



EKONOMICKÁ UNIVERZITA V BRATISLAVE
FAKULTA HOSPODÁRSKEJ INFORMATIKY
UNIVERSITY OF ECONOMICS IN BRATISLAVA
FACULTY OF ECONOMIC INFORMATICS



ZBORNÍK

X. medzinárodná vedecká konferencia

„Mladá veda AIESA 2019“

**„Participácia doktorandov a mladých vedeckých pracovníkov
na budovaní spoločnosti založenej na vedomostiach“**

AIESA

Applied Informatics Econometrics Statistics Accounting

15. november 2019 | BRATISLAVA





EKONOMICKÁ UNIVERZITA V BRATISLAVE
FAKULTA HOSPODÁRSKEJ INFORMATIKY
UNIVERSITY OF ECONOMICS IN BRATISLAVA
FACULTY OF ECONOMIC INFORMATICS



ZBORNÍK

z X. medzinárodnej vedeckej konferencie

„MLADÁ VEDA AIESA 2019“ „Participácia doktorandov a mladých vedeckých pracovníkov na budovaní spoločnosti založenej na vedomostiach“

organizovanej pod záštitou
dekana Fakulty hospodárskej informatiky
prof. Ing. Ivana Brezinu, CSc.

**15. november 2019
Bratislava**

MEDZINÁRODNÝ VEDECKÝ VÝBOR

- Garant:** prof. Ing. Ivan Brezina, CSc.
dekan, Fakulta hospodárskej informatiky, Ekonomická univerzita
v Bratislave
garant študijného programu *Ekonometria a operačný výskum*
- Členovia:** Dr.h.c. prof. Ing. Tatiana Čorejová, PhD.
Fakulta prevádzky a ekonomiky dopravy a spojov, Žilinská univerzita
v Žiline
prof. Dr. Ing. Dana Dluhošová
Ekonomická fakulta, Vysoká škola báňská - Technická univerzita
Ostrava
prof. Ing. Jakub Fischer, Ph.D.
Fakulta informatiky a statistiky, Vysoká škola ekonomická v Praze
doc. Ing. Ladislav Mejzlík, CSc.
Fakulta financií a účtovníctví, Vysoká škola ekonomická v Praze
prof. dr hab. Józef Pociecha
Faculty of management, Cracow University of Economics
prof. RNDr. Katarína Sakálová, PhD.
garant študijného programu *Kvantitatívne metódy v ekonómii*
Fakulta hospodárskej informatiky, Ekonomická univerzita v Bratislave
prof. Ing. Miloš Tumpach, PhD.
garant študijného programu *Účtovníctvo*
Fakulta hospodárskej informatiky, Ekonomická univerzita v Bratislave

RECENZENTI

Igor Bandurič, Mária Bilíková, Zuzana Čičková, Miroslav Hudec, Ľubica Hurbánková,
Michaela Chocholatá, Juraj Pekár, Miloš Tumpach

Zostavenie zborníka: doc. Mgr. Erik Šoltés, PhD.

Rozsah: 5,55 AH

Počet strán: 100

Zborník neprešiel jazykovou úpravou. Za odbornú stránku príspevkov zodpovedajú autori.

Fakulta hospodárskej informatiky
Ekonomická univerzita v Bratislave
Dolnozemska cesta 1, 852 35 Bratislava

Vydavateľstvo Letra Edu, Bratislava 2019

ISBN: 978-80-89962-40-2

ISBN: 978-80-89962-41-9 (online)

O B S A H

Alexandra Bagiová, Nikoleta Palijová Vplyv prijatia IFRS na zníženie rizika priamych zahraničných investícií vo vybraných rozvojových krajinách	4
Nikoleta Baloghová Interná a externá kontrola rezerv a opravných položiek	13
Dana Figurová Teória redistribúcie z hľadiska vyjednávania v kooperatívnej hre	20
Patrícia Holzerová Lokačný priestorový model duopolu zohľadňujúci presvedčenie spotrebiteľov	27
Veronika Kňazková, Ladislav Kareš Audítorské postupy ako nástroj získavania dostatočných a vhodných dôkazov s cieľom pomôcť účtovným jednotkám objektívne posúdiť ich hospodárenie a budúci rozvoj	36
Stanislav Kováč Theoretical fundament of a spatial factor in modelling of international stock + market linkages	46
Dominika Krasňanská Analýza krajín európskej únie na základe vybraných sociálno-demografických ukazovateľov	56
Mário Pčolár Vývoj úrovne koncentrácie v slovenskom bankovom sektore	65
Peter Procházka Nástroje na SEO webových stránok a ich štatistické hodnotenie	71
Pavol Sojka Použitie pravidiel fuzzy logiky v jazyku R	81
Silvia Zelinová Základná metóda ohodnocovania poisťných zmlúv podľa IFRS 17	90

Vplyv prijatia IFRS na zníženie rizika priamych zahraničných investícií vo vybraných rozvojových krajinách

Impact of the IFRS adoption on risk reduction of foreign direct investments in selected developing countries

Alexandra Bagiová¹, Nikoleta Palijová²

Abstrakt

Riziko je neoddeliteľnou súčasťou investičných rozhodnutí. Jedným z rizík, ktoré investori podstupujú je riziko spojené s nesprávnym vykazovaním účtovných informácií. Pokým na národnej úrovni zmierňuje toto riziko dodržiavanie platnej legislatívy, na medzinárodnej úrovni zmierňuje toto riziko prijatie Medzinárodných štandardov finančného vykazovania (IFRS). Východiskom nášho výskumu je hypotéza, že prijatie IFRS v rozvojových krajinách zvyšuje tok priamych zahraničných investícií (PZI) do krajiny z dôvodu zníženia rizika ich neúspešnosti. Hypotézu sme testovali na vzorke 10 rozvojových krajín s podobnými geopolitickými a ekonomickými charakteristikami. Skúmali sme tok PZI do krajiny v časovom horizonte od jedného roka pred prijatím IFRS do piateho roku po prijatí IFRS v danej krajine. Na základe výsledkov sme vyhodnotili platnosť hypotézy a identifikovali hlavné faktory, ktorými IFRS prispieva k zníženiu rizika PZI z pohľadu investora.

Kľúčové slová

IFRS, priame zahraničné investície, riziko, investor

Abstract

Taking risk is an inseparable part of an investment decisions-making process. One of the risks investors must undertake is the risk interrelated with presentation of misleading accounting information in financial statements. While at the national level this risk is mitigated by obeying the legislation, at the international level this risk is mitigated by the adoption of the International Financial Reporting Standards (IFRS). The base of our research is the hypothesis, that the IFRS adoption in developing countries enhances foreign direct investment (FDI) inflow to a country as the consequence of risk reduction of an investment. The hypothesis is tested on the sample of 10 developing countries, all of them with similar geopolitical and economic characteristics. FDI inflows are examined over the 6-year period starting from the year before the IFRS adoption to the 5th year after the adoption by a country. Based on the results, we evaluated the validity of established hypothesis and we identified the main factors of how the IFRS contributes to risk reduction of FDI.

Key words

IFRS, foreign direct investment, risk, investor

JEL classification

F21, M41, M48

¹ Ing. Alexandra Bagiová: Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky, Katedra účtovníctva a audítorstva, Dolnozemska cesta 1, 852 32 Bratislava, SR, a.bagiova.be@gmail.com.

² Ing. Nikoleta Palijová: Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky, Katedra účtovníctva a audítorstva, Dolnozemska cesta 1, 852 32 Bratislava, SR, nikoletapalijova@gmail.com.

1 Úvod

Základným parametrom investičných rozhodnutí je miera rizika, ktorú musí investor prijať a zohľadniť pri predikcii výnosnosti investície. V súvislosti s prenikaním na zahraničné trhy sa riziko spojené s investovaním značne zvyšuje. O to viac, ak ide o investície v rozvojových krajinách. Dôraz pri realizácii investície je kladený najmä na spoľahlivosť a zrozumiteľnosť informácií, na základe ktorých investori prijímajú ekonomické rozhodnutia.

Pri vstupe na nové trhy sa investori stretávajú s problémom správne a komplexne posúdiť účtovné informácie vo finančných výkazoch, ktoré sú zostavené podľa národných účtovných štandardov. Dochádza tým k zvýšeniu rizika a zníženiu výnosnosti investícií. Na transformovanie finančných výkazov je potrebné vynaložiť dodatočné náklady a prijať vyššiu mieru rizika plynúcu zo skutočnosti, že účtovné informácie nemusia byť interpretované správne alebo národná legislatíva neposkytuje dostatočnú podporu pre verné a pravdivé vykázanie skutočností relevantných na prijatie investičných rozhodnutí.

Medzinárodné štandardy finančného vykazovania (IFRS) plnia v tomto kontexte úlohu nástroja, ktorý zabezpečuje porovnateľnosť účtovných informácií, na základe ktorých používateľ informácií (v tomto prípade investor) prijíma rozhodnutia. Inkorporácia IFRS do legislatívneho rámca jednotlivých krajín zvyšuje rentabilitu a dôveryhodnosť účtovných informácií, čím znižuje mieru investičného rizika (Meluchová, 2016). Prijatie IFRS tým nepriamo vplyva na toky kapitálu na medzinárodných trhoch, spomedzi ktorých tvoria najväčší objem priame zahraničné investície (PZI). PZI predstavujú investíciu uskutočnenú s cieľom získať dlhodobý podiel na riadení inej obchodnej spoločnosti v krajine, ktorá je odlišná od domovskej krajiny investora (World Bank, 1996).

Hypotézu vplyvu implementácie IFRS na zvýšenie objemu PZI rozpracovali vo svojich výskumoch viacerí autori. Medzi prvými Chan, Corvig a Ng, (2006), na čo Corvig ďalej nadviazal s inou dvojicou autorov, Defondom a Hungom (2007). Zistili, že spoločnosti z prostredia s nižšou požadovanou kvalitou účtovných informácií, ktoré dobrovoľne prijali IFRS, následne vykazovali vyššiu úroveň investícií do zahraničných podielových fondov a vice versa manažéri podielových fondov investovali viac do spoločností, ktoré implementovali IFRS. Toto zistenie zároveň predpokladá, že prijatie IFRS redukuje náklady na spracovanie a získanie informácií pre zahraničných investorov. Yu (2009) potvrdil, že implementácia IFRS je spojená s nižšími nákladmi vlastného kapitálu, čo považoval za významnú komparatívnu výhodu pri posudzovaní atraktivity investície pre zahraničných investorov.

Dopad povinnej implementácie IFRS na obchodné aktivity jednotlivých investorov skúmal tiež Bruggemann et al. (2009), ktorí dospeli k záveru, že povinná implementácia IFRS viedla k nárastu obchodnej aktivity implementujúcich spoločností. Ďalej bol potvrdený pozitívny dopad prijatia IFRS na zahraničné dlhové investície – obzvlášť v rozvojových krajinách, ktoré poskytujú nižšiu ochranu pre investora a sú pre investora väčším finančným rizikom (Beneish, Miller & Yohn, 2009).

Dôležitým príspevkom v oblasti implementácie IFRS vo vzťahu k PZI sa stal tiež výskum Chena, Dinga a Xuho (2010). Výsledky ich práce viedli k trom dôležitým zisteniam. Prvým z nich je, že „toky priamych zahraničných investícií sú pozitívne prepojené s konvergenciou k IFRS na základe predpokladu, že prijatie spoločných účtovných štandardov môže podporiť zahraničné investície prostredníctvom zredukovania informačnej bariéry“ (Chen, Ding & Xu, 2010). Po druhé, pozitívny vzťah je väčší pre dvojice krajín s väčšími inštitucionálnymi rozdielmi, pretože tu je potreba získania porovnateľných a zrozumiteľných informácií pre rozhodovanie zahraničných investorov intenzívnejšia. Posledným zistením je, že „rast priamych zahraničných investícií je pozitívne prepojený so stupňom konvergence z národných účtovných štandardov na IFRS počas obdobia rokov 2001 až 2005“ (Chen, Ding & Xu, 2010). V súvislosti s vývojom v rozvojových krajinách poukazujeme na nedávny výskum

Yousefinejadaa et al. (2018), ktorý bol zameraný na identifikovanie vzťahu medzi prijatím IFRS a tokom priamych zahraničných investícií do krajín ASEAN počas rokov 2001 až 2016. Výsledkom výskumu bolo potvrdenie existencie vzťahu medzi IFRS a priamymi zahraničnými investíciami, ako aj poznatok, že tento vzťah je pozitívny. Toky priamych zahraničných investícií vzrástli za analyzované obdobie vplyvom prijatia IFRS o 10 %. Súčasne v tomto výskume bolo poukázané na to, že „úroveň zhody s IFRS je dôležitým hnacím motorom pre zahraničných investorov aj v Indonézii, ktorá ešte neprijala IFRS, ale uskutočňuje kroky k tomu, aby boli národné účtovné štandardy v súlade s IFRS“ (Yousefinejada et al., 2018).

2 Nástroje IFRS na zníženie investičného rizika

IFRS vystupuje ako nástroj na zníženie rizika pre investora nie len samotným princípom unifikácie účtovných štandardov v celosvetovom meradle, ale aj svojím obsahom. Hlavným cieľom je, poskytovanie relevantných, spoľahlivých a porovnateľných informácií. Naplnenie týchto charakteristík vyžaduje Konceptný rámec IFRS aj jednotlivé štandardy. V Konceptnom rámci IFRS sú definované účtovné zásady a metódy, základné položky finančných výkazov a ich definície. „Definície a zásady uvedené v Konceptnom rámci zásadným spôsobom ovplyvňujú obsah informácií zverejňovaných v účtovnej závierke“ (Dvořáková, 2017). Z tohto dôvodu patrí už len aplikácia Konceptného rámca k nástrojom, ktoré zjednocujú prístup k zostaveniu finančných výkazov.

IAS 1 Prezentácia účtovnej závierky dopĺňa všeobecné požiadavky Konceptného rámca o povinnosti vedúce k periodicite finančného vykazovania a vernému a pravdivému zobrazeniu vykazovaných skutočností. Ďalej IAS 1 vyžaduje porovnateľnosť účtovných informácií, čo je zabezpečené požiadavkou uvádzať všetky položky finančných výkazov za aktuálne účtovné obdobie a zároveň minimálne jedno predchádzajúce účtovné obdobie. Tieto atribúty prispievajú k zníženiu investičného rizika plynúceho z neprehľadnosti a nezrozumiteľnosti finančných výkazov a súčasne znižujú náklady na spracovanie informácií, v prípade nutnosti transformácie finančných výkazov zostavených podľa národných účtovných štandardov na IFRS.

Za ďalší nástroj na zníženie investičného rizika pri dlhodobom investovaní kapitálu, ktoré PZI predstavujú je zabezpečenie jednotných východísk pri oceňovaní položiek, pri ktorých nie je možné stanoviť hodnotu priamo a je potrebné využiť kvalifikovaný odhad. Príkladom môžu byť ustanovenia štandardu IAS 23 Náklady na prijaté úvery a pôžičky, ktorý upravuje účtovanie nákladov, ktoré účtovná jednotka vynakladá v súvislosti so získaním a využívaním cudzích zdrojov financovania. Rieši predovšetkým podmienky, na základe ktorých možno úroky a súvisiace náklady aktivovať do vstupnej ceny aktíva. V súvislosti s oceňovaním aktíva je možné aktivovať iba tie náklady na prijaté úvery a pôžičky, ktoré súvisia so zdrojmi financovania priamo účelovo na jeho obstaranie. Tento priamy vzťah medzi obstarávaným aktívom a jeho zdrojom krytia môže byť však v niektorých prípadoch náročné identifikovať. Predovšetkým, ak ide o financovanie v rámci skupiny, kedy na jednej strane prúdia toky finančných prostriedkov nie len od materskej spoločnosti smerom k dcérskym spoločnostiam a naopak, ale aj medzi účtovnými jednotkami v skupine navzájom, mimo trhových podmienok. V takých prípadoch je potrebné určiť sumu nákladov, ktoré sa k danému aktívu viažu prostredníctvom kvalifikovaného odhadu, ktorým sa zabezpečí verný a pravdivý obraz o danej finančnej transakcii a jej dôsledkoch na finančnú situáciu účtovnej jednotky. Odhady sa v IFRS vyskytujú aj v mnohých iných oblastiach. Napríklad, pri určení doby použiteľnosti dlhodobého majetku, pri oceňovaní pohľadávok po lehote splatnosti ako aj pri stanovení čistej realizačnej hodnoty zastaralých zásob, pri tvorbe rezerv, atď.

Pokiaľ by národné účtovné štandardy vyžadovali iný postup oceňovania, ktoré by sa výrazne odklňalo od hodnoty stanovenej kvalifikovaným odhadom tam, kde to IFRS povoľuje,

investor podstupuje riziko asymetrie účtovných informácií a pokiaľ ho chce eliminovať, je potrebné vynaložiť dodatočné náklady.

Dalším štandardom, ktorý priamo vyžaduje zohľadňovanie rizík, ktoré spoločnosť podstupuje vo vzťahu k investíciám je IFRS 7 Finančné nástroje: zverejňovanie. Hlavným cieľom tohto štandardu je upraviť, aké informácie o rizikách spojených s finančnými nástrojmi je potrebné vykazovať. Predmetom vykazovania podľa IFRS 7 sú nasledovné riziká:

- trhové riziko – riziko zmeny budúcich peňažných tokov z finančných zmien trhových cien, čo môže byť v závislosti od faktora zmeny menového, úrokového a iné cenové riziko),
- úverové (kreditné) riziko – riziko vyplývajúce z toho, že jedna strana spôsobí druhej strane škodu z dôvodu nesplatenia svojho záväzku v dôsledku finančného riadenia,
- likvidné riziko – riziko, že jedna strana bude mať problémy s plnením svojich finančných záväzkov voči druhej strane.

Nadväzujúc na IFRS 7 je potrebné brať do úvahy aj prínos štandardu IFRS 9 Finančné nástroje, ktorý významne zjednocuje účtovné postupy spoločností na svetových trhoch. Upravuje vykazovanie úverových strát pre finančné nástroje počas celej ich životnosti, v prípade, ak došlo k výraznému zvýšeniu úverového rizika. Nakoľko jedným zo spôsobov významného zvýšenia úverového rizika je aj situácia, keď sú zmluvné splátky v omeškani viac ako 30 dní, IFRS 9 tak ovplyvňuje nie len spoločnosti, ktoré vo svojich finančných výkazoch vykazujú vnútrokupinové pôžičky, zabezpečovacie nástroje alebo iné finančné nástroje, ale týka sa aj vykazovania obchodných pohľadávok, čím sa stáva štandardom s celoplošným uplatnením.

IFRS 9 v porovnaní s predchádzajúcim štandardom IAS 39 Finančné nástroje: Vykazovanie a oceňovanie detailnejšie upravuje aj oblasť zabezpečovacieho účtovníctva (z angl. *hedge accounting*), ktoré spoločnosti využívajú na riadenie dynamicky sa vyvíjajúcich a rýchlo sa meniacich rizík. Sú nimi napríklad fluktuácia výmenných kurzov, úrokových sadzieb alebo cien komodít.

Dynamické riziká musia byť zabezpečené rovnako dynamickým, tzv. otvoreným portfóliom meniacich sa aktív a záväzkov. Tieto sú však oveľa náročnejšie na prezentovanie vo finančných výkazoch, čoho dôsledkom sú často vykazované neúplne, alebo nezohľadňujúce reálnu finančnú situáciu účtovnej jednotky v danom čase. Rada pre Medzinárodné účtovné štandardy (IASB, z angl. *International Accounting Standards Board*) sa z tohto dôvodu v súčasnosti zaoberá vytvorením efektívneho modelu, ktorý by bol zakomponovaný ako záväzná súčasť IFRS (IASB, 2019). Model DRM (z angl. *Dynamic Risk Management*) bude však slúžiť nie len účtovným jednotkám na efektívnejšiu správu a manažment rizík, ale aj externým používateľom účtovných informácií na jednoduchšie identifikovanie a zhodnotenie miery rizika, ktoré dané účtovná jednotka podstupuje a úrovne jeho zabezpečenia.

3 Metodológia

Cieľom predkladaného príspevku je prezentácia výsledkov parciálneho výskumu zameraného na vplyv globalizácie účtovných štandardov na toky PZI naprieč svetovou ekonomikou. Nadväzujúc na predchádzajúce analýzy obsahovej stránky IFRS, predstavuje tento článok prvý z praktických výstupov skúmania ekonomických dôsledkov globalizácie účtovníctva, ktorej reprezentantom je postupné celosvetové uplatnenie IFRS.

Východiskom práce je hypotéza, že prijatie IFRS v rozvojových krajinách zvyšuje tok priamych zahraničných investícií (PZI) do krajiny z dôvodu zníženia rizika ich neúspešnosti. Uplatnili sme výskumnú metódu *ex post facto*. Analyzovali sme sekundárne dáta o tokoch priamych zahraničných investícií do vybraných krajín. Údaje sme teda nenadobudli vlastnou činnosťou, boli zozbierané iným subjektom na iný účel, ale pre predmetnú analýzu sú relevantné a pochádzajú z dostatočne spoľahlivých zdrojov, konkrétne z databáz Svetovej

banky, IASB a zo štúdií audítorských spoločností s celosvetovou pôsobnosťou, PricewaterhouseCoopers (PwC) a Deloitte.

Vývoj priamych zahraničných investícií sme pre každú z vybraných krajín analyzovali v šiestich po sebe nasledujúcich rokoch $R_0 - R_5$, pričom platí:

R_0 – rok pred prijatím IFRS

R_1 až R_5 – päť po sebe nasledujúcich rokov nasledujúcich po prijatí IFRS

Hypotézu sme testovali na vzorke desiatich krajín, ktorú sme vytvorili zámerným výberom na základe spoločných charakteristík geopolitickej a ekonomickej povahy, a to:

1. prijatie IFRS minimálne na úrovni povinného vykazovania v súlade s IFRS pre spoločnosti, ktorých akcie sú kótované na verejnom trhu,
2. klasifikácia krajiny v čase prijatia IFRS v skupine rozvojových,
3. geografická blízkosť krajín k Európskej únii (EÚ),
4. IFRS bolo v danej krajine prijaté v roku 2014 alebo skôr a mimo obdobia globálnej ekonomickej krízy v rokoch 2007 – 2009.

Tretí a štvrtý bod musí byť splnený z dôvodu dodržania základnej kvalitatívnej úrovne výskumu. Geografická blízkosť zvolených rozvojových krajín k EÚ predpokladá užšiu obchodnú spoluprácu s EÚ a tým podobnú úroveň atraktivity týchto krajín z pohľadu toku PZI z členských štátov EÚ. Prijatie IFRS pred rokom 2014 zabezpečuje, že je možné skúmať vývoj tokov PZI v časovom horizonte dlhšom ako 5 rokov. Roky 2007 až 2009 sme vylúčili z dôvodu toho, že v období ekonomickej recesie v takom rozsahu, akou bola globálna ekonomická kríza v týchto rokoch, je prvotným determinantom vývoja tokov PZI ekonomická nestabilita a nedostatok zdrojov. Skúmať vplyv prijatia IFRS v tomto období by neposkytlo relevantné, všeobecne uplatniteľné výsledky.

4 Výsledky a diskusia

Na základe výsledkov skúmania tokov PZI do vybraných desiatich rozvojových krajín sme identifikovali väzbu medzi prijatím IFRS a vývojom objemu finančných prostriedkov smerujúcich do krajiny formou PZI. Ako východiskový rok sme si určili rok samotným inkorporovaním IFRS do národnej legislatívy. U všetkých analyzovaných krajín bola v tomto roku úroveň PZI nižšia ako v roku, v ktorom bolo IFRS prijaté. Pracovali sme v podmienkach krajín, ktoré prijali IFRS ako povinný súbor účtovných štandardov minimálne na úrovni spoločností, ktorých akcie sú verejne dostupné na obchodovanie, teda kótované na domácej alebo medzinárodnej burze. Vo všetkých krajín sme v tomto počiatočnom období okrem kvantitatívnej charakteristiky PZI identifikovali aj kvalitatívne zmeny. Najvýznamnejšie finančné inštitúcie a spoločnosti v krajinách sa na nové podmienky adaptovali už skôr ako koncom počiatočného roku výskumu (R_0), nakoľko skoršia aplikácia bola umožnená a informácie o verzii platných IFRS pre danú krajinu boli dostupné. Na základe svojej činnosti vystupovali potom tieto inštitúcie ako smerodajné, prípadne priamo poradenské subjekty pre obchodné spoločnosti prechádzajúce na nový spôsob prezentácie a vykazovania účtovných informácií.

Vývoj v prvých piatich rokoch od prijatia IFRS ($R_1 - R_5$) dokumentuje Tab. 1. Uvádzame pritom nie len samotný objem tokov prichádzajúcich PZI, ale aj analyzované obdobie, nakoľko to sa v prípade jednotlivých krajín líši, čím sa zároveň odlišuje aj náš výskum od viacerých iných, ktoré boli v tejto oblasti realizované. Napríklad Owusu et al. (2017) skúmali koreláciu PZI a FDI na vzorke 116 krajín, ale s rovnakým časovým horizontom rokov 1996 - 2013 pre každú krajinu, pri ktorej boli dostupné údaje, napriek tomu, že čas implementácie IFRS do

národnej legislatívy bol odlišný a teda sa líšilo aj obdobie skúmané pred a po implementácie, hoci syntetizované výsledky z výskumného súboru túto skutočnosť zohľadňovali iba čiastočne.

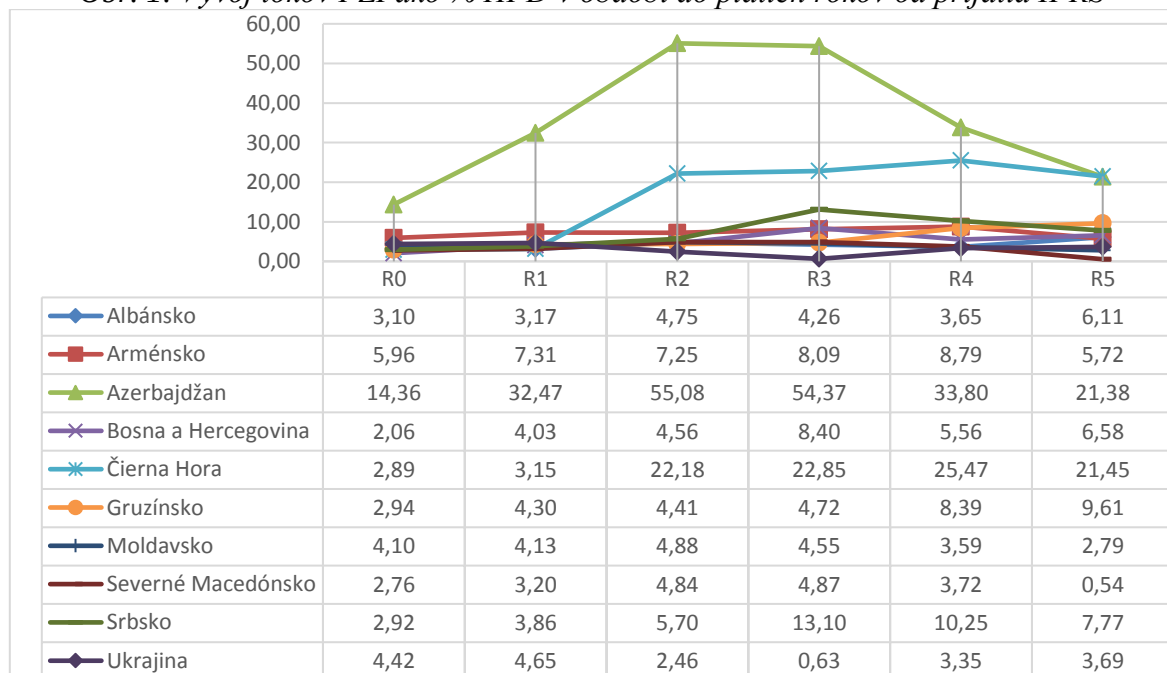
Tab. 1: Objem tokov PZI do vybraných rozvojových krajín v období do piatich rokov od prijatia IFRS

Štát	Rok prijatia IFRS	Analyzované obdobie tokov PZI	Tok PZI v jednotlivých rokoch (v mil. súčasných USD)					
			R ₀	R ₁	R ₂	R ₃	R ₄	R ₅
Albánsko	2004	2003-2008	178.04	341.29	262.48	325.14	652.28	1253.06
Arménsko	2006	2005-2010	292.07	466.53	667.67	943.73	760.04	529.32
Azerbajdžan	2004	2003-2008	4007.33	4719.11	4476.40	4485.97	4594.23	3986.81
Bosna a Hercegovina	2004	2003-2008	623.81	845.96	1841.97	1004.85	138.51 ^{a)}	443.84
Čierna Hora	2004	2003-2008	49.43	65.38	500.61	622.00	937.52	975.11
Gruzínsko	2000	1999-2004	82.30	131.47	109.87	160.40	134.89	192.73
Moldavsko	2011	2010-2015	286.12	347.93	250.77	241.88	341.86	216.15
Severné Macedónsko	2010	2009-2014	259.53	301.44	507.92	337.91	402.46	60.88 ^{b)}
Srbsko	2004	2003-2008	958.47	1577.04	4255.70	4423.19	4055.80	292.92
Ukrajina	2012	2011-2016	7207.00	8175.00	4509.00	847.00 ^{c)}	3050.00	3441.00

Zdroj: Vlastné spracovanie podľa: World Bank Open Data. (2019, September 27). Retrieved from <https://data.worldbank.org/>

Vzhľadom na rozdielne geografické, demografické a ekonomické veľkostné parametre analyzovaných krajín sme okrem vyššie uvedených absolútnych hodnôt PZI následne pracovali s relatívnym vyjadrením PZI ako percenta HDP. Tieto hodnoty, keďže sa nachádzajú v jasne vymedzenom rozpätí 0-100 % je možné aj graficky prezentovať. Uvádzame ich na Obr. 1.

Obr. 1: Vývoj tokov PZI ako % HPD v období do piatich rokov od prijatia IFRS

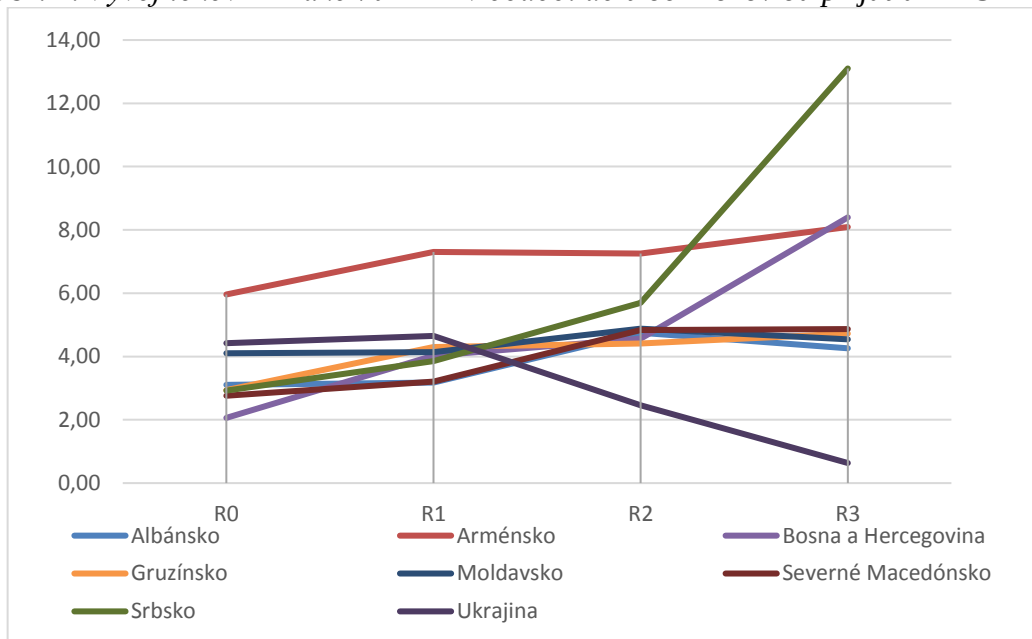


Zdroj: Vlastné spracovanie podľa: World Bank Open Data. (2019, September 27). Retrieved from <https://data.worldbank.org/>

Grafické znázornenie umožňuje lepšie demonštrovať koreláciu vývoja PZI medzi jednotlivými krajinami. Napriek tomu, že sme skúmali odlišné časové úseky z historického pohľadu, vývoj tokov PZI je u všetkých krajín podobný, hoci u niektorých krajín, ako napríklad Arménsko sú relatívne hodnoty vyššie, ale v ich vývoji tiež pozorujeme podobnosť.

V poslednej fáze kvantitatívneho výskumu sme sa zamerali na priblíženie rokov $R_0 - R_3$. Aby bolo možné detailnejšie graficky demonštrovať tento vývoj, zúžili sme nie len časový horizont, ale aj rozptyl hodnôt. Abstrahovali sme od výrazne vyšších hodnôt Arménska a Čiernej Hory. Na Obr. 2 možno detailnejšie pozorovať, že pred prijatím IFRS bol objem PZI nižší ako v roku prijatia IFRS. Následne sa udržiaval na podobnej úrovni v nasledujúcom období a až v treťom a vo štvrtom roku po prijatí IFRS začal vývoj v jednotlivých divergovať, v závislosti od danej ekonomickej a politickej situácie. Najvýraznejší pozitívny vývoj možno pozorovať v prípade Srbska, ktoré sa v rokoch 2006 a 2007 začalo intenzívne približovať ekonomickej výkonnosti krajín EÚ a intenzívne s EÚ kooperovať v ekonomickej oblasti. Rovnako prudký nárast PZI v treťom roku zaznamenala aj Bosna a Hercegovina, čoho dôvodom bolo budovanie finančných centier v hlavnom meste Sarajevo. Naopak, negatívny vývoj v druhom a treťom analyzovanom období môžeme pozorovať v prípade Ukrajiny, kde v treťom roku analyzovaného obdobia, 2014, dominovali vnútorné ekonomické a politické problémy neskôr ústiace až do vojenských konfliktov.

Obr. 2: Vývoj tokov PZI ako % HPD v období do troch rokov od prijatia IFRS



Zdroj: Vlastné spracovanie podľa: World Bank Open Data. (2019, September 27). Retrieved from <https://data.worldbank.org/>

Pokiaľ by sme však skončili v tomto bode, na základe kvantitatívneho výskumu by sme dokázali konštatovať iba pozitívnu väzbu medzi prijatím IFRS v analyzovaných rozvojových krajinách a vývojom prichádzajúcich PZI, bez zdôvodnení. Následne sme analyzovali stanovené obdobie z pohľadu kvalitatívnych prínosov prijatia IFRS vo väzbe na PZI. Vo všetkých krajinách sme identifikovali niekoľko spoločných znakov (Deloitte, 2019). Prijatie IFRS viedlo k zníženiu investičného rizika PZI predovšetkým z nasledujúcich dôvodov:

1. Zvýšila sa porovnateľnosť účtovných informácií prezentovaných vo finančných výkazoch, čo umožňuje investorom vyhodnotiť efektivitu investície presnejšie a pri nižších nákladoch.
2. Došlo k zredukovaniu asymetrie účtovných informácií medzi krajinou investora a prijímateľom PZI, čo viedlo k zlepšeniu investičného prostredia a vyššej intenzite obchodných vzťahov medzi analyzovanými rozvojovými a rozvinutými krajinami.
3. Rozšírenie anglického jazyka ako ekonomického a účtovného jazyka, čím sa prispelo k zjednodušeniu komunikácie medzi investormi, účtovnými odborníkmi a miestnymi spoločnosťami vo vybraných krajinách.
4. Znížilo sa investičné riziko analyzovaných krajín z pohľadu stability a kvality účtovnej legislatívy, čím sa zároveň znížili nároky na personálne zdroje potrebné pri realizácii investície do krajiny v podobe odborníkov na národnú účtovnú legislatívu schopných kooperovať s investormi v medzinárodnom ekonomickom priestore.

Pre úplnosť a korektnosť prezentovaných výsledkov je však potrebné zdôrazniť aj skutočnosť, že hoci sme identifikovali koreláciu medzi prijatím IFRS a pozitívnym vývojom toku PZI do vybraných krajín, prijatie IFRS naďalej zostáva vo vzťahu k PZI medzi druhotnými determinantmi vývoja. Globalizácia účtovných štandardov a mechanizmy vyžadované jednotlivými štandardmi IFRS vo vzťahu k vykazovaniu a prezentácii účtovných informácií dokážu znížiť administratívne a do istej miery politické alebo daňové riziko krajiny z pohľadu PZI. Miera zníženia tohto rizika však nie je dostatočná na potlačenie rizík plynúcich z výraznej ekonomickej recesie (viď Tab. 1, písm. a) – Bosna a Hercegovina), z dôvodu destabilizácie politického režimu (viď Tab. 1, písm. b) – Severné Macedónsko) alebo z dôvodu vojenských konfliktov (viď Tab. 1, písm. c) – Ukrajina). Napriek uvedenému, považujeme realizovaný výskum za východiskový bod ďalšieho skúmania korelácie PZI a implementácie alebo zmien v štandardoch IFRS, s možným rozšírením na iné geografické zóny alebo politické či ekonomické podmienky, ktoré môžu identifikovanú pozitívnu koreláciu modifikovať.

Príspevok bol spracovaný v rámci riešenia projektu mladých vedeckých pracovníkov a doktorandov č. I-19-107-00 pod názvom *Globalizácia účtovných štandardov v kontexte vývoja priamych zahraničných investícií*.

Literatúra

1. Beneish, M. D., Miller, B. P., & Yohn, T. L. (2012). The Impact of Financial Reporting on Equity versus Debt Markets: Macroeconomic Evidence from Mandatory IFRS Adoption. *SSRN Electronic Journal*. doi: 10.2139/ssrn.1403451.
2. Brüggenmann, U., Daske, H., Homburg, C., & Pope, P. F. (2009). How do Individual Investors React to Global IFRS Adoption? *SSRN Electronic Journal*. doi: 10.2139/ssrn.1458944
3. Deloitte (2019). *IFRS in your pocket 2019*. Retrieved from <https://www2.deloitte.com/content/dam/Deloitte/ch/Documents/audit/deloitte-ch-en-ifrs-in-your-pocket-2019.pdf>.
4. Ding, Y., Chen, C. J. P., & Xu, B. (2010). Convergence of Accounting Standards and Foreign Direct Investment. *SSRN Electronic Journal*. doi: 10.2139/ssrn.1703549
5. Covrig, V. M., Defond, M. L., & Hung, M. (2007). Home Bias, Foreign Mutual Fund Holdings, and the Voluntary Adoption of International Accounting Standards. *Journal of Accounting Research*, 45(1), 41–70. doi: 10.1111/j.1475-679x.2007.00226.x
5. Dvořáková, D. (2017). Finanční účetnictví a výkaznictví podle mezinárodních standardů Ifrs. Brno: BizBooks.

6. Chan, K., Corvig, V. & Ng, L. (2006). *Does home bias affect firm value? Evidence from holdings of mutual funds worldwide*, Working paper, Hong Kong University of Science and Technology.
7. IASB (2019). Dynamic Risk Management. Retrieved from <https://www.ifrs.org/projects/work-plan/dynamic-risk-management/>.
8. Meluchová, J. (2016). Elimination of the risk and its impact on the reliability of the information presented in financial reporting. *Managing and modelling of financial risks: proceedings: 8th international scientific conference: 5th - 6th september 2016. Ostrava: VŠB - Technical University of Ostrava*, pp. 599-607.
9. Owusu, G. M. A., et al. (2017). IFRS Adoption, Institutional Quality and Foreign Direct Investment Inflows: A Dynamic Panel Analysis. *Asian Journal of Accounting and Governance*, 10, 43–75.
10. World Bank Open Data. (2019, September 27). Retrieved from <https://data.worldbank.org/>
11. Yousefinejad, M. et al. (2018). Causal Relationship between International Financial Reporting Standard (IFRS) and Foreign Direct Investment (FDI): A Panel Data Analysis of ASEAN Countries. *Asian Journal of Business and Accounting*, 10, 43–75. doi: 10.17576/ajag-2018-10-06
12. Yu, G. (2014). Accounting Standards and International Portfolio Holdings. *SSRN Electronic Journal*. doi: 10.2139/ssrn.1430589

Interná a externá kontrola rezerv a opravných položiek Internal and external control of provisions and impairment allowances

Nikoleta Baloghová¹

Abstrakt

Cieľom príspevku je zamerať sa na tvorbu, použitie rezerv a opravných položiek z pohľadu internej a externej kontroly. Internou kontrolou sa myslí interný audit v rámci firmy, ktorý hĺbkovo preveruje tvorbu, použitie a zrušenie rezerv a opravných položiek, pričom sa sústreďuje na opodstatnenosť ich tvorby, či boli vytvorené v správnej výške a za relevantných okolností. Pod pojmom externá kontrola sa myslí audit účtovnej jednotky externým audítorom alebo auditorskou spoločnosťou. V tomto príspevku sú detailne rozpracované postupy internej a externej kontroly, ktorých zámerom je zistiť nedostatky pri tvorbe, použití a zrušení rezerv a opravných položiek a aby účtovná závierka účtovnej jednotky pravdivo a verne zobrazovala finančnú situáciu účtovnej jednotky.

Kľúčové slová

Rezervy, opravné položky, interný audit, externý audit

Abstract

The aim of the paper is to focus on the creation, use and cancellation of provisions and impairment allowances from the perspective of internal and external control. By internal control is meant an internal audit within the company, which deeply examines the creation, use and cancellation of provisions and impairment allowances, focusing on the justification of their creation, whether they were created at the correct amount and under relevant circumstances. External control refers to the audit of an entity by an external auditor or audit firm. This paper details the internal and external control procedures designed to identify deficiencies in the creation, use and reversal of provisions and impairment allowances, and to present the entity's financial statements truthfully and faithfully.

Key words

Provisions, impairment allowances, internal audit, external audit

JEL classification

M40, M41

1 Úvod

Cieľom tohto príspevku je poukázať na tvorbu a použitie rezerv, ako aj opravných položiek z pohľadu interného a externého (štátutárneho) audítora. Účtovná závierka má verne a pravdivo zobrazovať finančnú situáciu každej účtovnej jednotky a úlohou interného audítora je priebežne, počas celého účtovného obdobia, analyzovať účtovnú jednotu, so zameraním na jej riadenie, overovať spoľahlivosť a vhodnosť fungovania informačného systému, kontrolovať plnenia vnútropodnikových noriem a rozhodnutí vedenia účtovnej jednotky, informovať manažment o nedostatkoch, o odchýlkach či anomáliách, vypracovať návrh na postup k ich

¹ Ing. Nikoleta Baloghová, Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky, Katedra účtovníctva a audítorstva, Dolnozemska cesta 1, 852 35 Bratislava 5, n.baloghov@hotmail.com.

odstránení, spracovať odborné štúdie a analýzy vrcholového manažmentu a v neposlednom rade spolupracovať s externým audítorom.

