

EKONOMICKÁ UNIVERZITA V BRATISLAVE

FAKULTA HOSPODÁRSKEJ INFORMATIKY

Evidenčné číslo: 103006/D/2016/3856228381

**MODELOVANIE TRANSFERU RIZIKA
POISTNÉHO TRHU NA KAPITÁLOVÝ TRH**

Dizertačná práca

EKONOMICKÁ UNIVERZITA V BRATISLAVE

FAKULTA HOSPODÁRSKEJ INFORMATIKY



**MODELOVANIE TRANSFERU RIZIKA
POISTNÉHO TRHU NA KAPITÁLOVÝ TRH**

Dizertačná práca

Študijný program: Kvantitatívne metódy v ekonómii

Študijný odbor: Kvantitatívne metódy v ekonómii

Školiace pracovisko: Katedra matematiky a aktuárstva

Školiteľ: prof. RNDr. Ľudovít Pinda, CSc.

Bratislava 2016

Mgr. Daniel Komadel

Čestné vyhlásenie

Čestne vyhlasujem, že dizertačnú prácu som vypracoval samostatne a uviedol som všetku použitú literatúru.

.....

dátum

.....

podpis

Podakovanie

Ďakujem môjmu školiteľovi, prof. RNDr. Ľudovítovi Pindovi, CSc., za odborné vedenie a podnetné pripomienky.

Abstrakt

KOMADEL, Daniel: *Modelovanie transferu rizika poistného trhu na kapitálový trh.* – Ekonomická univerzita v Bratislave. Fakulta hospodárskej informatiky; Katedra matematiky a aktuárstva. – Školiteľ: prof. RNDr. Ľudovít Pinda, CSc. – Bratislava: FHI EU, 2016, 91 s.

Cieľom záverečnej práce je formalizácia procesu transferu rizika poistného trhu na kapitálový trh a zdôvodnenie jeho opodstatnenosti a využitia v poistení netradičných foriem rizika. Dôraz je kladený na konštrukciu modelov pre oceňovanie kapitálových produktov slúžiacich k prenosu rizika zo subjektov poistného trhu na subjekty kapitálového trhu. Práca je rozdelená do piatich kapitol. Obsahuje 25 obrázkov a 9 tabuľky. Prvá z nich je venovaná vývinu nástrojov ART a ich doterajšiemu použitiu v poistnej praxi. Druhá kapitola predstavuje čiastkové ciele, ktoré sa podieľajú na naplnení hlavného cieľa. Tretia kapitola popisuje matematické a aktuárske metódy, ktoré boli použité k naplneniu cieľov práce: spúšťač katastrofického dlhopisu, miery rizika a minimalizačnú úlohu nelineárneho programovania. Štvrtá kapitola uvádza výsledky práce: oceňovací model katastrofického dlhopisu s aplikáciou v poistení poľnohospodárskej úrody a model optimálneho vrstvenia poisťovateľovho rizika. Piata kapitola interpretuje výsledky, poukazuje na nedostatky a načrtáva možnosti ďalšieho výskumu.

Kľúčové slová:

riziko, poistenie, sekuritizácia, katastrofický dlhopis, poľnohospodárstvo

Abstract

KOMADEL, Daniel: *Modelling of Risk Transfer from Insurance Market to Capital Market*. – University of Economics in Bratislava. Faculty of Economic Informatics; Department of Mathematics and Actuarial Science. – Supervisor: prof. RNDr. Ľudovít Pinda, CSc. – Bratislava: FHI EU, 2016, 91 p.

The objective of the dissertation is the formalization of the risk transfer from the insurance market to the capital market and the justification of its importance and application in unusual forms of insurance. The emphasis is put on construction of pricing models for insurance-linked securities. The thesis consists of five chapters and includes 25 figures and 9 tables. The first chapter is devoted to the genesis of ART instruments and their usage in insurance industry. The second chapter names the partial objectives which contribute to the main objective. The third chapter introduces the mathematical and actuarial methods, which are employed to meet the objectives of the thesis: separation of the systemic component in the insurance risk, trigger of the catastrophe bond, risk measures, and the minimalization problem with the non-linear boundary. The fourth chapter describes the results: pricing model of the catastrophe bond with the application in crop insurance and the optimal layering model of the insurer's risk. The fifth chapter evaluates the results, refers to the shortcomings, and describes the opportunities for further research.

Key words:

risk, insurance, securitization, catastrophe bond, agriculture

Obsah

Zoznam obrázkov	10
Zoznam tabuliek	11
Zoznam skratiek	12
Úvod	13
1 Súčasný stav riešenej problematiky na Slovensku a v zahraničí	17
1.1 Tradičný a alternatívny prenos rizika	17
1.2 Zaistné nástroje ART	21
1.3 Hybridné zaistno-finančné nástroje ART	21
1.4 Finančné nástroje ART	22
1.4.1 Cenné papiere naviazané na poistenie (ILS)	24
1.4.2 Faktory ohrozujúce ILS	25
1.5 Doterajšie využitie ART	26
1.5.1 Katastrofický dlhopis	28
1.5.2 ART v poľnohospodárstve	33
1.6 Potenciál ILS pre slovenský poistný trh	35
1.7 Vedecké štúdie možností využitia ILS	36
2 Cieľ práce	39
3 Metodika práce a metódy skúmania	41
3.1 Katastrofický dlhopis	41
3.1.1 Spúšťač katastrofického dlhopisu	42
3.2 Jadrový odhad hustoty rozdelenia	44

3.3	Vrstvy rizika	45
3.4	Miery rizika	48
3.5	Nelineárna optimalizácia	52
4	Výsledky práce	53
4.1	Ocenenie katastrofického dlhopisu	53
4.1.1	Finančné toky v prostredí poistenia a sekuritizácie	54
4.1.2	Sekuritizácia poľnohospodárskej úrody	56
4.1.3	Predpoklad pevného dlhodobého priemerného výnosu	59
4.1.4	Zohľadnenie trendu v dlhodobom priemernom výnose	63
4.1.5	Zohľadnenie rôznorodosti pôdy	69
4.2	Vrstvenie rizika	73
4.2.1	Formulácia problému	76
4.2.2	Zaistenie	76
4.2.3	Sekuritizácia	77
4.2.4	Riešená úloha	78
5	Diskusia	82
	Záver	84
	Literatúra	85
	Príloha	91

Zoznam obrázkov

1.1	Koncept poistenia	18
1.2	Rozloženie rizika poistenca na niekoľko poistných subjektov	19
1.3	Priemerná dĺžka krytia nástrojmi ILS uzatvorenými v jednotlivých rokoch	23
1.4	Všeobecná štruktúra ILS	25
1.5	Kapitál vydaný viazaný v ILS v rokoch 1997-2015	30
1.6	Sponzori s najväčším kapitálom naviazaným v ILS	32
3.1	Odhad hustoty rozdelenia straty prostredníctvom Epanečnikovovej jadrovej funkcie	46
3.2	Funkcia ponechaného a preneseného rizika poisťovateľa pri dvoch vrstvách	48
3.3	Funkcia ponechaného a preneseného rizika poisťovateľa pri dvoch vrstvách	49
3.4	Vrstvy rizika poisťovateľa	49
3.5	Geometrická interpretácia VaR pomocou funkcie hustoty	51
4.1	Finančné toky medzi poistencami, poisťovateľom a investormi	54
4.2	Ročný priemerný výnos chmeľu dopestovaného na území SR	60
4.3	Relatívna strata z ročného priemerného výnosu chmeľu dopestovaného na území SR	61
4.4	Odhad hustoty rozdelenia rozdelenia L_t prostredníctvom Epanečnikovovej jadrovej funkcie	62
4.5	Vývoj priemerov výnosov za n rokov predchádzajúcich roku t pre vybrané hodnoty n	63
4.6	Schéma priemerov výnosov za rôzny počet rokov	64
4.7	Minimálna a maximálna strata pre pevnú hodnotu m v porovnaní so stratou pre $n = 3$	65

4.8	Odhad hustoty rozdelenia relatívnej straty výnosu oproti priemernej strate pri priemeroch za predchádzajúcich n rokov	66
4.9	Očakávané výplaty katastrofického dlhopisu definovaného stratovým indexom $L_{3,t}$ pre vybrané prahové hodnoty (D) a koeficienty zníženia výplaty (A)	68
4.10	Minimálna a maximálna strata pre pevnú hodnotu m v porovnaní so stratou pre $n = 3$, resp. $n = 4$, pri dvoch pôdnych triedach	72
4.11	Odhad hustoty rozdelenia relatívnej straty výnosu pôdnych tried k_1 a k_2 oproti priemernej strate pri priemeroch za predchádzajúcich n rokov	74
4.12	Očakávané výplaty katastrofického dlhopisov pre sekuritizáciu úrody na pôdnych triedach k_1 (plná čiara) a k_2 (prerušovaná čiara) pri vybraných prahových hodnotách a koeficienty zníženia výplaty	75
4.13	Grafické znázornenie riešenia minimalizačnej úlohy	79
4.14	Grafické znázornenie riešenia minimalizačnej úlohy	80

Zoznam tabuliek

1.1	Najväčší sponzori ILS	29
1.2	Riziká kryté ILS	29
3.1	Katastrofické dlhopisy podľa typu spúšťača	43
3.2	Podiel typov udalostí, na ktoré sú viazané katastrofické dlhopisy	44
4.1	Pravdepodobnosť spustenia dlhopisu pre vybrané hodnoty spúšťača . .	61
4.2	Cena dlhopisu pri vybraných hodnotách parametrov	62
4.3	Pravdepodobnosť spustenia dlhopisu pre vybrané prahové hodnoty stratového indexu a vybrané dĺžky priemerovaných období	66
4.4	Cena dlhopisu pri vybraných hodnotách parametrov	67
4.5	Pravdepodobnosť spustenia dlhopisov pôdnych tried k_1 a k_2 pre vybrané prahové hodnoty stratového indexu a vybrané dĺžky priemerovaných období	73

Zoznam skratiek

ABS	cenné papiere viazané na aktíva
ART	alternatívny prenos rizika
CatEPut	opcia na predaj vlastného kapitálu
CBOT	Chicago Board of Trade (burza)
CVaR	podmienená hodnota v riziku
CMO	kolateralizované obligácie MBS
DASK	turecký Národný fond katastrofického poistenia
FONDEN	mexický Národný fond pre prírodné katastrofy
GCCI	škodový index spoločnosti Guy Carpenter
ILS	cenné papiere viazané na poistenie
JMA	Japonská meteorologická agentúra
ILW	podmienka straty v odvetví
ISO	škodový index
LCR	pomer agregovaného poistného plnenia a agregovaného poistného krytia
MBS	cenné papiere kryté hypotékami
MCR	pomer hrađených liečebných nákladov a agregovaného poistného
MMP	viacročný a viacodvetvový poistný produkt
MPRVSR	Ministerstva pôdohospodárstva a rozvoja vidieka Slovenskej republiky
PCS	katastrofický škodový index
PPA	Pôdohospodárska platobná agentúra
RRG	vzájomná poisťovacia spoločnosť
SPV	obchodná spoločnosť založená na dočasné plnenie špecifických cieľov
VaR	hodnota v riziku
VÚEPP	Výskumný ústav ekonomiky poľnohospodárstva a potravinárstva

Úvod

Počiatky poistenia sú v spolupatričnosti. Spontánna vzájomná pomoc v núdzi vyústila do vzniku komoditných rezervných fondov a neskôr do monetarizácie zdieľaného rizika. Modernú formu nabralo poistenie začiatkom šestnásteho storočia a výrazný rozmach zaznamenalo v dvadsiatom storočí. V súčasnosti je poisťovníctvo globálnym biznisom pokrývajúcim širokú paletu rizík.

S výrazne nerovnomerným rozložením svetového hospodárstva je nerovnomerne rozložené aj riziko kryté poistením. Na celkovom poistnom zaplatenom za krytie rizík roku 2012 sa 83 % podieľali krajiny OECD, pričom samotné krajiny G7 sa podieľali 65 % (*Swiss Re, Sigma No. 3/2013*). V týchto bohatých krajinách je hospodárstvo, a spolu s ním aj poistené riziko, často koncentrované v niekoľkých regiónoch. Táto disproporcionálna priestorovej alokácie kapitálu prináša hrozbu uskutočnenia takej udalosti, ktorá pri zasiahnutí malej plochy spôsobí neúmerne vysokú škodu krytú poistením. Škodové plnenie vyplývajúce z tejto udalosti môže mať pre poisťovateľov fatálne následky. Tomuto scenáru predchádzajú zaistením, čiže postúpením časti rizika, ktoré prijali od poistencov, ďalším subjektom poistného trhu. Pôsobnosť zaistovateľov je globálnejšia a udalosť zasahujúca malé územie je preto pre portfólia nimi spravovaných rizík menšou hrozbou než pre portfólia lokálnych poisťovateľov.

Zaistovatelia uvažujú rovnako – obávajú sa priveľkého škodového plnenia predchádzajú postúpením časti svojho rizika ďalšiemu subjektu. Riziko poistenca sa viacnásobným prenosom a zdieľaním rozloží medzi niekoľko subjektov poistného trhu. Keď sa takáto sieť nevytvorí, koncept niekoľkoúrovňového prenosu zlyháva a riziko sa stáva nepoistiteľným. Dopyt potenciálnych poistencov je motorom pre nachádzanie iných možností prenosu rizika. Alternatívou k poisteniu je sekuritizácia – prenos rizika na kapitálový trh prostredníctvom cenných papierov, ktorých výplata záporne koreluje so škodou ich sponzora. Subjekty kapitálového trhu sú schopné absorbovať riziko nad rámec mož-

ností poisťovateľov a zaistovateľov.

Dizajn takýchto finančných produktov je kompromisom medzi požiadavkami ich emitentov a investorov, t. j. poskytovateľov a prijímateľov poistného rizika. Zatiaľ čo emitenti žiadajú kompenzáciu svojich strát zníženou výplatou finančných produktov, investori bažia po vysokých výnosoch a ich nezávislosti od výnosov ostatných aktív vo svojich portfóliach. Finančný produkt s výplatou priamo závislou od straty emitenta síce môže splniť tieto požiadavky, no investorovi prináša morálne riziko, čiže z netransparentnosti prameniaku hrozbu emitentovej manipulácie s údajmi určujúcimi výplatu cenných papierov. Táto obava investora je redukovateľná úpravou definície výplaty, aby namiesto straty emitenta závisela na inej veličine, napr. na etablovanom škodovom indexe. Nedokonalá korelácia tejto veličiny a emitentovej straty je zdrojom základného rizika, teda hrozby, že výplata cenného papiera v určitých prípadoch nevykompenzuje emitentovu stratu.

Najvýznamnejším sekuritizačným nástrojom je katastrofický dlhopis. Jeho kupón a nominálna hodnota sú závislé na udalosti korešpondujúcej so zásadnou stratou emitenta. Takejto udalosti hovoríme katastrofa a hrozbu jej uskutočnenia nazývame katastrofickým rizikom. Ak katastrofa v definovanom čase nenastane, dlhopis nie je spustený a investor získava nadštandardný výnos. Naopak, ak katastrofa nastane, dlhopis je spustený a emitent si výplatu, resp. jej časť, ponecháva na kompenzáciu straty spôsobenej katastrofou.

Katastrofický dlhopis je pre investorov atraktívny očakávaným výnosom. Nemenej podstatným aspektom je jeho nízka korelácia so štandardnými produktami finančného trhu. Keďže turbulencie na svetových burzách neovplyvňujú výskyt katastrof, katastrofický dlhopis je dôležitou súčasťou investičných portfólií.

Katastrofou sa zvyčajne označuje živelná pohroma, akou je napríklad zemetrasenie alebo hurikán. V kontexte sekuritizácie ňou však môže byť aj nárast miery úmrtnosti alebo vypuknutie epidémie. Nemusí to dokonca byť udalosť, ktorá je spoločnosťou vnímaná negatívne. Nárast strednej dĺžky dožitia môže mať vážne následky pre poskytovateľov programov životného poistenia a dôchodkových schém. Sú to príklad udalostí, ktoré nie sú katastrofami v pôvodnom význame, no ich následky môžu mať katastrofický charakter pre poistný trh.

Táto dizertačná práca sa komplexne zameriava na alternatívny prenos rizika. De-

finuje tradičný prenos rizika v rámci mechanizmov poistného trhu, pričom poukazuje na jeho nedostatky. Formuluje opodstatnenie sekuritizačných nástrojov v prenose poistného rizika na kapitálový trh. Analyzuje doterajšie využitie nástrojov alternatívneho prenosu rizika a zamýšľa sa nad trendami v ich ďalšej aplikácii. Definuje konkrétne problémy a zamýšľa sa nad ich riešeniami. Použitie navrhovanej metodiky demonštruje riešením úloh so skutočnými dátami.

Prvá kapitola sa venuje súčasnej interakcii medzi poistným a kapitálovým trhom na Slovensku a v zahraničí, vrátane popisu širokej škály nástrojov prenosu rizika. Mapuje vývoj trendov v alternatívnom prenose rizika. Vznik interakcie medzi poistným a kapitálovým trhom odôvodňuje poukázaním na nedostatky pôvodného konceptu poistenia. Podrobnejšie sa zaoberá katastrofickým dlhopisom ako dominantným sekuritizačným nástrojom, no predstavuje aj katastrofickú opciu a iné, viac či menej používané, prostriedky.

Druhá kapitola definuje ciele dizertačnej práce. Početné čiastkové ciele sa podieľajú na dosiahnutí hlavného cieľa – modelovania prenosu rizika poistného trhu na kapitálový trh.

Tretia kapitola je zameraná na matematický aparát vybraných problémov alternatívneho prenosu rizika. Zameriava sa na problematiku dvoch osobitných aktuárskych problémov v sekuritizácii poistného rizika: Prvým je ocenenie katastrofického dlhopisu. Druhým je vzájomná nahraditeľnosť sekuritizácie a zaistenia. V oboch prípadoch zohráva kľúčovú úlohu výplatná schéma katastrofického dlhopisu a možnosti definície spúšťača vzhľadom na priority protistrán vstupujúcich do kontraktu. V súvislosti s oceňovaním dlhopisu je definovaný mechanizmus neparametrického odhadu hustoty pravdepodobnostného rozdelenia prostredníctvom jadrovej funkcie a preň potrebná transformácia funkcie hustoty. V súvislosti s porovnávaním sekuritizácie a zaistenia je predstavená minimalizačná úloha nelineárneho programovania, ktorá využíva pojem miery rizika.

Štvrtá kapitola predstavuje výsledky práce. Rovnako ako metodika v tretej kapitole, aj praktická časť pozostáva z dvoch aktuársky značne odlišných zložiek, ktoré sú však prepojené aplikáciou do rovnakého poistného segmentu. V prvom prípade je predstavený model pre ocenenie katastrofického dlhopisu prostredníctvom neparametrického odhadu stratového indexu. Jeho použitie je ukázané na príklade poistenia úrody vy-

braných plodín na území Slovenskej republiky. Dôraz je kladený na optimálnu voľbu stratového indexu vzhľadom na štruktúru dostupných údajov. Druhý model je zameraný na optimálne rozvrstvenie poisťovateľovho rizika medzi zaistovateľa a investorov do cenných papierov naviazaných na poistné riziko. Je pri tom riešená úloha minimalizujúca očakávanú stratu poisťovateľa vzhľadom na voliteľnú proporciu postupovaného rizika. Použitie modelu je ilustrované na príklade údajov z agropoistnej schémy kanadskej provincie Manitoba. Zatiaľ čo prvý problém je riešený do hĺbky, pri druhom je vytýčená základná schéma, ktorá môže byť základom ďalšieho výskumu.

Všetky výpočty a ich grafické zobrazenia v rámci tejto dizertačnej práce sú výsledkom algoritmizácie riešených úloh vo verzii R2014a výpočtového prostredia *Matlab* pod licenciou Fakulty hospodárskej informatiky EU v Bratislave. Zdrojové kódy vytvorených skriptov a funkcií sú prílohou práce.

Kapitola 1

Súčasný stav riešenej problematiky na Slovensku a v zahraničí

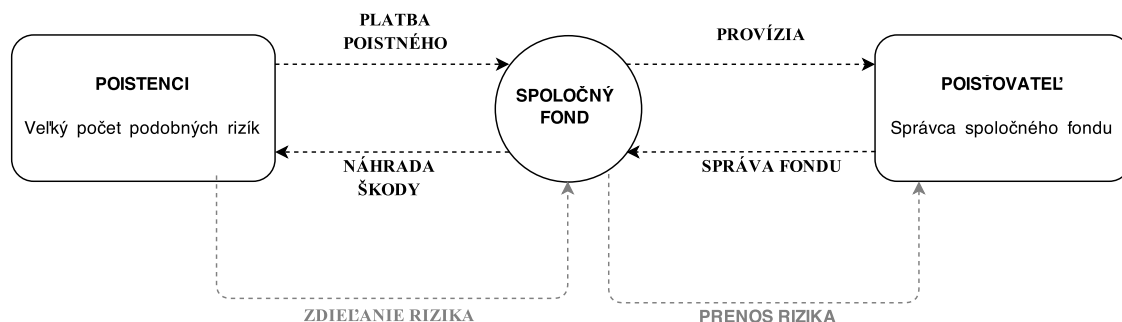
1.1 Tradičný a alternatívny prenos rizika

Riziko je neistota spojená s výsledkom budúcej udalosti. Využitím ekonomickej terminológie môžeme riziko definovať ako predpokladanú varianciu straty, resp. zisku, vyplývajúcu z neistej udalosti [10]. Nositelia spravujú svoje riziko tak, aby zmiernili pravdepodobnosť veľkej finančnej straty. Súčasťou správy rizika môže byť prenos jeho časti na iný subjekt. Aby bol prenos realizovateľný, musí riziko spĺňať dva základné predpoklady:

- merateľnosť neistoty;
- kvantifikovateľnosť straty [42].

Hovoríme, že neistota spojená s uskutočnením udalosti spôsobujúcej stratu je merateľná, ak vieme relevantne odhadnúť pravdepodobnosť jej uskutočnenia. Hovoríme, že strata vyplývajúca z uskutočnenia tejto udalosti je kvantifikovateľná, ak vieme jej výšku vyjadriť prostredníctvom finančných prostriedkov.

Tradičnou formou prenosu rizika je jeho zdieľanie v rámci skupiny nositeľov rizika podobného charakteru, čiže podobne rozdelenou pravdepodobnosťou uskutočnenia udalosti a výšky straty. Takýto proces zdieľania rizika nazývame *poistenie*. Účastníci tohto procesu (*poistenci*) sa poplatkom (*poistným*) podieľajú na tvorbe spoločného fondu, ktorý je určený na kompenzáciu veľkej, no málo pravdepodobnej, straty utrženej členmi



Obr. 1.1: Koncept poistenia (Vlastné spracovanie).

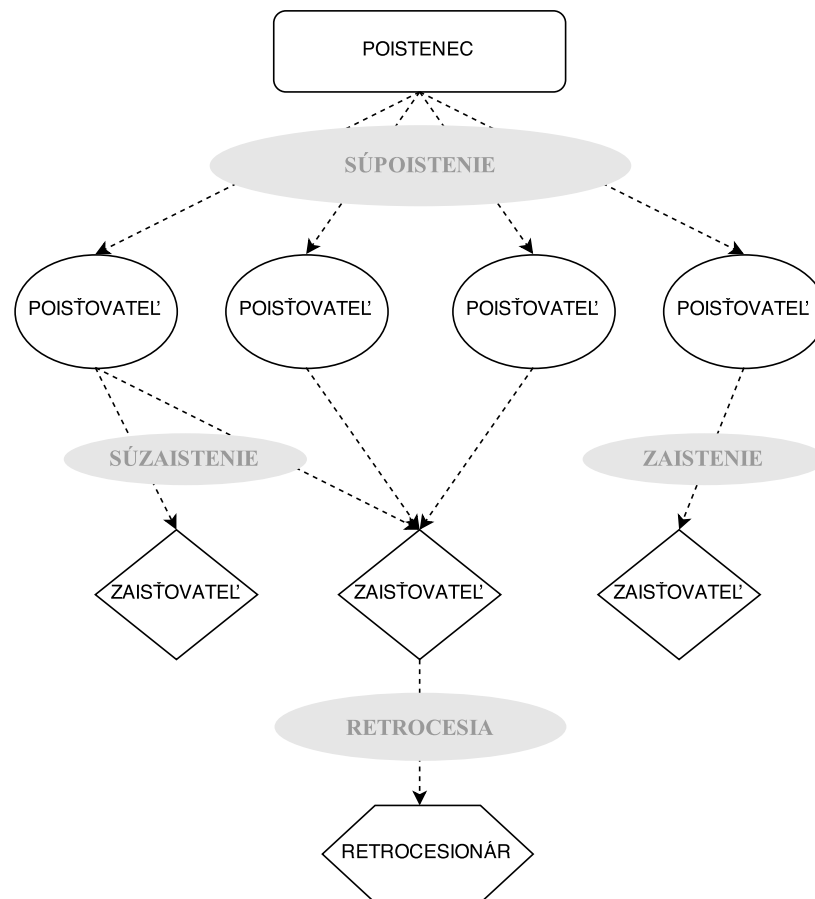
skupiny. Funkčnosť tohto solidárneho mechanizmu je podmienená vlastnosťami zdieľaných rizík jednotlivých účastníkov:

- podobne rozdelenou pravdepodobnosťou straty;
- nízkou vzájomnou závislosťou strát jednotlivých účastníkov.

Každý z účastníkov má prirodzene záujem o čo najvyššie krytie straty pri čo najnižšom poistnom. Zdieľanie rizika je spravodlivé vtedy, keď poistné každého účastníka zodpovedá riziku, ktorému je vystavený, a dostáva kompenzáciu zodpovedajúcu strate, súvisiacej výlučne s poisteným rizikom. Aby sa tieto pravidlá dodržiavali, zdieľané riziko je štandardne prenášané na *poisťovateľa*, ktorý plní úlohu správcu spoločného fondu. Vzťah medzi poistencami a poisťovateľom je znázornený na obrázku 1.1.

Keď kompenzácia strát presiahne vyzbierané poistné, spoločný fond je v strate. V prípade, že riziko prenesené na poisťovateľa presiahne *poistnú kapacitu*, ktorá pozostáva najmä zo zaplateného poistného a výnosov finančných aktív poisťovateľa, vzniká opodstatnená obava z poisťovateľovej *insolventnosti* – neschopnosti plniť legitímne nároky poistencov na škodové plnenie vyplývajúce z uzavretých poistných zmlúv. Tento scenár môže mať pre poisťovateľa vážne následky, začínajúc poškodenou reputáciou a končiac bankrotom.

Poisťovateľ zamedzuje vlastnej insolventnosti rôznymi spôsobmi. Primárnym riešením je *súpoistenie* (angl. coinsurance), zdieľanie rizika s ďalšími poisťovateľmi, pričom každý z nich ručí len za tú časť rizika, ktorú prevzal. Neručí teda za podiely prevzaté



Obr. 1.2: Rozloženie rizika poistenca na niekoľko poistných subjektov (Vlastné spracovanie).

ostatnými spolupoišťovateľmi [13]. Súpoistenie prináša poistencovi, resp. skupine poistencov zdieľajúcej riziko, ochranu pred neočakávanou stratou, pričom riziko insolventnosti každého zo súpoišťovateľov je menšie než v prípade, že by celé riziko od poistenca, resp. poistencov, prevzal jeden poišťovateľ.

Ďalšou možnosťou, ako poišťovateľ môže prevziať väčšie riziko od poistencov, je navýšenie poistnej kapacity. Zachová si tým solventnosť pri vyšších náhradách škôd. Poišťovateľovo riziko, vzhádzajúce zo správy rizík prevzatých od poistencov, ktoré presahuje jeho kapacitu, môže ohroziť jeho solventnosť. Poišťovateľ má možnosť riziko takejto straty obmedziť zdieľaním časti rizika s podobným rizikom ďalších poišťovateľov. Takéto sekundárne zdieľanie rizika nazývame *zaistenie*, pričom jeho účastníci (pôvodní poišťovatelia) sú *cedenti* a správca spoločného fondu je *zaistovateľ*.

