

EKONOMICKÁ UNIVERZITA V BRATISLAVE
FAKULTA HOSPODÁRSKEJ INFOTMATIKY

Evidenčné číslo: 103003/B/2017/36086129772356612

APLIKÁCIA JEDNOROVNICOVÉHO EKONOMETRICKÉHO MODELU NA
KONKRÉTNY EKONOMICKÝ PROBLÉM (ODHAD CENY BYTOV)

Bakalárska práca

EKONOMICKÁ UNIVERZITA V BRATISLAVE
FAKULTA HOSPODÁRSKEJ INFOTMATIKY

**APLIKÁCIA JEDNOROVNICOVÉHO EKONOMETRICKÉHO MODELU NA
KONKRÉTNY EKONOMICKÝ PROBLÉM (ODHAD CENY BYTOV)**

Bakalárska práca

Študijný program: Manažérske rozhodovanie

Študijný odbor: 3.3.24 Kvantitatívne metódy v ekonómii

Školiace pracovisko: Katedra operačného výskumu a ekonometrie

Vedúci záverečnej práce: Ing. Adriana Lukáčiková, PhD.



Ekonomická univerzita v Bratislave
Fakulta hospodárskej informatiky

ZADANIE ZÁVEREČNEJ PRÁCE

Meno a priezvisko študenta: Emília Šubová
Študijný program: Manažérske rozhodovanie (Jednoodborové štúdium, bakalársky I. st., denná forma)
Študijný odbor: 3.3.24 Kvantitatívne metódy v ekonómii
Typ záverečnej práce: Bakalárska záverečná práca
Jazyk záverečnej práce: slovenský
Sekundárny jazyk: anglický

Názov: Aplikácia jednorovnicového ekonometrického modelu na konkrétny ekonomický problém (odhad ceny bytov)

Anotácia: V práci bude popísaný proces ekonometrického modelovania teda špecifikácia, odhad parametrov, verifikácia a aplikácia na konkrétnom ekonomickom probléme.

Vedúci: Ing. Adriana Lukáčiková, PhD.
Katedra: KOVE FHI - Katedra operačného výskumu a ekonometrie FHI
Vedúci katedry: prof. Mgr. Juraj Pekár, PhD.

Dátum zadania: 31.03.2016

Dátum schválenia: 14.04.2016

prof. Ing. Michal Fendek, PhD.
vedúci katedry

Čestné vyhlásenie

Čestne vyhlasujem, že bakalársku prácu som vypracovala samostatne a že som uviedla všetku použitú literatúru.

Dátum: 23.05.2017

.....
Podpis študenta

Pod'akovanie

Chcela by som sa pod'akovať svojej školiteľke Ing. Adriane Lukáčikovej, PhD. za odbornú pomoc, usmerňovanie pri písaní mojej práce, za cenné rady, informácie a v neposlednom rade za ochotu.

ABSTRAKT

ŠUBOVÁ, Emília: Aplikácia jednorovnicového ekonometrického modelu na konkrétny ekonometrický problém (odhad ceny bytov). – Ekonomická univerzita v Bratislave. Fakulta hospodárskej informatiky, Katedra operačného výskumu a ekonometrie. – Vedúci záverečnej práce: Ing. Adriana Lukáčiková, PhD. – Bratislava: FHI EU, 2017. 47 s.

Cieľom záverečnej práce je pomocou jednorovnicového ekonometrického modelu odhadnúť cenu bytov závislú od konkrétnych premenných a interpretovať výstupy z programu EViews. Práca je rozdelená do štyroch kapitol. Obsahuje dva grafy, devätnásť výstupov z programu EViews a dva výstupy z programu Excel. Prvá kapitola je venovaná súčasnému stavu ceny bytov, vrátane vývoja trhu nehnuteľností a cien na tomto trhu. V ďalšej časti sa charakterizuje cieľ práce a metodika práce. Druhá kapitola teda zahŕňa teoretické riešenie a postup pri vytváraní modelu, taktiež popisuje základné kroky, ktoré sme vykonali v modeli, aby sme dosiahli požadovaný výsledok. Záverečná kapitola sa zaoberá výsledkami práce, kde sme zahrnuli aj výstupy z programu EViews pre lepšie vysvetlenie a interpretáciu výsledkov z vytvoreného modelu. Výsledkom riešenia danej problematiky je štatisticky významný jednorovnicový ekonometrický model pre odhad ceny bytov.

Kľúčové slová: cena, byt, jednorovnicový ekonometrický model, odhad ceny bytov

ABSTRACT

ŠUBOVÁ, Emília: Application of a single-equation econometric model to a specific econometric problem (estimate of apartment prices). - University of Economics in Bratislava. Faculty of Economic Informatics, Department of Operational Research and Econometrics. – Thesis supervisor: Ing. Adriana Lukáčiková, PhD. - Bratislava: FHI EU, 2017, 47 p.

The goal of the final thesis is to estimate the price of apartment dependent on specific variables using a single-equation econometric model and interpret outputs from EViews. The thesis is divided into four chapters. It contains two graphs and nineteen outputs from EViews and two outputs from Excel. The first chapter is devoted to the current status of apartment prices, including the development of the real estate market and prices in this market. In the next part is characterized the goal and the methodology of work. The second chapter therefore includes the theoretical solution and model making process and also describes the basic steps we have taken in the model in order to achieve required result. The final chapter deals with the results of the work, including the EViews outputs, in order to better explain and interpret the results of the created model. The solution to this problem is a statistically important single-equation econometric model for estimate of apartment prices.

Key words: price, apartment, single-equation econometric model, estimate of apartment prices

Obsah

Úvod.....	9
1. Súčasný stav riešenej problematiky doma a v zahraničí.....	10
1.1 Aktuálny stav trhu nehnuteľností.....	10
1.2 Faktory vplývajúce na cenu bytov	12
2. Cieľ práce.....	17
3. Metodika práce	18
3.1 Ekonometrický model	18
3.2 Jednorovnicový ekonometrický model	18
3.3 Predpoklady všeobecného lineárneho modelu	19
3.4 Testovanie parametrov modelu	21
3.5 Testovanie modelu ako celku.....	22
3.6 Heteroskedasticita	23
3.7 Autokorelácia	25
3.8 Multikolinearita.....	26
4. Výsledky práce	28
4.1 Identifikácia premenných.....	28
4.2 Odhad konkrétneho modelu	29
4. 2. 1 Odhad modelu s kvantitatívnymi premennými	29
4. 2. 2 Odhad modelu s kvalitatívnymi premennými	33
4.3 Model s kvantitatívnymi aj kvalitatívnymi premennými	37
4.4 Testovanie významnosti parametrov a modelu ako celku	39
4.5 Heteroskedasticita v modeli	40
4.6 Multikolinearita v modeli.....	41
Záver	45
Zoznam použitej literatúry	47

Úvod

Svet realít sa veľmi rýchlo vyvíja, a to z jednoduchého dôvodu, ide o zvýšený dopyt po nehnuteľnostiach. V závislosti od zvýšeného dopytu sa zlepšila situácia aj na trhu nehnuteľností čo samozrejme súvisí aj s pozitívnym vývojom ekonomiky, ktorý považujeme za kladnú časť pôsobenia rastu záujmu o nehnuteľnosti. Na druhej strane však hovoríme o zvyšovaní cien, čo zo strany dopytu nie je veľmi pozitívny dopad.

V tejto bakalárskej práci sa budeme zameriavať najmä na trh s bytmi, o ktoré je dnes pomerne veľký záujem. Mnoho ľudí disponuje s týmto druhom nehnuteľnosti a rovnako ako tí, ktorí oň majú záujem, chcú vedieť ako sa pohybuje cena na trhu. Túto problematiku budeme ďalej rozoberať z ekonometrického hľadiska, a to využitím jednorovnicového ekonometrického modelu. Existuje veľa faktorov, ktoré ovplyvňujú cenu bytu. Do modelu sme vybrali len časť z nich, ktoré na cenu z nášho pohľadu najvýznamnejšie pôsobia.

Prácu sme rozdelili do štyroch nadväzujúcich kapitol, v prvej si objasníme súčasný stav problematiky doma aj v zahraničí a priblížime vývoj cien nehnuteľností na trhu. Druhá kapitola približuje a špecifikuje cieľ práce, na základe ktorého sme dospeli k výsledkom. Tretia časť sa venuje teórii, ktorá je potrebná pre priblíženie problematiky pri tvorbe a testovaní ekonometrického modelu. Poslednú kapitolu bakalárskej práce sme venovali výsledkom práce a ich interpretácii.

Zámerom tejto bakalárskej práce je analýza konkrétnych faktorov na ceny bytov Slovenskej republiky prostredníctvom zodpovedajúcich ekonometrických prístupov a modelov. Na základe tejto problematiky sme zostrojili jednorovnicový ekonometrický model, ktorý spĺňa základné predpoklady ekonomickej teórie. Ten sme následne odhadovali a testovali pomocou viacerých ekonometrických postupov. Nakoniec sme vyvodili záver.

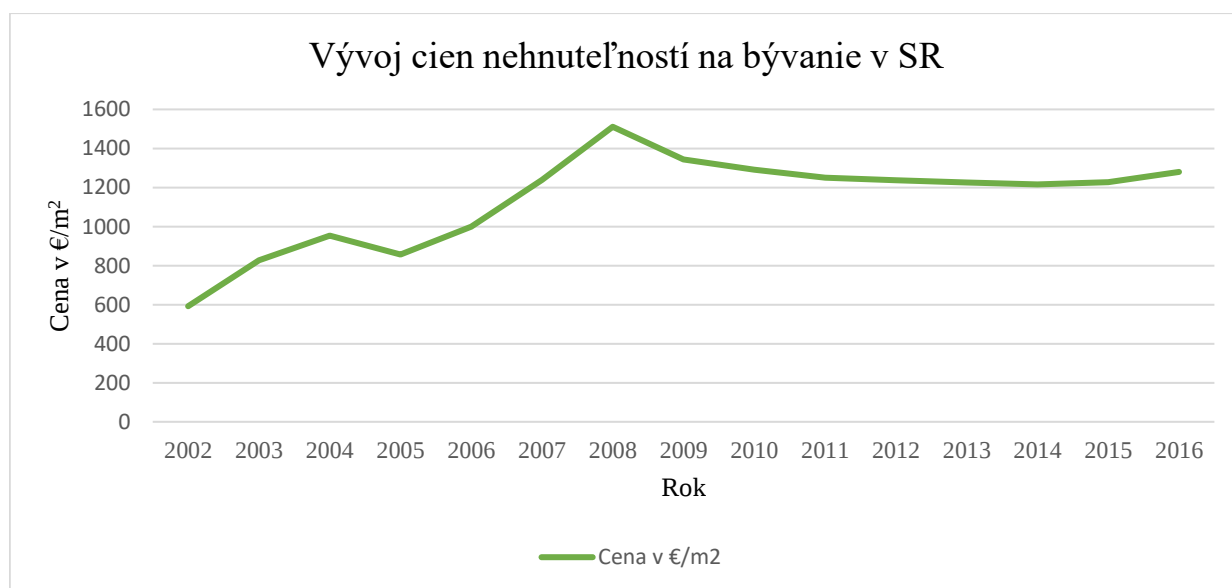
1. Súčasný stav riešenej problematiky doma a v zahraničí

1.1 Aktuálny stav trhu nehnuteľností

Prepad cien, ktoré nastali v minulom desaťročí počas krízy je už minulosťou, dnes má realitný trh rastúci trend, prejavom čoho je aj rast cien nehnuteľností, ktoré počas minulého roku narástli najvýraznejšie od roku 2008. Začiatok tohto roka potvrdil trend rastu priemerných cien domov a bytov v krajinách Európskej únie. Podľa nových údajov Eurostatu sa priemerná cena v krajinách Európskej únie medziročne zvýšila o štyri percentá a v eurozóne o tri percentá. Medzi lídrov zdražovania patria momentálne Maďarsko, Rakúsko a Švédsko, no ceny naopak klesli v krajinách ako sú Taliansko, Cyprus a Chorvátsko.¹

Podľa zverejnených štatistík Národnej banky Slovenska ceny nehnuteľností od minulého roka nepretržite rastú, tempo tohto rastu sa neustále zvyšuje. V treťom štvrtroku 2015 sa priemerná cena nehnuteľností zvýšila o 8 €/m² na hodnotu 1229 eur/m², znamená to medziročný rast o 1,2%. Vývoj cien nehnuteľností od roku 2002 je zobrazený na grafe.²

Graf č. 1 Vývoj cien nehnuteľností na bývanie v SR



Zdroj: Vlastné spracovanie podľa údajov z Národnej banky Slovenska

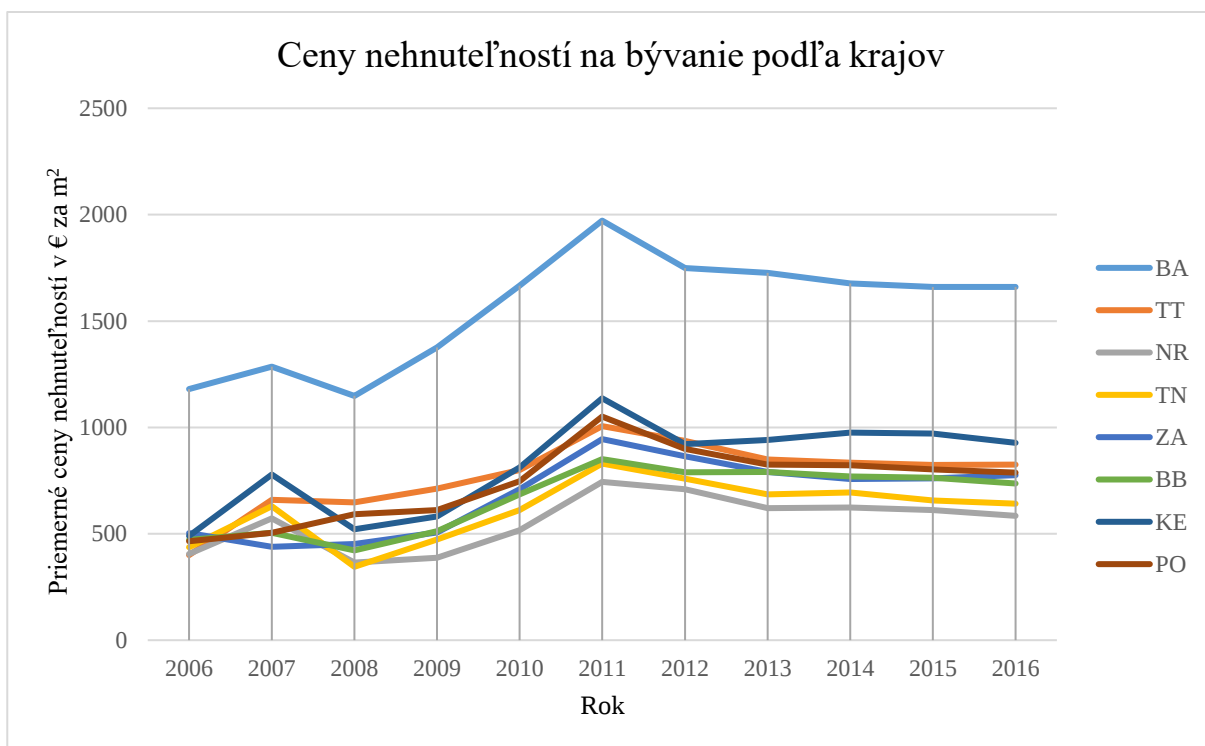
¹ http://ec.europa.eu/eurostat/statistics-explained/index.php/Housing_price_statistics_-_house_price_index