Externý audítor, podobne ako aj interný audítor, je povinný byť nezávislým od účtovnej jednotky, ako aj od jeho zamestnancov. Úlohou externého audítora je overiť správnosť údajov v účtovnej závierke ako aj vo výročnej správe a prostredníctvom správy audítora vyjadriť názor na tieto výkazy. Externý audítor je povinný zdokumentovať celý priebeh auditu, pričom môže použiť aj podklady od interného audítora. Úlohou interného audítora je preverovať spoľahlivosť informácií, či sú dodržiavané legislatívy, predpisy a pravidlá v rámci účtovnej jednotky, snaží sa efektívne a účinne využívať zdroje a kontroluje zabezpečenie prevádzkových cieľov.

V príspevku sme sa zamerali najmä na audit v oblasti rezerv, opravných položiek z pohľadu interného aj externého auditu. Tvorba rezerv a opravných položiek, ako aj ich použitie, je veľmi náročnou problematikou z pohľadu audítora. Interný audítor má viac informácií a väčší prehľad o situácii v podniku a preto vie lepšie overiť, prípadne stanoviť výšku samostatných rezerv, pričom štatutárny audítor, ktorý nie je v účtovnej jednotke počas celého účtovného obdobia, má menšiu pravdepodobnosť, že odhalí prípadný podvod v súvislosti s tvorbou rezerv alebo že stanoví a vypočíta výšku rezerv. Niektoré typy rezerv sa dajú veľmi presne odhadnúť, ako napríklad rezervy na nevyčerpané dovolenky a na druhej strane napríklad rezervy na záručné opravy alebo na súdne spory sa dajú veľmi ťažko odhadnúť a to len na základe pravdepodobnosti z pohľadu samotného účtovníka a nie to z pohľadu externého audítora. Preto musia externí audítori vykonať detailné testy ako aj analytické testy, aby dosiahli primerané uistenie, že riziko vzniku nesprávnosti, či podvodu v oblasti rezerv a opravných rezerv bolo minimalizované.

2 Štatutárny audit a štatutárny audítor

Slovo audit alebo auditing má viacero definícií. Kvôli rôznorodosti audítorských oblastí však jeho rozvoj požadoval úpravu nielen na národnej ale aj na nadnárodnej úrovni. Na Slovensku je v súčasnosti platný Zákon č. 423/2015 o štatutárnom audite a o zmene a doplnení zákona č. 431/2002 Z. z. o účtovníctve v znení neskorších predpisov. Audítor má vykonávať svoju činnosť aj v súlade s Etickým kódexom audítora SKAU, ako aj s Medzinárodnými audítorskými štandardami.

Auditing je teda proces, pomocou ktorého kompetentná a nezávislá osoba zhromažďuje a vyhodnocuje poznatky o kvantifikovateľných informáciách, týkajúcich sa určitej ekonomickej entity, za účelom stanovenia a oznámenia stupňa zhody medzi kvantifikovateľnými informáciami a stanovenými kritériami.²

Úlohou štatutárneho audítora je overiť, či účtovná závierka účtovnej jednotky podáva verný a pravdivý obraz o finančnej situácii podniku, či výročná správa je v súlade s účtovnou závierkou a či konsolidovaná výročná správa je v súlade s konsolidovanou účtovnou závierkou. Základným cieľom auditu je zníženie rizika vzniku nesprávností pri účtovaní alebo pri zostavovaní účtovnej závierky a zvýšenie dôveryhodnosti účtovných informácií účtovných jednotiek, ktoré majú povinnosť mať overenú účtovnú závierku štatutárnym audítorom.

Preto je potrebné, aby štatutárny audítor:

- potvrdil správnosť vedenia účtovníctva,
- zistil prípadné podvody alebo nesprávnosti,
- potvrdil dodržiavanie právnych noriem účtovnou jednotkou,
- potvrdil správnosť daňového priznania,

² Arens, A. A., & Loebbecke, J. K. (1997). *Auditing: an integrated approach: instructors resource manual*. Upper Saddle River, NJ: Prentice-Hall

- v konečnom dôsledku vyhodnotil, či je účtovná jednotka riadená efektívnym spôsobom a následne potvrdil životaschopnosť účtovnej jednotky
- vypracoval správu audítora.³

3 Význam interného audítora a rozdiel medzi interným a externým audítorm

Interný audítor sa snaží dohliadať na dodržanie zásady verného a pravdivého zobrazenia skutočností, ktoré sú predmetom účtovníctva v danej účtovnej jednotke. Interný audit predstavuje činnosť, v rámci účtovnej jednotky, ktorá dáva možnosť nezávislého a objektívneho posúdenia jej fungovania. Napomáha dosiahnuť ciele účtovnej jednotky systematickým prístupom k vyhodnocovaniu a zdokonaľovaniu riadenia rizík, internej kontroly, riadiacich a rozhodovacích procesov.⁴

Interný audit je vykonávaný, na rozdiel od štatutárneho auditu, vlastným špecializovaným personálom, ktorý musí dodržať nezávislosť od účtovnej jednotky. Štatutárny audítor musí byť pri výkone štatutárneho auditu nestranný a nezávislý od auditovanej účtovnej jednotky ako aj od bjdávateľa. Interný (vnútorný) audit preto možno chápať ako nezávislú, objektívnu, ubezpečujúcu a konzultačnú činnosť zameranú na zlepšenie prevádzky účtovnej jednotky. Interný audítor zavádza systematické a metodické prístupy k hodnoteniu a vylepšeniu efektívnosti riadenia rizík a kontrolných procesov.

Na rozdiel od interného auditu, externý audit (štatutárny audítor) je vykonávaný na základe osobitného zákona pomocou profesionálnych (vonkajších) audítorov alebo audítorských spoločností. Základné rozdiely medzi interným a externým audítorm znázorňuje tabuľka č. 1.

Tab.1: Základné rozdiely medzi externým a interným audítorm⁵

	Externý audítor	Interný audítor
Cieľ	Overenie účtovnej závierky a výročnej správy a vyjadrenie názoru, či sú zhotovené v súlade s platnou legislatívou, poskytnutie primeranej istoty, že výkazy neobsahujú významné chyby	Preverenie dodržiavania zákonov, predpisov, pravidiel a podmienok zmlúv, dosiahnutie prevádzkových cieľov, efektívnosť a účinnosť využívania zdrojov
Audítor	Nemôže byť zamestnancom účtovnej jednotky, kde vykonáva audit, musí byť nezávislý od overovanej účtovnej jednotky, nesmie sa priamo zúčastňovať na riadení účtovnej jednotky	Je zamestnancov účtovnej jednotky, má nízky stupeň nezávislosti od overovanej účtovnej jednotky, zúčastňuje sa na riadení účtovnej jednotky
Postupy pri výkone auditu	Sú vykonávané v súlade s postupmi, ktoré boli medzinárodne prijaté a nemožno ich meniť	Závisia od vedenia účtovnej jednotky a pracovníkov útvaru interného auditu
Užívatelia informácií	Interní užívatelia, externí užívatelia	Iba interní užívatelia

³ Sedláček Jaroslav. (2006). *Základy auditu*. Brno: Masarykova univerzita.

⁴ Oláh Michal. (2008). *Interný audit vo verejnej správe*. 2. vyd. Bratislava: Sprint dva

⁵ <http://podnikanie.etrend.sk/podnikanie-uctovnictvo-a-dane/na-co-sluzi-interny-audit.html>

Výstup z auditu	Správa audítora	Analýzy, hodnotenia, odporúčania, návrhy, informácie a iné
-----------------	-----------------	--

Interný audítor sa poskytovaním svojich služieb sústreďí najmä na:

- Finančný audit,
- Vnútorne overovanie,
- Audit zmlúv (dodávateľa, odberateľa, investori),
- Preverovanie a odhaľovanie podvodov a nesprávností,
- Audit operácií,
- Audit manažmentu, ekológie, kvality, personálneho rozvoja,
- Audit zhody firemnej politiky a metodológie so zákonmi, vyhláškami, nariadeniami, opatreniami a firemnými normami.

Interní a externí audítori používajú rovnakú audítorskú metodológiu, ale majú rozdielne postavenie aj ciele pri vykonávaní auditu. Interný audit môže mať veľký vplyv na charakter, rozsah a časový rozvrh audítorských postupov, ktoré použije externý audítor. V oboch prípadoch je však nutné dodržať nezávislosť od účtovnej jednotky.⁶

4 Postup externého a interného audítora pri revízii rezerv a opravných položiek

Štatutárny audítor je povinný vypracovať audítorskú dokumentáciu. Špecifický obsah dokumentácie sa líši podľa každej zákazky, spravidla však obsahuje audítorské dôkazy, ktoré potvrdzujú, že audit bol primerane naplánovaný, vedený a kontrolovaný, že bol analyzovaný kontrolný systém spoločnosti, čo je základom pre určenie rozsahu a charakteru vecných testov a že získaná audítorská dokumentácia, použité audítorské postupy a vykonané testy poskytujú dostatočne hlboký predpoklad pre názor štatutárneho audítora na finančnú situáciu spoločnosti.⁷

Hlavná kniha predstavuje podklad pre vykonanie auditu. Auditovaná účtovná jednotka je povinná poskytnúť audítorovi hlavnú knihu, podľa ktorej si štatutárny audítor stanoví základňu pre vykonanie auditu. Hlavná kniha predstavuje jeden z podkladov na vykonanie auditu a štatutárny audítor je povinný ju založiť do audítorských spisov – audítorskej dokumentácie.

Štatutárny audítor má stanovenú hladinu významnosti, čo predstavuje hranicu pre neho významných súm, ktoré bude následne kontrolovať metódou vecných testov alebo substantívnych analytických testov. My sa však sústreďujeme na postupy vykonávané pri audite rezerv a opravných položiek.

Rezervy sú záväzky s neurčitou výškou alebo neurčítym časovým vymedzením.⁸ Testujú sa na podhodnotenie ale aj nadhodnotenie, a to v týchto prípadoch:

- strata, budúci náklad alebo riziko bolo identifikované, ale tvorba rezervy nebola zaúčtovaná,
- tvorba rezervy bola zaúčtovaná v nesprávnej výške, čiže v nižšej hodnote
- strata, budúci náklad alebo riziko bolo identifikované v bežnom účtovnom období, ale tvorba rezervy bola zaúčtovaná až v nasledujúcom účtovnom období
- ocenení rezerv je v nesprávnej výške, čiže v nižšej alebo vyššej hodnote

⁶ Kareš Ladislav. (2018). *Koncept nezávislosti audítora a jeho aplikácia v teórii a v praxi*. Ekonomika a informatika: Vedecký časopis FHI EU v Bratislave a SSHI.

⁷ Kareš Ladislav, Krišková Petra & Kňážková Veronika. (2015). *Audítorská dokumentácia*. Bratislava: Wolters Kluwer.

⁸ Šlosárová Anna & Blahušiaková Miriama. (2017). *Analýza účtovnej závierky*. Bratislava: Wolters Kluwer (Iura Edition).

Audit rezerv sa začína kontrolou bilančnej kontinuity, teda overením začiatkových stavov bežného účtovného obdobia s konečnými zostatkami bezprostredne predchádzajúceho účtovného obdobia. Práve v tomto prípade je nutné použitie hlavnej knihy a pri kontrole sa identifikuje aj tvorba a čerpanie rezerv. Tvorba rezervy sa účtuje v súlade so zásadou opatrnosti, aby účtovná jednotka dosiahla primerané uistenie o tom, že vytvorená rezerva je v správnej výške. Každá spoločnosť musí mať v internej smernici stanovené upravenie problematiky rezerv. Preto štatutárny audítor po preštudovaní internej smernice a po porovnaní tvorby rezerv s predchádzajúcim účtovným obdobím vie odhaliť tvorbu takých rezerv, ktoré boli vytvorené na zneužitie či skreslenie výsledku hospodárenia.

Pri testovaní rezerv sa zohľadňuje ich opodstatnenosť tvorby, ich výška a správne zaúčtovanie, to znamená, či boli pri účtovaní použité správne účty a či boli rezervy zaúčtované v správnom účtovnom období a v správnej výške.

Štatutárny audítor sa venuje napríklad preverovaniu tvorby a použitia rezerv na:

- nevyfakturované dodávky,
- reklamácie a záručné opravy, kde zisťuje údaje najmä z predchádzajúcich rokov pomocou analýzy kazových produktov a na základe toho určí rezervy v bežnom účtovnom období,
- náklady na odstránenie znečistenia životného prostredia,
- nevyčerpané dovolenky, kedy na základe výplatných listín vypočíta, aká má byť výška na nevyčerpané dovolenky,
- zostavenie, overenie, zverejnenie účtovnej závierky a výročnej správy, ak je suma dohodnutá vopred alebo približnú sumu, na základe predchádzajúcich rokov,
- prebiehajúce a hroziace súdne spory, kedy štatutárny audítor overuje situáciu u tretej strany (právníkov) a zisťuje, aká je pravdepodobnosť vyhľadania, respektíve prehrania súdneho sporu a na základe tejto informácie by sa mala vytvoriť v danej výške rezerva,
- vyplácanie prémie a odmien, ktoré sú v pracovnej zmluve dané buď fixne, percentuálne alebo na základe výkonnosti,
- pokuty a penále a iné

V oblasti opravných položiek sa opäť štatutárny audítor sústreďuje na tie položky, ktoré sú významne, teda ich hodnota je vyššia ako hladina významnosti a zároveň predstavujú riziko pre účtovnú jednotku. Takými položkami sú napríklad dlhodobé pohľadávky, ku ktorým účtovná jednotka vytvára opravné položky a predstavujú nedobytné alebo pochybné pohľadávky.⁹ Opravné položky sa tvoria k pohľadávkam po splatnosti a to na základe internej smernice, ktorú poskytuje manažment účtovnej jednotky. Štatutárny audítor je povinný si preštudovať túto internú smernicu, kde si každá účtovná jednotka percentuálne zobrazí tvorbu opravných položiek podľa doby splatnosti pohľadávky, ako je to napríklad v prípade spoločnosti Motor-Car Trnava, s.r.o.¹⁰:

- 25% z menovitej hodnoty, ak uplynula od splatnosti pohľadávky doba dlhšia ako 3 mesiace
- 50% z menovitej hodnoty, ak uplynula od splatnosti pohľadávky doba dlhšia ako 6 mesiacov
- 75% z menovitej hodnoty, ak uplynula od splatnosti pohľadávky doba dlhšia ako 9 mesiacov

⁹ Juhászová Zuzana & Tumpach Miloš (2010). *Test primeranosti záväzkov*. Bratislava: Fakulta hospodárskej informatiky

¹⁰ Údaje z poznámok náhodne vybranej spoločnosti Motor-Car Trnava, s.r.o.

- 100% z menovitej hodnoty, ak uplynula od splatnosti pohľadávky doba dlhšia ako 12 mesiacov
- 100% z menovitej hodnoty, v prípade individuálneho posúdenia pohľadávky, vymáhanej právnou cestou a to aj pred uplynutím tejto lehoty

Súčasťou prác **interného audítora** pri revízii krátkodobých záväzkov je aj overenie toho, či bola splnená požiadavka na úplnosť účtovníctva. Preto by mal interný audítor preskúmať aj to, či účtovná jednotka neeviduje dodávky a poskytnuté služby, ktoré sa uskutočnili do dňa, ku ktorému sa zostavuje účtovná závierka, avšak ku ktorým do dňa zostavenia účtovnej závierky nedodržala účtovný doklad. Ak takáto skutočnosť existuje, interný audítor je povinný upozorniť účtovné oddelenie aby bolo nahradené účtovanie záväzkov na buď nevyfakturovanú dodávku, kedy výška záväzku je presne známa alebo na krátkodobú rezervu v prípade, kedy výška záväzku nie je známa.

S krátkodobými rezervami však súvisí aj pojem platobná neschopnosť. Účtovná jednotka a aj interný audítor sú povinní sledovať vývoj finančnej situácie účtovnej jednotky a stav majetku a záväzkov.¹¹

Interný audítor podobne ako aj externý audítor pri overovaní záväzkov, medzi ktoré patria aj rezervy, musí podniknúť tieto kroky:

- odsúhlasiť saldo konto na hlavnú knihu,
- zhodnotiť platobnú disciplínu účtovnej jednotky,
- porovnať dátum splatnosti s dátumom skutočnej úhrady (ak vôbec úhrada nastala),
- odsúhlasiť záväzky s dodávateľmi na konci roka, skontrolovať, či boli potvrdené bez výhrad a prípadne či sú rozdiely medzi konfirmačným listom a údajmi v účtovníctve,
- prekontrolovať správnosť odhadov ku koncu roka pri nevyčerpaných dovolenkách a iných rezervách,

Interný audítor má veľmi širokú škálu úloh, ktoré v rámci účtovnej jednotky podniká za zámerom odstránenia nedostatkov či odhalenia podvodov.

5 Záver

Každá účtovná jednotka, ktorá má povinnosť overenia účtovnej závierky a výročnej správy štatutárnym audítorom a má vo svojej spoločnosti aj interného audítora, má výhodu, pretože podklady od interného audítora štatutárnemu audítorovi môžu pomôcť pri výkone auditu a tak ušetriť účtovnej jednotke finančné prostriedky a aj čas. Na druhej strane sa štatutárny audítor nesmie spoliehať iba na údaje zistené interným audítorom, pretože hoci musí byť dodržaná podmienka nezávislosti, tieto zistenia nemusia byť odhalené správne.

Účtovná závierka a výročná správa obsahujú veľa položiek, ktoré je audítor povinný overiť aby zistil, či sú údaje zobrazené verne a pravdivo. Interný audítor kontroluje správnosť účtovania a používania metód počas celého účtovného obdobia pravidelne z vnútra účtovnej jednotky, pričom štatutárny audítor príde ako externá a nezávislá osoba, alebo spoločnosť zväčša jeden až trikrát ročne.

V oblasti rezerv a opravných položiek má interný audítor väčší prehľad, keďže denne komunikuje s manažmentom ako aj so zamestnancami účtovnej jednotky o problematike a o tvorbe a použití rezerv má vždy aktuálne informácie. Napríklad v prípade rezerv na záručné opravy má interný audítor širší obzor ako externý audítor a vidí hlbšie do problematiky. Externý audítor je však dôležitejší, pretože práve on po preskúmaní a testovaní všetkých položiek, ktoré sú významné, vydá správu audítora, ktorá je súčasťou účtovnej závierky a slúži najmä pre

¹¹ Dvořáček Jiří. (2000). *Interní audit a kontrola*. 1. Vyd. Praha: C.H. Beck.

externých užívateľov ako garancia správnosti údajov zobrazených v účtovnej závierke a výročnej správe.

Rezervy sú veľmi náročnou časťou pri overovaní audítorom a samotne testovanie rezerv pomocou testov detailov môže byť často zavádzajúce. V tomto prípade je nutné oboznámiť sa s tvorbou a následným použitím rezerv z predchádzajúcich účtovných období, je treba si preštudovať interné smernice, kde by mala mať každá účtovná jednotka zakotvenú tvorbu a používanie rezerv. Niektoré druhy rezerv ako napríklad rezervy na nevyčerpané dovolenky vie audítor vypočítať, prípadne rezervy na zostavenie a overenie účtovnej závierky sa vie veľmi presne odhadnúť ale väčšina rezerv ako rezervy na súdne spory alebo rezervy na záručné opravy sú veľmi ťažko odhadnuteľné. Ich výška sa môže meniť v závislosti od závažnosti súdneho sporu, kedy ani právnik nevie odhadnúť výšku nákladov alebo pri záručných opravách môže nastať situácia, kedy oproti predchádzajúcim obdobiam narastie nečakane kazovosť výrobkov a rezervy nebudú odhadnuté v primeranej výške.

Dôležitou časťou sú aj spomínané opravné položky, ako napríklad opravné položky k pohľadávkam, kedy na základe stanovenia si percenta z menovitej hodnoty pohľadávky podľa doby, ktorá uplynula od doby splatnosti, vie audítor presne stanoviť výšku opravných položiek. Vtedy audítor zisťuje prostredníctvom tretej strany, či je možné, že daná pohľadávka bude v blízkej budúcnosti zinkasovaná, pretože aj táto položka ovplyvňuje účtovnú závierku.

Interný audítor ako aj externý audítor sú potrební k správne chodu účtovnej jednotky a ich spolupráca môže byť veľmi užitočná nielen samotnej účtovnej jednotke ale aj externým užívateľom účtovných závierok.

Literatúra

1. Arens, A. A., & Loebbecke, J. K. (1997). *Auditing: an integrated approach: instructors resource manual*. Upper Saddle River, NJ: Prentice-Hall
2. Dvořáček J.. (2000). *Interní audit a kontrola*. 1. Vyd. Praha: C.H. Beck.
3. <http://podnikanie.etrend.sk/podnikanie-uctovnictvo-a-dane/na-co-sluzi-interny-audit.html>
4. Juhászová Z. & Tumpach M. (2010). *Test primeranosti záväzkov*. Bratislava: Fakulta hospodárskej informatiky.
5. Kareš L. (2018). *Koncept nezávislosti audítora a jeho aplikácia v teórii a v praxi*. Ekonomika a informatika: Vedecký časopis FHI EU v Bratislave a SSHI.
6. Kareš L., Krišková P. & Kňázková V. (2015). *Audítorská dokumentácia*. Bratislava: Wolters Kluwer
7. Oláh M. (2008). *Interný audit vo verejnej správe*. 2. vyd. Bratislava: Sprint dva
8. Sedláček J. (2006). *Základy auditu*. Brno: Masarykova univerzita
9. Šlosárová, A. & Blahušiaková M. (2017). *Analýza účtovnej závierky*. Bratislava: Wolters Kluwer (Iura Edition).

Teória redistribúcie z hľadiska vyjednávania v kooperatívnej hre **The theory of redistribution in terms of bargaining in Cooperative Game**

Dana Figurová¹

Abstrakt

Teória hier je vedný odbor, ktorý sa zaoberá riešením prevažne konfliktných situácií zahŕňajúcich viac než jeden subjekt, pričom jednotlivé subjekty nazývame hráčmi. Jednou z možností skúmania takýchto situácií je možnosť kooperácie medzi jednotlivými hráčmi na základe vzájomných dohôd, pričom v koalícii môžu hráči získať väčšie výhody, než samostatným spôsobom. Tieto benefity by mali potom hráči medzi sebou rozdeliť. Dôvodom prerozdelenia výhier v kooperatívnej hre je taký, že sa v nich presadí koalícia, ktorá využije svoje dominantné postavenie k prerozdeleniu prostriedkov vo svoj prospech. Problémom vyjednávania je stanoviť také rozdelenie výhier, s ktorým by všetci hráči boli spokojní. V tomto príspevku sa budeme venovať teoretickému vymedzeniu základného redistribučného systému, ktorý slúži ako východiskový aparát pre prerozdeľovanie benefitov, ktoré plynú zo vzájomnej spolupráce hráčov v kooperatívnej hre.

Kľúčové slová

redistribúcia, kooperatívna hra, teória vyjednávania

Abstract

Game theory is a scientific discipline that deals with solving the predominantly conflict situations which involves more than one subjects, called players. One possibility of exploring such situations is the possibility of cooperation between individual players on the basis of mutual agreements, whereby the players in coalition can gain more advantages than in an individual approach. These benefits should then be distributed among players. The reason for the redistribution of winnings in a cooperative game is that they will enforce a coalition that will use its dominant position to redistribute funds to its advantage. The problem with the negotiations is to determine the distribution of winnings that all players would be satisfied with. In this paper, we will focus on the theoretical definition of the basic redistribution system, which serves as a starting point for redistribution the benefits of mutual cooperation of players in a cooperative game.

Key words

redistribution, cooperative game theory, bargaining theory

JEL classification

C70, C71, C78

1 Úvod

Teória hier je veda, ktorá v podstate skúma širokú škálu rozhodovacích situácií pre viacerých účastníkov. Jedným zo spôsobov, ako preskúmať tieto rozhodnutia, je akceptovať možnosť spolupráce medzi účastníkmi (hráčmi). Hra je kooperatívna, ak hráči môžu vytvárať koalície a skoordinať svoje činnosti tak, aby dosiahli určité výhody zo spolupráce. V prípade

¹ Ing. Dana Figurová, Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky, Katedra operačného výskumu a ekonometrie, Dolnozemska cesta 1, 852 35 Bratislava, danafigurova@euba.sk.

nekooperatívneho prístupu hráči konajú nezávisle (individuálne). Práve na modelovanie takýchto situácií sa využívajú kooperatívne hry, ktoré sú súčasťou teórie hier. Základnou dilemou kooperatívnej hry je teda hráčova voľba vhodnej spolupráce. V koalíciách môžu hráči získať viac výhod, ako by dosiahli hraním hry individuálne, pričom tieto výhody by sa potom mali medzi hráčov spravodlivo rozdeliť. Napr. Figurová a Čičková (2018) použili Shapleyho hodnotu ako metódu prerozdelenia usporiadaných nákladov v kooperatívnej hre rozvozu. Teoreticky boli rozpracované ďalšie prístupy (napr. rovnostárske riešenie, utilitárne riešenie, Nashovo riešenie a Kalai – Smorodinský v Figurová, 2018). Tento druh distribúcie založený na multikriteriálnych rozhodnutiach bol prezentovaný v Tichá (2016).

Vo všeobecnosti existuje viacero spôsobov redistribúcie výhry medzi jednotlivých hráčov. Budeme vychádzať z teórie vyjednávania, pričom predpokladáme prenositeľnosť výhry. Redistribučný systém je systém, v ktorom existuje určitý druh prerozdelenia výhier (napríklad miezd) v porovnaní s výsledkami (výkonmi) jednotlivých účastníkov (hráčov) v systéme. Výkon sa chápe ako vplyv hráča v hre na dosiahnutý výsledok, t. j. na výšku celkovej odmeny, ktorú môžu jednotliví účastníci rozdeliť medzi sebou. Jedným z perspektívnych spôsobov analyzovania načrtnutého problému je teória redistribučných systémov, ktorá je variantom, aplikáciou a rozšírením teórie hier. Typickou príčinou redistribúcie v systémoch je to, že koalícia si vynucuje svoj dominantný vplyv na rozdeľovanie výhry (benefitov, ktoré plynú zo spolupráce). Podrobnejšie sa prepojeniu teórie vyjednávania a redistribúcie venoval Osborne (2017). Prehľad literatúry o otázke vzťahu medzi rozdelením výhier (výplat) podľa výkonu hráča a výkonu systému možno nájsť v (Štedron, 2007; Eucken, 2004). Z pohľadu teórie vyjednávania bol diskutovaný systém redistribúcie medzi politickou vládou a záujmovými skupinami, pričom autori zadefinovali rôzne ohraničenia používania účinných politík a tým zvýhodňuje, resp. znevýhodňuje vyjednávacie sily jednotlivých účastníkov hry (Drazen a Limão, 2008).

2 Jednoduchý model redistribúcie

V ďalšej kapitole predstavíme základný redistribučný systém diskutovaný v (Budinský & Valenčík, 2009). Pri skúmaní redistribučných systémov autori vytvorili model elementárneho redistribučného systému, ktorý sa ukázal ako vhodné zjednodušenie základného modelu. Predpoklady modelu sú nasledujúce:

- Model má troch hráčov (P_1, P_2, P_3) - takže je možné vytvoriť najjednoduchšie, ale netriviálne koalície (dva proti jednému).
- Výplaty hráčov sú rozdelené v pomere 6: 4: 2 - ide o malé, prirodzené a ľahko predstaviteľné čísla, ktoré je možné rozdeliť aspoň raz.
- Každý hráč má rovnakú schopnosť ovplyvniť výsledok (t.j. sila vplyvu hráča na hodnotu hry sa rovná jednej).

Pokiaľ ide o teóriu hier, jedná sa o hry s viac ako dvoma hráčmi (konkrétne v najjednoduchšom prípade o hru s tromi hráčmi) s voľnou disjunkčnou koalíčnou štruktúrou, s nekonštantnými výplatami a so značnou kooperatívnou hrou. Je to elementárny redistribučný systém, v ktorom sú zámerne zjednodušené základné parametre a má zmysel vytvoriť určité rozšírenie a pridať ďalšie predpoklady. Existuje však spôsob, ako vytvoriť zaujímavý, elegantný a efektívny matematický aparát opisujúci základné aspekty ľudského správania v organizáciách rôznych typov.

Napríklad v tomto redistribučnom systéme s prerozdelením výhry v pomere (6: 4: 2) môže byť návratnosť pomenovaná ako výhra založená na výkone, v pomere (3: 6: 3) nazývame prerozdelenie výhry s vedúcim hráčom, prerozdelenie v pomere (2: 5: 3,5) môžeme nazvať ako potrestanie odporu alebo odmeňovanie lojality vodcom, výplaty v pomere (4: 5: 2,5) nazývame prerozdelenie s vodcom s čiastočnými zásluhami a (3,5: 3,5: 3,5) - úplne

rovnostársky systém a pod. Odpoveď na otázku, ktorá určuje výšku odmien, je v tomto štádiu intuitívne. Akákoľvek zmena v systéme základného prerozdeľovania je možná iba vtedy, ak si dvaja hráči polepšia svoju situáciu (zvýšia svoje výplaty) v porovnaní s predchádzajúcim stavom.

Na základe teoretických základov redistribučných systémov formulujeme základné redistribučné rovnice:

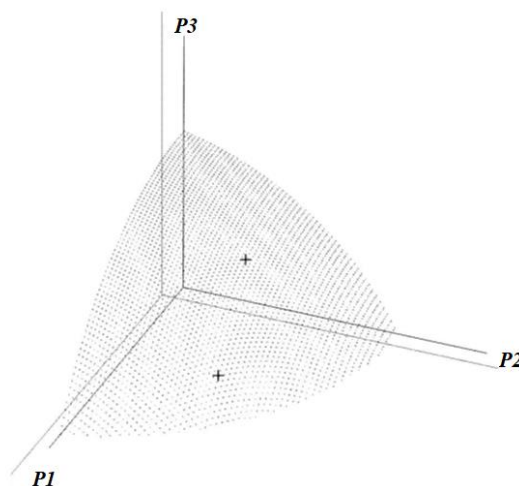
$$P1 + P2 + P3 = 12 - \mu * R(P1 - 6, P2 - 4, P3 - 2) \quad (1)$$

Výraz vľavo (1) je súčet skutočných výnosov jednotlivých hráčov, pričom hodnota 12 je maximálna odmena, ktorá by sa mohla rozdeliť, ak by výkon redistribučného systému bol maximálny, μ považujeme za koeficient zníženia výkonnosti a $R(X)$ je funkciou vzdialenosti skutočných výnosov a výnosov založených na výkone systému. Redistribučnú rovnicu (1) je možné pochopiť nasledovne: To, koľko si hráči môžu rozdeliť je toľko, koľko by si mohli maximálne rozdeliť znížené o hodnotu o koľkú sa vzdialili pri prerozdeľovaní od výkonu. Dištančnú funkciu R môžeme definovať rôzne, ale najvhodnejšia je definícia používajúca spoločnú metriku ako odmocninu súčtu štvorcov optimálnej výhry podľa výkonu:

$$\sqrt{(P1 - 6)^2 + (P2 - 4)^2 + (P3 - 2)^2} \quad (2)$$

Obrázok 1 zobrazuje príklad počítačom zobrazenej redistribučnej oblasti s koeficientom zníženia výkonu $\mu = 0,5$ a funkciou R definovanou podľa (2).

Obr. 1: Geometrická interpretácia redistribúcie



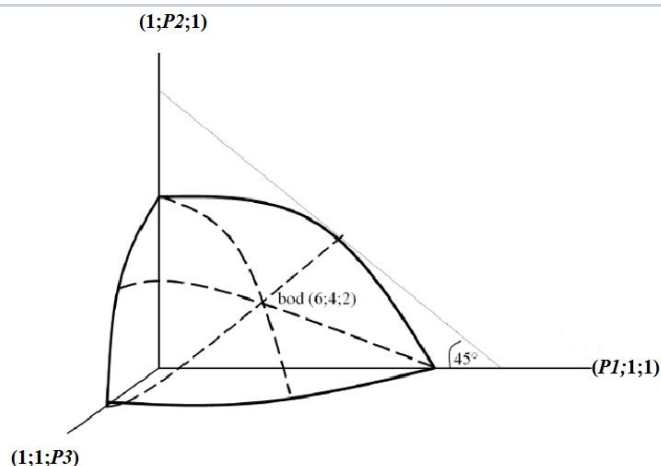
Zdroj: Budinský, P. – Valenčík, R. 2009

V bode (6; 4; 2) je súčet všetkých výplat všetkých hráčov. Čím viac sa od tohto bodu vzdialíme, tým viac klesá hodnota súčtu výplat. Dolný krížik ukazuje na bod (6; 4; 2), t. j. na bod prerozdeľovania platieb podľa výkonu hráča. Horný kríž ukazuje na bod, kde každý hráč dostáva rovnakú odmenu (výplatu), čo je v tomto prípade okolo 3,51 pre každého hráča. Každá plocha na prerozdeľovanie musí prechádzať oboma bodmi.

3 Teória vyjednávania a redistribúcia

V nasledujúcej kapitole ukážeme príklady rôznych typov vyjednávania v redistribučných systémoch pomocou grafického znázornenia redistribučnej oblasti. V prvom prípade sú dvaja hráči rozdelení podľa ich výkonnosti, tretí hráč si ponechá toľko, koľko mu ostalo (minimálna hodnota výplaty je 1). Grafické znázornenie takejto situácie je takéto:

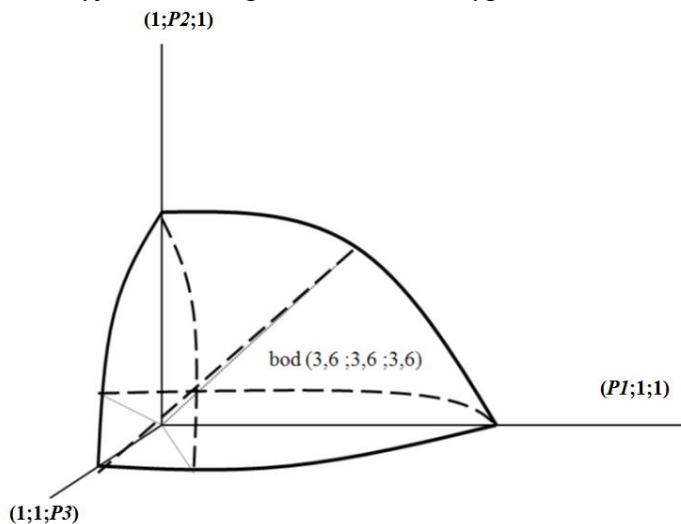
Obr. 2: Trajektória vyjednávania pri redistribúcii výplat hráčom na základe ich výkonu



Zdroj: Budinský, P. – Valenčík. R. 2009.

Ak tri roviny rovnobežné so zadnými stenami povrchu redistribúcie prechádzajú daným bodom na tejto ploche, ich priesečník s plochou redistribúcie bude definovať tri krivky v tomto bode. Tri krivky rozdeľujú redistribučnú plochu do šiestich segmentov - tri z nich predstavujú priamo dosiahnuteľné zmeny, z ktorých tri zodpovedajú zmenám, ktoré nemožno uskutočniť. Trajektória vyjednávania je označená prerušovanou čiarou s vlastnosťami napr.: pretína sa v jednom bode s hodnotami (6; 4; 2), začína bodom dotyku príslušnej hraničnej krivky so sklonom 45° a končí bodom dotyku hraničných čiar. Dráha vyjednávania po dohode dvoch hráčov o rovnomernom rozdelení svojich odmien (plne rovnostranných) je graficky znázornená na obrázku 3.

Obr. 3: Trajektória vyjednávania pri redistribúcii výplat hráčom rovným dielom



Zdroj: Budinský, P. – Valenčík. R. 2009

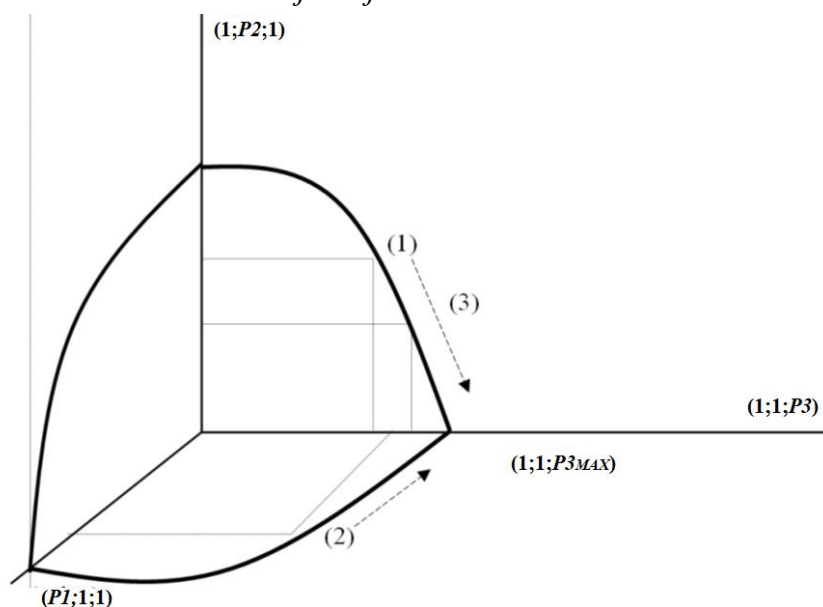
Dráhy tohto vyjednávania sú zobrazené prerušovanou čiarou. Vidíme, že sa tiež pretínajú v jednom bode, kde sa všetci delia rovným dielom. Na prvý pohľad vyzerá redistribučná plocha z hľadiska koalície formácie veľmi symetricky. Najsilnejší hráč $P1$ môže vytvoriť koalíciu s priemerným $P2$ a obaja si zlepšia svoju situáciu na úkor najslabšieho $P3$. Podobne $P2$ môže vytvoriť koalíciu s $P3$ a polepšiť si na úkor $P1$. Potom existuje tretia možnosť, keď $P1$ a $P3$ vytvoria koalíciu a zlepšia sa na úkor $P2$.

Aká je najlepšia koalícia pre každého jednotlivého koaličného hráča? Predpokladajme, že hráči v koalícii rozdelia svoje výplaty v maximálnej výške. Potom je najlepším riešením:

- Hráč $P1$, ak vytvoril koalíciu s $P3$ a obaja sa zlepšujú na úkor $P2$;
- Hráč $P2$, ak vytvoril koalíciu s $P3$ a obaja sa zlepšujú na úkor $P1$;
- Hráč $P3$, ak vytvoril koalíciu s $P2$ a obaja sa zlepšujú na úkor $P1$;

Najlepšie je, keď $P2$ a $P3$ vytvoria koalíciu a polepšujú si na úkor najsilnejšieho $P1$. Neexistuje žiadny iný prípad, v ktorom môžu dvaja hráči spoločne zlepšiť svoje výplaty. V tomto prípade je otázka správania hráčov v redistribučných systémoch stále otvorená. Najsilnejší $P1$ nie je úplne bezbranný, t. z. môže ponúknuť $P3$ viac, ako keby uzavrel dohodu s priemerným $P2$. Túto situáciu vidíme na obrázku 4.

Obr. 4: Dohoda priemerného a najslabšieho hráča a následné doprosovanie sa najsilnejšiemu hráčovi



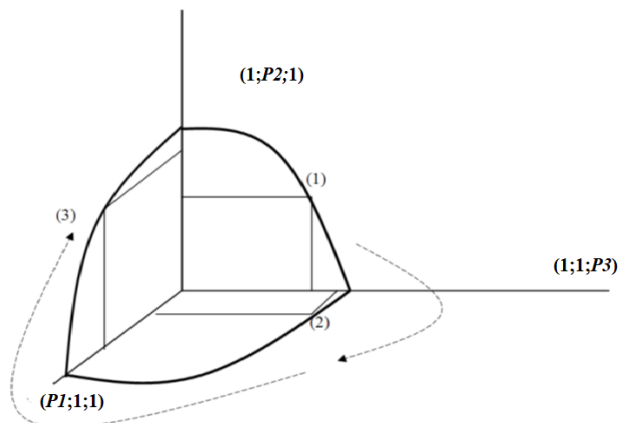
Zdroj: Budinský, P. & Valenčík. R. 2009

Keby toto vyjednávanie pokračovalo v smere šípok, dostalo by sa do bodu $(1; 1; P3_{max})$, kde by najslabší hráč $P3$ mal najvyššiu možnú odmenu a ostatní hráči by mali najmenšiu možnú, rovnej hodnote jedna. Toto je však nedosiahnuteľný bod (pretože situácia dvoch hráčov sa v tomto bode zhoršuje). Vyvodzujú sa dôležité závery:

- Redistribučné systémy, ktoré nie sú v silne konkurenčnom prostredí, budú mať tendenciu presadzovať koalíciu priemerných a slabých hráčov, ktorí majú lepšie výsledky na úkor najsilnejší.
- Prvá obrana najmocnejších hráčov spočíva v doprosovaní sa najslabším. Potom sú priemerní hráči nútení správať sa ako najsilnejší.

Namiesto spolupráce $P1$ s najslabším $P3$ môže najsilnejší hráč vytvoriť koalíciu s priemerným hráčom, kedy obaja dosahujú lepšie výsledky ako keby spolupracovali s najslabším hráčom $P3$.

Obr. 5: Dohoda medzi najsilnejším a priemerným hráčom, kedy si obaja polepšia situáciu oproti tomu, kedy spolupracovali s najslabším hráčom



Zdroj: Budinský, P. – Valenčík, R. 2009

Situáciu znázornenú na obrázku 5 možno opísať nasledovne: Situácia (1) ukazuje dohodu medzi priemerným $P2$ a najslabším hráčom $P3$. Situácia (2) predstavuje dohodu ponúknutú najsilnejším hráčom $P1$ najslabšiemu hráčovi $P3$ ako jeho alternatívu. Situácia (3) ukazuje dohodu medzi najsilnejším a priemerným ako alternatíva k dohode (1) a (2), ktorú majú obaja s najslabším hráčom.