Zaistenie môžeme označiť ako poistenie poistenia, lebo sa vyznačuje viacerými aspektami poistenia. Cedenti, obdobne ako poistenci, sa správajú rizikovo averzne a rad-

šej príjmu síce istú, no malú, stratu vo forme poistného, než by utŕžili veľkú, no málo pravdepodobnú, stratu. Vyhladzujú takto medziročné výkyvy straty, resp. zisku, čím vnášajú stabilitu do svojho podnikania. Tak ako sa poistenci chránia pred nepredvídateľnou stratou, poisťovatelia *cedujú* (prenášajú) časť svojho rizika na zaistovateľa. Môže to byť riziko jednej veľkej škody, riziko nárastu počtu škôd alebo kombinácia týchto faktorov [42].

Zaistovateľ rozširuje svoje možnosti prevzatia rizika od poisťovateľov analogicky k prístupu samotných poisťovateľov pri preberaní rizika od poistencov. Buď zdieľa časť prenášaného rizika s ďalšími zaistovateľmi (*súzaistenie*, *angl. co-reinsurance*), alebo ceduje časť svojho rizika (*retrocesia*, *angl. retrocession*). Kombinácia poistenia, súpoistenia, zaistenia, súzaistenia a retrocesie rozkladá riziko pôvodného poistenca na niekoľko subjektov poistného trhu, pričom žiaden z nich neprekročí svoju kapacitu. Príklad takejto kombinácie uvádza obrázok 1.2.

Ani takáto rozmanitá súčinnosť poisťovateľov, zaistovateľov a retrocesionárov netvorí dostatočnú kapacitu pre požadované krytie ekonomických rizík. Obavy z katastrof (prírodných aj civilizačných), odrádzajú subjekty poistného trhu od podieľania sa na krytí s nimi súvisiacich rizík v regiónoch s koncentrovaným bohatstvom (a tým aj záujmom o poskytnutie poistenia). Obmedzená zaistná a retrocesná kapacita spôsobuje nepoistiteľnosť niektorých rizík v konkrétnych regiónoch. Táto situácia nabáda k alternatívnym riešeniam prenosu rizika (*ART* - *angl. alternative risk transfer*). Pojem ART zahŕňa techniky, ktorými subjekty poistného trhu nahrádzajú štandardné poistné procesy kompenzácie podstupovaného rizika, akými sú napríklad poistenie, súpoistenie a zaistenie.

Cummins a Weiss v [15] rozdeľujú nástroje ART do troch skupín:

- o zaistné nástroje;
- o hybridné zaistno-finančné nástroje;
- o finančné nástroje.

1.2 Zaistné nástroje ART

Samopoistenie (angl. *self-insurance*) sa vyvinulo ako alternatíva k poisteniu pre prípady, kedy transakčné náklady presahujú výhody poistného kontraktu kvôli morálnemu riziku, nepriaznivému výberu, resp. iným deformáciám poistného trhu. Nositeľ rizika sa samopoisťuje preventívnym vyčlenením finančných prostriedkov pre krytie prípadnej budúcej straty.

Kaptívna poisťovacia spoločnosť (angl. *captive insurance company; captive*) je ďalším vývojovým štádiom samopoistenia. Rovnako je špecifickým interným fondom, ktorý reflektuje snahu nositeľa rizika o redukciu transakčných nákladov a vyhnutie sa deformáciám poistného trhu. Na rozdiel od svojho predchodcu, je interný fond spravovaný na tento účel vytvorenou dcérskou spoločnosťou, ktorá vo vzťahu k materskej spoločnosti plní formálnu úlohu poisťovne. V porovnaní so samopoistením získava materská spoločnosť dve zásadné výhody:

- Kaptívna spoločnosť je plnohodnotným subjektom poistného trhu, takže môže ďalej prenášať svoje riziko.
- Poistné platené kaptívnej spoločnosti si môže odpisovať z daní [42].

Vzájomná poisťovacia spoločnosť (*RRG* - angl. *risk retention group*) je využívaná najmä pre poistenie hmotnej zodpovednosti profesionálov (napr. lekárov a právnikov) v USA.

1.3 Hybridné zaistno-finančné nástroje ART

Finitné zaistenie (angl. *finite reinsurance*) je využívané na vyhladenie príjmu prvopoistovateľa. Kombinuje viacročnú bankovú transakciu s obmedzeným zaistným krytím, pričom spĺňa nasledovné vlastnosti:

1. prenos rizika a financovanie rizika sú zahrnuté v jednej zmluve;
2. na zaistovateľa je prenesený menší podiel rizika než pri tradičnom zaistení;
3. na rozdiel od tradičného zaistenia, je investičný príjem z poistného zahrnutý v oceňovacom výpočte;

4. investor a zaistovateľ zvyčajne zdieľajú riziko zmluvy [15].

Viacročný a viacodvetvový produkt (MMP - multi-year/multiline product) je modifikáciou tradičného zaistenia jedným z nasledovných spôsobov:

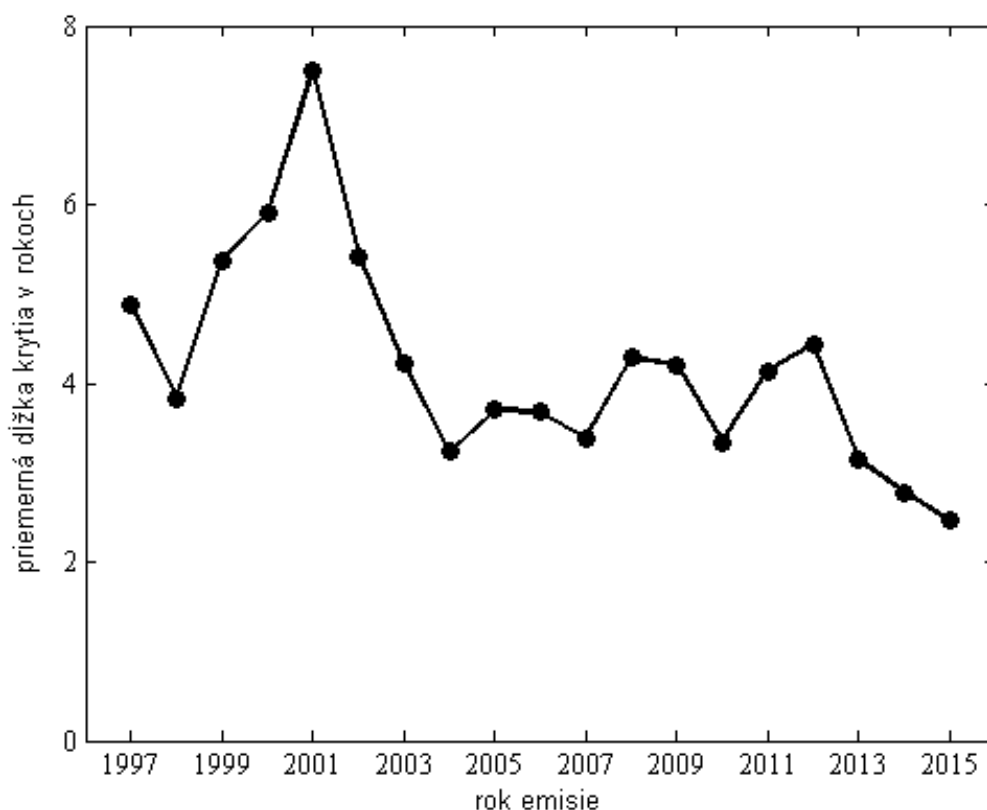
1. zahrnutím viacerých odvetví poistenia do jednej zmluvy;
2. poskytnutím krytia a garantovaním výšky poistného na viacročné obdobie;
3. zahrnutím zabezpečenia voči finančnému aj poistnému riziku;
4. krytím rizika, ktoré nie je štandardne poistiteľné (napr. politické riziko) [15].

Podmienka straty v odvetví (ILW - angl. industry loss warranty) je zaistný derivát, z ktorého zaistovateľ vypláca odškodnenie, keď sú súčasne splnené dve podmienky – okrem škody utrzenej poistencom sa prihliada na škodu utrženú celým odvetvím, ktorého je poistenec súčasťou [33].

1.4 Finančné nástroje ART

Finančné nástroje poskytujú priamy prístup ku kapitálovému trhu, čím prispievajú k schopnosti absorbovať škody spôsobené veľkými katastrofami. Taktiež sa podieľajú na zvýšenej likvidite a transparentnosti alternatívneho prenosu rizika.

Podmienený kapitál (angl. contingent capital) je sekuritizačná transakcia podobná predajnej opcii (*angl. put option*), ktorá umožňuje poisťovateľovi emitovať kapitál (napr. akcie) s preddefinovanou nominálnou hodnotou, závislou na uskutočnení špecifickej katastrofickej udalosti. Poisťovateľ si takýmto spôsobom môže zabezpečiť finančnú kompenzáciu veľkej straty. Hodnota jeho kapitálu v takom prípade klesá, no prostredníctvom podmieneného kapitálu získava právo právo predáť stanovené množstvo vlastného kapitálu investorovi za stanovenú cenu za predpokladu, že nastala vopred definovaná katastrofická udalosť [32]. Podmienený kapitál môže byť plne financovaný investorom (ako napr. katastrofický dlhopis), no zvyčajne má formu opcie na predaj vlastného kapitálu poisťovateľa (*CatEPut, angl. catastrophe equity put option*). Jeho výhodou sú nízke transakčné náklady, jednoduchšie účtovníctvo v prípade jeho využitia pre financovanie náhrad škôd spôsobených katastrofickou udalosťou a prístup k financovaniu bez znepokojenia akcionárov. Naopak, nevýhodou emitovania podmieneného



Obr. 1.3: Priemerná dĺžka krytia nástrojmi ILS uzatvorenými v jednotlivých rokoch (Zdroj: Vlastné spracovanie podľa údajov z [7])

kapitálu je nepriaznivý efekt na kapitálovú štruktúru poisťovateľa. Podľa [4] bol v roku 2007 vydaný podmienený kapitál v objeme 1,2 miliardy amerických dolárov.

Sekuritizácia je proces prenosu aktív, záväzkov a finančných tokov prostredníctvom na ne naviazaných obchodovateľných cenných papierov (*ABS* - *angl. asset-backed securities*). Jej počiatky siahajú do aktivít amerických investičných bánk na prelome sedemdesiatych a osemdesiatych rokov dvadsiateho storočia. Subjekty investujúce do týchto cenných papierov zmierňovali varianciu svojich príjmov diverzifikáciou svojich portfólií. Ako prvé sa na trhu objavili cenné papiere kryté hypotékami (*MBS* - *angl. mortgage-backed securities*) a ich kolateralizované obligácie (*CMO* - *angl. collateralized mortgage obligations*). Neskôr sa tento trend preniesol na úverový trh prostredníctvom kolateralizovaných dlhových obligácií (*CDO* - *angl. collateralized debt obligations*) [10].

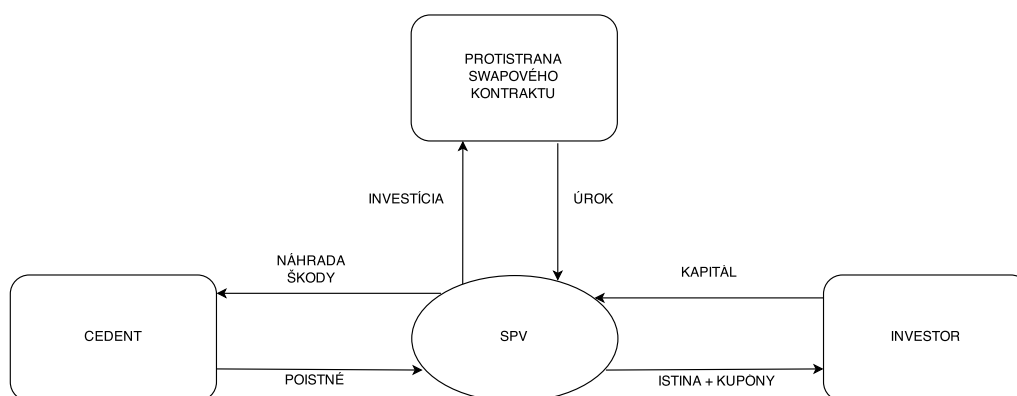
1.4.1 Cenné papiere naviazané na poistenie (ILS)

Úspešná dovtedajšia implementácia sekuritizácie na iných trhoch spôsobila začiatkom deväťdesiatych rokov jej príchod na poistný trh. Cenné papiere naviazané na poistenie (*ILS - angl. insurance-linked securities*) sú nástrojom na obchodovanie s peňažnými tokmi v poistení za účelom diverzifikácie rizika. Poistný subjekt, ktorý emituje ILS, zvyšuje svoju poistnú kapacitu. Navyše, zvyčajne získava niekoľkoročné krytie (priemernú dĺžku krytia pre ILS uzatvorené v jednotlivých rokoch uvádza obrázok 1.3), zatiaľ čo zaistenie, resp. retrocesia, ponúka ročnú zmluvu. Dlhšia lehota umožňuje emitentovi lepšie nastavenie cenovej politiky voči poistencom.

Investor má záujem o nákup ILS kvôli nízkej korelácii ich výnosov s výnosmi ostatných aktív. ILS teda prispievajú k diverzifikácii investorovho portfólia. Ďalším dôvodom je vyššia úroková miera v porovnaní s korporátnymi finančnými nástrojmi. Zásadným dôvodom je obchodovateľnosť poistného rizika. Investor, ako nositeľ rizika, nie je viazaný na cedenta a môže prediť ILS na sekundárnom trhu [11].

Podstatnou črtou poistného trhu z pohľadu investora, ktorý naň vstupuje prostredníctvom kúpy ILS, je vysoká miera regulácie. Tento fakt prináša investorom netradičné obmedzenia a riziká. Ďalším špecifikom tohto trhu je cyklus uzatvárania poistných zmlúv. Poisťovatelia znižujú poistné, resp. zvyšujú krytie, v snahe zlepšiť svoj podiel na trhu. Zlý výsledok hospodárenia ich donúti zvýšiť cenu poistného, resp. znížiť krytie, čo motivuje nositeľov rizika hľadať alternatívne možnosti prenosu. Podstatnou výhodou ILS v porovnaní s inými investíciami je unikátna diverzifikácia portfólia, ktorú nie je možné dosiahnuť inými cennými papiermi. Kríza v roku 2008 ukázala, že aj keď takmer všetky cenné papiere devalvovali, vrátane tých s historicky najnižšou vzájomnou koreláciou, ILS sa stále vyvíjali nezávislo [29].

Všeobecnú štruktúru ILS uvádza obrázok 1.4. Cedent nevydáva cenné papiere priamo, ale prostredníctvom na tento účel založeného obchodného subjektu (*SPV - angl. special purpose vehicle*), s ktorým sa formálne dostáva do zaistného vzťahu. SPV emituje ILS a ponúka ich investorom. Doba splatnosti ILS je totožná so splatnosťou zaistnej zmluvy [29]. Dôvodom použitia SPV ako medzičlánku je právna separácia vzťahu medzi investorom a cedentom. Cedent nemá dosah na takto vydané ILS. Investor preto nie je poškodený v prípade cedentovho bankrotu [19]. Príjmy z predaja ILS sú uložené do fondu (*angl. trust account*) slúžiaceho ako záruka pre investora. Riziko spojené



Obr. 1.4: Všeobecná štruktúra ILS (Vlastné spracovanie).

s vývojom úrokovej miery fondu je minimalizované swapovým kontraktom. Príjem investora je závislý od straty cedenta. Táto závislosť nemusí byť definovaná priamo. Môže namiesto toho využívať veličinu, ktorá je korelovaná so stratou cedenta. V prípade, že strata presiahne vopred stanovenú prahovú hodnotu (*angl. threshold*), výplata z ILS je buď znížená alebo úplne zrušená, záležiac od špecifickej formulácie toho-ktorého sekuritizačného produktu.

Na mieste je spomenúť nesúrodú terminológiu subjektov zúčastňujúcich sa prenosu rizika prostredníctvom ILS: *sponzor*, *cedent* a *emitent*. V prípade jednoduchšej štruktúry bez účasti SPV, označujú všetky tri výrazy ten istý subjekt, ktorý vydáva cenný papier, aby ním prenášal vlastné riziko. SPV sa vstupom do sekuritizačného kontraktu stáva medzičlánkom medzi sponzorom a investorom. Formálne je zaistovateľom sponzora a emitentom katastrofického dlhopisu. Cedentami, čiže subjektami prenášajúcimi svoje riziko, sú obaja. sponzor na SPV a SPV následne na investora.

1.4.2 Faktory ohrozujúce ILS

Cenné papiere naviazané na poistenie podliehajú ohrozeniu faktormi súvisiacimi s nedokonalosťou poistného a kapitálového trhu. Morálne riziko (*angl. moral hazard*) je obava investora z nedbalého správania sponzora v súvislosti s preneseným rizikom. Jeho činnosť sa vtedy vyznačuje zníženou opatrnosťou až nedbanlivosťou, uvedomujúc si, že stratu bude niesť iný subjekt. Toto riziko zahŕňa aj obavu investora z nečestného úmyselného konania sponzora za účelom zlepšenia výnosu z ILS. Príkladom takéhoto konania je predstieranie uskutočnenia škodovej udalosti alebo zveličovanie

utrzenej škody. Investor sa snaží obmedziť tieto riziká spoluúčasťou sponzora na krytí jeho straty a definovaním straty prostredníctvom transparentnej veličiny tak, aby jej hodnotu nevedel sponzor manipulovať.

Nepriaznivý výber (*angl. adverse selection*) je definovaný ako nevhodné ocenenie rizika z dôvodu informačnej asymetrie. Dochádza k nemu v prípade, že investor nedokáže dostatočne kvantifikovať preberané riziko. Výsledkom je poskytnutie neprimerane veľkého, resp. neprimerane malého, krytia vzhľadom na výšku poistného. Z toho investorovi vyplýva vystavenie sa riziku veľkej straty, resp. nezáujem sponzorov o ponúkané krytie [10].

Bázické riziko (*angl. basis risk*) vyvstáva z nedokonalkej korelácie medzi sponzorovou stratou a veličinou definujúcou výplatu ILS. Mechanizmus redukcie výplaty z ILS nemusí byť spustený aj keď sponzor utrpí veľkú stratu. Ak je výplata definovaná priamo stratou sponzora, hovoríme o prenose rizika bez vzniku bazického rizika pre cedenta. Táto situácia však vytvára morálne riziko. Voľba veličiny definujúcej stratu pre účel výplaty ILS je teda kompromisom medzi minimalizáciou bazického rizika a morálneho rizika [32].

1.5 Doterajšie využitie ART

Prírodné katastrofy v deväťdesiatych rokoch dvadsiateho storočia, najmä hurikán Andrew na Floride (1992) a zemetrasenia v Kalifornii (1994) a Japonsku (1995), mali dramatický dopad na poistný trh. Rozsah týchto udalostí prekonal najhoršie očakávané scenáre, pričom následky mohli byť ešte horšie, ak by Andrew pri rovnakej sile zasiahol neďalekú husto obývanú oblasť. Pod hrozbou zopakovania takýchto katastrof boli poskytovatelia poistenia nútení prehodnotiť dovtedajší spôsob analýzy a modelovania katastrofického rizika [21].

Vplyvom týchto udalostí vzrástli ceny na poistnom trhu. Zároveň však klesla kredibilita jednotlivých subjektov, keďže mnohí v predchádzajúcom období utrpeli relevantnú stratu. Nedostatočná kapacita poistného trhu vyústila v snahu aktúarov o nájdenie vhodnej alternatívy k tradičnému poisteniu a zaisteniu, prostredníctvom ktorej by poisťovatelia, resp. zaistovatelia, dokázali akceptovať väčšie riziko od poistencov, resp. prvopoisťovateľov. Táto snaha priniesla interakciu poistného trhu s kapitálovým

trhom.

Priekopníkom v uvádzaní ILS bola burza *Chicago Board of Trade* (CBOT), ktorá postupne na trh uviedla katastrofický futuritný kontrakt (1992), kúpnu opciu na katastrofický futuritný kontrakt (1993) a katastrofickú opciu (1995) [32]. Tieto deriváty boli naviazané na stratové indexy ISO a PCS, ktoré sú založené na dátach amerických poisťovateľov, napr. na pomere agregovanej straty a agregovaného poistného (*LR, angl. loss ratio*) [10].

Druhou inštitúciou pokúšajúcou sa o uvedenie ILS na trh bola bermudská burza *Bermuda Commodities Exchange* (BCOE). V roku 1996 vyvíjala katastrofickú opciu viazanú na index GCCI, ktorý je založený na regionálnej strate priemyselného odvetvia. Tento projekt nebol dokončený kvôli nezájmu zaistovateľov [10].

Posledná katastrofická opcia bola vydaná v roku 2000. K významným dôvodom jej neúspechu patrí vysoká miera bazického rizika, nedostatočná skúsenosť poisťovateľov s obchodovaním na burze a nedostatok regulačných mechanizmov. Cummins v [15] tvrdí, že katastrofická opcia ešte v sekuritizácii nepovedala posledné slovo, keďže teoreticky poskytuje efektívnejší spôsob eliminácie katastrofického rizika, než v porovnaní s ňou zložito štruktúrovaný katastrofický dlhopis. Jej potenciál môže byť využitý po štandardizácii obchodovania s poistným rizikom, čím sa eliminujú pôvodné obavy investorov.

V roku 1996 sa na trhu objavila CatEPut opcia, ktorá zabezpečila pre *RLI Corporation* právo emitovať konvertibilné prioritné akcie v hodnote 50 miliónov amerických dolárov. Dve opcie podobného charakteru v hodnote 100 miliónov amerických dolárov boli postupne vydané v roku 1997 pre amerických zaistovateľov *Horace Mann Educators Corporation* a *LaSalle Re Educators Corporation*, pričom investormi boli švajčiarski zaistovatelia *Centre Re*, resp. *Swiss Re*. Prvým prípadom využitej CatEPut opcie je kontrakt z roku 2001 medzi *Swiss Re* a bermudským poisťovateľom *Trenwick Group*, ktorý v nasledujúcom roku využil právo na predaj konvertibilných prioritných akcií v hodnote 55 miliónov amerických dolárov [24]. Z neskorších emisií spomenieme CatEPut opciu vydanú francúzskym zaistovateľom *SCOR* v roku 2010 v hodnote 150 miliónov amerických dolárov.

Katastrofický swap je transakcia, pri ktorej poisťovateľ súhlasí so zaplatením postupnosti platieb pevného poistného protistrane. Na oplátku za to dostáva postupnosť

plávajúcich, resp. premenlivých, platieb, ktorých vyplatenie závisí od uskutočnenia špecifickej udalosti. Protistrany do tejto transakcie vstupujú buď priamo alebo cez sprostredkovateľa. Jedným z účastníkom transakcie je poisťovateľ alebo zaistovateľ. Druhým účastníkom môže byť ďalší poisťovateľ, resp. zaistovateľ, alebo investor mimo prostredia poistného trhu. Swap teda môže súčasne eliminovať riziko uskutočnenia niekoľkých navzájom nezávislých udalostí, napr. severoamerického hurikánu a japonského zemetrasenia. Pre zabezpečenie férových podmienok pre obe zúčastnené protistrany je potrebné nakalibrovať swapovú transakciu tak, aby pred uskutočnením spúšťacej udalosti nedošlo k prenosu žiadneho zo zahrnutých rizík. Podľa Cumminsa ([15]) je v porovnaní s katastrofickým dlhopisom swapový kontrakt jednoduchší na realizáciu, má nižšie transakčné náklady a neviaže prostriedky na jedného investora. Nevýhodou oproti katastrofickým dlhopisom je vystavenie protistrany kreditnému riziku, a nižšia likvidita v porovnaní s obchodovateľnými cennými papiermi.

Informácia o objeme uzavretých swapových transakcií je výrazne nepodložená. Vytvorenie zoznamu takýchto transakcií je prakticky nemožné. Takeda v [41] uvádza, že 16 karibských krajín v roku 2007 založilo spoločnú zaistovaciu spoločnosť za účelom zabezpečenia okamžitej likvidity kapitálu miestnym vládam v prípade hurikánu a zemetrasenia. Táto spoločnosť uzavrela swapovú transakciu v hodnote 30 miliónov amerických dolárov. Ďalším uvedeným prípadom je swap z roku 2003 medzi japonským poisťovateľom *Mitsui Sumitomo Insurance* a *Swiss Re*. Tento kontrakt zahŕňal riziko škody spôsobenej japonským tajfúnom (v hodnote 12 miliárd amerických dolárov) na jednej strane a riziko škody spôsobenej severoatlantickým hurikánom a európskou víchricou (každé v hodnote 50 miliónov amerických dolárov) na strane druhej.

1.5.1 Katastrofický dlhopis

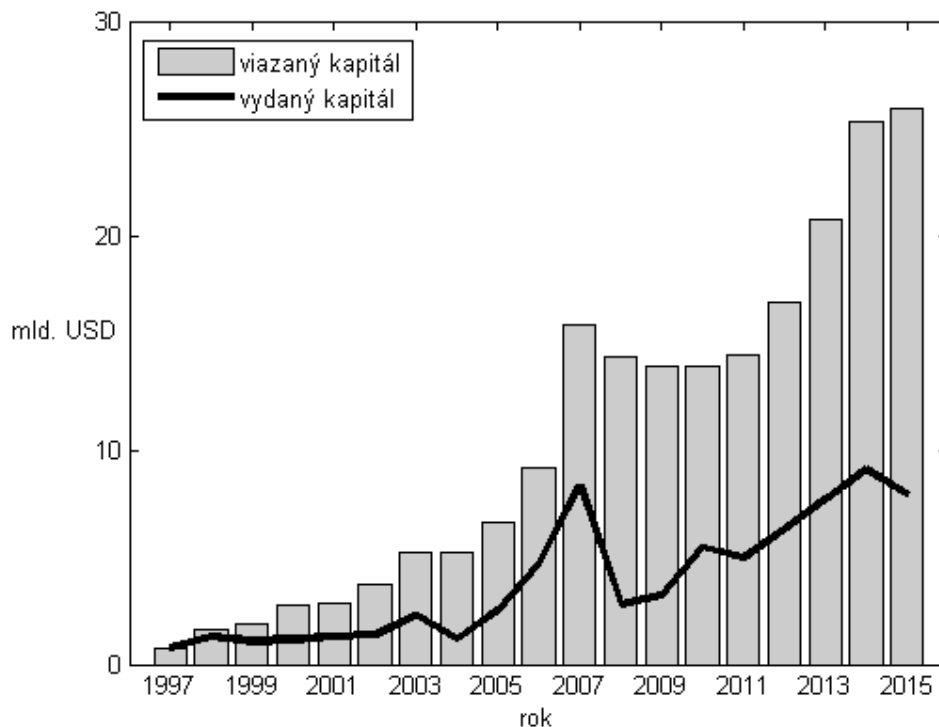
Katastrofický dlhopis (*angl. catastrophe bond, cat bond*) bol po prvý raz emitovaný v roku 1996 americkým zaistovateľom *St Paul Re*, pričom ako SPV v transakcii vystupovala *George Town Re*. Spúšťačom dlhopisu bola celková strata sponzora. Prenieslo sa ním teda širokospektrálne riziko pochádzajúce z jeho zaistného portfólia [14]. Druhý katastrofický dlhopis sponzoroval v roku 1997 americký poskytovateľ poistenia *USAA*. Aj v tomto prípade bola spúšťačom dlhopisu celková strata sponzora, pričom cieľovou nástrahou bol hurikán na atlantickom pobreží USA [10].

Sponzor	Krajina	Objem (mil. USD)	Počet emisií
1. Swiss Re	Švajčiarsko	10 270	71
2. USAA	USA	6 196	26
3. State Farm	USA	2 990	8
4. Citizens Property	USA	2 800	4
5. SCOR	Francúzsko	2 423	13
6. Zeykyoren	Japonsko	2 345	8
7. Munich Re	Nemecko	2 152	19
8. AXA	Francúzsko	2 068	5

Tabuľka 1.1: Najväčší sponzori ILS (Zdroj: *Artemis.bm*)

Kategória	Územie
Zemetrasenie	USA (Kalifornia, Stredozápad)
	Kanada (Britská Kolumbia)
	Mexiko
	Japonsko
	Európa (Francúzsko, Taliansko)
Hurikán, tajfún, cyklón	USA (Atlantické pobrežie, Mexický záliv, Havaj)
	Austrália
	Japonsko
Snežná búrka	USA (Severovýchod)
Víchrice a krupobitie	Európa (Spojené kráľovstvo, Írsko, Holandsko)

Tabuľka 1.2: Riziká kryté ILS (Zdroj: [10])



Obr. 1.5: Kapitál vydaný viazaný v ILS v rokoch 1997-2015 (Zdroj: Vlastné spracovanie podľa údajov z *Artemis.bm*).

