMU4	Severozápad	16 236,22	1 931,10	8 294,80	25,60	576,10
DMU5	Severovýchod	22 707,99	2 435,10	11 760,70	30,60	726,50
DMU6	Jihovýchod	26 412,76	4 077,10	13 140,50	34,50	804,00
DMU7	Strední Morava	17 372,75	1 898,30	9 392,60	29,80	598,30
DMU8	Moravskoslezsko	19 162,62	2 105,60	9 461,00	29,60	619,50
DMU9	Közép-Magyarország	70 272,91	7 043,40	32 135,10	42,10	1 293,40
DMU10	Közép-Dunántúl	15 708,73	2 457,10	8 011,20	24,40	488,30
DMU11	Nyugat-Dunántúl	14 961,53	1 779,50	7 318,20	23,60	450,60
DMU12	Dél-Dunántúl	10 180,03	1 360,90	6 156,10	26,90	385,80
DMU13	Észak-Magyarország	12 546,13	1 626,60	7 442,70	26,70	466,10
DMU14	Észak-Alföld	14 740,34	2 033,70	8 500,70	26,00	566,90
DMU15	Dél-Alföld	13 822,44	2 369,90	8 085,70	25,90	528,90
DMU16	Lódzkie	29 246,41	2 968,70	17 773,10	26,50	1 328,10
DMU17	Mazowieckie	100 610,62	9 932,10	44 452,70	36,80	2 274,10
DMU18	Malopolskie	34 337,90	3 468,30	19 881,00	25,00	1 424,00
DMU19	Slaskie	62 428,69	4 962,20	35 971,90	28,30	2 042,40
DMU20	Lubelskie	18 372,60	1 540,40	11 978,60	26,60	1 049,00
DMU21	Podkarpackie	17 860,45	1 722,60	10 872,70	24,60	865,90
DMU22	Swietokrzyskie	11 865,96	1 012,40	7 556,50	24,80	607,40
DMU23	Podlaskie	10 964,30	1 165,10	6 907,70	25,80	488,40
DMU24	Wielkopolskie	44 419,79	4 373,90	24 072,70	24,80	1 524,90
DMU25	Zachodniopomorskie	19 399,03	1 687,00	11 728,70	26,80	707,20
DMU26	Lubuskie	11 224,80	1 164,80	6 333,80	24,90	485,90
DMU27	Dolnoslaskie	36 824,34	3 804,10	20 195,60	29,40	1 291,20
DMU28	Opolskie	10 723,05	922,40	6 007,80	26,00	415,80
DMU29	Kujawsko-Pomorskie	22 240,51	1 861,30	13 275,70	22,70	916,60
DMU30	Warminsko-Mazurskie	13 474,04	1 400,40	8 313,10	25,10	603,40
DMU31	Pomorskie	26 610,17	2 553,10	14 170,70	27,60	849,10
DMU32	Bratislavský kraj	20 487,92	2 471,20	7 154,40	48,00	326,40
DMU33	Západné Slovensko	24 572,43	3 420,80	13 060,10	26,10	926,90
DMU34	Stredné Slovensko	14 582,16	2 123,50	9 191,50	29,20	656,70
DMU35	Východné Slovensko	15 647,23	2 200,70	9 740,10	24,50	726,20

DMU	2006	GDP	GFCF	lofH	HRinSaT	EAP
DMU1	Praha	47 899,14	7 995,70	14 488,90	55,50	630,40
DMU2	Střední Čechy	21 220,35	2 840,90	11 131,30	30,70	586,30
DMU3	Jihozápad	20 920,81	3 069,70	10 369,20	31,70	595,70
DMU4	Severozápad	17 089,81	2 218,20	8 950,20	25,60	574,20
DMU5	Severovýchod	23 886,72	2 603,10	12 591,90	30,80	735,40
DMU6	Jihovýchod	28 233,71	3 559,80	13 931,70	34,10	803,80
DMU7	Střední Morava	18 376,49	2 695,80	10 275,80	28,90	607,60
DMU8	Moravskoslezsko	20 035,21	2 974,60	9 944,90	30,30	606,30
DMU9	Közép-Magyarország	74 829,67	6 967,50	31 536,90	42,20	1 295,90
DMU10	Közép-Dunántúl	15 702,17	2 099,50	8 786,80	25,00	493,70
DMU11	Nyugat-Dunántúl	15 711,67	1 717,20	7 613,50	24,60	452,40
DMU12	Dél-Dunántúl	10 272,68	1 398,70	6 602,20	26,90	384,20
DMU13	Észak-Magyarország	12 599,20	1 677,60	7 911,90	26,50	473,30