Namiesto vzájomných dohôd s najslabším hráčom $P3$ môžu najsilnejší hráč $P1$ a priemerný hráč $P2$ spolupracovať a získať lepšie výsledky v porovnaní s predchádzajúcimi dohodami, kedy každý má dohodu s najslabším hráčom. Pretože všetci hráči môžu vyjednávať, vo všeobecnosti existujú tri nasledujúce rovnovážne situácie, kedy dvaja hráči diskriminujú tretieho. Nazveme ich ako diskriminačné rovnováhy. Z vyššie uvedeného vyplýva dôležitý záver:

- Ak sa ktorýkoľvek hráč pokúsi vyjednávať lepšie podmienky s iným hráčom, ovplyvní to situáciu tak, že koalícia sa vytvorí bez neho a nakoniec bude diskriminovaný.
- Ak sa naopak pokúsi zapojiť do koalície, aby sa zabránilo tomu, že sa ocitne v pozícii diskriminovaného hráča, ponuka vyššej výplaty potenciálnemu koalícnemu hráčovi vyvolá vyjednávanie najslabšieho hráča a tým pádom sa môže vyjednávanie znova začať.

Kľúčom k nájdeniu rovnováhy v prípade vyjednávania je nasledujúca úvaha. Ak existuje dohoda medzi najslabším a priemerným hráčom (táto dohoda má parametre $(1; P2_{P2,P3}; P3_{P2,P3})$), rovná sa dohode medzi najsilnejším a najslabším hráčom s parametrami $(P1_{P1,P3}; 1; P3_{P1,P3})$. Musí platiť (v prípade všetkých hráčov), že $P3_{P2,P3} = P3_{P1,P3} = \text{def: } P3_u$ (musí mať rovnakú hodnotu bez ohľadu na to, či pochádza z vyjednávania medzi najslabším a priemerným hráčom alebo medzi najslabším a najsilnejším hráčom; označuje sa ako $P3_u$). Toto implikuje nasledujúcu sústavu rovníc:

$$1 + P2 + P3 = 12 - \mu \cdot R(5; P2 - 4; P3 - 2) \quad (3)$$

$$P1 + 1 + P3 = 12 - \mu \cdot R(P1 - 6; 3; P3 - 2) \quad (4)$$

$$P1 + P2 + 1 = 12 - \mu \cdot R(P1 - 6; P2 - 4; 1) \quad (5)$$

Toto sú tri nezávislé rovnice s tromi premennými a ich riešenia sú našimi hľadanými hodnotami. Toto riešenie ukazuje tri rovnovážne body so súradnicami: $(1; P2_u; P3_u)$, keď je hráč $P1$ diskriminovaný, $(P1_u; 1; P3_u)$, keď je hráč $P2$ diskriminovaný a $(P1_u; P2_u; 1)$ keď je diskriminovaný hráč $P3$. Tieto rovnováhy možno pomenovať ako diskriminačné rovnováhy s nasledujúcimi hodnotami:

- P1 je mimo koalície a je diskriminovaný: (1; 4,71; 3,63) s výplatou 9,34.
- P2 je mimo koalície a je diskriminovaný: (5,65; 1; 3,63) s výplatou 10,28.
- P3 je mimo koalície a je diskriminovaný: (5,65; 4,71; 1) s výplatou 11,36.

4 Záver

V tomto článku sme predstavili prístupy pri prerozdeľovaní výhier (výplat) jednotlivých hráčov v kooperatívnej hre z hľadiska teórie vyjednávania. Graficky sme si zobrazili viaceré situácie vyjednávania v prípade troch hráčov, ktorým prerozdeľujeme výplaty z hľadiska ich výkonu na redistribučný systém. Podrobná a matematicky založená analýza elementárneho systému redistribúcie je mimoriadne dôležitá z dvoch dôvodov. Na jednej strane pri skúmaní rôznych typov rozšírenia základného systému redistribúcie a na druhej strane pri skúmaní toho, ako sa jednoduché elementárne systémy stávajú komplexnejšími.

Príspevok bol spracovaný v rámci riešenia grantovej úlohy VEGA 1/0351/17 *Aplikácia vybraných modelov teórie hier pri riešení niektorých ekonomických problémov Slovenska.*

Literatúra

1. Barron, E. N., & Barron. (2013). *Game Theory: An Introduction, 2nd Edition*. John Wiley & Sons.
2. Budinský, P. & Valenčík. R. (2009). Teorie redistribučných systému. *Politická ekonomie*. 57(5), 644-659.
3. Drazen, A. & Limão, N. (2008). A bargaining theory of inefficient redistribution policies. In *International Economic Review*. 49(2), 621-657, doi: 10.1111/j.1468-2354.2008.00492.x
4. Eucken, W. (2004). *Zásady hospodářského řádu*. Praha : Liberální Institut.
5. Figurová, D. (2018). *Prístupy prerozdelenia výhier v kooperatívnej hre*. Bratislava: Letra Edu. Retrieved from https://fhi.euba.sk/www_write/files/veda-vyskum/konferencie/aiesa/AIESA_2018/Zbornik_AIESA2018.pdf
6. Figurová, D., & Čičková, Z. (2018). *Cooperative vehicle routing problem: an opportunity for cost saving*. Jihlava: College of Polytechnics. Retrieved from file:///C:/Users/EU/Downloads/competition_proceedings_2018.pdf
7. Jindal, P. & Newberry, P. (2018). To bargain or not to bargain: The role of fixed costs in price negotiations. *Journal of Marketing Research*, 55(6), 832-851. doi: 10.1509/jmr.17.0094.
8. Osborne, M. J. (2003). *An Introduction to Game Theory*. New York : Oxford. University Press.
9. Štedron, B. (2007). *Manažerské řízení a informační technologie*. Praha : Grada.
10. Tichá, M. (2016). *Multicriteria Coalitional Games and Bargaining Theory*. Bratislava: Letra Edu. Retrieved from https://fhi.euba.sk/www_write/files/veda-vyskum/konferencie/aiesa/AIESA_2018/Zbornik_AIESA2018.pdf
11. Zibaei, S., Hafezalkotob. A., & Ghashami, S. S. (2016). Cooperative vehicle routing problem: an opportunity for cost saving. *Journal of Industrial Engineering International*, 12(3), 271-286. doi: 10.1007/s40092-016-0142-1.

Lokačný priestorový model duopolu zohľadňujúci presvedčenie spotrebiteľov

Location spatial model of duopoly taking into account consumers' conviction

Patrícia Holzerová¹

Abstrakt

Úspech firmy na trhu je determinovaný množstvom faktorov, vrátane správania sa spotrebiteľov, ktorí predstavujú cieľovú skupinu daného podniku a výberu lokality. Príspevok sa venuje práve problému výberu lokality v prípade oligopolistického trhu a hľadaniu rovnovážneho stavu pomocou teórie hier. V prezentovanom modeli vystupujú dve firmy, vyberajúce z piatich dostupných uzlov tie najvhodnejšie pre lokáciu ich podniku. Výsledkom sú rovnovážne stratégie pre oba podniky, ktoré sú ovplyvňované rozhodnutiami spotrebiteľov a možnosťou pôsobenia presvedčenia vedúceho k preferencii jedného z výrobcov.

Kľúčové slová

Teória hier, lokačné priestorové modely, duopol, hry dvoch hráčov

Abstract

The success of company in the market is determined by number of factors, including behavior of consumers, representing the target group of the company and location selection. The paper deals with the problem of location selection in case of oligopolistic market and searching for equilibrium using game theory. There are two companies in the presented model, choosing from five available nodes the most suitable for the location of their business. The result equilibrium strategy for both of the companies, influenced by decisions of consumer and possibility of influence of their conviction, leading to preferring one of the producers.

Key words

Game theory, location spatial models, duopoly, two player games

JEL classification

C72, L13, R32

1 Úvod

Výber miesta pôsobenia podniku je jednou zo základných podnikových stratégií, ktoré ovplyvňujú jeho budúcnosť na trhu. Cieľom výberu lokácie je nájsť najvhodnejšie miesto pre podnikateľskú činnosť firmy. Možno konštatovať, že prostredie, v ktorom sa podnik nachádza predurčuje jeho budúci úspech.

Existuje mnoho prístupov pre vnímanie lokácie podniku a faktorov, ktoré na ňu vplyvajú. Rozhodujúcim determinantom je charakter podniku, či už ide o jeho veľkosť, kde rozlišujeme veľké, malé a stredné podniky, alebo o druh priemyselného odvetvia. Aj keď kritériá sú rôzne, vo všeobecnosti existuje rad ovplyvňujúcich determinantov ako sú výrobné faktory, infraštruktúra, obyvateľstvo a jeho mentalita, kúpna sila, životné prostredie, konkurenčné prostredie či štátne regulácie, zákony, dane a clá. Jeden z najvýznamnejších a najdôležitejších determinantov je však spotrebiteľ, ktorý v rámci stratégie firmy predstavuje cieľovú skupinu. Cieľom každého manažmentu by malo byť poznanie svojho zákazníka natoľko, aby sa k nemu

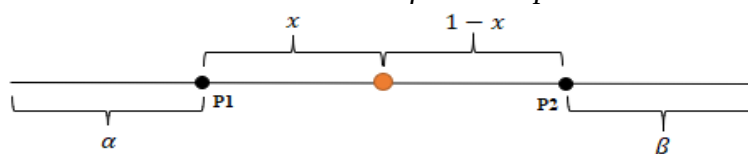
¹ Ing. Patrícia Holzerová, Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky, Katedra operačného výskumu a ekonometrie, Dolnozemska cesta 1, 852 35 Bratislava, holzerovap@gmail.com.

dokázali svojimi výrobkami dostať. Práve poznanie spotrebiteľa je nevyhnutnou súčasťou úspešného pôsobenia firmy na trhu. Tu už zohráva rolu samotná teória spotrebiteľa, ktorá sa zaoberá jeho spôsobom rozhodovania a ekonomickým správaním na trhu.

2 Základný model

Moderné teórie produktovej diferenciácie majú základ v pôvodnom Hotellignovom modeli, pôvodne predstavenom v článku *Stability in Competition* (1929) od matematika a ekonóma Harolda Hotellinga. Podstatou duopolného modelu lokačne diferencovaných produktov je úsečka predstavujúca takzvaný „lineárny trh“, pozdĺž ktorej sú rovnomerne umiestnení spotrebitelia. Pod touto úsečkou si možno predstaviť napríklad hlavnú cestu v meste. Na danej ceste sú umiestnené dve firmy: firma $P1$ a firma $P2$. Umiestnenie firiem je znázornené na obrázku č.1.

Obr.1: Umiestnenie firiem na priamke



Zdroj: vlastné spracovanie

Predpokladá sa, že obe firmy na trhu ponúkajú homogénny, resp. veľmi podobný produkt. U oboch firiem uvažujeme nulové náklady na výrobu a v každom čase a každom bode pozdĺž cesty spotrebu jednotky produktu. Nakoľko sú ich ponúkané produkty homogénne, spotrebitelia sa rozhodujú len na základe ceny a nákladov na dopravu k danému predajcovi. Pre jednoduchosť modelu, náklady na dopravu zahŕňajú celú množinu prípadov, ktoré ovplyvňujú rozhodnutie spotrebiteľa uprednostniť jedného z výrobcov (Hotelling, 1929). Ceny výrobkov si volia výrobcovia simultánne – firma $P1$ cenu p_1 a firma $P2$ cenu p_2 . Zákazníci nachádzajúci sa medzi týmito firmami sú indiferentní a zvolia si z dvojice výrobcov toho, kto ponúka nižšiu cenu výrobku a zároveň ku ktorému na dopravu majú nižšie náklady, resp. toho, ktorý sa nachádza najbližšie. Snažia sa teda minimalizovať svoje celkové náklady na nákup produktov. Rozhodujú sa na základe vzťahu:

$$p_1 + tx = p_2 + t(1 - x) \quad (1)$$

kde t predstavuje jednotkové lineárne náklady na dopravu a x predstavuje vzdialenosť indiferentného zákazníka od firmy $P1$, resp. od firmy $P2$. To znamená, že náklady indiferentného zákazníka na dopravu k prvému výrobcovi sú rovné tx a k druhému výrobcovi $t(1-x)$.

Obr. 2: Umiestnenie firiem na úsečke



Zdroj: vlastné spracovanie

Ak uvažujeme, že sa zákazníci nachádzajú na intervale $\langle 0, 1 \rangle$ a firmy $P1$ a $P2$ sa nachádzajú na krajných bodoch tohto intervalu (obrázok 2), potom všetci zákazníci sú považovaní za indiferentných. V tom prípade úpravou (1) dostávame:

$$x = \frac{p_2 - p_1 + t}{2t} \quad (2)$$

Respektíve:

$$1 - x = \frac{p_1 - p_2 + t}{2t} \quad (3)$$

čo predstavuje, ako sme už poznamenali, polohu indiferentného zákazníka.

Možno konštatovať, že rovnice (2) a (3) predstavujú zároveň spomínané dopyty jednotlivých firiem. Táto poloha, a rovnako aj dopyty, sa menia v závislosti od výšky cien p_1 a p_2 stanovených výrobcami.

Ak sa však výrobcovia nenachádzajú na krajných bodoch úsečky, uvažujeme aj časti trhu α a β (obrázok č. 3). Pre celkovú dĺžku úsečky platí (Hotelling, 1929):

$$\alpha + x + (1 - x) + \beta = l \quad (4)$$

Výrobca $P1$ bude predávať výrobky zákazníkovi nachádzajúcim sa v časti úsečky α . Analogicky, výrobca $P2$ bude predávať výrobky zákazníkovi v časti úsečky β . Indiferentných zákazníkov z priestoru medzi nimi si výrobcovia prerozdedia rovnako, ako v predošlom prípade (Beath & Katsoulacos, 1991). To znamená:

$$\alpha + \beta \leq l; \alpha, \beta \geq 0 \quad (5)$$

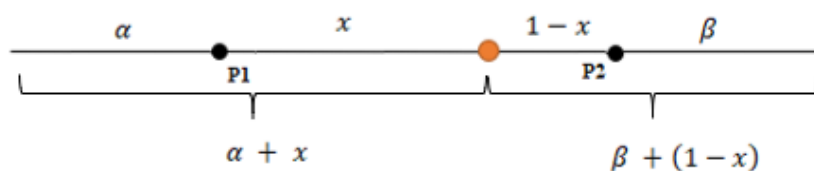
Predaje firiem, resp. ich dopyty budú mať nasledujúci tvar:

$$D_A(p_1, p_2) = q_1 = \alpha + x \quad (6)$$

$$D_B(p_1, p_2) = q_2 = \beta + (1 - x) \quad (7)$$

Opísanú situáciu znázorňuje obrázok č. 3.

Obr. 3: Predaje firiem



Zdroj: Vlastné spracovanie

Polohu indiferentného zákazníka predstavuje vzdialenosť $(x - \alpha)$, pričom náklady na dopravu k výrobcovi $P1$ sú $t(x - \alpha)$. Obdobne, náklady na dopravu k výrobcovi $P2$ budú $t(1 - x - \beta)$. Takéhoto indiferentného zákazníka, nachádzajúceho sa vo vzdialenosti x od ľavého konca úsečky $|P1P2|$ nazývame marginálny zákazník (Eiselt & Laporte, 1996). Celkové náklady zákazníka nakupujúceho od výrobcu $P1$ potom sú:

$$n_1 = p_1 + t(x - a) \quad (8)$$

Rovnako to platí aj pre zákazníka nakupujúceho od výrobcu P2:

$$n_2 = p_2 + t(1 - x - \beta) \quad (9)$$

Pričom platí rovnosť:

$$p_1 + t(x - a) = p_2 + t(1 - x - \beta) \quad (10)$$

Z rovníc (4) a (9) po použití substitúcie $y = (1 - x)$ dostaneme:

$$x = \frac{p_2 - p_1}{2t} + \frac{1 + \alpha - \beta}{2} = \frac{1}{2}(l - \alpha - \beta + \frac{p_2 - p_1}{t}) \quad (11)$$

čo predstavuje celkový dopyt výrobcu P1. Rovnakým spôsobom dostávame aj dopyt firmy P2:

$$y = \frac{p_1 - p_2}{2t} + \frac{1 + \alpha - \beta}{2} = \frac{1}{2}(l - \alpha - \beta + \frac{p_1 - p_2}{t}) \quad (12)$$

Zisky firiem vieme vyrátať nasledovne (Hotelling, 1929):

$$\Pi_1 = p_1 q_1 = p_1(\alpha + x) = \frac{1}{2}(l + \alpha - \beta)p_1 - \frac{p_1^2}{2t} + \frac{p_1 p_2}{2t} \quad (13)$$

$$\Pi_2 = p_2 q_2 = p_2(\beta + y) = \frac{1}{2}(l - \alpha + \beta)p_2 - \frac{p_2^2}{2t} + \frac{p_1 p_2}{2t} \quad (14)$$

Cieľom oboch firiem je maximalizácia ich zisku. Pre získanie Nashovej rovnováhy v cenách pri maximalizácii zisku sa využije podmienka prvého rádu pre existenciu stacionárnych bodov funkcie, ktorú získame deriváciou ziskových funkcií podľa cien p_1 a p_2 .

Pôvodný Hotellingov koncept čelil niekoľkým kritikám. Problémom je možnosť, že nebude možné identifikovať spomínanú Nashovu rovnováhu. Dôvodom je možná nespojitosť dvoch ziskových funkcií pri cenách, kde je celá množina zákazníkov indiferentná voči obom predajcom (D'Aspremont, Gabszewicz, Thisse, 1979). Autori vo svojej práci poukazujú na tento problém pri riešení modelu za podmienok (5) a formulujú dodatočné podmienky, ktoré riešia daný problém a umožňujú identifikáciu Nashovej rovnováhy.

3 Lokačné priestorové modely

Existuje mnoho ekonomických modelov, ktoré sa venujú problematike výberu lokality pôsobenia podniku, konkurencie a nákladov. Vyššie spomínaný Hotellingov model je konkurenčný model definovaný v lineárnom priestore. Lokačné modely sa však dajú upraviť z lineárnych na priestorové. Alfred Weber prišiel vo svojej práci „*Theory of the Location of Industries*“ z roku 1909 s konceptom priestorového modelu lokácie priemyslu (Fearon, 2002). Weberova teória sa zaoberá lokáciou priemyselných odvetví, ku ktorej dochádza na základe možnosti ekonomickejšieho spôsobu výroby. Autor definuje všeobecné faktory, ktoré je

potrebné zohľadniť pre všetky priemyselné odvetvia a špeciálne faktory, spadajúce pod konkrétne odvetvie (Djwa, 1960).

Weber došiel k záveru, že práve dopravné náklady sú najdôležitejšie pri určení umiestnenia firmy. Konkrétne pod nimi možno chápať náklady dovozu surovín a výrobkov do danej firmy. Cieľom je tieto náklady minimalizovať, čoho následkom je získanie optimálneho miesta pre podnikateľskú činnosť. Do úvahy však treba brať aj náklady na prácu a aglomeračné sily, ktoré vylučujú dopravné náklady ako jedinú podmienku pri rozhodovaní. Ako píše Djwa „firma sa presunie z bodu minimálnych nákladov do priaznivejšej lokality len v prípade, že sú očakávané úspory pracovných nákladov väčšie, než dodatočné náklady na dopravu, ako dôsledok pohybu.“ (Djwa, 1960).

Weberov problém lokácie priemyslu bol významný predovšetkým v 19. storočí z dôvodu priemyselnej revolúcie z hľadiska rozvoja železničnej dopravy, telekomunikácií, energetiky, urbanizácie (Fearon, 2002). V súčasnosti je táto problematika dôležitá vzhľadom na dnešné globálne trhy a nadnárodné korporácie.

4 Priestorový model dvoch hráčov

Pri konštrukcii nášho modelu vychádzame z článku „Price policy in games in Spatial competition“ od autorov Zuzana Čičková a Allan Jose Sequeira Lopez (2018). Samotná realizácia prebieha za niekoľkých predpokladov. Prvým je existencia konečného orientovaného grafu $G = (V, H)$, v ktorom V predstavuje neprázdnu množinu n -uzlov grafu a $H \subset V \times V$ predstavuje množinu hrán $h_{ij} = (v_i, v_j)$ z uzla v_i do uzla v_j , pričom každej orientovanej hrane je priradená hodnota – reálne číslo $o(h_{ij})$ nazývané taktiež ocenenie (Čičková a Lopez, 2018). Hru definujeme v grafe $\bar{G} = (V, \bar{H})$, ktorý má rovnakú množinu uzlov ako graf G . Ohodnotenie jeho hrán z množiny $\bar{H}$ medzi uzlami v_i a v_j predstavuje minimálne vzdialenosti medzi jednotlivými pármí týchto uzlov pôvodného grafu G . Na základe odvodeného grafu vieme definovať maticu najkratších vzdialeností $D_{n \times n}$ s prvkami d_{ij} , ktoré predstavujú najkratšiu dĺžku cesty medzi jednotlivými uzlami.

Ďalším predpokladom je duopolný typ trhu, v ktorom množina $P = \{P1, P2\}$ predstavuje množinu hráčov, respektíve dvoch firiem, ktoré na trhu ponúkajú homogénny produkt. Každý z hráčov má možnosť vybudovať pobočku v jednom z uzlov grafu, pričom cieľom oboch hráčov je maximalizovať počet uzlov, v ktorom budú predávať svoje výrobky.

Uvažujeme množinu $N = \{1, 2, \dots, n\}$, ktorá predstavuje uzavretú množinu zákazníkov. Každý zákazník z množiny sa nachádza v jednom z uzlov grafu G . Predpokladáme, že zákazníci dopytujú len jednu jednotku tovaru. Do úvahy neberieme stratené dopyty, nakoľko zákazník vždy uskutoční nákup. Ceny, za ktoré firmy ponúkajú dané výrobky sú rôzne. p_1 predstavuje cenu výrobku prvého hráča $P1$ a p_2 predstavuje cenu výrobku druhého hráča. Sumu, ktorú zákazník zaplatí pri nákupe, a na základe ktorej sa rozhoduje, predstavuje nákladová funkcia tvorená cenou výrobku a prepravnými nákladmi zákazníka k danému výrobcovi. Na základe známych údajov vieme definovať nákladové matice jednotlivých hráčov.

Rovnako ako autori, aj my budeme pre hráča $P1$ definovať nákladovú maticu:

$$N^1 = \{n_{ij}^{(1)}\}, i, j = 1, 2, \dots, n \quad (19)$$

ktorá má nasledujúce prvky:

$$n_{ij}^{(1)} = t * d_{ij} + p_i \quad (20)$$

Analogicky možno definovať nákladovú maticu spolu s prvkami pre hráča P2:

$$N^2 = \{n_{ij}^{(2)}\}, i, j = 1, 2, \dots, n \quad (21)$$

$$n_{ij}^{(2)} = t * d_{ij} + p_i \quad (22)$$

Maticu platieb **A** vieme skonštruovať na základe nasledujúcich predpokladov:

- Ak hráč P2 bude predávať v j -tom uzle, získa zákazníka z i -tého uzla len v prípade, že pre náklady platí $n_{ij}^{(1)} < n_{ij}^{(2)}$, $i, j = 1, 2, \dots, n$.
- V prípade, že platí $n_{ij}^{(1)} = n_{ij}^{(2)}$, hráči si dopyt rozdelia rovnomerne.

Cieľom je nájsť riešenie hry, teda rovnovážny bod v čistých stratégiách, čo znamená nájsť sedlový bod matice **A**. Ak takýto bod neexistuje, riešime úlohu lineárneho programovania a hľadáme rovnovážny bod v zmiešaných stratégiách (Čičková a Lopez, 2018).

5 Priestorový model so zohľadnením presvedčenia

V našom modeli uvažujeme produktovú diferenciáciu ako formu získania a udržania si zákazníka. Tento model možno aplikovať na rôzne oblasti trhu, v ktorých výrobcovia nevyužívajú len metódu znižovania cien. Existuje niekoľko dôvodov, prečo zákazníci, bez ohľadu na ceny výrobkov, preferujú určitého výrobcu. Jedným z nich je práve meno a povest', ktorú má daný výrobca na trhu. Spomenúť však možno aj presvedčenie a uvedomenie.

V súčasnosti sa vo svete čoraz viac hovorí o šetrnosti k životnému prostrediu. Pri preferencii výrobcu sa v tomto prípade spotrebiteľ rozhoduje na základe prístupu k výrobe alebo konečného vyhotovenia produktov. Na trhu sa stále častejšie vyskytujú výrobcovia zameriavajúci sa na výrobu s dôrazom na ekológiu. Príkladom môžu byť firmy, ktoré na trhu ponúkajú produkty s diferenciáciou v podobe prístupu k výrobku, napríklad spôsobom balenia.

Uvažujme prípad, kde každá z firiem ponúka svojim zákazníkom kozmetické výrobky a čistiace prostriedky. Jeden z výrobcov predáva tradične balenú kozmetiku. Naopak, ten druhý výrobca ponúka svoj sortiment v podobe čapovanej kozmetiky a drogérie. To znamená, že zákazníci majú k dispozícii nádoby, do ktorých opakovane môžu čapovať svoje obľúbené produkty, čo odzrkadľuje ekologický charakter rozhodovania zákazníkov. Uvažovať môžeme taktiež možnosť vyhnúť sa plastovým obalom potravín, minerálok či mlieka.

Základný priestorový model zohľadňujúci toto ekologické presvedčenie, alebo iný dôvod preferencie jedného z podnikov, určitej časti množiny zákazníkov sme upravili o dodatočnú podmienku. Uvažujeme duopolný typ trhu, v ktorom množina $P = \{P1, P2\}$ predstavuje množinu dvoch hráčov, respektíve dvoch firiem, P1 a P2, ktoré na trhu ponúkajú produkt s diferenciáciou. Cieľom oboch je identifikovať uzly, v ktorých budú predávať svoje výrobky a ich počet maximalizovať. Pod týmito uzlami si môžeme predstaviť napríklad mestské časti, jednotlivé mestá či rôzne miesta v rámci regiónov.

Uvažujeme množinu $N = \{1, 2, \dots, 5\}$, ktorá predstavuje uzavretú množinu zákazníkov, pričom 20% z nich si na základe svojho presvedčenia pri rozhodovaní automaticky vyberá výrobcu P1. Predpokladáme jednotkový dopyt a do úvahy neberieme stratené dopyty. Ceny, za ktoré firmy ponúkajú dané výrobky sú rôzne. Cenu prvého výrobku označujeme $p_1 = 3.8\text{€}$ a cenu druhého výrobku analogicky označujeme $p_2 = 2.1\text{€}$. Ďalej uvažujeme náklady na transport vo výške $t = 1.5\text{€}$. Pre určenie celkových dopravných nákladov je potrebné definovať

maticu najkratších vzdialeností $\mathbf{D} = d(i, j)$ medzi jednotlivými uzlami. Nech matica $\mathbf{D} = d(i, j)$ je takáto:

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} 0 & 3 & 4 & 3 & 2 \\ 3 & 0 & 7 & 6 & 5 \\ 4 & 7 & 0 & 3 & 2 \\ 3 & 6 & 3 & 0 & 1 \\ 2 & 5 & 2 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

V týchto modeloch, rovnako ako Hotelling, uvažujeme lineárne náklady. Na základe známych údajov vieme pre hráča P1 na základe (80) vyčísliť prvky matice nákladov:

$$\mathbf{N}^1 = \{n_{ij}^{(1)}\}, i, j = 1, 2, \dots, n$$

kde

$$n_{ij}^{(1)} = t * d_{ij} + p_i$$

Analogicky môžeme zapísať nákladovú maticu hráča P2 podľa (82):

$$\mathbf{N}^2 = \{n_{ij}^{(2)}\}, i, j = 1, 2, \dots, n$$

kde

$$n_{ij}^{(2)} = t * d_{ij} + p_i$$

Tie majú nasledujúce hodnoty:

$$\mathbf{N}^1 = \begin{bmatrix} 3.8 & 8.3 & 9.8 & 8.3 & 6.8 \\ 8.3 & 3.8 & 14.3 & 12.8 & 11.3 \\ 9.8 & 14.3 & 3.8 & 8.3 & 6.8 \\ 8.3 & 12.8 & 8.3 & 3.8 & 5.3 \\ 6.8 & 11.3 & 6.8 & 5.3 & 3.8 \end{bmatrix} \quad \mathbf{N}^2 = \begin{bmatrix} 2.1 & 6.6 & 8.1 & 6.6 & 5.1 \\ 6.6 & 2.1 & 12.6 & 11.1 & 9.6 \\ 8.1 & 12.6 & 2.1 & 6.6 & 5.1 \\ 6.6 & 11.1 & 6.6 & 2.1 & 3.6 \\ 5.1 & 9.6 & 5.1 & 3.6 & 2.1 \end{bmatrix}$$

Pre skonštruovanie matice platieb platia predpoklady definované v predchádzajúcej kapitole. Okrem týchto uvažujeme aj dodatočný predpoklad: pre množinu zákazníkov platí, že 20% z nich nie je indiferentných voči predajcovi. Bez ohľadu na cenu výrobkov či prepravné náklady, automaticky vyberá prvého výrobcu. To znamená, že sú indiferentní voči výške nákladov na nákup výrobku od hráča P1.

Tento postup zobrazuje nasledujúci pseudokód:

```
LOOP ( $k, i, j = 1, 2, \dots, n$ ) DO
IF  $n_{ij}^{(1)} < n_{ij}^{(2)}$  DO  $a_{ij} = a_{ij} + 1$ ;
ELSEIF  $n_{ij}^{(1)} = n_{ij}^{(2)}$  DO  $a_{ij} = a_{ij} + 0,5$ ;
ELSEIF  $n_{ij}^{(1)} > n_{ij}^{(2)}$  DO  $a_{ij} = a_{ij} + \alpha$ ;
```

ENDIF

kde $\alpha=0,2$ predstavuje 20% celej množiny zákazníkov, ktorá automaticky uprednostňuje druhého výrobcu.

Obdobným spôsobom získame maticu platieb druhého hráča:

LOOP ($k, i, j = 1, 2, \dots, n$) DO

IF $n_{ij}^{(1)} > n_{ij}^{(2)}$ DO $b_{ji} = b_{ji} + \alpha;$

ELSEIF $n_{ij}^{(1)} = n_{ij}^{(2)}$ DO $b_{ji} = b_{ji} + 0,5;$

ENDIF

kde α predstavuje zvyšných 80% zákazníkov, ktorí sa rozhodujú len na základe svojich nákladových funkcií bez uprednostňovania ktoréhokoľvek z hráčov.

Výsledkom riešenia úlohy sú nasledujúce matice platieb **A** a **B**:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 4.2 & 2.6 & 2.6 & 2.6 \\ 1.8 & 1 & 1.8 & 1.8 & 1.8 \\ 1.8 & 3.4 & 1 & 1.8 & 1.8 \\ 1.8 & 3.4 & 1.8 & 1 & 1 \\ 3.4 & 3.4 & 4.2 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 4 & 3.2 & 3.2 & 3.2 & 1.6 \\ 0.8 & 4 & 1.6 & 1.6 & 1.6 \\ 2.4 & 3.2 & 4 & 3.2 & 0.8 \\ 2.4 & 3.2 & 3.2 & 4 & 4 \\ 2.4 & 3.2 & 3.2 & 4 & 4 \end{bmatrix}$$

Cieľom riešenia hry je nájsť sedlový bod matice platieb. Nakoľko táto matica sedlový bod nemá, riešime danú úlohu ako úlohu lineárneho programovania. Na riešenie sme použili softvér GAMS.

Rovnovážna stratégia hráča P1, získaná pomocou solveru Lindo, ktorá predstavuje možnosť umiestnenia firmy v rámci uzlov je daná vektorom $\mathbf{x} = (0.6, 0, 0, 0, 0.4)$. To znamená, že z piatich uzlov, ktoré má hráč k dispozícii sú pre neho pre vybudovanie pobočky zaujímavé uzly 1 a 5. To takisto znamená, že v týchto lokalitách je pre zákazníkov atraktívny ako potencionálny predajca. Rovnovážna stratégia druhého hráča je daná vektorom $\mathbf{y} = (0.4, 0, 0, 0, 0.6)$. Z uvedených výsledkov vyplýva, že pre žiadneho z hráčov nie je zaujímavý ani jeden z uzlov 2, 3 a 4.

6 Záver

Výber lokality podniku je jedným zo základných krokov určujúcich, spolu s ďalšími krokmi, budúcnosť firmy pôsobiacej na trhu. Poloha firmy je dôležitá jednak z pohľadu výroby, ale aj z pohľadu dostupnosti k spotrebiteľovi. Ten sa pri nákupe tovarov a služieb rozhoduje nie len na základe ceny, no taktiež na základe trasy, ktorú musí absolvovať ak si chce daný výrobok zadovážiť. Prirodzene si spotrebiteľ vyberie výrobcu, ktorý sa nachádza bližšie, čo sprevádzajú aj jeho nižšie dopravné náklady. Aby si zvolil výrobcu nachádzajúceho sa od neho väčšiu vzdialenosť, musí byť dostatočne motivovaný. Takouto motiváciou môže byť informácia o kvalite výrobku, ktorá je v porovnaní s výrobkami druhého výrobcu vyššia, značka, pod ktorou je výrobok ponúkaný alebo spôsob výroby a jeho prevedenie. Práve takýmto prípadom sa zaoberáme v našom príspevku.

Cieľom je tvorba modelu, analýza a výber lokalít dvoch firiem pôsobiacich na trhu, ponúkajúcich rovnaký typ produktu. Diferenciácia ich produktov sa prejavuje v ich ekologickejšom prevedení. Konkrétne sa venujeme kozmetickým prípravkom a čistiacim prostriedkom, ktoré jeden výrobca ponúka v klasickom balení za nižšiu cenu a druhý vo forme čapovaných výrobkov za vyššiu cenu. Tento spôsob ponúkajú výrobcov je šetrnejší

k životnému prostrediu, nakoľko rieši problém množstva jednorazových balení. V takomto prípade rozhodnutie spotrebiteľov ovplyvňuje aj ich ekologické presvedčenie, na základe ktorého sa môžu rozhodnúť preferovať práve druhého predajcu bez ohľadu na výšku nákladov, ktoré sprevádzajú nákup ich dopytovaného produktu. Náš model, naformulovaný podľa článku „Price policy in games in Spatial competition“ od autorov Zuzana Čičková a Allan Jose Sequeira Lopez (2018), sme rozšírili o tento predpoklad, čo sa prejavilo zaradením premenných alfa a beta, ktoré percentuálne určujú časť spotrebiteľov preferujúcich prvého hráča, respektíve časť spotrebiteľov indiferentných voči predajcom a teda zaujímajúcich sa iba o výšku nákladov. Táto dodatočná podmienka následne ovplyvnila rovnovážne riešenia oboch firiem. Výsledkom boli rovnovážne stratégie $\mathbf{x} = (0.6, 0, 0, 0, 0.4)$ a $\mathbf{y} = (0.4, 0, 0, 0, 0.6)$, ktoré určili uzly, v ktorých by mali firmy vybudovať svoje pobočky a ponúkať svoje výrobky. V prípade oboch firiem to boli uzly 1 a 5. To znamená, že ani pre jedného z hráčov neboli v tomto prípade zaujímavé uzly 2, 3 a 4.

Literatúra

1. Beath, J., & Katsoulacos, Y. (1991). *The economic theory of product differentiation*. Cambridge University Press.
2. d'Aspremont, C., Gabszewicz, J. J., & Thisse, J. F. (1979). *On Hotelling's" Stability in competition"*. *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, 1145-1150.
3. Djwa, P. D. K. (1960). *An analysis of industrial location factors with particular reference to Indonesia*. Doctoral dissertation: University of British Columbia.
4. Eiselt, H. A. & LAPORTE, G. (1996). *Equilibrium results in competitive location models*. Middle East FORUM.
5. Fearon, D. (2002). *Alfred Weber, Theory of the Location of Industries, 1909*. CSISS Classics.
6. Hotelling, H. (1929). *Stability in competition*. *The Economic Journal*, Vol. 39, No. 153, 1929. p. 41-57.
7. Sequeira Lopez, A. J. & Čičková, Z. (2018). *Price Policy in Games in Spatial Competition*. *Quantitative Methods In Economics: Multiple Criteria Decision Making Xix: Proceedings Of The International Scientific Conference: 23Rd May - 25Th May 2018, Trenčianske Teplice, Slovakia*, 313-319.

Audítorské postupy ako nástroj získavania dostatočných a vhodných dôkazov s cieľom pomôcť účtovným jednotkám objektívne posúdiť ich hospodárenie a budúci rozvoj
Audit procedures as a tool for obtaining sufficient and appropriate evidence to assist entities to assess objectively their performance and future development

Veronika Kňazková¹, Ladislav Kareš²

Abstrakt

Audit sa v súčasnom digitalizovanom svete stáva nevyhnutným, pretože vlastníkom účtovnej jednotky poskytuje istotu, že pri svojich rozhodnutiach využívajú relevantné, adekvátne a hlavne spoľahlivé informácie. Preto ho možno považovať za významný nástroj podporujúci investície a pomáhajúci udržiavať a zvyšovať schopnosť účtovnej jednotky generovať zisk. Tým možno konštatovať, že audit zvyšuje kvalitu informácií. Samotný priebeh auditu sa líši v závislosti od mnohých faktorov, čo má za následok zdokonaľovanie techník auditu zameraných na hodnotenie efektívnosti a spoľahlivosti systémov produkujúcich informácie. Jeho základom je plánovanie, identifikácia rizík a nastavenie audítorských postupov. Z uvedeného dôvodu sa objektom nášho skúmania stali audítorské postupy, s cieľom objasniť ich význam a opodstatnenosť za účelom získavania dostatočných a vhodných audítorských dôkazov, na základe ktorých audítor vydá svoj názor na informácie prezentované v účtovnej závierke s cieľom zvýšenia ich dôveryhodnosti pri rozhodovaní o hospodárení, prosperite a budúcom vývoji účtovnej jednotky.

Kľúčové slová

audit, globalizácia, digitalizácia, audítorské postupy, účtovná závierka

Abstract

In today's digitized world, audit becomes necessary because it provides assurance to the entity that it makes use of relevant, adequate and, in particular, reliable information in its decisions. Therefore, it can be seen as an important instrument to support investment and help maintain and increase the entity's ability to generate profits. This indicates that the audit improves the quality of the information. The audit process itself varies depending on many factors, resulting in improved audit techniques to assess the effectiveness and reliability of information producing systems. It is based on planning, identifying risks and setting up audit procedures. For this reason, our audit procedures have become the object of our audit procedures in order to clarify their relevance and relevance in order to obtain sufficient and appropriate audit evidence to provide an opinion on the information presented in the financial statements in order to increase their credibility in management decisions, prosperity and future development of the entity.

Key words

audit, globalization, digitization, audit procedures, financial statements

JEL classification

M4, M42 Auditing

¹ Ing. Veronika Kňazková, PhD. Ekonomická univerzita, Fakulta hospodárskej informatiky, Katedra účtovníctva a audítorstva, Dolnozemska cesta, 852 35 Bratislava, knazkovav@gmail.com.

² Doc. Ing. Ladislav Kareš, PhD. Ekonomická univerzita, Fakulta hospodárskej informatiky, Katedra účtovníctva a audítorstva, Dolnozemska cesta, 852 35 Bratislava, ladislav.kares@euba.sk

1 Úvod

Proces globalizácie so sebou prináša zmeny vo všetkých oblastiach hospodárskeho života. Bez povšimnutia nezostáva ani audit, ktorý je v značnej miere ovplyvnený procesmi digitalizácie, automatizácie, centralizácie podnikových procesov do centier zdieľaných služieb, zvýšenej regulácie a v neposlednom rade v dôsledku sprísnenia platnej legislatívy v oblasti overenia účtovnej závierky audítorom, ktorá je zdrojom informácií o majetkovej, výnosovej situácii účtovnej jednotky a zmien v majetkovej situácii účtovnej jednotky. Účtovná jednotka je zdrojom informácií pre široký okruh používateľov (Šlosárová, 2014, Tumpach, 2006, Mackenzie et. Al., 2014, Máziková, Ondrušová, 2014, Krišková, Užík, 2016, 2017), ktorých informačné potreby sú rôznorodé (Parajka, 2015) čoraz náročnejšie (Kubaščíková, Pakšiová, 2015) a častokrát vo vzájomnom rozpore (Tumpach, Manová, Meluchová, 2014). Z uvedeného vyplýva, že je nevyhnutné všetky obchodné transakcie prezentovať formou účtovnej závierky. Niektoré účtovné jednotky majú povinnosť mať účtovnú závierku overenú audítorom, preto je pre mnohé účtovné jednotky audit nevyhnutnosťou. Audit však predstavuje významný nástroj riadenia rizík, vývoja nových výrobkov i zlepšovania procesov. Preto sa domnievame, že práve audit môže mnohým účtovným jednotkám pomôcť objektívne posúdiť ich finančné zdravie, hospodárenie a budúci rozvoj. Na to je však nevyhnutné, aby audítor disponoval dostatočnými a vhodnými audítorskými dôkazmi, ktoré získava audítorskými postupmi vo všetkých fázach auditu.

Naším cieľom je poukázať nielen na význam auditu v súčasnom digitalizovanom svete, ale aj objasniť úlohu, význam a opodstatnenosť procedurálnej stránky auditu, t. j. postupov audítora pri vyhodnocovaní informácií prezentovaných v účtovnej závierke. Pri aplikácii audítorských postupov postupuje štatutárny audítor v kontexte platných medzinárodných audítorských štandardov (angl. International standards on Auditing – ďalej len „ISA“).

2 Východiskové aspekty audítorských postupov

Audit vlastníkom účtovnej jednotky poskytuje istotu, že pri svojich rozhodnutiach využívajú relevantné, adekvátne a hlavne spoľahlivé informácie. Preto ho možno považovať za významný nástroj podporujúci investície a pomáhajúci udržiavať a zvyšovať schopnosť účtovnej jednotky generovať zisk. Samotný priebeh auditu sa líši v závislosti od mnohých faktorov, čo má za následok zdokonaľovanie techník auditu zameraných na hodnotenie efektívnosti a spoľahlivosti systémov produkujúcich informácie. Jeho základom je plánovanie, identifikácia rizík a nastavenie audítorských postupov.

Audítorské postupy predstavujú postupy realizované audítorom za účelom získania finančných a nefinančných informácií obsiahnutých v účtovnej závierke s cieľom získať informácie o vzťahu medzi finančnými a nefinančnými informáciami. Cieľom auditu je zvýšenie vierohodnosti informácií prezentovaných v účtovnej závierke a morálne a preventívne pôsobenie proti vzniku chýb a podvodov. (Kareš, 2010) Vo väzbe na cieľ auditu možno audítorské postupy klasifikovať nasledovne:

- „audítorské postupy pred uzatvorením zmluvy štatutárneho audítora s klientom;
- audítorské postupy súvisiace s poznaním účtovnej jednotky;
- audítorské postupy súvisiace s plánovaním štatutárneho auditu;
- audítorské postupy súvisiace s uskutočnením štatutárneho auditu;
- audítorské postupy súvisiace s ukončením štatutárneho auditu a vydaním správy štatutárneho audítora“. (KAREŠ, 2014).