² <http://www.nbs.sk/sk/statisticke-udaje/vybrane-makroekonomicke-ukazovatele/ceny-nehnutelnosti-na-byvanie/vyvoj-cien-nehnutelnosti-na-byvanie-v-sr>

Situácia na trhu nehnuteľností sa obrátila, od začiatku roku 2013 je meter štvorcový bytu na Slovensku výrazne drahší v porovnaní s rodinným domom. Jedným z dôvodov je zvýšený záujem o žitie v meste, ktoré vo väčšine prípadov ponúka bývanie v bytoch. To sa spája s komfortom mestského života, so službami a s nenáročnosťou o údržbu, ktorej sa poteší každý pracovne alebo inak časovo vytiažený človek.

Veľké cenové rozdiely možno vidieť takisto v jednotlivých regiónoch, dopyt po realitách rastie vždy na miestach, kde sa zokupuje najväčšia pracovná ponuka, ekonomická sila, obchod, teda tam, kde existuje rozvinutá infraštruktúra a občianska vybavenosť.³ Ceny nehnuteľností na bývanie podľa krajov zobrazuje graf č. 2.

Graf č. 2 Ceny nehnuteľností na bývanie podľa krajov



Zdroj: Vlastné spracovanie podľa údajov z Národnej banky Slovenska

Základným predpokladom pre rastúci realitný trh je ekonomická aktivita, ktorá zabezpečuje dostatočnú kúpnu silu a dostatočné príjmy obyvateľstva. Kurz na realitnom trhu preto udávajú významné slovenské ekonomické centrá. Hovoríme konkrétne o významnej váhe Bratislavského a Trnavského kraja, ktorá sa prejavuje v posledných štvrtrokoch aj na

³ Štatistická ročenka regiónov Slovenska. Bratislava: ŠÚ SR, 2011. ISBN 978-80-8121-053-2

rastovom trende priemernej ceny bývania na celom Slovensku. Podľa NBS v rámci celoslovenskej ponuky až 70% novostavieb vznikne práve v Bratislavskom kraji. Na čele krajov s najvyššími cenami nehnuteľností na bývanie sú Bratislavský a Košický kraj, no najvýraznejší rast zachytil Prešovský kraj, v ktorom ceny nehnuteľností stúpili o 3,4%. Naopak najnižšie cenové zvýšenie bolo zaznamenané v Nitrianskom kraji, v ktorom sa ceny zvýšili iba o 1,5%.⁴

Globálna kríza v minulosti spôsobila vysoký pokles cien nehnuteľností, aj napriek prosperujúcej situácii posledných období sa trh stále nedostal na svoju pôvodnú cenovú úroveň, ktorá pred krízou z roku 2008 dosahovala 1 511 eur/m². V tomto roku dosiahla priemerná cena bývania svoj vrchol, v súčasnosti sú ceny nehnuteľností stále o 17 % nižšie.

Dôležitou otázkou pre dopyt je forma zabezpečenia financií na zaobstaranie nehnuteľnosti do vlastníctva. Ako uvádza NBS, bývanie na Slovensku sa rieši predovšetkým formou úveru. Prostriedky poskytované úverovými inštitúciami sú samozrejme len dostatočne bonitným záujemcom. Tí sú posudzovaní podľa viacerých kritérií, ktoré musia spĺňať. Ako sme spomínali rast cien nehnuteľností, ten bol vo väčšine slovenských krajov kompenzovaný aj rastom priemerných dôchodkov, takže sa dostupnosť bývania výrazne nemenila.

Momentálne na trhu nastáva priaznivá situácia, ktorá sa prejavila v stabilných cenách. Ekonomická situácia ostáva naďalej pozitívna, vývoj na trhu práce prispieva k zvyšovaniu disponibilných príjmov domácností a vďaka uvoľnenej politike Európskej centrálnej banky pretrvávajú prostredie nízkych úrokov a dostupnosť trhu s bývaním je viac než dobrá.

1.2 Faktory vplývajúce na cenu bytov

Ceny nehnuteľností na bývanie sú dané zoskupením dopytových a ponukových faktorov pôsobiacich na príslušnom realitnom trhu. Ak hovoríme o strane dopytu, môžeme faktory ovplyvňujúce cenu nehnuteľností na bývanie rozčleniť do viacerých skupín:

- Sociálno-demografické, kde hovoríme o počte obyvateľstva respektíve jednotlivých vekových skupinách, populácii, počte hospodáriacich domácností, pôrodnosti, úmrtnosti, sobášnosti, rozvodovosti, potrebe bývanie a pod.,
- Sociálno-ekonomické t. j. výkonnosť ekonomiky, zamestnanosť, príjmová a dôchodková situácia domácností, kúpyschopnosť obyvateľstva,

⁴ <http://www.nbs.sk/sk/statisticke-udaje/vybrane-makroekonomicke-ukazovatele/ceny-nehnutelnosti-na-byvanie/ceny-nehnutelnosti-na-byvanie-podla-krajov>

- Sociálno-politické t. j. štátna bytová politika, dotačná a subvenčná politika podpory bývania,
- Úverovo-finančné t. j. miera úspor, miera dostupnosti úverov, úverové podmienky, výška úrokových mier, miera úverového zaťaženia, rizikovosť úverov.

Na strane ponuky možno uvažovať o nasledujúcich skupinách faktorov:

- Územné a legislatívno-právne kde zaradíme miesto bytovej výstavby v územných plánoch miest a obcí, dostupnosť stavebných pozemkov na bytovú výstavbu, legislatívna dostupnosť a podpora bytovej výstavby,
- Ekonomicko-technické t. j. miera kapitálu vložená do bytovej výstavby, podiel bytovej výstavby na stavebnej produkcii, počet začatých bytov, počet dokončených bytov, počet rozostavaných bytov, úbytky bytov a pod.

Rozoberiem len vybrané faktory na realitnom trhu, ktoré sú najpodstatnejšie a majú najvýraznejší vplyv. Jeden z takých je počet obyvateľstva, ktorého minimálny medziročný rast je sprevádzaný v posledných rokoch variabilnejším a mierne výraznejším medziročným rastom obyvateľstva vo veku od 25 rokov do 44, teda vo veku najviac pravdepodobnom pre zakladanie rodiny alebo pre jednoduché osamostatnenie jednotlivca a vytvorenie hospodárijacej domácnosti s následnou snahou zabezpečiť si bývanie.

Pre súčasnosť je charakteristický dynamickejší rast počtu hospodáriacich domácností ako počtu obyvateľstva hlavne v dôsledku rastúceho počtu domácností jednotlivcov. Výrazne k tomu prispieva aj rastúca miera rozvodovosti, na ktorej sa podľa aktuálnych údajov v najväčšej miere podieľajú vekové skupiny od 30 do 44 rokov. Uvedené demografické faktory vyvolávajú rastúce potreby uspokojovania vlastného bývania.⁵

Miera uspokojovania vlastného bývania sa odvíja hlavne od stavu a predpokladaných trendov vývoja ekonomiky a s tým súvisiacimi aktuálnymi a očakávanými príjmovými možnosťami a kúpyschopnosťou obyvateľstva. Dôležitú rolu pri obstarávaní bývania zohrávajú aj úverové zdroje, resp. všeobecné podmienky ich poskytovania a ich reálna dostupnosť.

Hodnoty aktuálne prevereného HDP mali v posledných rokoch rastúci trend a v súlade s ich vývojom bol aj hrubý disponibilný dôchodok domácností, ktorý predstavuje vyše polovicu HDP. Samotné nakladanie s hrubým disponibilným dôchodkom domácností bolo v posledných rokoch pomerne variabilné. Podľa výrazných medziročných zmien hrubých úspor domácností (aktuálne predstavujú zhruba 3% z HDP) bolo možné sledovať skôr trend

⁵ http://ec.europa.eu/eurostat/statistics-explained/index.php/Marriages_and_births_in_Slovakia/sk

postupného zmierňovania sklonu domácností k úsporám. Súviselo to zrejme aj so sklonom domácností viac míňať v dôsledku zvyšujúcej sa výkonnosti ekonomiky. Doterajší pozitívny ekonomický vývoj bol základom aj pre relatívne pozitívne očakávania obyvateľstva do budúcnosti a s tým súvisiacej ochoty a odvahy obyvateľstva sa aj viac zadlžovať.

K podpore spotreby domácností prispievali v posledných rokoch aj rastúce objemy poskytovaných úverov domácnostiam. Sklon domácností zadlžovať sa je objektívne vyvolávaný jednak absenciou potrebnej finančnej hotovosti v danom čase, ale súvisí aj s rastúcou mierou dostupnosti jednotlivých druhov úverov a celkovými úverovými podmienkami poskytovateľov úverov. Jednou z dôležitých informácií pre záujemcu o úver je aj výška úrokovej sadzby pre uvažovaný úver.

Základná úroková sadzba NBS prešla od začiatku roku 2004 určitým vývojom, keď z úrovne 6,00% sa znížila na 3,00%, vzrástla na 4,75% a postupne sa znížila na 4,25% v roku 2008. Priemerné komerčné úrokové sadzby na úvery domácnostiam sa v sledovanom období od začiatku roku 2004 do roku 2008 pohybovali v rozpätí od 9,6% do 12,7% s relatívne malou variabilitou a úrokové sadzby na úvery na bývanie v rozpätí od 5,4% do 7,6% s mierne vyššou variabilitou. Kým úrokové sadzby na úvery spolu mali tendenciu mierneho rastu, tak úrokové sadzby na úvery na bývanie mierne klesali.⁶

Objem úverov domácnostiam zaznamenali výrazný nárast zo zhruba 990 mil. eur v roku 2004 na vyše 3,6 mld. eur v roku 2008. Pozoruhodný je značný nárast úverov v 2. štvrtrokoch v jednotlivých rokoch, ktoré boli spôsobené predovšetkým rastom úverov na bývanie. V sledovanom období viac ako štvornásobne vzrástli úvery poskytnuté domácnostiam na bývanie. Aj keď na medziročnej báze rástli od začiatku roku 2004 celkovo poskytované úvery domácnostiam i úvery na bývanie relatívne rovnakou priemernou mierou so značne výraznejšou variabilitou rástli úvery na bývanie.

V súvislosti s rastúcim objemom poskytovaných úverov domácnostiam sa zvykne upozorňovať na riziko neprimeraného úverového zaťaženia domácností pre bankový sektor. Z pozorovania objemov termínovaných vkladov domácností a objemov celkovo poskytnutých úverov domácnostiam v jednotlivých štvrtrokoch od roku 2004 vyplýva, že až na niekoľko výnimiek bol objem termínovaných vkladov domácností vyšší ako objem celkovo poskytnutých úverov domácnostiam.

Podiel objemu celkových úverov poskytnutých domácnostiam na objeme hrubého domáceho produktu vzrástol z 9,4% v roku 2004 na 20,5% v roku 2008 pri mierne nižšom

⁶ <http://www.nbs.sk/sk/statisticke-udaje/financne-trhy/urokove-sadzby/priemerne-urokove-miery-z-uverov-obchodnych-bank>

priemernom medziročnom raste v jednotlivých štvrtrokoch ako pri raste podielu úverov na hrubom disponibilnom dôchodku domácností. Najvýraznejšie medziročné nárasty pri vývoji podielov objemov úverov poskytnutých domácnostiam tak na objeme hrubého domáceho produktu, ako aj na objeme hrubého disponibilného dôchodku domácností boli dosiahnuté v roku 2006 odkedy je evidentný trend spomaľovania medziročného rastu uvedených podielových ukazovateľov.

Niektoré faktory, ktoré pôsobia na ponukovej strane realitného trhu sú pomerne ťažko kvantifikovateľné. Ľahšie kvantifikovateľné a tým aj reálne dostupnejšie sú viaceré ekonomické a technické ukazovatele realitného trhu.

Objem prostriedkov, ktoré sú v rámci hrubého fixného kapitálu určené na výstavbu budov na bývanie a celkovo pre sektor domácností, predstavuje pomerne malý podiel na HDP a v posledných rokoch sa vyvíjal pomerne rozdielne. O samotnej miere možného vplyvu tohto objemu na ceny nehnuteľností na bývanie budeme uvažovať v ďalšej časti.

Stavebná produkcia v tuzemsku, v rámci ktorej sa realizuje aj výstavba bytových budov, predstavuje vyše 95-percentný podiel z celkovej stavenej produkcie. Podiel výstavby bytových budov na stavebnej produkcii v tuzemsku sa zvyšoval z 24 % v roku 2004 postupne až na 29,3% v roku 2008.