DMU14	Észak-Alföld	15 151,79	2 079,10	9 355,50	26,90	592,10
DMU15	Dél-Alföld	14 005,43	1 571,90	8 690,30	26,20	530,80
DMU16	Lódzkie	30 949,73	3 412,80	19 118,30	28,50	1 287,10
DMU17	Mazowieckie	108 096,59	11 563,70	47 516,30	38,50	2 374,90
DMU18	Malopolskie	37 156,50	4 476,20	21 315,80	28,10	1 443,80
DMU19	Slaskie	65 061,45	6 391,60	38 082,80	31,30	1 944,20
DMU20	Lubelskie	19 264,48	1 757,50	12 773,50	25,10	1 007,60
DMU21	Podkarpackie	18 814,16	2 032,10	11 715,80	25,40	870,00
DMU22	Swietokrzyskie	12 772,38	1 073,70	8 150,20	23,90	623,50
DMU23	Podlaskie	11 519,89	1 338,30	7 420,20	28,50	460,00
DMU24	Wielkopolskie	46 595,46	4 979,30	25 571,60	26,50	1 461,80
DMU25	Zachodniopomorskie	20 225,58	2 261,10	12 458,60	30,80	645,80
DMU26	Lubuskie	11 762,23	1 245,70	6 747,60	26,10	475,90
DMU27	Dolnoslaskie	40 451,15	4 968,00	21 474,10	31,40	1 298,60
DMU28	Opolskie	11 005,99	1 026,20	6 386,70	24,80	390,40
DMU29	Kujawsko-Pomorskie	23 682,46	2 155,30	14 127,90	22,20	851,90
DMU30	Warmińsko-Mazurskie	14 136,57	1 693,60	8 849,00	26,80	601,60
DMU31	Pomorskie	28 414,43	3 093,30	15 296,20	30,80	788,10
DMU32	Bratislavský kraj	21 382,27	2 770,80	7 386,20	48,40	329,30
DMU33	Západné Slovensko	27 943,52	4 136,30	14 437,00	28,40	932,90
DMU34	Stredné Slovensko	15 875,88	2 379,70	9 875,20	27,30	658,80
DMU35	Východné Slovensko	16 490,35	2 517,00	10 572,40	26,20	729,50

DMU	2007	GDP	GFCF	lofH	HRinSaT	EAP
DMU1	Praha	52 267,12	10 778,40	15 833,70	57,50	631,80
DMU2	Strední Cechy	22 653,89	3 038,90	12 412,60	31,90	594,20
DMU3	Jihozápad	21 426,97	3 053,10	11 375,10	32,40	598,10
DMU4	Severozápad	17 733,70	2 733,70	9 638,60	28,00	555,90
DMU5	Severovýchod	24 920,40	2 771,00	13 765,50	31,80	732,20
DMU6	Jihovýchod	29 986,23	4 637,90	15 588,60	35,20	810,60
DMU7	Strední Morava	19 429,67	2 289,20	11 250,70	30,70	608,10
DMU8	Moravskoslezsko	21 363,21	2 760,50	10 970,10	31,70	600,70
DMU9	Közép-Magyarország	75 360,09	7 467,20	30 596,30	41,90	1 295,50
DMU10	Közép-Dunántúl	16 333,13	2 850,70	8 711,50	25,50	488,70
DMU11	Nyugat-Dunántúl	15 574,48	1 848,90	7 558,20	24,90	455,00
DMU12	Dél-Dunántúl	10 451,70	1 417,50	6 641,60	26,60	370,80
DMU13	Észak-Magyarország	12 670,75	1 590,30	7 959,90	24,90	482,00
DMU14	Észak-Alföld	15 208,51	2 247,50	9 513,60	26,70	580,70
DMU15	Dél-Alföld	14 204,82	1 630,00	8 829,30	27,20	535,90
DMU16	Lódzkie	32 960,81	4 712,80	21 209,10	29,10	1 353,50
DMU17	Mazowieckie	116 086,58	14 632,80	53 248,60	40,80	2 481,70
DMU18	Malopolskie	39 302,53	5 259,10	23 677,80	30,30	1 366,60
DMU19	Slaskie	69 290,73	8 192,80	42 614,70	32,60	1 906,90
DMU20	Lubelskie	20 578,25	2 188,10	14 374,90	26,60	1 034,60
DMU21	Podkarpackie	19 818,02	2 456,30	13 102,60	26,90	873,80
DMU22	Swietokrzyskie	13 758,66	1 444,40	9 111,10	23,60	641,80
DMU23	Podlaskie	12 407,79	1 600,80	8 204,90	29,30	488,30