2.1 Audítorské postupy pred uzatvorením zmluvy s klientom

Pred samotným uzatvorením zmluvy s klientom stojí štatutárny audítor pred posúdením rizika, či zákazku vôbec prijme. Štatutárny audítor posudzuje riziko auditu, aby sa rozhodol nielen zákazku prijať, ale následne vypracovať plán výkonu auditu. Riziko auditu je vyššie v prípade, že v účtovnej jednotke za predchádzajúce účtovné obdobia vôbec nebol vykonaný štatutárny audit. Pre štatutárneho audítora je v tejto fáze dôležité získať dostatočné a vhodné audítorské dôkazy, ktoré môžu ovplyvniť jeho rozhodnutie o prijatí, resp. neprijatí zákazky. V prípade, že sa štatutárny audit vykonáva v účtovnej jednotke prvý krát, pod vedením nového štatutárneho audítora, posudzuje sa riziko spojené so získaním vhodných audítorských dôkazoch o začiatkových stavoch. Začiatkové stavy môžu obsahovať významné chyby a účtovné postupy, ktoré účtovná jednotka používala v predchádzajúcom účtovnom období. Avšak účtovné postupy musia byť zhodné s účtovnými postupmi použitými v nasledujúcom účtovnom období. Pri posudzovaní rizika analyzuje štatutárny audítor cieľ štatutárneho auditu, zodpovednosť manažmentu, rozsah štatutárneho auditu s akcentom na platnú legislatívu, formu správ a iné. Ak by riziko zo zákazky bolo príliš vysoké a štatutárny audítor aj tak prijme zákazku, musí zvážiť výber audítorského tímu, ak je to nutné zabezpečiť spoluprácu s externými spolupracovníkmi, znížiť mieru spoľahlivosti na vnútorný kontrolný systém účtovnej jednotky. Čím je riziko vyššie tým viac musí štatutárny audítor dbať na výber audítorských postupov pri rozhodovaní o prijatí zákazky. (KAREŠ, 2014)

2.2 Audítorské postupy súvisiace s poznaním účtovnej jednotky

Poznanie účtovnej jednotky a jej prostredia je dôležité pre štatutárneho audítora z dôvodu správneho a efektívneho naplánovania štatutárneho auditu, uplatnenia odborného úsudku audítora, zhodnotenia rizika významných nesprávností v účtovnej závierke. Jeden z najdôležitejších zdrojov informácií v účtovnej jednotke je manažment. Manažment poskytuje informácie o základných informáciách o účtovnej jednotke, inováciách, nových konkurentoch, zmenách obchodných cieľov a stratégií a o významných udalostiach, ktoré by mohli ovplyvniť výber následných audítorských postupov. (KAREŠ, 2014)

Máme za názor, že poznanie účtovnej jednotky a jej prostredia predstavujú možné východiská pri výbere vhodných audítorských postupov uplatňovaných pri výkone auditu. Pri oboznamovaní sa s účtovnou jednotkou, jej prostredím a internými kontrolami aplikuje štatutárny audítor ISA 315 *Identifikácia a posúdenie rizika významných nesprávností poznaním účtovnej jednotky a jej prostredia*. (IFAC, 2016-2017)

2.3 Audítorské postupy súvisiace s plánovaním štatutárneho auditu

Plánovanie auditu sa realizuje priebežne, počas celého auditu. Audítorské postupy súvisiace s plánovaním zahŕňajú prvky znázornené v obrázku 1:

Obr. 1: Prvky procesu plánovania auditu



Zdroj: vlastné spracovanie

Proces vývoja celkovej stratégie štatutárneho auditu pomáha audítorovi zistiť charakter, časové rozvrhnutie a rozsah zdrojov nevyhnutných pre vykonanie zákazky. **Celková stratégia auditu** stanovuje:

- zdroje, ktoré treba umiestniť pre rizikové oblasti (napr. členov tímu s požadovanými odbornými vedomosťami a skúsenosťami),
- množstvo zdrojov (napr. počet členov tímu pridelených na overenie inventúry),
- moment použitia zdrojov (napr. vo fáze priebežného alebo záverečného auditu),
- spôsob spravovania, riadenia, dohliadania zdrojov (napr. na mieste zákazky alebo mimo miesta zákazky).

Plán štatutárneho auditu je podrobnejší v porovnaní so stratégiou. Štatutárny audítor vypracuje predmetný plán s cieľom znížiť riziko auditu na prijateľne nízku úroveň. Zahŕňa:

- charakter, časové rozvrhnutie a rozsah plánovaných postupov na zhodnotenie rizík významných nesprávností vrátane ich opisu,
- charakter, časové rozvrhnutie a rozsah ďalších plánovaných postupov,
- audítorské postupy vykonané na zákazke v kontexte ISA.

Plánovanie štatutárneho auditu sa začína po podpise zmluvy medzi zmluvnými stranami, t. j. objednávateľom a štatutárnym audítorom. Štatutárny audítor musí stanoviť termín ukončenia výkonu štatutárneho auditu. Ak sa dohodne koniec štatutárneho auditu môže sa začať plánovať celý štatutárny audit. Dôležité je určiť si termíny do kedy má manažment pripraviť potrebné doklady resp. účtovné výkazy audítorskému tímu. Všetky dohodnuté termíny, ako sú dátum fyzickej inventúry, stretnutia s manažmentom účtovnej jednotky, zhotovenie účtovnej závierky spoločnosti a iné musia byť odsúhlasené aj manažmentom účtovnej jednotky. Následne sa odhadne čas potrebný na jednotlivé úkony pri vykonávaní štatutárneho auditu. Podľa počtu hodín, ktorý sa strávi nad výkonom štatutárneho auditu sa vypočíta cena za príslušnú zákazku. (KAREŠ, 2014)

Podľa nášho názoru rozvrhnutie časového plánu štatutárneho auditu nie je jednoduché, nakoľko plánovanie pomáha zabezpečiť:

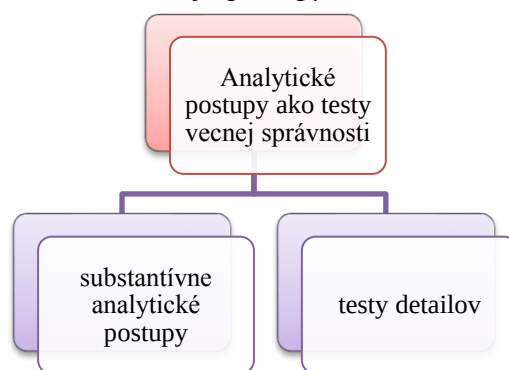
- venovanie dostatočnej pozornosti dôležitým oblastiam auditu,
- identifikovanie a riešenie potenciálnych problémov,
- efektívne a účinné vykonanie zákazky.

Z uvedeného vyplýva, že plánovanie má svoj význam pri získavaní dostatočných a vhodných audítorských dôkazov pri priebežnom a záverečnom audite a že predstavuje nepretržitý a značne náročný proces auditu, ktorému musí štatutárny audítor venovať náležitú pozornosť vo všetkých fázach auditu.

2.4 Audítorské postupy súvisiace s uskutočnením štatutárneho auditu

Za účelom získania dostatočných a vhodných audítorských dôkazov o tom, že účtovná závierka je zostavená vo všetkých významných súvislostiach v súlade s platným rámcom finančného vykazovania a neobsahuje významné nesprávnosti, vykonáva štatutárny audítor tzv. **analytické postupy**. *Analytické postupy* predstavujú významný a dôležitý nástroj auditu využívaný pri zhodnotení finančných informácií o vzťahu medzi finančnými a nefinančnými údajmi. Ich cieľom je zistiť neobvyklé a špecifické transakcie, sumy, vzťahy a na základe týchto zistení naplánovať audit. Analytické postupy zahŕňajú postupy, ktoré ilustrujeme v obrázku 2:

Obr. 2: Analytické postupy používané ako testy vecnej správnosti (substantívne postupy) zahŕňajú postupy



Zdroj: vlastné spracovanie

Substantívne analytické postupy sú detailnejšie než *testy detailov*. Štatutárny audítor podľa svojho úsudku zváži, ktorý postup použije, môže použiť aj ich kombináciu. Samozrejme nie je vždy možné použiť oba postupy na testovanie vybraných položiek. Závisí to aj od charakteru testovaných položiek, aj od spoľahlivosti a dostupnosti testovaných položiek. Spoľahlivosť a dostupnosť testovaných položiek si štatutárny audítor musí overiť u zdroja takýchto informácií a zisťuje či zdroj je nezávislý. Napríklad substantívne analytické postupy môžu pomôcť odhaliť podvod alebo nesprávnosť, nakoľko tento postup štatutárny audítor vykonáva zo svojho pohľadu na základe vlastných postupov a nedbá na postup, ktorý použila účtovná jednotka. Analytické postupy sa používajú na celoplošné overenie účtovných záznamov, ktoré pomáhajú štatutárnemu audítorovi dospieť k názoru o účtovnej závierke. (KAREŠ, 2014)

2.5 Audítorské postupy súvisiace s ukončením štatutárneho auditu a vydaním správy štatutárneho audítora

Pri vykonávaní tejto časti štatutárneho auditu ide o zhodnotenie a odôvodnenie významných odchýlok. Odchýlky sú zistené vďaka použitiu analytických postupov. Pri odôvodnení prečo vznikli odchýlky pri overovaní účtovnej závierky používa štatutárny audítor ako podklad svoje analytické postupy. Štatutárny audítor musí zvážiť, či informácie, ktoré získal analytickými postupmi, sú relevantné. Všetky dôkazy, ktoré sa získali počas výkonu štatutárneho auditu musia byť dostatočné a spoľahlivé. Audítorské dôkazy sa zaznamenávajú do dokumentu o ukončení zákazky, ktorý obsahuje informácie potrebné na pochopenie jednotlivých významných zistení. Na základe predchádzajúceho dokumentu sa formuje názor

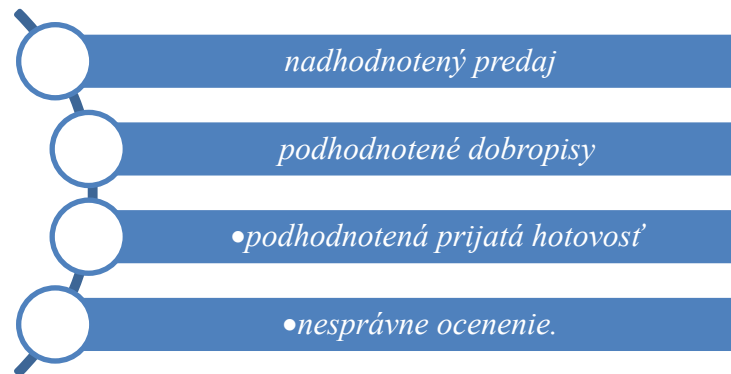
3 Aplikácia audítorských postupov v praxi vo vybranej oblasti

Pri audite účtovnej závierky aplikuje štatutárny audítor také audítorské postupy, aby získal dostatočné a vhodné audítorské dôkazy o správnosti informácií prezentovaných v účtovnej závierke predstavujúcich východisko na vyjadrenie názoru štatutárneho audítora na to, či účtovná závierka poskytuje verný a pravdivý obraz.

Pre lepšie porozumenie sme sa rozhodli ilustrovať aplikáciu audítorských postupov v cykle pohľadávok v nami vybranej účtovnej jednotke, nakoľko pohľadávky predstavujú významné meradlo dynamiky vývoja účtovnej jednotky.

Za účelom posúdenia rizík sa z hľadiska štatutárneho auditu pohľadávky testujú na nadhodnotenie v nasledujúcich oblastiach:

Obr. 3: Oblasti testovania pohľadávok na nadhodnotenie



Zdroj: spracované podľa Kareš, L. (2014)

V rámci vykonania testov vecnej správnosti je východiskom testovania pohľadávok vybraná vzorka, ktorá by mala zahŕňať významné položky. Vidíme, že základom je stanovenie hladiny významnosti. Významnosť sa vo všeobecnosti stanovuje % z kritického komponentu, ktorým je *zisk pred zdanením* (5 -10 %), *výnosy* (0,5 -1,5 %) alebo *celkové aktíva očistené o opravné položky a oprávky* (0,5 – 1,5 %). Zistenie hladiny významnosti pre našu aplikáciu ilustrujeme v tabuľke č. 1 a 2.

Tab. 1: Audit za bežné účtovné obdobie – kritický komponent

Kritický komponent na bežné účtovné obdobie	Percentuálny interval	Skutočnosť	Hladina významnosti v €	
			dolná hranica	horná hranica
zisk pred zdanením	5 - 10	89 327	4 466	8 933
výnosy	0,5 -1,5	33 723 609	168 618	505 854
celkové aktíva netto	0, 5 -1,5	8 658 468	43 292	129 877

Zdroj: vlastné spracovanie

Tab. 2: Zvolená hladina významnosti

Zvolená hranica významnosti	Zvolené %	Hladina významnosti v €
zisk pred zdanením	8	7 146
výnosy	0,5	168 618
celkové aktíva netto	1	86 585

Zdroj: vlastné spracovanie

Pri výbere kritického komponentu a zvolenej hladiny významnosti zohráva dôležitú úlohu obchodná činnosť účtovnej jednotky. Naša účtovná jednotka sa zaoberá poskytovaním služieb, preto si ako kritický komponent vyberáme výnosy, ktoré matematicky zaokrúhlime na celé €. Plánovanú hladinu stanovujeme teda vo výške 169 000 €, z toho tolerovateľnú chybu vo výške 50 % z celkovej významnosti, t. j. 84 500 € a minimálnu chybu vo výške 5 % z celkovej významnosti, t. j. 8 450 €.

Po stanovení významnosti sa z *hládiska existencie a vlastníctva* stanoví vzorka pohľadávok na overenie (štatutárny audítor bude posudzovať pohľadávky len nad hladinou významnosti), pričom sa vylúčia pohľadávky, ktoré boli zaplatené. Konečné zostatky účtov pohľadávok z hlavnej knihy sa overia na zostatky v saldokonte a vykonanú inventarizáciu účtov pohľadávok vrátane opravných položiek tvorených k pohľadávkam. Pri overovaní je

dôležité, aby účtovná jednotka mala vytvorenú vhodnú analytickú evidenciu k príslušným syntetickým účtom.

Pri kontrole správnosti ocenenia pohľadávok treba venovať pozornosť aj nevymožiteľným pohľadávkam a pohľadávkam v cudzej mene, preto je nevyhnutné pri týchto pohľadávkach overiť správnosť ich ocenenia k 31.12., vyčíslieť kurzové rozdiely, ktoré sa posudzujú aj z daňového hľadiska, overiť kurz pri preddavkoch a zálohách a taktiež kurzové rozdiely pri čiastočných úhradách.

Na základe vykonaných postupov získava štatutárny audítor primeranú istotu, že zostatky účtov pohľadávok sú správne *vykázané v súvahe* a poskytujú verný a pravdivý obraz. Z hľadiska overenia pohľadávok štatutárnym audítom je overenie správnosti vykázania pohľadávok v súvahe v členení na krátkodobé a dlhodobé vo väzbe na dobu splatnosti pohľadávok. Napr. pri vykonaní auditu za kalendárny rok 2018 sa pohľadávky s lehotou splatnosti v roku 2019 považujú za krátkodobé, ostatné pohľadávky so splatnosťou v roku 2020 a neskôr bude účtovná jednotka vykazovať ako dlhodobé. Z hľadiska lehoty splatnosti je bilancia pohľadávok v nami vybranej účtovnej jednotke nasledovná:

Tab. 3: Bilancia pohľadávok podľa lehoty splatnosti

Pohľadávky podľa lehoty splatnosti	Suma v €
<i>Celková výška pohľadávok z obchodného styku</i>	10 173 001
z toho do lehoty splatnosti	8 451 558
z toho po lehote splatnosti	1 721 443
a) od 1 do 30 dní	1 698 171
b) od 31 - 90 dní	23 094
c) do 365 dní	178

Zdroj: vlastné spracovanie

K pohľadávkam po lehote splatnosti si môže účtovná jednotka vytvárať opravné položky v súlade s § 18 Postupov účtovania a § 20 Zákona o dani z príjmu. Tieto opravné položky sa účtujú prostredníctvom účtu 391 – Opravné položky k pohľadávkam, ku ktorému je nutné viesť analytickú evidenciu pre účely daňovej analýzy, t. j. celkový vplyv opravných položiek k pohľadávkam na základ dane z príjmov. V rámci tejto analýzy sa skúma vplyv nedaňových opravných položiek na základ dane v minulom a v bežnom účtovnom období, tak, že keď bola opravná položka k pohľadávkam v minulom účtovnom období odpočítateľnou položkou, v bežnom účtovnom období bude pripočítateľnou položkou. V rámci daňovej analýzy je potrebné analyzovať premlčané pohľadávky a prípadný odpis pohľadávky z účtovného a daňového hľadiska. V našej účtovnej jednotke nevznikla potreba tvorby opravných položiek k pohľadávkam a ani účtovná jednotka neúčtovala o odpise pohľadávky.

Pri overovaní pohľadávok je ďalej dôležité, spomedzi všetkých pohľadávok vybrať vzorku, ktorú by nám mali odberatelia *odsúhlasiť*. Klient zašle žiadosť o potvrdenie vybraných pohľadávok odberateľom, ktorí by odsúhlasenia mali následne poslať priamo audítovi, ktorý si tak preverí úspešnosť návratnosti a výšku odsúhlasených zostatkov na účtoch pohľadávok vo väzbe na saldokonto odberateľov. Stanoví sa, aký podiel pohľadávok bol odsúhlasený k celkovému objemu. Čím je návratnosť, resp. počet odsúhlasení vyššia, tým je nižšie riziko, že by štatutárny audít neodhalil významnú nesprávnosť v cykle pohľadávok.

Osobitnú pozornosť treba venovať pohľadávkam s účtovnými jednotkami v skupine a pohľadávkam voči osobám s osobitným vzťahom. Ide o spriaznené osoby, pri ktorých je potrebné vyžiadať o overiť transakcie so spriaznenými osobami. V rámci overovania sa kontrolujú účty pohľadávok, výnosov a vybraných účtov v hlavnej knihe. V našej účtovnej

jednotke za auditované účtovné obdobie neboli uskutočnené žiadne transakcie so spriaznenými osobami.

Všetky aplikované audítorské postupy zaznamenáva štatutárny audítor na pracovné listy, ktoré sú súčasťou audítorskej dokumentácie. Prostredníctvom vyššie uvedených audítorských postupov štatutárny audítor získa dostatočné a vhodné audítorské dôkazy, na základe ktorých môže vysloviť záver, či:

- a) **neboli/boli** zistené nedostatky s významným vplyvom na údaje zverejnené v účtovnej závierke,
- b) **sú/nie sú** všetky existujúce pohľadávky správne zaúčtované a vykázané v účtovnej závierke zostavenej k 31.12.,
- c) **sú/nie sú** vykonané odhady dostatočné a správne.

V závere posúdenia štatutárny audítor vyhodnotí zistené prípadne významné nedostatky o uvedie odporúčania pre klienta a upozornenia pre manažment v predmetnej oblasti za účelom odstránenia odhalených nedostatkov.

4 Pohľadávky ako súčasť finančnej analýzy za účelom posúdenia budúceho rozvoja

Pohľadávky majú svoje opodstatnenie aj v rámci finančnej analýzy, ktorou možno zistiť priemernú dobu inkasa pohľadávok a taktiež vstupujú do ukazovateľa bežná likvidita a celková likvidita.

Priemernú dobu inkasa pohľadávok vypočítame pomerom pohľadávok k tržbám (krátkodobé pohľadávky/tržby/365). V našej účtovnej jednotke vyšiel predmetný ukazovateľ 42 dní. Na základe porovnania s minulým rokom, kedy vyšiel ukazovateľ 62 dní môžeme konštatovať, že v rámci medziročného vývoja sa doba inkasa pohľadávok skrátila o 20 dní, čo je pre účtovnú jednotku výhodnejšie, nakoľko má k dispozícii peňažné prostriedky, ktoré môže následne použiť na financovanie svojej činnosti.

Pri výpočte bežnej likvidity sa berú do úvahy finančné účty, krátkodobé pohľadávky, krátkodobé záväzky a úvery (finančné účty + krátkodobé pohľadávky/krátkodobé záväzky + úvery). Hodnota ukazovateľa bežnej likvidity vyšla v nami skúmanej účtovnej jednotke 0,83. Tento výsledok sa pohybuje mierne pod úrovňou odporúčaných hodnôt (1-1,5). Vyjadruje nám pomer, akým sú krátkodobé záväzky kryté krátkodobými pohľadávkami a finančným majetkom.

Celkovú likviditu vypočítame pomerom obežného majetku a krátkodobých záväzkov a úverov (obežný majetok/krátkodobé záväzky + úvery). Hodnotí pomer krátkodobého majetku účtovnej jednotky a krátkodobých cudzích zdrojov. Hodnota ukazovateľa nám vyšla 1,03. Aj táto hodnota sa pohybuje pod úrovňou minimálnych odporúčaných hodnôt (2-2,5). Avšak aj napriek tomu sa ukazovatele likvidity z hľadiska analýzy majetkových a výsledkových účtov ku dňu, ku ktorému sa zostavuje účtovná závierka, vyvíjajú pozitívne, pomaly rastú a približujú sa k priemeru.

Účtovná jednotka aj napriek nižším hodnotám likvidity dosiahla v nami skúmanom účtovnom období zisk a má pravidelný prísun peňažných prostriedkov prostredníctvom tržieb, čo by malo byť dostačujúce na plnenie záväzkov účtovnej jednotky. Jednotné závery však nie je možné vyvodiť, nakoľko je nevyhnutné preskúmať aj ďalšie aspekty, resp. ukazovatele finančnej analýzy.

5 Záver

V dôsledku procesu globalizácie sa audit výrazne mení a stáva sa v súčasnom digitalizovanom svete prežitkom, pretože vlastníkom účtovnej jednotky poskytuje istotu, že pri svojich rozhodnutiach využívajú relevantné, adekvátne a hlavne spoľahlivé informácie. Audit zvyšuje kvalitu informácií. Samotný priebeh auditu sa líši v závislosti od mnohých faktorov, čo má za následok zdokonaľovanie techník auditu zameraných na hodnotenie efektívnosti a spoľahlivosti systémov produkujúcich informácie. Jeho základom je plánovanie, identifikácia rizík a nastavenie auditorských postupov. Z uvedeného dôvodu sa objektom nášho skúmania stali auditorské postupy, predstavujúce postupy realizované auditorom za účelom získania finančných a nefinančných informácií obsiahnutých v účtovnej závierke s cieľom získať informácie o vzťahu medzi finančnými a nefinančnými informáciami. V príspevku vo všeobecnosti prezentujeme auditorské postupy súvisiace s uzatvorením zmluvy s klientom, poznaním účtovnej jednotky a jej prostredia vrátane interných kontrol, plánovaním auditu, jeho uskutočnením a ukončením vrátane vydania správy audítora. Následne sme si vybrali účtovnú jednotku, kde sme popísali auditorské postupy súvisiace s uskutočnením auditu v nami vybranej oblasti pohľadávok. Analyzovali sme postup audítora v predmetnej oblasti a na záver sme sa aj okrajovo venovali vybraným ukazovateľom finančnej analýzy, ktorá nachádza svoje opodstatnenie pri analýze majetkových a výnosových účtov ku dňu, ku ktorému sa zostavuje účtovná závierka. Auditorskými postupmi štatutárny audítor tak získa v predmetnej oblasti dostatočné a vhodné dôkazy, ktoré mu umožnia dopracovať sa k primeraným záverom a dať objektívny auditorský názor. Máme za názor, že na základe zistených skutočností prezentovaných štatutárnym auditorom môžu účtovné jednotky objektívne posúdiť ich hospodárenie a budúci rozvoj.

Literatúra

1. IFAC. (2016_2017). Handbook of International Quality Control, Auditing, Review, Other Assurance, and Related Services Pronouncements.
2. Kareš, L. (2010). *Auditorstvo*. 103-127. Bratislava: IURA EDITION.
3. Kareš, L. (2014). *Auditorské postupy*. 11-29, 1. vyd. Bratislava: Wolters Kluwer
4. Krišková, P. & Užik, J. (2016). *The going concern within the overall perspective of the auditor on the financial statements*. Conference: International Scientific Conference on Accounting and Auditing in the Process of International Harmonization Location: Vranov nad Dyji, CZECH REPUBLIC Date: SEP 13-15, 2016, Sponsor(s): Univ Econ Prague; Univ Econ Bratislava, UCETNICTVI A AUDITING V PROCESU SVETOVE HARMONIZACE Pages: 111-114 Published: 2016
5. Krišková, P. & Užik, J. (2017). Professional skepticism in statutory audit under conditions of increasing requiremetn on the relevance of accounting information. Retrieved from: <http://kuaa.sk/index?rok=2017&kniha=13>.
6. Kubaščíková, Z., Pakšiová, R. (2015). *Impact of accounting standards on the results of financial analysis*. IFRS: global rules & local use: proceedings of the 3rd international scientific conference: Prague, october 8–9, 2015: Anglo-American University, Prague - Czech Republic. Prague: Anglo-American University, 2015, , 150-155. ISBN 978-80-260-8676-5.
7. Mackenzie, B., Coestsse, D., Njikizana, T., Selbst, E., Chamboko, R., Colyva, B., & Hanekom, B. (2014). *Wiley IFRS 2014: Interpretation and Application of International Financial Reporting Standards* Wiley Regulatory Reporting (11th ed.) Somerset: John Wiley & Sons.
8. Máziková, K. & Ondrušová, L. (2014). Valuation of transaction between related parties and ethical behavior of managers and investors. *Ethics as an essentioal condition for*

- sustainable economic development : proceeding of scintific papers (pp. 51-56). Bratislava: Vydavateľstvo EKONÓM.*
9. Parajka, B. (2016). *Micro Accounting Entities in the Slovak Republic – A Year After an Introduction. In Strategic management, Vol. 21, No. 3., ISSN 2334-6191, p. 45-48.*
 10. Šlosárová, A. (2014). *Analýza účtovnej závierky*. 1. vyd. Bratislava: Vydavateľstvo EKONÓM.
 11. Tumpach, M. (2006). *Medzinárodné štandardy na zostavenie účtovnej závierky IFRS/IAS*. Bratislava: IURA EDITION.
 12. Tumpach, M, Manová, E., Meluchová, J. 2014. *Relevantnosť národného podnikového finančného výkazníctva v Slovenskej republike z pohľadu veriteľov ako nepriviligovaných používateľov*. Ekonomický časopis: časopis pre ekonomickú teóriu, hospodársku politiku, spoločensko-ekonomické prognózovanie = journal for economic theory, economic policy, social and economic forecasting. Bratislava: Ekonomický ústav SAV: Prognostický ústav SAV, 2014, 62(5), 495-507. ISSN 0013-3035.

Theoretical fundament of a spatial factor in modelling of international stock market linkages

Stanislav Kováč¹

Abstract

This paper investigates determinants of stock market comovements among countries. We track papers that focus on space impact on market linkages using several analytical methods. The first studies used primarily gravity model and panel data estimation. Later on, multivariate generalized autoregressive conditional heteroskedastic (MGARCH) models were put into effect, however, they lacked somehow in determining linkages. With a growing spatial data analysis, spatial lag model growth on popularity as well as a combination of GARCH and spatial models. This paper may serve as a survey because for the most part we present a collection of carefully chosen papers. Nevertheless, in the last section we offer a list of useful spatial packages in R with short introduction and possible application.

Key words

market comovement, RStudio, correlation

JEL classification

G15

1 Introduction

Financial development and globalization have integrated markets around the world and financial crisis have enhanced the necessity for analysing these linkages between different financial markets and possible market comovements. This higher degree of interdependence provides subjects with lower cost but also generates higher threat of being exposure to global/regional shocks. Therefore, it is essential to explore the economic structure that affects the transmission. Earlier studies in this area have solely focused on assessing the degree of dependence among markets (see e.g. Longin and Solnik, 1995, Bekaert and Harvey, 1995, Karolyi and Stulz, 1996). If the cross-market linkages become stronger over time, they might reduce the benefit of regional diversification strategies and put the countries into increasing contagion risk. These cross-sectional effects present necessary information which might be of high interest not only for investors and fund managers but also for policymakers. Nevertheless, the channels of transmission have received insufficient attention. In late 90s geographical variables have enjoyed empirical success in explaining market linkages. The first studies with geography inside relied primarily on gravity model.

Flavin et al. (2002) investigate the source of stock market correlation by adapting a gravity model. Stock markets are qualitatively different from other markets - they are weightless - there is no physical movement of goods, people or capital. In case of a regular market may convenience of a closer neighbour plays role. The question arises if it can be applied to stock markets as well. The variables allowed to determine the stock market correlation (*corr*) included in their analysis are great circular distance between financial centres (*gcd*), market size measured by the average annual market capitalization (*size*), the number of overlapping opening hours between pair of markets (*oloh*), proportion of five largest companies in the market (*conc*),

¹ Ing. Stanislav Kováč, University of Economics in Bratislava, Faculty of Economic Informatics, Department of Operations Research and Econometrics, Dolnozemska cesta 1, 852 35 Bratislava, stanislav.kovac@euba.sk.

law system in a country (*law*) and some dummy variables as border which takes the value one if two countries share a common land border and zero otherwise (*border*), language (*lang*), colonial links (*col*) and currency (*currency*) in the same matter. The last examined variable is industrial composition of a market define also as a dummy variable which takes the value one if two markets share a common sector (at least 25 % of the index value) and zero otherwise (*ind*). Their posited model is as follows:

$$\begin{aligned} corr_{ij,t} = & \beta_0 + \beta_1 \ln(gcd)_{ij} + \beta_2 \ln(size_i * size_j)_t + \beta_3 oloh_{ij} \\ & + \beta_4 conc_{ij,t} + \beta_5 (law_i / law_j) + \beta_6 border_{ij} + \beta_7 lang_{ij} \\ & + \beta_8 col_{ij} + \beta_9 currency_{ij,t} + \beta_{10} ind_{ij,t} + u_{ij,t}. \end{aligned} \quad (1)$$

They use data for 27 countries which represents more than 98 % of world market capitalization and the estimation method is generalized least squares.

Based on their results, great circular distance is not a significant determinant so physical space does not influence market comovement, however, another space proximity - the number of overlapping opening hours is a more influential determinant with a positive sign. This may indicate that markets are reacting to global news simultaneously. Another geographical variable - the border dummy has a positive significant sign which reflects comovement of neighbours, even though the financial capitals may be relatively far apart.

Except for a fact that space matters in their analysis, their other findings are the larger the markets, the more correlated they are; industrial composition is highly significant with a small impact; law variable comes into the equation as a ration and has a positive sign translated that closer markets in terms of investor friendliness are more likely to move together.

Merton (1987) claims that investors are most likely to invest in securities that they are familiar with. Lewis (1999) shed some light on understanding of the determinants of stock market comovements. He presented home bias puzzle. This refers to the fact that investors tend to over-weight their portfolios in favour of domestic assets and fail to take opportunity of international diversitification. Flavin et al. (2002) empirically provided support of this idea. Not only investors have a great propensity to invest at home but even when investors do invest abroad, they are most likely to do so in nearby markets.

One of the downsides of Flavin et al (2002) study is the mixture of developed and developing countries that results into the high degree of heterogeneity. Emerging markets are known to exhibit features different from mature markets, such as lower market liquidity and less stringent agent supervision (see Dellas and Hess, 2005).

Beine and Candelon (2011) take the set of 25 emerging countries and they also use a gravity model which in this case lower the degree of heterogeneity that was spotted in Flavin et al. (2002) paper. They suggest that trade and financial liberalisation policies tend to increase the correlation between national stock markets. For measuring the synchronisation², they use realized correlation which is an alternative approach to the use of parametric models such as GARCH and MGARCH. Stock index of country i at year t ($t = 1, \dots, T$) and week w ($w = 1, \dots, W_t$), where W_t is the total number of weeks in year t , is $p_{t,w}^i$. The data are closing quotations on Friday. Weekly returns are calculated:

$$r_{t,w}^i = \ln(p_{t,w}^i / p_{t,w-1}^i) \quad (2)$$

and annual index volatility, also called realized volatility:

² Stock market synchronization refers to the fact that national stock markets display significant comovements.

$$\sigma_{t,i}^2 = \sum_{w=1}^{W_t} (r_{t,w}^i)^2. \quad (3)$$

In the similar manner we can calculate realized volatility for country j . Then realized covariance between country i and country j is:

$$\sigma_t^{ij} = \sum_{w=1}^{W_t} (r_{t,w}^i \cdot r_{t,w}^j). \quad (4)$$

Therefore, realized correlation as a measure of time-varying comovement between the national annual stock returns can be defined as (Anderson et al., 2000):

$$\rho_t^{ij} = \frac{\sigma_t^{ij}}{\sigma_t^i \cdot \sigma_t^j}. \quad (5)$$

Since correlation are bounded between -1 and 1, it is useful to estimate a continuous scale using a Fisher-Z transformation:

$$\underline{\rho}_t^{ij} = \ln \left(\frac{1 + \rho_t^{ij}}{1 - \rho_t^{ij}} \right). \quad (6)$$

Their posited model is as follows:

$$\underline{\rho}_t^{ij} = \alpha + \lambda_{i,t} + \lambda_{j,t} + X_{ij,t}^T \beta + \delta_{ij} + \gamma_t + \varepsilon_{ij,t}, \quad (i \times j) \in (1, \dots, n)^2; t = 1, \dots, T \quad (7)$$

where α is the overall constant in the model, $\lambda_{i,t}$ and $\lambda_{j,t}$ are country specific variables that vary over time, δ_{ij} cross-sectional effects, γ_t period-specific effects (random or fixed) and $X_{ij,t}$ is a vector of exogenous regressors including financial integration and trade liberalisation. They estimate dynamic model (including autoregressive component) via feasible GLS. The exogenous regressors consist of a dummy variable with value 1 if countries i and j are both considered liberalised at time t , 0 otherwise. Trade liberalisation is based on a set of criteria such as average tariffs and quotas. The next one is a relative trade intensity which reflects the importance of a given country for trading with another particular country calculated as:

$$T_t^{ij} = \left(\frac{Z_t^{ij} + M_t^{ij}}{Z_t^i + M_t^i} \right) + \left(\frac{Z_t^{ij} + M_t^{ij}}{Z_t^j + M_t^j} \right), \quad (8)$$

where Z_t^{ij} and M_t^{ij} are the value of exports and imports from country i to j and Z_t^i and M_t^i is the value of total exports and imports of country i . Due to globalisation, the trade intensity increases over time, hence the change (the first difference) reduces the amount of correlation compare to absolute level.

They also include bilateral geographical area dummies with a value of one if both countries belong to the same sub-continent; interest rate differentials computed as the difference

of the average values over the year of three-month interest rates between pair of countries; inflation differential, GDP growth differential, exchange rate regime.

Based on their results, liberalization (either financial or trade) has a positive and significant impact on stock market correlation and in general macroeconomic variables such as growth and the inflation differential are poorly related to stock return comovements.

Another study which takes a spatial factor into account and uses a gravity model is presented by Wälti (2011). The biggest disadvantage of gravity models is purely bilateral approach. It does not capture the average effects on the relationships between one country and many others at once. The spatial econometrics overcomes this disadvantage and even allows us to model asymmetric relationships with dynamic structure (how a specific shock transmits throughout the system), i.e. how shocks in returns or in macroeconomic variables affect the stock markets of other countries.

In this paper we focus on spatial factors of market linkages, hence the introduction begins with the first attempts to involve a space into analysis by gravity model, however, situation drastically changes when spatial econometrics got noticed in finance. The remainder of the paper is organized as follows. Section 2 presents papers where authors use the spatial econometrics and their results. Section 3 contains of useful R packages in spatial analysis and their short description. The last section concludes.

2 Spatial econometrics as a tool for modelling market linkages

Vector autoregressions, vector error correction models, Granger causality tests and GARCH models are popular approaches when it comes to studying the issue of interdependencies in financial markets. These methodologies have their benefits, but none of them consider the spatial aspect of the issue.

Spatial modelling has become very popular in modelling dependencies, although it has hardly been used in financial application. Fernández-Avilés et al. (2012) present one of the first papers using geostatistical techniques to examine the comovements of international stock markets. They use semivariogram and kriging to measure interdependencies. The semivariogram can be computed as follows:

$$\gamma(\mathbf{s}_i, \mathbf{s}_j) = \frac{1}{2} \sum_{i,j} \left(x(\mathbf{s}_i) - x(\mathbf{s}_j) \right)^2, \quad (9)$$

where X is the stock exchange return (a random function) and x is a particular realization, $\mathbf{s}_i, \mathbf{s}_j$ are the spatial sites where the stock exchanges are located. The average dissimilarity increases when the distance widens. Kriging is a univariate procedure which provides predictions of the values of the random functions at unobserved location. Kriging predictor is defined as:

$$X_k^*(\mathbf{s}_j) = \sum_{i=1}^n \lambda_i X(\mathbf{s}_i), \quad (10)$$

where λ_i are the weights. The predictor is a homogenously linear combination of returns that minimizes the mean squared prediction error.

Fernández-Avilés et al. (2012) also include financial distances as an alternative to the physical distance. Financial distance refers to a measure of pairwise financial and economic closeness among countries in terms of economic relations. They propose to consider measure distances using FDI linkages, in particular:

$$d = 2 - \left(\frac{|FFDI_{ji}|}{GDP_j} + \frac{|FFDI_{ij}|}{GDP_i} \right), \quad (11)$$

where $FFDI_{ji}$ is a FDI flow from country j to country i and GDP is gross domestic products.

These authors use daily data on 17 market returns for the period between January 2002 and March 2010 and model spatial dependencies between the markets by fitting theoretical semivariograms to their data using two different measures of distance (physical and economic) and compare them based on the kriging predictions.

Fernández-Avilés et al. (2012) conclude that physical distance is not so important in accounting for market comovements, thus, a concept of financial and trade distance might be more appropriate. In more than 95 % of the 300 cases there were not find any spatial dependencies among stock market returns when physical distance is considered, however, distance proximity through FDI in 82 % found dependencies.

The study by Asgharian et al (2013) is closely related to Fernández-Avilés et al. (2012). The first difference between their work is different methodology. Asgharian et al. (2013) employ a multiple regression approach which allows effects of covariates - ignoring them may lead to spurious correlations³. The second difference lies on the way of analysis. Asgharian et al. (2013) use panel data which allows to study spatio-temporal dependencies, i.e. situations where a market's returns at time t are affected by another market's returns at time $t - 1$. Fernández-Avilés et al. (2012) use an approach that forces them to repeat cross-sections and their approach is static in nature.

Asgharian et al. (2013) investigate 8 different measures of distance: geographical proximity, bilateral FDI, the volume of bilateral trades, the stability of the bilateral exchange rate, two measures of convergence in expected inflation and two measures based on interest rate differences. For estimation they use neither spatial lag model (spatial autoregressive process SAR in the dependent variable) nor spatial error model (SAR in error term) but spatial Durbin model (SDM) for a panel data specification:

$$\mathbf{y} = \rho(\mathbf{I}_T \otimes \mathbf{W}(t))\mathbf{y} + \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + (\mathbf{I}_T \otimes \mathbf{W}(t))\mathbf{X}\boldsymbol{\theta} + \mathbf{D}\boldsymbol{\alpha} + \boldsymbol{\varepsilon}, \quad (12)$$

where $\mathbf{y}_{NT \times 1}$ is vector of observations on a dependent variable; ρ the SAR parameter; $\mathbf{I}_T$ an identity matrix; $\mathbf{W}(t)_{N \times N}$ a possibly time-varying spatial weights matrix describing the spatial arrangement of N cross-section units; $\mathbf{X}_{NT \times K}$ a matrix of observations on K independent variables; $\mathbf{D}_{NT \times N}$ a matrix containing $N - 1$ country specific dummies and the global constant; the corresponding vectors of coefficients $\boldsymbol{\beta}_{K \times 1}$, $\boldsymbol{\theta}_{K \times 1}$, $\boldsymbol{\alpha}_{N \times 1}$; idiosyncratic error terms $\boldsymbol{\varepsilon}_{NT \times 1}$ and $\otimes$ denotes the Kronecker product. In reduced form:

$$\mathbf{y} = \left(\mathbf{I}_{NT} - \rho(\mathbf{I}_T \otimes \mathbf{W}(t)) \right)^{-1} (\mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + (\mathbf{I}_T \otimes \mathbf{W}(t))\mathbf{X}\boldsymbol{\theta} + \mathbf{D}\boldsymbol{\alpha} + \boldsymbol{\varepsilon}). \quad (13)$$

This specification implies that any changes in economic variables or unexpected shock in one country will also affect other countries through spatial relationship (so-called spatial multiplier effect, for detailed discussion see LeSage and Pace, 2009).

³ For example, synchronized changes in interest rates may affect that different markets yield similar returns in a particular period even if they are not close.

The specification of $\mathbf{W}$ is of crucial importance. The weight matrix is obtained from contiguity matrix $\mathbf{C}$ through row standardization. They define in a way that allows for asymmetric dependence, starting out by constructing $\mathbf{C}$ given by:

$$C_{ij} = 1 - \frac{\max_j F_{ij} - F_{ij}}{\max_j F_{ij} - \min_j F_{ij}}, \quad (14)$$

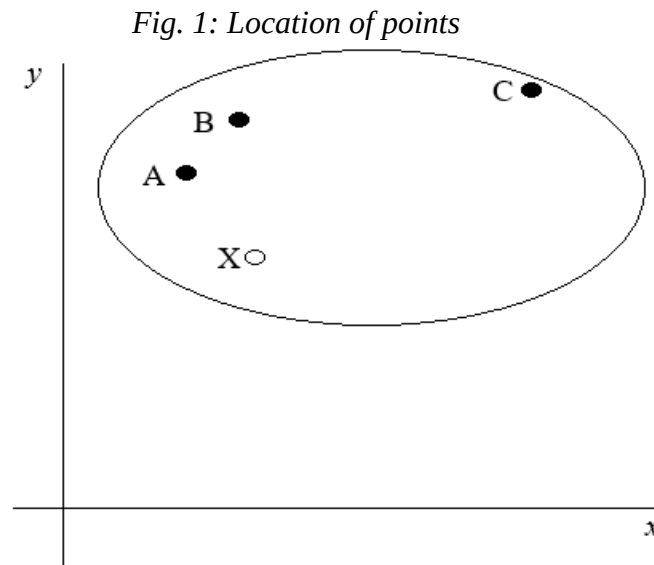
where F_{ij} is a measure of closeness, if F_{ij} is a measure of distance, then:

$$C_{ij} = 1 - \frac{F_{ij} - \min_j F_{ij}}{\max_j F_{ij} - \min_j F_{ij}}. \quad (15)$$

They employ presented methodology on monthly returns for 41 markets between January 1995 and December 2011. Based on their research, bilateral trade is the most important linkage. A likely reason for the importance of trade for stock market co-movements is its strong impact on business cycle synchronization across countries. Another finding is that the entire degree of stock market dependence increases slightly over time which might be an indication of more globally integrated financial markets. They also investigate an influence of a unit shock. Whereas the transmission of shock through bilateral trade is of high importance, the transmission on graphical neighbours is comparably small which does not support an idea of physical closeness impact, however, the issue might come from the methodology.