Prvým európskym sponzorom bol švajčiarsky zaistovateľ *Swiss Re*, ktorý v roku 1997 preniesol riziko zemetrasenia v Kalifornii, pričom spúšťač bol definovaný strato-vým indexu PCS [10]. Prvým ázijským sponzorom bol japonský poisťovateľ *Tokio Marine & Nichido Fire Insurance*, ktorý v roku 1997 prenášal riziko zemetrasenia v Tokiu prostredníctvom indexu odvodenom od škály JMA [14]. Prvý prípad katastrofického dlhopisu na prenos výlučne európskeho rizika bolo krytie rizika vysokého škodového plnenia následkom víchrice a krupobitia na nemeckom území v podaní nemeckého poisťovateľa *Allianz* v roku 1998 [5]. Prvými austrálskymi katastrofami, ktorých riziko bolo prenesené prostredníctvom katastrofického dlhopisu, boli cyklón a zemetrasenie v roku 2006. Sponzorom bolo *Swiss Re* [5].

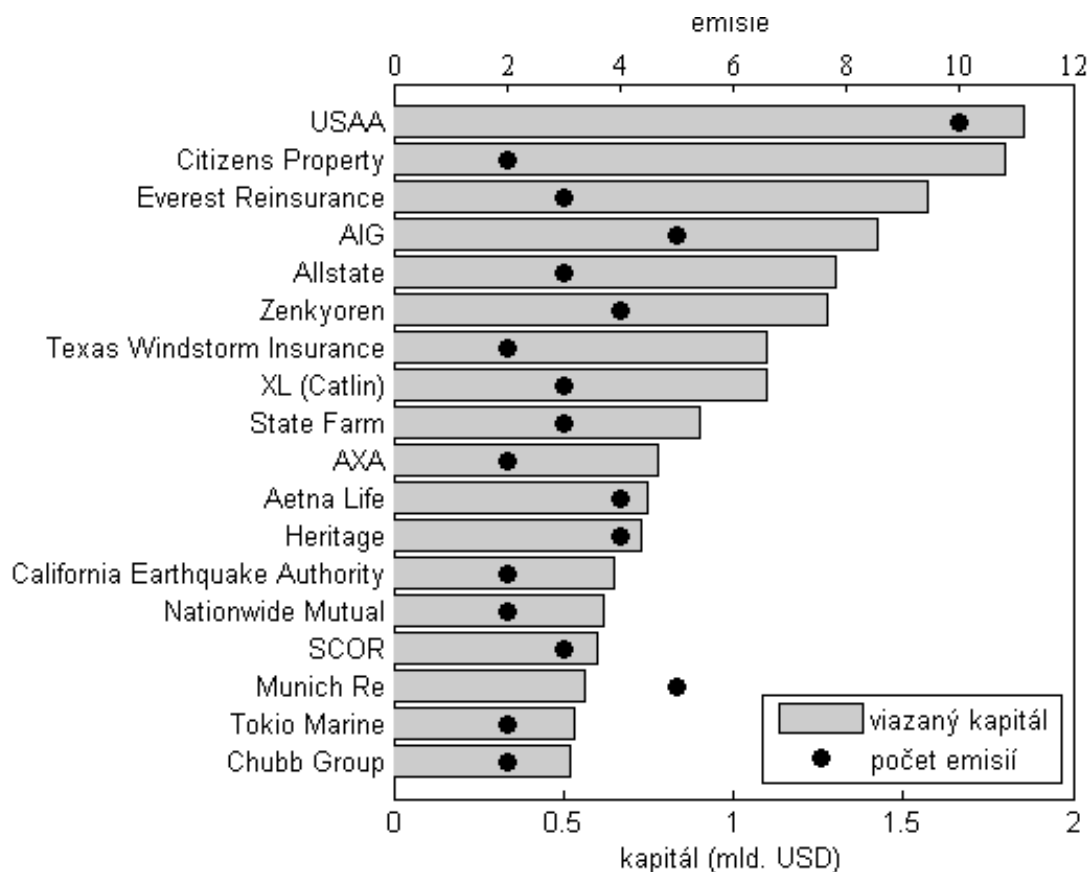
Počiatkové experimenty prerástli do intenzívneho obchodovania s katastrofickým rizikom. Tento stav sa umocnil ďalšími katastrofami, predovšetkým hurikánom *Katrina* na americkom pobreží Mexického zálivu (2004) a zemetrasením spojeným s vlnou tsunami v japonskom regióne Tohoku (2011). V súčasnosti je sekuritizácia etablovaným spôsobom prenosu rizika z poistného na kapitálový trh, pričom katastrofický dlhopis je

dominantným nástrojom tohto prenosu. Obrázok 1.5 ukazuje kapitál vydaný a viazaný v ILS v jednotlivých rokoch. Podľa databázy *Artemis* doposiaľ prebehlo viac než 400 emisií katastrofických dlhopisov, ktoré preniesli riziko vyše sto sponzorov, pričom celková hodnota prekročila 75 miliárd amerických dolárov [5]. Tabuľka 1.1 uvádza najväčších doterajších sponzorov podľa objemu preneseného rizika. Na prvej priečke je *Swiss Re*, ktoré v 71 emisiách prenieslo riziko v objeme prevyšujúcom 10 miliárd amerických dolárov. Tabuľka 1.2 uvádza oblasti náchylné na uskutočnenie prírodných katastrof, ktorých riziko je prenášané prostredníctvom ILS. Dominujú americké hurikány a zemetrasenia, európske víchrice a japonské tajfúny a zemetrasenia¹. Zriedkavejšie je použitie ILS pri krytí rizika záplav, sopečnej aktivity a tornád, no s vyvíjajúcimi sa modelmi stúpa záujem investorov o investície do rôznych druhov poistného rizika [11].

Momentálne sú v obehu ILS od 58 sponzorov. Obrázok 1.6 uvádza tých, ktorí majú v ILS naviazaných aspoň 500 miliónov amerických dolárov. Na prvej pozícii je americký poisťovateľ *USAA*. Výška kapitálu viazaného v ním sponzorovaných desiatich emisiách ILS dosahuje 1,9 miliardy amerických dolárov. Je to najväčší počet emisií spomedzi všetkých sponzorov. Na druhej priečke je *Citizens Property Insurance* s 1,8 miliardy amerických dolárov, pričom táto čiastka zahŕňa najväčší doteraz emitovaný katastrofický dlhopis v hodnote 1,5 miliardy amerických dolárov. Bol vydaný v roku 2014 ako nástroj na prenos rizika katastroficky vysokého škodového plnenia v dôsledku floridského hurikánu. Najväčším neamerickým sponzorom je japonský poisťovateľ *Zeykyoren* (1,3 miliardy amerických dolárov v štyroch emisiách) a najväčším európskym sponzorom je francúzsky poisťovateľ *AXA* (800 miliónov amerických dolárov v dvoch emisiách).

Popri poisťovateľoch a zaistovateľoch prenášajú katastrofické riziko prostredníctvom dlhopisov aj pôvodní nositelia rizika. K takým patrí spoločnosť *The Oriental Land Company*, ktorá vlastní tokijský zábavný park *Disneyland*. V roku 1999 sponzorovala katastrofický dlhopis pokrývajúci riziko zemetrasenia v okolí parku. Spúšťačom dlhopisu bola sila zemetrasenia podľa Richtrovej škály a vzdialenosť epicentra od parku [5]. Ďalším netradičným sponzorom je *Medzinárodná futbalová federácia* (FIFA,

¹Hurikán, tajfún a cyklón pomenúvajú finálne štádium tropickej cyklóny (rotujúceho systému nízkeho tlaku vzduchu vznikajúceho v tropických vodách) v rôznych častiach sveta: hurikán v severnej oblasti Atlantického oceánu, tajfún v severnej oblasti Tichého oceánu a cyklón v južnej oblasti Tichého oceánu a v Indickom oceáne.



Obr. 1.6: Sponzori s najväčším kapitálom naviazaným v ILS (Zdroj: Vlastné spracovanie podľa údajov z *Artemis.bm*).

fr. Fédération Internationale de Football Association), ktorá katastrofickým dlhopisom kryla riziko neuskutočnenia finálového zápasu Majstrovstiev sveta v Nemecku v roku 2006. Je to prvý prípad sekuritizácie teroristického rizika [10]. Francúzsky poskytovateľ elektrickej energie *Electricité de France* sponzoroval v roku 2003 katastrofický dlhopis na pokrytie rizika víchrice. Spúšťačom dlhopisu bol parametrický index založený na váženom priemere okamžitej rýchlosti vetra meranej na meteostaniciach naprieč krajinou [5]. Britská stávková a lotériová spoločnosť *MyLotto24* sponzorovala v rokoch 2011 a 2014 katastrofický dlhopis kryjúci riziko veľkých výhier [5].

Katastrofický dlhopis po úspešnom uvedení na trh s pôvodným účelom kryť straty poisťovateľov a zaistovateľov spôsobené prírodnými katastrofami postupne nachádza uplatnenie aj pri krytí iných rizík, ktoré z aktuárskeho pohľadu môžeme považovať za katastrofické. Prvým použitím ILS v životnom poistení boli štyri emisie katastrofického dlhopisu v rokoch 1997, 1999 a 2000, ktorými nemecký zaistovateľ *Hannover Re* prenášal svoje riziko na proporčnej báze [5]. Počnúc rokom 2003 bolo zaznamena-

ných 11 emisií dlhopisov kryjúcich riziko nadmernej úmrtnosti, pričom dominantným sponzorom je *Swiss Re* s ôsmimi emisiami v súhrnnej hodnote 2,4 miliardy amerických dolárov. Dlhopis je v tomto prípade spravidla spúšťaný úmrtnostným indexom, ktorý je váženým súčtom úmrtností v niekoľkých kľúčových krajinách (predovšetkým Spojené kráľovstvo, Nemecko, USA, Kanada, Japonsko, Austrália). Udalosťami, ktoré by mohli v daných krajinách spôsobiť úmrtnosť spúšťajúcu katastrofický dlhopis, sú napríklad pandémia, zemetrasenie, teroristický útok, havária jadrovej elektrárne alebo vypuknutie vojny [5].

Prenos rizika dlhovekosti, čiže obavy dôchodkových poisťovateľov z úmrtnosti nevyvíjajúcej sa v súlade s očakávaným scenárom, bol prvýkrát realizovaný v rámci dlhopisu, ktorý v roku 2010 sponzorovalo *Swiss Re*. Index bol založený na medziročnom vývoji očakávanej úmrtnosti americkej a britskej mužskej populácie v preddôchodkovom veku [5]. Priekopníkom v použití ILS na krytie rizika v poistení liečebných nákladov je americký poisťovateľ *Aetna*, ktorý doposiaľ sponzoroval sedem emisií katastrofického dlhopisu viazaného na nárast liečebných nákladov. Spúšťačom je pomer liečebných nákladov a agregovaného poistného (*MCR - angl. medical care ratio*).

V roku 2015 bol katastrofický dlhopis využitý na krytie rizika nárastu plnenia v rámci poistenia hypoték. Sponzorom je americký poisťovateľ *AIG*, ktorý poskytuje poistenie hypoték pre subjekty, ktoré nedisponujú kapitálom vo výške postačujúcej na krytie pôžičky nehnuteľnosťou. Spustenie dlhopisu je závislé na agregovanej výške poistných plnení sponzora [5].

1.5.2 ART v poľnohospodárstve

Poľnohospodárska výroba sa vyznačuje výraznými medziročnými výkyvmi. Straty v úrode plodín majú predovšetkým biologický a klimatický pôvod. Zatiaľ čo pri biologických hrozbách dokážu pestovatelia znižovať riziko kritickej straty na prijateľnú úroveň opatreniami vo vlastnej réžii, napr. postrekom proti napadnutiu rastlín škodcom, pri klimatických hrozbách sú možnosti na prevenciu kritickej straty výrazne obmedzené. Takéto hrozby sú spojené s vývojom zrážok, teploty a vetra.

Príkladom priameho negatívneho vplyvu zrážok je poškodenie rastlín silným dažďom alebo krupobitím. Takýto vplyv má aj hmotnosť hrubej vrstvy snehu. Nepriamou hrozbou zrážok sú záplavy spôsobené vysokým stavom riek po silných dažďoch alebo

po rýchlom roztopení veľkého množstva snehu. Negatívnym vplyvom teploty na úroveň poľnohospodárskej výroby môže byť chladná jar, ktorá v spojení s intenzívnym snežením v predchádzajúcom období oneskorí kvitnutie. Ďalšími príkladom negatívneho vplyvu teploty na úrodu je prízemný ranný mráz v období kvitnutia a vysoká teplota v období dozrievania.

Aj keď pestovatelia nevedia efektívne znížiť riziko kriticky nízkej úrody spôsobenej týmito faktormi, dokážu prostredníctvom poistenia znížiť aspoň riziko jej dôsledku – kriticky vysokej finančnej straty z dôvodu nízkeho príjmu z predaja úrody. Poistný vzťah je pre nich v úrodných rokoch mierne stratový a v neúrodných rokoch je výrazne ziskový. Takýmto spôsobom vyhladzujú medziročné výkyvy svojho zisku, resp. straty, a vnášajú stabilitu do svojho podnikania. Poistenie poľnohospodárskej produkcie sa v súčasnosti vo svete prudko rozvíja. Tak ako aj v iných odvetviach, tradičné poisťovacie techniky nie sú dostatočné pre krytie katastrofického rizika, ktoré vzchádza z priestorovej previazanosti výkyvov produkcie jednotlivých pestovateľov a z nej vyplývajúcej vzájomnej korelácie ich škodových plnení.

Zatiaľ nebol vydaný katastrofický dlhopis zahŕňajúci riziko poľnohospodárskej výroby. V ostatných rokoch však boli spustené modely pre oceňovanie tohto rizika v USA [1], resp. v Číne [2], čo tvorí dobrý predpoklad pre skoré zostrojenie indexu, ktorý by spúšťal katastrofický dlhopis. Doposiaľ boli vydané dva katastrofické dlhopisy zahŕňajúce riziko záplav [5]. Prvý z nich, vydaný v roku 2007, bol viazaný na dve nezávislé riziká:

- zemetrasenia v Severnej Amerike;
- riečne záplavy vo Veľkej Británii.

Zatiaľ čo v prvom prípade bol spúšťač definovaný modelovanou stratou sponzora, v druhom prípade išlo o parametrický index založený na výške vodnej hladiny. Napriek päťročnej dobe splatnosti sa cedent rozhodol vykúpiť dlhopis v druhom roku, uvádzajúc, že vie riziko pokryť lacnejšie bez využitia kapitálového trhu [6].

Druhý katastrofický dlhopis zahŕňajúci riziko záplav bol vydaný v roku 2012, aby kryl riziko vetra a záplav spôsobených japonskými tajfúnmi a tropickými búrkami. Spúšťač bol definovaný modelovou stratou cedenta, ktorá je založená na lokalite, atmosferickom tlaku, zrážkach a iných parametroch. Dlhopis má štvorročnú dobu splatnosti

a doposiaľ nebol spustený [7].

V súvislosti so štátom podporovanými poistnými a zaistnými programami pre poľnohospodárov je vhodné zvážiť katastrofický dlhopis sponzorovaný štátom. Prvý vládou sponzorovaný katastrofický dlhopis bol vydaný v roku 2006. Mexiko ním prostredníctvom Národného fondu pre prírodné katastrofy (*FONDEN*, šp. *Fondo Nacional para el Desarrollo Nacional*) krylo riziko poškodenia verejnej infraštruktúry dôsledkom zemetrasení a hurikánov. Dlhopis bol definovaný parametrickým spúšťačom [5]. Obdobnú emisiu zrealizoval *FONDEN* v roku 2009 [5]. Turecká vláda sponzorovala v rokoch 2013 a 2015 prostredníctvom Národného fondu katastrofického poistenia (*DASK*, tur. *Doğal Afet Sigortalari Kurumu*) katastrofický dlhopis kryjúci škody spôsobené zemetraseniami s parametrickým spúšťačom [17]. Svetová banka v roku 2014 vydala dlhopis kryjúci riziko karibského zemetrasenia a hurikánu so spúšťačom definovaným prostredníctvom cedentovej modelovanej straty [47].

1.6 Potenciál ILS pre slovenský poistný trh

Žiaden zo slovenských poisťovateľov doposiaľ nepreniesol svoje riziko na kapitálový trh prostredníctvom ILS. Jediný sekuritizačným nástrojom, ktorý medzi prenášanými rizikami explicitne uvádza aj straty z katastrof na území SR, je katastrofický dlhopis sponzorovaný talianskym poisťovateľom *Assicurazioni Generali* v roku 2014. Kryje zvýšené škodové plnenie sponzora v dôsledku víchrice v pätnástich európskych krajinách [8]. Po záplavách v roku 2002, ktoré spôsobili fatálne škody v krajinách strednej Európy, bol anglickým sprostredkovateľom zaistenia Aon Benfield vytvorený model simulujúci riziko nastania povodní v tomto regióne [3]. Pretrvávajúci vývoj modelu je dobrým základom pre vznik stratového indexu, ktorým by sa mohlo prenášať riziko výkyvov v úrovni poľnohospodárskej úrody. Systémový charakter tohto rizika spôsobuje jeho nedostatočnú poistiteľnosť. Úroveň poistenosti slovenskej poľnohospodárskej pôdy sa dlhodobo pohybuje medzi 30 a 35 % [26].

Slovenské poľnohospodárstvo je, ako strategický segment ekonomiky, predmetom intenzívnej regulačnej politiky Európskej únie. Jej súčasťou je schéma podpory na poistenie úrody ako príspevok k zaručeniu príjmov pestovateľov v prípade katastrofických

okolností². V prípade poistenia proti stratám zapríčineným prírodnými katastrofami je možné poskytnúť podporu do výšky 80 % nákladov na poistné. Na Slovensku sa v rámci tohto programu prostredníctvom Pôdohospodárskej platobnej agentúry (PPA) momentálne podporuje výlučne poistenie úrody viniča³. Pestovatelia iných plodín môžu čerpať podporu v rámci schémy Odboru štátnej pomoci Ministerstva pôdohospodárstva a rozvoja vidieka SR (MPRVSR). Pre poistenie proti stratám v dôsledku prírodných katastrof môže dotácia dosiahnuť výšku 50 % nákladov na poistné⁴.

Nepoistiteľnosť niektorých rizík z dôvodu úzkej priestorovej previazanosti úrod jednotlivých pestovateľov je impulzom pre nachádzanie alternatívneho riešenia pôvodného problému, teda rizika likvidačných strát pestovateľov v dôsledku zníženej úrody. MPRVSR vo svojich správach opakovane odporúča zriadenie vzájomných fondov pre nepoistiteľné riziká⁵. Karkulín sa v [26] zmieňuje o zriadení takéhoto fondu v rámci Programu pre rozvoj vidieka podľa vzoru okolitých krajín. Takýto fond môže byť zdrojom čiastočného financovania náhrad škôd zapríčinených katastrofickými udalosťami. Na Slovensku je pomoc štátu v takýchto prípadoch nekoncepčná. Nie je stanovená schéma, podľa ktorej sa odškodnenie udeľuje. Pestovatelia ani po katastrofickej udalosti, zväčša záplavách, nevedia odhadnúť termín ani výšku odškodnenia. Takáto situácia nastáva aj v prípade úmyselného zaplavenia polí v štátnom záujme zmiernenia intenzity záplav v obývaných oblastiach.

1.7 Vedecké štúdie možností využitia ILS

Doherty a Schlesinger v [16] rozpracovali problematiku sekuritizácie, pričom sa zameriavajú na rozklad rizika na diverzifikovateľnú a systémovú zložku. Uvažujú pri tom aditívny a multiplikatívny vzťah medzi zložkami. V rámci príkladov aplikácie svojej štúdie uvádzajú poistenie rizika vysokých škôd spôsobených katastrofickými prírodnými udalosťami ako prípad multiplikatívneho pôsobenia faktorov.

Cummins a Weis v [15] rozpracovali problematiku konvergenzie kapitálového a poistného trhu. Zdôrazňujú súčasný trend komplementarity oboch trhov pri prenose rizika

²Článok 49 Nariadenia Európskeho parlamentu a Rady EÚ č. 1308/2013

³Výročné správy PPA za roky 2011-2014

⁴§ 10 Nariadenia vlády SR č. 319/2011 Z. z. o podpore podnikania v pôdohospodárstve a podpore vidieka

⁵Výročné správy o poľnohospodárstve a potravinárstve v SR za roky 2013 a 2014 od VÚEPP

prvopoistovateľa.

Papachristou v [34] zanalyzoval oceňovanie katastrofických dlhopisov. Prostredníctvom porovnania všetkých dovtedajších emisií vyhodnotil typy spúšťačov s väčšou náchylnosťou k podhodnoteniu a ktoré sú naopak ocenené objektívnejšie. Z výsledkov svojej analýzy odvodzuje predpoklady na insolvenčiu sponzora.

Barrieu a Albertini v [11] podrobne rozpracovali oblasť cenných papierov viazaných s výplatom naviazanou poistný trh. Situáciu opisujú z pohľadu oboch strán sekuritizačného kontraktu -sponzorov aj investorov.

Banks v [10] komplexne zmapoval problematiku ART. Faktograficky pokryl širokú škálu nástrojov, od zaistných po finančné. Dôkladne spísal dovtedy použité typy spúšťačov a opodstatnenie ich použitia.

Lee a Yu sa v [31] zamerali na vplyv morálneho a základného rizika na solventnosť sponzora katastrofického dlhopisu. Ukázali, že oba tieto faktory znižujú očakávanú výplatu dlhopisu. Z pohľadu investorov sa na prenos poistného rizika na kapitálový trh zameral aj Krutov v [29], ktorý okrem katastrofického dlhopisu zmapoval aj investičné možnosti do menej používaných ILS.

Vedenov, Epperson a Barnett v [43] navrhli použiť katastrofický dlhopis ako sekuritizačný nástroj kryjúci straty spôsobené nedostatočnou poľnohospodárskou úrodou. Úroveň úrody navrhli vyhodnocovať na základe hektárového výnosu plodiny, t. j. hmotnosti plodiny vzhľadom na plochu. Katastrofu definovali prostredníctvom relatívnej straty aktuálneho výnosu oproti jeho dlhodobému priemeru.

Woodard, Sherrick a Schnitkey sa v [46] venujú možnostiam využitia alternatívneho prenosu rizika v poľnohospodárstve. Náhrada škôd v rámci zaistných kontraktov je definovaná prostredníctvom pomeru medzi agregovaným škodovým plnením vyplývajúcim z primárnych poistných kontraktov a ich agregovaným poistným krytím (*angl. loss cost ratio*). Autor navrhuje obdobné kritérium využiť aj pri dizajne sekuritizačných nástrojov, ktoré by v určitých prípadoch nahrádzali zaistné krytie. Medzi výhodami uvádza lepšiu porovnateľnosť tradičných a alternatívnych zaistných produktov a bohatú databázu historických údajov využiteľných pre kalibráciu alternatívnych nástrojov.

Porth, Tan a Weng sa v [38] zaoberajú analýzou optimálneho zaistenia poľnohospodárskej produkcie. Navrhujú štruktúrované produkty kombinujúce tradičné a alternatívne nástroje. Nižšie vrstvy rizika, ktoré zahŕňajú častejšie sa vyskytujúce, no menej

ničivé katastrofické udalosti, sú kryté zaistením. Vyššie vrstvy rizika, zahŕňajúce veľmi zriedkavé a extrémne ničivé katastrofické udalosti, sú kryté kapitálovým trhom formou sekuritizačných nástrojov.

Fujita, Ishimura a Tanaka v [18] svojej práci analyzujú oceňovanie katastrofických opcií prostredníctvom Coxovho procesu. Nadviazaním je použitie obdobného prístupu pre ocenenie rizika vypuknutia epidémie v podaní Ishii, Ishimuru a Fujitu [25].

Pinda v [35] navrhol škodový index pre spustenie katastrofického dlhopisu kryjúceho riziko vysokého agregovaného škodového plnenia poisťovateľa v dôsledku následkov víchrice na slovenskom území. Položil tým základ pre tému tejto dizertačnej práce. Výsledky s ňou súvisiaceho výskumu boli priebežne publikované. Prvý návrh katastrofického dlhopisu pre prenos rizika výkyvov v úrode plodín na území SR sme uverejnili v [36]. Rozšírenie tohto konceptu je publikované v [37] a [28]. Problematika vzájomného vzťahu medzi zaistením a sekuritizáciou bola uverejnená v [27].

Kapitola 2

Cieľ práce

Alternatívny prenos rizika sa stáva stále dôležitejšou súčasťou poisťovateľovej, resp. zaisťovateľovej, snahy zachovať si schopnosť vyplácať škodové plnenie svojim klientom vo výške, ku ktorej sa zaviazal v poisťnej zmluve. Zatiaľ čo na pokrytie škodového plnenia vyplývajúceho zo štandardného sledu škodových udalostí postačujú tradičné nástroje poisťného trhu, napr. zaistenie a retrocesia, pre katastrofické situácie je potrebné hľadať inovatívne riešenia.

Akademický výskum a poisťná prax v nedávnych desaťročiach ukázali potenciál kapitálového trhu stať sa zdrojom dodatočnej poisťnej kapacity. Prístup subjektov poisťného trhu na kapitálový trh je realizovaný prostredníctvom alternatívneho prenosu rizika. Tento pojem zahŕňa širokú paletu nástrojov, ktoré sú popísané v prvej kapitole.

Hlavným cieľom tejto dizertačnej práce je formalizácia procesu transferu rizika poisťného trhu na kapitálový trh a zdôvodnenie jeho opodstatnenosti a využitia v poistení netradičných foriem rizika. Pre jeho splnenie sú vytýčené nasledovné čiastkové ciele:

- o Definícia štruktúry zdieľania a prenosu rizika prostredníctvom tradičných nástrojov poisťného trhu a opodstatnenie ich použitia. Poukázanie na nedostatky tradičných poisťných postupov pri správe rizika katastrofických udalostí.
- o Definícia základnej štruktúry ART. Charakterizácia jednotlivých druhov ART podľa spôsobu prístupu k alternatívnejmu zdroju kapitálu. Prehľad doterajšieho použitia nástrojov ART v poisťnej praxi.
- o Predstavenie katastrofického dlhopisu ako dominantného nástroja ART. Popis

štruktúry jeho výplaty vzhľadom na formu spúšťacieho mechanizmu.

- o Konštrukcia modelu pre ocenenie katastrofického dlhopisu. Aplikácia modelu na prenos rizika výkyvov v poľnohospodárskej úrode s použitím údajov o výnosoch slovenských plodín.
- o Kvantifikácia porovnania opodstatnenosti prenosu rizika prostredníctvom zaistenia a sekuritizácie. Konštrukcia modelu pre určenie vrstiev pre optimálny prenos rizika. Aplikácia modelu na prenos rizika výkyvov v poľnohospodárskej úrode s použitím údajov v škodovom plnení kanadského poisťovateľa.

Kapitola 3

Metodika práce a metódy skúmania

V tejto časti predstavíme matematický aparát potrebný na splnenie cieľov dizertačnej práce. Uvedené mechanizmy následne použijeme pri výpočtoch popísaných vo štvrtej kapitole.

Najprv uvedieme metodológiu týkajúcu sa oceňovania katastrofického dlhopisu, vrátane kategorizácie jeho spúšťača. Predstavíme metódu odhadu hustoty pravdepodobnostného rozdelenia prostredníctvom jadrovej funkcie.

Potom oboznámime čitateľa s rozdelením poisťovateľovho rizika do vrstiev podľa vhodnosti jeho ďalšej správy. V rámci toho definujeme pojem miery rizika a predstavíme minimalizačnú úlohu nelineárneho programovania.