DMU24	Wielkopolskie	49 507,73	5 974,00	28 321,60	26,60	1 415,60
DMU25	Zachodniopomorskie	21 277,89	2 443,60	13 824,20	34,60	606,70
DMU26	Lubuskie	12 511,46	1 604,80	7 592,10	28,00	480,40
DMU27	Dolnoslaskie	43 853,28	5 959,00	23 978,90	32,30	1 296,40
DMU28	Opolskie	12 075,30	1 328,90	7 294,90	27,10	397,60
DMU29	Kujawsko-Pomorskie	25 113,55	2 846,20	15 738,00	23,00	829,10
DMU30	Warminsko-Mazurskie	14 859,44	1 947,00	9 765,40	26,70	599,70
DMU31	Pomorskie	30 427,96	4 467,80	17 402,50	32,60	837,50
DMU32	Bratislavský kraj	24 135,67	4 073,50	8 365,70	50,90	335,10
DMU33	Západné Slovensko	30 472,03	4 252,00	16 380,80	28,70	933,20
DMU34	Stredné Slovensko	17 811,98	3 097,90	11 659,80	26,00	658,60
DMU35	Východné Slovensko	17 914,82	2 934,00	11 630,80	27,10	719,10

Príloha 7: Hodnoty virtuálnych jednotiek a efektívnych regiónov - model CCR NUTS2

Región	Hodnoty výstupu a vstupov podľa CCR				
	GDP	GFCF	lofH	HRinSaT	EAP
2000					
Praha	35 427,90	4 132,40	10 449,20	50,10	616,60
Strední Čechy	15 706,05	1 434,29	5 950,16	18,50	345,88
Jihozápad	16 390,84	1 639,90	5 735,58	20,63	334,87
Severozápad	13 934,97	1 131,61	6 016,40	12,54	369,12
Severovýchod	20 091,55	1 750,72	7 892,74	22,68	457,65
Jihovýchod	22 296,45	2 026,51	8 492,90	25,17	492,08
Strední Morava	15 203,10	1 270,77	6 196,11	13,51	353,95
Moravskoslezsko	14 976,68	1 237,66	6 189,28	10,77	350,27
Közép-Magyarország	53 062,02	4 386,30	21 911,90	38,00	1 238,20
Közép-Dunántúl	13 080,39	1 119,49	5 178,12	16,52	303,01
Nyugat-Dunántúl	13 787,57	1 265,58	5 125,44	21,66	306,20
Dél-Dunántúl	9 119,33	709,99	4 331,36	12,05	307,68
Észak-Magyarország	10 156,23	831,83	4 293,62	8,25	253,71
Észak-Alföld	12 219,20	980,17	5 431,80	12,52	349,87
Dél-Alföld	12 271,74	904,70	6 482,90	22,60	523,80
Lódzkie	25 034,74	2 020,21	10 973,32	24,13	690,76
Mazowieckie	81 569,93	13 634,30	38 089,30	27,70	2 308,10
Malopolskie	29 575,54	2 474,35	12 822,74	19,74	717,22
Slaskie	54 378,86	4 902,20	30 858,30	19,10	1 642,20
Lubelskie	16 329,75	1 281,87	7 620,51	20,25	528,21
Podkarpackie	15 486,59	1 210,91	7 288,66	19,81	511,28
Swietokrzyskie	10 678,67	820,04	5 218,49	15,54	384,87
Podlaskie	9 635,23	714,49	5 036,37	17,22	402,25
Wielkopolskie	37 603,48	3 682,11	18 526,50	18,55	1 024,07
Zachodniopomorskie	18 249,43	1 436,79	8 461,80	22,10	581,16
Lubuskie	9 599,74	748,58	4 544,26	12,54	321,32
Dolnoslaskie	32 011,62	2 761,05	14 633,73	19,44	811,28
Opolskie	9 571,66	765,50	4 284,41	10,09	279,02
Kujawsko-Pomorskie	20 008,02	1 608,65	8 846,37	20,03	564,88
Warminsko-Mazurskie	11 797,65	884,10	6 047,29	19,92	472,50
Pomorskie	22 769,99	1 894,14	9 333,32	18,53	530,65
Bratislavský kraj	14 696,96	1 407,10	4 945,50	46,50	331,80
Západné Slovensko	19 484,76	1 563,96	8 648,86	19,84	555,78
Stredné Slovensko	12 271,86	978,92	5 525,82	13,26	363,23
Východné Slovensko	12 806,11	999,87	6 045,79	16,56	425,92