The possible pitfalls of incorporating physical distance

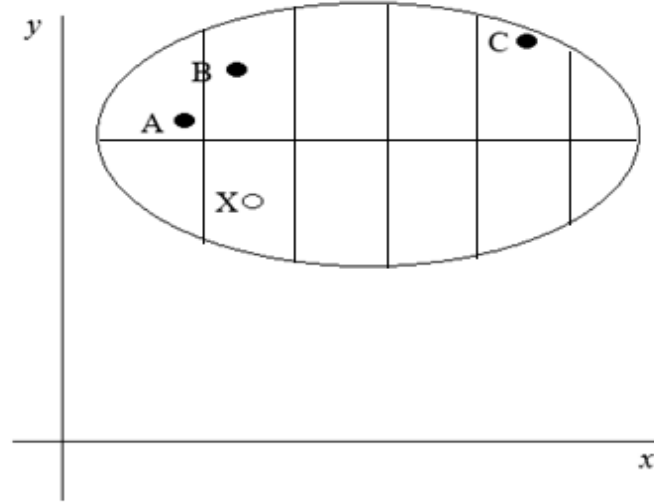
Physical distance is usually involved in models through the weight matrix and in the construction of this matrix lies one of the biggest pitfalls. In Figure 1 we can see a collection of points which represents locations.



Source: author's creation.

The standard approaches rely on closeness and use “rook and queen” criteria on a square grid (LeSage and Pace, 2009), the representation of square grid is in Figure 2.

Fig. 2: Square grid of space



Source: author's creation.

Using the rook criteria, the weight for a considered location X would have a nonnegative value only for connection representing spatial relationship with B . The queen criteria would lead to the nonnegative values for A and B . It seems to be an obvious consequence that the closeness matters, which Asgharian et al. (2013) include in their research.

In considering the criteria for weight matrix, one should always look for the answers on following questions: What if there were more points in the same grid as point B , would they have the same weight? The points A and B are relatively close to each other, does this effect the weights of each? What if there was a different spatial continuity?

It appears that not only closeness but also data redundancy and spatial continuity matter. The common strategy is to use inverse distances (Asgharian et al., 2013, use the distance between the capital cities for every pair of countries). The methodology is straightforward:

$$w_{ij} = \frac{1}{\text{dist}(u_i, u_j)^p} / \sum_j w_{ij}, \quad (16)$$

where u_i, u_j represent location, p is the power (higher power - more locally specific, less average). This way does count for closeness but not for redundancy, nor for spatial continuity. To address these issues, kriging method counts for all of them, as presented by Fernández-Avilés et al. (2012). Following from the equation (10), we can get the estimation variance defined as:

$$E\{[X^*(s) - X(s)]^2\} = \underbrace{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \lambda_i \lambda_j C(s_i, s_j)}_{\text{redundancy}} - 2 \underbrace{\sum_{i=1}^n \lambda_i C(s, s_i)}_{\text{closeness}} + \underbrace{C(0)}_{\text{variance}} \quad (17)$$

where $C(s_i, s_j)$ is covariance between data i and j , $C(s, s_i)$ covariance between considered location and i data and $C(0)$ is the variance. The optimal weights, which minimizes the variance, may be determined by taking partial derivative of (17) with respect to the weights and setting them to zero:

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j C(s_i, s_j) = 2C(s, s_i), \quad i = 1, \dots, n. \quad (18)$$

This system of n equations is simple kriging system thanks to which we can count for all mention aspects of weights. This method was used by Fernández-Avilés et al. (2012), however, they also fail to prove that physical distance matters in stock market linkages but spatial proximities matter.

3 Software availability for spatial analysis

Currently, there are many available softwares written to enable and facilitate spatial analysis, such as GeoDa, PySAL, R, QGIS. One of the most growing software environments is R, hence we present the most useful packages for spatial data analysis in R in Table 1.

Table 1: Spatial packages in R

Package	Description	30-days downloads
<i>sp</i>	Classes and methods for spatial data.	213 585
<i>raster</i>	Spatial data processing.	110 969
<i>sf</i>	Features to encode spatial vector data.	110 715
<i>rgdal</i>	Reading and writing spatial data.	91 143
<i>spdep</i>	Spatial dependence - weighting schemes.	40 216
<i>gstat</i>	Functions for univariate and multivariate geostatistics.	18 191
<i>spatialreg</i>	Spatial regression.	6 032

Note: 30-days downloads refer to the number of downloads during period 26. 8. 2019 - 25. 9. 2019.

Source: <https://cran.r-project.org/>.

There are other great packages for spatial regression besides *spatialreg*. If the data are areal and spatial process is not continuous, *spatialreg* may be used. It also provides econometrics functions, functions for building neighbour lists and spatial weights, tests for spatial autocorrelation and fitting spatial regression models (spatial lag models, spatial error models, spatial Durbin models) using maximum likelihood and Bayesian MCMC methods. We might use also other packages in special cases:

- *nlme* - point data, continuous spatial process,
- *sphet* - spatial autoregressive model with and without heteroscedasticity,
- *McSpatial* - nonparametric spatial data analysis,
- *splm* - econometric models for spatial panel data (alternatives: *S2sls*, *spanel*),
- *spatialprobit* - spatial probit and tobit models (alternative: *ProbitSpatial*),
- *starma* - space time autoregressive moving average processes,
- *spGARCH* - spatiotemporal ARCH models,
- *spcopula* - spatial and spatiotemporal dependence with copulas.

One of the recent papers in which we can find the usage of R and the spatial analysis of market linkages and market volatility spillovers is presented by Karatetskaya and Lakshina (2018). They estimate volatility spillovers occurred in the oil and gas market taking into account cross-sectional dependence using spatial specifications of the BEKK multivariate volatility model. They sample covers the data of 67 companies from 13 countries in date range 27. 4. 2015 - 18. 1. 2018. They used *rmgarch* package with *optimax* which they adusted for spatial BEKK.

4 Conclusion

The cross-market linkages have become a crucial issue for modelling volatility in applications to the tasks set by investors, financial organizations and governments in trading, hedging and financial regulation. In this paper we investigate the results of studies which examined influence of physical distance. Despite the most cases in which physical distance is not significant variable, the distance proximities are significant. In conclusion, we enclose an overview of linkages is presented in Table 2.

Table 2: Commonly examined spatial proximities of market linkages

Variable	Description/ Formula	Reference
Regional proximity	Dummy variable takes value 1 for countries with common border, 0 otherwise.	Flavin et al. (2002)
GDP growth rate differential	$ \Delta GDP_{it} - \Delta GDP_{jt} $	Johnson and Soenon (2002)
Inflation rate differential	$ \pi_{it} - \pi_{jt} $	Bracker and Koch (1999)
Public debt differential	$\left \frac{public\ debt_{it}}{GDP_{it}} - \frac{public\ debt_{jt}}{GDP_{jt}} \right $	Buchholz and Tonzer (2016)
Bilateral trade	Eq. (8)	Pretorius (2002)
Institutional development differential	$\sqrt{\sum_{p=1}^n (F_{pi,t} - F_{pj,t})^2}$ where $F_{pi,t}$ is the score for the p th economic freedom indices (10 indices, e.g. property rights, government spending) in i country.	Lehkonen (2014)
Banking inflows differential	$\left \frac{bank\ inflows_{it}}{GDP_{it}} - \frac{bank\ inflows_{jt}}{GDP_{jt}} \right $	Wälti (2011)
Market size differential	$\left \frac{mc_{it}}{GDP_{it}} - \frac{mc_{jt}}{GDP_{jt}} \right $ where mc stands for market capitalization.	Bracker and Koch (1999)

Source: author's research.

Acknowledgements

This contribution is the result of the project VEGA (1/0248/17) *Analýza regionálnych disparít v EÚ na báze prístupov priestorovej ekonometrie* and I-19-103-00 *Udržateľné princípy ekonomických subjektov ako nástroj eliminácie globálnych a environmentálnych rizík*.

References

- Andersen, T., Bollerslev, T., Diebold, F., & Ebens, H. (2000). The Distribution of Stock Return Volatility. doi: 10.3386/w7933.
- Asgharian, H., Hess, W., & Liu, L. (2013). A spatial analysis of international stock market linkages. *Journal of Banking & Finance*, 37(12), 4738–4754. doi: 10.1016/j.jbankfin.2013.08.015.
- Baele, L. (2004). Measuring European Financial Integration. *Oxford Review of Economic Policy*, 20(4), 509–530. doi: 10.1093/oxrep/grh030.

4. Beine, M., & Candelon, B. (2011). Liberalisation and stock market co-movement between emerging economies. *Quantitative Finance*, 11(2), 299–312. doi: 10.1080/14697680903213815.
5. Bekaert, G., & Harvey, C. R. (1995). Time-Varying World Market Integration. *The Journal of Finance*, 50(2), 403–444. doi: 10.1111/j.1540-6261.1995.tb04790.x.
6. Bracker, K., & Koch, P. D. (1999). Economic determinants of the correlation structure across international equity markets. *Journal of Economics and Business*, 51(6), 443–471. doi: 10.1016/s0148-6195(99)00021-1.
7. Buchholz, M., & Tonzer, L. (2016). Sovereign Credit Risk Co-Movements in the Eurozone: Simple Interdependence or Contagion? *International Finance*, 19(3), 246–268. doi: 10.1111/infi.12099.
8. Dellas, H., & Hess, M. (2005). Financial development and stock returns: A cross-country analysis. *Journal of International Money and Finance*, 24(6), 891–912. doi: 10.1016/j.jimonfin.2005.07.002.
9. Fernández-Avilés, G., Montero, J.-M., & Orlov, A. G. (2012). Spatial modeling of stock market comovements. *Finance Research Letters*, 9(4), 202–212. doi: 10.1016/j.frl.2012.05.002.
10. Flavin, T. J., Hurley, M. J., & Rousseau, F. (2002). Explaining Stock Market Correlation: A Gravity Model Approach. *The Manchester School*, 70(S1), 87–106. doi: 10.1111/1467-9957.70.s1.5.
11. Frankel, J., & Rose, A. (1996). The Endogeneity of the Optimum Currency Area Criteria. doi: 10.3386/w5700.
12. Johnson, R., & Soenen, L. (2002). Asian Economic Integration and Stock Market Comovement. *Journal of Financial Research*, 25(1), 141–157. doi: 10.1111/1475-6803.00009.
13. Karatetskaya, E., & Lakshina, V. (2018). Volatility Spillovers with Spatial Effects on the Oil and Gas Market. *SSRN Electronic Journal*. doi: 10.2139/ssrn.3185802.
14. Karolyi, G. A., & Stulz, R. M. (1996). Why Do Markets Move Together? An Investigation of U.S.-Japan Stock Return Comovements. *The Journal of Finance*, 51(3), 951. doi: 10.2307/2329228.
15. Lehtonen, H. (2014). Stock Market Integration and the Global Financial Crisis*. *Review of Finance*, 19(5), 2039–2094. doi: 10.1093/rof/rfu039.
16. LeSage, J. P., & Pace, R. K. (2009). *Introduction to spatial econometrics*. Boca Raton, FL: CRC Press.
17. Lewis, K. K. (1999). Trying to Explain Home Bias in Equities and Consumption. *Journal of Economic Literature*, 37(2), 571–608. doi: 10.1257/jel.37.2.571.
18. Longin, F., & Solnik, B. (1995). Is the correlation in international equity returns constant: 1960–1990? *Journal of International Money and Finance*, 14(1), 3–26. doi: 10.1016/0261-5606(94)00001-h.
19. Merton, R. C. (1987). A Simple Model of Capital Market Equilibrium with Incomplete Information. *The Journal of Finance*, 42(3), 483. doi: 10.2307/2328367.
20. Pretorius, E. (2002). Economic determinants of emerging stock market interdependence. *Emerging Markets Review*, 3(1), 84–105. doi: 10.1016/s1566-0141(01)00032-2.
21. Rose, A., & Engel, C. (2000). Currency Unions and International Integration. doi: 10.3386/w7872.
22. The Comprehensive R Archive Network. (0AD). Retrieved September 25, 2019, from <https://cran.r-project.org/>.
23. Wälti, S. (2011). Stock market synchronization and monetary integration. *Journal of International Money and Finance*, 30(1), 96–110. doi: 10.1016/j.jimonfin.2010.07.004.

Analýza krajín európskej únie na základe vybraných sociálno-demografických ukazovateľov

Analysis of European Union countries based on selected socio-demographic indicators

Dominika Krasňanská¹

Abstrakt

Cieľom príspevku je porovnať krajiny Európskej únie na základe vybraných sociálno-ekonomických a demografických ukazovateľov ako sú hrubý domáci produkt na obyvateľa, štátny dlh ako percento z hrubého domáceho produktu, miera inflácie, miera nezamestnanosti, celková miera plodnosti, miera dojčenskej úmrtnosti a hrubá miera rozvodovosti za rok 2016. Prínosom príspevku je rozdelenie krajín Európskej únie do niekoľkých skupín pomocou zhlukovej analýzy tak, aby krajiny patriace do toho istého zhľuku boli čo najviac podobné, resp. krajiny zaradené do rozdielnych zhľukov si boli čo najviac odlišné. Zhluková analýza je realizovaná prostredníctvom štatistického programu SAS Enterprise Guide.

Kľúčové slová

zhluková analýza, krajiny Európskej únie, sociálno-demografické ukazovatele

JEL classification

C 10

1 Úvod

Štatistické skúmanie sa vo väčšine prípadov zameriava na analyzovanie len jedného sledovaného štatistického znaku a na jeho jedinú vlastnosť v skúmanom súbore. V mnohých prípadoch to však nestačí a je potrebné skúmať štatistický súbor z viacerých aspektov, prihliadajúc na prejavy jeho viacerých vlastností, zobrazených viacerými štatistickými znakmi. Pri takejto analýze je nevyhnutné využiť viacrozmerne štatistické metódy, medzi ktoré patrí okrem iných aj zhluková analýza.

Pri porovnaní krajín Európskej únie na základe vybraných socio-ekonomických a demografických indikátorov (HDP na obyvateľa v EUR, štátny dlh ako % z HDP, inflácia, miera nezamestnanosti, celková plodnosť, miera dojčenskej úmrtnosti a hrubá miera rozvodovosti) je v príspevku využitá práve už spomínaná zhluková analýza. Cieľom tejto metódy je rozklad súboru objektov na niekoľko relatívne rovnorodých zhľukov tak, aby objekty, v našom prípade krajiny EÚ, patriace do rôznych zhľukov si boli čo najmenej podobné a objekty patriace do rovnakého zhľuku boli čo najviac podobné.

2 Zhluková analýza

Zhluková analýza je základným prieskumným nástrojom, ktorý sa usiluje o triedenie dátových vektorov do podobných skupín (Wilks, 2001). Zahŕňa širokú škálu postupov a metód používaných pri riešení problémov typológie objektov a ich klasifikácie. Cieľom zhlukovej analýzy je dekompozícia súboru objektov na niekoľko pomerne homogénnych zhľukov tak, aby objekty patriace do rôznorodých zhľukov si boli čo najmenej podobné a objekty patriace do rovnakého zhľuku boli čo najviac homogénne. Získame niekoľko zhľukov (relatívne

¹ Ing. Dominika Krasňanská, Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky, Dolnozemska cesta 1, 852 35 Bratislava, d.krasnanskaa@gmail.com.

rovnorodých podmnožín) zo súboru objektov. Pri jej aplikovaní nevieme dopredu určiť, ktorý objekt bude v ktorom zhluku a ani celkový počet zhlukov (Kubanová, 2004).

Pre tento druh metód sa u nás vyskytli aj názvy ako združovacia analýza, zoskupovacia analýza, trsová analýza, prípadne analýza hniezd, no názov zhluková analýza najviac vystihuje konečný cieľ metódy a zodpovedá aj anglickému pojmu Cluster Analysis, ktorý v roku 1939 R. C. Tryon prvýkrát použil pre metódu rozkladu množiny objektov na niekoľko navzájom sa vylučujúcich podmnožín. Zhluková analýza bola vyvinutá mimo štatistiky v odvetviach ako vzdelávanie, biológia a psychológia. Keďže neexistovala dostatočná výmena informácií medzi vednými odbormi, tie isté metódy boli často objavené viackrát. Rovnaké techniky, duplicitne objavené, nesú preto rôzne pomenovania. Štatici sa do zhlukovej analýzy zapojili len pred približne 30 rokmi, dôsledkom čoho sa zhluková analýza vyvíjala dlho ako neteoretické odvetvie, ktoré používalo ad hoc metódy (Stankovičová, Vojtková, 2007).

Zhluková analýza pozostáva z viacerých krokov, ktoré je nutné dodržať:

- Výber druhu zhlukovacieho postupu – rozoznávame hierarchické a nehierarchické zhlukovacie postupy. Hierarchické sa dajú jednoducho znázorniť pomocou hierarchického stromu – dendrogramu, ktorý znázorňuje presnú postupnosť rozkladu na jednotlivých zhlukovacích úrovniach. Hierarchické postupy môžu byť aglomeratívne alebo divízne.
- Výber zhlukovacej metódy – ako zhlukovacia metóda môže byť použitá metóda najbližšieho suseda, metóda najvzdialenejšieho suseda, metóda priemernej vzdialenosti, centroidná metóda, mediánová metóda, Wardova metóda, metóda typických bodov, metóda k-priemerov, metóda optimálnych stredov alebo medoidov a fuzzy zhlukovanie (Chajdiak a kol., 1999).
- Výber miery podobnosti (resp. nepodobnosti) – miery, podľa ktorých je zisťovaná podobnosť, delíme do štyroch skupín - miery vzdialenosti (Euklidovská vzdialenosť, Hammingova vzdialenosť, Minkowského vzdialenosť, Mahalabonisova vzdialenosť), asociačný koeficient, korelačný koeficient, pravdepodobnostné miery podobnosti (Stankovičová, Vojtková, 2007).
- Určenie počtu významných zhlukov – na stanovenie počtu zhlukov existujú dva základné prístupy – heuristické procedúry a formálne testy. Podstatou heuristického prístupu je určenie počtu zhlukov na základe subjektívneho názoru riešiteľa. Pri druhom prístupe používame formálne testy, resp. ukazovatele kvality zhlukovania (štandardná odchýlka premenných tvoriacich zhluk, koeficient determinácie, semiparciálny koeficient determinácie, vzdialenosť zhlukov, graf počtu zhlukov a cubic clustering criterion - CCC).
- Interpretácia zhlukov – pri formulácii záverov o výsledkoch a kvalite zhlukovania treba vždy brať do úvahy vecnú stránku problematiky a dôkladne posúdiť, či výsledky zhlukovej analýzy majú praktický zmysel, či sú interpretovatelné a prijateľné pre prax. Interpretácia zhlukov je popis každého zhluku na základe sledovaných vlastností (Řezánková a kol., 2009).

3 Vstupné údaje

Na analýzu sme si vybrali 28 členských krajín Európskej únie. Vybrané krajiny porovnáme prostredníctvom 7 sociálno-ekonomických a demografických ukazovateľov za rok 2016. Vybrané ukazovatele si stručne zadefinujeme:

- **Hrubý domáci produkt na obyvateľa** - pomer hrubého domáceho produktu k priemernej populácii v roku. Hrubý domáci produkt je ukazovateľom ekonomickej situácie krajiny. Odráža celkovú hodnotu všetkého vyrobeného tovaru a služieb znížených o hodnotu tovaru a služieb použitých na medzispotrebu pri ich výrobe.

Výpočty na obyvateľa umožňujú porovnanie ekonomík výrazne odlišných v absolútnej veľkosti.

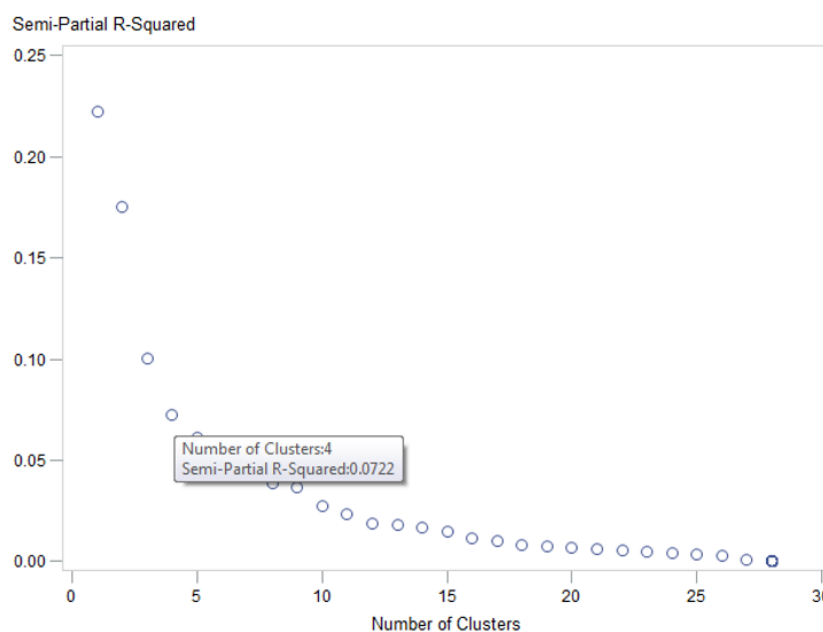
- **Štátny dlh ako percento hrubého domáceho produktu** - predstavuje celkový všeobecný dlh ako podiel na HDP v percentách. Skladá sa z vládnych záväzkov a generuje sa deficitným financovaním štátneho rozpočtu.
- **Miera inflácie** – je definovaná ako devalvácia menovej jednotky, ktorá sa prejavuje pretrvávajúcim rastom cenovej hladiny výrobkov a služieb v ekonomike.
- **Miera nezamestnanosti** – predstavuje nezamestnané osoby v percentách pracovnej sily. Pracovná sila predstavuje celkový počet zamestnaných a nezamestnaných osôb. Ukazovateľ vychádza z prieskumu pracovných síl EÚ.
- **Celková miera plodnosti** – priemerný počet detí, ktoré by sa narodili živej žene počas jej života, ak by mala prežiť a prejsť jej plodné roky, ktoré zodpovedajú miere plodnosti podľa veku daného roku.
- **Dojčenská úmrtnosť** - pomer počtu úmrtí detí mladších ako jeden rok počas roka k počtu živonarodených detí v danom roku. Hodnota je vyjadrená na 1 000 živo narodených detí.
- **Hrubá miera rozvodovosti** - je pomer počtu rozvodov počas roka k priemernej populácii v danom roku. Hodnota je vyjadrená na 1 000 osôb.

4 Aplikácia zhlukovej analýzy

Keďže analyzované ukazovatele majú rôzne jednotky, musíme ich pomocou štandardizácie pretransformovať. Pri zhlukovej analýze sme využili Wardovu metódu, pomocou ktorej sme sa snažili vytvoriť stabilné a približne rovnako veľké zhluky.

Počet významných zhlukov sme určili na základe semiparciálneho koeficientu determinácie, pri ktorom sme sa snažili dosiahnuť minimálnu hodnotu. K poklesu tejto charakteristiky dochádza už na 3. stupni zhlukovania, ale jeho hodnota nie je dostatočne nízka. Na 4. stupni zhlukovania je hodnota semiparciálneho koeficienta determinácie 0,0722, čo možno považovať za dostatočne nízku hodnotu, pretože na ostatných úrovniach dochádza už iba k minimálnemu úbytku tejto charakteristiky. Na základe výsledkov Wardovej zhlukovej metódy sme rozdelili vybrané krajiny do štyroch zhlukov.

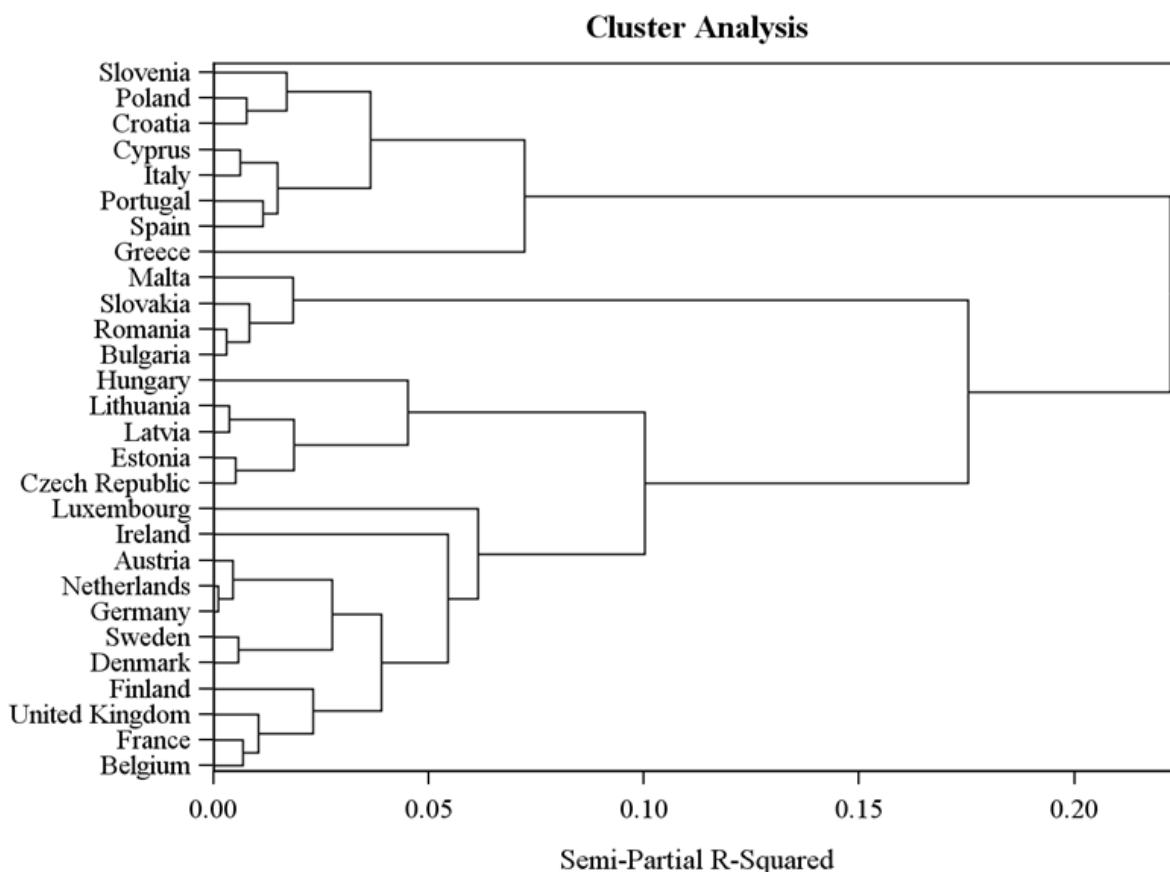
Obr. 1: Vývoj semiparciálneho koeficienta determinácie



Zdroj: vlastné spracovanie, SAS Enterprise Guide

Grafické znázornenie zhľukovania vybraných krajín na jednotlivých úrovniach sme znázornili pomocou hierarchického stromu – dendrogramu na *obrázku 2*. Na osi y sú uvedené vybrané krajiny. Ak si s vertikálnou osou preložíme rovnobežne myslenú čiaru, dostaneme počet vytvorených zhľukov.

Obr. 2: Dendrogram zhľukovania vybraných krajín



Zdroj: vlastné spracovanie, SAS Enterprise Guide

V nasledujúcich tabuľkách si začleníme jednotlivé krajiny do konkrétnych zhľukov, ktoré sme získali na základe výsledkov aplikáciou Wardovej metódy. Pri každom vytvorenom zhľuku sme uviedli krajiny, ktoré do daného zhľuku patria spolu s ukazovateľmi, na základe, ktorých sme vybrané krajiny Európskej únie porovnávali. Štandardizované údaje sme kvôli lepšej interpretácii nahradili pôvodnými údajmi, ale pri realizácii samotnej procedúry sme pracovali so štandardizovanými údajmi.

Tab. 1: Rozdelenie krajín EÚ do prvého zhluku

Krajina	HDP na obyvateľa (EUR)	štátny dlh (% z HDP)	miera inflácie (%)	miera nezamestnanosti (%)	miera plodnosti (‰)	dojčenská úmrtnosť (‰)	hrubá miera rozvodovosti (‰)
Belgicko	37 400,00	105,90	1,10	7,80	1,68	3,20	2,10
Dánsko	48 400,00	37,90	4,70	6,20	1,79	3,10	3,00
Nemecko	38 400,00	68,20	5,30	4,10	1,60	3,40	2,00
Francúzsko	33 300,00	96,60	1,10	10,10	1,92	3,70	1,90
Luxembursko	90 700,00	20,80	5,90	6,30	1,41	3,80	2,10
Holandsko	41 600,00	61,80	4,40	6,00	1,66	3,50	2,00
Rakúsko	40 800,00	83,60	7,00	6,00	1,53	3,10	1,80
Fínsko	39 300,00	63,00	-0,30	8,80	1,57	1,90	2,50
Švédsko	46 600,00	42,10	7,60	6,90	1,85	2,50	2,40
Írsko	57 500,00	72,80	6,60	16,80	1,81	3,00	0,70
Spojené kráľovstvo	36 600,00	88,20	5,40	13,00	1,79	3,80	1,80

Zdroj: vlastné spracovanie, SAS Enterprise Guide

Tab. 2: Rozdelenie krajín EÚ do druhého zhluku

Krajina	HDP na obyvateľa (EUR)	štátny dlh (% z HDP)	miera inflácie (%)	miera nezamestnanosti (%)	miera plodnosti (‰)	dojčenská úmrtnosť (‰)	hrubá miera rozvodovosti (‰)
Bulharsko	6 800,00	29,00	7,10	7,60	1,54	6,50	1,50
Malta	22 300,00	56,20	4,80	4,70	1,37	7,40	0,80
Rumunsko	8 700,00	37,40	5,00	5,90	1,64	7,00	1,50
Slovensko	15 000,00	51,80	7,00	9,70	1,48	5,40	1,70

Zdroj: vlastné spracovanie, SAS Enterprise Guide

Tab. 3: Rozdelenie krajín EÚ do tretieho zhluku

Krajina	HDP na obyvateľa (EUR)	štátny dlh (% z HDP)	miera inflácie (%)	miera nezamestnanosti (%)	miera plodnosti (‰)	dojčenská úmrtnosť (‰)	hrubá miera rozvodovosti (‰)
Česko	16 700,00	36,80	6,70	4,00	1,63	2,80	2,40
Estónsko	16 500,00	9,40	3,80	6,80	1,60	2,30	2,50
Litva	12 800,00	40,50	7,30	9,60	1,74	3,70	3,10
Lotyšsko	13 500,00	40,10	4,50	7,90	1,69	4,50	3,10
Maďarsko	11 600,00	76,00	13,60	5,10	1,53	3,90	2,00

Zdroj: vlastné spracovanie, SAS Enterprise Guide

Tab. 4: Rozdelenie krajín EÚ do štvrtého zhluku

Krajina	HDP na obyvateľa (EUR)	štátny dlh (% z HDP)	miera inflácie (%)	miera nezamestnanosti (%)	miera plodnosti (‰)	dojčenská úmrtnosť (‰)	hrubá miera rozvodovosti (‰)
Grécko	16 200,00	180,80	-1,50	23,60	1,38	4,20	1,00
Španielsko	24 100,00	99,00	4,60	19,60	1,34	2,70	2,10
Chorvátsko	11 200,00	80,60	2,10	13,40	1,42	4,30	1,70
Taliansko	27 900,00	132,00	-0,20	11,70	1,34	2,80	1,60
Cyprus	21 700,00	106,60	1,70	13,00	1,37	2,60	2,30
Poľsko	11 100,00	54,20	2,30	6,20	1,39	4,00	1,70
Portugalsko	18 100,00	129,90	6,10	11,20	1,36	3,20	2,20
Slovinsko	19 500,00	78,60	3,80	8,00	1,58	2,00	1,20

Zdroj: vlastné spracovanie, SAS Enterprise Guide

Posledným krokom zhlukovej analýzy je interpretácia získaných zhlukov. V dôsledku lepšej interpretácie získaných výsledkov sme využili zhlukové centroidy predstavujúce priemernú úroveň vybraných ukazovateľov v danom zhluku (*tabuľka 5*).

Prostredníctvom aplikácie zhlukovej analýzy slúžiacej na rozklad súboru objektov do niekoľkých relatívne rovnorodých zhlukov sme získali štyri zhluky.

- Prvý zhluk zahŕňa 11 krajín – Belgicko, Dánsko, Nemecko, Francúzsko, Luxembursko, Holandsko, Rakúsko, Fínsko, Švédsko, Írsko a Spojené kráľovstvo. Tento zhluk je charakterizovaný najvyšším priemerným HDP, druhým najvyšším priemerným štátnym dlhom a najväčšou priemernou plodnosťou. Väčšina krajín, ktoré tvoria tento zhluk, sa vyskytovali pri aplikácii jednoduchých metód viackriteriálneho hodnotenia v prvej polovici, čo znamená že z 28 krajín EÚ sa krajiny vyskytujúce sa v prvom zhluku nachádzajú v lepšej polovici krajín EÚ. V tomto zhluku sa nachádza Luxembursko, ktoré v rámci jednoduchých metód viackriteriálneho hodnotenia dosahovalo takmer pri všetkých metódach prvenstvo.
- Druhý zhluk tvoria krajiny – Bulharsko, Malta, Rumunsko a Slovensko. Tieto krajiny dosahujú najvyššiu priemernú mieru dojčenskej úmrtnosti a zároveň najnižšiu priemernú hrubú mieru rozvodovosti.
- V treťom zhluku sa nachádzajú krajiny Česko, Estónsko, Lotyšsko, Litva a Maďarsko. Tieto krajiny dosahujú najnižší priemerný štátny dlh a aj najnižšiu priemernú mieru nezamestnanosti. V rámci porovnania priemerného HDP sú na treťom mieste. Tento zhluk zahŕňa krajiny, ktoré z hľadiska veľkosti zhlukových ukazovateľov miery inflácie a rozvodovosti dosahujú najvyššie hodnoty.
- Štvrtý zhluk je tvorený krajinami – Grécko, Španielsko, Chorvátsko, Taliansko, Cyprus, Poľsko, Portugalsko a Slovinsko. Tento zhluk sa vyznačuje najvyšším priemerným štátnym dlhom a taktiež najvyššou priemernou mierou nezamestnanosti. Priemerná miera inflácie dosahuje však v tomto zhluku najnižšiu hodnotu spomedzi všetkých zhlukov.

Tab. 5: Zhukové centroidy vybraných ukazovateľov

CLUSTER	Variable	Mean
1	HDP na obyvateľa (EUR)	46 418,180
	Štátny dlh (% of GDP)	67,355
	Miera inflácie (%)	4,436
	Miera nezamestnanosti (%)	8,364
	Miera plodnosti (‰)	1,692
	Dojčenská úmrtnosť (‰)	3,182
	Hrubá miera rozvodovosti (‰)	2,027
2	HDP na obyvateľa (EUR)	13 200,000
	Štátny dlh (% of GDP)	43,600
	Miera inflácie (%)	5,975
	Miera nezamestnanosti (%)	6,975
	Miera plodnosti (‰)	1,508
	Dojčenská úmrtnosť (‰)	6,575
	Hrubá miera rozvodovosti (‰)	1,375
3	HDP na obyvateľa (EUR)	14 220,000
	Štátny dlh (% of GDP)	40,560
	Miera inflácie (%)	7,180
	Miera nezamestnanosti (%)	6,680
	Miera plodnosti (‰)	1,638
	Dojčenská úmrtnosť (‰)	3,440
	Hrubá miera rozvodovosti (‰)	2,620
4	HDP na obyvateľa (EUR)	18 725,000
	Štátny dlh (% of GDP)	107,713
	Miera inflácie (%)	2,363
	Miera nezamestnanosti (%)	13,338
	Miera plodnosti (‰)	1,398
	Dojčenská úmrtnosť (‰)	3,225
	Hrubá miera rozvodovosti (‰)	1,725

Zdroj: vlastné spracovanie, SAS Enterprise Guide

5 Záver

Porovnanie krajín EÚ sme realizovali na základe vybraných socio-ekonomických a demografických indikátorov (HDP na obyvateľa v EUR, štátny dlh ako % z HDP, inflácia, miera nezamestnanosti, celková plodnosť, miera dojčenskej úmrtnosti a hrubá miera rozvodovosti). Analýzu sme uskutočnili na základe aktuálnych údajov z roku 2016. Použité údaje sú čerpané z internetovej stránky Eurostatu. Výber samotných ukazovateľov je subjektívny, snažili sme sa však o výber takých indikátorov, ktoré vo veľkej miere ovplyvňujú samotný chod krajiny (hospodárstvo krajiny). Krajiny EÚ sme na základe vybraných socio-ekonomických a demografických indikátorov zoskupili využitím zhukovej analýzy, ktorú sme zrealizovali pomocou softvéru SAS Enterprise Guide, do štyroch zhukov, pričom krajiny tvoriace jeden zhuk sú podľa zvolených indikátorov podobné.

Krajiny – Belgicko, Dánsko, Nemecko, Francúzsko, Luxembursko, Holandsko, Rakúsko, Fínsko, Švédsko, Írsko a Spojené kráľovstvo tvoriace prvý zhluk vykazujú najvyšší priemerný HDP a zároveň najvyššiu priemernú plodnosť. Medzi faktory, ktoré mohli ovplyvniť zaradenie krajiny do spoločného zhluku môže byť poloha krajiny, pretože krajiny, ktoré sa nachádzajú v prvom zhluku sa nachádzajú relatívne blízko seba.

Druhý zhluk tvoria krajiny ako Bulharsko, Malta, Rumunsko a Slovensko. Tento zhluk dosahuje najvyššiu priemernú dojčenskú úmrtnosť a zároveň najnižšiu priemernú hrubnú mieru rozvodovosti. Pri tomto zhluku mohol byť spoločný faktor, ktorý spojil tieto krajiny do jedného zhluku rok vstupu do EÚ, pretože Malta a Slovensko vstúpili do EÚ v roku 2004 a Rumunsko a Bulharsko o tri roky neskôr.

Česká republika, Estónsko, Litva, Lotyšsko a Maďarsko sú štyrmi krajinami tvoriace tretí zhluk. Tento zhluk sa vyznačuje najnižším priemerným štátnym dlhom a najnižšou priemernou mierou nezamestnanosti. Naopak najvyššie priemerné hodnoty dosahuje tento zhluk pri ukazovateľoch ako je miera inflácie a rozvodovosť.

Posledný, štvrtý zhluk tvorí Grécko, Španielsko, Chorvátsko, Taliansko, Cyprus, Poľsko, Portugalsko a Slovinsko. Tento zhluk sa vyznačuje najvyšším priemerným štátnym dlhom a taktiež najvyššou priemernou mierou nezamestnanosti. Naopak priemerná miera inflácie dosahuje však najnižšiu hodnotu.

Slovinsko bolo prvou z častí Juhoslávie, ktorá vyhlásila samostatnosť začiatkom 90. rokov. Osamostatnenie Slovinska prebehlo pokojne a v tej dobe bolo najvyspelejšou časťou Juhoslávie. Taliansko patrí medzi zakladajúcich členov EÚ. Hospodárstvo a verejné financie však trpia trvalými problémami. Taliansky verejný dlh je v pomere k HDP najvyšší z krajín EÚ.

Španielsko má obrovské problémy s nezamestnanosťou. Až približne viac ako polovica mladých ľudí v Španielsku je bez práce. Nezamestnanosť v Španielsku má viacero dôvodov, jedným z nich je preregulovanosť pracovného trhu. Jeho regulácie boli vytvorené s cieľom chrániť pracovníkov, no v skutočnosti len chráni nezamestnaných pred získaním pracovných miest. Ďalším z dôvodov je dlhodobá nízka rast španielskej ekonomiky.

Literatúra

1. Chajdiak, J., Komorník, J., Komorníková, M. (1999) *Štatistické metódy*, Bratislava, STATIS, pp. 275.
2. Gola, P. (2009, April 27) *Veřejné dluhy ve světě – Česko si zatím stojí dobře*. Retrieved October 10, 2018 from <<http://www.finance.cz/zpravy/finance/217869-verejne-dluhy-ve-svete-cesko-si-zatim-stoji-dobre>>
3. http://appsso.eurostat.ec.europa.eu/nui/show.do?dataset=demo_minfind&lang=en
4. <https://ec.europa.eu/eurostat/tgm/refreshTableAction.do?tab=table&plugin=1&pcode=tps00206&language=en>
5. <https://ec.europa.eu/eurostat/tgm/table.do?tab=table&init=1&language=en&pcode=tec00001&plugin=1>
6. https://ec.europa.eu/eurostat/tgm/table.do?tab=table&init=1&plugin=1&pcode=tepsr_wc170&language=en
7. Jurčová, D. (2002) *Krátký slovník základných demografických pojmů*, Bratislava, Výskumné demografické centrum, pp. 37.
8. Kubanová, J. (2003) *Statistické metody pro ekonomickou a technickou praxi*, Bratislava, Statistic, pp. 246.
9. Meloun, M., Militký, J. (2004) *Statistická analýza experimentálních dat*, Praha, ACADEMIA, pp. 953.

10. Řezánková, H., Húsek, D., Snášel, V. (2009) *Shluková analýza dat (druhé rozšířené vydání)*, Praha, Professional Publishing, pp. 220.
11. Šenkýřová, L. (2010, September 20) *Čo znamená často skloňovaný pojem inflácia?* Retrieved October 10, 2018 from <<http://www.finance.sk/spravy/finance/35273-co-znamena-casto-sklonovany-pojem-inflacia/>>
12. Stankovičová, I., Vojtková, M. (2007) *Viacrozmerné štatistické metódy s aplikáciami*, Bratislava, IuraEdition, pp. 261.
13. Wilks, D. (2011) *Statistical Methods in the Atmospheric Sciences*, Academic Press, 2001, pp. 603-616.