Objem stavebnej produkcie v tuzemsku rástol doteraz v jednotlivých štvrtrokoch v priemere o 17% na medziročnej báze, kým výstavba bytových budov v priemere o 25,7%. V priebehu roku 2007 mal medziročný rast objemu stavebnej produkcie v tuzemsku trend výraznejšieho spomaľovania, ako to bolo v prípade výstavby bytových budov. V bytovej výstavbe dominujú na Slovensku rozostavané byty, ktorých počet v posledných rokoch postupne rastie pomerne rovnomerným tempom a v priemere takmer 15-násobne prevyšuje počet dokončených bytov.

Bytový fond sa postupne zväčšuje, ale ešte stále nie je dostatočne uspokojené bývanie aspoň na úrovni priemeru Európskej únie okolo 450 bytov na tisíc obyvateľov. Pri poslednom sčítaní obyvateľov, domov a bytov pripadalo na Slovensku okolo 350 bytov na tisíc obyvateľov. Po zohľadnení doterajších prírastkov a úbytkov bytov, keď ročne v čistom pribúdalo v priemere okolo 14 tisíc bytov, môže aktuálne pripadať necelých 370 bytov na tisíc obyvateľov.

Realitný trh je ovplyvňovaný celým radom faktorov, ktorých intenzita sa môže v čase meniť. Dôležité je poznať mieru vplyvu faktorov aj vo všeobecnosti, ale intenzívnejší záujem jednotlivých aktérov realitného trhu je badateľný v obdobiach, v ktorých dochádza k jeho výraznejšej akcelerácii alebo stagnácii. Slovenský realitný trh zaznamenal v posledných

rokoch relatívny boom, ktorý súvisí hlavne s jeho pomerne neskorým vznikom až zhruba na prelome tisícročí, keď odštartoval aj dynamicky rast cien nehnuteľností na bývanie v celosvetovom meradle. K výraznému rastu cien domov a bytov prispel podstatnou mierou hlavne priaznivý vývoj slovenskej ekonomiky, ktorý bol základom pre pozitívne očakávania obyvateľstva a rastúcu ochotu obstarávať si bývanie aj pomocou relatívne dobre dostupných úverových zdrojov. Rastúci dopyt po bývaní nebol saturovaný adekvátnou ponukou, čoho výsledkom bol pomerne dynamický rast cien nehnuteľností na bývanie v posledných rokoch.

Zlom nastal v druhom polroku 2008, keď v dôsledku vonkajších a vnútorných vplyvov došlo postupne k stagnácii na realitnom trhu a k poklesu cien nehnuteľností na bývanie medzi jednotlivými štvrťrokmi. Spomedzi uvažovaných premenných pokrývajúcich viacero oblastí sme vybrali nasledujúce ukazovatele, ktoré majú najväčší vplyv na cenu nehnuteľností:

- za oblasť sociálno-demografických faktorov ukazovateľ počet obyvateľstva vo veku 25 až 44 rokov, • za oblasť sociálno-ekonomických faktorov ukazovateľ HDP,
- za oblasť úverovo-finančných faktorov ukazovateľ celkový objem poskytnutých úverov domácnostiam alebo ukazovateľ objem poskytnutých úverov domácnostiam na bývanie,
- za oblasť ponukových faktorov ukazovateľ objem stavebnej produkcie spojenej s výstavbou bytových budov.⁷

⁷ http://www-ext.nbs.sk/_img/Documents/PUBLIK/MU/Car09-03-Biatec.pdf

2. Cieľ práce

Cieľom bakalárskej práce je vytvorenie jednorovnicového ekonometrického modelu pre odhad ceny bytov. Pre modelovanie je potrebné vybrať vhodné premenné, ktoré významne ovplyvňujú cenu bytov na trhu a modelovanie s nimi bude rovnako významné. Primárny cieľ sme rozdelili do viacerých čiastkových cieľov pre postupnosť vytvorenia modelu. Prvým čiastkovým cieľom je popísať aktuálny stav a vývoj ceny bytov v Slovenskej republike, ako druhý je vytvorenie údajovej základne zo skutočných údajov získaných prostredníctvom internetu z realitnej kancelárie.

Údaje budeme klasifikovať podľa vopred stanovených kritérií a následne ich zaradíme do modelu, kde budeme testovať ich štatistickú významnosť, upravovať ich tak, aby model spĺňal všetky predpoklady a bol taktiež štatisticky významný. Rovnako dôležité je, aby výsledky modelu boli interpretovateľné a ich interpretácie dávali zmysel. Na vytvorenie a otestovanie modelu budeme používať ekonometrický softvér EViews.

3. Metodika práce

3.1 Ekonometrický model

Problematiku odhad ceny bytov sme riešili pomocou ekonometrického modelu, pričom modelom nazývame zjednodušenú, najčastejšie matematickú reprezentáciu reálneho objektu, vzťahu alebo procesu. Model slúži na analýzu nejakého vzťahu alebo komplexu vzťahov v rámci modelovaného objektu, na simuláciu alebo prognózu vývoja objektu, alebo aj na riadenie zložitého objektu. Takýto modelový prístup sa dá použiť vo väčšine oblastí – v prírodných vedách, spoločenských vedách, technike i v ekonómii. Reálne javy v týchto oblastiach, ako napríklad pohyb cien na trhu, správanie spotrebiteľa, proces tvorby národného dôchodku, atmosférické procesy atď. sú také zložité, že ich dokážeme študovať a analyzovať iba pomocou ich zjednodušenej reprezentácie t. j. modelu.⁸

3.2 Jednorovnicový ekonometrický model

Na zostavenie modelu sme v práci použili jednorovnicový ekonometrický model, ktorý má podstatne jednoduchšiu štruktúru. Model pozostáva z jednej rovnice, teda vyjadruje jeden ekonomický vzťah či proces. Všeobecný jednorovnicový model má tvar:

$$y = f(X_1, X_2, \dots, X_k, u), \quad (3.1)$$

kde y je pozorovateľná endogénna premenná, ktorá závisí od pozorovateľných exogénnych premenných $X_1, X_2, \dots, X_k$ a od nepozorovateľnej náhodnej poruchy (zložky) u . Premennú y nazývame aj vysvetľovanou premennou, $X_1, X_2, \dots, X_k$ vysvetľujúcimi premennými. Lineárny jednorovnicový ekonometrický model s k -vysvetľujúcimi premennými:

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{i1} + \beta_2 x_{i2} + \dots + \beta_k x_{ik} + u_i \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (3.2)$$

kde:

y_i - hodnota závislej, vysvetľovanej premennej

β_0 - úrovňová konštanta – absolútny člen

$\beta_1, \dots, \beta_k$ – neznáme parametre modelu

$x_{i1}, \dots, x_{ik}$ - vysvetľujúce, nezávislé premenné

⁸ HATRÁK, M 2007. Ekonometria. Bratislava: IURA, 2007. 502 s. ISBN 978-80-8078-150

u_i – náhodná porucha (zložka), obsahuje náhodné vplyvy, ktoré nevieme predpovedať

n – počet pozorovaní⁹

Tento model zatiaľ iba identifikuje kauzálny vzťah medzi endogénnou premennou a vysvetľujúcimi premennými, t. j. hovorí, že y závisí od $X_1, X_2, \dots, X_k$, a nie naopak. Už stanovenie samotného smeru kauzálneho vzťahu vyplýva z nejakej teórie. Táto teória by mala byť aj základom pre stanovenie funkčného tvaru $f(\cdot)$. Ekonomická teória však obvykle neposkytuje dostatok podkladov pre jednoznačné stanovenie funkčného tvaru. V najlepšom prípade z nej vyplývajú určité podmienky, ktoré by funkcia $f(\cdot)$ mala spĺňať, napríklad znamienka prvých, prípadne aj druhých parciálnych derivácií, znamienka, prípadne intervaly hodnôt elasticít atď. Keďže týmto podmienkam môže vyhovovať niekoľko funkcií, výber najvhodnejšieho funkčného tvaru z teoreticky prijateľných tvarov sa obvykle robí na základe štatistickej či ekonometrickej analýzy. Ekonometrická teória formuluje vzťahy typu (3.1) deterministicky, t. j. bez náhodnej poruchy (zložky) u . Vieme však, že ekonomické vzťahy zahŕňajú značný počet náhodných faktorov a tie v modeli reprezentuje náhodná porucha (zložka) u . Náhodná porucha (zložka) u môže v modeli vystupovať aditívne:

$$f(X_1, X_2, \dots, X_k, u) = g(X_1, X_2, \dots, X_k) + h(u), \quad (3.2)$$

alebo multiplikatívne:

$$f(X_1, X_2, \dots, X_k, u) = g(X_1, X_2, \dots, X_k)m(u), \quad (3.3)$$

kde $g(\cdot)$ je nejaká reálna funkcia vysvetľujúcich premenných a $h(\cdot)$, a $m(\cdot)$ sú nejaké funkcie náhodných porúch (zložiek).¹⁰

3.3 Predpoklady všeobecného lineárneho modelu

Priblížime si štandardné predpoklady o parametroch rozdelenia náhodných porúch (zložiek) a o tom, ako sú generované hodnoty nezávisle premenných. Dodržať predpoklady modelu je veľmi dôležité, aby sme dopracovali k správny záverom. Predpoklady formálne zapíšeme pomocou maticovej symboliky. Predpoklady, viažuce sa k všeobecnému modelu budeme označovať PV_i (V pre všeobecný, i pre poradové číslo predpokladu):

PV_1 : Náhodné poruchy (zložky) majú vo všetkých pozorovaniach nulovú strednú hodnotu:

$$E(u) = 0 \quad (3.4)$$

⁹ Lukáčiková, A., Lukáčik, M., Szomolányi, K.: Ekonometria 1. Bratislava: Ekonóm, 2013

¹⁰ Gujarati, D.: Basic Econometrics. New York: McGraw Hill 2003

PV2: Rozptyly náhodných porúch (zložiek) sú vo všetkých pozorovaniach rovnaké:

$$\text{var}(u_i) = \sigma^2, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (3.5)$$

PV3: Kovariancie náhodných porúch (zložiek) z rôznych pozorovaní sú nulové:

$$\text{cov}(u_i, u_j) = E(u_i u_j) = 0 \quad (3.6)$$

Tieto dva predpoklady možno spojiť do jedného zápisu. Rozptyly a kovariancie prvkov náhodného vektora možno usporiadať do tzv. kovariančnej matice (častejšie sa pre ňu v ekonometrii používa názov variančno-kovariančná matica). Formálne:

$$E(uu^T) = \sigma^2 I_n, \quad (3.7)$$

Kde I_n je jednotková matica rádu n . Na diagonále kovariančnej matice sú rozptyly prvkov vektora náhodných porúch a mimodiagonálne prvky v i -tom riadku a j -tom stĺpci predstavujú kovarianciu medzi u_i a u_j . Je to teda symetrická matica s rozmerom $(n \times n)$. Na diagonále má rozptyly náhodných porúch (zložiek), ktoré sú podľa PV2 rovnaké, a mimo diagonály kovariancie náhodných porúch (zložiek), ktoré sú podľa PV3 nulové.

PV4: Vysvetľujúce premenné sú nenáhodné, t. j. v opakovaných výberoch sú prvky X_{ij} matice X rovnaké.

PV5: Vysvetľujúce premenné sú lineárne nezávislé, t. j. matica X má hodnotu rovnú počtu jej stĺpcov:

$$h(X) = k + 1 \leq n \quad (3.8)$$

PV6: Náhodné poruchy u_i majú normálne rozdelenie, t. j. vektor náhodných porúch u má mnohorozmerné normálne rozdelenie s nulovým vektorom stredných hodnôt a variančno-kovariančnou maticou $\sigma^2 I$:

$$u \sim N(0, \sigma^2 I) \quad (3.9)$$

Oproti predpokladom P1 až P5, ktoré sa viazali s jednoduchým lineárnym modelom, nový je tu iba predpoklad PV4 o lineárnej nezávislosti stĺpcov matice vysvetľujúcich premenných. Zastavme sa trochu pri spojení predpokladov PV2 a PV3 a vysvetlíme maticovú symboliku, ktorú sme použili pri zápise variančno-kovariančnej matice náhodných porúch (zložiek). Ľubovoľný náhodný vektor v možno charakterizovať strednými hodnotami $E(v_i)$, rozptylmi $\text{var}(v_i)$ a kovarianciami $\text{cov}(v_i, v_j)$ jeho prvkov. Keďže rozptyl a kovariancia sa vypočíta podľa formálne rovnakého vzorca:

$$\begin{aligned} \text{var}(v_i) &= E\{[v_i - E(v_i)]^2\} = E\{[v_i - E(v_i)][v_i - E(v_i)]\}, \quad i = 1, 2, \dots, n \\ \text{cov}(v_i, v_j) &= E\{[v_i - E(v_i)][v_j - E(v_j)]\}, \quad i \neq j, \end{aligned} \quad (3.10)$$

Možno súčiny v hranatých zátvorkách na pravej strane oboch vzorcov vyjadriť ako prvky súčinu stĺpcového vektora $[v - E(v)]$ a toho istého vektora transponovaného do riadku.

Podľa štvrtého predpokladu nezávisle premenné $X_1, \dots, X_k$ sú nenáhodné, t. j. v opakovaných výberoch sú ich pozorovania rovnaké. Variabilitu hodnôt závisle premennej y v opakovaných výberoch teda spôsobujú iba náhodné poruchy (zložky) u . Aj tento predpoklad by sme mohli zmierniť v tom zmysle, že ak by vysvetľujúce premenné boli stochastické, neboli by korelované s náhodnými poruchami, takže by platilo: $E(X^T u) = 0$.

Piaty predpoklad značí, že vysvetľujúce premenné sú lineárne nezávislé a ich počet je menší, ako počet pozorovaní. Je formulovaný ako predpoklad o hodnosti matice vysvetľujúcich premenných. Ako vieme, hodnosť matice je minimum z počtu lineárne nezávislých riadkov a stĺpcov. Ak napr. matica A má rozmer $(m \times n)$, jej hodnosť nemôže byť väčšia, ako je menší z jej rozmerov, t. j. $h(A) \leq \min \{m, n\}$. Matica X má rozmer $[n \times (k+1)]$, pričom $n \geq k + 1$. Teda tento predpoklad hovorí, že stĺpce matice X sú lineárne nezávislé. Druhá časť tohto predpokladu, že $k + 1 \leq n$, zabezpečuje výpočtovú realizovateľnosť procedúry odhadu parametrov.