Región	Hodnoty výstupu a vstupov podľa CCR				
	2001	GDP	GFCF	lofH	HRinSaT
Praha	37 174,59	4 586,50	11 096,50	52,50	609,70
Strední Čechy	16 120,17	1 580,40	5 913,16	18,73	324,94
Jihozápad	16 716,72	1 622,66	6 136,32	21,75	340,52
Severozápad	13 778,99	1 317,99	5 113,84	17,53	283,48
Severovýchod	20 246,90	1 744,93	8 681,02	16,80	517,17
Jihovýchod	23 189,20	2 041,65	9 131,68	24,63	501,78
Strední Morava	15 339,85	1 486,91	5 646,01	19,34	312,51
Moravskoslezsko	15 244,54	1 393,87	5 792,10	21,22	324,30
Közép-Magyarország	56 734,32	4 951,80	22 833,00	36,20	1 223,10
Közép-Dunántúl	13 327,40	1 157,59	5 498,60	9,49	307,76
Nyugat-Dunántúl	13 308,16	1 286,34	4 859,08	19,83	273,09
Dél-Dunántúl	9 349,07	783,42	4 542,91	11,65	319,77
Észak-Magyarország	10 607,45	896,04	4 982,28	11,96	336,74
Észak-Alföld	13 142,57	1 132,21	5 645,71	10,98	337,33
Dél-Alföld	12 339,25	1 000,20	6 816,93	17,24	506,07
Lódzkie	25 317,86	2 082,86	13 284,27	19,55	826,68
Mazowieckie	85 691,73	13 490,90	40 357,00	29,10	2 335,40
Malopolskie	29 031,37	2 401,33	14 922,58	20,06	900,00
Slaskie	54 713,89	4 353,90	32 372,00	22,40	1 884,70
Lubelskie	16 770,45	1 323,36	10 156,20	20,11	726,47
Podkarpackie	15 842,41	1 261,06	9 327,15	18,90	663,91
Swietokrzyskie	10 581,58	830,43	6 503,95	18,11	519,29
Podlaskie	10 034,20	782,90	6 263,30	22,60	553,40
Wielkopolskie	37 987,00	3 684,60	18 492,78	18,89	1 044,28
Zachodniopomorskie	18 061,41	1 473,56	9 758,19	20,76	679,23
Lubuskie	9 551,01	794,38	4 783,74	12,94	348,30
Dolnoslaskie	31 579,96	2 891,40	14 069,67	17,94	776,15
Opolskie	9 338,03	767,47	4 897,19	14,25	373,88
Kujawsko-Pomorskie	20 270,21	1 644,90	11 183,58	18,22	730,96
Warminsko-Mazurskie	11 591,92	920,23	6 868,79	19,46	544,70
Pomorskie	22 810,70	1 913,94	11 046,31	20,57	700,16
Bratislavský kraj	15 054,94	1 381,10	5 296,70	46,90	331,60
Západné Slovensko	19 797,45	1 712,83	8 329,18	15,26	481,58
Stredné Slovensko	12 880,76	1 108,65	5 557,38	10,94	334,26
Východné Slovensko	13 591,26	1 159,18	6 118,30	13,39	391,24

Región	Hodnoty výstupu a vstupov podľa CCR				
	GDP	GFCF	lofH	HRinSaT	EAP
2002					
Praha	38 267,99	5 915,40	11 248,00	50,40	610,70
Strední Čechy	16 923,33	2 729,76	10 008,16	28,66	533,75
Jihozápad	16 820,42	2 643,54	9 524,42	28,05	517,87
Severozápad	14 142,94	2 121,28	8 579,76	25,21	500,43
Severovýchod	20 436,96	2 554,20	12 540,68	28,42	674,91
Jihovýchod	23 382,97	3 297,51	13 010,83	29,38	651,78
Strední Morava	15 528,21	2 058,79	10 092,91	27,61	546,89
Moravskoslezsko	15 301,89	2 441,71	9 703,23	27,36	528,12
Közép-Magyarország	61 148,08	6 061,70	25 738,50	36,90	1 228,90
Közép-Dunántúl	13 014,27	1 937,35	8 046,25	24,89	477,07
Nyugat-Dunántúl	13 693,04	1 614,40	6 587,70	24,30	452,90
Dél-Dunántúl	9 607,14	1 096,40	5 606,10	24,60	376,50
Észak-Magyarország	10 893,90	1 282,10	6 709,60	24,30	471,50