Vývoj úrovne koncentrácie v slovenskom bankovom sektore

Growth of concentration level in the slovak banking sector

Mário Pčolár¹

Abstrakt

Príspevok sa zaoberá kvantitatívnou analýzou stavu a vývoja miery koncentrácie v slovenskom bankovom sektore pomocou Herfindahlovho-Hirschmanovho indexu (HHI). HHI je súčasťou smerníc rôznych krajín, vrátane Európskej únie ako nástroj na meranie úrovne koncentrácie a práve aj z tohto dôvodu sa jedná o jeden z najpoužívanějších indexov pri analýze koncentrácie v odvetví. Cieľom tohto príspevku je zhodnotiť stav a vývoj koncentrácie v slovenskom bankovom sektore za obdobie 10 rokov, v rozmedzí rokov 2008-2017. V súlade s vypočítanými hodnotami HHI a v súlade s klasifikáciou stupňa koncentrácie Európskou komisiou môžeme slovenský bankový sektor považovať za stredne koncentrovaný.

Kľúčové slová

Herfindahlov-Hirschmanov index, koncentrácia v odvetví, bankový sektor

Abstract

The paper deals with the quantitative analysis of the level and growth of the concentration rate in the Slovak banking sector, using the Herfindahl-Hirschman Index (HHI). HHI is included in various countries directives, including the European Union, as a tool for measuring the concentration levels, and this is one of the reasons, why is HHI one of the most widely used index in analyzing concentration in the industry. The goal of this paper is to evaluate the level and growth of the concentration in the Slovak banking sector for the period of 10 years, in the period 2008-2017. In accordance with the calculated HHI values and in accordance with the classification of the degree of concentration by the European Commission, the Slovak banking sector can be considered as moderately concentrated.

Key words

Herfindahl-Hirschman index, industrial concentration, banking sector

JEL classification

L44, G21

1 Úvod

Úroveň koncentrácie v odvetví je významný ukazovateľ pri posudzovaní zdravia hospodárskej súťaže, čo znamená, že je nástrojom, o ktorý sa zaujímajú najmä regulátory. Zohráva dôležitú rolu ako jeden z faktorov pri posudzovaní prípustnosti fúzií na trhu. Medzi tie najznámejšie a najpoužívannejšie ukazovatele úrovne koncentrácie v odvetví patria miera koncentrácie K najväčších spoločností a Herfindahl-Hirschmanov index. Tieto ukazovatele patria do skupiny medzinárodne uznávaných indexov na meranie úrovne koncentrácie a taktiež sú zahrnuté v smerniciach (o protimonopolnej príp. antitrustovej politike) rôznych krajín. Dohľad nad zdravou hospodárskou súťažou je o to významnejší v bankovom sektore, nakoľko je úzko naviazaný na finančnú stabilitu ekonomiky krajiny. Je dôležité poznamenať, že okrem

¹ Ing. Mário Pčolár, Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky, Katedra operačného výskumu a ekonometrie, Dolnozemska cesta 1, 852 35 Bratislava, mario.pcolar@gmail.com.

samotnej úrovne koncentrácie pre jednotlivé roky je z dlhodobého hľadiska dôležité poznať trend, teda vývoj hodnôt v čase.

Každoročným zhodnotením stavu a vývoja finančného sektora ako aj úrovne koncentrácie sa zaoberá Národná banka Slovenska, obdobné analýzy stavu koncentrácie v slovenskom bankovom sektore realizovali napríklad: Fabová(2008), Brezina a kol.(2012), Boďa(2014) a taktiež ďalší autori a inštitúcie.

Slovenský bankový sektor je dynamické, vyvíjajúce sa prostredie na ktoré vplýva veľké množstvo faktorov. Počas sledovaného obdobia, teda od roku 2008 – 2017, došlo k viacerým významným zmenám vo svete, ako aj v rámci Slovenskej republiky, ktoré mali dopad na slovenský bankový sektor. Začiatok skúmaného obdobia sa vyznačuje prepuknutím finančnej a následne hospodárskej krízy vo svete, taktiež vstupom Slovenskej republiky do menovej únie spojené s prijatím eura. Zvyšná časť skúmaného obdobia sa vyznačuje najmä odstraňovaním následkov krízy a prijímaním rôznych opatrení zo strany ECB s cieľom stimulovať európsku ekonomiku.

K roku 2017 na území Slovenskej Republiky pôsobilo súhrne 27 bánk, z ktorých 13 vystupovalo ako dcérske spoločnosti so sídlom na území Slovenskej republiky a 14 bánk, ktoré vystupovali ako pobočky zahraničných bánk. V súlade s počtom bánk na Slovensku môžeme povedať, že vo všeobecnosti je slovenský bankový sektor konkurenčným prostredím. Úroveň koncentrácie v odvetví poskytuje ďalší pohľad na stav a vývoj konkurenčného prostredia v bankovom sektore Slovenska.

2 Herfindahlov-Hirschmanov index (HHI)

Na kvantifikáciu úrovne koncentrácie v odvetví existuje viacero ukazovateľov, ktoré sa medzi sebou líšia uhl'om pohľadu, ktorý poskytujú na problematiku koncentrácie. Podrobný prehľad jednotlivých ukazovateľov uplatniteľných pri analýze koncentrácie v bankovom sektore poskytuje práca (Bikker a Haaf, 2002). V našom príspevku sme sa zamerali iba na ukazovateľ HHI, ktorý zohráva významnú rolu ako nástroj na kvantifikáciu úrovne koncentrácie v smerniciach Európskej komisie ako aj v štatistikách ECB.

Jedná sa o súčet druhých mocnín trhových podielov jednotlivých spoločností v odvetví. Trhový podiel možno vypočítať ako:

$$r_i = \frac{q_i}{\sum_{j=1}^n q_j} \quad (1)$$

kde

n – predstavuje počet firiem v odvetví,

q_i – objem produkcie i -tej firmy, $i = 1, 2, \dots, n$,

$\sum_{j=1}^n q_j$ – objem produkcie v celom odvetví,

r_i – podiel i -tej firmy na produkcii celého odvetvia.

Ukazovateľ HHI vypočítame pomocou vzťahu:

$$HHI = \sum_{i=1}^n r_i^2 \quad (2)$$

HHI môže nadobudnúť maximálne hodnotu 1, to len v prípade čistého monopolu. Minimálnou hodnotou ukazovateľa je $1/n$, ktorú ukazovateľ môže teoreticky nadobudnúť v prípade rovnosti trhový podiel u všetkých spoločností v odvetví.

Federálna obchodná komisia v USA pri posudzovaní úrovne koncentrácie v odvetví, využíva klasifikáciu stupňa koncentrácie v odvetví, v súlade s ktorou sa odvetvie považuje za:

- nekoncentrované, hodnota Herfindahl-Hirschmanov indexu je menšia ako 0,1,

- stredne koncentrované, hodnota Herfindahl-Hirschmanov indexu je z intervalu 0,1 až 0,18,
- koncentrované, hodnota Herfindahl-Hirschmanov indexu je vyššia ako 0,18.

V rámci smerníc Európskej únie sa používa iná klasifikácia stupňa koncentrácie v odvetví, v súlade s ktorou sa odvetvie považuje za:

- nekoncentrované, hodnota Herfindahl-Hirschmanov indexu menšia ako 0,1,
- stredne koncentrované, hodnota Herfindahl-Hirschmanov indexu v rozmedzí 0,1 až 0,2,
- koncentrované, hodnota Herfindahl-Hirschmanov indexu vyššia ako 0,2.

3 Dáta

Bankový sektor na začiatku sledovaného obdobia tvorilo 15 dcérskych bánk a 10 pobočiek zahraničných bánk, pričom na konci sledovaného obdobia boli počty bánk nasledovné: 13 dcérskych bánk a 14 pobočiek zahraničných bánk. Jednotlivé banky v bankovom sektore Slovenska k roku 2017 zachytáva tabuľka č. 1.

Tab. 1: Zoznam bánk a pobočiek zahraničných bánk na území SR v roku 2017

Zoznam bánk a pobočiek zahraničných bánk na území SR v roku 2017	
Československá obchodná banka, a.s.	Citibank Europe plc
Československá obchodná banka stavebná sporiteľňa, a.s.	Fio banka, a.s.
OTP Banka Slovensko, a.s.	Komerční banka, a.s.,
Poštová banka Slovensko, a.s.	UniCredit Bank Czech Republic and Slovakia, a.s.
Prima banka Slovensko, a.s.	mBank S.A.
Privatbanka, a.s.	BKS Bank AG
Prvá stavebná sporiteľňa, a.s.	BNP PARIBAS PERSONAL FINANCE SA
Sberbank Slovensko, a. s.	Československé úvěrní družstvo
Slovenská sporiteľňa, a.s.	COFIDIS SA
Slovenská záručná a rozvojová banka, a.s.	COMMERZBANK Aktiengesellschaft
Tatra banka, a.s.	ING Bank N. V.
Všeobecná úverová banka, a.s.	J&T BANKA, a.s.
Wüstenrot stavebná sporiteľňa, a. s.	KDB Bank Europe Ltd.
	Oberbank AG pobočka zahraničnej banky v Slovenskej republike

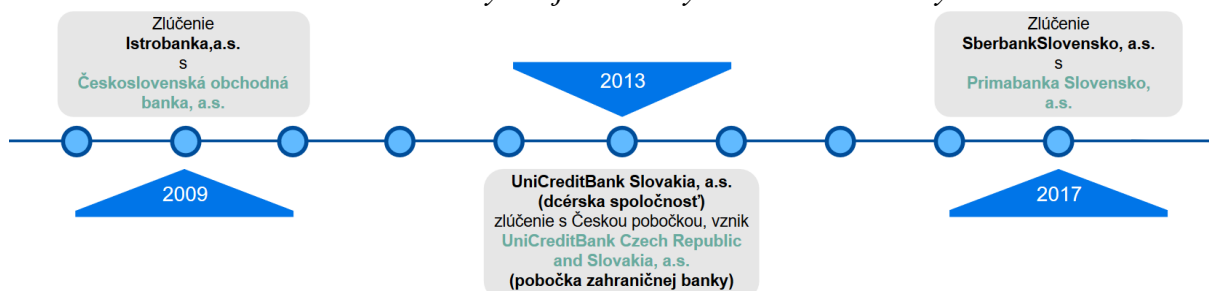
Zdroj: vlastné spracovanie

Dáta využívané pri kvantifikácii ukazovateľa koncentrácie HHI boli získané z verejne dostupných zdrojov a to z výročných správ jednotlivých bánk. Jedná sa o údaje ako je výška poskytnutých úverov klientom v EUR, výška prijatých vkladov od klientov v EUR a celková výška aktív v EUR.

Dôležité je poukázať, že v príspevku nepoužívame dáta všetkých bánk celej bankovej sústavy Slovenskej republiky. Vyplýva to najmä z verejnej dostupnosti dát. V súlade s legislatívou Slovenskej republiky je povinnosťou zverejňovať účtovné výkazy iba dcérskych bank so sídlom na území Slovenskej republiky. V prípade pobočiek zahraničných bánk, legislatíva vyžaduje zverejňovanie iba konsolidovaných účtovných výkazov, teda výkazov za skupinu účtovných jednotiek. Dáta z takýchto výkazov by skresľovali našu analýzu, keďže nie je možné vyčleniť dáta, ktoré sú za pobočku zahraničnej banky na Slovensku od dát za pobočku v inej krajine.

Počas sledovaného obdobia dochádzalo k niekoľkým zmenám v štruktúre dcérskych bánk na Slovenku, ktoré znázorňuje časová os na obrázku č. 1.

Obr. 1.: Časová os zachytávajúca zmeny v štruktúre dcérskych bánk

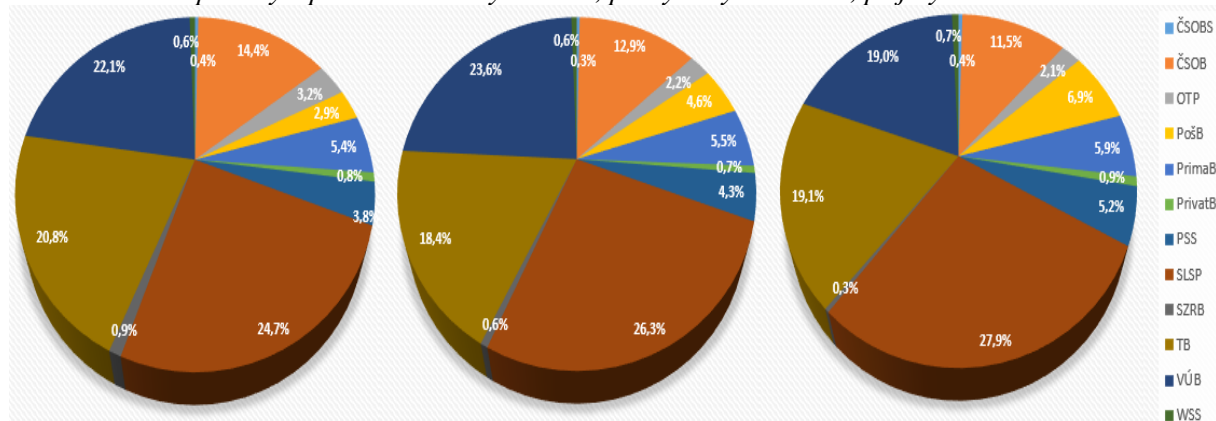


Zdroj: vlastné spracovanie

4 Analýza úrovne koncentrácie v slovenskom bankovom sektore na základe vybraných údajov

Na základe analýzy dát môžeme uviesť, že slovenskému bankovému sektoru z pohľadu trhových podielov počas celého sledovaného obdobia dominujú tri banky a to konkrétne Slovenská sporiteľňa, a.s., Všeobecná úverová banka, a.s., Tatra banka, a.s.. Ich spoločný trhoví podiel tvorí viac ako tri pätiny celkového trhu vo všetkých vybraných charakteristikách trhu.

Obr. 2: Trhové podiely z pohľadu celkových aktív, poskytnutých úverov, prijatých vkladov za rok 2017



Zdroj: vlastné spracovanie

Z analýzy vypočítaných hodnôt HHI, ktoré sú uvedené v tabuľke č. 2 je zrejmé, že v súlade s interpretáciou hodnôt HHI používaných Európskou komisiou, môžeme slovenský bankový sektor počas celého sledovaného obdobia označiť za stredne koncentrovaný. Hodnoty ukazovateľa HHI sú počas celého sledovaného obdobia v intervale $<0,1;0,2>$. Ďalším zaujímavým zistením je skutočnosť, že kým na začiatku sledovaného obdobia bol viac koncentrovaný trh poskytnutých vkladov, tak na konci sledovaného obdobia je viac koncentrovaný trh poskytnutých úverov, pričom túto skutočnosť je možné pozorovať najmä v posledných troch rokoch sledovaného obdobia.

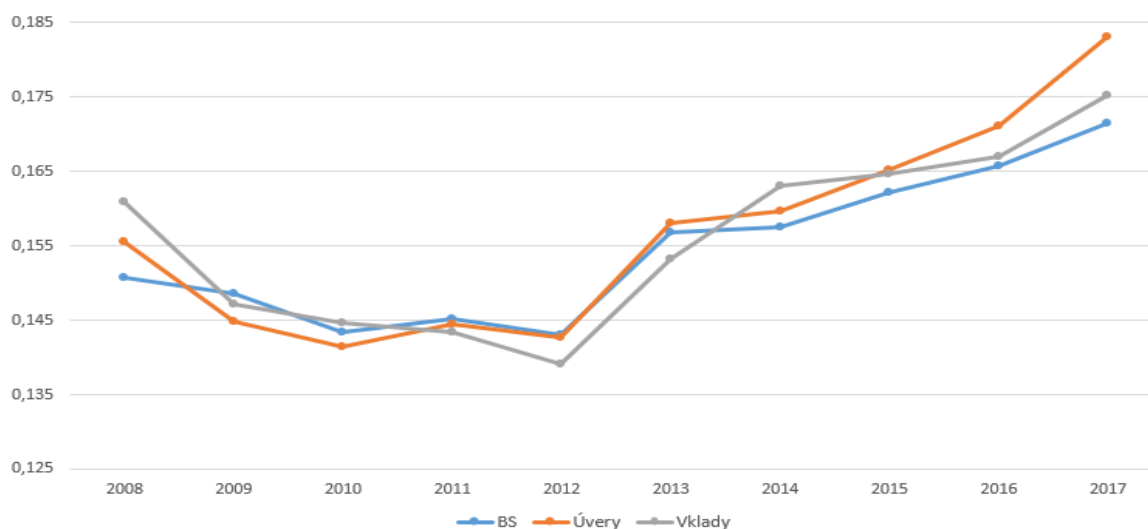
Tab. 2: Hodnoty HHI podľa jednotlivých charakteristík trhu

	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017
BS	0,151	0,149	0,143	0,145	0,143	0,157	0,158	0,162	0,166	0,171
Úvery	0,156	0,145	0,141	0,144	0,143	0,158	0,160	0,165	0,171	0,183
Vklady	0,161	0,147	0,145	0,143	0,139	0,153	0,163	0,165	0,167	0,175

Zdroj: vlastné spracovanie

Okrem samotných hodnôt ukazovateľa HHI je taktiež dôležité preskúmať vývojový trend, ktorý je možné pozorovať na obrázku č. 3. Je dôležité poznamenať, že v roku 2013 je možné pozorovať skokový nárast hodnôt HHI. Pozorovaný nárast je čiastočne spôsobený vyradením hodnôt UniCredit Bank Slovakia, a.s z údajovej základne, v dôsledku jej spojenia s českou pobočkou a zmenou z dcérskej spoločnosti na pobočku zahraničnej banky. Daná skutočnosť vedie k faktu, že od roku 2013 nedisponujeme relevantnými verejne dostupnými dátami za slovenskú pobočku UniCredit Bank. V období medzi rokmi 2008 až 2010 je možné pozorovať výraznejší pokles hodnôt HHI, jedná sa o obdobie kedy svetom rezonovala finančná a následne hospodárska kríza, ktorej dôsledky sa môžu prejavovať aj v našich dátach. Vyplýva to najmä zo skutočnosti, že v danom období sa práve najväčšie banky vyznačovali čiastočným poklesom trhových podielov v prospech menších bánk na trhu, a taktiež najvýraznejšími poklesmi trhových podielov sa vyznačuje práve banka s najväčším trhovým podielom, a to Slovenská sporiteľňa a.s., čo sa v konečnom dôsledku súhrne pretavilo do poklesu hodnôt ukazovateľa HHI.

Obr. 3: Vývojový trend hodnôt HHI podľa jednotlivých charakteristík trhu



Zdroj: vlastné spracovanie

Výraznejší nárast hodnoty ukazovateľa HHI v poslednom sledovanom období je čiastočne spôsobený poklesom počtu subjektov na trhu, v dôsledku zlúčenia banky Sberbank Slovensko a.s. a Primabanka Slovensko, a.s. v priebehu roku 2017. Z grafu na obrázku č. 3 je taktiež viditeľné, že od roku 2011 je možné pozorovať nepretržitý medziročný rast hodnôt ukazovateľa HHI, s výnimkou roku 2012 kde došlo k jednorazovému poklesu. Vývojový trend od roku 2010 má takmer lineárny charakter s priemerným medziročným rastom 0,006 vo všetkých charakteristikách. V súlade so zachyteným vývojom je možné očakávať rast koncentrácie v bankovom sektore aj do ďalších období.

5 Záver

Analýza úrovne koncentrácie v odvetví je najmä problematikou, ktorou sa zaoberajú regulátory v jednotlivých ekonomikách sveta. Sledovanie úrovne koncentrácie sa využíva ako indikátor pri posudzovaní stavu hospodárskej súťaže v trhovom odvetví a taktiež ako parameter pri posudzovaní prípustnosti fúzií v trhovom odvetví. Kontrola zdravia hospodárskej súťaže je o to dôležitejšia v bankovom sektore, nakoľko bankový sektor je úzko naviazaný na finančnú stabilitu ekonomiky konkrétnej krajiny.

Z analýzy nami získaných dát vyplýva, že v slovenskom bankovom sektore má najsilnejšie postavenie z pohľadu veľkosti trhových podielov Slovensko sporiteľňa, a.s.. Trhu bánk z pohľadu jednotlivých charakteristík trhu dominujú tri najväčšie banky, Slovenská sporiteľňa, a.s., Všeobecná úverová banka, a.s. a Tatrabanka, a.s., ktorých spoločný trhový podiel tvorí v priemere 65 % celkového trhu.

Hodnoty úrovne koncentrácie sme kvantifikovali pomocou ukazovateľa HHI, jeden zo základných a najpoužívanejších ukazovateľov na meranie úrovne koncentrácie v odvetví. Na základe výslednej analýzy hodnôt HHI a v súlade s interpretáciou hodnôt HHI používanou Európskou komisiou, môžeme označiť slovenský bankový sektor za stredne koncentrovaný počas celého pozorovaného obdobia. Najmä v posledných rokoch sledovaného obdobia je možné pozorovať rýchlejší medziročný rast úrovne koncentrácie v bankovom sektore a to najvýraznejšie z pohľadu poskytnutých úverov a prijatých vkladov. Najvyššia úroveň koncentrácie z pohľadu nami vybraných charakteristík trhu sa vyskytuje na trhu poskytnutých úverov a to konkrétne na úrovni 0,183 bodu. Od roku 2010 je možné pozorovať trend rastu úrovne koncentrácie v odvetví, s výnimkou roku 2012. Na základe pozorovaného vývojového trendu sa dá očakávať rast úrovne koncentrácie v bankovom sektore aj do ďalších období.

Literatúra

1. Bikker, J. A., & Haaf, K. (2002). Competition, concentration and their relationship: An empirical analysis of the banking industry. *Journal of Banking & Finance*, 26(11), 2191–2214. doi: [https://doi.org/10.1016/S0378-4266\(02\)00205-4](https://doi.org/10.1016/S0378-4266(02)00205-4).
2. Boďa M. (2014). Concentration Measurements Issues and Their Application for the Slovak Banking Sector. *Procedia Economics and Finance*, 12, 66-75, doi: 10.1016/S2212-5671(14)00321-9.
3. Brezina, I. a kol. (2012). Zmeny v koncentrácii slovenského bankového sektora. *Finančný manažér*, 3, 25-29, ISSN: 1335-5813.
4. Brezina, I., & Pekár, J. (2013). Analýza citlivosti hodnot Herfidalovho-Hirschmanovho indexu slovenského bankového sektora. *Politická Ekonomie*, 61(6), 735–751. doi: 10.18267/j.polek.928.
5. Fabová, Ľ. (2008). Koncentrácia v bankovom sektore Slovenskej republiky. *Forum Statisticum Slovacum*, 3, 8-12, ISSN: 1336-7420.
6. Ministerstvo financií Slovenskej republiky. (2019). Výročné správy bánk 2008-2017. [Data files]. Nadobudnuté z <http://www.registeruz.sk/cruz-public/home/>. Banky: Slovenská sporiteľňa, a.s.; Všeobecná úverová banka, a.s.; Tatra banka, a.s.; UniCredit Bank Slovakia, a.s.; Slovenská záručná a rozvojová banka, a.s.; OTP Banka Slovensko, a.s.; Prvá stavebná sporiteľňa, a.s.; Poštová banka Slovensko, a.s.; Československá obchodná banka, a.s.; Československá obchodná banka stavebná sporiteľňa, a.s.; Wüstenrot stavebná sporiteľňa, a.s.; Prima banka Slovensko, a.s.; Privatbanka, a.s.; Sberbank Slovensko, a.s..

Nástroje na SEO webových stránok a ich štatistické hodnotenie Tools for SEO websites and their statistical evaluation

Peter Procházka¹

Abstrakt

Príspevok sa vo všeobecnosti venuje nástrojom, ktoré sú využívané správcami webových stránok na základné nastavenie, priebežné udržiavanie a zlepšovanie optimalizácie pre vyhľadávače, ako aj sledovaniu výsledkov a úspešnosti webovej stránky. Následne sú na konkrétnom prípade webovej stránky založenej na CMS Joomla takéto nástroje ukázané a popísané.

Kľúčové slová

web, SEO, robot, vyhľadávač, optimalizácia

Abstract

The contribution generally addresses the tools used by website administrators for basic setup, ongoing maintenance, and improvement of search engine optimization as well as tracking the results and website success. Consequently, such tools are shown and described in a particular case of a Joomla based CMS website.

Key words

web, SEO, robot, search engine, optimization

JEL classification

JEL M300, JEL P36

1 Úvod

Internet už dnes netreba nikomu predstavovať. Využívajú ho denne milióny ľudí po celom svete. A takmer každý z tých, ktorí majú vlastné webové stránky spoznal skratky SERP (z anglických slov „Search Engine Results Page“) alebo SEO (z anglických slov Search Engine Optimization). SERP vyjadruje stránku výsledkov zobrazenú internetovým vyhľadávačom ako je napríklad Google, ako odpoveď na otázku zadanú užívateľom a SEO znamená optimalizáciu webových stránok tak, aby ich vyhľadávače zaindexovali a umiestnili sa čo najvyššie vo výsledkoch vyhľadávania, najlepšie na prvých troch pozíciách. Na základe našich dlhodobých skúseností z oblasti SEO a hodnotení webových stránok, či ich reklamných kampaní pomocou nástrojov ako sú Google Analytics, Google AdWords a iných, prvé tri výsledky majú totiž mieru prekliknutia 30% - 10%. Ale už na pozícii deväť, miera prekliknutia klesá približne na 2%. Ak sa web nezobrazí na prvej strane pre relevantné hľadané výrazy, jeho potenciál rapidne klesá.

Z uvedeného dôvodu vznikla disciplína, ktorá sa zaoberá optimalizáciou pre vyhľadávacie nástroje (SEO).

SEO vo všeobecnosti zahŕňa všetky činnosti, ktoré sú realizované preto, aby webové stránky získali prekliky z vyhľadávacích nástrojov. Čiže technické aspekty, ako je architektúra stránok, ale aj nápaditejšie prvky, ako je vytváranie obsahu a užívateľské skúsenosti. Je to takmer živý organizmus, ktorý sa stále mení a aj skúsený odborník musí na svoje weby stále

¹ Ing. Peter Procházka, Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky, Katedra aplikovanej informatiky, Bratislava, Slovensko, peter.prochazka@euba.sk.

dohliadať, ak chce svoje výsledky trvale udržať. Každú chvíľu sa menia algoritmy vyhľadávačov a SEO taktika, ktorá kedysi fungovala, vám môže náhle priniesť penalizáciu. Ak chcete web optimalizovať, potrebujete hlboké znalosti o tom, ako vyhľadávacie nástroje „myslia“, ako aj o tom, ako skutoční ľudia myslia a reagujú na váš webový obsah. Táto kombinácia použiteľnosti, architektúry stránok a tvorby obsahu spôsobuje, že optimalizácia pre vyhľadávacie nástroje je hybridná a často protichodná v závislosti na cieľoch a obsahu webu.

2 Všeobecne platné pravidlá.

Aj keď sa algoritmy vyhľadávacích nástrojov stále menia, existujú aj všeobecne platné pravidlá, ktoré je nutné poznať. Web je tvorený neustále sa rozširujúcim množstvom stránok prepojených odkazmi. Vyhľadávacie nástroje musia tieto stránky nájsť, pochopiť, čo sa na nich nachádza, a uložiť ich do obrovskej databázy známej ako index. Pre tento účel používajú roboty, známe ako „pavúky“ alebo prehľadávače. Prehľadávače uložia zoznam všetkých serverov, ktoré nájdú, a webových stránok, ktoré sú na nich hostované. Potom systematicky navštevujú každú webovú stránku a prehľadávajú ich za účelom informácií, registrácie typov obsahu, a počtu stránok. Nakoniec zisťujú odkazy na iné stránky, ktoré potom pridávajú do zoznamu lokalít na indexové prehľadávanie. To umožňuje „pavúkom“ plieť stále väčšiu sieť indexovaných stránok, preskakovať zo stránky na stránku a pridávať ich do indexu.

Vyhľadávacie nástroje nepretržite indexovo prehľadávajú a indexujú, sledujú novo pridané stránky, odstránené stránky, nové odkazy a nový obsah. Ak niekto vykoná vyhľadávanie, vyhľadávací nástroj má plne aktualizovaný index miliárd možných odpovedí, ktorý je pripravený poskytnúť vyhľadávačovi. Aby boli tieto odpovede relevantné, existuje viac ako „200“ (Dean, 2018) podmienok, na základe ktorých sa algoritmy vyhľadávačov rozhodujú. Patria sem napríklad:

- Kvalita obsahu: Vyhľadávacie nástroje uprednostňujú užitočný a informatívny obsah. Sú to subjektívne opatrenia, ale odborníci v oblasti SEO to vo všeobecnosti považujú za obsah, ktorý je dôkladný, originálny, objektívny a orientovaný na riešenie.
- Aktuálnosť obsahu: Vyhľadávacie nástroje ukazujú vyhľadávačom najnovšie výsledky, vyvážené inými faktormi hodnotenia. Takže z dvoch kusov, ktoré sa podľa algoritmu považujú za rovnako kvalitné, sa najnovšia časť pravdepodobne objaví ako prvá.
- Popularita stránky: Google stále používa variáciu svojho pôvodného algoritmu PageRank z 90. rokov, ktorý posudzuje kvalitu stránky podľa počtu odkazov, ktoré na ňu smerujú, a kvality týchto odkazov.
- Kvalita webových stránok: Nízka kvalita napríklad spamových webových stránok je vo vyhľadávacích nástrojoch penalizovaná a zaradená na nižšej úrovne.
- Jazyková mutácia: Nie každý hľadá angličtinu. Vyhľadávacie nástroje uprednostňujú výsledky v rovnakom jazyku ako hľadaný výraz.
- Poloha: Mnohé vyhľadávania majú miestny charakter (napr. rôzne služby, či stravovacie jednotky); vyhľadávacie nástroje tomu rozumejú a podľa potreby uprednostňujú miestne výsledky.

Majúc na pamäti tieto faktory, môžu odborníci pre vyhľadávače vytvárať obsah, ktorý je pravdepodobnejší, že ho vyhľadávače nájdú a relevantne ohodnotia.

Pochopenie toho, ako vyhľadávacie nástroje vyhľadávajú a hodnotia webové stránky, umožní lepšie vytvorenie webových stránok s vyšším poradím a vyššou návštevnosťou. Na to je potrebná stratégia založená na troch typoch SEO:

- technickom,
- on-page
- off-page

3 Technické SEO

Technické SEO spočíva v optimalizácii webových stránok pre indexové prehľadávanie a indexovanie - je zásadným krokom k získaniu dobrého poradia stránok. Zjednodušene povedané, webové stránky musia byť konštruované takým spôsobom, ktorý umožňuje prehľadávateľovi prístup a „porozumenie“ obsahu. Technické SEO teda nemá nič spoločné s tvorbou či propagáciou obsahu.

Sem radíme napríklad:

- Hierarchiu adres URL, ktorá je prívetivá ako pre prehľadávateľa tak pre používateľov. Znamená to že web bude mať logickú štruktúru adres URL, takže sa pod doménou vytvoria kategórie a podkategórie, ktoré by tam očakával aj používateľ. Opakom sú webové stránky, ktoré, obsahujú množstvo kontrainutívnych subdomén a osirelé stránky bez vnútorných odkazov. Takáto štruktúra je rovnako mätúca pre používateľov ako aj pre prehľadávateľa a zvýši sa pravdepodobnosť, že ako používatelia opustia nelogicky postavený web, tak aj vyhľadávateľ opustia jeho indexovanie. Na podrobnej úrovni by adresy URL vhodné pre SEO mali byť štruktúrované takým spôsobom, ktorý popisuje obsah stránky pre prehľadávateľa aj pre používateľov. To znamená, že je potrebné zahrnúť kľúčové hľadané výrazy čo najbližšie ku koreňovej doméne a zachovať dĺžku adresy URL maximálne 60 znakov. Ak je optimalizované správne, adresy URL pôsobia pre indexové prehľadávateľa ako pozitívny faktor hodnotenia a motivujú používateľov, aby na ne klikli.
- Rýchlosť stránky. Čím rýchlejšie sa načítava webová stránka, tým je lepšie hodnotená. Je to založené na preferenciách používateľov pri rýchlom načítavaní: 40% hľadajúcich opustí stránku, ktorá sa načítava dlhšie ako 3-4 sekundy. To znamená, že je potrebné minimalizovať doplnky, sledovacie kódy, optimalizovať obrázky a videá. Sklíbiť príťažlivý dizajn stránky a jeho technické SEO je preto často náročné.
- Súbor sitemap.xml je súbor, ktorý obsahuje všetky stránky webu, ktoré majú byť indexované. Vyhľadávacie nástroje používajú tento súbor pri indexovaní prehľadávaní obsahu stránok, takže je dôležité, aby mapa stránok neobsahovala stránky, ktoré vo výsledkoch vyhľadávania nechcete hodnotiť, napríklad stránky určené úzkemu kruhu používateľov.
- Súbor robots.txt je opakom súboru sitemap.xml. Je to teda zoznam stránok, ktoré roboty nemajú sledovať a teda nebudú indexované vo vyhľadávačoch ako relevantné odkazy.
- HTTP – HTTPS Keď surfujete po webovej stránke, platíte online alebo zadávate osobné údaje vo webovom formulári, odosielať informácie cez internet. V počiatočných dňoch používali servery systém nazývaný HTTP, Hypertext Transfer Protocol. Je to rýchly spôsob odosielať údaje, ale nie je zabezpečený, pretože pripojenie k webu nie je šifrované. Preto spoločnosť Google v roku 2014 oznámila, že webové stránky prevádzkované na protokole HTTPS - protokol Secure Hypertext Transfer Protocol - získajú hodnotenie navyše. HTTPS presúva údaje medzi prehliadačmi rovnakým spôsobom ako HTTP, ale s pridaným protokolom SSL, vrstva Secure Sockets Layer, ktorá šifruje údaje a bezpečne ich prenáša cez web.
- Responzibilita webu. Podľa výsledkov sledovania desiatok webových stránok nástrojom Google Analytics dnes už minimálne 60 % návštevnosti webových stránok sa deje z mobilných zariadení. Preto je veľmi dôležité, aby boli stránky vytvorené tak, aby sa vhodne zobrazovali na monitoroch počítačov, ale aj obrazovkách mobilných zariadení a aby sa prispôbili ich možnostiam.

4 On-page SEO

On-page SEO je proces optimalizácie všetkého, čo je na webe, tak aby sa dosiahlo čo najlepšie hodnotenie. Nie je, alebo by nemalo byť závislé od vonkajších faktorov, takže tvorca webu ho má pod úplnou kontrolou.

Patria sem napríklad:

- Tagy. Sú to malé prvky vo vnútri kódu webovej stránky, ktoré pomáhajú definovať štruktúru obsahu stránky. Napríklad značka H1 upozorní prehľadávače na názov blogového príspevku alebo webovej stránky. Značky H2 a H3 označujú hierarchiu informácií, presne tak, ako by to bolo v nadpisoch rôznych veľkostí v analógovom dokumente. Indexové prehľadávače potom porovnávajú text pod každou značkou názvu so slovami v názve, aby sa ubezpečili, že je obsah relevantný.
- Názvy stránok nečítajú iba ľudia ale aj roboty, ktoré ich prehľadávajú pri indexovom prehľadávaní. To znamená, že názvy stránok optimalizované pre SEO by mali obsahovať dôležité hľadané výrazy a nemali by byť dlhšie ako 70 znakov. Čokoľvek dlhšie vyhľadávacie nástroje skráti.
- Meta popisy sú krátke textové úryvky, ktoré sumarizujú obsah webovej stránky a často sa zobrazujú pod názvom stránky vo výsledkoch SERP. Aj keď Google nepoužije meta popisy priamo ako hodnotiaci faktor, tieto môžu prilákať viac návštev zo stránok SERP, pretože ich ľudia, ktorí niečo hľadajú, pravdepodobne prečítajú. A samotná návštevnosť zasiela vyhľadávateľom pozitívne signály o webe.
- Optimalizácia obrázkov. Obrázky musia byť čitateľné aj bez vizuálneho zobrazenia. Z uvedeného dôvodu sa obrázky popisujú textovo pomocou ALT tagov. Optimalizovaný text ALT obsahuje relevantné výrazy vyhľadávacích dopytov, ale mal by mať zmysel aj pre čitateľov.
- Odchádzajúce odkazy vedú návštevníkov z webových stránok na externé stránky. Tieto odkazy odovzdávajú hodnotu externému webu, pretože vyhľadávacie nástroje chápu odkaz ako referenciu kvality.
- Interné prepojenie alebo vytváranie odkazov medzi vlastnými stránkami webových stránok zlepšuje indexové prehľadávanie stránok a vysiela signály vyhľadávacím nástrojom o najdôležitejších kľúčových slovách na stránke. Pomáhajú zároveň používateľom v lepšej navigácii na webe, čo vyhľadávacie nástroje chápu ako znak kvality stránky.

5 Off-page SEO

Off-page SEO sa týka faktorov, ktoré sa vyskytujú mimo konkrétnych webových stránok, ale stále ovplyvňujú ich hodnotenie. To sa týka napríklad počtu spätných odkazov, ktoré prichádzajú z cudzích webov. Off-page SEO ukazuje vyhľadávateľovi, že je daný web prínosom aj pre iné webové stránky. Takéto spätné odkazy, hlavne ak prichádzajú z kvalitných webových stránok, sú preto vysoko hodnotené vyhľadávateľmi a zabezpečujú lepšie pozície.

6 Nástroje SEO

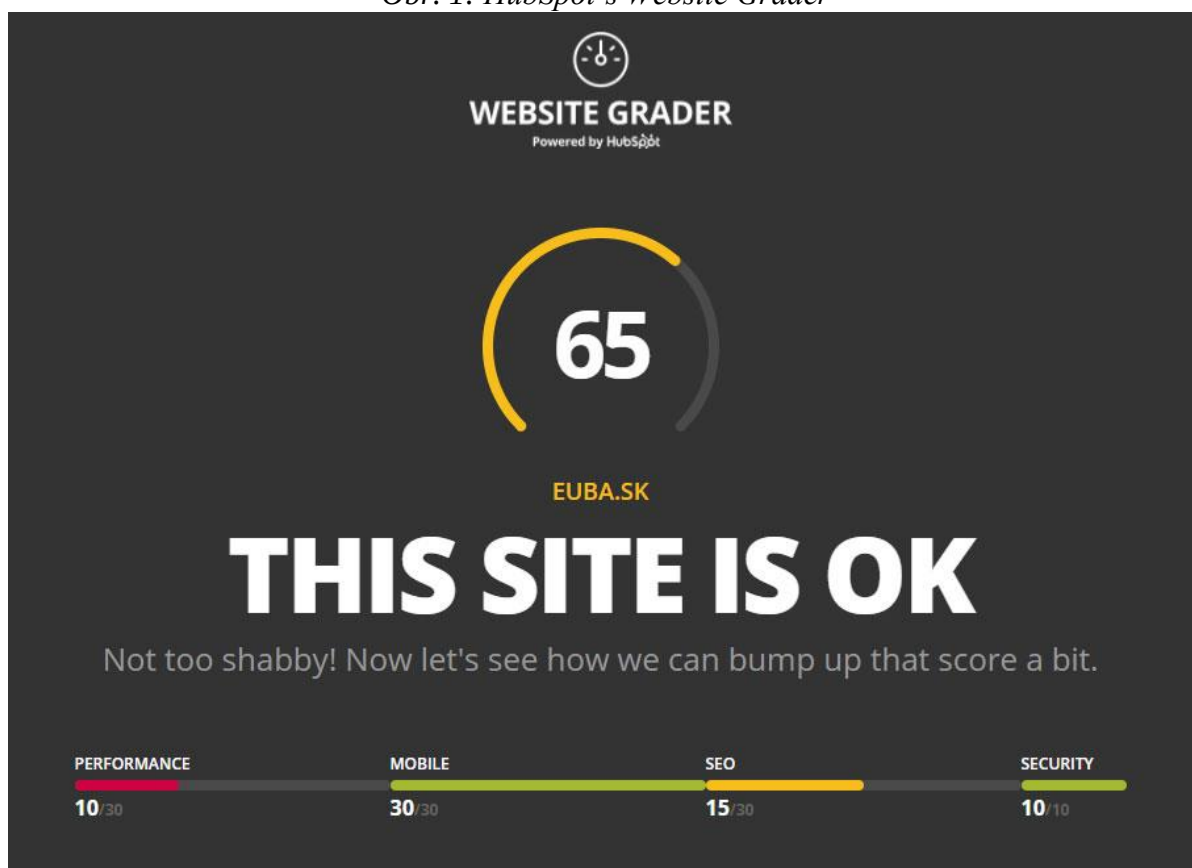
Pre zjednodušenie práce špecialistov z oblasti SEO bolo vyvinutých množstvo nástrojov. Existujú v rôznych prevedeniach. Môžu byť on-line na webe, vo forme zásuvných modulov do prehľadávačov, ako programy bežiacie na počítačoch, alebo aplikácie pre mobilné zariadenia, prípadne ako súčasť webových stránok, ktoré okrem kontroly priamo, hoc aj v automatickom móde vylepšujú SEO priebežne bez nutnosti zásahu odborníka. Okrem nástrojov, ktoré sú špecificky zamerané len na určitú časť SEO, všetky ostatné majú rovnaké, alebo veľmi podobné funkcie s malými rozdielmi.

Medzi takéto nástroje patrí:

Google Search Console, čo je zbierka služieb, pomocou ktorých je možné zistiť, ako vyhľadávací nástroj prehliada konkrétne webové stránky. Táto služba poskytuje širokú škálu nástrojov, ktoré pokrývajú mnoho rôznych aspektov SEO. Umožňuje napríklad skontrolovať všetky chyby indexového prehľadávania, ktoré sa vyskytli na danom webe, aby sa mohli okamžite opraviť. Môže tiež poukázať na to, kedy je stránka ovplyvnená škodlivým softvérom, aké kľúčové slová ľudia používajú, aby našli daný web, sleduje spätné odkazy, atď. Vďaka mnohým funkciám, ktoré táto služba ponúka, je takmer nevyhnutná pre odborníkov z oblasti SEO a v kombinácii s nástrojom Google Analytics sú ozaj silnou dvojkomou pre riešenie SEO a spätnej kontroly úspešnosti webu. Aj keď je nástroj koncipovaný vyslovene pre Google, je veľmi pravdepodobné, že web hodnotený kvalitne týmto vyhľadávačom sa aj v iných vyhľadávačoch umiestni na dobrých pozíciách. Tento nástroj je veľmi užívateľsky prívetivý a je zdarma.