Úplná špecifikácia modelu, t. j. lineárna formulácia plus predpoklady PV1 – PV6 definuje tzv. klasický, resp. štandardný všeobecný normálny lineárny regresný model.¹¹

3.4 Testovanie parametrov modelu

V ekonómii máme málokedy dôvod na príliš konkrétnu formuláciu nulovej hypotézy. Pomocou testovania hypotéz o parametroch modelu väčšinou hľadáme odpoveď na otázku či vplýva j -tá vysvetľujúca premenná X_j štatisticky významne na závisle premennú, resp. či je parameter β_j štatisticky významne odlišný od nuly. Najčastejšie sa teda nulová hypotéza formuluje nasledovne:

$$H_0: \beta_j = 0 \text{ proti } H_0: \beta_j \neq 0.$$

Testovacia štatistika pre testovanie nulovej hypotézy v sa potom zjednoduší:

$$t = \frac{\hat{\beta}_j}{s_{\hat{\beta}_j}}.$$

Je to teda pomer odhadu parametra a odhadu jeho štandardnej odchýlky. Ak je tento pomer v absolútnej hodnote väčší ako kritická hodnota alebo sa jej rovná, t. j. ak

¹¹ DAVIDSON, R. – MACKINNON, J. G.: *Econometric Theory and Methods*. New York: Oxford University Press, Inc., 2004.

$$\left| \frac{\hat{\beta}_j}{s_{\hat{\beta}_j}} \right| \geq t_{\frac{\alpha}{2}},$$

nulovú hypotézu H_0 zamietame v prospech H_1 .

3.5 Testovanie modelu ako celku

Okrem testovania významnosti individuálnych parametrov môžeme testovať aj model ako celok, t. j. testovať združenú hypotézu o všetkých parametroch β_i súčasne. Ekonomický zmysel združenej hypotézy je, že ani jedna z vysvetľujúcich premenných nevplyva štatisticky významne na závisle premennú. Vychádzame zo všeobecného modelu:

$$y = X\beta + u_t, \text{ t. j. } y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{i1} + \beta_2 X_{i2} + \dots + \beta_k X_{ik} + u_i, i = 1, 2, \dots, n \quad (3.11)$$

Združenú hypotézu formulujeme v tvare:

$$H_0: \beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = \dots = \beta_k = 0 \quad (3.12)$$

(t. j. H_0 nezahŕňa absolútny člen).

Alternatívna hypotéza hovorí, že nie všetky β_j sú súčasne rovné nule, t. j.:

$$H_1: \exists \beta_i \neq 0, \text{ pre } i=1, \dots, k \quad (3.13)$$

Pri odvodení testovacej štatistiky vyjdeme z rozkladu celkovej variability (celkového súčtu štvorcov – CSŠ) závislej premennej y na vysvetlenú variabilitu (VSŠ) a reziduálnu variabilitu (RSŠ). Rozklad možno zapísať takto:

$$\sum (y_i - \bar{y})^2 = \sum (\hat{y}_i - \bar{y})^2 + \sum e_i^2, \text{ resp.} \\ CS\check{S} = VS\check{S} + RS\check{S}$$

Jednotlivé členy tohto rozkladu sú súčty štvorcov štandardizovaných normálne rozdelených náhodných premenných, ktoré majú χ^2 – rozdelenie s príslušnými počtami stupňov voľnosti. Potom má veličina F (Fisherovo rozdelenie) s k a $(n-k-1)$ stupňami voľnosti. Ak vypočítaná hodnota tejto štatistiky je väčšia ako kritická hodnota, nulovú hypotézu zamietame.

$$F = (VS\check{S}/k)/(RS\check{S}/(n-k-1)) \quad (3.14)$$

Obvykle však testovaciu štatistiku F nepočítame, ale pomocou koeficientu determinácie R^2 . Vieme, že:

$$R^2 = \frac{VS\check{S}}{CS\check{S}} = \frac{CS\check{S} - RS\check{S}}{CS\check{S}} \quad (3.15)$$

Dosadením dostaneme:

$$F = \frac{R^2 / k}{(1 - R^2) / (n - k - 1)} \quad (3.16)$$

Vidíme, že medzi štatistikou F a koeficientom determinácie je úzka súvislosť. Ak determinovanosť závisle premennej vysvetľujúcimi premennými je nulová, t. j. ak $R^2 = 0$, potom aj $F = 0$. Čím je R^2 vyššie, tým vyššia je aj hodnota testovacej štatistiky F . Ak $R^2 = 1$, F je nekonečne veľké. To znamená, že F – test, ktorým testujeme významnosť modelu ako celku, je súčasne testom významnosti pre koeficient determinácie. Inak povedané, testovanie združenej hypotézy je ekvivalentné testovaniu nulovej hypotézy, že R^2 základného súboru sa rovná nule.¹²

3.6 Heteroskedasticita

Heteroskedasticitou náhodnej zložky sa nazýva nesplnenie predpokladu, že rozptyl náhodných zložiek pre rôzne hodnoty vysvetľujúcej premennej nie je rovnaký (predpoklad sa nazýva homoskedasticita). Splnenie predpokladu je potrebné pre efektívnosť estimátora najmenších štvorcov, teda preto, aby odhady rozptylov parametrov neboli skreslené. Pre všeobecný model (zapísaný s indexmi i – prierezoové údaje) v tvare:

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{i1} + \beta_2 x_{i2} + \dots + \beta_k x_{ik} + u_i \quad ,$$

Môžeme predpoklad homoskedasticity zapísať takto:

$$E(u_i^2) = \sigma^2 = \text{konštanta}.$$

Nesplnenie tohto predpokladu znamená, že rozptyl nie je konštanta, ale s meniacimi sa hodnotami vysvetľujúcich premenných sa rozptyl náhodnej zložky mení:

$$E(u_i^2) = \sigma_i^2.$$

Už podstata analyzovaného problému môže naznačovať nevyhnutnosť skúmania prítomnosti heteroskedasticity. Všeobecne sa považuje za nevyhnutné skúmanie tohto fenoménu v prípade prierezoových údajov a heterogénnou štruktúrou skúmaných jednotiek. Môžeme ukázať, že odhady rozptylov estimátorov, tak ako boli doteraz vypočítavané, sú v prípade heteroskedasticity skreslené. Estimátor najmenších štvorcov už nemá najmenší rozptyl medzi lineárnymi estimátormi. Pre skreslený odhad rozptylov sú neadekvátne všetky výpočty využívajúce rozptyl, resp. štandardnú odchýlku. Aby sme dokázali odhadnúť model s rôznymi rozptylmi náhodných zložiek prislúchajúcimi rôznym pozorovaniam,

¹² THEIL, H.: Economic Forecasting and Policy. Amsterdam: North-Holland, 1961

musíme pre ne predpokladať nejaký funkčný tvar závislosti. Existuje preto viacero testov heteroskedasticity, keďže každý predpokladá iný tvar funkčnej závislosti pre rozptyl.

Test, ktorý navrhol White, sa považuje za najvšeobecnejší test heteroskedasticity, pretože sa neopiera o predpoklad o normálnom rozdelení náhodných porúch a nevyžaduje ani špecifikáciu premenných, od ktorých závisia rozptyly σ_i^2 , t. j. nepredpokladá informácie o štruktúre heteroskedasticity. Je to test veľkého výberu, t. j. test asymptotický, približný. Nulová hypotéza je formulovaná:

$$H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \sigma_3^2 = \dots = \sigma_n^2$$

Podľa alternatívnej hypotézy rozptyly náhodných porúch závisia od všetkých vysvetľujúcich premenných modelu, od ich druhých mocnín a od všetkých krížových súčinov vysvetľujúcich premenných:

$$H_1 : \sigma_i^2 = \alpha_0 + \alpha_1 X_{i1} + \alpha_2 X_{i2} + \alpha_3 X_{i3} + \alpha_4 X_{i1}^2 + \alpha_5 X_{i2}^2 + \alpha_6 X_{i3}^2 + \alpha_7 X_{i1} X_{i2} + \alpha_8 X_{i1} X_{i3} + \alpha_9 X_{i2} X_{i3}$$

Keďže skutočné rozptyly nepoznáme, nahradíme ich štvorcami reziduálov vypočítaných po odhade parametrov modelu metódou najmenších štvorcov. Alternatívna hypotéza sa teda transformuje na pomocnú regresiu:

$$e_i^2 = \alpha_0 + \alpha_1 X_{i1} + \alpha_2 X_{i2} + \alpha_3 X_{i3} + \alpha_4 X_{i1}^2 + \alpha_5 X_{i2}^2 + \alpha_6 X_{i3}^2 + \alpha_7 X_{i1} X_{i2} + \alpha_8 X_{i1} X_{i3} + \alpha_9 X_{i2} X_{i3} + v_i$$

Všimnime si, že táto pomocná regresia zahŕňa aj úrovňovú konštantu α_0 . Nulovú hypotézu by sme nezamietli, keby test združenej hypotézy o parametroch pomocnej regresie viedol k záveru, že:

$$\alpha_1 = \alpha_2 = \dots = \alpha_9 = 0,$$

pretože v tomto prípade by rozptyly boli rovnaké

$$\sigma_i^2 = \alpha_0, i = 1, 2, \dots, n.$$

Testovacou štatistikou pri Whiteovom teste heteroskedasticity je veličina:

$$\lambda_W = nR^2,$$

kde R^2 je koeficient determinácie pomocnej regresie. Testovacia štatistika λ_W má pri platnosti nulovej hypotézy χ^2 -rozdelenie s počtom stupňov voľnosti rovnajúcim sa počtu vysvetľujúcich premenných testovacej regresie. Ak vypočítaná hodnota testovacej štatistiky λ_W je väčšia ako kritická hodnota pri zvolenej hladine významnosti α , nulovú hypotézu o homoskedasticite zamietame.¹³

¹³ HATRÁK, M 2007. Ekonometria. Bratislava: IURA, 2007. 502 s. ISBN 978-80-8078-150

Pre riešenie heteroskedasticity použijeme metódu, ktorá poskytuje efektívny odhad parametrov t. j. vážená metóda najmenších štvorcov. Spočíva v predelení celého modelu štandardnou odchýlkou σ_i (odmocninou rozptylu) vypočítanou podľa schémy určenej testom. Takýto model sa odhadne metódou najmenších štvorcov.¹⁴

3.7 Autokorelácia

Ak v lineárnom modeli nie je splnený predpoklad o kovarianciách náhodných porúch podľa vzťahu (3.6) hovoríme, že ide o autokoreláciu, resp. sériovú koreláciu. Splnenie predpokladu v štandardnom modeli znamená, že náhodná porucha z určitého pozorovania nie je ovplyvnená náhodnou poruchou z iného pozorovania. Ľavá strana tohto vzťahu je vzhľadom na predpoklad, $E(u_i) = 0, i=1, 2, \dots, n$, kovariancou medzi u_i a u_j , takže autokorelácia je jav, keď kovariancie medzi náhodnými poruchami z rôznych pozorovaní nie sú nulové. Pri predpoklade normálneho rozdelenia porúch u_i autokorelácia znamená, že náhodné poruchy sú navzájom závislé. Kým heteroskedasticita bola typická pre modely založené na prierezových údajoch, autokorelácia sa vyskytuje hlavne v modeloch založených na časových radoch. Keďže v našej práci sa zaoberáme prierezovými údajmi, autokoreláciu v modeli nebudeme riešiť.

Na testovanie autokorelácie používame viacero testov. Ako prvý spomenieme Durbinov-Watsonov test, ktorý je najznámejším a najčastejšie používaným testom autokorelácie. Testuje sa ním autokorelácia v zmysle autoregresnej schémy 1. rádu:

$$u_t = \rho u_{t-1} + \varepsilon_t,$$

Testuje sa nulová hypotéza:

$$H_0 : \rho = 0 \tag{3.17}$$

v porovnaní s alternatívou:

$$H_1 : \rho \neq 0 \tag{3.18}$$

Zamietnutie nulovej hypotézy znamená autokoreláciu, a teda neadekvátnosť estimátora najmenších štvorcov, nezamietnutie implikuje, že estimátor najmenších štvorcov je prijateľný.

Testovacia štatistika (Durbinov-Watsonov koeficient) sa vypočíta ako:

¹⁴ STUEMUND, A. H.: Using Econometrics: A Practical Guide. New York: Addison Wesley Long Man, 2001.

$$DW = \frac{\sum_{t=2}^n (e_t - e_{t-1})^2}{\sum_{t=1}^n e_t^2} \quad (3.19)$$

kde e_t sú reziduály modelu získané z odhadu metódou najmenších štvorcov. Testovacia štatistika DW nemá ani jedno zo známych rozdelení, s ktorými sme doteraz pracovali. Skutočné rozdelenie DW je závislé od hodnôt vysvetľujúcich premenných, ktoré sú rozdielne pre každý model. Aby sme nemuseli po odhade parametrov skúmaného modelu vypočítat aj zodpovedajúce rozdelenie Durbin a Watson odvodili pre zvolené hladiny významnosti dolnú kritickú hranicu d_L a hornú hranicu d_U , ktorých prekročenie smerom od centrálnej hodnoty rozdelenia znamená, že v skúmanom modeli je autokorelácia vysoko pravdepodobná. Tieto hranice už závisia iba od počtu pozorovaní n a od počtu vysvetľujúcich premenných k .¹⁵

Autokorelačné koeficienty sa dajú testovať aj pomocou Q -štatistiky navrhnutej Boxom a Pierceom, ktorá má χ^2 -rozdelenie s p stupňami voľnosti a v ktorej sa pre zvolené p testuje, či sa všetky autokorelačné koeficienty rovnajú nule oproti hypotéze, že aspoň jeden z nich je nenulový. Testovacia štatistika má tvar:

$$Q = n \sum_{h=1}^p \hat{\rho}_h^2, \quad (3.20)$$

kde n je dĺžka radu a p je vopred zvolený počet oneskorení, ktorých autokorelačné koeficienty spolu testujeme. Ak je hodnota $Q > \chi^2(p)$, môžeme zamietnuť nulovú hypotézu, že všetky autokorelačné koeficienty sa rovnajú nule. Programy však namiesto štatistiky (3.23) častejšie používajú upravenú Q -štatistiku Ljunga a Boxa. Upravená testovacia štatistika má tvar:

$$LBQ = n(n+2) \sum_{h=1}^p \frac{\hat{\rho}_h^2}{n-h}.^{16}$$

3.8 Multikolinearita

Jeden z klasických predpokladov vyžaduje neexistenciu exaktného lineárneho vzťahu medzi vysvetľujúcimi premennými, čo je splnené vtedy, keď je hodnota matice X

¹⁵ DURBIN, J. – WATSON, G. S.: Testing for Serial Correlation in Least-Squares Regression. Biometrika, Vol. 27 and Vol. 28, 1951.