Észak-Alföld	13 415,04	1 735,85	8 327,97	24,39	530,55
Dél-Alföld	12 717,68	1 544,35	8 359,43	25,77	507,74
Lódzkie	25 904,32	3 900,15	18 310,78	25,12	940,31
Mazowieckie	85 899,62	9 699,80	41 600,30	29,40	2 283,00
Malopolskie	30 056,16	4 623,96	20 818,23	26,64	1 042,50
Slaskie	56 060,68	4 511,10	33 440,40	25,00	1 906,70
Lubelskie	16 824,80	2 111,15	11 489,62	25,63	714,17
Podkarpackie	16 009,95	2 198,62	11 728,06	24,08	684,07
Swietokrzyskie	10 861,09	1 075,10	7 024,40	21,50	592,50
Podlaskie	10 143,67	1 437,75	7 369,16	26,32	424,33
Wielkopolskie	37 754,31	3 853,90	21 629,60	21,80	1 519,10
Zachodniopomorskie	18 086,77	2 216,69	10 803,81	28,86	550,36
Lubuskie	9 621,30	1 509,51	7 141,29	26,29	404,70
Dolnoslaskie	32 584,85	5 299,94	21 326,85	28,73	1 061,22
Opolskie	9 330,01	728,70	5 465,50	20,60	417,30
Kujawsko-Pomorskie	20 483,18	1 719,00	12 331,70	19,00	998,20
Warminsko-Mazurskie	11 833,56	1 675,65	8 372,03	24,28	545,35
Pomorskie	23 625,92	3 544,57	13 906,88	27,99	718,93
Bratislavský kraj	16 141,36	1 745,70	5 693,70	48,20	326,30
Západné Slovensko	20 334,25	3 697,93	15 144,72	26,53	793,90
Stredné Slovensko	13 556,58	2 027,97	10 271,68	24,03	608,69
Východné Slovensko	14 106,70	2 041,84	10 314,65	24,03	608,97

Región	Hodnoty výstupu a vstupov podľa CCR				
	GDP	GFCF	lofH	HRinSaT	EAP
2003					
Praha	39 832,30	5 183,20	12 127,30	51,40	613,30
Strední Čechy	17 431,31	1 716,24	6 842,90	20,05	330,78
Jihozápad	17 492,46	1 781,71	6 592,88	23,09	325,65
Severozápad	15 006,80	1 620,60	5 555,85	16,33	268,36
Severovýchod	20 697,01	1 990,61	8 298,72	22,54	397,92
Jihovýchod	24 278,09	2 651,02	9 001,98	24,19	430,48
Strední Morava	15 946,18	1 431,26	6 609,90	21,58	333,74
Moravskoslezsko	15 913,65	1 380,76	6 889,88	23,57	370,20
Közép-Magyarország	62 227,86	5 515,60	27 317,80	39,30	1 245,30
Közép-Dunántúl	14 235,99	1 332,09	5 611,22	20,32	278,67
Nyugat-Dunántúl	14 979,79	1 455,64	5 765,10	21,35	287,10
Dél-Dunántúl	9 906,06	878,68	4 081,64	17,75	224,57
Észak-Magyarország	11 500,46	1 035,56	4 725,31	16,35	240,26
Észak-Alföld	14 272,28	1 262,33	6 030,87	20,14	313,36
Dél-Alföld	13 104,88	1 079,43	6 103,79	18,60	342,25
Lódzkie	27 088,74	1 851,74	15 819,51	24,28	1 167,09
Mazowieckie	90 031,77	7 994,80	41 511,30	31,50	2 196,00
Malopolskie	31 462,97	2 510,89	15 771,20	20,99	821,51
Slaskie	58 012,47	4 009,50	33 785,30	26,60	1 909,00
Lubelskie	17 486,55	1 190,37	10 222,53	18,56	820,44
Podkarpackie	16 761,26	1 251,96	8 869,88	19,46	578,48
Swietokrzyskie	11 396,74	775,81	6 662,46	12,09	534,71
Podlaskie	10 334,00	747,10	5 654,13	13,71	443,77
Wielkopolskie	39 678,70	3 385,39	18 752,64	19,42	951,79
Zachodniopomorskie	18 141,42	1 253,07	10 514,63	13,73	704,20
Lubuskie	9 844,93	731,46	5 211,61	14,30	404,21
Dolnoslaskie	33 519,15	2 561,67	17 623,32	21,83	951,14
Opolskie	9 476,44	668,78	5 354,51	9,19	376,39