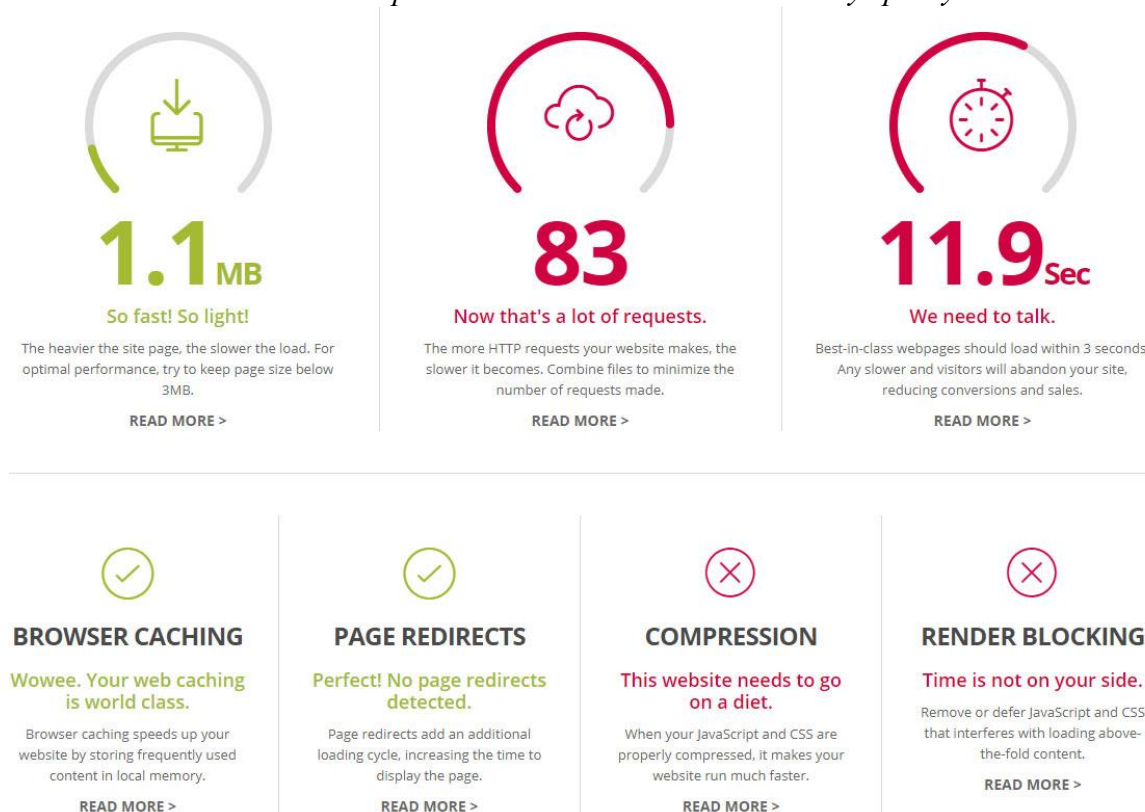
HubSpot's Website Grader (Obr. 1) je veľmi jednoduchý nástroj. Stačí zadať doménu a počkať, kým vygeneruje prehľad. Výsledná správa obsahuje skóre výkonnosti webu, použiteľnosti na mobilných zariadeniach, hodnotenie SEO a zabezpečenia. Tento nástroj rozdeľuje každú časť správy na menšie celky a poskytuje tipy, ako vylepšiť každý prvok (Obr. 2). Ovládač webových stránok HubSpot je ozaj jednoduchý na používanie a pomáha rýchlo vylepšiť webové stránky, samozrejme je tiež zdarma.

Obr. 1: HubSpot's Website Grader



Zdroj: <https://website.grader.com/>

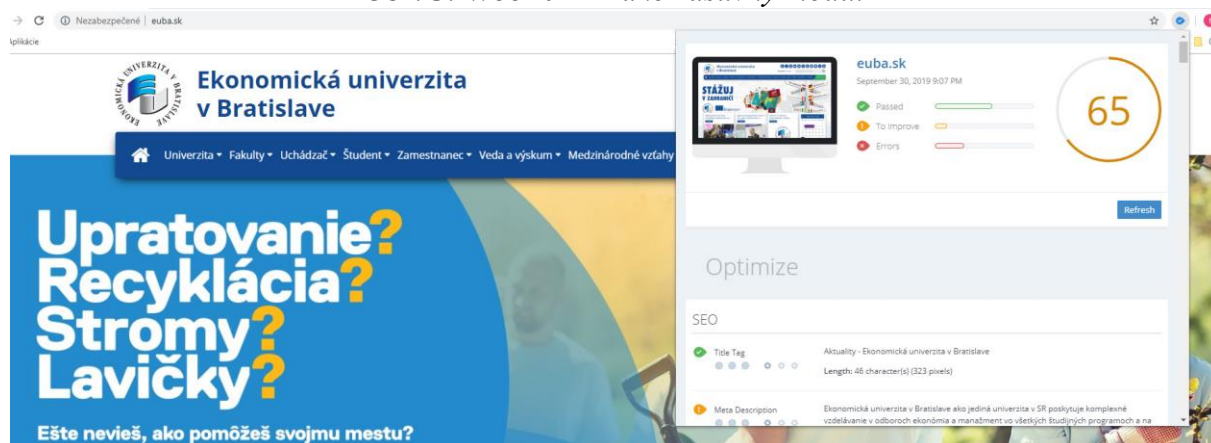
Obr. 2: HubSpot's Website Grader – menšie celky správy



Zdroj: <https://website.grader.com/>

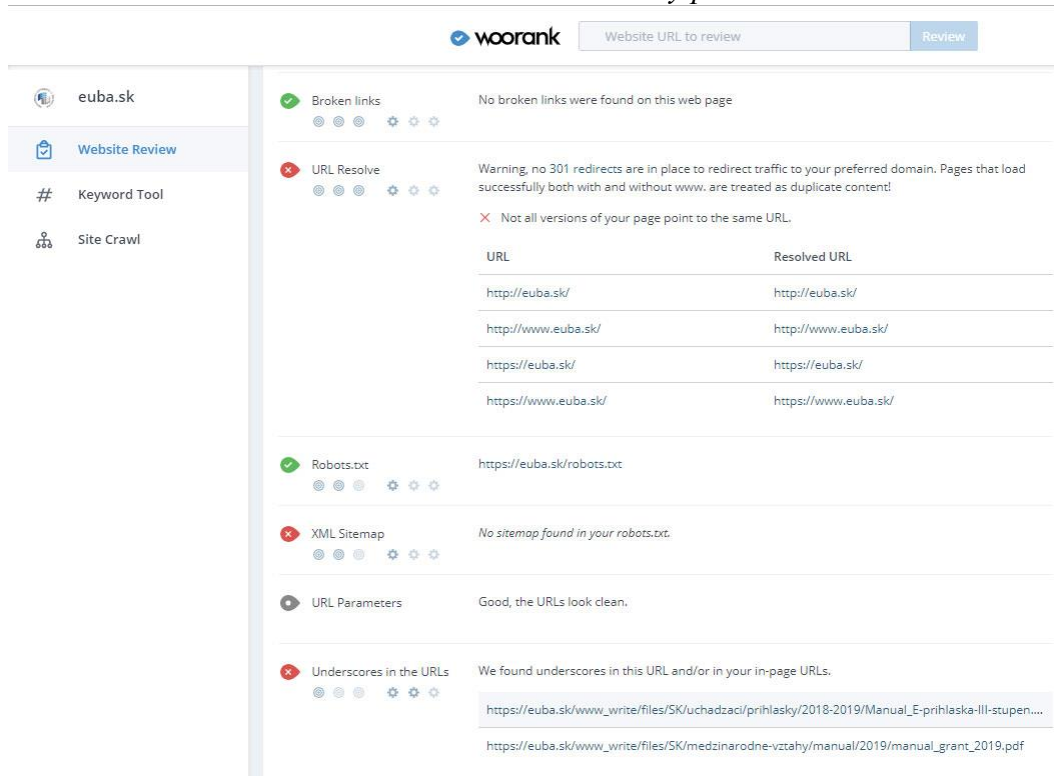
Zástupcom on-line nástrojov, ktorý ale môže byť použitý aj ako zásuvný modul (Obr. 3) v prehliadači Google Chrome je WooRank. Je podobný HubSpotu, pretože mu stačí zadať odkaz a následne poskytne úplnú kartu prehľadu aj s typmi, čo by bolo potrebné urobiť, pre zlepšenie SEO (Obr. 4).

Obr. 3: WooRank – ako zásuvný modul



Zdroj: <https://www.woorank.com/>

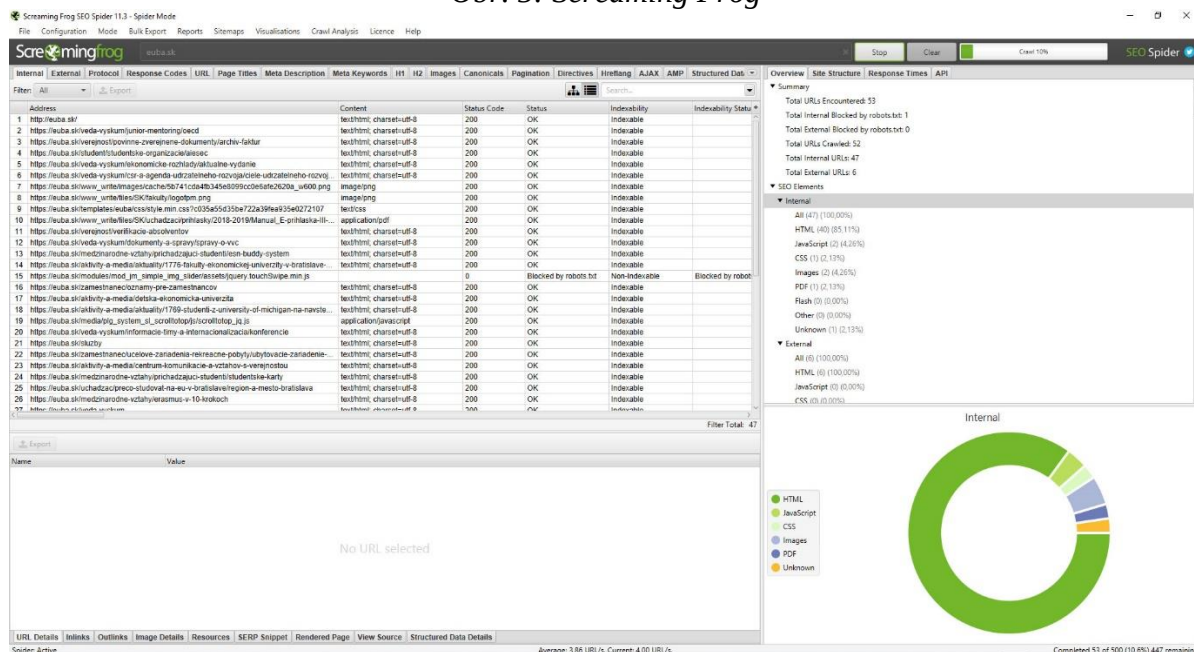
Obr. 4: WooRank – ukážka karty prehľadu



Zdroj: <https://www.woorank.com/>

Zástupcom softvérových riešení je Screaming Frog (Obr. 5), čo je sofistikovaný prehľadávač, ktorý dokáže vykonať celý rad optimalizačných úloh. Napríklad nájdenie a opravu nefunkčných odkazov a presmerovaní, analýzu názvov a metadát, kontrolu duplicitného obsahu. Tento nástroj je možné dokonca použiť na generovanie súborov XML a ich pripojenie k službe Google Analytics.

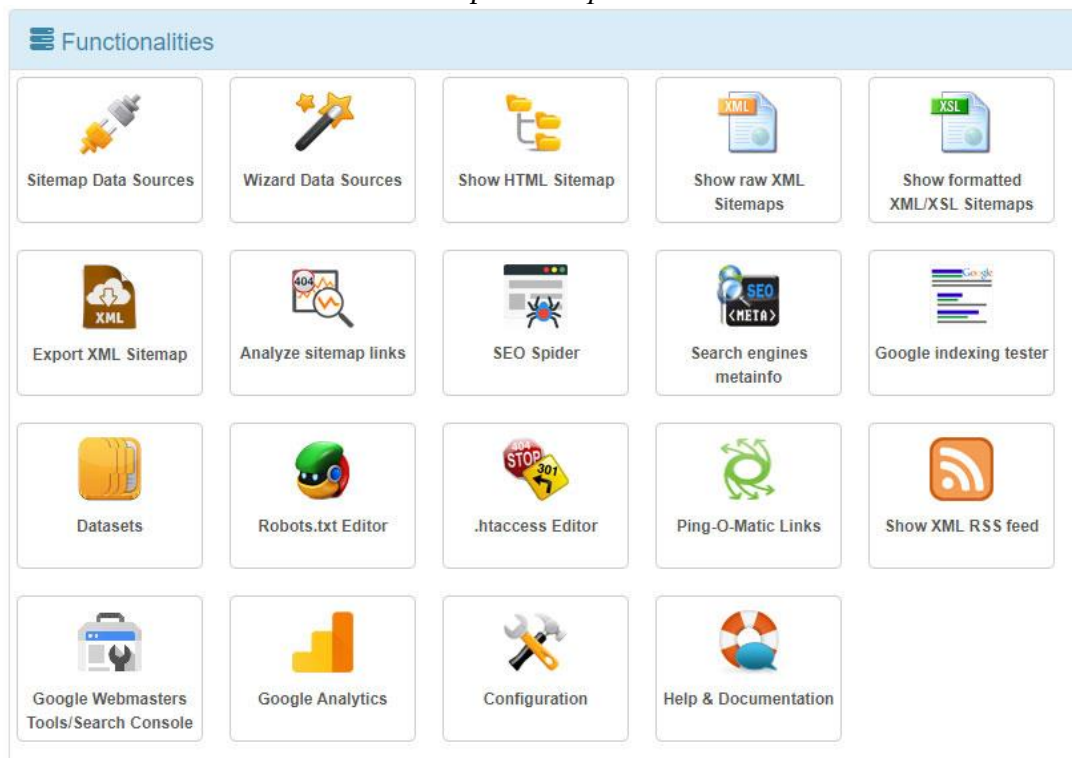
Obr. 5: Screaming Frog



Zdroj: Vlastné spracovanie

Posledným zástupcom nástrojov pre SEO v tomto článku je nástroj, ktorý sa dá priamo zahniezdiť do webových stránok využívajúcich CMS Joomla! Jedná sa o doplnok JSitemap-PRO (Obr. 6)

Obr. 6: JSitemap PRO – panel ovládania



Zdroj: https://storejextensions.org/extensions/jsitemap_professional.html

Prvoradá funkcia tohoto doplnku je zjavná už z jeho názvu. Umožňuje generovať mapy stránok a to skutočne všetky možné druhy a podsúvať ich Googlu. Pre ilustráciu si uvedme napríklad:

- Responzívny súbor mapy stránok HTML
- Štandardný súbor XML
- Mobilný súbor XML
- Obrázkový XML
- Video XML, mapa stránok pre Youtube, Vimeo, Dailymotion a HTML5
- RSS kanály, atď.

Generovanie viacerých typov súborov máp stránok umožňuje webovým stránkam získať väčšiu viditeľnosť a lepšie umiestnenie vo vyhľadávačoch. Všetky tieto súbory sa generujú v reálnom čase na základe zmien obsahu, to znamená, že keď sa upraví obsah webových stránok, automaticky sa tým aktualizujú súbory máp stránok. Okrem toho sa doplnok postará o odoslanie dynamických súborov máp stránok napríklad do Google Webmaster Tools aby sa automaticky načítala najaktuálnejšia mapa stránok.

To ale samozrejme nie je všetko, čo tento doplnok dokáže. Ako vyplýva už len z ikoniek panelu ovládania, tento nástroj analyzuje podobne ako Screaming Frog platnosť odkazov na stránke, umožňuje priamo editovať súbory robots.txt a .htaccess, spolupracuje s Google Webmaster Tools a Dokáže premietnuť údaje z Google Analytics. Podporuje viacjazyčné mapy stránok, identifikuje problémy a duplicitné materiály. Súbor Sitemap XML je formátovaný užívateľsky prívetivým spôsobom a zobrazuje štatistiky a grafy o odkazoch.

7 Záver

Ukázať všetky možnosti viacerých nástrojov pre SEO nie je v danom rozsahu článku možné a preto má slúžiť len ako prehľad, ukážka možností a inšpirácia pre tých, ktorý by sa s problematikou SEO zaoberali na vyššej úrovni. Zároveň je v závere nutné ukázať, že aj výsledky získané pomocou pokročilých nástrojov treba vedieť správne vyhodnotiť a nemeniť okamžite web, ak sa zdá, že obsahuje vážnu chybu. Rovnako si treba uvedomiť, že rôzne nástroje sa začali vyvíjať v rôznych časových obdobiach a preto niektoré veci hodnotia diametrálne inak. Je potom už na odborníkovi z oblasti SEO, aby správne určil relevantnosť chyby, alebo protichodné hodnotenie viacerých nástrojov na tú istú vec. Na Obr. 7 je ukážka kritickej závislosti a teda chyby, ktorá by sa mala odstrániť. O čo ale v skutočnosti ide. Jeden z online nástrojov vyhodnotil, že správne zobrazenie webovej stránky je závislé na tretej strane a ak tretia strana ten obsah odstráni, skúmaná webová stránka sa prestane správne zobrazovať. V podstate je to pravda. Ale 4 chyby, ktoré boli nájdené, predstavujú fonty Googlu, ktoré sa využívajú, aby boli webové stránky krajšie. Nejde teda o nejaký obrázok tretej strany, či prevzatý článok, ale o fonty, bežne využívané webovými stránkami, bez ktorých by väčšina stránok používala na zobrazenie svojich textov len systémový font.

Obr. 7: Vyhodnotenie kritickej závislosti

! Zistili sa 4 kritické závislosti

Zlyhanie poskytovateľa obsahu tretej strany by mohlo spôsobiť celkové rozdelenie vašich webových stránok.

Jeden bod zlyhania

Frontend Single Point of Failure (SPOF) je kritická závislosť od obsahu tretej strany, ktorý môže zablokovat celé zobrazenie vašej stránky v prípade zlyhania poskytovateľa obsahu.

Ak napríklad vaša webová stránka používa blokovací skript hostený servermi Google, vaša stránka sa spolieha na zlyhanie tohto skriptu. Viac informácií nájdete v [tomto blogovom príspevku venovanom spoločnosti SPOF](#).

Ako sa vyhnúť SPOF?

Pokiaľ je to možné, vylúčte ktorúkoľvek z týchto závislostí, dokonca aj od renomovaných poskytovateľov. Ak musíte použiť obsah tretej strany, uistite sa, že ste vybrali asynchrónnu integráciu a či máte problém v prípade problému.

Kontrolujeme, či testovaná webová stránka závisí (kritickým spôsobom) od niektorých z najrozšírenejších externých zdrojov (googleapis, typekit, ...). Tieto prípady sa označujú ako prípady frontend SPOF (Single Point Of Failure).

Nasledujúce zdroje predstavujú SPOF pre túto stránku:

- [//fonts.googleapis.com/css?family=Open+Sans:100,...,900&subset=latin-ext](https://fonts.googleapis.com/css?family=Open+Sans:100,...,900&subset=latin-ext)
- [//fonts.googleapis.com/css?family=Raleway:100,100i,900&subset=latin-ext](https://fonts.googleapis.com/css?family=Raleway:100,100i,900&subset=latin-ext)
- [//fonts.googleapis.com/css?family=Economica:100,...,900&subset=latin-ext](https://fonts.googleapis.com/css?family=Economica:100,...,900&subset=latin-ext)
- fonts.googleapis.com/css?family=Lato:100,300,regf...&subset=latin%2Clatin-ext

Zdroj: <https://www.dareboost.com/>

Literatúra

1. Dover, D., Dafforn, E. (2012). *SEO – Optimalizace pro vyhledávače profesionálně*. Zoner Press.
2. Dareboost. (datum neznámy). Dostupné na Internetě: Dareboost: <https://www.dareboost.com/>
3. Dean, B. (28. 12 2018). Backlinko. Dostupné na Internetě: Backlinko: <https://backlinko.com/google-ranking-factors>
4. Joomla sitemap with JSitemap Pro. (datum neznámy). Dostupné na Internetě: J!Extensions Store: https://storejextensions.org/extensions/jsitemap_professional.html
5. Kubíček, M., Linhart, J. (2010). *333 tipov a trikov pre SEO*. CPress.
6. Screaming Frog SEO Spider Tool. (datum neznámy). Dostupné na Internetě: Screaming Frog: <https://www.screamingfrog.co.uk/seo-spider/>
7. Website Grader. (datum neznámy). Dostupné na Internetě: Website Grader: <https://website.grader.com/>
8. Website Review Tool & SEO Checker. (datum neznámy). Dostupné na Internetě: Woorank: <https://www.woorank.com/>

Použitie pravidiel fuzzy logiky v jazyku R Using fuzzy logic rules in R language

Pavol Sojka¹

Abstrakt

V súčasnom svete sme svedkami čoraz väčšieho prepojenia reálneho sveta s virtuálnym prostredím. Toto spojenie má za následok, že sme čím ďalej tým viac zaplavovaní dátami, ktoré vznikajú pri každodennej bežnej činnosti človeka a okrem našich vlastných údajov sme zahltení aj dátami z iných zdrojov. Väčšina ľudí nemá možnosti na efektívne spracovanie dát a taktiež nedisponuje dostatočnými znalosťami štatistických metód a iných príbuzných vied. Avšak všetci sa dorozumievame štandardným spôsobom a tým je ľudská reč. Fuzzy logika sa snaží svojimi metódami prevziať niektoré prvky z ľudského jazyka a po dátovej analýze ponúknuť výsledky, ktoré sú síce vágne, ale pre človeka zrozumiteľné a prenášaná informácia je postačujúca napríklad pre prijímanie všeobecných manažérskych rozhodnutí. V príspevku sa zameriavame najprv na teoretické vymedzenie fuzzy logiky a jazyka R. Následne na jednoduchom príklade demonštrujeme praktickú ukážku použitia pravidiel fuzzy logiky v tomto jazyku s grafickým výstupom. Cieľom príspevku je oboznámenie čitateľa s možnosťami použitia fuzzy pravidiel a ich prípadnej aplikácii do reálneho prostredia pri realizácii manažérskych rozhodnutí.

Kľúčové slová

spracovanie dát, fuzzy logika, jazyk R, fuzzy pravidlá

Abstract

In the world today, we are seeing an ever-increasing link between the real world and the virtual environment. As a result, we are becoming more and more bombarded with the data that is generated by the daily routine of man, and besides our own data, we are overwhelmed with data from other sources. Most people do not have the opportunity to process data effectively and also do not have sufficient knowledge of statistical methods and other related sciences. However, we all communicate in a standard way, and that is human speech. Fuzzy logic tries to take some elements from the human language by its methods and to offer results that are vague but after the data analysis is sufficient for the adoption of general management decisions. In the paper we focus first on the theoretical definition of fuzzy logic and R language. Subsequently, on a simple example, we demonstrate a practical demonstration of fuzzy logic methods in this language with graphical output. The aim of the paper is to familiarize the reader with the possibilities of using the selected fuzzy logic method and its possible application to the real environment in the implementation of management decisions.

Key words

data processing, fuzzy logic, R language, fuzzy rules

JEL classification

M15

¹ Ing. Pavol Sojka, Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky, Katedra aplikovanej informatiky, Dolnozemska cesta 1, 852 35 Bratislava, pavol.sojka@euba.sk.

1 Úvod

Moderná doba nám priniesla v posledných rokoch výrazný a rýchly pokrok takmer vo všetkých oblastiach života. Jedným z najmarkantnejších znakov je významný technický rozvoj, čoho dôkazom je silné zastúpenie výpočtovej techniky a rôznych „inteligentných“ zariadení v našom každodennom živote. Všadeprítomná elektronika generuje obrovské množstvo dát, ktoré môžu poskytovať ich vlastníkom alebo spracovateľom výhody v obchodnom styku či už pre reklamné účely, zefektívnenie výroby alebo predaja. Keďže množstvo dát je v dnešnej dobe enormné, je nad ľudské sily tieto údaje spracovávať manuálne. Preto sa na vyhodnocovanie dát používajú rôzne nástroje, ktoré vedú z veľkých súborov dát vydolovať tie, ktoré sú pre cieľového zadávateľa relevantné. Už len samotné dolovanie, resp. hĺbková analýza dát je samostatný vedný odbor štatistiky, niečo ešte aj ich správne interpretovanie. Na rôzne dáta sa musia veľakrát použiť rôzne typy štatistických metód, prípadne aj ich kombinácia. Ide napríklad o diskriminačnú analýzu, zhlukovú analýzu, analýzu základných prvkov a podobne. Teda základným prvkom je relevantné dáta vyfiltrovať z nejakého veľkého súboru. Zložitým je aj výber správnej metódy výberu, aby sme dostali naozaj relevantné dáta a nie dáta, ktoré nám môžu finálnu analýzu skresliť. Druhá náročná úloha bude spočívať v prijatí rozhodnutí na základe nášho výberu, ktorý sme z dát spravili. Teda napríklad ak má manažér dáta z predajov za jednotlivé kvartály, tak na ich základe môže prijímať rozhodnutia o ďalšom postupe pri plánovaní rozvoja firmy.

Existuje mnoho firiem, ktoré poskytujú svoje štatistické nástroje na štatistické a ekonomické analýzy, ktoré pomáhajú robiť manažérom relevantné rozhodnutia. Tieto nástroje sú však veľmi často drahé a preto si ich nie všetky firmy môžu dovoliť zakúpiť. Medzi najznámejšie softvérové nástroje patria napríklad SAS, Statgraphic, IBM SPSS, SAP Predictive analytics software a podobne [2]. Existujú aj voľne dostupné alternatívy ako jazyk R, ale tie si vyžadujú od používateľa určité znalosti programovacieho jazyka R. V našej práci chceme tieto dáta spracovať pomocou metód fuzzy logiky a v zrozumiteľnej reči ich poskytnúť ako odporúčania pre riadiacich pracovníkov. Práca má ambíciu cieľiť na menšie a stredne veľké firmy a poskytnúť im nástroj na podporu manažérskych rozhodnutí aj pre pracovníkov, ktorí nemajú zodpovedajúce ekonomické a štatistické vzdelanie pomocou tzv. lingvistických súhrnov získaných zo vstupných dát. Ide teda o to, že vďaka relevantným dátam a vedeckým štatistickým metódam poskytnúť na konci jednoduchý a zrozumiteľný výstup pre koncového používateľa.

2 Fuzzy logika

Fuzzy logika (slovensky tiež hmlistá/neostrá logika) je pododbor matematickej logiky odvodený od teórie fuzzy množín, v ktorom sa logické výroky ohodnocujú mierou pravdivosti. Líši sa tak od klasickej výrokovej logiky, ktorá používa iba dve logické hodnoty - pravdu a nepravdu, zvyčajne zapisované ako 1 a 0. Fuzzy logika môže operovať so všetkými hodnotami z intervalu $<0; 1>$, ktorých je nekonečne veľa. Fuzzy logika patrí medzi viachodnotové logiky. [1]

Fuzzy logika môže byť pre rad reálnych rozhodovacích úloh vhodnejšia ako klasická logika, pretože uľahčuje návrh zložitých riadiacich systémov. Fuzzy logika bola zavedená roku 1965 Lotfím Zadehom [5] z Kalifornskej univerzity v Berkeley. Vznikla z teórie fuzzy množín, stala sa predmetom záujmu matematikov a stále sa vyvíja. Motivácia vzniku fuzzy množín a nadväzne fuzzy logiky, bola vytvoriť nástroj, ktorý by bol mostom medzi dvoma typmi znalostí, medzi ktorými je priepasť. Medzi znalosťami získanými prirodzeným poznaním a znalosťami získanými poznaním metódou exaktných vied, je kvalitatívna priepasť. V prvom prípade sa na svet pozeráme filtrom vágnosti, v druhom prípade filtrom, cez ktorý vidíme len atribúty (merateľné veličiny a parametre) - elementárne manifestácie reálneho sveta a vzťahy medzi

nimi, a nič iné. Inherentne vágne vedomosti získané prirodzeným poznaním možno oznamovať (reprezentovať, popísať) len neformálnym jazykom, najčastejšie prirodzeným. Vedomosti získané umelým poznaním možno reprezentovať umelým formálnym jazykom (matematika, logika, programovacie jazyky).

Ide o to, ako inherentne vágne výroky prirodzeného jazyka, previesť do formálneho jazyka, ktorým v tomto prípade je fuzzy logika a prekonať tak vyššie uvedenú priepasť. Keďže vágnosť prirodzeného jazyka je predovšetkým vnútorná (pre príjemcu utajená, môže ju len odhadovať), a to aj pri kvantifikátoroch, a vnútorná vágnosť umelého formálneho jazyka musí byť vždy nulová, treba pôvodnú vnútornú vágnosť odstrániť a previesť ju na vonkajšiu vágnosť, ktorú je schopný reprezentovať umelý formálny jazyk fuzzy množín a fuzzy logiky. Znamená to vyspovedať človeka, prípadne skupinu ľudí tak, aby sa zhodli napríklad na tom, čo pre nich fuzzy kvantitatívne vyjadrené, znamená príjemne teplá voda, skôr vyšší strom, alebo nie príliš chytrý človek. Pôvodne vágne konštatovanie vyjadrené prirodzeným jazykom sa prevádza na fuzzy hodnoty, ktoré je potom možné dávať do súvislostí popísaných fuzzy operáciami fuzzy logiky. Prevod z prirodzeného jazyka do umelého formálneho jazyka fuzzy logiky je vágny, teda poznačený neistotou, pretože významy jazykových konštrukcií prirodzeného jazyka sú každým človekom priradované prostredníctvom emotívnej, subjektívnej a vágnej konotácie, meniace sa od človeka k človeku, ale pre každého aj v čase. Akokoľvek sofistikované zisťovanie názorov respondentov nezaručí nulovú neurčitost' prevodu z prirodzeného jazyka do umelého formálneho jazyka fuzzy množín a fuzzy logiky.

Fuzzy logika je veľmi výhodný spôsob ako zapísať nepresné znalosti získané napríklad od expertov v danej oblasti. Hodnoty príslušnosti do fuzzy množiny sú bližšie ľudskému chápaniu ako ostré ohraničenie v Boolovskej logike.

Fuzzy znalostné systémy sú väčšinou pravidlové systémy, ktoré využívajú fuzzy logiku v podmienkovej a akciovej časti pravidiel. Fuzzy logike musí byť prispôsobený aj inferenčný mechanizmus. Z inferenčných mechanizmov, ktoré boli predstavené Mamdaniho metóda je presnejšia ale výpočtovo náročnejšia a Sugena metóda je menej presná, ale výpočtovo jednoduchšia, vhodná na použitie v riadiacich systémoch reálneho času.

Stupeň príslušnosti

Funkcia príslušnosti vo fuzzy logike priraduje príslušnosť k množinám v rozmedzí od 0 do 1, vrátane oboch hraničných hodnôt. Fuzzy logika tak umožňuje matematicky vyjadriť pojmy ako "trochu", "dost" alebo "veľa" a pod. Presnejšie, umožňuje vyjadriť čiastočnú príslušnosť k množine. Fuzzy logika používa stupeň príslušnosti (mieru pravdivosti) ako matematický model vágnosti. Je nutné povedať, že fuzzy logika môže modelovať iba sprostredkovateľnú vonkajšiu vágnosť, na rozdiel od vnútornej vágnosti vyskytujúcej sa v konotácii (vágnej, subjektívnej a emocionálne zafarbenej interpretácii) jazykovej konštrukcie. Fuzzy logika, ako každý formálny systém, prísne vyžaduje exaktnú interpretáciu všetkých použitých jazykových konštrukcií systému, teda nulovú vnútornú vágnosť. Fuzzy hodnota priradená funkciou príslušnosti k vágne definovaným množinám nepredstavuje pravdepodobnosť nejakého javu, rovnako tak pri nej nejde o možnosti, ktoré môžu nastať a možnosti, ktoré nastanú [1].

Lingvistické (jazykové) premenné

Lingvistické (jazykové) premenné sú fuzzy premenné. Napríklad výraz Jano je vysoký implikuje, že lingvistická premenná Jano obsahuje lingvistickú premennú vysoký. Vo fuzzy expertných systémoch sú lingvistické pravidlá používané vo fuzzy pravidlách. Aj v neostrej logike je možné definovať kvantifikátory, ktoré zvyšujú vyjadrovaciu účinnosť. Zaujímavé je, že okrem kvantifikátorov „pre všetky“ a „existuje“ možno definovať kvantifikátory ako spravidla, často, mnoho, málo [15].

Príkladom modifikátorov vo fuzzy podľa [6] môžu byť:

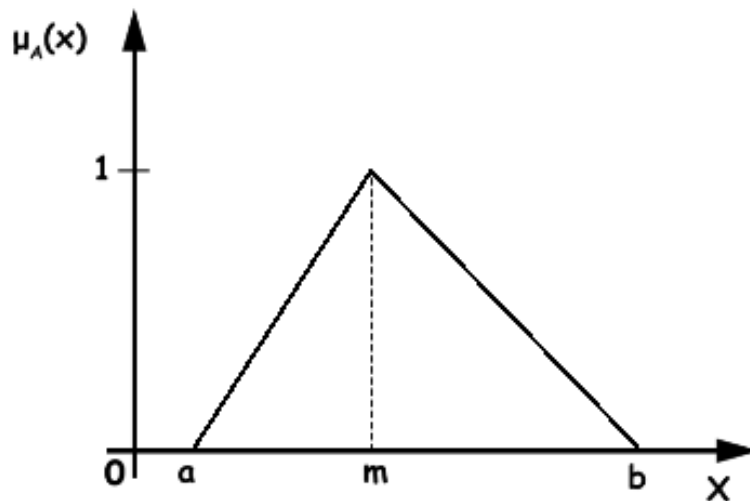
- veľmi, úplne, extrémne – všeobecné modifikátory
- úplne pravdivé, väčšinou pravdivé – pravdivostné modifikátory
- pravdepodobne, nie veľmi pravdepodobne – pravdepodobnostné modifikátory
- často, niekedy, málo – kvantitatívne modifikátory
- skoro nemožné, úplne nemožné – prijateľnostné modifikátory

Takéto lingvistické ohraňovania môžu byť reprezentované matematickými operátormi. Ak napr. μ je charakteristická funkcia, tak ohraňovanie „veľmi“ (very) modifikuje túto funkciu kvadraticky: μ^2 , a modifikátor trochu (little), odmocninou charakteristickej funkcie: $\sqrt{\mu}$.

Fuzzy množiny

Fuzzy množiny sú množiny s neostrými hranicami, ktoré umožnia prvkom, aby nie len jednoznačne, ale aj sčasti patrili do množiny vtedy, keď nie je možné vytvoriť ostrú hranicu [6]. Tvary funkcií príslušnosti členíme na nelineárne a lineárne.

Obr. 1: Trojuholníková fuzzy množina



Zdroj: Vlastné spracovanie

V aplikáciách bývajú rôzne tvary funkcií, ktoré sú určené z prístupných dát alebo z údajov od expertov. Častejšie sa využívajú lineárne tvary funkcií príslušnosti pre ich jednoduchosť. Medzi často používané patria napríklad trojuholníková fuzzy množina, Gaussova fuzzy množina a lichobežníková fuzzy množina. Pre rozsiahlosť témy uvádzame len jednu ilustračnú množinu, a to trojuholníkovú. Trojuholníková fuzzy množina (Obr. 1) je určená tromi bodmi. Dolné ohraňovanie a , horné ohraňovanie b a hodnotou m , v ktorej dosahuje najväčší stupeň príslušnosti vyzerá takto:

$$A(x) = \begin{cases} \frac{x-a}{m-a} & x \in (a, m) \\ \frac{b-x}{b-m} & x \in (m, b) \\ 0 & x \leq a \vee x \geq b \end{cases}$$

3 Jazyk R

R je programovací jazyk a prostredie [3] určené pre štatistickú analýzu dát a ich grafické zobrazenie. Ide o implementáciu programovacieho jazyka S pod slobodnou licenciou. Pretože je zadarmo, R už predstihlo počtom užívateľov komerčné S a stalo sa faktickým štandardom v mnohých oblastiach štatistiky.

Funkcie prostredia R je možné rozšíriť pomocou knižníc označovaných ako balíčky (packages). Pre verziu 3.4 ich bolo v júli 2017 v centrálnom repozitári CRAN k dispozícii približne 11 000 [3]. Príkladom často používaného balíčka je ggplot2 pre grafické zobrazenie dát.

R sa používa z príkazového riadku, existuje však niekoľko rozšírení s grafickým rozhraním ako RKWard, RStudio, R Commander alebo rozšírenie do OpenOffice.org Calc R4Calc. R býva tiež využívané v komerčných softvéroch, napríklad v prostredí SPSS môžu používatelia priamo písať a spúšťať programy v jazyku R nad otvorenými dátami. [3]

4 Príklad fuzzy logiky v R

Fuzzy logika predstavuje odlišný prístup k týmto problémom. Vo fuzzy logike je pravdivá hodnota premennej alebo menovky (v klasifikačnom probléme) reálne číslo medzi 0 a 1. Predpokladajme napríklad, že ste v bazéne s iným človekom. Pre vás je voda teplá a pre druhého je voda studená. Po zbytočnej diskusii o teplote vody sa rozhodnete použiť teplomer na meranie teploty a výsledná teplota vody 20° C. Keďže obaja poznáte teplotu zamrznutia a varu vody (0°C a 100°C), povedali ste, že voda je horúca 0,20 a váš známy povedal, že je 0,80 studená. Inými slovami, pre vás a vášho známeho neexistuje absolútna pravda o stave vody.

V príspevku si vytvoríme jednoduchý proces vytvárania fuzzy systému v R. Tento fuzzy systém bude ako príklad používať počasie a jeho cieľom je určiť, či je „zlé“, „akceptovateľné“ alebo „dobré“ počasie, teda systém priradí skóre každej z týchto kategórií. Máme na pamäti, že v tomto probléme budeme vytvárať fuzzy pravidlá na základe nášho názoru na to, čo je zlé / akceptovateľné / dobré počasie. [4]

V tomto tutoriáli budeme používať balík „sád/množín“ na vytvorenie fuzzy systému. Ďalšie informácie o balíku „sets“ nájdete v oficiálnej dokumentácii na stránke <https://cran.r-project.org/web/packages/sets/sets.pdf>

Nastavme jednoduchý fuzzy systém

Prvým krokom pri vytváraní fuzzy systému pomocou „sets“ je nastavenie rozsahu systému. Rozsah je hranica, do ktorej by mali patriť všetky hodnoty. [4]

```
library(sets)
sets_options("universe", seq(1, 100, 0.5))
```

Premenné

Ďalším krokom je definovanie premenných fuzzy systému. V predchádzajúcom príklade bazéna a teploty boli premenné „teplé“ a „studené“. Pre tento fuzzy systém, ktorý súvisí s počasím, sú premenné, ktoré sme si vybrali, a to „teplota“, „vlhkosť“ a „zrážky“. Takže, ako už bolo spomenuté, stav počasia (zlý, akceptovateľný alebo dobrý) sa určí podľa týchto premenných.

- teplota
- vlhkosť
- zrážky

```
variables <- set(
  temperature = fuzzy_partition(varnames = c(cold = 20, good = 60, hot = 90),
```

```

FUN = fuzzy_cone, radius = 30),
humidity = fuzzy_partition(varnames = c(dry = 30, good = 60, wet = 90),
FUN = fuzzy_cone, radius = 20),
precipitation = fuzzy_partition(varnames = c(no.rain = 30, little.rain = 60,
rain = 90), FUN = fuzzy_cone, radius = 20),
weather = fuzzy_partition(varnames = c(bad = 40, ok = 65, perfect = 80),
FUN = fuzzy_cone, radius = 15)

```

Možno je zvlášťne, aké sú hodnoty a premenné, ktoré sú v zátvorkách. Odpoveď znie, že v čase definovania systému musíte zadať atribúty premenných a dať im hodnotu. Napríklad prvá premenná „teplota“ má tri rôzne atribúty alebo úrovne: „zima“, „akurát“ a „teplo“, s hodnotami 20, 60 a 90. To znamená, že ak je teplota (v stupňoch Fahrenheita) je 20, potom je „zima“, ak je 60, je „akurát“ a ak je 90, je „horúca“. Pre premenné „vlhkosť“ a „zrážky“ by ste mohli prečítať ako „ak je vlhkosť 30, potom je nízka“ alebo „existuje 60% šanca, že dnes zaprší“. Posledná premenná „počasie“ je zodpovedná za definovanie stavu systému.

Fuzzy pravidlá

Po definovaní premenných je ďalším krokom definovanie fuzzy pravidiel systému. V predchádzajúcej časti sme poukázali na premennú nazvanú „počasie“, ktorá je konečným stavom systému.

```

# Fuzzy rules
rules <- set(
  fuzzy_rule(temperature %is% good && humidity %is% dry &&
    precipitation %is% no.rain, weather %is% perfect),
  fuzzy_rule(temperature %is% hot && humidity %is% wet &&
    precipitation %is% rain, weather %is% bad),
  fuzzy_rule(temperature %is% cold, weather %is% bad),
  fuzzy_rule(temperature %is% good || humidity %is% good ||
    precipitation %is% little.rain, weather %is% ok),
  fuzzy_rule(temperature %is% hot && precipitation %is% little.rain,
    weather %is% ok),
  fuzzy_rule(temperature %is% hot && humidity %is% dry &&
    precipitation %is% little.rain, weather %is% ok)
)

```

Pre tento systém bolo definovaných šesť pravidiel:

- 1) Ak je teplota „akurát“ (odkazujeme na premenné, aby sme zistili, čo je „akurát“), vlhkosť je „nízka“ a zrážky sú „nie“, potom je počasie „dokonalé“.
- 2) Ak je teplota „teplo“, vlhkosť je „vysoká“ a zrážky sú „dážď“, potom je počasie „zlé“.
- 3) Ak je teplota „zima“, potom je počasie „zlé“.
- 4) Ak je teplota „akurát“ alebo vlhkosť je „nízka“ alebo zrážky sú „malé“, potom je počasie „v poriadku“.
- 5) Ak je teplota „teplo“ a zrážky sú „malé“, potom je počasie „akceptovateľné“.
- 6) Ak je teplota „teplo“, vlhkosť je „nízka“ a zrážky sú „malé“, potom je počasie „akceptovateľné“.