3.1 Katastrofický dlhopis

Najvýznamnejším cenným papierom naviazaným na poistenie je katastrofický dlhopis (*angl. catastrophe bond; cat bond*). Na rozdiel od štandardného dlhopisu, či už vládneho alebo korporátneho, je jeho výplata závislá na uskutočnení udalosti, ktorá koreluje so stratou jeho sponzora. Nominálna hodnota a úrok závisia na uskutočnení katastrofy, ktorou je vopred stanovená a málo pravdepodobná udalosť s veľkým finančným dopadom. Keď v stanovenom čase nastane stanovená katastrofická udalosť, výplaty z katastrofického dlhopisu sa znížia, resp. anulujú. Vtedy hovoríme o spustení dlhopisu. Sponzor ušetrí časť z kapitálu, ktorý bol pôvodne určený na výplatu dlhopisu, a môže tieto prostriedky použiť na pokrytie škodového plnenia poistencom. Keď dlhopis nie je spustený, investor profituje z nadštandardne vysokého výnosu. Sponzor

je vtedy vo vzťahu k investorovi v strate.

Základným prípadom je bezkupónový katastrofický dlhopis so splatnosťou v čase T , nominálnou hodnotou F a výplatou definovanou vzťahom

$$V_T = \begin{cases} A \cdot F & , \text{ ak počas platnosti dlhopisu nastane katastrofa ;} \\ F & , \text{ ak počas platnosti dlhopisu nenastane katastrofa ;} \end{cases} \quad (3.1)$$

kde koeficient $A \in \langle 0; 1 \rangle$ je koeficient zníženia výplaty, ktorým je krátená nominálna hodnota dlhopisu v prípade katastrofy. V prípade $A = 0$ je výplata úplne eliminovaná. Ak $A = 1$, je to tradičný dlhopis s nulovým kupónom. Uskutočnenie katastrofy vtedy nemá vplyv na výplatu dlhopisu.

Katastrofická udalosť spúšťajúca katastrofický dlhopis, je kvantifikovaná prostredníctvom hodnoty spúšťača L_t v čase $t \in \langle 0; T \rangle$ vo vzťahu k prahovej hodnote D . V prípade prekročenia hodnoty D je katastrofický dlhopis spustený. Predpis (3.1) môžeme predefinovať nasledovne:

$$V_T = \begin{cases} A \cdot F & , \text{ ak } L_T > D ; \\ F & , \text{ ak } L_T \leq D . \end{cases} \quad (3.2)$$

3.1.1 Spúšťač katastrofického dlhopisu

Spúšťač L_t (*angl. trigger*) a jeho prahová hodnota D môžu byť definované rôznymi spôsobmi. Ich definícia je podstatou katastrofického dlhopisu. Cieľom je, aby spúšťačí mechanizmus plnil požiadavku prenosu sponzorovho rizika a zároveň tvoril atraktívny produkt pre investora. Motiváciou sponzora je provízia vo forme navýšenia kolateralizovaného kapitálu a dostupnosť viacročného zaistného kontraktu. Motiváciou investora je vysoká miera návratnosti v porovnaní so štandardným dlhopisom a nízka korelácia s ostatným investičným rizikom kvôli prírodnému aspektu katastrof [30].

Základným typom spúšťača L_t je strata sponzora za obdobie platnosti dlhopisu (*angl. indemnity trigger*), ktorá je obdobou k zaisteniu škodovej nadmierky. Bázické riziko je v tomto prípade minimálne, no takto definovaný spúšťač je netransparentný pre investora, pretože prenášané riziko je priamo ovplyvnené cedentovým konaním a tým ponúka priestor na morálne riziko. Navyše, overovanie sponzorovej škody je

Spúšťač	Kapitál	Podiel
1. škodové plnenie	15,3	63 %
2. straty odvetvia	5,5	23 %
3. parameter	0,9	4 %
4. modelovaná strata	0,8	3 %
5. úmrtnostný index	0,6	2 %

Tabuľka 3.1: Katastrofické dlhopisy podľa typu spúšťača. Kapitál je uvádzaný v mld. USD (Zdroj: *Artemis.bm*).

zdlhavý a ťažko uskutočniteľný proces. Kvôli spomenutým nevýhodám požaduje investor pri tomto type spúšťača väčší rozptyl rizika.

Alternatívnou je spúšťač, ktorý na cedentovej strate nie je priamo závislý (*angl. non-indemnity trigger*). Je to index založený na

- strate v odvetví;
- modelovanej strate cedenta;
- súbore parametrov.

Tieto možnosti sú transparentnejšie pre investora, keďže vie lepšie porozumieť prijímanému riziku a ohodnotiť výnosnosť katastrofického dlhopisu. Indexácia spúšťača poskytuje možnosť štandardizácie podmienok a tým urýchľuje čas na vyhodnotenie potenciálnej spúšťacej udalosti. Taktiež znižuje transakčné náklady. Z dôvodu zníženej korelácie medzi spúšťačom a stratou je sponzor vystavený základnému riziku [11]. Čím menej je spúšťač korelovaný so stratou, tým viac rizika si ponecháva sponzor a tým väčšie je základné riziko. Sponzor pri voľbe spúšťača čelí kompromisu medzi základným rizikom a atraktivitou katastrofického dlhopisu pre investora. Tento kompromis môže byť zjemnený dvojitém alebo hybridným spúšťačom, ktorý zosúladí požiadavky sponzora a investora.

Podiel jednotlivých typov spúšťačov na kapitále, ktorý je viazaný v momentálne platných katastrofických dlhopisoch, uvádza tabuľka 3.1. Spúšťač založený na sponzorovom škodovom plnení je základom väčšiny katastrofických dlhopisov (15,3 miliardy

Udalosť	Kapitál	Podiel
1. hurikán v USA	5,6	23 %
2. rôzne udalosti v USA	5,5	22 %
3. rôzne udalosti v USA	4,8	19 %
4. zemetrasenie v USA	2,2	9 %
5. zemetrasenie v Japonsku	1,9	7 %
6. víchrica v Európe	1,2	5 %
7. zdravotná starostlivosť	0,8	3 %
8. hypotéky	0,6	2 %
9. extrémna úmrtnosť	0,6	2 %
10. tajfún v Japonsku	0,5	2 %
11. výpadok el. prúdu	0,2	1 %
12. dlhovekosť	0,05	0,2 %

Tabuľka 3.2: Podiel typov udalostí, na ktoré sú viazané katastrofické dlhopisy. Kapitál je uvádzaný v mld. USD (Zdroj: *Artemis.bm*).

amerických dolárov). Dlhopisy v hodnote 5,5 miliardy amerických dolárov sú založené na strate priemyselného odvetvia. Dlhopisy založené na modelovanej strate sponzora majú hodnotu 750 miliónov amerických dolárov. Dlhopisy definované prostredníctvom parametrického indexu majú celkovú hodnotu 935 miliardy miliónov amerických dolárov. Podiel jednotlivých typov katastrofických udalostí, na ktoré sú viazané katastrofické dlhopisy uvádza tabuľka 3.2.

3.2 Jadrový odhad hustoty rozdelenia

Nech je strata určitého subjektu definovaná náhodnou premennou X . V prípade, že poznáme n nezávislých realizácií tejto náhodnej premennej, no nedisponujeme relevantnou informáciou o parametroch jej rozdelenia, môžeme hustotu rozdelenia odhadnúť prostredníctvom jadrovej funkcie

$$\hat{f}(X, h) = \frac{1}{nh} \sum_{i=1}^n K\left(\frac{X - X_i}{h}\right), \quad (3.3)$$

kde

- X_i , $i = 1, 2, \dots, n$ sú realizácie náhodnej premennej X ,
- h je vyhladzovací parameter,
- K je jadrová funkcia.

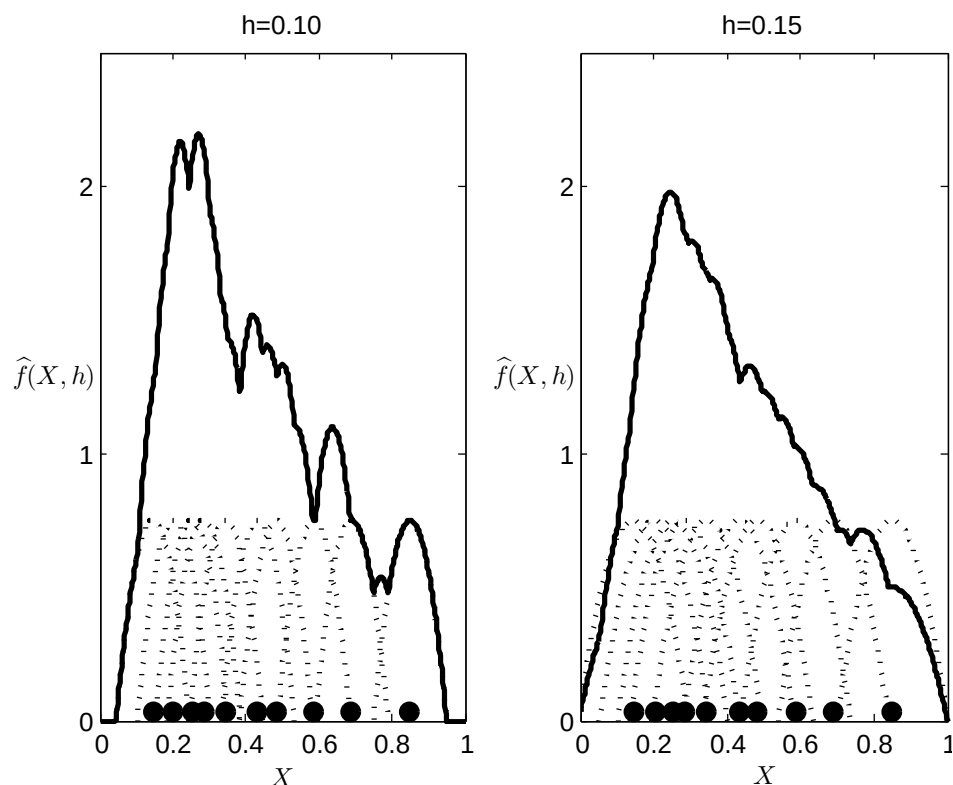
Pre naše výpočty volíme Epanečnikovovu jadrovú funkciu, ktorá je podľa Wanda a Jonesa ([44]) a Zucchiniho ([48]) optimálna. Jej predpis je

$$K(u) = \begin{cases} \frac{3}{4}(1 - u^2) & , \text{ ak } |u| \leq 1 ; \\ 0 & , \text{ ak } |u| > 1 . \end{cases} \quad (3.4)$$

Na obrázku 3.1 sú plnou krivkou zobrazené jadrové odhady hustoty rozdelenia straty X prostredníctvom Epanečnikovovej jadrovej funkcie pre vyhladzovací parameter veľkosti $h = 0, 1$, resp. $h = 0, 15$. Čierne body na horizontálnej osi sú realizácie náhodnej premennej, z ktorých je vykonaný odhad. V oboch prípadoch sú použité tie isté realizácie. Prerušované krivky sú Epanečnikovové jadrové funkcie pre jednotlivé realizácie. V prípade väčšieho vyhladzovacieho parametra majú jadrové funkcie každej realizácie väčší interval nenulových hodnôt. Odhad hustoty je preto hladší. Presnosť odhadu funkcie hustoty podľa Horovej, Koláčka a Zelinu ([23]) nezáleží ani tak od voľby jadrovej funkcie, ako od hodnoty vyhladzovacieho parametra. Jeho optimálnu hodnotu navrhujú stanoviť metódou krížového overovania pomocou metódy najmenších štvorcov.

3.3 Vrstvy rizika

Pre optimálne fungovanie poistného aparátu je potrebné, aby straty jednotlivých poistencov boli navzájom nezávislé a zároveň aby pochádzali z rovnakého pravdepodobnostného rozdelenia. V praxi tieto predpoklady nie sú splnené. Zatiaľ čo rozdelenia straty jednotlivých poistencov sú často dostatočne podobné na to, aby sa druhá požiadavka dala považovať za splnenú, nezávislosť jednotlivých strát sa dosahuje oveľa zložitejšie. Dôvodom je predovšetkým ich priestorová previazanosť. Straty jednotlivých poistencov sú závislé na udalostiach odohrávajúcich sa v okolí objektov, ktoré sú predmetmi poistných zmlúv. Subjekty poistných zmlúv jedného poisťovateľa sú štandardne



Obr. 3.1: Odhad hustoty rozdelenia straty prostredníctvom Epanečnikovovej jadrovej funkcie pre dve veľkosti vyhladzovacieho parametra (Zdroj: Vlastné spracovanie).

od seba nedostatočne vzdialené, čím vzniká prienik medzi udalosťami, ktoré na nich vplyvajú a teda aj vzájomná korelácia strát.

Riziko spojené s pravdepodobnostným rozdelením straty poisťovateľa je v tomto prípade nediverzifikovateľné. V prípade že škodové plnenia jednotlivých poistencov sú vzájomne korelované, poisťovateľ čelí riziku, že bude musieť v priebehu krátkého časového intervalu vyplatiť škodové plnenie veľkému počtu svojich poistencov. Pri zhode okolností sa môže v dôsledku veľkého agregovaného škodového plnenia stať insolventným. V záujme zníženia rizika uskutočnenia tohto scenáru má poisťovateľ záujem o prenesenie časti svojho rizika na ďalší subjekt.

Tradičným produktom tohto konceptu je zaistenie, t. j. sekundárne poistenie. Zaisťovateľ, ktorý preberá časť rizika od poisťovateľa, zvyčajne pôsobí na väčšom území než poisťovateľ. Preto je schopný diverzifikovať aj riziko, ktoré je pre poisťovateľa nediverzifikovateľné. Kompenzuje ho totiž rizikom, ktoré na neho preniesli iní poisťovatelia, pričom straty v ideálnom prípade nie sú korelované. Prax ani v tomto prípade nespĺňa teoretický predpoklad, čo má v niektorých prípadoch za následok nezaistiteľnosť rizika.

Aby poisťovateľ udržal riziko insolventnosti v prijateľnej medzi, môže časť rizika prebrať od poistencov sekuritizovať, čiže ho preniesť na kapitálový trh prostredníctvom cenných papierov, ktorých výplata je korelovaná so stratou poisťovateľa.

Poisťovateľ sa pri správe rizika prijatého od poisťovateľov rozhoduje, či časť rizika preniesie na ďalší subjekt a prinesie tým stabilitu do svojich finančných tokov. Stojí pri tom pred dvoma základnými rozhodnutiami:

- Ktorú časť svojho rizika preniesie?
- Kto bude príjemcom prenášaného rizika?

Nech celková strata poisťovateľa za príslušné obdobie je definovaná náhodnou premennou X . Poisťovateľ časť rizika vyplývajúceho z pravdepodobnostného rozdelenia straty prenáša na ďalší subjekt. Funkcie určujúce podiel nositeľov rizika na celkovej strate označíme $r(X)$ a $c(X)$, pričom prvá funkcia definuje podiel poisťovateľa na krytí vlastnej straty a druhá funkcia definuje podiel straty subjektu, ktorý prevzal časť poisťovateľovho rizika. Pre tieto funkcie platia ohraničenia

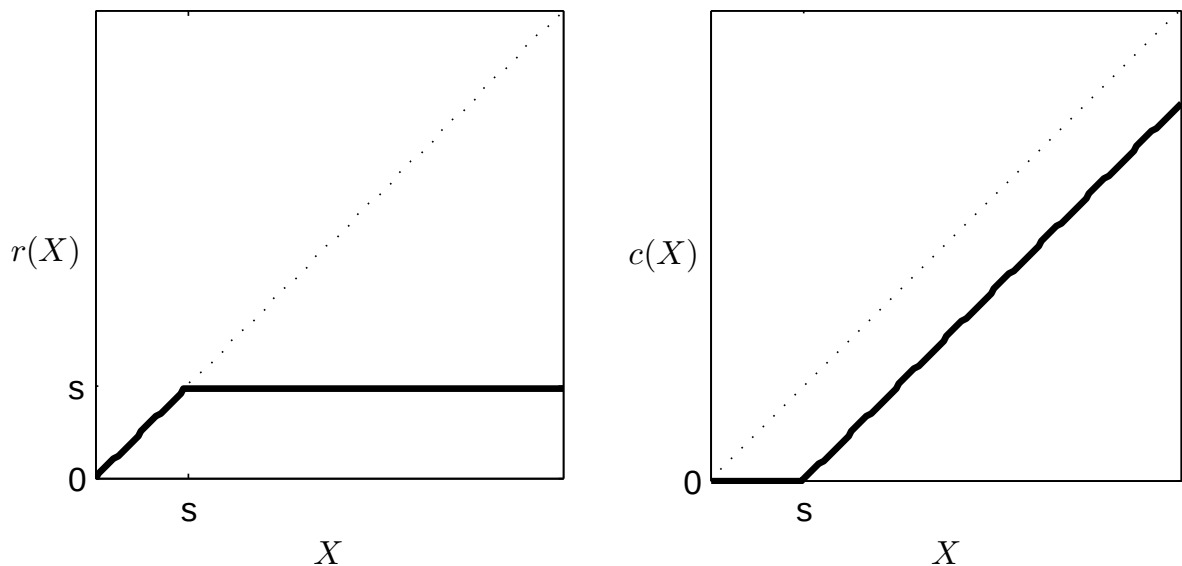
$$\begin{aligned} 0 &\leq r(X) \leq X ; \\ 0 &\leq c(X) \leq X ; \end{aligned} \tag{3.5}$$

pričom pre ich súčet platí

$$X = r(X) + c(X) . \tag{3.6}$$

Uvažujeme situáciu, kedy je strata poisťovateľa rozdeľovaná do horizontálnych vrstiev. Takýmto prípadom je napríklad zaistenie škodovej nadmierky. Na obrázku 3.2 sú grafy funkcií $r(X)$ a $c(X)$ pre najjednoduchšie rozvrstvenie straty poisťovateľa. Obe funkcie sú lineárnymi splajnami s jedným zlomom so smernicou alternujúcou medzi hodnotami 0 a 1. Maximom funkcie $r(X)$ je hodnota s . Znamená to, že pri ľubovoľnej strate poisťovateľa nepresiahne jeho krytie hodnotu s . Pre $X < s$ je hodnota funkcie $c(X)$ nulová. Prijímateľ rizika sa v takom prípade nepodieľa na krytí straty.

Na obrázku 3.3 sú grafy funkcií $r(X)$ a $c(X)$ pre rozvrstvenie straty poisťovateľa do troch častí. Spodnú a hornú vrstvu rizika kryje poisťovateľ a prostrednú vrstvu kryje prijímateľ rizika. Grafom sú aj v tomto prípade lineárne splajny so smernicou alternujúcou medzi hodnotami 0 a 1. Tentokrát však majú tieto grafy dva zlomy, čo



Obr. 3.2: Funkcia ponechaného a preneseného rizika poisťovateľa pri dvoch vrstvách (Zdroj: Vlastné spracovanie).

korešponduje s dvoma hranicami vrstiev rizika. Poisťovateľ kryje stratu do výšky s . Pribúdajúcu stratu až do výšky $t - s$ kryje prijímateľ rizika. Stratu nad $X > t$ kryje opäť poisťovateľ.

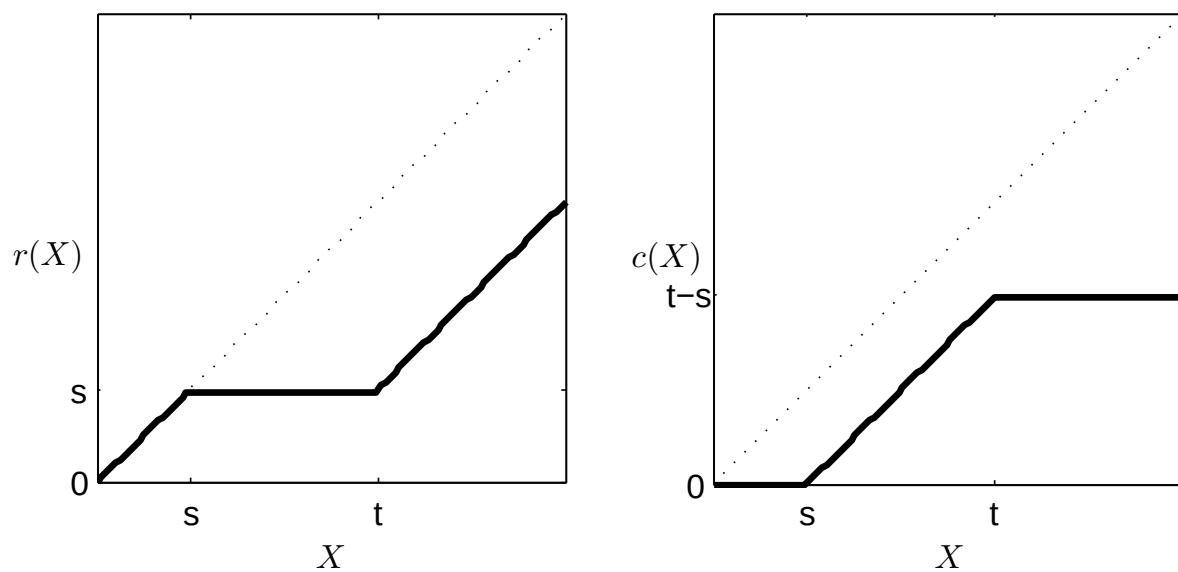
V oboch uvedených prípadoch vrstvenia pre každú prípustnú stratu X_0 platí vzťah

$$r(X_0) + c(X_0) = X_0.$$

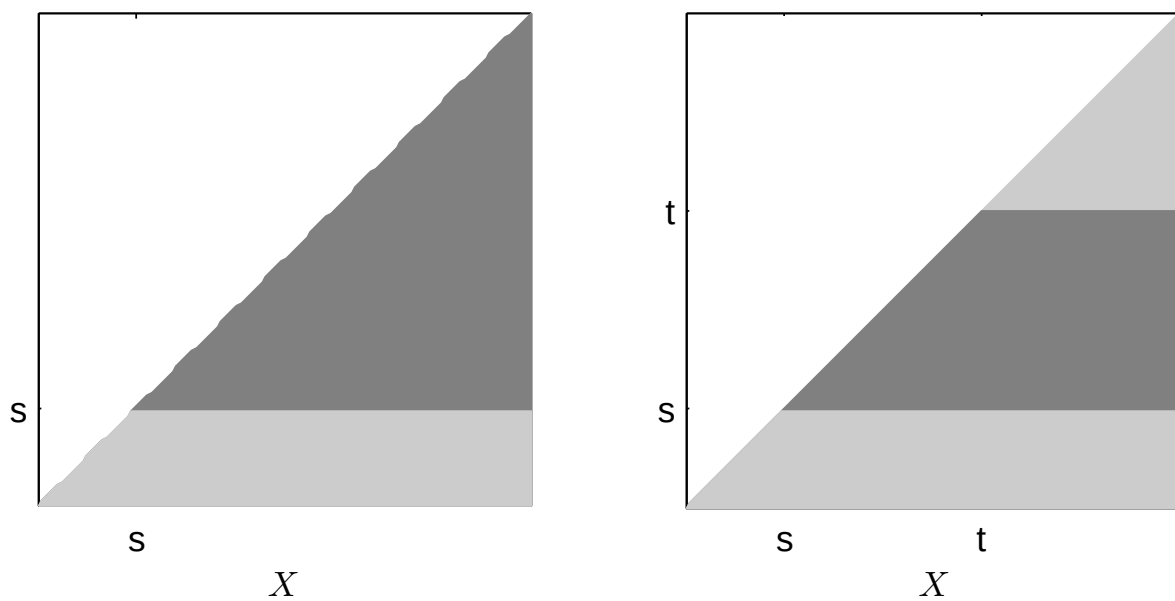
Túto súvislosť graficky vyjadruje obrázok 3.4. Pre prípady uvedené na obrázkoch 3.2 a 3.3 uvádza farebne odlišený podiel účastníkov na krytí straty poisťovateľa. Bledšia farba označuje stratu krytú poisťovateľom a tmavšia farba označuje stratu krytú prijímateľom rizika. Ľavá schéma je dvojvrstvová a pravá je trojvrstvová. Pre ilustráciu, sa pozrieme na stratu vo výške $X_0 > t$ pre obe vrstvenia. Pri dvojvrstvovom delení poisťovateľ kryje stratu do výšky s a všetku prevyšujúcu stratu, čiže $X_0 - s$, pokryje poisťovateľ. Pri trojvrstvovom delení pokrýva poisťovateľ stratu $s + (X_0 - t)$ a príjemca rizika kryje stratu $t - s$.

3.4 Miery rizika

Kvantifikácia rizika je elementárnou súčasťou aktuárstva. Miera rizika je nástrojom pre jeho adekvátnu správu. Strata subjektu je definovaná náhodnou premennou X , ktorá



Obr. 3.3: Funkcia ponechaného a preneseného rizika poisťovateľa pri dvoch vrstvách (Zdroj: Vlastné spracovanie).



Obr. 3.4: Vrstvy rizika poisťovateľa (Zdroj: Vlastné spracovanie).

nadobúda hodnoty z množiny všetkých náhodných premenných popisujúcich riziko $\mathcal{X}$. Miera rizika je zobrazenie

$$\rho : \mathcal{X} \rightarrow \mathbb{R} \quad (3.7)$$

Takéto zobrazenia rozdeľujeme do troch tried:

- bodové miery;
- momentové miery;
- miery očakávaného prekročenia.

Miery z prvej triedy vyhodnocujú riziko na základe rozdelenia straty v jedinom bode. Nenesú teda žiadnu informáciu o priebehu rozdelenia. Príkladmi sú aritmetický priemer, medián a hodnota v riziku (*VaR*, *angl. value at risk*). Momentové miery nesú informáciu o rozptyle, no sú citlivé na extrémne hodnoty. Príkladom je štandardná odchýlka, ktorá vyjadruje volatilitu. Treťou triedou sú miery založené na očakávanom riziku v prípade, že výsledok prekročil stanovenú hodnotu. Príkladmi sú očakávaný deficit (*ES*, *angl. expected shortfall*), podmienená hodnota v riziku (*CVaR*, *angl. conditional value at risk*) a očakávanie podmieneného konca (*CTE*, *angl. conditional tail expectation*).

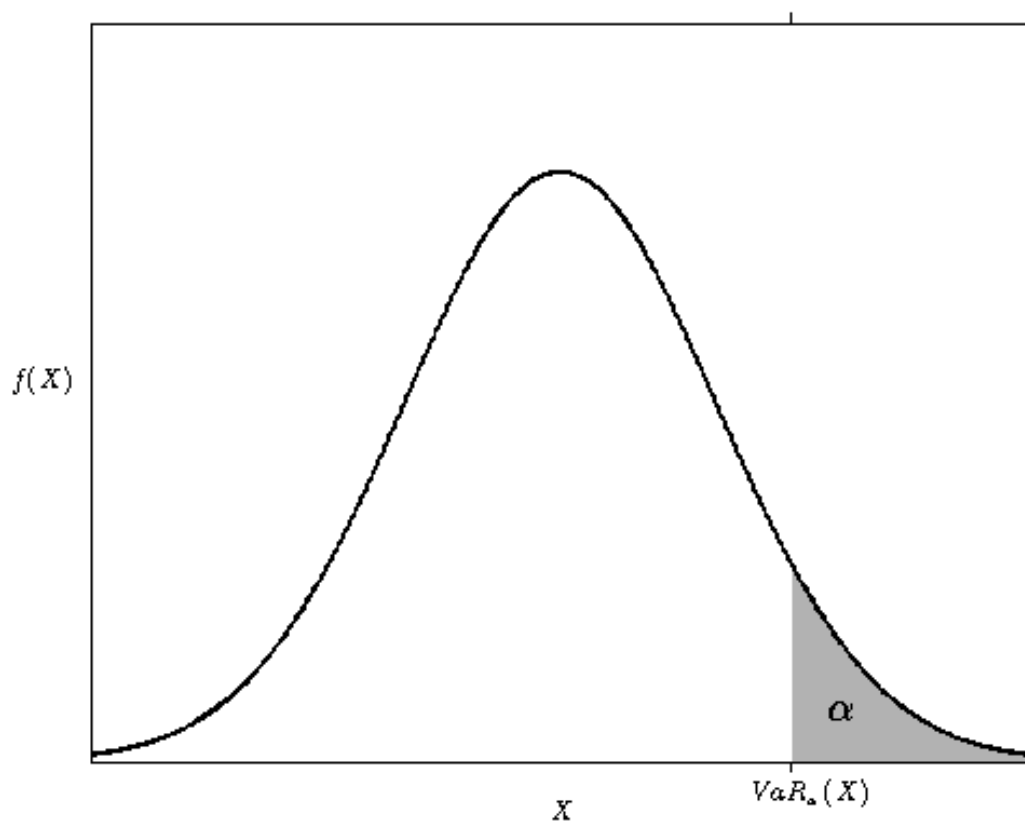
Rozoznávame dva základné typy rizika. Prvý sa týka volatility straty. Na popísanie drobných častých fluktuácií je vhodné použiť štandardnú odchýlku. Druhý typ rizika sa týka katastrofickej straty. Tá prichádza veľmi zriedkavo, no má fatálne následky. Na jeho popísanie je potrebná miera zameraná na koniec rozdelenia. Zameriame sa na dve miery katastrofického rizika, konkrétne na VaR a CVaR.