Kujawsko-Pomorskie	20 921,54	1 424,20	12 230,60	22,20	981,60
Warminsko-Mazurskie	12 715,71	904,55	7 088,43	15,90	559,12
Pomorskie	24 259,58	1 812,03	12 870,94	25,04	776,13
Bratislavský kraj	16 852,28	1 640,10	5 478,90	48,90	326,60
Západné Slovensko	21 808,26	1 956,28	9 252,91	20,54	436,31
Stredné Slovensko	14 000,85	1 231,71	5 971,83	19,38	311,03
Východné Slovensko	14 542,95	1 270,42	6 337,70	17,04	322,00

Región	Hodnoty výstupu a vstupov podľa CCR				
	2004	GDP	GFCF	lofH	HRinSaT
Praha	40 939,37	6 416,80	12 343,30	52,90	610,60
Strední Čechy	18 447,80	1 990,58	7 363,77	22,71	381,58
Jihozápad	18 558,44	1 984,92	7 342,74	25,30	382,25
Severozápad	15 542,97	1 543,42	6 467,78	19,07	337,15
Severovýchod	21 455,97	2 190,07	8 910,87	23,89	462,12
Jihovýchod	25 013,59	2 580,53	10 375,51	26,86	537,06
Strední Morava	16 574,03	1 608,98	6 920,34	22,17	363,83
Moravskoslezsko	17 536,65	1 607,25	7 714,54	24,78	421,43
Közép-Magyarország	65 799,61	6 539,10	29 293,10	41,70	1 271,40
Közép-Dunántúl	15 323,06	1 686,62	5 971,63	20,84	310,14
Nyugat-Dunántúl	15 151,23	1 537,94	6 095,95	22,13	319,48
Dél-Dunántúl	10 130,88	981,23	4 119,56	19,86	228,05
Észak-Magyarország	12 247,78	1 086,67	5 554,68	16,82	307,31
Észak-Alföld	14 666,17	1 428,13	6 074,11	21,22	321,55
Dél-Alföld	13 724,32	1 216,87	6 188,04	21,46	347,92
Lódzkie	28 350,62	1 958,76	15 769,81	23,79	929,34
Mazowieckie	93 122,81	8 301,70	43 854,10	33,90	2 250,00
Malopolskie	33 054,34	2 535,31	17 185,19	21,76	959,36
Slaskie	62 917,79	4 329,10	35 187,20	25,90	1 999,30
Lubelskie	18 025,21	1 185,63	10 801,70	19,61	796,96
Podkarpackie	17 398,33	1 291,92	9 181,37	21,50	545,74
Swietokrzyskie	11 849,58	848,17	6 397,10	21,04	403,94
Podlaskie	10 678,32	779,75	5 676,24	21,10	362,33
Wielkopolskie	42 958,12	3 422,38	21 919,38	20,74	1 193,55
Zachodniopomorskie	18 706,13	1 356,29	10 035,97	25,20	607,99
Lubuskie	10 720,13	791,98	5 649,23	21,47	360,15
Dolnoslaskie	35 051,73	2 772,11	17 865,21	22,65	985,86
Opolskie	10 755,93	749,80	5 896,50	23,50	388,00
Kujawsko-Pomorskie	21 963,95	1 444,70	13 162,00	23,90	971,10
Warminsko-Mazurskie	13 184,51	913,91	7 291,27	18,63	450,96
Pomorskie	25 437,93	1 942,36	13 170,44	23,78	751,95
Bratislavský kraj	17 786,51	1 948,30	5 999,90	47,60	326,10
Západné Slovensko	23 178,01	2 222,21	10 087,81	21,33	522,61
Stredné Slovensko	14 477,48	1 353,95	6 250,31	20,45	337,82
Východné Slovensko	15 143,02	1 395,34	6 720,33	16,61	357,47

Región	Hodnoty výstupu a vstupov podľa CCR				
	GDP	GFCF	IofH	HRinSaT	EAP
2005					
Praha	44 421,30	6 864,70	13 196,50	53,90	623,10
Strední Čechy	19 147,65	2 180,35	7 465,83	22,50	365,91
Jihozápad	19 602,05	2 139,45	7 814,76	24,77	382,51
Severozápad	16 236,22	1 636,71	7 030,27	9,00	356,66
Severovýchod	22 707,99	2 174,54	10 502,27	8,61	548,58
Jihovýchod	26 412,76	3 135,82	10 106,74	26,54	498,03