¹⁶ LUKÁČIK, M. – LUKÁČIKOVÁ, A. – SZOMOLÁNYI, K. 2011. Ekonometrické modelovanie v programoch Eviews a Gretl. Bratislava: Ekonóm, 2011.

plná a rovná sa počtu stĺpcov. Úplnou multikolinearitou sa nazýva nesplnenie tohto predpokladu, ku ktorému dochádza, keď pre hodnotu matice $\mathbf{X}$ platí

$$h(\mathbf{X}) \leq k \quad (3.22)$$

Pre všeobecný model s k vysvetľujúcimi premennými existencia úplnej multikolinearity znamená, že medzi vysvetľujúcimi premennými je exaktný lineárny vzťah:

$$c_1X_1 + c_2X_2 + \dots + c_kX_k = 0 \quad (3.23)$$

kde $c_1, c_2, \dots, c_k$ sú konštanty, z ktorých aspoň jedna sa nerovná nule.

Neúplnou multikolinearitou rozumieme skutočnosť, keď ten istý vzťah bude obsahovať náhodný člen v_i , teda keď lineárny vzťah nebude platiť exaktne, ale iba približne:

$$c_1X_1 + c_2X_2 + \dots + c_kX_k + v_i = 0 \quad (3.24)$$

Indikátory prítomnosti multikolinearity vysokého stupňa:

- Koeficient determinácie R^2 je vysoký, ale niekoľko hodnôt t -štatistík signalizuje nevýznamnosť parametrov;
- Ak je niektorý párový korelačný koeficient medzi vysvetľujúcimi premennými r_{ij} väčší ako 0,8 (prípadne 0,9) alebo je hodnota párového korelačného koeficientu väčšia ako koeficient determinácie, potom $r_{ij} > R^2$;
- Ak je niektorý koeficient determinácie $R(j)^2$ regresie j -tej vysvetľujúcej premennej vysvetlenej ostatnými $k - 1$ vysvetľujúcimi premennými vysoký, znamená to silný stupeň multikolinearity. Z koeficientov $R(j)^2$ sa môže vypočítať faktor inflácie rozptylu (*variance inflation factor VIF*), podľa vzťahu $VIF = 1/(1-R(j)^2)$, ktorá by nemal byť väčší ako 10.¹⁷

¹⁷ LUKÁČIKOVÁ, A. - LUKÁČIK, M. - SZOMOLÁNYI, K. 2013. Ekonometria 1. Bratislava: EKONÓM, 2013.

4. Výsledky práce

Na vytvorenie jednorovnicového ekonometrického modelu budeme v praktickej časti používať softvérový program EViews. EViews ponúka univerzitným výskumným pracovníkom, korporáciám, vládny agentúram a študentom prístup k výkonným štatistickým, prognostickým a modelovým nástrojom prostredníctvom inovatívneho a ľahko použiteľného objektovo orientovaného rozhrania. Je taktiež svetovým lídrom v ekonometrickom softvéri so systémom Windows.¹⁸

4.1 Identifikácia premenných

Predtým než si vytvoríme model, s ktorým budeme pracovať, musíme vybrať premenné, ktoré vplyvajú na cenu bytu. Do modelu sme zahrnuli tieto premenné:

Vysvetľovaná premenná:

- cena byt (*CENA*), ktorá je uvedená v eurách za meter štvorcový.

Vysvetľujúce premenné:

- Kraj, kde sme zahrnuli všetky kraje Slovenska t. j. *Bratislavský (BA)*, *Trnavský (TT)*, *Nitriansky (NR)*, *Trenčiansky (TN)*, *Žilinský (ZA)*, *Banskobystrický (BB)*, *Prešovský (PO)*, *Košický (KE)*, pričom porovnávací bude Bratislavský kraj
- *Počet izieb (PI)*, ktoré zahŕňajú jednoizbové, dvojizbové, trojizbové, štvorizbové a päťizbové byt,
- *Výmera bytu (VYMBYT)* uvedená v metroch štvorcových (m^2),
- Stav bytu, a to *pôvodný stav(PS)*, *čiastočná rekonštrukcia(CR)*, *kompletná rekonštrukcia(KR)*, *novostavba(NS)*, ktorá je aj porovnávací činiteľ
- V bytovom dome je výťah (*vN*).

Niektoré premenné sme definovali ako kvantitatívne t. j. také premenné, ktoré sú vyjadrené ako číselné charakteristiky. Zvyšok premenných sú kvalitatívne premenné, ktoré do modelu zavedieme ako binárne premenné, takže pri prítomnosti javu budú nadobúdať hodnotu 1 a pri neprítomnosti javu hodnotu 0. Údajová základňa obsahuje 712 pozorovaní. Použité údaje sú aktuálne z roku 2017, ktoré sme čerpali z internetovej stránky www.topreality.sk, išlo o vlastné spracovanie údajov autorom práce.

¹⁸ <http://www.eviews.com/home.html>

4.2 Odhad modelu

4. 2. 1 Odhad modelu s kvantitatívnymi premennými

Vytvorili sme model len s kvantitatívnymi premennými, ktorý by sme zapísali nasledovne:

$$\hat{CENA}_i = \beta_0 + \beta_1 * PI_i + \beta_2 * VYMBYT_i$$

Obrázok č. 1 – Model s kvalitatívnymi premennými

Dependent Variable: CENA Method: Least Squares Date: 05/18/17 Time: 21:54 Sample: 1 713 Included observations: 712				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	1537.065	45.90540	33.48332	0.0000
PI	-102.6019	24.93624	-4.114570	0.0000
VYMBYT	1.913437	0.700660	2.730906	0.0065
R-squared	0.024319	Mean dependent var	1408.617	
Adjusted R-squared	0.021567	S.D. dependent var	520.4625	
S.E. of regression	514.8197	Akaike info criterion	15.32972	
Sum squared resid	1.88E+08	Schwarz criterion	15.34896	
Log likelihood	-5454.379	Hannan-Quinn criter.	15.33715	
F-statistic	8.835885	Durbin-Watson stat	1.074305	
Prob(F-statistic)	0.000162			
Scalar = 1.64700563571				

Zdroj: Vlastné spracovanie z programu Eviews

$$\hat{CENA}_i = 1537,065 - 102,6019 * PI_i + 1,913437 * VYMBYT_i$$

Interpretácia:

Ak sa počet izieb zvýši o jednu jednotku, tak cena klesne o 102,6019 eur za meter štvorcový za podmienok *ceteris paribus*. Ak sa výmera bytu zväčší o jednu jednotku, tak sa cena bytu zvýši o 1,913437 eur za meter štvorcový za podmienok *ceteris paribus*.

Pre zhodnotenie štatistickej významnosti parametrov si sformulujeme hypotézy:

$H_0: \beta_0 = 0$, parameter nie je štatisticky významný alebo $H_1: \beta_0 \neq 0$, parameter je štatisticky významný. Následne porovnáme *t*-štatistiku s kritickou hodnotou pre prvý parameter $|-4,114570| > 1,64700$ z čoho vyplýva, že zamietame H_0 , aj pre druhý parameter $|2,730906| > 1,64700$ z čoho rovnako vyplýva, že zamietame H_0 , takže oba parametre sú štatisticky významné.

Ďalej budeme testovať či je model ako celok štatisticky významný, a to porovnaním *F*-štatistiky s kritickou hodnotou.

Obrázok č. 2 – Model s kvalitatívnymi premennými

Dependent Variable: CENA Method: Least Squares Date: 05/18/17 Time: 21:54 Sample: 1 713 Included observations: 712				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	1537.065	45.90540	33.48332	0.0000
PI	-102.6019	24.93624	-4.114570	0.0000
VYMBYT	1.913437	0.700660	2.730906	0.0065
R-squared	0.024319	Mean dependent var	1408.617	
Adjusted R-squared	0.021567	S.D. dependent var	520.4625	
S.E. of regression	514.8197	Akaike info criterion	15.32972	
Sum squared resid	1.88E+08	Schwarz criterion	15.34896	
Log likelihood	-5454.379	Hannan-Quinn criter.	15.33715	
F-statistic	8.835885	Durbin-Watson stat	1.074305	
Prob(F-statistic)	0.000162			

Scalar = 3.00842584905

Zdroj: Vlastné spracovanie z programu EViews

Kritická hodnota je 3,008425 čo je menšie ako 8,835885 takže model ako celok je štatisticky významný.

Pre overenie existencie heteroskedasticity v modeli použijeme Whitov test.

Obrázok č. 3 – Heteroskedasticity test v modeli s kvalitatívnymi premennými

Heteroskedasticity Test: White				
F-statistic	3.323964	Prob. F(5,706)	0.0056	
Obs*R-squared	16.37557	Prob. Chi-Square(5)	0.0058	
Scaled explained SS	297.1344	Prob. Chi-Square(5)	0.0000	
Test Equation:				
Dependent Variable: RESID^2				
Method: Least Squares				
Date: 05/18/17 Time: 19:31				
Sample: 1 713				
Included observations: 712				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	-207680.6	328397.2	-0.632407	0.5273
PI^2	146358.8	86992.87	1.682423	0.0929
PI*VYMBYT	-4791.212	3474.409	-1.379000	0.1683
PI	-819400.6	319440.7	-2.565110	0.0105
VYMBYT^2	-43.59127	39.46273	-1.104619	0.2697
VYMBYT	37821.30	10288.33	3.676137	0.0003
R-squared	0.022999	Mean dependent var	263922.6	
Adjusted R-squared	0.016080	S.D. dependent var	1597750.	
S.E. of regression	1584852.	Akaike info criterion	31.39827	
Sum squared resid	1.77E+15	Schwarz criterion	31.43677	
Log likelihood	-11171.78	Hannan-Quinn criter.	31.41314	
F-statistic	3.323964	Durbin-Watson stat	1.937424	
Prob(F-statistic)	0.005642			
Scalar = 11.0704976935				

Zdroj: Vlastné spracovanie z programu EViews

Hodnota Whitovej štatistiky 16,376 je väčšia ako kritická hodnota $\chi^2_c = 11,070497$, preto môžeme zamietnuť nulovú hypotézu o homoskedasticite a konštatovať prítomnosť hetero-

skedasticity náhodnej zložky v odhade modelu. Pre riešenie heteroskedasticity model odhadneme váženou metódou najmenších štvorcov, kde váhami sú prevrátené hodnoty druhej odmocniny premennej *VYMBYT*.

Obrázok č. 4 – Heteroskedasticity test v modeli s kvantitatívnymi premennými

Heteroskedasticity Test: White				
F-statistic	1.891998	Prob. F(5,706)	0.0935	
Obs*R-squared	9.414240	Prob. Chi-Square(5)	0.0936	
Scaled explained SS	97.16360	Prob. Chi-Square(5)	0.0000	
Test Equation:				
Dependent Variable: WGT_RESID^2				
Method: Least Squares				
Date: 05/18/17 Time: 21:24				
Sample: 1 713				
Included observations: 712				
Collinear test regressors dropped from specification				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	760203.8	502643.6	1.512411	0.1309
PI^2*WGT^2	65420.84	81527.35	0.802440	0.4226
PI*VYMBYT*WGT^2	-5953.250	4809.504	-1.237810	0.2162
PI*WGT^2	-86585.14	212768.5	-0.406945	0.6842
VYMBYT^2*WGT^2	73.26641	69.57544	1.053050	0.2927
WGT^2	-58385.79	199529.9	-0.292617	0.7699
R-squared	0.013222	Mean dependent var	243844.1	
Adjusted R-squared	0.006234	S.D. dependent var	1113334.	
S.E. of regression	1109858.	Akaike info criterion	30.68575	
Sum squared resid	8.70E+14	Schwarz criterion	30.72425	
Log likelihood	-10918.13	Hannan-Quinn criter.	30.70062	
F-statistic	1.891998	Durbin-Watson stat	1.864901	
Prob(F-statistic)	0.093540			
Scalar = 11.0704976935				

Zdroj: Vlastné spracovanie z programu EViews

Hodnota Whitovej štatistiky 9,41424 je teraz menšia ako kritická hodnota $\chi^2_c = 11,070497$, preto prijímame nulovú hypotézu o homoskedasticite.

Aj napriek tomu, že oba parametre sú štatisticky významné predpokladáme existenciu multikolinearity. Na identifikáciu používame korelačné koeficienty medzi vysvetľujúcimi premennými.

Obrázok č. 5 – Test multikolinearity prostredníctvom korelačných koeficientov

	PI	VYMBYT
PI	1.000000	0.791849
VYMBYT	0.791849	1.000000

Zdroj: Vlastné spracovanie z programu EViews

Na základe korelačného koeficienta, ktorého hodnota je 0,791849 môžeme potvrdiť náš predpoklad o existencii multikolinearity v modeli. Preto premennú *PI* nezahrnieme do modelu. Prítomnosť multikolinearity sa dá taktiež zistiť pomocou VIF faktora.

Obrázok č. 6 – Test multikolinearity prostredníctvom VIF faktora

Variable	Coefficient Variance	Uncentered VIF	Centered VIF
C	1607.454	4.933809	NA
PI	760.3692	14.75291	3.268646
VYMBYT	1.007734	15.32067	3.268646

Zdroj: Vlastné spracovanie z programu EViews

Ak je VIF väčší ako 10 môžeme potvrdiť predpoklad o existencii multikolinearity v modeli. V našom prípade je VIF v oboch prípadoch väčšie ako 10, čo znamená, že medzi jednotlivými premennými existuje lineárna závislosť. Preto vylúčime jednu z premenných z modelu, aby sme tak zabránili existencii multikolinearity.