VaR je Horákovou a Poljovkom v [22] definovaná ako maximálna možná strata pri konkrétnej pravdepodobnosti. Pre stratu X a pravdepodobnosť $\alpha \in \langle 0; 1 \rangle$ je VaR definovaná predpisom

$$\text{VaR}_\alpha(X) = \inf\{z \in \mathbb{R} : P(X > z) \leq \alpha\} \quad (3.8)$$

CVaR je strednou hodnotou škôd, ktoré presiahnu hodnotu VaR pri konkrétnej pravdepodobnosti. Pre stratu X a pravdepodobnosť $\alpha \in \langle 0; 1 \rangle$ je CVaR definovaná predpisom

$$\text{CVaR}_\alpha(X) = E\{X | X \geq \text{VaR}_\alpha(X)\} \quad (3.9)$$



Obr. 3.5: Geometrická interpretácia VaR pomocou funkcie hustoty (Zdroj: Vlastné spracovanie).

Obrázok 3.5 znázorňuje geometrickú interpretáciu VaR pomocou funkcie hustoty všeobecnej náhodnej premennej X . Krivka je grafom funkcie hustoty náhodnej premennej X , pričom $\text{VaR}_\alpha(X)$ je dolné ohraničenie hodnoty X , pri ktorom $P[X > \text{VaR}_\alpha(X)]$ nie je väčšia od α . Šedá plocha má veľkosť α , zatiaľ čo plocha pod krivkou má z definície hustoty rozdelenia náhodnej premennej veľkosť 1.

Pri porovnávaní VAR a CVaR zohráva významnú úlohu pojem koherentnej miery rizika, ktorý Artzner et al. zaviedli v [9]. Miera rizika ρ je koherentná, ak pre ľubovoľné riziká $X, Y \in \mathcal{X}$ súčasne spĺňa všetky nasledujúce vlastnosti:

1. Invariancia voči posunutiu: $\rho(X + m) = \rho(X) + m$ pre $\forall m \in \mathbb{R}$.
2. Subaditivita: $\rho(X + Y) \leq \rho(X) + \rho(Y)$.
3. Kladná homogenita: $\rho(\lambda X) = \lambda \rho(X)$ pre $\forall \lambda > 0$.
4. Monotónnosť: $\rho(X) \geq \rho(Y)$, ak platí $X \geq Y$.

CVaR je koherentnou mierou, zatiaľ čo VaR nespĺňa podmienku subaditivity. Podľa Rockafellara a Ursyaseva ([39]) je VaR taktiež menej vhodná pre numerický výpočet straty pochádzajúcej z iného než normálneho rozdelenia. To ju robí menej vhodnou pre použitie pri katastrofickom riziku.

3.5 Nelineárna optimalizácia

Stanovenie kritérií pre rozdelenie poisťovateľovho rizika na ponechávanú a prenášanú časť je dôležitou súčasťou aktuárskej činnosti. Weng v [45] ukazuje, že numerické riešenie určenia optimálnej vrstvy pre zaistenie je možné upraviť na úlohu nelineárneho programovania s kužeľovitým ohraničením (*angl. second order cone programming*). Základná úloha tohto typu má tvar:

$$\begin{cases} \min_{x \in \mathbb{R}^n} & \mathbf{c}^T \mathbf{x} \\ & \|\mathbf{D}_i \mathbf{x} - \mathbf{d}_i\| \leq \mathbf{p}_i^T \mathbf{x} - q_i; i \in \{1; 2; \dots; k\} \end{cases} \quad (3.10)$$

kde $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$ je optimalizovaná premenná a $\mathbf{c} \in \mathbb{R}^n$, $\mathbf{D}_i \in \mathbb{R}^{(n_i-1) \times n}$, $\mathbf{d}_i \in \mathbb{R}^{n_i-1}$, $\mathbf{p}_i \in \mathbb{R}^n$ a $q_i \in \mathbb{R}$ sú parametre, pričom $\|\cdot\|$ je euklidovská norma. Podrobnejšie sa jej venujú Boyd a Vandenberghe v [12]

Kapitola 4

Výsledky práce

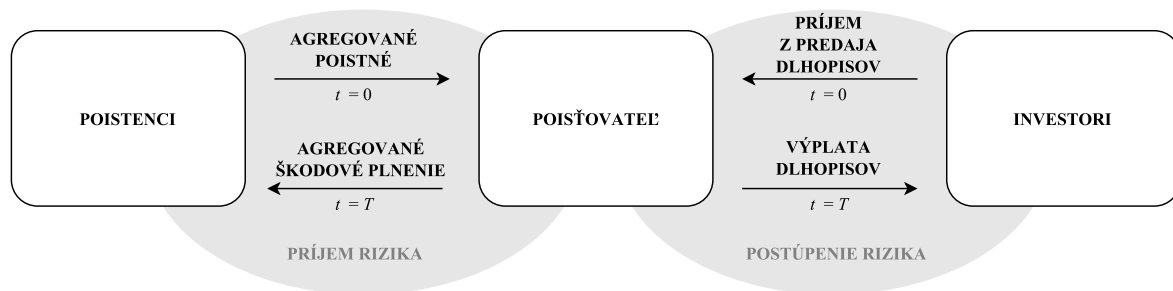
Tak ako v prípade metodologickej časti, aj aplikačná časť dizertačnej práce pozostáva z dvoch osobitných oblastí alternatívneho prenosu rizika.

Najprv uvidíme výsledky v oblasti oceňovania katastrofického dlhopisu pre poľnohospodársku výrobu. V rámci tejto problematiky uvidíme tri príklady použitia s ohľadom na dostupné údaje. V prvom z nich budeme predpokladať stálosť priemerného národného hektárového výnosu plodiny v čase. V druhom prípade od tohto predpokladu upustíme, aby sme dosiahli aplikovateľnosť oceňovacieho mechanizmu na širšiu paletu vstupných údajov. V treťom prípade zohľadníme nerovnomerné podmienky na pestovanie plodín vzhľadom na kvalitu pôdy.

V druhej tematickej časti uvidíme model na porovnanie očakávanej straty pri prenose rizika zaistením a sekuritizáciou a použijeme ho na údaje o pomere škodového plnenia a poistného krytia kanadského poisťovateľa poľnohospodárskej úrody.

4.1 Ocenenie katastrofického dlhopisu

Zameriame sa na riziko extrémne nízkej úrody v rámci poľnohospodárskej výroby, ktorému pestovatelia čelia prevažne kvôli výkyvom v počasi. Ako uvádzame v prvej kapitole, prienik poistného a kapitálového trhu v tomto odvetví ešte nenabral reálnu podobu vo forme emisie cenných papierov viazaných na poistenie. Rápidny pokrok v konštrukcii škodových indexov pre poistenie a zaistenie poľnohospodárskej úrody a emisia katastrofických dlhopisov prenášajúcich riziko záplav je predpokladom pre uvedenie ILS, ktoré budú prenášať riziko pestovateľov.



Obr. 4.1: Finančné toky medzi poistencami, poisťovateľom a investormi (Zdroj: Vlastné spracovanie).

Navrhujeme sekuritizačný prístup k správe pestovateľského rizika. Štátom zriadený poisťovateľ poskytne krytie aj na riziká, ktorých poistenie je neakceptovateľné pre komerčných poisťovateľov. Aby si zachoval solventnosť aj v prípade vysokého škodového plnenia zapríčineného slabou úrodou, časť svojho rizika postupuje na kapitálový trh prostredníctvom katastrofického dlhopisu.

Najprv popíšeme finančné toky vzťahu poisťovateľa s pestovateľmi a investormi obchodujúcimi s cennými papiermi naviazanými na poistenie. Potom definujeme katastrofu pre pestovateľa a následne aj katastrofu pre poisťovateľa a predstavíme katastrofický dlhopis, ktorého výplata má kompenzovať zvýšené výdavky poisťovateľa na škodové plnenia pestovateľov. Následne predstavíme sústavu katastrofických dlhopisov, ktorá kryje riziko poisťovateľa poskytujúceho poistenie podľa kvality pestovateľovej pôdy. Celú metodiku aplikujeme na úrodu vybraných plodín v Slovenskej republike.

4.1.1 Finančné toky v prostredí poistenia a sekuritizácie

Uvažujeme katastrofický dlhopis s nasledovnou charakteristikou:

- doba splatnosti jeden rok;
- žiaden kupón;
- výplatom definovanou vzťahom (3.2).

Očakávaná výplata takéhoto dlhopisu je určená vzťahom

$$E[V_T] = \left[F \cdot P(L_T \leq D) + A \cdot F \cdot P(L_T > D) \right]. \quad (4.1)$$

Nákupná cena dlhopisu, ozn. V_0 , je určená dobou do splatnosti dlhopisu, ozn. T , determinovaná očakávanou výnosnosťou $\delta(t)$, ktorú vzhľadom na rizikovosť požaduje investor. Pre konštantnú výnosnosť $\delta(t) = \delta$ platí pre predajnú cenu vzťah

$$V_0 = e^{-\delta \cdot T} \cdot E[V_T] . \quad (4.2)$$

Na obrázku 4.1 je schéma finančných tokov definujúcich vzťah poisťovateľa s poistencami a investormi nakupujúcimi bezkupónové katastrofické dlhopisy. Ľavá strana reprezentuje toky súvisiace s príjmom rizika od poistencov a pravá strana reprezentuje toky súvisiace s postúpením rizika investorom. V oboch prípadoch je poisťovateľ najprv, teda v čase $t = 0$, príjemcom kapitálu a neskôr, v čase $t = T$, je jeho výplatom. V období medzi príjmom a výplatom je tento kapitál investovaný pri bezrizikovej úrokovej miere r . Uvažujme postúpenie rizika prostredníctvom bezkupónových dlhopisov definovaných vzťahmi (3.2), (4.1) a (4.2).

Nech P je agregované poistné a X je agregované škodové plnenie. Strata na ľavej strane schémy v čase T je

$$X - Pe^{rT} , \quad (4.3)$$

čiže rozdiel medzi agregovaným škodovým plnením a poistným zhodnoteným pri bezrizikovej úrokovej miere r . Strata na pravej strane schémy v čase T je

$$V_T - V_0 \cdot e^{rT} , \quad (4.4)$$

pričom V_T a V_0 je v tomto prípade súčet výplat, resp. nákupných cien, všetkých katastrofických dlhopisov.

Poisťovateľ chce prostredníctvom katastrofického dlhopisu preniesť časť svojho rizika na investora tak, aby minimalizoval najhoršiu možnú hodnotu jeho celkovej straty $X + V_T - (P + V_0)e^{rT}$. Táto požiadavka je splnená, keď sa straty (4.3) a (4.4) navzájom kompenzujú. Pri pevných príjmoch P a V_0 závisia tieto straty od X a V_T .

Ich dokonalá korelácia sa dosiahne definíciou spúšťača katastrofického dlhopisu prostredníctvom X . Takýmto riešením sa však investor vystavuje morálnemu riziku zo strany poisťovateľa, ktorý nie je motivovaný minimalizovať škodové plnenie. Prijateľnejšou alternatívou je definícia spúšťača prostredníctvom stratového indexu. Takéto riešenie prinesie investorovi transparentnosť, no je menej výhodné pre poisťovateľa.

Nedokonalá korelácia stratového indexu so škodovým plnením spôsobuje nedokonalú kompenzáciu straty z poistenia so stratou zo sekuritizácie. Vzniká tým základné riziko, čiže hrozba nespustenia katastrofického dlhopisu ani v prípade kriticky vysokého agregovaného škodového plnenia.

4.1.2 Sekuritizácia poľnohospodárskej úrody

Pestovateľ čelí výkyvom svojej úrody, ktorých príčiny popisujeme v prvej časti. V prípade slabšej úrody kompenzuje nízke príjmy z predaja plodín škodovým plnením z poistenia. Uvažujeme súbor p pestovateľov tej istej plodiny v jednej krajine. Hojnosť úrody pestovateľa $i \in 1, 2, \dots, p$ v roku t definujeme jeho hektárovým výnosom ${}^i y_t$, teda hmotnosťou úrody vzhľadom na plochu, štandardne udávanom v tonách na hektár (t/ha). Za predpokladu, že plodinu v krajine pestuje výlučne týchto p pestovateľov, národný hektárový výnos v roku t je

$$y_t = \frac{1}{p} \sum_{i=1}^p {}^i w_t \cdot {}^i y_t, \quad (4.5)$$

čiže vážený priemer hektárových výnosov jednotlivých pestovateľov, kde váhy ${}^i w_t$ sú proporciami rozlohy pôdy i -teho pestovateľa vzhľadom na všetku pôdu v roku t . Priemer národných hektárových výnosov za n rokov predchádzajúcich roku t , teda za roky $t = t-n, t-n+1, \dots, t-1$ označujeme $\bar{y}_{n,t}$. V súlade s Vedenovom, Eppersonom a Barnettom ([43]) definujeme škodovú udalosť i -teho pestovateľa prostredníctvom relatívnej straty jeho tohtoročného výnosu oproti n -ročnému národnému priemeru:

$${}^i L_{n,t} = \frac{\bar{y}_{n,t} - {}^i y_t}{\bar{y}_{n,t}}, \quad (4.6)$$

Škodová udalosť nastane v prípade, že stratový index ${}^i L_{n,t}$ prekročí prahovú hodnotu D , teda

$${}^i L_{n,t} > D. \quad (4.7)$$

Zo vzťahov (4.6) a (4.7) je zrejmé, že pestovateľ má nárok na škodové plnenie, ak pre jeho výnos platí

$${}^i y_t < (1 - D)\bar{y}_{n,t}. \quad (4.8)$$

Agregované škodové plnenie je teda funkciou výnosov jednotlivých pestovateľov. Hodnoty y_t považujeme za rovnako rozdelené pre všetkých pestovateľov. Ich nezávislosť je znemožnená priestorovou previazanosťou pôd jednotlivých pestovateľov. Z tohto dôvodu je poisťovateľ vystavený systémovému riziku, z ktorého vyplýva hrozba situácie, kedy škodová udalosť nastáva súčasne u veľkého množstva poistencov. V takom prípade vysoké agregované škodové plnenie spôsobuje veľkú stratu poisťovateľa a môže vyústiť do jeho neschopnosti splniť legitímne nároky poistených pestovateľov na odškodnenie. Takýto scenár je pre poisťovateľa katastrofou v zmysle veľmi málo pravdepodobnej straty likvidačnej veľkosti.

Katastrofické riziko navrhujeme eliminovať vydaním katastrofického dlhopisu kryjúceho riziko agregovaného škodového plnenia poisťovateľa v súlade s teóriou uvedenou v druhej časti tohto článku. Vzhľadom na sezónnosť úrody uvažujeme splatnosť dlhopisu v období jedného roka, čiže $T = 1$. Uvažujeme totiž použitie tohto dlhopisu v krajinách s rozvinutým poistným trhom. Tie sa zväčša nachádzajú v klimatickom pásme s jedným vegetačným cyklom za rok. Ďalším dôvodom v prospech jednoročného dlhopisu je nízka závislosť úrody od faktorov z predchádzajúceho roka. Pre jednoduchosť uvažujeme bezkupónový dlhopis s výplatom definovanou vzťahom (3.2).

Keďže riziko, voči ktorému je dlhopis emitovaný, je závislé na aktuálnych výnosoch poistených pestovateľov, pre poisťovateľa je potrebné definovať spúšťač dlhopisu tak, aby koreloval s týmito výnosmi a zároveň ním nevzniklo morálne riziko. Ako uvádzame v druhej časti, definícia spúšťača je o hľadaní kompromisu medzi požiadavkou poisťovateľa na nízke základné riziko a požiadavkou investora na nízke morálne riziko. Navrhujeme spúšťač vo forme relatívnej straty národného hektárového výnosu zo vzťahu (4.5) oproti jeho n -ročnému priemeru $\bar{y}_{n,t}$:

$$L_{n,t} = \frac{\bar{y}_{n,t} - y_t}{\bar{y}_{n,t}}, \quad (4.9)$$

čo je analogický vzťah k relatívnej strate i -teho pestovateľa zo vzťahu (4.6). Katastrofický dlhopis je spustený, keď

$$L_{n,t} > D, \quad (4.10)$$

teda v prípade, keď národná relatívna strata prevyšuje prahovú hodnotu D . Analogicky ku vzťahu (4.8), zo vzťahov (4.9) a (4.10) je zrejmé, že dlhopis je spustený, ak pre

národný hektárový výnos platí nerovnosť

$$y_t < (1 - D)\bar{y}_{n,t} . \quad (4.11)$$

Zo vzťahov (4.1) a (4.10) vyjadrujeme očakávanú výplatu dlhopisu

$$E[V_T] = \left[F \cdot P(L_{n,T} \leq D) + A \cdot F \cdot P(L_{n,T} > D) \right] . \quad (4.12)$$

Zo vzťahov (4.5), (4.8) a (4.10) vyplýva korelácia medzi agregovaným škodovým plnením X a výplatom katastrofického dlhopisu V_T . Pre určenie predajnej ceny dlhopisu prostredníctvom vzťahu (4.2) z historických údajov o národnom hektárovom výnose za roky $t = 1, 2, \dots, n$ je potrebné poznať pravdepodobnosť spustenia dlhopisu $P(L_{n,T} > D)$. Pre výpočet jej približnej hodnoty potrebujeme odhadnúť funkciu hustoty pravdepodobnostného rozdelenia stratového indexu $L_{n,t}$. Kvôli absencii intuitívnej voľby triedy rozdelenia a jeho parametrov navrhujeme v súlade s Vedenovom, Epper-sonom a Barnettom ([43]) pre hustotu rozdelenia použiť jadrový odhad (3.3), ktorý preznačíme nasledovne:

$$\hat{f}(L_{n,t}, h) = \frac{1}{mh} \sum_{i=1}^m K\left(\frac{L_{n,t} - L_{n,i}}{h}\right) , \quad (4.13)$$

kde

- $L_{n,i}, i = 1, 2, \dots, m$ sú národné relatívne straty v predchádzajúcich m rokoch;
- h je vyhladzovací parameter;
- K je Epanečnikovova jadrová funkcia, ktorej predpis je uvedený v (3.4).

Na základe analýzy Zucchiniho ([48]) si volíme Epanečnikovovu jadrovú funkciu. Podľa Wanda a Jonesa ([44]) a Horovej, Koláčka a Zelinku ([23]) počítame optimálnu hodnotu parametra h metódou krížového overovania pomocou metódy najmenších štvorcov.

Kedže pre relatívnu stratu definovanú vzťahom (4.9) platí ohraničenie $L_{n,T} \in (-\infty; 1)$, je potrebné hodnoty $\{L_{n,t}\}_{t=1}^m$ transformovať na $\{M_{n,t}\}_{t=1}^m$ prostredníctvom funkcie

$$M_{n,t} = \ln(1 - L_{n,t}) , \quad (4.14)$$

ktorá zobrazuje $L_{n,T} \in (-\infty; 1) \rightarrow \mathbb{R}$. Následne odhadnúť $g(M_{n,t})$, čiže hustotu rozdelenia transformovaného stratového indexu $M_{n,t}$, a z neho spätnou transformáciou

vypočítať odhad hustoty rozdelenia $L_{n,t}$

$$\widehat{f}(L_{n,t}) = \widehat{g}(M_{n,t}) \cdot M'_{n,t} , \quad (4.15)$$

kde $M'_{n,t}$ je derivácia indexu $M_{n,t}$ podľa y_t .

Takáto transformácia zabezpečuje, aby $\widehat{f}(L_{n,t}) = 0$ pre $\forall L_{n,t} \notin (-\infty; 1)$, čo je v súlade s vlastnosťou $f(L_{n,t})$ ako hustoty rozdelenia relatívnej straty výnosu. Očakávanú výplatu dlhopisu určujeme vzťahom (4.12), pričom pravdepodobnosť spustenia dlhopisu je odhadnutá prostredníctvom vzťahu (4.15). Následne vzťahom (4.2) určujeme predajnú cenu dlhopisu.

4.1.3 Predpoklad pevného dlhodobého priemerného výnosu

Pri prvej aplikácii definovaného mechanizmu ocenenia katastrofického dlhopisu slúžiaceho na prenos rizika výkyvov v poľnohospodárskej úrode prijímame predpoklad, že národný hektárový výnos plodiny definovaný vzťahom (4.5) má konštantný trend. Pravdepodobnostné rozdelenie priemeru národných hektárových výnosov $\bar{y}_{n,t}$ sa teda nemení v priebehu času.

Tak ako sme publikovali v [36], [37] a [28], použijeme v stratovom indexe definovanom vzťahom (4.9) namiesto $\bar{y}_{n,t}$ priemerný výnos v tvare

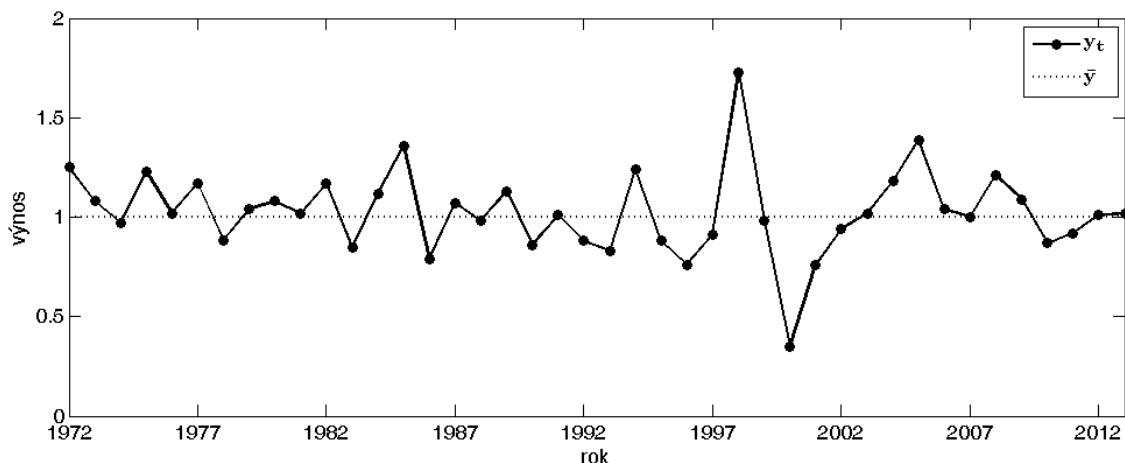
$$\bar{y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i , \quad (4.16)$$

teda priemer národných výnosov vo všetkých rokoch, za ktoré máme dostupné údaje. Stratový index (4.9) prepisujeme na

$$L_t = \frac{\bar{y} - y_t}{\bar{y}} . \quad (4.17)$$

Môžeme ho interpretovať ako relatívnu stratu priemerného ročného výnosu v aktuálnom roku vzhľadom na dlhodobý priemer ročných priemerných výnosov v predchádzajúcom období.

Volíme si produkciu chmeľu na území Slovenskej republiky. Táto plodina je zaujímavá pre slovenské hospodárstvo najmä kvôli pivovarníckemu priemyslu. V ostatných rokoch bol zaznamenaný pokles oševnej plochy používanej pre chmeľ. Dlhoroční spotrebitelia sa preorientovali na dovoz tejto komodity zo zahraničia.



Obr. 4.2: Ročný priemerný výnos (t/ha) chmeľu dopestovaného na území SR
(Zdroj: *Vlastné spracovanie dát zo Štatistického úradu SR*)

Z databázy *SLOVSTAT* Štatistického úradu SR sme získali údaje o ročnom priemernom výnose (ozn. y_t) chmeľu v období $t = 1972, 1973, \dots, 2013$. Hodnoty y_t a $\bar{y}$ sú graficky znázornené v obrázku 4.2. Hodnoty stratového indexu L_t pre jednotlivé roky sú graficky znázornené v obrázku 4.3.

Ďalším krokom bolo odhadnutie hustoty rozdelenia (4.13) stratového indexu L_t prostredníctvom Epanečnikovovej jadrovej funkcie (3.4). Pre vyhladzovací parameter sme metódou *krížového overenia metódy najmenších štvorcov*¹. Keďže relatívna strata môže nadobudnúť hodnoty $L_t \in (-\infty ; 1)$, transformovali sme dáta nasledovne:

$$M_t = \ln(1 - L_t). \quad (4.18)$$

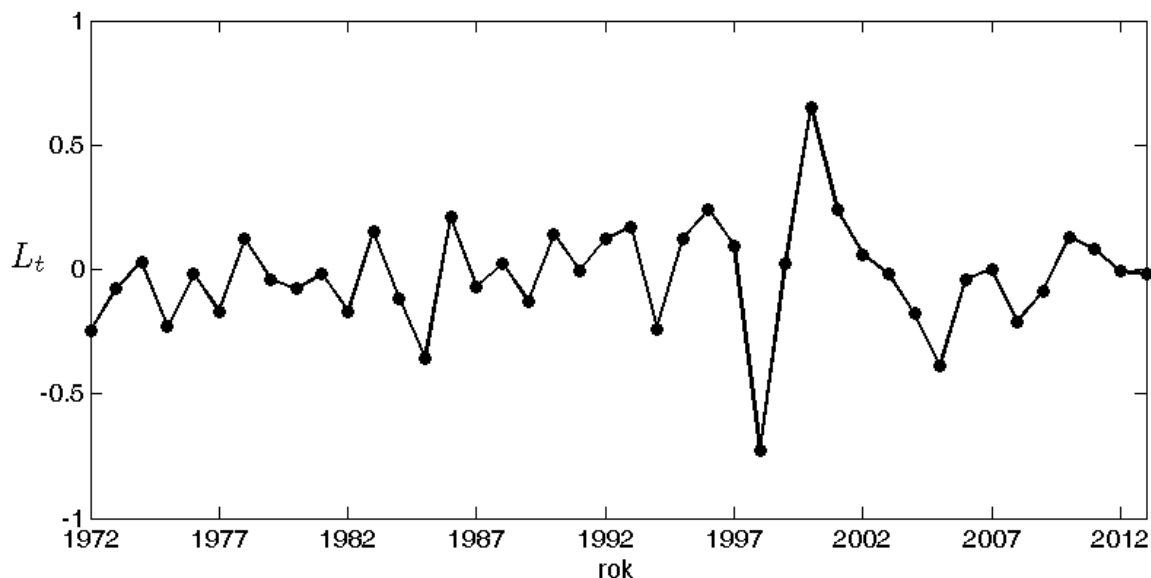
Prostredníctvom Epanečnikovovej jadrovej funkcie sme odhadli hustotu rozdelenia funkcie M_t , ozn. $g(M_t)$, a následne z nej podľa vzťahu (4.15) odhadli hustotu rozdelenia funkcie L_t :

$$\hat{f}(L_t) = \hat{g}(M_t) M'_t = \hat{g}[\ln(1 - L_t)] \cdot \frac{-1}{1 - L_t}, \quad (4.19)$$

čím sme dosiahli ohraničenie definičného oboru odhadnutej funkcie hustoty

$$\hat{f}(L_t) \in (-\infty ; 1)$$

¹Výpočet sme vykonali vo výpočtovom prostredí Matlab prostredníctvom knižnice *Kernel Smoothing Toolbox* od Horovej, Koláčka a Zelinku ([23]). Optimálnu hodnotu sme stanovili na $h = 0,34709$



Obr. 4.3: Relatívna strata z ročného priemerného výnosu chmeľu dopestovaného na území SR (Zdroj: Vlastné spracovanie).