Strední Morava	17 372,75	1 647,15	8 149,93	6,66	428,36
Moravskoslezsko	19 162,62	1 888,80	8 486,88	7,02	434,66
Közép-Magyarország	70 272,91	7 043,40	32 135,10	42,10	1 293,40
Közép-Dunántúl	15 708,73	1 842,44	6 007,15	18,30	293,92
Nyugat-Dunántúl	14 961,53	1 541,28	6 338,51	11,28	318,59
Dél-Dunántúl	10 180,03	1 000,78	4 527,05	3,74	232,30
Észak-Magyarország	12 546,13	1 227,83	5 618,09	4,64	289,21
Észak-Alföld	14 740,34	1 506,31	6 296,25	10,01	317,59
Dél-Alföld	13 822,44	1 573,72	5 369,26	17,20	262,26
Lódzkie	29 246,41	2 550,87	15 271,60	12,23	837,88
Mazowieckie	100 610,62	9 932,10	44 452,70	36,80	2 274,10
Malopolskie	34 337,90	3 054,90	17 511,31	14,08	952,22
Slaskie	62 428,69	4 962,20	35 971,90	28,30	2 042,40
Lubelskie	18 372,60	1 460,36	10 586,42	8,33	601,07
Podkarpackie	17 860,45	1 519,72	9 592,17	7,64	531,70
Swietokrzyskie	11 865,96	943,18	6 837,25	5,38	388,20
Podlaskie	10 964,30	960,60	5 695,25	4,57	311,86
Wielkopolskie	44 419,79	4 024,13	22 147,69	17,89	1 193,79
Zachodniopomorskie	19 399,03	1 574,78	10 948,48	8,64	617,39
Lubuskie	11 224,80	1 022,29	5 558,90	4,50	298,83
Dolnoslaskie	36 824,34	3 388,89	17 991,31	14,59	961,87
Opolskie	10 723,05	898,80	5 854,08	4,65	326,38
Kujawsko-Pomorskie	22 240,51	1 782,42	12 713,09	10,02	719,93
Warminsko-Mazurskie	13 474,04	1 179,80	7 003,60	5,61	383,60
Pomorskie	26 610,17	2 401,72	13 330,51	10,76	719,87
Bratislavský kraj	20 487,92	2 471,20	7 154,40	48,00	326,40
Západné Slovensko	24 572,43	2 647,99	10 109,61	20,20	505,50
Stredné Slovensko	14 582,16	1 464,29	6 338,12	7,57	322,06
Východné Slovensko	15 647,23	1 553,54	6 875,84	6,53	350,97

Región	Hodnoty výstupu a vstupov podľa CCR				
	2006	GDP	GFCF	lofH	HRinSaT
Praha	47 899,14	7 995,70	14 488,90	55,50	630,40
Strední Čechy	21 220,35	2 176,02	8 526,16	21,30	356,97
Jihozápad	20 920,81	2 373,50	8 017,49	24,51	339,25
Severozápad	17 089,81	1 719,04	6 936,16	15,59	289,24
Severovýchod	23 886,72	2 200,10	10 642,48	16,94	497,33
Jihovýchod	28 233,71	2 898,93	11 345,30	27,77	474,68
Strední Morava	18 376,49	1 918,42	7 312,60	20,03	307,34
Moravskoslezsko	20 035,21	2 289,62	7 654,82	23,32	323,92
Közép-Magyarország	74 829,67	6 967,50	31 536,90	42,20	1 295,90
Közép-Dunántúl	15 702,17	1 541,60	6 451,87	12,56	267,75
Nyugat-Dunántúl	15 711,67	1 483,73	6 578,35	9,83	271,00
Dél-Dunántúl	10 272,68	950,03	4 484,38	6,73	200,43
Észak-Magyarország	12 599,20	1 165,36	5 496,07	8,23	245,25
Észak-Alföld	15 151,79	1 416,49	6 373,88	8,81	262,10
Dél-Alföld	14 005,43	1 259,73	6 964,43	14,31	396,92
Lódzkie	30 949,73	2 838,52	14 079,60	23,70	686,58
Mazowieckie	108 096,59	11 563,70	47 516,30	38,50	2 374,90
Malopolskie	37 156,50	3 454,63	15 781,00	21,69	661,13
Slaskie	65 061,45	6 391,60	38 082,80	31,30	1 944,20
Lubelskie	19 264,48	1 700,82	10 344,21	24,29	657,13
Podkarpackie	18 814,16	1 679,92	9 650,84	21,00	576,11