Systém

```
model <- fuzzy_system(variables, rules)
```

Premenné a pravidlá systému

```
print(model)
```

```
## A fuzzy system consisting of 4 variables and 6 rules.
```

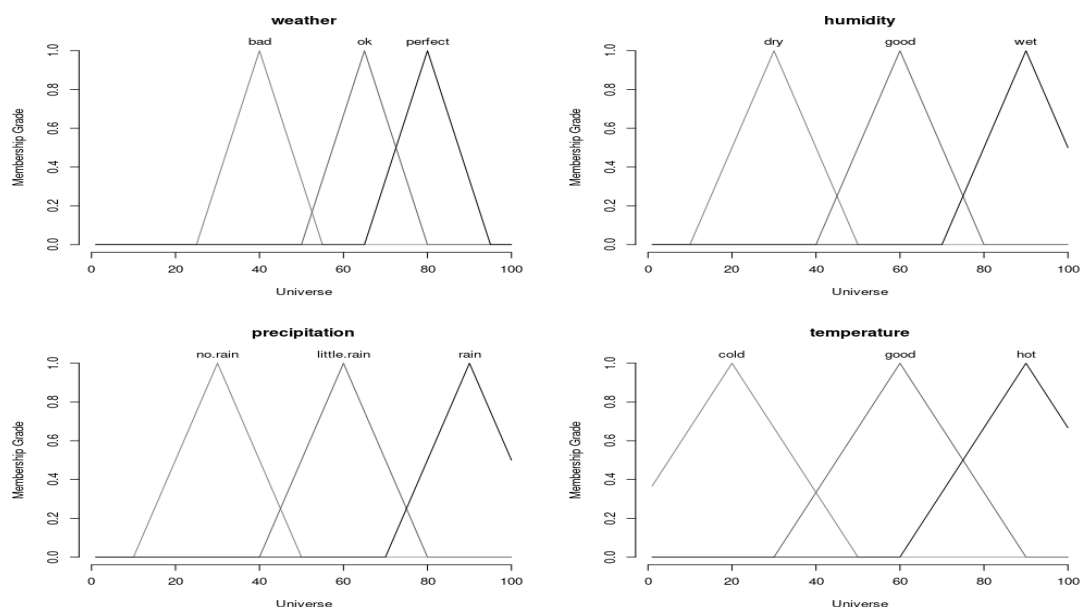
```
##
```

```
## Variables:
```

```
##
## weather(bad, ok, perfect)
## humidity(dry, good, wet)
## temperature(cold, good, hot)
## precipitation(no.rain, little.rain, rain)
##
## Rules:
##
## temperature %is% hot && precipitation %is% little.rain => weather %is% ok
## temperature %is% hot && humidity %is% dry && precipitation %is% => weather %is% ok
## little.rain => weather %is% ok
## temperature %is% hot && humidity %is% wet && precipitation %is% => weather %is% bad
## rain => weather %is% bad
## temperature %is% good && humidity %is% dry && precipitation %is% => weather %is% perfect
## no.rain => weather %is% perfect
## temperature %is% good || humidity %is% good || precipitation %is% => weather %is% ok
## little.rain => weather %is% ok
## temperature %is% cold => weather %is% bad
```

Vykreslenie grafu `plot(model)`

Obr. 2: Vykreslenie modelu na základe definovaných pravidiel



Zdroj: Vlastné spracovanie

Príklady

Toto je niekoľko príkladov testovania systému.

Teplota = 75, vlhkosť = 0 a zrážky = 70

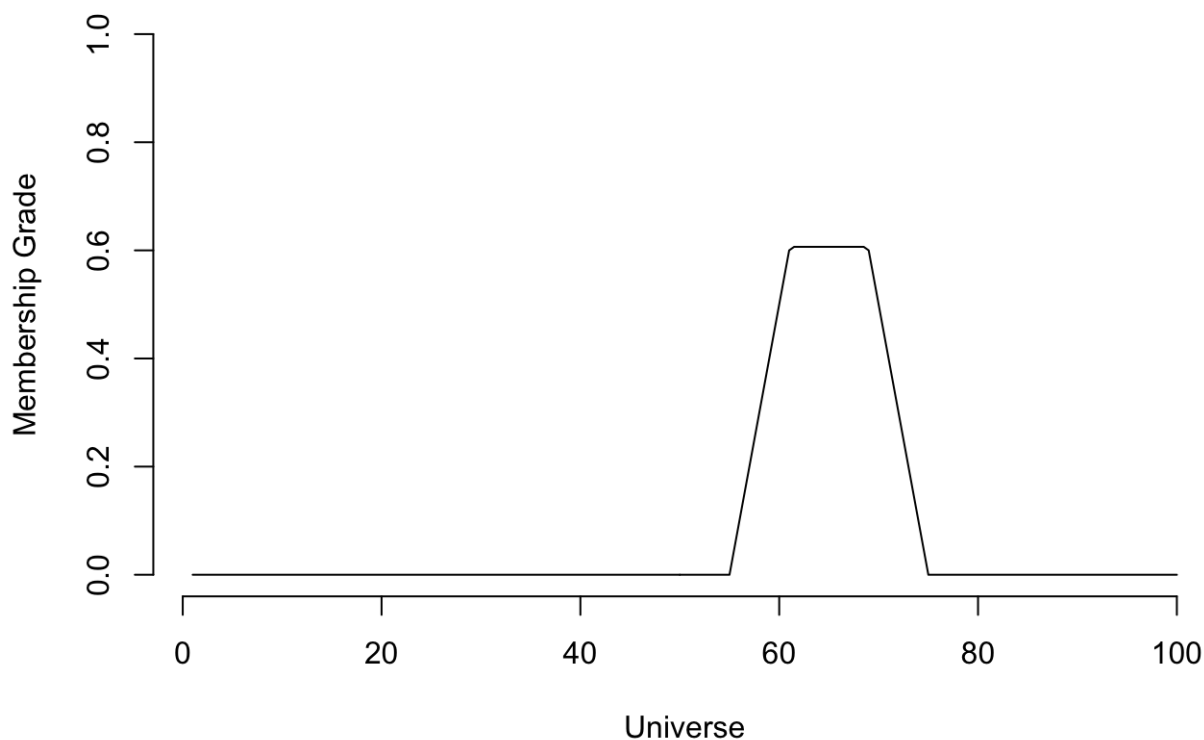
```
example.1 <- fuzzy_inference(model, list(temperature = 75, humidity = 0,
precipitation = 70))
```

Teraz sme defuzifikujeme príklad a transformujeme parametre do skutočného čísla.

```
gset_defuzzify(example.1, "centroid")
## [1] 65
```

```
plot(example.1)
```

Obr. 3 Defuzzifikované číslo



Zdroj: Vlastné spracovanie

Takže podľa systému je počasie 0,6 akceptovateľné (viď graf počasia)
Teplota = 30, vlhkosť = 0 a zrážky = 70

5 Záver

V súčasnosti sú expertné systémy najčastejšou oblasťou, kde je aplikovaná fuzzy logika. Takéto expertné systémy sú používané v širokom spektre aplikácií ako napríklad: Lineárna a nelineárna kontrola, rozpoznávanie vzorov, finančné systémy, analýza dát a mnoho ďalších. Aj vďaka prínosom v týchto oblastiach fuzzy logika zaznamenáva pozitívny rozvoj a stále viac nám napomáha sa vysporiadať so všadeprítomnou vágnosťou a nepresnosťou reálneho sveta, ktoré sa odrážajú v prirodzenom jazyku.

Pri bližšom pohľade na uvedené príklady vidíme, že fuzzy logika nám za pomoci matematického aparátu výrazne lepšie ilustruje pohľad na javy reálneho sveta, kde nie sú pevne vymedzené hranice. Vďaka jazyku R, kde máme možnosť metódy fuzzy logiky reálne vyskúšať, si tento prístup môžu otestovať aj záujemcovia, ktorí nemajú tak dobre naštudované pozadie fuzzy logiky, ale jej metódy sú pre nich potrebné alebo si len chcú vyskúšať, či by sa im pre ich model výskumu hodili. Záujem autorov príspevku je do budúcnosti prispôsobiť skôr spomenuté metódy v texte na ekonomické veličiny a postaviť na základoch fuzzy logiky systém, ktorý bude schopný predostierať odporúčania pre nižší a stredný manažment na základe natrénovaných dát z reálneho sveta.

Literatúra

1. Hudec, M. (2016). *Fuzziness in Information Systems*. Springer Verlag
2. McNeill, F. M., Thro, E. (1994). *Fuzzy logic – a practical approach*. Academic Press, Inc, Boston.
3. R (programming language). (2019). Získané z [https://en.wikipedia.org/wiki/R_\(programming_language\)](https://en.wikipedia.org/wiki/R_(programming_language))
4. Santos, J. D. *An example of fuzzy logic in R*, Získané z http://juandes.github.io/FuzzyLogic-R/docs/fuzzy_tutorial
5. Zadeh, L. A. (1965). *Fuzzy sets*. *Information and Control*, 15, s. 338-353.
6. Zimmermann, H. J. (2001). *Fuzzy set theory – and its applications*. Kluwer Academic Publishers, London.

Základná metóda ohodnocovania poistných zmlúv podľa IFRS 17 **The basic method of valuation of insurance contracts under IFRS 17**

Silvia Zelinová¹

Abstrakt

Príspevok sa zameriava na základnú metódu BBA (Building block approach) z prijatej novej legislatívy IFRS 17 – Poistné zmluvy. Nové pojmy, ktoré zavádza štandard IFRS 17 sú objasnené, charakterizované a prezentované v modelovom príklade. V ďalšej časti je zobrazená zmena v aktuárskych predpokladoch oproti očakávaným v troch možných prípadoch, ktoré môžu v poisťovni nastať. Zvolené zmeny boli: zmena úrokovej miery počas doby poistného krytia, zmena najlepšieho odhadu poistných plnení z nastatých poistných udalostí a zmena najlepšieho odhadu očakávaných budúcich poistných udalostí. Cieľom bolo ukázať, ako sa vybrané situácie budú vykazovať v koncoročných výkazoch a akým spôsobom sa budú vyčísľovať v súlade s IFRS 17.

Kľúčové slová

IFRS 17, metóda BBA, zmluvná servisná prirážka (CSM), riziková prirážka (RA), ostatný súhrnný zisk (OCI)

Abstract

The paper focuses on the basic method BBA (Building Block Approach) from the adopted new legislation IFRS 17 – Insurance Contracts. The new concepts introduced by IFRS 17 are clarified, characterized and presented in the a model case. The next section shows the change in actuarial assumptions compared to the expected in three possible cases that may occur in the insurance company. The following changes have been selected: a change in the interest rate during the insurance period, a change in the best estimate of claims from occurring claims and a change in the best estimate of expected future claims. The aim was to show how the selected situations will be presented in the yearly financial statements and how they will be measured in accordance with the IFRS 17.

Key words

IFRS 17, BBA method, contractual service margin (CSM), risk adjustment (RA), other comprehensive income (OCI)

JEL classification

G22, M48, M41

1 Úvod

Nový štandard IFRS 17², ktorý pre účtovné obdobie začínajúce po 1. januári 2022³ nahrádza IFRS 4 sa stáva prvým takmer globálnym štandardom pre poistné zmluvy v Európskej únii.

¹ Ing. Silvia Zelinová, Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky, Katedra matematiky a aktuárstva, Dolnozemska cesta 1, 852 35 Bratislava, silvia.zelinova@euba.sk.

² IASB, 2017. *International Financial and Reporting Standard IFRS 17 Insurance contracts* / Medzinárodný štandard finančného výkazníctva 17: Poistné zmluvy. [2]

³ IASB schválila dňa 14.11.2018 zmenu účinnosti štandardu IFRS 17 na 1.1.2022, t. j. odloženie o jeden rok.

IFRS 17 - Poistné zmluvy ustanovuje princípy pre vykazovanie, ohodnocovanie, prezentáciu a zverejňovanie poistných zmlúv. Cieľom IFRS 17 je zaistiť, aby účtovná jednotka zverejňovala informácie, ktoré dôsledne reprezentujú podstatu upisovaných poistných zmlúv. Nový štandard sa aplikuje nielen na novovzniknuté poistné aj zaistné zmluvy, ale aj na už existujúce v poistnom kmeni. IFRS 17 poskytne transparentnejšie informácie ohľadom ziskovosti a výhodnosti poistných produktov. Kvalita údajov, implementácia a aktuárske výpočty budú pre zavádzanie nového štandardu vcelku zásadné.

Poistovne musia zverejniť informácie o sumách, úsudkoch a rizikách vyplývajúcich z poistných zmlúv. Požiadavky na zverejnenie sú podrobnejšie než pôvodne vyžadoval štandard IFRS 4. Hlavným cieľom IFRS 17 má byť najmä identifikácia ziskových a neziskových poistných zmlúv a označenie trendu vývoja, respektíve smerovania daných poistných zmlúv.

2 Vymedzenie základných pojmov z IFRS 17

Štandard IFRS 17 zavádza pojmy, ktoré v súvislosti s jeho realizáciou je nutné objasniť: *Portfolio* – zmluvy, ktoré podliehajú rovnakému poistnému riziku a sú spravované ako celok.

Group of contracts – členenie poistných zmlúv do jednotlivých skupín podľa IFRS 17.

Fulfilment CF – budúce peňažné toky (*CF* – cash flow) upravené o diskont a rizikovú prirážku.

Contractual service margin (CSM) – zmluvná servisná prirážka - (budúci zisk plynúci z poskytnutej služby).

Risk adjustment (RA) – riziková prirážka pri modelovaní *CF*.

Initial recognition – dátum prvého rozpoznanie poistnej zmluvy.

Coverage unit – miera pre rozpúšťanie *CSM*.

Direct participation feature (DPF) – priame podiely na zisku (závisia od zmien podkladových aktív).

Onerous contract – poistná zmluva, ktorá je pri prvotnom ocenení stratová.

Loss component – položka na zaúčtovanie strát, ak už bola vyčerpaná *CSM*.

Disclosures – súbor povinných reportov (analýzy zmien).

Insurance revenue – výnos z poistovacej činnosti za sledované obdobie.

Insurance service result – poistno-technický výsledok.

Insurance finance result – finančný výsledok, (spracované podľa [1]).

V tomto príspevku budeme používať anglické skratky, nakoľko neexistuje k daným novým termínom certifikovaný preklad do slovenčiny. Z tohto dôvodu použijeme vysvetľujúce preklady.

3 Zadefinovanie použitých metód

Základná metóda (BBA – Building block approach) podľa IFRS 17

BBA je základná metóda pre určovanie hodnoty poistných zmlúv a mala by sa použiť vo väčšine prípadov poistných zmlúv kryjúcich obdobie dlhšie ako jeden rok. Metóda je využiteľná pre životné aj neživotné poistenie.

Pri prvotnom vykázaní („Initial Recognition“) by mala účtovná jednotka merať skupinu poistných zmlúv ako celok z hľadiska (spracované podľa [6]):

- peňažných tokov, čo zahŕňa odhad budúcich peňažných tokov a ich úpravu o budúcu hodnotu peňazí a finančné riziká s ňou súvisiace, ako aj rizikovú prirážku v rámci nefinančných rizík,
- zmluvnej servisnej prirážky.

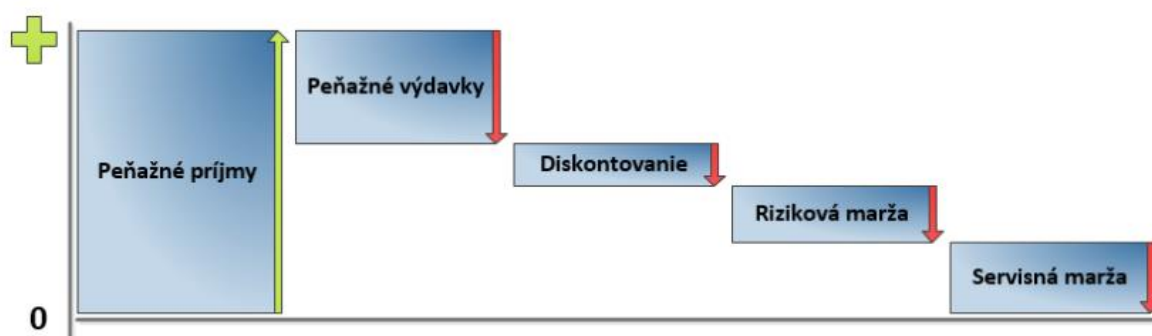
Základnú metódu tvoria štyri hlavné časti, tzv. „bloky“: odhad budúcich peňažných tokov, efekt diskontovania, riziková prirážka a zmluvná servisná prirážka.

Zmluvná servisná prirážka (CSM)

Výpočet zmluvnej servisnej prirážky⁴ na začiatku platnosti zmlúv predstavuje rozdiel (za predpokladu, že je pozitívny):

- peňažných príjmov a
- peňažných výdavkov, diskontu, spolu s rizikovou prirážkou.

Obr. 1: Schéma výpočtu CSM pri vzniku poistnej zmluvy



Zdroj: Krajčo (2018), [6], s. 34.

Po skončení poistnej doby a ukončení zmluvy musí byť servisná marža (CSM) plne odpísaná a zaznamenaná vo výkaze ziskov a strát. Zmluvná servisná prirážka nemôže byť negatívna, a teda pokiaľ je zmluva stratová, stratový prvok sa vykazuje priamo vo výkaze ziskov a strát a zmluvná servisná prirážka nie je vykazovaná. Účtovná jednotka však musí rátať aj s tou možnosťou, že zmluva (resp. portfólio zmlúv) začne byť v budúcnosti znova zisková, a teda vykazovanie CSM bude pre poisťovňu opäť aktuálne. V tom prípade bude potrebné sledovať aj vývin konkrétnych stratových prvkov.

Riziková prirážka (RA)

IFRS 17 nešpecifikuje techniky, ktoré by mala účtovná jednotka použiť na odhadnutie rizikovej prirážky z nefinančného rizika. Avšak, aby mohla riziková prirážka plniť svoju úlohu, musí mať nasledujúce charakteristiky:

- riziká s nižšou frekvenciou a vyššou závažnosťou povedú k vyššej rizikovej prirážke ako riziká s vysokou frekvenciou a nízkou závažnosťou,
- pri rovnakých rizikách bude mať vyššiu rizikovú prirážku zmluva s dlhšou poistnou dobou ako tá s kratšou,
- riziká so širším rozdelením pravdepodobnosti budú mať vyššiu rizikovú prirážku ako riziká s užším rozdelením,
- čím sú informácie o súčasných odhadoch a trende účtovnej jednotke menej známe, tým vyššia bude riziková prirážka.

Vzhľadom k tomu, že dlhšie skúsenosti vedú k zníženiu neistoty ohľadne sumy a časovania peňažných tokov, riziková prirážka sa tým zníži. (spracované podľa [2])

⁴ Na obrázku 1 je CSM označená ako „Servisná marža“.

Diskontovaná hodnota budúcich pasív a „fair value“

Poist'ovne určujú pasíva ako peňažné toky, ktoré sa diskontujú do prítomnosti. Aktuár projektuje pasíva poisťovne na budúce roky. Vyžaduje si, aby odhadol veľkosť budúcich poistných plnení a nákladov a určil predpoklady o budúcej úmrtnosti, inflácií, nákladoch, rozdeľovaní zisku, odkupoch a daniach. V ďalšej fáze diskontuje aktuár každoročné toky pasív L_t pri vhodnej diskontnej miere do budúcnosti. Diskontovaná hodnota budúcich pasív pri miere investičnej návratnosti i_s má tvar (spracované podľa [7]):

$$\sum_{t=1}^n \frac{L_t}{\prod_{s=1}^t (1+i_s)} \quad (1)$$

V metóde “fair value“ sa nepoužíva aktuárska báza na výpočet poistného, ale miesto nej sa používajú realistické odhady jednotlivých predpokladov a parametrov. Uvedené peňažné toky sa obvykle diskontujú pri takej úrokovej miere, ktorú by poisťovňa dosiahla, keby ideálne rozložila svoje riziká. [7]

4 Ocenenie poistných zmlúv základnou metódou BBA

Základnú metódu (BBA) opísanú v 3. kapitole použijeme pri ohodnocovaní modelového portfólia zvolených poistných zmlúv s podobným rizikom. Pre modelový príklad sme zvolili portfólio 1000 poistných zmlúv životného poistenia na úmrtie s ročným poistným 100 €. Pre jednoduchosť príkladu neuvažujeme o nákladoch (zvolili sme netto prístup) a súčasná úroková miera je 2 %. Výplaty škôd (dávok), ktoré nastanú počas roka budú zrealizované na konci roka. Uvažujeme zmluvy s poistným krytím na obdobie jedného roka. V tabuľke 1 sú zobrazené hodnoty v súvahe v kvartáloch počas jedného roka. Všetky hodnoty, ktoré budeme počítať budú za štvrtročné obdobie.

Počiatočná hodnota CSM je ovplyvnená diskontnou krivkou, metódou výpočtu rizikovej prirážky (RA) a stálosťou peňažných tokov.

Výpočet sme zrealizovali v programe MS Excel, kde sme vypočítali hodnoty pre

- záväzky zo zostávajúceho krytia – najlepší odhad záväzkov (best estimate – BE), rizikovú prirážku (RA), zmluvnú servisnú prirážku (CSM),
- záväzky pre vzniknuté škody - (best estimate – BE), riziková prirážka (RA),
- príjem zo zaplateného poistného (BE) – Aktíva.

Rizikovú prirážku sme zvolili 10 % z BE. Najlepší odhad je pre modelový príklad uvažovaný fixne v sume 80 000 a následne odúročený úročiteľom:

$$v = \frac{1}{1+i} = \frac{1}{1+0,02} \doteq 0,9804 \quad (2)$$

Tab. 1: Zobrazenie hodnôt v súvahe

Súvaha	T=0	T=1/4	T=1/2	T=3/4	T=1
Aktíva	100 000	100 000	100 000	100 000	20 000
Závazky z poistných zmlúv	100 000	97 048	94 064	91 048	0
Závazky zo zostávajúceho krytia	100 000	75 372	50 498	25 374	0
Najlepší odhad (BE)	78 431	59 115	39 606	19 901	0
Riziková prirážka (RA)	7 843	5 912	3 961	1 990	0
Zmluvná servisná prirážka (CSM)	13 725	10 345	6 931	3 483	0
Závazky pre vzniknuté škody	0	21 676	43 566	65 674	0
Najlepší odhad (BE)	0	19 705	39 606	59 704	0
Riziková prirážka (RA)	0	1 971	3 961	5 970	0
Vlastné zdroje	0	2 952	5 936	8 952	20 000

Zdroj: vlastné spracovanie

Hodnota záväzkov pre zostávajúce krytie je rozdelená do 3 častí: najlepši odhad záväzkov (BE), riziková prirážka (RA) a zmluvná servisná prirážka (CSM). Hodnota BE predstavuje súčasnú hodnotu očakávaných peňažných tokov z poistných zmlúv. Rizikovú prirážku uvažujeme ako 10 % z najlepšieho odhadu záväzkov. CSM sme vypočítali ako rozdiel medzi očakávanými príjmami a očakávanými výdavkami.

V prvom štvrtroku nastávajú prvé škody, zároveň prepočítame hodnoty BE a RA.

Tab. 2: Výpočet úročených hodnôt v prvom až štvrtom kvartáli BE, RA a CSM

Efekt úrokovania	Koniec Q ₁	Koniec Q ₂	Koniec Q ₃	Koniec Q ₄
Najlepši odhad budúcich škôd	389	294	196	99
RA budúcich škôd	40	28	20	10
Vzniknuté škody	0	98	197	296
CSM	67	52	35	17
Spolu:	496	472	448	422

Zdroj: vlastné spracovanie

Úročené hodnoty sme vypočítali z hodnôt najlepšieho odhadu, rizikovej prirážky a zmluvnej servisnej prirážky v čase $T = \frac{1}{4}; \frac{1}{2}; \frac{3}{4}; 1$. Pri úročení sme použili ročnú úrokovú mieru $i = 0,02$.

Pre ročné diskontovanie a pre štvrtročné úrokovanie sme použili jednoduché úrokovanie:

$$K_{\frac{1}{4}} = K_0 \left(1 + \frac{0,02}{4}\right) \quad (3)$$

V Tabuľke 3 je zobrazený výkaz ziskov a strát a v ňom zachytený pohyb výnosu z poistných zmlúv, očakávané škody, rozpúšťanie zmluvnej servisnej prirážky aj rizikovej prirážky. Aktuálne škody sa rovnajú v tomto prípade očakávaným škodám. Môžeme vidieť vplyv rozpúšťania CSM a RA na celkový zisk/stratu. Rozpúšťanie CSM aj RA je štvrtročné.

Tab. 3: Výkaz ziskov a strát

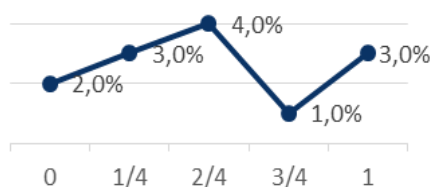
Výkaz ziskov a strát	T=1/4	T=1/2	T=3/4	T=1
Výnosy z poistných zmlúv	25 124	25 249	25 374	25 500
Očakávané poistné plnenia	19 705	19 803	19 901	20 000
Rozpustenie rizikovej prirážky (RA)	1 971	1 980	1 990	2 000
Rozpustenie zmluvnej servisnej prirážky (CSM)	3 448	3 466	3 483	3 500
Aktuálne poistné plnenia	19 705	19 803	19 901	20 000
Technický výsledok poistenia	5 419	5 446	5 473	5 500
Investičný výsledok poistenia	496	482	467	452
Zisk alebo strata	4 923	4 964	5 006	5 048
Ostatný súhrnný zisk (OCI)	0	0	0	0
Celkový súhrnný zisk	4 923	4 964	5 006	5 048

Zdroj: vlastné spracovanie

4.1 Zmena úrokovej miery počas poistného obdobia

Doteraz bola fixná úroková miera („locked in“). Zmena úrokovej miery počas jednotlivých štvrťrokov je zobrazovaná na obrázku 2. Na začiatku bola úroková miera 2%, potom na konci každého štvrťroku sa zistila iná hodnota úrokovej miery a toto zistenie vstupovalo do výpočtov. Chceme ukázať ako sa zmenia hodnoty CSM, RA a OCI (ostatný súhrnný zisk) pri zmene úrokovej miery a ako to ovplyvní súvahu a výkaz ziskov a strát.

Obr. 2: Zmena úrokovej miery



Zdroj: vlastné spracovanie

Tab. 4: Vplyv zmeny úrokovej miery

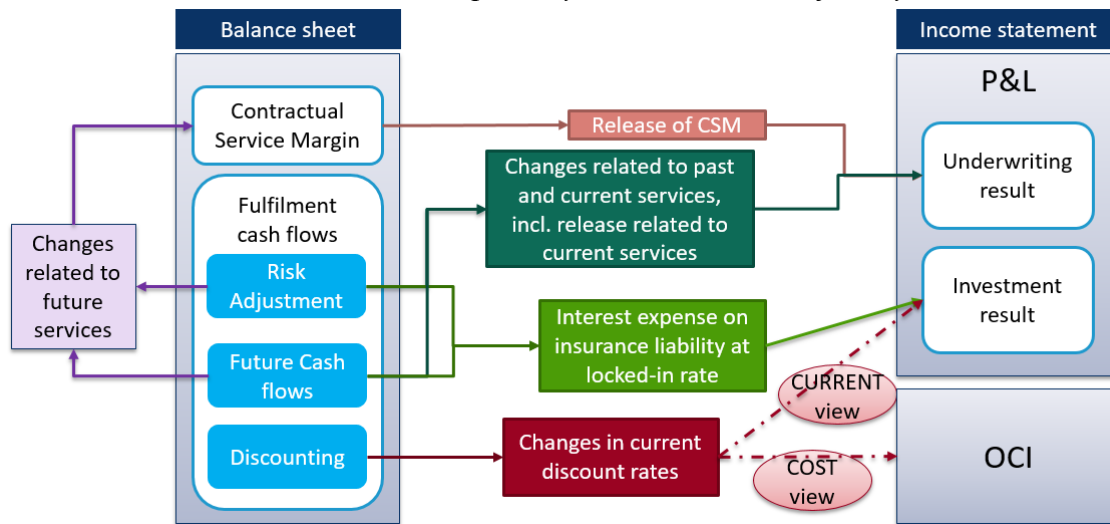
	RA pre zostávajúce poistné krytie	BE pre zostávajúce poistné krytie (vrátane PU)	Hodnota ostatného súhrnného zisku (OCI)
Q1	-44	-577	618
Q2	6	-190	186
Q3	43	963	-1005
Q4	-5	-196	201

Zdroj: vlastné spracovanie

V tabuľke 4 vidíme zmenu hodnôt RA a BE pre zostávajúce poistné krytie za jednotlivé štvrťroky vplyvom zmeny úrokovej miery. Tieto hodnoty vstupujú ako zmena úrokovej miery poistných záväzkov zostávajúceho krytia a RA. Vstupujú do hodnoty OCI (ostatného súhrnného zisku). Môžeme vidieť, že zmena úrokovej miery neovplyvní hodnotu CSM. Všetky zmeny úrokovej miery sa nezobrazia vo výkaze ziskov a strát, ale sa premietnu do ostatného súhrnného

zisku (OCI). A následne sa sčítavajú do celkového zisku. Na obrázku 3 sú uvedené dva možné pohľady na účtovanie zmeny úrokovej miery. Jeden pohľad je pohľad nákladov (cost view) a druhý je účtovný pohľad (current view). V tomto príspevku sme sa zaoberali nákladovým pohľadom.

Obr. 3: Dva možné pohľady na zmenu úrokovej miery

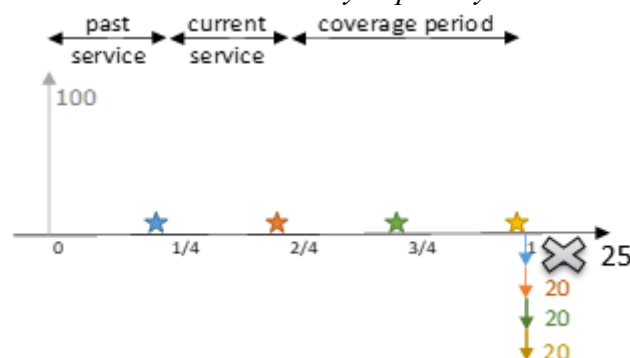


Zdroj: vlastné spracovanie

4.2 Zmena najlepšieho odhadu očakávaných minulých poistných udalostí

Vzniknuté poistné udalosti boli v základnom prípade v prvom kvartáli 20 000. Čo sa stane ak sa táto hodnota zvýši na 25 000? V tejto časti sa budeme zaoberať ako táto zmena ovplyvní hodnotu BE, RA, CSM a akým spôsobom sa to odzrkadlí v koncoročných účtovných výkazoch.

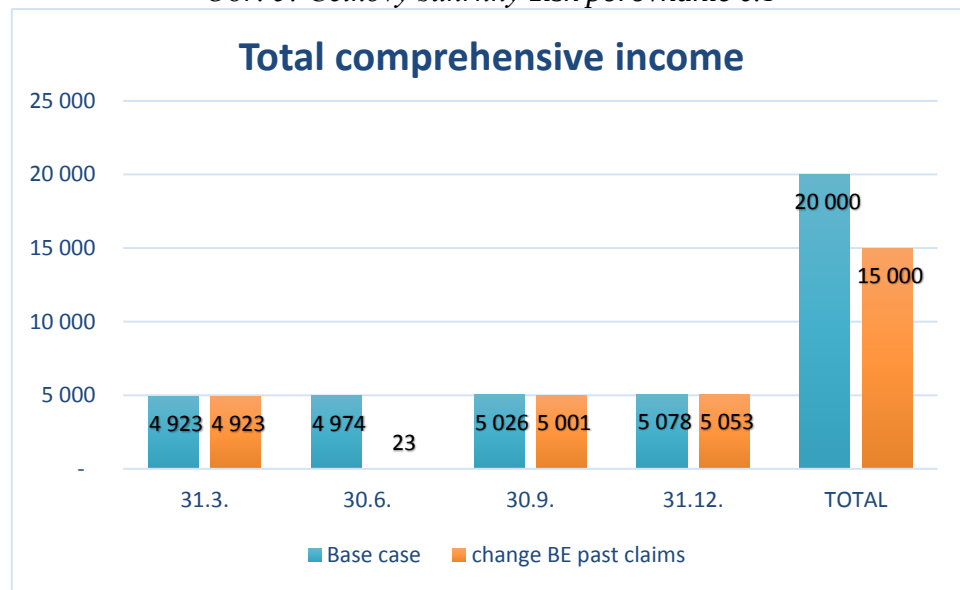
Obr. 4: Zmena BE minulých poistných udalostí



Zdroj: vlastné spracovanie

Poistné udalosti sa zvýšili v prvom kvartáli z odhadovaných 20 000 na 25 000. Rozdiel je 5 000, takže túto sumu musíme pripočítať k vzniknutým poistným udalostiam. Diskontovaná hodnota 5 000 je 4 951. Hodnotu (4 951) pripočítame k BE pre vzniknuté poistné udalosti.

Obr. 5: Celkový súhrnný zisk porovnanie č.1

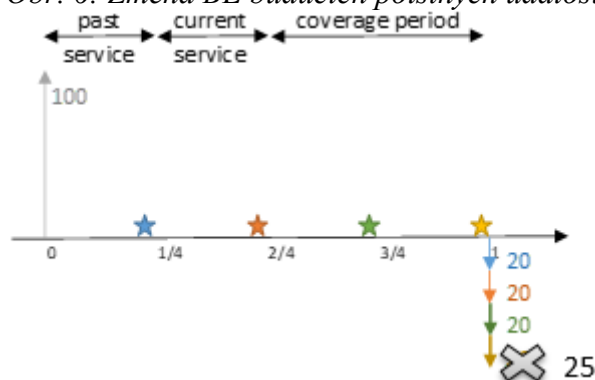


Zdroj: vlastné spracovanie

Na obrázku 5 sú zobrazené hodnoty celkového zisku v základnom prípade a po zvýšení nastatých poistných udalostí v prvom kvartáli. Môžeme vidieť v druhom kvartáli najnižší zisk kvôli zvýšeným poistným udalostiam a tiež stĺpec „TOTAL“ je po zmene znížený presne o sumu, o ktorú sa zvýšili poistné udalosti, ktoré treba klientom vyplatiť. Vplyv metódy BBA na výkaz ziskov a strát je v tomto prípade významný, hodnoty CSM v jednotlivých kvartáloch sa nemenia. Zmena v CSM nie je možná z dôvodu zmeny v peňažných tokoch v minulých obdobiach.

4.3 Zmena najlepšieho odhadu očakávaných budúcich poistných udalostí

Obr. 6: Zmena BE budúcich poistných udalostí

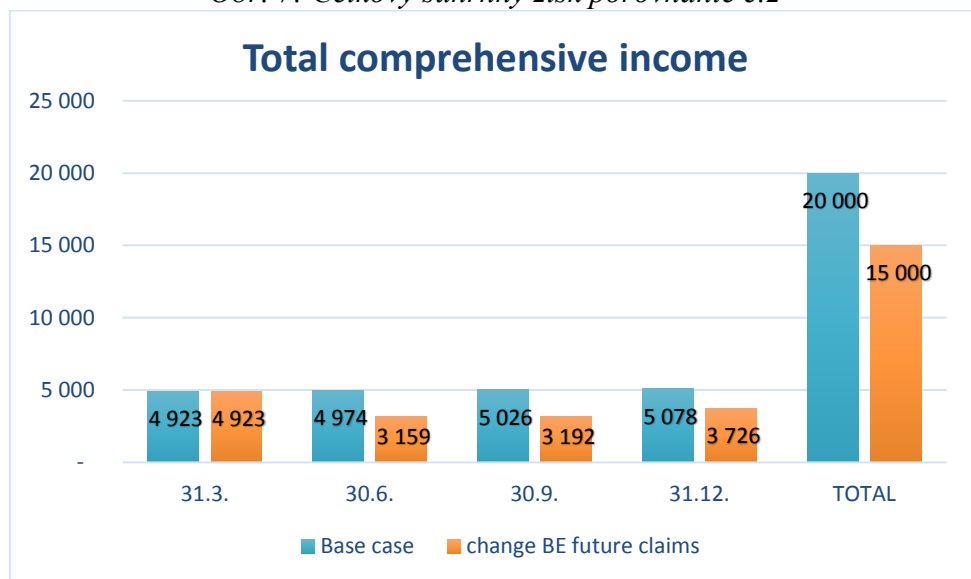


Zdroj: vlastné spracovanie

Rovnako ako v predchádzajúcom prípade aktuár v druhom kvartáli zistí, že budúce poistné plnenia sa zvýšia v poslednom kvartáli z 20 000 na 25 000, ako je znázornené na obrázku 6. Výplata poistných plnení sa výši z pôvodných 80 000 na 85 000. Najlepší odhad zvýšime o diskontovanú hodnotu zvýšených očakávaných budúcich plnení (t.j. 4 951). Zároveň sa zvýši aj RA o hodnotu 495 (diskontovaná hodnota 500). Hneď v druhom kvartáli to ovplyvní aj CSM, pretože musíme odpočítať plánované zvýšené poistné plnenia a taktiež RA 4 951 +

495. Potom sa nám konzistentne menia aj nasledujúce hodnoty pre rozpúšťanie CSM v ďalších kvartáloch.

Obr. 7: Celkový súhrnný zisk porovnanie č.2



Zdroj: vlastné spracovanie

5 Záver

Cieľom tohto príspevku bola analýza možných prípadov ohodnocovania poisťných zmlúv podľa nového štandardu IFRS 17. Vybrali sme ohodnocovanie metódou BBA vybraného modelového zjednodušeného príkladu. Najskôr sme opísali základný prípad s fixnou úrokovou mierou s pravidelnými a rovnakými očakávanými poisťnými udalosťami. Následne sme vytvorili analýzu zmeny predpokladov: zmena úrokovej miery počas doby poisťného krytia, zmena najlepšieho odhadu očakávaných minulých poisťných udalostí a zmena najlepšieho odhadu očakávaných budúcich poisťných udalostí. Ukázali sme, aký vplyv má zmena daných parametrov na ostatný a celkový súhrnný zisk, na hodnoty definované v IFRS 17 a to CSM a RA. Zmena úrokovej miery mala vplyv iba na ostatný súhrnný zisk (OCI) kde sme vykázali danú zmenu podľa nákladového prístupu. Zmena najlepšieho odhadu nastatých poisťných udalostí mala vplyv na BE a výkaz ziskov a strát. Posledná zmena sa týkala zmeny najlepšieho odhadu očakávaných budúcich poisťných udalostí. Vplyv poslednej zmeny bol najväčší, pretože sa týkal nielen celkového súhrnného zisku, ale aj BE, RA a CSM. Rozpustenie CSM sa od druhého kvartálu počítalo z inej sumy ako v základnom prípade. Hneď od druhého kvartálu sa zvýšila hodnota BE aj RA a hodnota CSM sa zároveň znížila. Celkový súhrnný zisk sa menil ako môžeme vidieť na obrázku č. 7. Zmeny očakávaných poisťných udalostí nemali vplyv na OCI – ostatný súhrnný zisk vo výkaze ziskov a strát. Podľa IFRS 17 sa tam zaznamenávajú zmeny úrokovej miery.

Poisťovne musia podľa IFRS 17 pravidelne aktualizovať svoje predpoklady – vrátane diskontných mier používaných na odhad záväzkov v jednotlivých obdobiach vykazovania. Poisťovateľ tým poskytne verejnosti najaktuálnejší prehľad o záväzkoch z poisťovacej činnosti a o jeho finančnej situácii. Tento krok predstavuje zmenu oproti súčasnému stavu, kedy účtovné jednotky vykazujúce podľa IFRS 4 používajú fixnú úrokovú mieru.

V prípade, ak dôjde k zmenám v aktuárskych predpokladoch z dôvodu odlišného vývoja aktuárskych predpokladov oproti očakávaným, tak vtedy sa vytvárajú neočakávané dopady na hospodársky výsledok poisťovní. Ak vznikne strata, ktorá je vyššia ako nespotrebovaná zmluvná servisná marža, tak táto sa ihneď rozpoznáva.

Príspevok bol spracovaný v rámci riešenia grantovej úlohy VEGA č. 1/0618/17 Moderné nástroje na modelovanie a riadenie rizík v životnom poistení.

Literatúra

1. (2017). *IFRS 17 Insurance Contracts*. International Accounting Standards Board (IASB).
2. (2017). *IFRS 17: Insurance contracts – Effect analysis*. London: International Accounting Standards Board.
3. Kamenárová, M.: *Niektoré garancie a opcie v životnom poistení a ich vplyv na hospodárenie životnej poisťovne*, dizertačná práca, 2019. EU v Bratislave, FHI, Katedra matematiky a aktuárstva.
4. KPMG: *New on the Horizon: Insurance Contracts*, 2013, Publication 130468.
5. Krajčo, Š.: *IFRS 17 – zmena medzinárodného štandardu finančného výkazníctva IFRS 4 pre poisťovne*, diplomová práca, 2018. EU v Bratislave, FHI, Katedra matematiky a aktuárstva.
6. Poláček, Š. (2019, Február 19). Vzdelávacie prednášky SSA 2019. Dostupné na: <http://aktuar.sk/sk/vzdelavanie/pravidelne-vzdelavanie/>
7. Sakálová, K.: *Aktuárske analýzy*. Bratislava: Vydavateľstvo EKONÓM, 2006.

ZBORNÍK

X. medzinárodná vedecká konferencia

„Mladá veda AIESA 2019,,

„Participácia doktorandov a mladých vedeckých pracovníkov na budovaní spoločnosti založenej na vedomostiach“

Vydalo: Letra Edu s.r.o.
Na Revíne 29/D
831 01 Bratislava

Rozsah: 100 strán

AH: 5,55

ISBN: ISBN: 978-80-89962-40-2
ISBN: 978-80-89962-41-9 (online)

Fakulta hospodárskej informatiky
Ekonomická univerzita v Bratislave
Dolnozemska cesta 1/b, 852 35 Bratislava
tel.: +421 2 6729 5723, e-mail:veda.fhi@euba.sk



VYDAVATEĽSTVO:



ISBN: 978-80-89962-41-9