Obrázok č. 7 – Model po úprave

Dependent Variable: CENA				
Method: Least Squares				
Date: 05/18/17 Time: 22:35				
Sample: 1 713				
Included observations: 712				
Weighting series: 1/@SQRT(VYMBYT)				
Weight type: Inverse standard deviation (EViews default scaling)				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	1543.733	39.55537	39.02715	0.0000
VYMBYT	-1.702765	0.562032	-3.029658	0.0025
Weighted Statistics				
R-squared	0.012763	Mean dependent var	1420.827	
Adjusted R-squared	0.011372	S.D. dependent var	645.3205	
S.E. of regression	500.8934	Akaike info criterion	15.27347	
Sum squared resid	1.78E+08	Schwarz criterion	15.28630	
Log likelihood	-5435.355	Hannan-Quinn criter.	15.27843	
F-statistic	9.178825	Durbin-Watson stat	0.948527	
Prob(F-statistic)	0.002537	Weighted mean dep.	1437.444	
Unweighted Statistics				
R-squared	-0.012341	Mean dependent var	1408.617	
Adjusted R-squared	-0.013767	S.D. dependent var	520.4625	
S.E. of regression	524.0328	Sum squared resid	1.95E+08	
Durbin-Watson stat	1.044936			

Zdroj: Vlastné spracovanie z programu EViews

Modelom sme vyjadrili, že ak sa výmera bytu zvýši o jednu jednotku, tak sa cena za meter štvorcový zníži o 1,7028 eura.

4. 2. 2 Odhad modelu s kvalitatívnymi premennými

Prvý model, ktorý vytvoríme pomocou kvalitatívnych premenných bude vyjadrovať závislosť ceny bytov od rozsiahlosti rekonštrukcie, pričom porovnávajúcim stavom bytu je novostavba (NS), jeho zápis je nasledovný:

$$\hat{C\acute{E}N}_i = \beta_0 + \beta_1 * PS_i + \beta_2 * CR_i + \beta_3 * KR_i$$

Obrázok č. 8 – Model s kvalitatívnymi premennými

Dependent Variable: CENA				
Method: Least Squares				
Date: 05/18/17 Time: 19:18				
Sample: 1 713				
Included observations: 712				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	1571.534	37.18493	42.26267	0.0000
PS	-309.5833	65.11010	-4.754766	0.0000
CR	-262.8430	54.83989	-4.792916	0.0000
KR	-167.6573	48.32102	-3.469655	0.0006
R-squared	0.044399	Mean dependent var	1408.617	
Adjusted R-squared	0.040350	S.D. dependent var	520.4625	
S.E. of regression	509.8541	Akaike info criterion	15.31173	
Sum squared resid	1.84E+08	Schwarz criterion	15.33739	
Log likelihood	-5446.975	Hannan-Quinn criter.	15.32164	
F-statistic	10.96508	Durbin-Watson stat	1.073513	
Prob(F-statistic)	0.000000			
Scalar = 1.64700867928				

Zdroj: Vlastné spracovanie z programu EViews

$$\hat{C\acute{E}N}_i = 1571,534 - 309,5833 * PS_i - 262,8430 * CR_i - 167,6573 * KR_i$$

Interpretácia:

V prípade, že byt je novostavba, cena za meter štvorcový bude 1571,534 eur za podmienok ceteris paribus. Ak je byt v pôvodnom stave jeho cena sa zníži o 309,5833 eur za podmienok ceteris paribus. V prípade, že je byt po čiastočnej rekonštrukcii jeho cena sa zníži o 262,8430 eur za meter štvorcový za podmienok ceteris paribus. Ak je byt po kompletnej rekonštrukcii, jeho cena sa zníži o 167,6573 eur za meter štvorcový za podmienok ceteris paribus.

Pre zhodnotenie štatistickej významnosti parametrov si sformulujeme hypotézy:

$H_0: \beta_0 = 0$, parameter nie je štatisticky významný alebo $H_1: \beta_0 \neq 0$, parameter je štatisticky významný. Následne porovnáme t -štatistiku s kritickou hodnotou pre všetky parametre

$|-4,754766| > 1,64700$ z čoho vyplýva, že zamietame H_0 ,

$|-4,792916| > 1,64700$ z čoho vyplýva, že zamietame H_0 ,

$|-3,469655| > 1,64700$ z čoho vyplýva, že zamietame H_0 .

Takže môžeme povedať, že všetky parametre v modeli sú štatisticky významné.

Ďalej budeme testovať či je model ako celok štatisticky významný, a to porovnaním F -štatistiky s kritickou hodnotou.

Obrázok č. 9 – Model s kvalitatívnymi premennými

Dependent Variable: CENA
Method: Least Squares
Date: 05/18/17 Time: 23:03
Sample: 1 713
Included observations: 712

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	1571.534	37.18493	42.26267	0.0000
PS	-309.5833	65.11010	-4.754766	0.0000
CR	-262.8430	54.83989	-4.792916	0.0000
KR	-167.6573	48.32102	-3.469655	0.0006

R-squared	0.044399	Mean dependent var	1408.617
Adjusted R-squared	0.040350	S.D. dependent var	520.4625
S.E. of regression	509.8541	Akaike info criterion	15.31173
Sum squared resid	1.84E+08	Schwarz criterion	15.33739
Log likelihood	-5446.975	Hannan-Quinn criter.	15.32164
F-statistic	10.96508	Durbin-Watson stat	1.073513
Prob(F-statistic)	0.000000		

Scalar = 2.61748258785

Zdroj: Vlastné spracovanie z programu EViews

Kritická hodnota je 2,61748 čo je menšie ako 10,96508 takže model ako celok je štatisticky významný.

Pre overenie existencie heteroskedasticity v modeli použijeme Whitov test.

Obrázok č. 10 – Heteroskedasticity test v modeli s kvalitatívnymi premennými

Heteroskedasticity Test: White

F-statistic	0.542690	Prob. F(3,708)	0.6532
Obs*R-squared	1.633511	Prob. Chi-Square(3)	0.6518
Scaled explained SS	33.79673	Prob. Chi-Square(3)	0.0000

Test Equation:
Dependent Variable: RESID^2
Method: Least Squares
Date: 05/18/17 Time: 23:03
Sample: 1 713
Included observations: 712
Collinear test regressors dropped from specification

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	294540.3	122159.9	2.411103	0.0162
PS^2	-107436.7	213899.7	-0.502276	0.6156
CR^2	86621.69	180160.0	0.480804	0.6308
KR^2	-108974.3	158744.2	-0.686477	0.4926

R-squared	0.002294	Mean dependent var	258490.8
Adjusted R-squared	-0.001933	S.D. dependent var	1673356.
S.E. of regression	1674973.	Akaike info criterion	31.50609
Sum squared resid	1.99E+15	Schwarz criterion	31.53176
Log likelihood	-11212.17	Hannan-Quinn criter.	31.51601
F-statistic	0.542690	Durbin-Watson stat	1.952155
Prob(F-statistic)	0.653205		

Scalar = 7.81472790325

Zdroj: Vlastné spracovanie z programu EViews

Hodnota Whitovej štatistiky 1,633511 je menšia ako kritická hodnota $\chi^2_c = 7,8147279$, preto môžeme prijať nulovú hypotézu o homoskedasticite.

Druhý model, bude vyjadrovať závislosť ceny bytov od kraja, v ktorom sa nachádza, pričom porovnávajúcim krajom je *Bratislavský kraj (BA)*, jeho zápis je nasledovný:

$$\hat{CENA}_i = \beta_0 + \beta_1 * TT_i + \beta_2 * TN_i + \beta_3 * NR_i + \beta_4 * ZA_i + \beta_5 * BB_i + \beta_6 * PO_i + \beta_7 * KE_i + u_i$$

Obrázok č. 11 – Model s kvalitatívnymi premennými

Dependent Variable: CENA				
Method: Least Squares				
Date: 05/18/17 Time: 23:49				
Sample: 1 713				
Included observations: 712				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	2244.375	42.94452	52.26220	0.0000
TT	-929.7956	61.26007	-15.17784	0.0000
TN	-989.3975	59.03895	-16.75839	0.0000
NR	-872.0621	62.41746	-13.97145	0.0000
ZA	-945.9329	60.73272	-15.57534	0.0000
BB	-978.0386	60.56378	-16.14890	0.0000
PO	-1150.076	60.90501	-18.88311	0.0000
KE	-810.8281	60.56378	-13.38800	0.0000
R-squared	0.400030	Mean dependent var	1408.617	
Adjusted R-squared	0.394064	S.D. dependent var	520.4625	
S.E. of regression	405.1377	Akaike info criterion	14.85750	
Sum squared resid	1.16E+08	Schwarz criterion	14.90883	
Log likelihood	-5281.271	Hannan-Quinn criter.	14.87733	
F-statistic	67.05601	Durbin-Watson stat	1.708023	
Prob(F-statistic)	0.000000			
Scalar = 1.64702094011				

Zdroj: Vlastné spracovanie z programu Eviews

$$\hat{CENA}_i = 2244,375 - 929,7956 * TT_i - 989,3975 * TN_i - 872,0621 * NR_i - 945,9329 * ZA_i - 978,0386 * BB_i - 1150,076 * PO_i - 810,8281 * KE_i$$

Interpretácia:

Ak sa byt nachádza v Bratislavskom kraji jeho priemerná cena za meter štvorcový je 2244,375 eur za podmienok ceteris paribus. Ak sa byt nachádza v Trnavskom kraji, jeho priemerná cena za meter štvorcový je nižšia oproti Bratislavskému kraju o 929,7956 eur za podmienok ceteris paribus. Ak sa byt nachádza v Trenčianskom kraji, jeho priemerná cena za meter štvorcový je nižšia oproti Bratislavskému kraju o 989,3975 eur za podmienok ceteris paribus. Ak sa byt nachádza v Nitrianskom kraji, jeho priemerná cena za meter štvorcový je nižšia oproti Bratislavskému kraju o 872,0621 eur za podmienok ceteris paribus. Ak sa byt nachádza v Žilinskom kraji, jeho priemerná cena za meter štvorcový je nižšia oproti Bratislavskému kraju o 945,9329 eur za podmienok ceteris paribus. Ak sa byt nachádza v Banskobystrickom kraji, jeho priemerná cena za meter štvorcový je nižšia oproti Brati-

slavskému kraju o 978,0386 eur za podmienok ceteris paribus. Ak sa byt nachádza v Prešovskom kraji, jeho priemerná cena za meter štvorcový je nižšia oproti Bratislavskému kraju o 1150,076 eur za podmienok ceteris paribus. Ak sa byt nachádza v Košickom kraji, jeho priemerná cena za meter štvorcový je nižšia oproti Bratislavskému kraju o 810,8281 eur za podmienok ceteris paribus.

Pre zhodnotenie štatistickej významnosti parametrov si sformulujeme hypotézy:

$H_0: \beta_0 = 0$, parameter nie je štatisticky významný alebo $H_1: \beta_0 \neq 0$, parameter je štatisticky významný. Následne porovnáme t -štatistiku s kritickou hodnotou pre všetky parametre:

$|-15,17784| > 1,64702$ z čoho vyplýva, že zamietame H_0 ,

$|-16,75839| > 1,64702$ z čoho vyplýva, že zamietame H_0 ,

$|-13,97145| > 1,64702$ z čoho vyplýva, že zamietame H_0 ,

$|-15,57534| > 1,64702$ z čoho vyplýva, že zamietame H_0 ,

$|-16,14890| > 1,64702$ z čoho vyplýva, že zamietame H_0 ,

$|-18,88311| > 1,64702$ z čoho vyplýva, že zamietame H_0 ,

$|-13,38800| > 1,64702$ z čoho vyplýva, že zamietame H_0 .

Takže môžeme povedať, že všetky parametre v modeli sú štatisticky významné.

Ďalej budeme testovať či je model ako celok štatisticky významný, a to porovnaním F -štatistiky s kritickou hodnotou.

Obrázok č. 12 – Model s kvalitatívnymi premennými

Dependent Variable: CENA				
Method: Least Squares				
Date: 05/18/17 Time: 23:49				
Sample: 1 713				
Included observations: 712				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	2244.375	42.94452	52.26220	0.0000
TT	-929.7956	61.26007	-15.17784	0.0000
TN	-989.3975	59.03895	-16.75839	0.0000
NR	-872.0621	62.41746	-13.97145	0.0000
ZA	-945.9329	60.73272	-15.57534	0.0000
BB	-978.0386	60.56378	-16.14890	0.0000
PO	-1150.076	60.90501	-18.88311	0.0000
KE	-810.8281	60.56378	-13.38800	0.0000
R-squared	0.400030	Mean dependent var	1408.617	
Adjusted R-squared	0.394064	S.D. dependent var	520.4625	
S.E. of regression	405.1377	Akaike info criterion	14.85750	
Sum squared resid	1.16E+08	Schwarz criterion	14.90883	
Log likelihood	-5281.271	Hannan-Quinn criter.	14.87733	
F-statistic	67.05601	Durbin-Watson stat	1.708023	
Prob(F-statistic)	0.000000			
Scalar = 2.61755423739				

Zdroj: Vlastné spracovanie z programu EViews

Kritická hodnota je 2,617554 čo je menšie ako 67,05601 takže model ako celok je štatisticky významný.

Pre overenie existencie heteroskedasticity v modeli použijeme Whitov test.