Swietokrzyskie	12 772,38	1 073,70	8 150,20	23,90	623,50
Podlaskie	11 519,89	1 035,60	5 741,89	11,85	328,43
Wielkopolskie	46 595,46	4 489,46	23 055,97	23,89	1 079,79
Zachodniopomorskie	20 225,58	1 833,43	9 716,69	18,60	523,65
Lubuskie	11 762,23	1 061,99	5 752,48	11,43	319,32
Dolnoslaskie	40 451,15	3 894,23	16 832,73	24,61	693,41
Opolskie	11 005,99	973,19	5 874,06	13,66	370,23
Kujawsko-Pomorskie	23 682,46	2 144,66	11 428,61	22,09	620,59
Warminsko-Mazurskie	14 136,57	1 284,75	6 712,78	12,53	354,57
Pomorskie	28 414,43	2 607,38	12 893,33	21,56	625,55
Bratislavský kraj	21 382,27	2 770,80	7 386,20	48,40	329,30
Západné Slovensko	27 943,52	3 126,63	10 912,92	21,47	454,52
Stredné Slovensko	15 875,88	1 567,51	6 504,81	13,11	270,25
Východné Slovensko	16 490,35	1 615,06	6 783,89	13,01	281,39

Región	Hodnoty výstupu a vstupov podľa BCC				
	2007	GDP	GFCF	IofH	HRinSaT
Praha	52 267,12	10 778,40	15 833,70	57,50	631,80
Strední Čechy	22 653,89	2 729,76	10 008,16	28,66	533,75
Jihozápad	21 426,97	2 643,54	9 524,42	28,05	517,87
Severozápad	17 733,70	2 121,28	8 579,76	25,21	500,43
Severovýchod	24 920,40	2 554,20	12 540,68	28,42	674,91
Jihovýchod	29 986,23	3 297,51	13 010,83	29,38	651,78
Strední Morava	19 429,67	2 058,79	10 092,91	27,61	546,89
Moravskoslezsko	21 363,21	2 441,71	9 703,23	27,36	528,12
Közép-Magyarország	75 360,09	7 467,20	30 596,30	41,90	1 295,50
Közép-Dunántúl	16 333,13	1 937,35	8 046,25	24,89	477,07
Nyugat-Dunántúl	15 574,48	1 848,90	7 558,20	24,90	455,00
Dél-Dunántúl	10 451,70	1 417,50	6 641,60	26,60	370,80
Észak-Magyarország	12 670,75	1 590,30	7 959,90	24,90	482,00
Észak-Alföld	15 208,51	1 735,85	8 327,97	24,39	530,55
Dél-Alföld	14 204,82	1 544,35	8 359,43	25,77	507,74
Lódzkie	32 960,81	3 900,15	18 310,78	25,12	940,31
Mazowieckie	116 086,58	14 632,80	53 248,60	40,80	2 481,70
Malopolskie	39 302,53	4 623,96	20 818,23	26,64	1 042,50
Slaskie	69 290,73	8 192,80	42 614,70	32,60	1 906,90
Lubelskie	20 578,25	2 111,15	11 489,62	25,63	714,17
Podkarpackie	19 818,02	2 198,62	11 728,06	24,08	684,07
Swietokrzyskie	13 758,66	1 444,40	9 111,10	23,60	641,80
Podlaskie	12 407,79	1 437,75	7 369,16	26,32	424,33
Wielkopolskie	49 507,73	5 974,00	28 321,60	26,60	1 415,60
Zachodniopomorskie	21 277,89	2 216,69	10 803,81	28,86	550,36
Lubuskie	12 511,46	1 509,51	7 141,29	26,29	404,70
Dolnoslaskie	43 853,28	5 299,94	21 326,85	28,73	1 061,22
Opolskie	12 075,30	1 328,90	7 294,90	27,10	397,60
Kujawsko-Pomorskie	25 113,55	2 846,20	15 738,00	23,00	829,10
Warminsko-Mazurskie	14 859,44	1 675,65	8 372,03	24,28	545,35
Pomorskie	30 427,96	3 544,57	13 906,88	27,99	718,93
Bratislavský kraj	24 135,67	4 073,50	8 365,70	50,90	335,10
Západné Slovensko	30 472,03	3 697,93	15 144,72	26,53	793,90
Stredné Slovensko	17 811,98	2 027,97	10 271,68	24,03	608,69
Východné Slovensko	17 914,82	2 041,84	10 314,65	24,03	608,97