D	0 %	10 %	20 %	30 %	40 %	50 %	60 %	70 %
$P(L > D)$	0,4779	0,3512	0,2307	0,1291	0,0596	0,0262	0,0154	0,0080

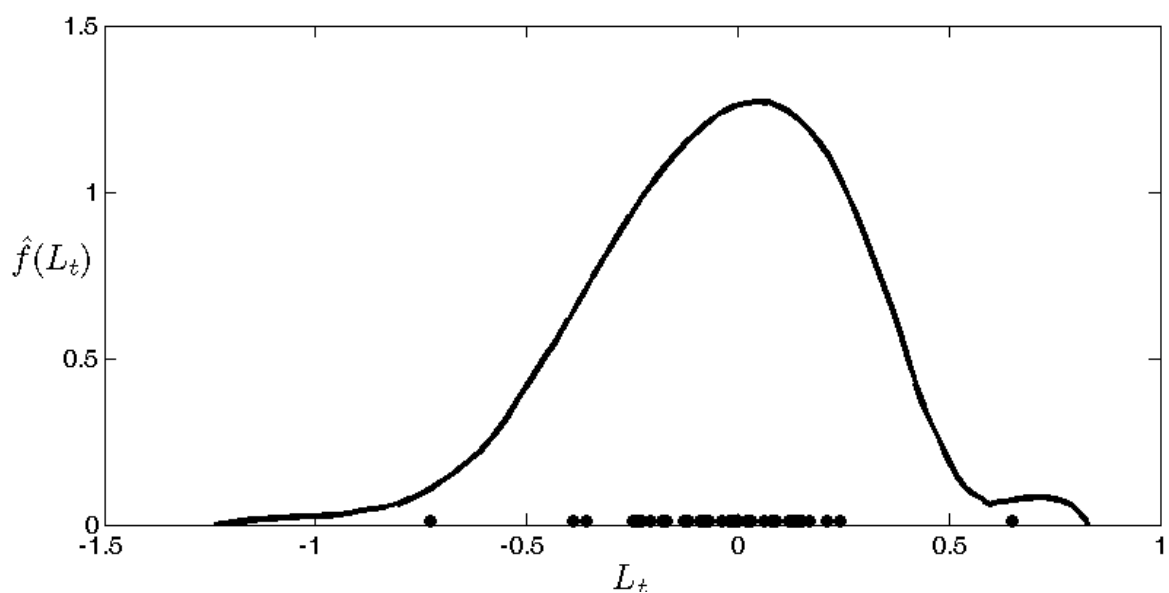
Tabuľka 4.1: Pravdepodobnosť spustenia dlhopisu pre vybrané hodnoty spúšťača (Zdroj: Vlastné spracovanie).

Graf tejto funkcie je zobrazený v obrázku 4.4. Body na horizontálnej osi zobrazujú hodnoty funkcie L_t , z ktorých bola jadrovou funkciou odhadnutá hustota.

Výpočtom určitého integrálu z funkcie $\hat{f}(L_t)$ sme dostali odhady hodnôt pravdepodobností spustenia katastrofického dlhopisu pre konkrétne hodnoty spúšťača D . Vybrané hodnoty sú uvedené v tabuľke 4.1.

V tomto momente je možné pristúpiť k výpočtu samotných cien dlhopisu podľa vzťahov (4.1) a (4.2). Bez ujmy na všeobecnosti môžeme uvažovať nominálnu hodnotu $F = 1$. Zvolili sme si mieru návratnosti v hladinách 3 %, 6 % a 9 %. Pre parameter A sme uvažovali hodnoty 0; 0, 2 ; 0, 4 a 0, 6. Ceny dlhopisov pre tieto hodnoty parametrov sú uvedené v tabuľke 4.2.

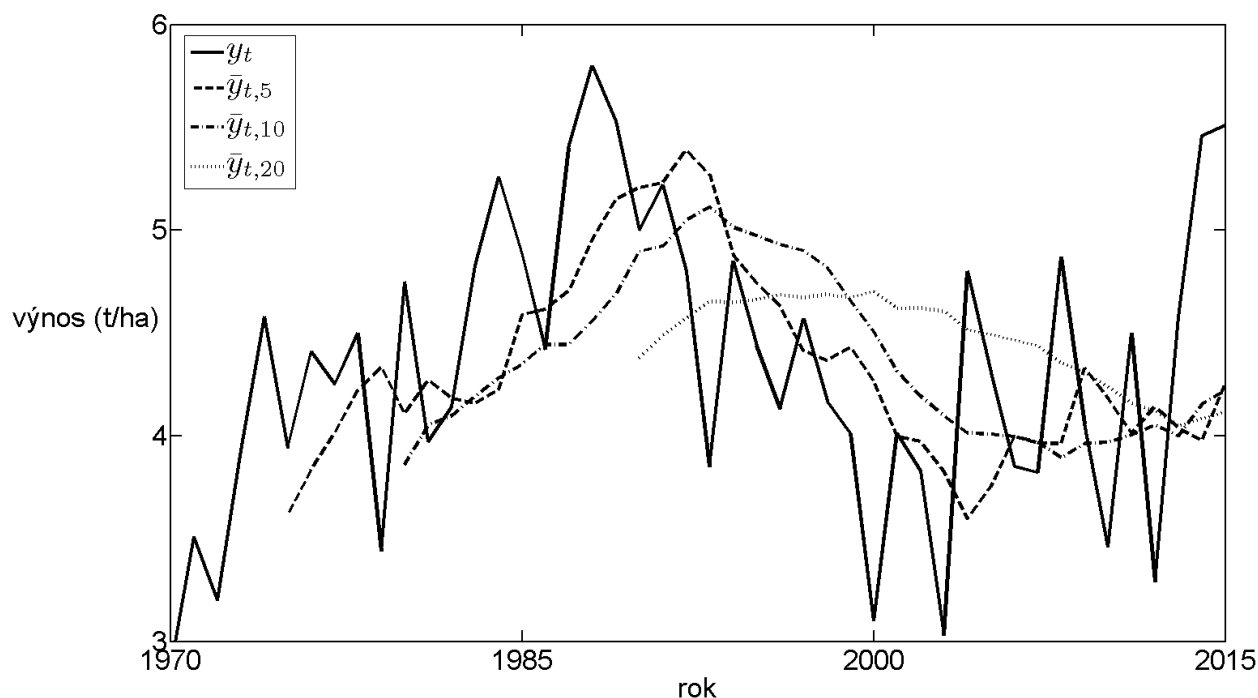
Vypočítané ceny dlhopisu, podľa očakávania, stúpajú s narastajúcou hodnotou parametra D , čiže so znižujúcou sa pravdepodobnosťou spustenia dlhopisu. S narastajú-



Obr. 4.4: Odhad hustoty rozdelenia L_t prostredníctvom Epanečnikovovej jadrovej funkcie (Zdroj: Vlastné spracovanie).

δ	A	D					
		10 %	20 %	30 %	40 %	50 %	60 %
3 %	0,0	0,6296	0,7466	0,8451	0,9126	0,9451	0,9555
	0,2	0,6978	0,7913	0,8702	0,9242	0,9501	0,9585
	0,4	0,7660	0,8361	0,8953	0,9357	0,9552	0,9615
	0,6	0,8341	0,8809	0,9203	0,9473	0,9603	0,9645
6 %	0,0	0,6110	0,7245	0,8202	0,8856	0,9171	0,9273
	0,2	0,6772	0,7680	0,8445	0,8968	0,9220	0,9302
	0,4	0,7433	0,8114	0,8688	0,9081	0,9270	0,9331
	0,6	0,8095	0,8549	0,8931	0,9193	0,9319	0,9360
6 %	0,0	0,5930	0,7031	0,7959	0,8594	0,8900	0,8999
	0,2	0,6572	0,7453	0,8195	0,8703	0,8948	0,9027
	0,4	0,7214	0,7874	0,8431	0,8812	0,8996	0,9055
	0,6	0,7855	0,8296	0,8667	0,8921	0,9044	0,9083

Tabuľka 4.2: Cena dlhopisu pri vybraných hodnotách parametrov (Zdroj: Vlastné spracovanie).



Obr. 4.5: Vývoj priemerov výnosov za n rokov predchádzajúcich roku t pre vybrané hodnoty n (Zdroj: Vlastné spracovanie).

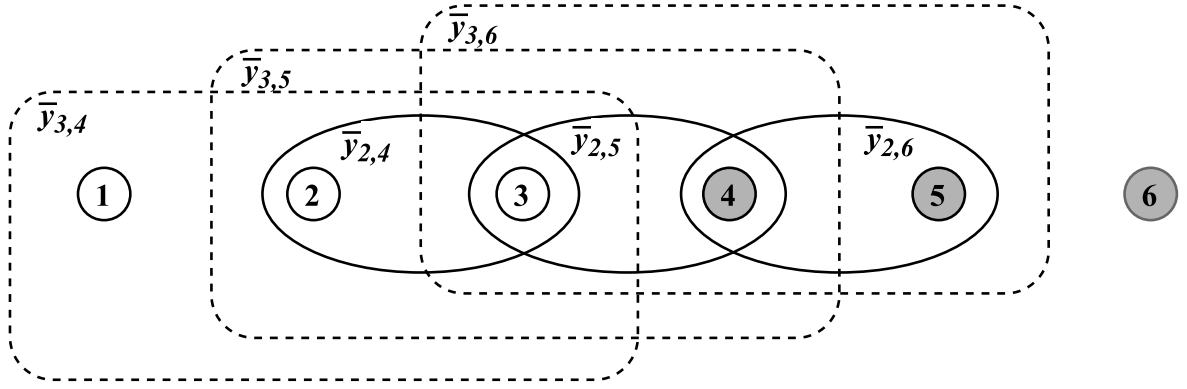
cou hodnotou parametra δ , čiže so zvyšujúcou sa očakávanou mierou návratosti investície, cena dlhopisu klesá. S narastajúcou hodnotou parametra A , čiže so zvyšujúcim sa podielom z nominálnej hodnoty, ktorý je investorovi vyplatený v prípade spustenia dlhopisu, cena dlhopisu stúpa.

4.1.4 Zohľadnenie trendu v dlhodobom priemernom výnose

Pre zovšeobecnenie výsledkov v predchádzajúcej podkapitole upúšťame od predpokladu absencie trendu v dlhodobom priemernom výnose. Týmto krokom zabezpečujeme vhodnosť použitia modelu pre väčšiu škálu plodín a oblastí. Stratový index je v tomto prípade definovaný vzťahom (4.9).

Volíme si údaje o hektárovom výnose pšenice na území SR². K dispozícii máme údaje za 46 rokov v období $t = 1970, 1971, \dots, 2015$. Pre výpočet stratového indexu (4.9) potrebujeme stanoviť optimálnu hodnotu parametra n , teda počtu rokov

²Podľa údajov Štatistického úradu SR je dlhodobou najpestovanejšou plodinou v krajine. V rokoch 2012-2014 pestovaná na 26 – 28 % slovenskej ornej pôdy.



Obr. 4.6: Schéma priemerov výnosov za rôzny počet rokov (Zdroj: Vlastné spracovanie).

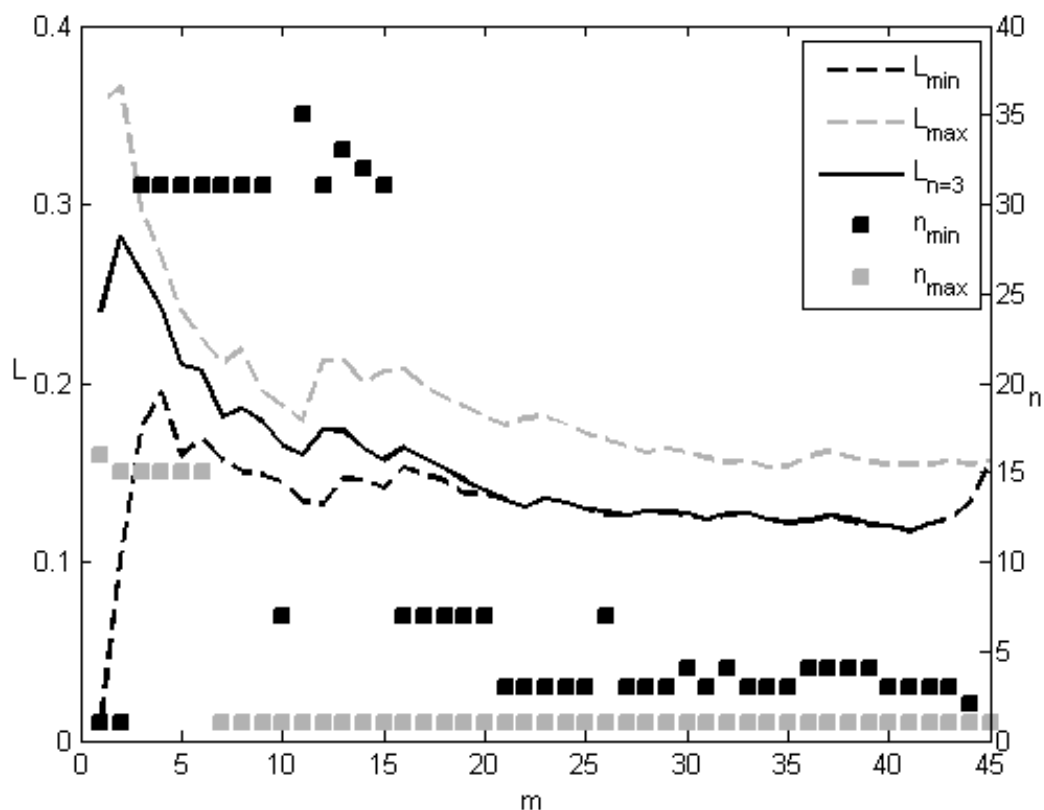
predchádzajúcich roku t , ktorých priemer slúži pre výpočet relatívnej straty výnosu v danom roku. Naším cieľom je zvoliť také n , aby hodnota $\bar{y}_{n,t}$ čo najlepšie predpovedala hodnotu y_t za predchádzajúcich m rokov, čiže za roky $t(N - m + 1), \dots, t_N$, kde N je posledný rok, za ktorý máme údaje (2015). Pri zvolenom m teda hľadáme také n , aby $L_{n,t}$ mala čo najmenšie výkyvy v priebehu t . Túto úvahu vyjadruje zápis

$$n_m^* = \operatorname{argmin}_{1 \leq n \leq N-m} \left[\frac{1}{m} \cdot \sum_{i=t_{N-m+1}}^{t_N} |L_{n,i}| \right]. \quad (4.20)$$

Na obrázku 4.5 je vývoj hodnôt $\bar{y}_{n,t}$ pre vybrané hodnoty n . Dĺžka každého zo zobrazených časových radov je $N - n$. Pre relevantné porovnanie relatívnych strát oproti priemerom z rôzne dlhých období je potrebné použiť hodnoty $L_{n,t}$ z rovnakých rokov. Tento poznatok je už zahrnutý v ohraničení minimalizačnej úlohy (4.20), ktorá pre obdobie dĺžky m rokov porovnáva relatívne straty oproti priemerom za predchádzajúcich najviac $N - m$ rokov.

Schéma na obrázku 4.6 znázorňuje vzťah (4.18) pre údaje z rokov $t = 1, \dots, 6$ a hodnotu $m = 3$. Hodnotu n optimalizujeme tak, aby relatívne straty v posledných troch rokoch (šedé kruhy) boli čo najmenšie. Trojice, z ktorých sa počítajú priemery pre $n = 3$, sú zarámované oblými obdĺžnikmi. Dvojice z ktorých sa počítajú priemery pre $n = 2$, sú zarámované elipsami. Priemery pre $n = 1$ sú rovné hodnote v predchádzajúcom roku.

Obrázok 4.7 vizualizuje výsledky riešenia minimalizačnej úlohy (4.20) pre dáta o výnose pšenice s hodnotami $m = 1, 2, \dots, 45$. Čierna prerušovaná krivka spája hodnoty minima podľa vzťahu (4.20), ktorého škála je na ľavej zvislej osi. Čierne štvorce sú hodnoty n_m^* , pri ktorých sú minimá dosiahnuté. Môžeme to interpretovať takto: Na

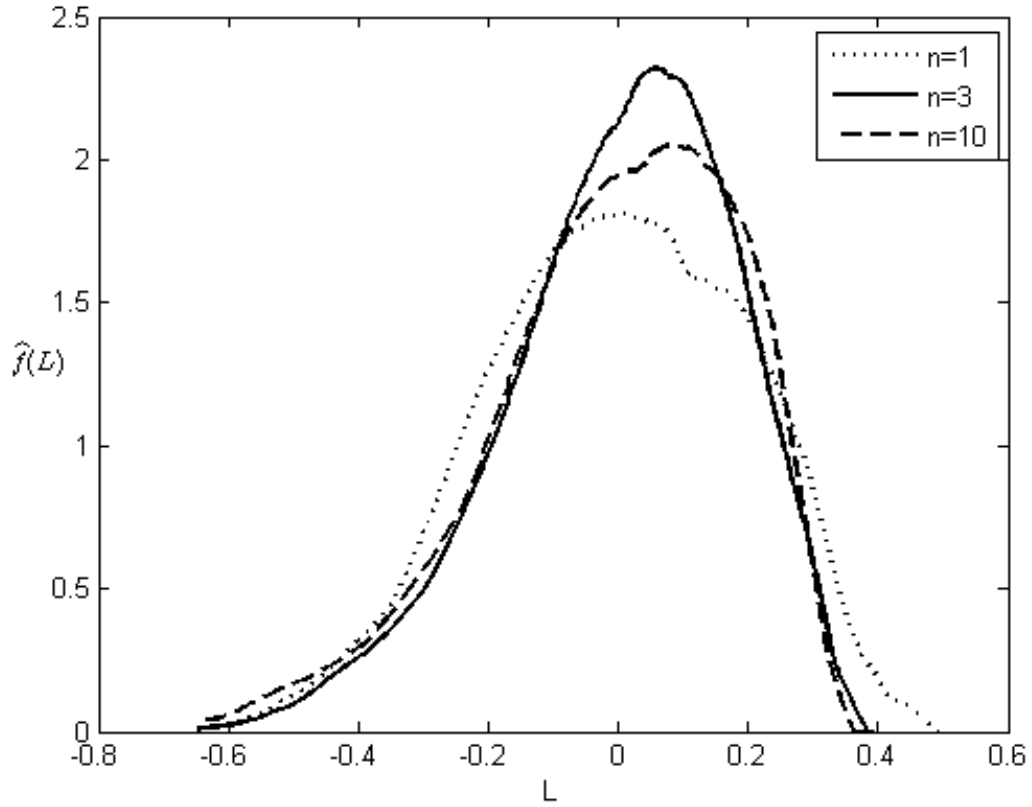


Obr. 4.7: Minimálna (čierna prerušovaná) a maximálna (šedá prerušovaná) strata pre pevnú hodnotu m v porovnaní so stratou pre $n = 3$ (Zdroj: Vlastné spracovanie).

vzorke výnosov z ostatných m rokov je tohtoročný výnos najlepšie odhadnutý priemerom výnosov za predchádzajúcich n_m^* rokov.

Pre ucelenie obrazu uvádzame aj najhoršie hodnoty, teda hodnoty maximalizačnej analógie k úlohe (4.20). Šedá prerušovaná krivka spája hodnoty maxima a šedé štvorce sú k nim prislúchajúce hodnoty n . Odhad hustoty rozdelenia stratového indexu podľa vzťahu (4.13) je osožné vykonať z dlhého časového radu. Keďže jeho dĺžka je ohraničená hodnotou m , upriamujeme našu pozornosť na pravú stranu obrázku 4.7. Pre $27 \leq m \leq 43$ je, až na jednu výnimku, výsledkom úlohy (4.20) hodnota $n = 3$, resp. $n = 4$. Naopak, najhoršie výsledky v tejto časti grafu dosahuje $n = 1$, teda relatívna strata oproti predchádzajúcemu roku. Pre ďalší výpočet si ako optimálnu hodnotu volíme $n = 3$, čiže relatívnu stratu oproti priemeru z predchádzajúcich troch rokov. Jej hodnoty sú na obrázku 4.7 spojené čiernou súvislou krivkou. Vidíme, že aj v rokoch, kedy krátkodobu neplatilo $n_m^* = 3$, bola hodnota straty blízka minimálnej hodnote.

Následne si pre odhad funkcie hustoty stratového indexu volíme časový rad $\{L_{3,t}\}_{1973}^{2015}$,



Obr. 4.8: Odhad hustoty rozdelenia relatívnej straty výnosu oproti priemernej strate pri priemeroch za predchádzajúcich n rokov (Zdroj: Vlastné spracovanie).

čo korešponduje s najväčšou prípustnou hodnotou $m \leq N - n$. V súlade so vzťahmi (4.13), (4.14) a (4.14) odhadujeme hustotu rozdelenia relatívnej straty $L_{3,t}$ prostredníctvom Epanečnikovovej jadrovej funkcie. Hodnotu vyhladzovacieho parametra h optimalizujeme na hodnotu 0,20239 výpočtom v prostredí Matlab prostredníctvom knižnice *Kernel Smoothing Toolbox* od Horovej, Koláčka a Zelinku ([23]). Odhad hustoty pre $n^* = 3$ je na obrázku 4.8.

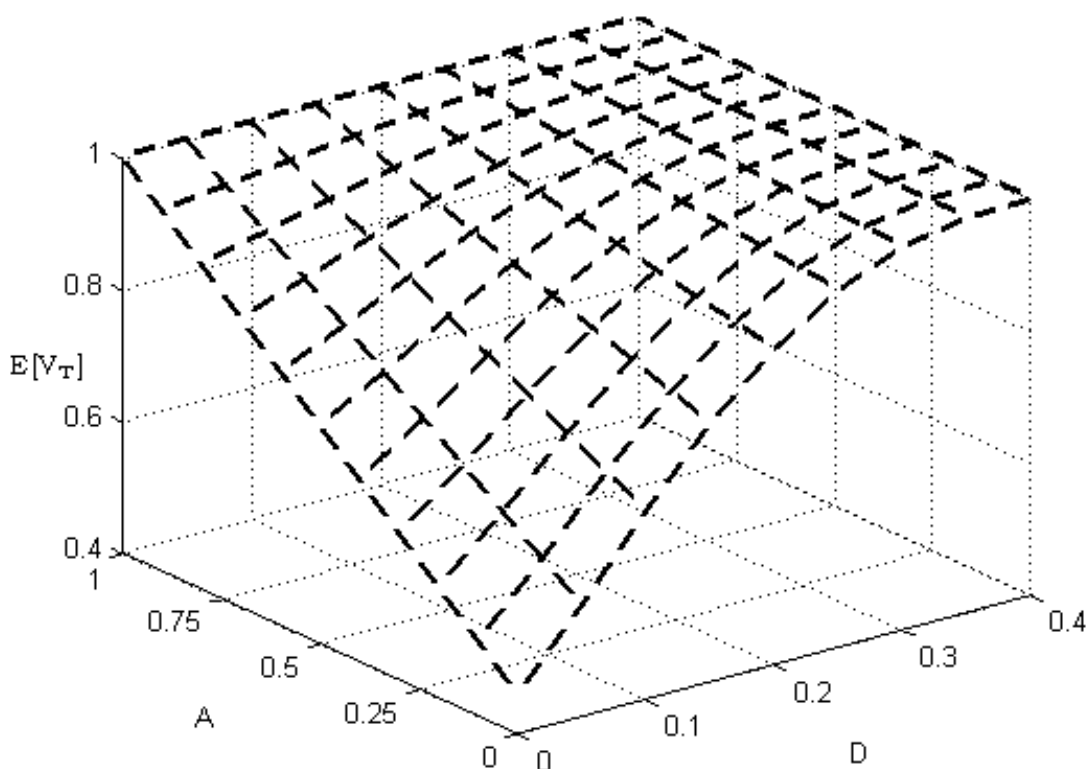
Pre ilustráciu zobrazujeme aj odhady hustoty pre $n = 1$ a $n = 10$. V súlade s

D	0 %	5 %	10 %	15 %	20 %	25 %	30 %	40 %
$P(L > D)$	0,5407	0,4314	0,3148	0,2084	0,1219	0,0587	0,0192	0,0000

Tabuľka 4.3: Pravdepodobnosť spustenia dlhopisu pre vybrané prahové hodnoty stratového indexu a vybrané dĺžky priemerovaných období (Zdroj: Vlastné spracovanie)

A	D					
	0 %	5 %	10 %	20 %	30 %	40 %
0,0	0,4593	0,5686	0,6852	0,8781	0,9808	1,0000
0,1	0,5134	0,6118	0,7167	0,8903	0,9827	1,0000
0,2	0,5675	0,6549	0,7482	0,9025	0,9847	1,0000
0,3	0,6215	0,6980	0,7797	0,9147	0,9866	1,0000
0,4	0,6756	0,7412	0,8111	0,9269	0,9885	1,0000
0,5	0,7297	0,7843	0,8426	0,9391	0,9904	1,0000
0,6	0,7837	0,8274	0,8741	0,9512	0,9923	1,0000
0,7	0,8378	0,8706	0,9056	0,9634	0,9942	1,0000
0,8	0,8919	0,9137	0,9370	0,9756	0,9962	1,0000
0,9	0,9459	0,9569	0,9685	0,9878	0,9981	1,0000
1,0	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000

Tabuľka 4.4: Cena dlhopisu pri vybraných hodnotách parametrov (Zdroj: Vlastné spracovanie).



Obr. 4.9: Očakávané výplaty katastrofického dlhopisu definovaného stratovým indexom $L_{3,t}$ pre vybrané prahové hodnoty (D) a koeficienty zníženia výplaty (A) (Zdroj: Vlastné spracovanie).

(4.20) je hustota pri ideálnej hodnote $n^* = 3$ koncentrovanejšia okolo nuly. Odhady pravdepodobnosti, že stratový index $L_{3,t}$ presiahne vybrané prahové hodnoty D uvádza tabuľka 4.3. Môžeme z nich povedať, že y_{2016} (národný hektárový výnos v roku 2016) bude s pravdepodobnosťou 54 % nižší, než je priemer výnosov za roky 2013 – 2015. Taktiež môžeme povedať, že na základe nášho odhadu hustoty je isté, že y_{2016} bude vyššie než 60 % priemeru za roky 2013 – 2015.

V tabuľke 4.4 sú uvedené očakávané výplaty katastrofického dlhopisu spúšťaného stratovým indexom $L_{3,t}$ podľa vzťahu (4.1) pre $F = 1$ a vybrané hodnoty A a D . Údaje z tabuľky sú graficky znázornené na obrázku 4.9. Pre $A = 1$ sa výplata dlhopisu pri spustení nemení. Vypláca vtedy stále svoju nominálnu hodnotu. To sa deje aj pri $D = 0,4$ z dôvodu nulovej pravdepodobnosti spustenia dlhopisu. So znižujúcim sa A stráca investor pri rovnakom D väčšiu časť F . So znižujúcim sa D sa zvyšuje pravdepodobnosť spustenia dlhopisu. Oba tieto aspekty majú znižujúci vplyv na očakávanú výplatu a

tým aj na predajnú cenu, ktorá je z očakávanej výplaty diskontovaná podľa vzťahu (4.2).

4.1.5 Zohľadnenie rôznorodosti pôdy

Doteraz sme uvažovali konštantnú kvalitu pôdy pri fluktuujúcich ostatných faktoroch (poveternostné podmienky, škodcovia). V tejto časti sa zameriame na rôznorodosť kvality pôdy, ktorá vplýva na úrodu pestovateľov. Lepšia pôda je pri rovnakých ostatných faktoroch predpokladom väčšej úrody. Vzhľadom na priestorovú previazanosť pestovateľov sú vplyvy ostatných faktorov na ich úrodu vzájomne korelované. Predpokladáme pritom, že táto korelácia prevyšuje priestorovú koreláciu kvality pôdy. Korelácia úrody dvoch pestovateľov v jednom roku je teda väčšia než korelácia kvality ich pôdy.

Uvažujme takých dvoch pestovateľov, ozn. i a j , z ktorých i má kvalitnejšiu pôdu. Pre ich očakávané hektárové výnosy v roku t platí nerovnosť

$$E[y_t^i] > E[y_t^j] . \quad (4.21)$$

Škodová udalosť definovaná vzťahom (4.8) je pre pestovateľa i menej pravdepodobná. Pri rovnakom zaplattenom poistnom má teda menšie očakávané škodové plnenie, čím dochádza k porušeniu predpokladu o výške poistného úmernej riziku, ktorému sú jednotliví poistenci vystavení.