Obrázok č. 13 – Heteroskedasticity test v modeli s kvalitatívnymi premennými

Heteroskedasticity Test: White				
F-statistic	1.014953	Prob. F(7,704)	0.4191	
Obs*R-squared	7.113615	Prob. Chi-Square(7)	0.4171	
Scaled explained SS	346.2769	Prob. Chi-Square(7)	0.0000	
Test Equation:				
Dependent Variable: RESID^2				
Method: Least Squares				
Date: 05/18/17 Time: 23:54				
Sample: 1 713				
Included observations: 712				
Collinear test regressors dropped from specification				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	336229.2	171777.1	1.957358	0.0507
TT^2	-266650.3	245038.9	-1.088196	0.2769
TN^2	158603.5	236154.4	0.671609	0.5021
NR^2	-261197.7	249668.4	-1.046179	0.2958
ZA^2	-280547.1	242929.5	-1.154850	0.2485
BB^2	-229279.7	242253.7	-0.946445	0.3442
PO^2	-314263.6	243618.6	-1.289982	0.1975
KE^2	-251295.2	242253.7	-1.037322	0.2999
R-squared	0.009991	Mean dependent var	162292.4	
Adjusted R-squared	0.000147	S.D. dependent var	1620661.	
S.E. of regression	1620542.	Akaike info criterion	31.44559	
Sum squared resid	1.85E+15	Schwarz criterion	31.49692	
Log likelihood	-11186.63	Hannan-Quinn criter.	31.46542	
F-statistic	1.014953	Durbin-Watson stat	2.028866	
Prob(F-statistic)	0.419147			
Scalar = 14.0671404493				

Zdroj: Vlastné spracovanie z programu EViews

Hodnota Whitovej štatistiky 7,113615 je menšia ako kritická hodnota $\chi^2_c = 14,06714$, preto môžeme prijať nulovú hypotézu o homoskedasticite.

4.3 Model s kvantitatívnymi aj kvalitatívnymi premennými

Do modelu sme zaradili všetky premenné, ktoré sme uviedli vyššie. Takto zhotovený model môžeme zapísať ako:

$$CENA_i = \beta_0 + \beta_1 * VYMBYT_i + \beta_2 * vN_i + \beta_3 * PS_i + \beta_4 * CR_i + \beta_5 * KR_i + \beta_6 * TT_i + \beta_7 * TN_i + \beta_8 * NR_i + \beta_9 * ZA_i + \beta_{10} * BB_i + \beta_{11} * PO_i + \beta_{12} * KE_i + u_i$$

Obrázok č. 14 – Model s kvantitatívnymi aj kvalitatívnymi premennými

Dependent Variable: CENA Method: Least Squares Date: 05/20/17 Time: 14:52 Sample: 1 713 Included observations: 711				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	2485.417	60.18095	41.29907	0.0000
VYMBYT	-1.483909	0.351080	-4.226700	0.0000
VN	-10.93303	31.44254	-0.347715	0.7282
PS	-263.0332	53.08725	-4.954734	0.0000
CR	-237.6327	45.17256	-5.260555	0.0000
KR	-133.3284	39.61835	-3.365320	0.0008
TT	-930.5259	60.89871	-15.27990	0.0000
TN	-985.4712	58.10382	-16.96053	0.0000
NR	-837.9435	61.83846	-13.55052	0.0000
ZA	-921.2353	59.72115	-15.42561	0.0000
BB	-963.2450	59.54203	-16.17757	0.0000
PO	-1107.598	60.38880	-18.34112	0.0000
KE	-778.1990	59.98713	-12.97276	0.0000
R-squared	0.432799	Mean dependent var	1407.244	
Adjusted R-squared	0.423048	S.D. dependent var	519.5375	
S.E. of regression	394.6271	Akaike info criterion	14.81187	
Sum squared resid	1.09E+08	Schwarz criterion	14.89537	
Log likelihood	-5252.621	Hannan-Quinn criter.	14.84413	
F-statistic	44.38369	Durbin-Watson stat	1.791208	
Prob(F-statistic)	0.000000			
Scalar = 1.64703959521				

Zdroj: Vlastné spracovanie z programu EViews

Po odhadnutí neznámych parametrov $\beta_0, \beta_1, \beta_2, \beta_3, \dots, \beta_{12}$ pomocou metódy estimátora najmenších štvorcov, môžeme model zapísať takto:

$$\hat{CENA}_i = 2485,417 - 1,483909 \cdot VYMBYT_i - 10,93303 \cdot vN_i - 263,0332 \cdot PS_i - 237,6327 \cdot CR_i - 133,3284 \cdot KR_i - 930,5259 \cdot TT_i - 985,4712 \cdot TN_i - 837,9435 \cdot NR_i - 921,2353 \cdot ZA_i - 963,2450 \cdot BB_i - 1107,598 \cdot PO_i - 778,1990 \cdot KE_i$$

Z modelu vyplýva, že ak by sa byt nachádzal v Bratislavskom kraji a bol v novostavbe jeho priemerná cena za meter štvorcový bude 2485,417 eur za podmienok ceteris paribus. Cena za meter štvorcový sa zníži o 1,484 eur ak sa výmera bytu zvýši o jednu jednotku za podmienok ceteris paribus. Rovnako sa priemerná cena za meter štvorcový zníži, ak je byt v pôvodnom stave o 263,0332 eur za podmienok ceteris paribus alebo o 237,6327 eur ak prebehla v byte čiastočná rekonštrukcia za podmienok ceteris paribus a o 133,3284 eur ak kompletná rekonštrukcia za podmienok ceteris paribus. Taktiež bude priemerná cena za meter štvorcový nižšia napr. v Trnavskom kraji oproti Bratislavskému o 930,5259 eur za podmienok ceteris paribus.

4.4 Testovanie významnosti parametrov a modelu ako celku

Teraz otestujeme významnosť jednotlivých parametrov pomocou Studentovej t -štatistiky. Najskôr sformulujeme hypotézy:

$H_0: \beta_0 = 0$, parameter nie je štatisticky významný

$H_1: \beta_0 \neq 0$, parameter je štatisticky významný.

Následne porovnaním t -štatistiky a kritickej hodnoty zistíme či je parameter významný.

Kritická hodnota $t_{0,05}(698)=1,96337$

$H_0: \beta_1 = 0$ oproti $H_1: \beta_1 \neq 0$ $|t_{\hat{\beta}_1}| = |-4,226700| > 1,647039$ zamietame H_0

$H_0: \beta_2 = 0$ oproti $H_1: \beta_2 \neq 0$ $|t_{\hat{\beta}_2}| = |-0,347715| < 1,647039$ prijímame H_0

$H_0: \beta_3 = 0$ oproti $H_1: \beta_3 \neq 0$ $|t_{\hat{\beta}_3}| = |-4,954734| > 1,647039$ zamietame H_0

$H_0: \beta_4 = 0$ oproti $H_1: \beta_4 \neq 0$ $|t_{\hat{\beta}_4}| = |-5,260555| > 1,647039$ zamietame H_0

$H_0: \beta_5 = 0$ oproti $H_1: \beta_5 \neq 0$ $|t_{\hat{\beta}_5}| = |-3,365320| > 1,647039$ zamietame H_0

$H_0: \beta_6 = 0$ oproti $H_1: \beta_6 \neq 0$ $|t_{\hat{\beta}_6}| = |-15,27990| > 1,647039$ zamietame H_0

$H_0: \beta_7 = 0$ oproti $H_1: \beta_7 \neq 0$ $|t_{\hat{\beta}_7}| = |-16,96053| > 1,647039$ zamietame H_0

$H_0: \beta_8 = 0$ oproti $H_1: \beta_8 \neq 0$ $|t_{\hat{\beta}_8}| = |-13,55052| > 1,647039$ zamietame H_0

$H_0: \beta_9 = 0$ oproti $H_1: \beta_9 \neq 0$ $|t_{\hat{\beta}_9}| = |-15,42561| > 1,647039$ zamietame H_0

$H_0: \beta_{10} = 0$ oproti $H_1: \beta_{10} \neq 0$ $|t_{\hat{\beta}_{10}}| = |-16,17757| > 1,647039$ zamietame H_0

$H_0: \beta_{11} = 0$ oproti $H_1: \beta_{11} \neq 0$ $|t_{\hat{\beta}_{11}}| = |-18,34112| > 1,647039$ zamietame H_0

$H_0: \beta_{12} = 0$ oproti $H_1: \beta_{12} \neq 0$ $|t_{\hat{\beta}_{12}}| = |-12,97276| > 1,647039$ zamietame H_0

Záverom tohto testovania je: na hladine významnosti 5% sú všetky parametre okrem parametra β_2 štatisticky významné. Tento parameter môžeme z modelu vylúčiť.

Na testovanie významnosti modelu ako celku pomocou F -štatistiky najskôr sformulujeme hypotézy:

$H_0: \beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = \dots = \beta_{11} = 0$, model ako celok nie je štatisticky významný

$H_1: \exists \beta_i \neq 0$, pre $i=1, \dots, n$, model ako celok je štatisticky významný.

Obrázok č. 15 – Model s kvantitatívnymi aj kvalitatívnymi premennými

Dependent Variable: CENA				
Method: Least Squares				
Date: 05/20/17 Time: 15:21				
Sample: 1 713				
Included observations: 712				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	2484.522	59.62081	41.67206	0.0000
VYMBYT	-1.490894	0.350190	-4.257388	0.0000
PS	-263.1846	53.01175	-4.964647	0.0000
CR	-237.6728	45.11331	-5.268352	0.0000
KR	-132.8634	39.52499	-3.361504	0.0008
TT	-935.6322	59.77608	-15.65228	0.0000
TN	-988.5891	57.66623	-17.14329	0.0000
NR	-839.4495	61.57749	-13.63241	0.0000
ZA	-923.7344	59.39778	-15.55167	0.0000
BB	-966.0324	59.17890	-16.32393	0.0000
PO	-1110.288	60.04285	-18.49160	0.0000
KE	-780.2555	59.71127	-13.06714	0.0000
R-squared	0.435422	Mean dependent var	1408.617	
Adjusted R-squared	0.426550	S.D. dependent var	520.4625	
S.E. of regression	394.1281	Akaike info criterion	14.80794	
Sum squared resid	1.09E+08	Schwarz criterion	14.88493	
Log likelihood	-5259.626	Hannan-Quinn criter.	14.83768	
F-statistic	49.07850	Durbin-Watson stat	1.789668	
Prob(F-statistic)	0.000000			

Scalar = 1.80231860964

Zdroj: Vlastné spracovanie z programu EViews

F -štatistika je 49,07850, následne z programu EViews zistíme kritickú hodnotu F -štatistiky na hladine významnosti 0,05, jej hodnota je 1,802318. Porovnaním zistíme, že vypočítaná hodnota je väčšia ako kritická hodnota, preto môžeme zamietnuť hypotézu H_0 , teda model ako celok je na hladine významnosti 5 % štatisticky významný.

Pre odhadnutý model vieme vďaka koeficientu determinácie $R^2 = 0,435422$ povedať, že 43,54 % celkovej variability premennej $CENA_i$ je vysvetlených lineárnym modelom s vysvetľujúcimi premennými, ktoré sa nachádzajú v modeli.

4.5 Heteroskedasticita v modeli

Budeme pokračovať s testovaním heteroskedasticity náhodnej zložky, teda či rozptyl náhodných zložiek je v každom pozorovaní rovnaký. Všeobecným testom pre prítomnosť heteroskedasticity je Whitov test.

Obrázok č. 16 – Heteroskedasticity test v modeli

Heteroskedasticity Test: White				
F-statistic	0.935602	Prob. F(43,668)	0.5911	
Obs*R-squared	40.44499	Prob. Chi-Square(43)	0.5827	
Scaled explained SS	2396.555	Prob. Chi-Square(43)	0.0000	
Test Equation:				
Dependent Variable: RESID^2				
Method: Least Squares				
Date: 05/20/17 Time: 15:30				
Sample: 1 713				
Included observations: 712				
Collinear test regressors dropped from specification				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	20699.50	579186.6	0.035739	0.9715
VYMBYT*2	-19.29473	23.47968	-0.821763	0.4115
VYMBYT*PS	419.8346	5502.318	0.076301	0.9392
VYMBYT*CR	9239.070	5578.685	1.656138	0.0982
VYMBYT*KR	-2354.573	4201.502	-0.560412	0.5754
VYMBYT*TT	-2625.053	6327.090	-0.414891	0.6784
VYMBYT*TN	5478.626	5350.504	1.023946	0.3062
VYMBYT*NR	-7112.554	9138.084	-0.778342	0.4366
VYMBYT*ZA	-1192.712	5510.724	-0.216435	0.8287
VYMBYT*BB	-2120.843	5867.926	-0.361430	0.7179
VYMBYT*PO	-3618.663	8225.824	-0.439915	0.6601
VYMBYT*KE	-1674.164	5267.366	-0.317837	0.7507
VYMBYT	6744.072	7413.181	0.909741	0.3633
PS*2	-178939.5	803590.9	-0.222675	0.8239
PS*TT	246931.4	1062155.	0.232481	0.8162
PS*TN	225834.1	1163449.	0.194107	0.8462
PS*NR	-57050.88	1142248.	-0.049946	0.9602
PS*ZA	152586.9	1021116.	0.149432	0.8813
PS*BB	37195.08	902203.7	0.041227	0.9671
PS*PO	69904.60	1061329.	0.065865	0.9475
PS*KE	196883.7	912645.8	0.215728	0.8293
CR*2	-888153.3	665344.9	-1.334877	0.1824
CR*TT	159765.1	722863.5	0.221017	0.8251
CR*TN	2331330.	693462.6	3.361868	0.0008
CR*NR	46591.17	848730.8	0.054895	0.9562
CR*ZA	222092.5	769723.7	0.288535	0.7730
CR*BB	212309.6	763182.3	0.278190	0.7810
CR*PO	202670.7	867879.9	0.233524	0.8154
CR*KE	334408.7	843683.9	0.396367	0.6920
KR*2	90277.73	561806.2	0.160692	0.8724
KR*TT	50680.94	623874.0	0.081236	0.9353
KR*TN	190630.5	610479.9	0.312263	0.7549
KR*NR	-124643.9	841485.9	-0.148124	0.8823
KR*ZA	45270.90	659290.9	0.068666	0.9453
KR*BB	-9357.490	649205.9	-0.014414	0.9885
KR*PO	-23516.81	842295.1	-0.027920	0.9777
KR*KE	106067.9	669391.5	0.158454	0.8741
TT*2	-106750.6	672128.8	-0.158825	0.8739
TN*2	-853915.1	684811.1	-1.246935	0.2129
NR*2	340443.9	1138067.	0.299142	0.7649
ZA*2	-228925.3	786891.8	-0.290924	0.7712
BB*2	-79766.49	747906.3	-0.106653	0.9151
PO*2	-40078.00	1130218.	-0.035460	0.9717
KE*2	-197935.6	767250.9	-0.257980	0.7965
R-squared				
Adjusted R-squared				
S.E. of regression				
Sum squared resid				
Log likelihood				
F-statistic				
Prob(F-statistic)				
Mean dependent var				
S.D. dependent var				
Akaike info criterion				
Schwarz criterion				
Hannan-Quinn criter.				
Durbin-Watson stat				
Scalar = 59.3035120269				

Zdroj: Vlastné spracovanie z programu EViews

Hodnota Whitovej štatistiky 40,44499 je menšia ako kritická hodnota $\chi^2_{c=59,3035}$, preto môžeme prijať nulovú hypotézu o homoskedasticite a konštatovať neprítomnosť heteroskedasticity náhodnej zložky v odhade modelu.