Tento jav môže vyústiť do zníženia záujmu o poistenie zo strany pestovateľov s kvalitnejšou pôdou. To môže mať na poisťovateľa dva základné dôsledky. Prvým je zvýšenie medziročných výkyvov agregovaného škodového plnenia z dôvodu menšieho počtu poistencov. Druhým dôsledkom je zvýšenie straty z prenosu rizika, definovanej vzťahom (4.3). Tú môže poisťovateľ eliminovať zvýšením poistného, čo však môže vyústiť do opätovného zníženia záujmu o poistenie.

Túto nedokonalosť navrhujeme riešiť klasifikáciou pestovateľov podľa kvality ich pôdy. Poisťovateľovi tým umožníme ponúkať pestovateľom poistné krytie za takú výšku poistného, ktorá lepšie reflektuje ich expozíciu riziku. Uvažujeme q tried pôdy, pričom pre ich koeficienty $k_i \in (0;)$ platí zostupné usporiadanie

$$k_1 > k_2 > \dots > k_q . \quad (4.22)$$

Pôda každého pestovateľa patrí práve do jednej z tried. Analogicky ku vzťahu (4.5),

označíme ${}_k y_t$ národný hektárový výnos v roku t na pôde triedy $k = 1, 2, \dots, q$. Je váženým priemerom výnosov všetkých pestovateľov na pôde triedy k v roku t . Ďalej, priemer národných hektárových výnosov na pôde triedy k za n rokov predchádzajúcich roku t označujeme ${}_k \bar{y}_{n,t}$. Analogicky ku vzťahom (4.7) a (4.8) je škodová udalosť i -teho pestovateľa v roku t definovaná prostredníctvom relatívnej straty jeho tohtoročného výnosu oproti n -ročnému priemeru:

$${}_k^i L_{n,t} = \frac{{}_k \bar{y}_{n,t} - {}^i y_t}{{}_k \bar{y}_{n,t}} , \quad (4.23)$$

Škodová udalosť u neho nastane, ak ${}_k^i L_{n,t} > D$, kde D je prahová hodnota. Analogicky ku vzťahu (4.8), pestovateľ má nárok na škodové plnenie, ak

$${}_k^i y_t < (1 - D) {}_k \bar{y}_{n,t} . \quad (4.24)$$

Aj tu platí, že agregované škodové plnenie je funkciou výnosov jednotlivých pestovateľov. Taktiež tu platí, že poisťovateľ je vystavený systémovému riziku z dôvodu vzájomnej závislosti výnosov pestovateľov. Od predpokladu rovnakého rozdelenia výnosov všetkých pestovateľov sme upustili na základe úvah z úvodu tejto časti. Namiesto toho predpokladáme rovnaké rozdelenie výnosov pestovateľov v rámci pôdných tried. Z toho dôvodu uvažujeme agregované škodové plnenie poisťovateľa ako súčet agregovaných plnení v triedach:

$$X = {}_1 X + {}_2 X + \dots + {}_q X . \quad (4.25)$$

Kvôli vzájomnej závislosti výnosov pestovateľov je poisťovateľ vystavený riziku súčasného uskutočnenia škodovej udalosti a tým vysokého škodového plnenia. Tak ako v tretej časti, navrhujeme toto riziko eliminovať prostredníctvom katastrofického dlhopisu. Vzhľadom na zmenu predpokladu o rovnakom rozdelení výnosov poistencov, tentokrát navrhujeme kryť riziko katastroficky veľkého škodového plnenia osobitne pre každú pôdnu triedu. Poisťovateľ teda emituje q jednoročných bezkupónových dlhopisov s výplatom podľa (3.2), ktorých spúšťače budú definované relatívnou stratou národného hektárového výnosu na pôdnej triede oproti jeho n -ročnému priemeru. Stratový index dlhopisu kryjúceho riziko vysokého agregovaného škodového plnenia na pôdnej triede k je teda definovaný vzťahom

$${}_k L_{n,t} = \frac{{}_k \bar{y}_{n,t} - {}_k y_t}{{}_k \bar{y}_{n,t}} \quad (4.26)$$

a je spustený, keď

$${}_kL_{n,t} > D, \quad (4.27)$$

čo je ekvivalentné s

$${}_ky_t < (1 - D){}_k\bar{y}_t. \quad (4.28)$$

Zo vzťahov (4.1) a (4.27) dostávame očakávanú výplatu dlhopisu

$$E[{}_kV_T] = \left[F \cdot P({}_kL_{n,T} \leq D) + A \cdot F \cdot P({}_kL_{n,T} > D) \right]. \quad (4.29)$$

Zo vzťahov (4.24) a (4.29) vyplýva korelácia medzi agregovaným škodovým plnením v k -tej triede ${}_kX$ a výplatou katastrofického dlhopisu ${}_kV_T$ pre pôdnu triedu k . Zo vzťahov (4.25) a $E[V_T] = \sum_{k=1}^q E[{}_kV_T]$ potom vyplýva korelácia medzi celkovým agregovaným škodovým plnením X a agregovanou výplatou všetkých dlhopisov V_T .

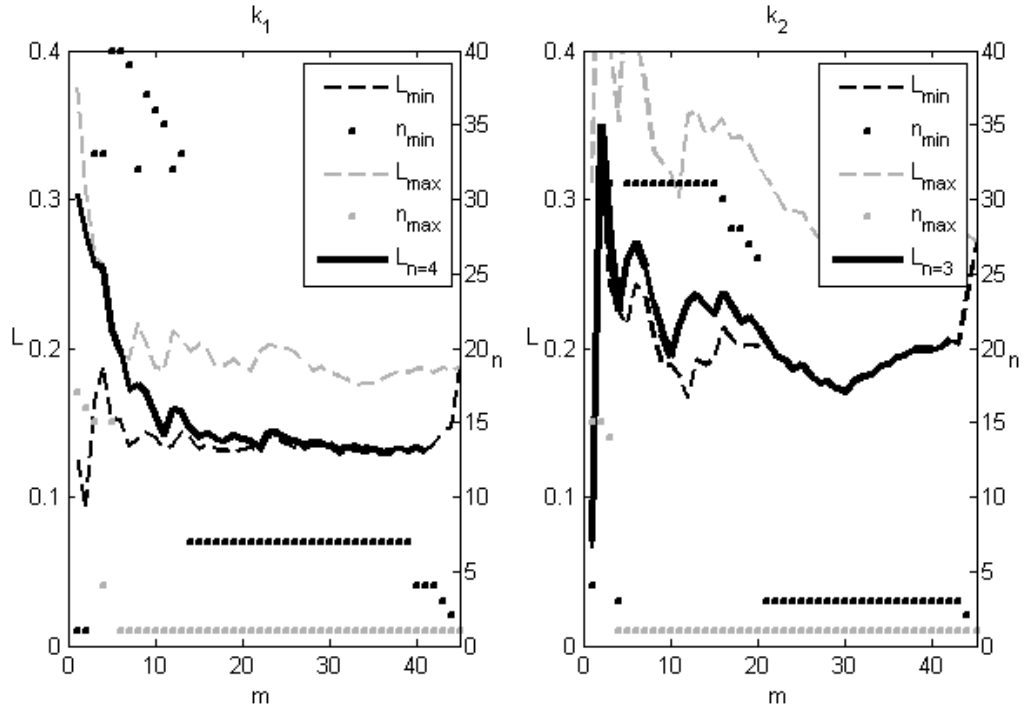
Tak ako v tretej časti pri sekuritizácii jedným dlhopisom, aj pri sekuritizácii q dlhopismi navrhujeme pre stanovenie predajných cien ${}_1V_0, {}_2V_0, \dots, {}_qV_0$ použiť jadrový odhad hustoty rozdelenia stratových indexov ${}_1L_{n,t}, {}_2L_{n,t}, \dots, {}_qL_{n,t}$. Z historických údajov o národnom hektárovom výnose pre jednotlivé pôdne triedy dostaneme takýmto spôsobom odhady pravdepodobnosti spustenia dlhopisov v tomto roku, čiže $P({}_kL_{n,T} > D)$. Tie následne použijeme pre výpočet očakávaných výplat dlhopisov podľa vzťahu (26) a diskontovaním podľa vzťahu (4.2) dostaneme predajné ceny³.

Pre ukážku sekuritizácie kategorizovanej úrody podľa vymedzenej metodiky uvažujeme dve pôdne triedy, k_1 a k_2 korešpondujúce s parametrami bonitovaných pôdno – ekologických jednotiek (BPEJ) podľa Stredánskej a Budaya ([40]). Keďže údaje o priemerných výnosoch v pôdnych triedach za minulé roky, rovnako ako plošné proporcie tried, nie sú k dispozícii, ukážeme použitie uvedenej metodiky na údajoch ${}_ky_t$ vygenerovaných z $\{y_t\}_{1970}^{2015}$ pre pšenicu z predchádzajúceho príkladu.

Uvažujeme také bonitné triedy, že výnos druhej triedy dosahuje úroveň 80 % výnosu prvej triedy. Platí teda

$$0,8 \cdot {}_{k_1}\bar{y} = {}_{k_2}\bar{y}.$$

³Vzhľadom na to, že dlhopisy sú určené rovnakému spektru investorov a sú vydané tým istým poisťovateľom, uvažujeme pre všetky totožnú očakávanú výnosnosť δ .



Obr. 4.10: Minimálna (čierna prerušovaná) a maximálna (šedá prerušovaná) strata pre pevnú hodnotu m v porovnaní so stratou pre $n = 3$, resp. $n = 4$ (čierna súvislá), pri dvoch pôdnych triedach (Zdroj: Vlastné spracovanie).

Pomer plôch jednej a druhej triedy považujeme za pevný v priebehu sledovaného obdobia, konkrétne $(k_1 w ; k_2 w) = (0, 7 ; 0, 3)$. Aby sme pri zachovaní rovností

$$k_1 w \cdot k_1 \bar{y} + k_2 w \cdot k_2 \bar{y} = y_t, \quad \forall t$$

simulovali medziročné výkyvy, pripočítavame k výrazu $k_1 w \cdot k_1 \bar{y}$ náhodné číslo z rozdelenia $N(0 ; 0, 05)$. To isté číslo zároveň odpočítavame od výrazu $k_2 w \cdot k_2 \bar{y}$. Veľkosť štandardnej odchýlky generátora sme zvolili tak, aby štandardné odchýlky vygenerovaných radov $\{k_1 y_t\}_{1970}^{2015}$ a $\{k_2 y_t\}_{1970}^{2015}$ korešpondovali s odchýlkou pôvodného radu $\{y_t\}_{1970}^{2015}$, z ktorého boli vygenerované.

Následný postup pri oceňovaní katastrofického dlhopisu kryjúceho katastrofické riziko vyplývajúce z poistenia úrody na príslušnej pôdnej triede je analogický k postupu z predchádzajúceho príkladu. Na obrázku 4.10 sú zobrazené riešenia minimalizačnej úlohy (4.20) pre každú z bonitných tried. Zatiaľ čo v prípade k_2 nadobúda n_m^* podobné hodnoty ako v predchádzajúcom príklade, pre k_1 to neplatí. Pre výnosy na pôde prvej triedy je pre $27 \leq m \leq 43$ najlepším odhadom budúceho výnosu jeho priemer za

D	0 %	5 %	10 %	15 %	20 %	25 %	30 %	40 %
$P(k_1 L > D)$	0,5248	0,4219	0,3207	0,2245	0,1389	0,0701	0,0254	0,0000
$P(k_2 L > D)$	0,5256	0,4613	0,3894	0,3135	0,2428	0,1720	0,1148	0,0346

Tabuľka 4.5: Pravdepodobnosť spustenia dlhopisov pôdnych tried k_1 a k_2 pre vybrané prahové hodnoty stratového indexu a vybrané dĺžky priemerovaných období (Zdroj: Vlastné spracovanie)

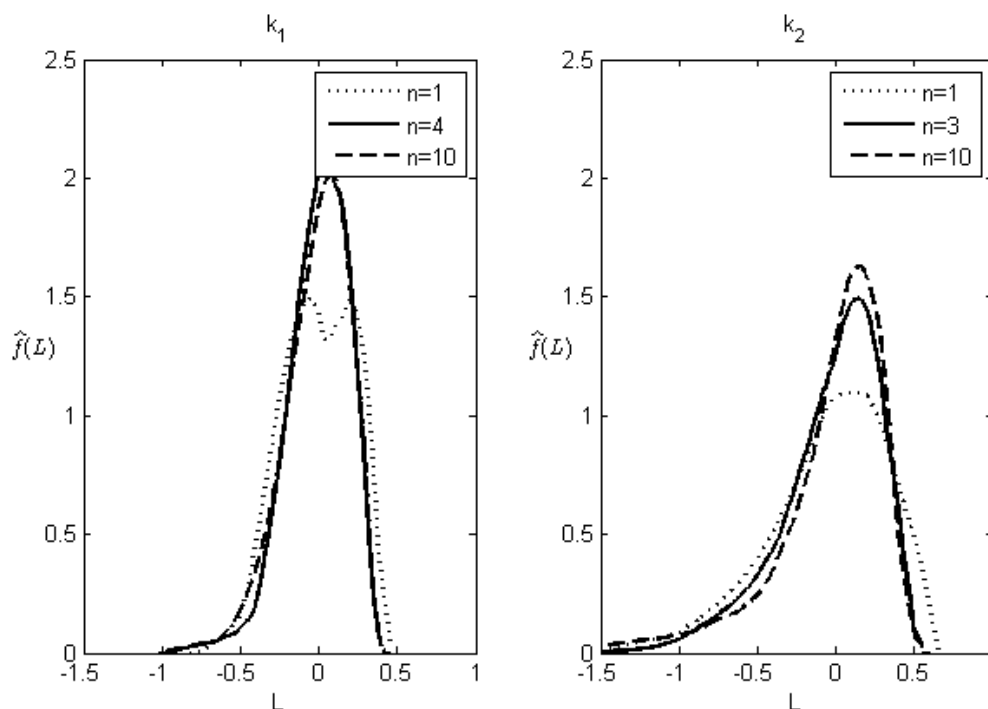
predchádzajúcich sedem rokov.

Popri minimálnych a maximálnych hodnotách uvádzame v grafoch na obrázku 4.10 aj hodnoty $n = 4$, resp. $n = 3$, ktoré korešpondujú s ideálnymi hodnotami pre plné využitie dĺžky časového radu. V oboch prípadoch je strata pri ideálnej hodnote blízka minimálnej strate aj pre menšie hodnoty m .

Na obrázku 4.11 sú grafy odhadu hustôt stratových indexov $_{k_1}L_{n,t}$ a $_{k_2}L_{n,t}$ pre ideálne hodnoty n (plné krivky) a taktiež pre vybrané ďalšie hodnoty (prerušované krivky). Hodnoty vyhladzovacieho parametra h optimalizované v prostredí Matlab prostredníctvom knižnice *Kernel Smoothing Toolbox* od Horovej, Koláčka a Zelinku ([23]) sú 0,22073 a 0,35158. Tak ako na obrázku 4.8, aj tu môžeme pri ideálnom prípade pozorovať najväčšiu koncentráciu stratového indexu okolo nuly. Pravdepodobnosti spustenia dlhopisov vyplývajúce z odhadov hustoty sú uvedené v tabuľke 4.5 a z nich vyplývajúca očakávaná výplata oboch dlhopisov je pre rôzne hodnoty parametrov A a D vizualizovaná na obrázku 4.12. Druhý dlhopis, na rozdiel od prvého aj od dlhopisu z predchádzajúceho príkladu, je spustený ešte aj pri hodnote $D = 0,4$. Pre $D = 0$ sú očakávané výplaty oboch dlhopisov takmer totožné, kvôli podobnej pravdepodobnosti prekonania tejto prahovej hodnoty pre oba stratové indexy. Okrem $A = 1$, kedy nie je spustený ani jeden z nich, má vo všetkých prípadoch nižšiu očakávanú výplatu než prvý dlhopis. Pri zhodnej očakávanej výnosnosti to znamená nižšiu predajnú cenu.

4.2 Vrstvenie rizika

Poistovateľ čelí riziku, že bude musieť v priebehu krátkého časového intervalu vyplatiť veľké škodové plnenie. Toto riziko pramení z vzájomnej korelácie rizika z jednotlivých

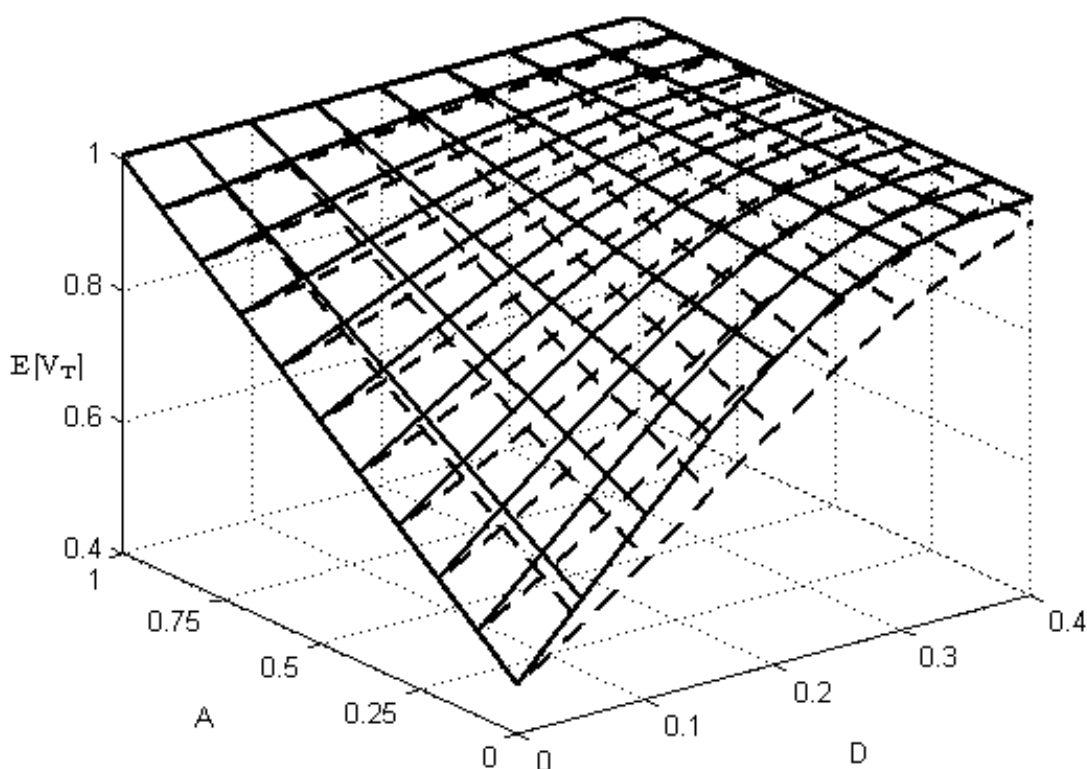


Obr. 4.11: Odhad hustoty rozdelenia relatívnej straty výnosu pôdnych tried k_1 a k_2 oproti priemernej strate pri priemeroch za predchádzajúcich n rokov (Zdroj: Vlastné spracovanie).

poistných zmlúv. V ideálnom prípade je strata poistenca nezávislá na stratách ostatných poistencov. Straty poistencov pritom pochádzajú z rovnakého pravdepodobnostného rozdelenia.

V praxi tieto predpoklady nie sú splnené. Zatiaľ čo rozdelenia straty jednotlivých poistencov sú často dostatočne podobné na to, aby sa táto premisa dala považovať za splnenú, nezávislosť jednotlivých strát sa dosahuje oveľa zložitejšie. Dôvodom je predovšetkým ich priestorová previazanosť. Straty jednotlivých poistencov sú závislé na udalostiach odohrávajúcich sa v okolí objektov ich poistných zmlúv. Subjekty poistných zmlúv jedného poistovateľa sú štandardne od seba nedostatočne vzdialené, čím vzniká prienik medzi udalosťami, ktoré na nich vplývajú a teda aj vzájomná korelácia strát.

Riziko spojené s pravdepodobnostným rozdelením straty poistovateľa je v tomto prípade nediverzifikovateľné. Pri zhode okolností sa môže stať insolventným. V záujme zníženia rizika nastania tohto scenáru má poistovateľ záujem o prenesenie časti svojho rizika na ďalší subjekt. Tradičným produktom tohto konceptu je zaistenie, t. j. sekun-



Obr. 4.12: Očakávané výplaty katastrofického dlhopisov pre sekuritizáciu úrody na pôdnych triedach k_1 (plná čiara) a k_2 (prerušovaná čiara) pri vybraných prahových hodnotách (D) a koeficienty zníženia výplaty (A) rokov (Zdroj: Vlastné spracovanie).

dárne poistenie. Zaisťovateľ, ktorý preberá časť rizika od poisťovateľa, zvyčajne pôsobí na väčšom území než poisťovateľ. Preto je schopný diverzifikovať aj riziko, ktoré je pre poisťovateľa nediverzifikovateľné. Kompenzuje ho totiž rizikom, ktoré na neho preniesli iní poisťovatelia, pričom straty v ideálnom prípade nie sú korelované. Prax ani v tomto prípade nespĺňa teoretický predpoklad, čo má v niektorých prípadoch za následok nezaistiteľnosť rizika. Aby poisťovateľ udržal riziko insolventnosti v prijateľnej medzi, môže časť rizika prebraného od poistencov sekuritizovať, čiže ho preniesť na kapitálový trh prostredníctvom cenných papierov, ktorých výplata je korelovaná so stratou poisťovateľa.

V dizertačnej práci sa zameriavame na porovnanie potenciálu zaistenia a sekuritizácie prenášať časť poisťovateľovho rizika na ďalší subjekt. Riešením problému konvexnej optimalizácie je stanovená časť poisťovateľovho rizika určená na prenos na ďalší subjekt tak, aby bola strata poisťovateľa minimálna. V modeloch je využitá miera rizika

vo forme CVaR. Použitie modelu je ukázané na prípade katastrofického dlhopisu.

4.2.1 Formulácia problému

Nech celková strata poisťovateľa za príslušné obdobie je definovaná náhodnou premennou X . Poisťovateľ časť rizika vyplývajúceho z pravdepodobnostného rozdelenia straty prenáša na ďalší subjekt. Funkcie určujúce podiel nositeľov rizika na celkovej strate označíme $r(X)$ a $c(X)$, pričom prvá funkcia definuje podiel poisťovateľa na krytí vlastnej straty a druhá funkcia definuje podiel straty subjektu, ktorý prevzal časť poisťovateľovho rizika. Pre tieto funkcie platia ohraničenia (3.5) a (3.6).

Použijeme tu metodológiu, ktorú autor tejto dizertačnej práce publikoval v [27]. Subjekt preberajúci riziko od poisťovateľa požaduje za túto službu poplatok vo výške $\Pi[c(X)] > 0$. Stratu poisťovateľa po prenesení $c(X)$ na iný subjekt popisuje funkcia $T_c(X)$, ktorá je definovaná ako

$$T_c(X) = r(X) + \Pi[c(X)] . \quad (4.30)$$

Strata poisťovateľa teda pozostáva z ponechaného podielu na vlastnej strate a poplatku za pozbavenie sa zvyšku vlastnej straty. Poisťovateľ má záujem definovať $c(X)$ tak, aby bola jeho strata $T_c(X)$ čo najmenšia. Zároveň má obmedzený rozpočet na poplatok za prenos rizika. Nech je veľkosť straty kvantifikovaná rizikovou mierou ρ a poplatok za prenos rizika je ohraničený hodnotou π . Vychádzajúc zo vzťahov (3.5), (3.6) a (4.30), môžeme snahu poisťovateľa definovať minimalizačnou úlohou

$$\left\{ \begin{array}{l} \min_{c(X)} \quad \rho\{X - c(X) + \Pi[c(X)]\} ; \\ 0 \leq c(X) \leq X ; \\ 0 \leq \Pi[c(X)] \leq \pi . \end{array} \right. \quad (4.31)$$

4.2.2 Zaistenie

Uvažujme situáciu, že poisťovateľ rozdeľuje svoju budúcu stratu medzi seba a zaistovateľa, čiže subjekt poistného trhu preberajúci časť poisťovateľovho rizika. Extrémnym prípadom takéhoto zdieľania straty je absolútny podiel poisťovateľa, resp. absolútny

podiel zaistovateľa. Prostredníctvom vzťahu (3.5) sú tieto extrémny vyjadrené ako

$$\begin{aligned} r(X) &= X ; \\ c(X) &= 0 ; \end{aligned} \tag{4.32}$$

pre absolútny podiel poisťovateľa a

$$\begin{aligned} r(X) &= 0 ; \\ c(X) &= X ; \end{aligned} \tag{4.33}$$

pre absolútny podiel zaistovateľa. Všeobecnejším prípadom je delenie straty po vrstvách, ktorému je venovaná tretia časť tretej kapitoly. Poisťovateľ kryje svoju stratu do výšky $s \in \langle 0; X \rangle$. Zaistovateľ kryje stratu $\max(X - s, 0)$, čiže stratu prevyšujúcu výšku s . Túto skutočnosť môžeme zapísať vzťahmi

$$r(X) = \begin{cases} X, & \text{pre } X \leq s ; \\ s, & \text{pre } X > s ; \end{cases} \tag{4.34}$$

resp.

$$c(X) = \begin{cases} 0, & \text{pre } X \leq s ; \\ X - s, & \text{pre } X > s ; \end{cases} \tag{4.35}$$

Vzťahy (4.34) a (4.35) spĺňajú rovnosť (3.6). Vzťah (4.32) je špecifickým prípadom vzťahu (4.34) pre $s = X$, zatiaľ čo vzťah (4.33) je špecifickým prípadom vzťahu (4.35) pre $s = 0$.

Poisťovateľ sa v rámci riešenia elementárneho prípadu úlohy (4.31) rozhoduje o veľkosti parametra s , čiže o maximálnej výške škody, ktorú bude kryť. Pri známej hustote rozdelenia svojej straty a pri pevnom ohraňení poisťného hľadá takú hodnotu s , aby $CVaR$ jeho straty po prenose časti rizika na zaistovateľa bola minimálna.