4.6 Multikolinearita v modeli

Na identifikáciu multikolinearity môžeme použiť korelačné koeficienty medzi vysvetľujúcimi premennými.

Obrázok č. 17 – Test multikolinearity prostredníctvom korelačných koeficientov

	VYMBYT	TT	TN	NR	BB	KE	KR	CR	PS	ZA
VYMBYT	1.000000	-0.035213	-0.005521	-0.065746	0.010156	0.040522	-0.133803	-0.132379	-0.087023	0.050737
TT	-0.035213	1.000000	-0.149584	-0.131661	-0.140764	-0.140764	0.017272	-0.023729	-0.051316	-0.140764
TN	-0.005521	-0.149584	1.000000	-0.143586	-0.153514	-0.153514	0.046256	0.005418	-0.106071	-0.153514
NR	-0.065746	-0.131661	-0.143586	1.000000	-0.135120	-0.135120	0.020616	0.128329	-0.042755	-0.135120
BB	0.010156	-0.140764	-0.153514	-0.135120	1.000000	-0.144462	-0.048500	-0.052602	0.069779	-0.144462
KE	0.040522	-0.140764	-0.153514	-0.135120	-0.144462	1.000000	0.003592	-0.103216	0.145717	-0.144462
KR	-0.133803	0.017272	0.046256	0.020616	-0.048500	0.003592	1.000000	-0.424953	-0.302182	0.055684
CR	-0.132379	-0.023729	0.005418	0.128329	-0.052602	-0.103216	-0.424953	1.000000	-0.205742	-0.022233
PS	-0.087023	-0.051316	-0.106071	-0.042755	0.069779	0.145717	-0.302182	-0.205742	1.000000	-0.031472
ZA	0.050737	-0.140764	-0.153514	-0.135120	-0.144462	-0.144462	0.055684	-0.022233	-0.031472	1.000000

Zdroj: Vlastné spracovanie z programu EViews

Ako možno z obrázka vidieť, v modeli sa nenachádza multikolinearita. Ďalšia možnosť je overiť si tento predpoklad pomocou VIF faktora.

Obrázok č. 18 – Test multikolinearity prostredníctvom VIF faktora

Variable	Coefficient Variance	Uncentered VIF	Centered VIF
C	3554.641	16.29300	NA
VYMBYT	0.122633	4.681019	1.141709
PS	2810.246	1.646308	1.435895
CR	2035.211	2.096306	1.625226
KR	1562.225	2.745563	1.692840
TT	3573.180	1.978239	1.739294
TN	3325.394	2.140762	1.840093
NR	3791.787	1.952807	1.733390
ZA	3528.096	2.021416	1.768739
BB	3502.142	2.029091	1.772605
PO	3605.144	2.042352	1.789926
KE	3565.436	2.065763	1.804641

Zdroj: Vlastné spracovanie z programu EViews

V prípade, že je VIF faktor väčší ako 10 v modeli sa nachádza multikolinearita. V našom prípade sú všetky hodnoty VIF menšie ako 10, takže sme potvrdili, že sa v modeli multikolinearita nenachádza.

Na záver môžeme povedať, že model bude mať tvar:

Obrázok č. 19 – Model s kvalitatívnymi aj kvantitatívnymi premennými

Dependent Variable: CENA Method: Least Squares Date: 05/20/17 Time: 15:44 Sample: 1 713 Included observations: 712				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	2484.522	59.62081	41.67206	0.0000
VYMBYT	-1.490894	0.350190	-4.257388	0.0000
PS	-263.1846	53.01175	-4.964647	0.0000
CR	-237.6728	45.11331	-5.268352	0.0000
KR	-132.8634	39.52499	-3.361504	0.0008
TT	-935.6322	59.77608	-15.65228	0.0000
TN	-988.5891	57.66623	-17.14329	0.0000
NR	-839.4495	61.57749	-13.63241	0.0000
ZA	-923.7344	59.39778	-15.55167	0.0000
BB	-966.0324	59.17890	-16.32393	0.0000
PO	-1110.288	60.04285	-18.49160	0.0000
KE	-780.2555	59.71127	-13.06714	0.0000
R-squared	0.435422	Mean dependent var	1408.617	
Adjusted R-squared	0.426550	S.D. dependent var	520.4625	
S.E. of regression	394.1281	Akaike info criterion	14.80794	
Sum squared resid	1.09E+08	Schwarz criterion	14.88493	
Log likelihood	-5259.626	Hannan-Quinn criter.	14.83768	
F-statistic	49.07850	Durbin-Watson stat	1.789668	
Prob(F-statistic)	0.000000			

Zdroj: Vlastné spracovanie z programu EViews

$$\hat{CENA}_i = 2484,522 - 1,49 \cdot VYMBYT_i - 263,18 \cdot PS_i - 237,67 \cdot CR_i - 133,86 \cdot KR_i - 935,63 \cdot TT_i - 988,59 \cdot TN_i - 839,45 \cdot NR_i - 923,73 \cdot ZA_i - 966,03 \cdot BB_i - 1110,29 \cdot PO_i - 780,26 \cdot KE_i$$

Pomocou modelu vieme jednoducho získať informáciu o priemernej cene bytu za meter štvorcový, z čoho sa vypočíta celková cena bytu. Napríklad ak máme záujem o byt v Trnavskom kraji pomocou Excelu, ktorý sme vytvorili získame predstavu o cene bytu.

Obrázok č. 20 – Tabuľka na výpočet ceny z Excelu

		Výmera bytu v metroch štvorcových	Kraj	Stav bytu	Cena za byt v eurách
C	2484.522				
VYMBYT	-1.490894				
PS	-263.1846				
CR	-237.6728				
KR	-132.8634				
Trnavský kraj	-935.6322	36	TT	PS	46 285.39 €
Trenčiansky kraj	-988.5891	50	TT	CR	65 560.85 €
Nitriansky kraj	-839.4495	120	TT	KR	169 923.17 €
Žilinský kraj	-923.7344	32	PO	PS	35 553.58 €
Banskobystrický kraj	-966.0324	65	PO	CR	73 876.48 €
Prešovský kraj	-1110.288	86	PO	KR	106 757.87 €
Košický kraj	-780.255	49	BB	PS	61 509.95 €
		49	BB	KR	67 895.68 €

Zdroj: Vlastné spracovanie výstupov z programu EViews

V tabuľke je výber bytov pre porovnanie cien, ktoré sme použili z výstupu programu EViews. Ak by sme mali záujem o kúpu bytu s rozlohou 36 metrov štvorcových v Trnavskom kraji, odhadnutá cena bytu v pôvodnom stave je 46 285,396 eur. Pre porovnanie sme do tabuľky uviedli byt s rovnakou rozlohou 49 metrov štvorcových v Banskobystrickom kraji, rozdiel však je v stave bytu, kde môžeme vidieť aj cenový rozdiel bytov. Byt v pôvodnom stave stojí 61 509,95 eur oproti bytu, ktorý prešiel kompletnou rekonštrukciou s cenou 67 895,68 eur. Rovnako sme si dokázali, že cena bytu je závislá od výmery bytu.

Obrázok č. 21– Tabuľka na výpočet ceny z Excelu

Kraj	Stav bytu	Cena za meter štvorcový
BA	PS	2 221.34 €
TT	PS	1 285.71 €
TN	PS	1 232.75 €
NR	PS	1 381.89 €
ZA	PS	1 297.60 €
BB	PS	1 255.31 €
PO	PS	1 111.05 €
KE	PS	1 441.08 €

Zdroj: Vlastné spracovanie výstupov z programu EViews

V ďalšej tabuľke môžeme vedieť aká je priemerná cena bytu za meter štvorcový v jednotlivých krajoch. Na čele je Bratislavský kraj, v ktorom je priemerná cena za meter štvorcový najvyššia t. j. 2 221,34 eur naopak najnižšia priemerná cena za meter štvorcový je v Prešovskom kraji a to 1 111,05 eur, pričom berieme v úvahu byty v pôvodnom stave.

Záver

Zámerom tejto práce bolo pomocou jednorovnicového ekonometrického modelu odhadnúť ceny bytov. Keďže záujem o nehnuteľnosti stále stúpa a ponuka nedokáže plnohodnotne uspokojiť tento dopyt, ceny v tejto oblasti začali mať rastúci trend. V našom záujme bolo vzhľadom na vybrané faktory odhadnúť, ako sa cena aktuálne vyvíja.

Prostredníctvom čiastkových cieľov sme sa dopracovali k úplnému záveru. Hneď na začiatku sme sa oboznámili s problematikou ceny nehnuteľností a jednotlivými faktormi, ktoré ju ovplyvňujú. Ďalšou dôležitou súčasťou práce bol vývoj cien nehnuteľností v zahraničí aj v rámci Slovenskej republiky. Určili sme si konkrétny cieľ, ktorý sme v druhej kapitole presne špecifikovali. V tretej kapitole sme rozšírili problematiku teoretickou časťou, kde boli vysvetlené základné pojmy o ekonometrickom modeli. Taktiež sme popísali testy, ktorými sme overovali či model spĺňa základné predpoklady lineárneho modelu.

Všetky naše poznatky z teórie sme aplikovali v praktickej časti. Z údajov, ktoré sme získali z realitnej kancelárie sme vytvorili viacero modelov. Najskôr sme vytvorili model s kvantitatívnymi premennými, v ktorom vysvetľovaná premenná bola cena a vysvetľujúce premenné boli počet izieb a výmera bytu. Potom sme vytvorili dva modely s kvalitatívnymi premennými, pričom v prvom sme za vysvetľujúce premenné určili kraje, v ktorých sa byt môže nachádzať, kde porovnávaný kraj bol Bratislavský. V druhom prípade sme za vysvetľujúce premenné určili rozsah rekonštrukcie bytovej jednotky, kde porovnávaná veličina bola novostavba. V oboch prípadoch kvalitatívnych modelov bola vysvetľovaná premenná cena.

Vo všetkých modeloch sme testovali štatistickú významnosť parametrov a následne štatistickú významnosť modelu ako celku. Ďalej sme overovali či modely spĺňajú základné predpoklady lineárneho modelu pomocou vyššie spomenutých testov. Keďže sme pracovali s priereзовými údajmi, autokoreláciou v modeli sme sa nezaoberali. Zaujímala nás prítomnosť heteroskedasticity a multikolinearity. Z výsledkov testov sme zistili, že v jednom z modelov sa nachádza heteroskedasticita, ktorú sme okamžite vyriešili. Takto testovaný a štatisticky významný model sme ďalej použili pre odhad cien bytov.

Na záver sme vytvorili model s kvantitatívnymi aj kvalitatívnymi premennými a rovnako sme tento model otestovali. Potom ako sme zistili, že model je štatisticky významný a nie je v ňom porušený ani jeden z predpokladov, použili sme výstupy na prácu s Excelom.

Pomocou údajov z modelu vieme zistiť priemernú cenu bytu za meter štvorcový vo vybranom kraji, so zvoleným stavom bytu. Takisto vieme vypočítať priemernú cenu za byt vo vybranom kraji, so zvoleným stavom bytu.

Zoznam použitej literatúry

1. HATRÁK, M 2007. Ekonometria. Bratislava: IURA, 2007. 502 s. ISBN 978-80-8078-150
2. LUKÁČIK, M. – LUKÁČIKOVÁ, A. – SZOMOLÁNYI, K. 2011. Ekonometrické modelovanie v programoch EViews a Gretl. Bratislava: Ekonóm, 2011. 330 s. ISBN 978-80-225-3320-1
3. LUKÁČIKOVÁ, A. - LUKÁČIK, M. - SZOMOLÁNYI, K. 2013. Ekonometria 1. Bratislava: EKONÓM, 2013. 337 s. ISBN 978-80225-3543-4
4. Gujarati, N. D., Porter, C. D.: Basic Econometrics. New York: McGraw Hill 2003, 946 s., ISBN 978-0-07-337577-9
5. HUŠEK, R. a kol.: Ekonometrické modely řízení a plánování. Praha: SNTL/ALFA, 1987.
6. DAVIDSON, R. – MACKINNON, J. G.: Econometric Theory and Methods. New York: Oxford University Press, Inc., 2004.
7. DURBIN, J. – WATSON, G. S.: Testing for Serial Correlation in Least-Squares Regression. Biometrika, Vol. 27 and Vol. 28, 1951.
8. THEIL, H.: Economic Forecasting and Policy. Amsterdam: North-Holland, 1961
9. STUEDEMUND, A. H.: Using Econometrics: A Practical Guide. New York: Addison Wesley Long Man, 2001.
10. KOOP, Gary. Introduction to Econometrics. Chichester : John Wiley & Sons Ltd, 2008. 371 s. ISBN 9780470032701.
11. Štatistická ročenka regiónov Slovenska. Bratislava: ŠÚ SR, 2011. ISBN 978-80-8121-053-2
12. OBTULOVÍČ, P., Ekonometria. Nitra – Slovenská poľnohospodárska univerzita v Nitre 1990. 127 s. ISBN 80-85175-70-3

Zoznam použitých internetových zdrojov

1. <http://www.nbs.sk/sk/statisticke-udaje>
2. http://ec.europa.eu/eurostat/statistics-explained/index.php/Main_Page/sk
3. <https://www.topreality.sk/>
4. <http://www.eviews.com/home.html>