4.2.3 Sekuritizácia

V tejto časti uvažujeme situáciu, že poisťovateľ prenáša časť svojho rizika na subjekt kapitálového trhu, teda na investora kupujúceho jeho cenné papiere. Poisťovateľ pri predaji cenných papierov dostane od investora vyplatenú nákupnú cenu cenného papiera, čím sa zaviazne k jeho výplate hodnoty na konci poisťného obdobia. Aby táto

operácia naplňala účel kompenzácie straty poisťovateľa, musí byť výplata cenného papiera korelovaná so stratou poisťovateľa: vysokú stratu vyváži nízka výplata a naopak. Nech nominálna hodnota cenného papiera je F a nech jeho výplata V je závislá od straty poisťovateľa, ozn. $V(X)$. Riziko prenesené z poisťovateľa na investora je

$$c(X) = F - V(X) . \quad (4.36)$$

Nech r je bezriziková úroková miera a $E[V(X)]$ je stredná hodnota výplaty cenného papiera, ktorým je nositeľom poistného rizika. Analógiou k zaistnému, ktoré platí poisťovateľ ako poplatok za prenos rizika, je vzťah

$$\Pi[c(X)] = F - V_0 . \quad (4.37)$$

Teda poplatkom za prenos rizika je rozdiel medzi predajnou cenou a výplatou cenného papiera. Keď si predajnú cenu vyjadríme ako diskontované očakávanie výplaty

$$V_0 = \frac{E[V(X)]}{1+r} , \quad (4.38)$$

môžeme celkovú stratu poisťovateľa po prenesení $c(X)$ na investora vyjadriť prostredníctvom (4.30) nasledovne:

$$T_c(X) = X + V(X) - \frac{E[V(X)]}{1+r} , \quad (4.39)$$

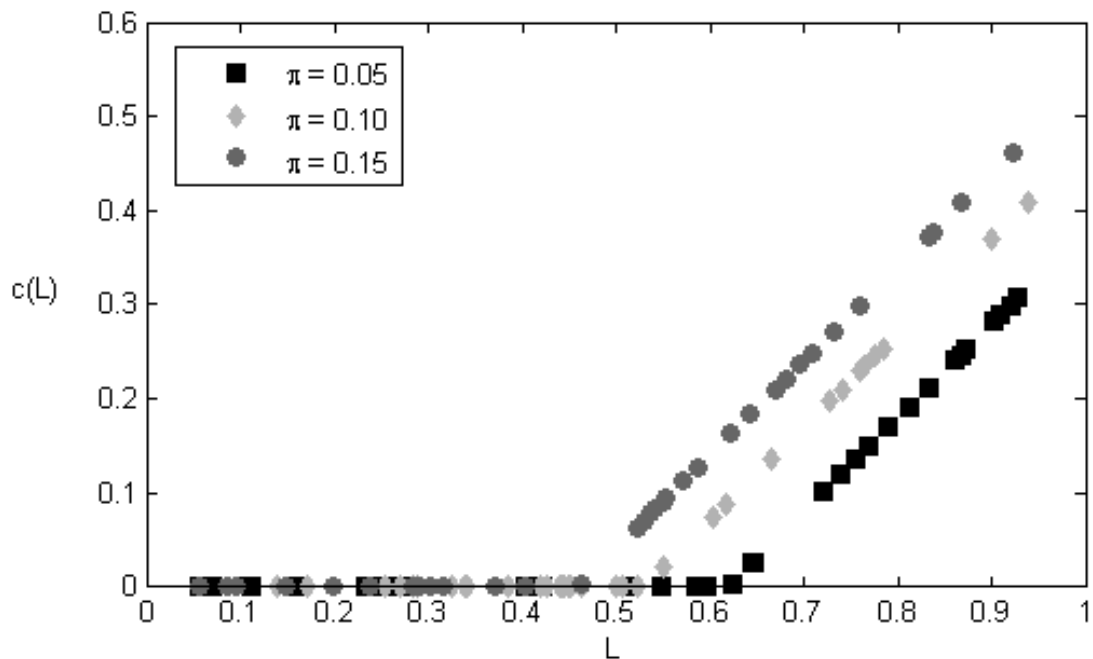
kde Uvažujeme cenný papier vo forme ročného bezkupónového katastrofického dlhopisu. Jeho výplatná funkcia je závislá na strate poisťovateľa nasledovným spôsobom

$$V(X) = \begin{cases} F & \text{pre } X \leq s ; \\ A(X) \cdot F & \text{pre } X > s ; \end{cases} \quad (4.40)$$

kde $A(X)$ je klesajúca funkcia, ktorá znižuje výplatu dlhopisu v prípade nastania katastrofickej udalosti definovanej vzťahom $X > s$.

4.2.4 Riešená úloha

Pre ilustráciu uvedenej problematiky uvádzame numerické riešenie minimalizačnej zaistovacej úlohy s použitím údajov kanadského zaistovateľa poľnohospodárskej úrody. Pracujeme s údajmi o pomere agregovaného škodového plnenia a agregovaného poistného krytia za 35 rokov. Tento údaj, nazývaný LCR (*angl. loss cost ratio*), je stratovým



Obr. 4.13: Grafické znázornenie riešenia minimalizačnej úlohy (4.42) pre $k_1 = 1,18$ (Zdroj: Vlasté spracovanie).

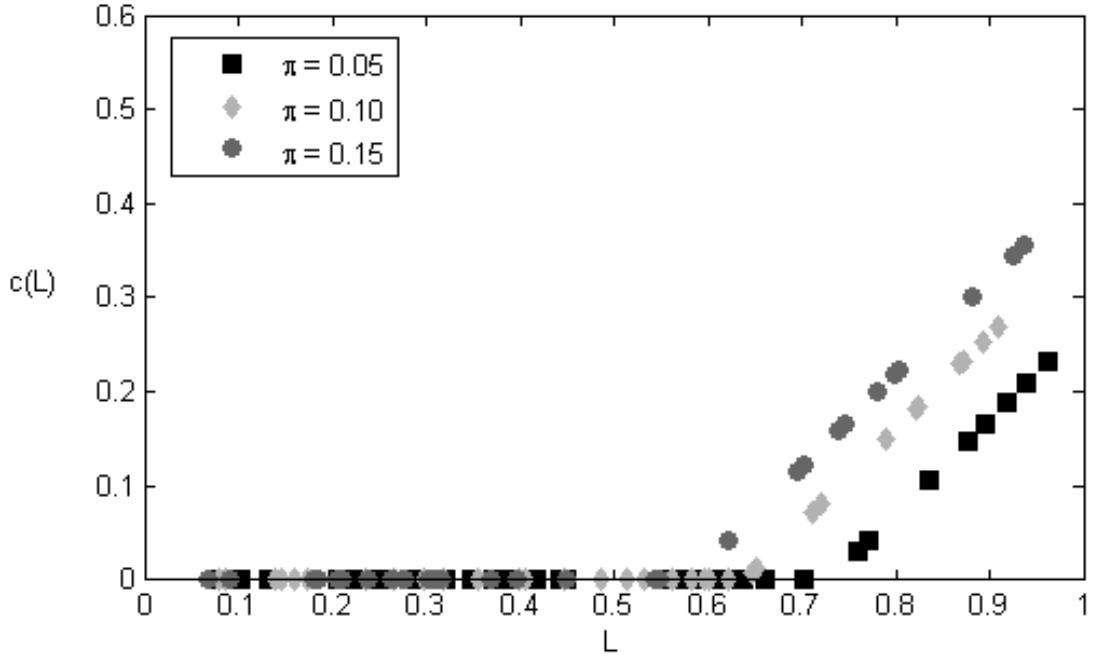
indexom, ozn. L_t používaným pre kvantifikáciu straty poisťovateľa pre zaistné účely. Naším zámerom je pre tento prípad zanalyzovať opodstatnenosť sekuritizácie ako alternatívy k zaisteniu.

Startový index nadobúda hodnoty nadobudúda hodnoty $X \in \langle 0; 1 \rangle$. Uvažujeme poplatok za prenesenie rizika daný predpisom dané predpisom

$$\Pi[c(X)] = k \cdot E[c(X)] , \quad (4.41)$$

kde $c(X)$ je strata, ktorej riziko je prenášané. Poplatok za prenos je teda lineárnou funkciou strednej hodnoty prenesenej straty. Úlohu riešime pre tri rozpočtové ohraničenia:

- $\pi_1 = 0,05$,
- $\pi_2 = 0,10$,
- $\pi_3 = 0,15$,



Obr. 4.14: Grafické znázornenie riešenia minimalizačnej úlohy (4.42) pre $k_2 = 1,25$ (Zdroj: Vlastné spracovanie).

Ktoré môžeme interpretovať ako čiastku z celkového poistného krytia, ktorú je poisťovateľ ochotný použiť na prenos rizika. Parameter k uvažujeme v dvoch úrovniach:

- $k_1 = 1,18$,
- $k_2 = 1,25$.

Na hladine významnosti $\alpha = 0,05$ má minimalizačná úloha (4.31) tvar

$$\begin{cases} \min_{c(X)} & \widehat{CVaR}_{0,05}\{X - c(X) + k_i \cdot E[c(X)]\} ; \\ & 0 \leq \widehat{c(X)} \leq X ; \\ & 0 \leq E[\widehat{c(X)}] \leq \pi_i, i \in \{1; 2; 3\} \end{cases} \quad (4.42)$$

kde $\widehat{c(X)}$ je odhad hustoty funkcie $c(X)$ a $\widehat{CVaR}_{0,05}\{X - c(X) + k \cdot E[c(X)]\}$ je miera CVaR pre príslušnú funkciu a hladinu významnosti. Weng v [45] dokázal, že úloha (4.42) je v prípade konečného časového radu tvoreného údajmi o stratách v

jednotlivých rokoch klasifikovaná ako úloha nelineárneho programovania s kužeľovitým ohraničením druhého rádu (angl. second order cone programming). Riešili sme ju vo výpočtovom prostredí Matlab prostredníctvom knižnice CVX od Granta a Boyda [20].

Na obrázku 4.13 je graf riešení minimalizačnej úlohy (4.42) pre k_1 . Jednotlivé body reprezentujú odhady funkcie $c(X)$. Pre ohraničenie π_1 je celková strata poisťovateľa minimalizovaná pre $s = 0,62$. Pre ohraničenie π_2 je ideálna voľba $s = 0,53$. Pre ohraničenie π_3 je ideálna voľba $s = 0,46$.

Riešenie úlohy (4.42) pre k_2 je na obrázku 4.14. Pre ohraničenie π_1 je celková strata poisťovateľa minimalizovaná pre $s = 0,73$. Pre ohraničenie π_2 je ideálna voľba $s = 0,64$. Pre ohraničenie π_3 je ideálna voľba $s = 0,58$.

Kapitola 5

Diskusia

Stanovenie vhodnej metódy pre určenie kritérií katastrofického charakteru aktuálneho vývoja strát poisťovateľa je ťažiskom konštrukcie sekuritizačných nástrojov. Tento proces sa opiera o vhodnú voľbu spúšťacej veličiny, ktorá splní potreby oboch strán sekuritizačnej transakcie. Sú ňou sponzorova potreba eliminácie špecifických vrstiev rizika a investorova potreba diverzifikácie portfólia pri udržaní očakávanej výnosnosti vzhľadom na podstupované riziko.

Pri oceňovaní modeli katastrofického dlhopisu určeného na prenos rizika nízkej poľnohospodárskej úrody sme pestovateľovu katastrofu stanovili jeho nízkym hektárovým výnosom v aktuálnom roku v porovnaní s priemerom národných hektárových výnosov za predchádzajúcich niekoľko rokov. Tento prístup eliminuje základné riziko, čiže hrozbu straty katastrofických rozmerov, ktorú by nereflektovalo spustenie dlhopisu. Zmluvné podmienky sekuritizačného nástroja by vtedy situáciu nevyhodnotili ako katastrofickú napriek tomu, že by pre pestovateľa takou bola.

Potenciálny investor by nami navrhovanú definíciu spúšťača katastrofického dlhopisu nemusel nepovažovať za významne atraktívnu. K tomuto záveru by ho mohla viesť obava zo zneužitia informačnej asymetrie naklonenej v prospech sponzora. Spúšťač založený na údajoch národného hektárového výnosu totiž môže tvoriť morálne riziko. Sponzorovi poskytuje priestor pre nekalé praktiky pri vyhodnocovaní a deklarovaní aktuálnych hodnôt stratového indexu. Investor môže mať obavu z manipulácie výsledkov, kedy by sa sponzor snažil aj objektívne nekatastrofické okolnosti prehlásiť za katastrofické, aby profitoval zo spustenia dlhopisu a následného zníženia finančných tokov smerom k investorovi.

Investorovu motiváciu k podstúpeniu takéhoto rizika je možné navýšiť atraktívnou očakávanou výnosnosťou sekuritizačného produktu, ktorá je vhodnou kompenzáciou najmä pre burzových špekulantov. Iným spôsobom priblíženia požiadaviek protistrán je transparentnejšie vyhodnocovanie stratového indexu. Tento cieľ sa dosahuje angažovaním medzičlánku vo forme renomovanej nezávislej inštitúcie, ktorá spúšťač vyhodnocuje etablovaným indexom. Inšpiráciou v tomto smere môžu byť vládou podporované poisťné schémy pre poľnohospodárov v severoamerických krajinách.

Pre poistenie úrody zohľadňujúce kvalitu pôdy prostredníctvom nami navrhovanej metodiky je nevyhnutné poznať historické záznamy o úrode pre jednotlivé pôdne triedy. Takéto záznamy nájdu využitie aj v iných oblastiach agroekonómie, od dotačných schém pre poľnohospodárov až po oceňovanie pôdy pri jej vykupovaní v štátnom záujme, napríklad pri stavbe ciest a vodných nádrží. Vzhľadom na nemožnosť dopočítať parciálne výnosy spätne, si aplikácia tohoto modelu vyžaduje niekoľko rokov čakania na existenciu časových radov vhodnej dĺžky pre spracovanie štatistickými metódami.

Model optimálneho vrstvenia rizika je úvodom do modelovania v tejto aktuárskej oblasti. Je to nástroj na vyhodnotenie optimálnej miery prenosu rizika na ďalší subjekt. Prostredníctvom uvedených vzťahov sa dá použiť na porovnanie opodstatnenosti sekuritizácie a zaistenia pri zvolených parametroch. V tejto podobe to nie je pokročilý nástroj, ale skôr námet na ďalší výskum prepojenia medzi tradičným a alternatívnym prenosom rizika.

Rastúca interakcia medzi poisťným a kapitálovým trhom postupne mení vzájomné postavenie sekuritizácie a zaistenia. Z pôvodnej predstavy o vzájomnej substitúcii sa vývoj uberať smerom ku komplementarite. Barrieu a Albertini v [11] uvádzajú, že súčasná miera vzájomného prepojenia kapitálového a poisťného trhu je medzistupňom postupného prerodu vzťahu medzi týmito dvoma trhmi - od pôvodnej formálnej nezávislosti k ich praktickému splynutiu o niekoľko dekád.

Záver

Cieľom dizertačnej práce bolo formalizovať procesu transferu rizika poistného trhu na kapitálový trh a zdôvodniť jeho opodstatnenie a využitie v poistení netradičných foriem rizika.

Prvá kapitola popisuje štruktúru zdieľania a prenosu poistencovho rizika na niekoľko subjektov poistného trhu tak, aby nebola prekročená poistná kapacita ani jedného z týchto subjektov. Ako je uvedené, tento prístup nie je dostatočný pre krytie škôd katastrofických rozmerov, čo spôsobuje nepoistiteľnosť niektorých rizík vo vybraných oblastiach. Kvôli záujmu o krytie týchto rizík zo strany potenciálnych poistencov však poisťovatelia pristupujú k alternatívnym možnostiam prenosu rizika.

S postupujúcim výskumom a narastajúcimi praktickými skúsenosťami sa ART realizuje využitím stále sofistikovanejších nástrojov. Počiatočne používané katastrofické opcie sa ukázali byť nevýhodné v porovnaní s katastrofickými dlhopismi, ktoré boli na trh uvedené neskôr. S dlhodobějšími údajmi o výnosnosti sú ILS atraktívne aj pre investorov, ktorí boli voči nim pôvodne nedôverčiví. To isté možno povedať o poisťovateľoch - k emisii ILS pristupujú aj tí, ktorí tento prístup nepovažovali za adekvátnu náhradu tradičného zaistenia.

Tretia kapitola popisuje spúšťač katastrofického dlhopisu a neparametrický odhad hustoty jeho rozdelenia z historických údajov. Ďalej popisuje miery rizika ako kritérium pre vzájomné porovnanie metód prenosu rizika. Taktiež uvádza úlohu nelineárneho programovania, ktorou je možné riešiť problém poisťovateľa minimalizujúceho svoju stratu vhodným prenosom rizika.

Štvrtá kapitola predstavuje modely pre ocenenie katastrofického dlhopisu a vrstvenie rizika. V oboch prípadoch ich aplikuje na poistenie poľnohospodárskej úrody, najprv slovenskej a neskôr kanadskej. Katastrofická udalosť poisťovateľa je definovaná dvoma spôsobmi: 1. ako relatívna strata aktuálneho výnosu v porovnaní s trendom; 2. ako

agregované škodové plnenie v porovnaní s poistným krytím.

ART sa uvádzalo do používania s predpokladom úplného nahradenia tradičného zaistenia v určitých prípadoch. Prax však ukazuje, že tieto dva prvky nemusia byť vzájomnými substitútmi, ale môžu byť komplementami. Pre subjekt poistného trhu, ktorý sa snaží o prenos rizika, je často výhodné rozdeliť si toto riziko na vrstvy, začínajúc udalosťami s vyššou pravdepodobnosťou uskutočnenia no nižším rozsahom škôd, končiac udalosťami s nižšou pravdepodobnosťou uskutočnenia a vyšším potenciálnym rozsahom škôd. Vlády štátov širokého spektra vyspelosti, od najchudobnejších afrických po pokrokové západoeurópske, sa zameriavajú na podporu poľnohospodárskeho sektora. Jedným z pilierov takejto politiky je stabilizácia medziročných výkyvov v príjmoch pestovateľov.

Literatúra

- [1] AIR WORLDWIDE CORPORATION, 2009. *The AIR Multiple Peril Crop Insurance (MPCI) model for the US*. Boston, 2009.
- [2] AIR WORLDWIDE CORPORATION, 2012. *The AIR Multiple Peril Crop Insurance (MPCI) model for China*. Boston, 2012.
- [3] AON BENFIELD, 2008. *Impact Forecasting. Global Model Coverage*. Chicago, 2008.
- [4] AON BENFIELD 2008. *Global Reinsurance Market Review: Changing the Game*. London. 2008.
- [5] ARTEMIS. 2016. *The Artemis Catastrophe Bond & Insurance-Linked Securities Deal Directory*. online 12.3.2016.
- [6] ARTEMIS. 2008. *Blue Wings catastrophe bond redeemed by Allianz*. <http://www.artemis.bm/blog/2008/12/17/blue-wings-catastrophe-bond-redeemed-by-allianz/>, online 17.12.2008.
- [7] ARTEMIS. 2012. *Akibare II Ltd. catastrophe bond notes are rated and list on CSX*. <http://www.artemis.bm/blog/2012/04/10/akibare-ii-ltd-catastrophe-bond-notes-are-rated-and-list-on-csx/>, online 10.04.2012.
- [8] ARTEMIS. 2014. *Lion I Re Ltd. cat bond launches for first time sponsor Generali*. <http://www.artemis.bm/blog/2014/04/07/lion-i-re-ltd-cat-bond-launches-for-first-time-sponsor-general/>, online 07.04.2014.
- [9] ARTZNER, P. - DELBAEN, F. - EBER, J. - HEATH, D. 1999. *Coherent Measures of Risks*. Mathematical Finance, Vol. 9, s. 203-228, 1999.

- [10] BANKS, E. 2004. *Alternative Risk Transfer: Integrated Risk Management through Insurance, Reinsurance and the Capital Markets*. Wiley, 2004. 238 s. ISBN: 978-0-470-85745-8
- [11] BARRIEU, P. - ALBERTINI, L. 2009. *The Handbook of Insurance-Linked Securities*. Wiley, 2009. 398 s. ISBN: 978-0-470-74383-6
- [12] BOYD, S. - VANDENBERGHE, L. 2004. *The Handbook of Insurance-Linked Securities*. Cambridge University Press, 2004. 730 s. ISBN 13: 9780521833783
- [13] CIPRA, T. 2004. *Zajištění a přenos rizik v pojišťovnictví*. Praha: Grada Publishing, 2004. 260 s. ISBN: 80-247-0838-8
- [14] CULP, C. 2002. *The ART of Risk Management: Alternative Risk Transfer, Capital Structure, and the Convergence of Insurance and Capital Markets*. Wiley, 2002. 592 s. ISBN: 978-0-471-12495-5
- [15] CUMMINS, D. - WEISS, M. 2009. J. David Cummins, Mary A. Weiss, *Convergence of Insurance and Financial Markets: Hybrid and Securitized Risk-Transfer Solutions*. The Journal of Risk and Insurance, Vol. 76, No. 3, s. 493-545, 2009.
- [16] DOHERTY, N. - SCHLESINGER, H. 2002 *Insurance, Contacts and Securitization*. The Journal of Risk and Insurance, Vol. 69, No. 1, s. 45-62, 2002.
- [17] FITCH RATINGS. 2014. *Continued Growth in State/Government CAT Bonds Expected*. New York, 2014.
- [18] FUJITA, T. - ISHIMURA, N. - TANAKA, D. 2008. J. David Cummins, Mary A. Weiss, *An arbitrage approach to the pricing of catastrophe options involving the Cox process*. Hitotsubashi Journal of Economics, Vol. 49, s. 67-74, 2009.
- [19] GORTON, G. - SOULELES, N. 2007. *Special Purpose Vehicles and Securitization*. In: The Risks of Financial Institutions (National Bureau of Economic Research Conference Report). University of Chicago Press, 2007. s. 549-602. ISBN: 978-0-226-09285-0
- [20] GRANT, M. C. – BOYD, S. P. 2015. *The CVX Users' Guide. Release 2.1*. CVX Research, Inc., 2015.

- [21] HIMICK, M. 1999. *Securitized Insurance Risk: Strategic Opportunities for Insurers and Investors*. Routledge, 1999. 300 s. ISBN 978-1579580032
- [22] HORÁKOVÁ, G. – POLJOVKA, J. 2010. *Optimálne zaistenie stanovené hodnotou VaR resp. CVaR*. In: Řízení a modelování finančních rizik. Sborník příspěvků z 5. mezinárodní vědecké konference, 8.-9. septembra 2010, Ostrava. Ostrava: Vysoká škola báňská, Technická univerzita.
- [23] HOROVÁ, I. – KOLÁČEK, J. – ZELINA, J. 2012. *Kernel Smoothing in Matlab*. World Scientific, Singapore. 2012. ISBN 978-981-4405-48-5
- [24] CHANG, C. - LIN, S. - YU, M. 2011 *Valuation of Catastrophe Equity Puts with Markov-Modulated Poisson Processes*. The Journal of Risk and Insurance, Vol. 78, No. 2, s. 447-473, 2011.
- [25] ISHII, C. - ISHIMURA, N. - FUJITA, T. 2008. J. David Cummins, Mary A. Weiss, *Estimate on the Risk of Epidemic Outbreaks for an Insurer: A Simple Stochastic Model*. International Journal of Modeling and Optimization, Vol. 5, No. 2, 2015.
- [26] KARKULÍN, D. 2014 *Slovensko má záujem vytvoriť poistný fond na krytie agrárnych rizík*. Agromagazín, No. 3, s. 27-29, 2014.
- [27] KOMADEL, D.: *Sekuritizácia a zaistenie – komplementy či substitúty?*. In Aplikácie kvantitatívnych metód v ekonómii. Zborník príspevkov: 5. vedecký seminár doktorandov v študijnom odbore 3.3.24 Kvantitatívne metódy v ekonómii. 3. jún 2015. - Bratislava: Vydavateľstvo EKONÓM, 2015, ISBN 978-80-225-4197-8, s. 25-30.
- [28] KOMADEL, D. – MIHALECHOVÁ, J. – PÁLEŠ, M.: *Risk Management According to ORSA Requirements of Solvency II*. In Zborník príspevkov z medzinárodnej konferencie doktorandov a mladých vedeckých pracovníkov EDAMBA 2015. Bratislava: Vydavateľstvo EKONÓM, 2015, ISBN 978-80-225-4200-5, s. 462-469.
- [29] KRUTOV, A. 2010. *Investing in Insurance Risk: Insurance-Linked Securities - A Practitioner's Perspective*. Risk Books, 2010. 500 s. ISBN 978-1904339564
- [30] LABATT, S. - WHITE, R. 2010. *Carbon Finance: The Financial Implications of Climate Change*. Wiley, 2007. 288 s. ISBN: 978-0-471-79467-7

- [31] LEE, J. - YU, M. 2002. *Pricing of Default-Risky CAT BONds With Moral Hazard and Basis Risk*. The Journal of Risk and Insurance, Vol. 69, No. 1. s. 25-44. 2002.
- [32] LEE, J. - YU, M. 2010. *Special Purpose Vehicles and Securitization*. In: Handbook of Quantitative Finance and Risk Management. Springer, 2010. s. 753-766. ISBN: 978-0-387-77116-8
- [33] MCDONNELL, E. 2002. *Industry Loss Warranties*. Risk Books, 2002.
- [34] PAPACHRISTOU, D. 2011. *Statistical Analysis of the Spreads of Catastrophe Bonds at the Time of Issue*. ASTIN Bulletin, 2011.
- [35] PINDA, L., 2009. *Sekuritizácia poistných rizík a parametrické škodové indexy*. Bratislava: Ústav slovenskej a svetovej ekonomiky SAV a Prognostický ústav SAV, 2009.
- [36] PINDA, L. – KOMADEL, D.: *Crop Insurance Innovation in Slovak Agriculture*. In Řízení a modelování finančních rizik: sborník příspěvků z 7. mezinárodní konference, Ostrava, 8. - 9. září 2014. Ostrava: Vysoká škola báňská - TU Ostrava, Ekonomická fakulta, 2014. ISBN 978-80-248-3631-7. s. 639-647.
- [37] PINDA, L. – KOMADEL, D.: *Risk Decomposition in Crop Yield Insurance*. In Financial management of Firms and Financial Institutions: 10th International Scientific Conference 7th – 8th September 2015 Ostrava, Czech Republic: proceedings Ostrava: VŠB - Technical University of Ostrava, 2015. ISBN 978-80-248-3865-6, s. 981-987.
- [38] PORTH, L. - TAN, K. - WENG, C. 2013. *Optimal reinsurance analysis from a crop insurer's perspective* Agricultural Finance Review. Vol. 73 No. 2, 2013 s. 310-328.
- [39] ROCKAFELLAR, R. - URSYASEV, S. 2002. *Conditional Value-at-Risk for General Loss Distributions* in Journal of Banking & Finance, No. 26. s. 1443-1471. 2002.
- [40] STREĎANSKÁ, A. - BUDAY, Š. 2006. *Bonitácia a cena pôdy*. SPU Nitra. ISBN 80-8069-656-X. 2006.

- [41] TAKEDA, Y. 2002. *Risk Swaps* in M. Lane, ed., *Alternative Risk Strategies*. London: Risk Books. 2002.
- [42] THOYTS, R. 2010. *Insurance Theory and Practice*. Routledge, 2010. 344 s., ISBN 978-0-415-55905-8
- [43] VEDENOV, D. – EPPERSON, J. – BARNETT, B. 2006. *Designing Catastrophe Bonds to Securitise Systemic Risks in Agriculture: The Case of Georgia Cotton*. in M. In: *Journal of Agricultural and Resource Economics*, Vol. 31, No 2, s. 318-338.
- [44] WAND, M. P. – JONES, M. C. 1995. *Kernel Smoothing*. Chapman & Hall / CRC, London, 1995. 224 s. ISBN 9780412552700
- [45] WENG, C. 2009. *Optimal reinsurance designs: from an insurer's perspective*. Dizertačná práca. University of Waterloo.
- [46] WOODARD, J. - SHERRICK, B. - SCHNITKEY, G. 2011. *Actuarial Impacts of Loss Cost Ratio Ratemaking in U.S. Crop Insurance Programs*. *Journal of Agricultural and Resource Economics*, 2011.
- [47] WORLD BANK. 2014 *World Bank Issues its First Ever Catastrophe Bond Linked to Natural Hazard Risks in Sixteen Caribbean Countries*. <http://treasury.worldbank.org/cmd/htm/FirstCatBondLinkedToNaturalHazards.html> Washington, 2014. Online 23.1.2015.
- [48] ZUCCHINI, W. 2003. *Applied Smoothing Techniques. Part 1: Kernel Density Estimation*. 2003.

Príloha

Skripty a funkcie v prostredí Matlab

relStrata.m

```
function vystup = relStrata(y,t,n)
% relativna strata v rokoch t...
% oproti priemerom za n rokov
vystup=(priemer(y,t,n)-y(t))/priemer(y,t,n);
end
```

priemer.m

```
function vystup=priemer(y,t,n)
% vypocitanie priemerneho vynosu pre roky t...
% za predchadzajucich n rokov
sucet=0;
for i =1:n
    sucet=sucet+y(t-i);
end
vystup=sucet/n;
end
```

epanechnikov.m

```
% vypocet a vykreslenie odhadu funkcie hustoty
% prostrednictvom Epanecnikovovej jadrovej funkcie
load uroda % nacistanie udajov
L=data(:,1)
h=15
N=length(L);
% deklaracia premennych
bodyX=linspace(-1,1,1000);
bodyY=NaN(size(bodyX));
plocha=NaN(N,1);
hold on
%cyklus cez vsetky realizacie nahodnej premennej
for i=1:N
    % vykreslenie jadrovej funkcie
    lokalX=linspace(L(i)-h,L(i)+h,100);
    tempX=(lokalX-L(i))/h;
    lokalY=3/4*(1-tempX.^2);
    plot(lokalX,lokalY,':k','linewidth',2);
    % plocha pod jadrovou funkciou
    plocha(i)=trapz(tempX,tempY);
    % pripocitanie funkcných hodnot
    % jadrovej funkcie k odhadu hustoty
    for j=1:length(bodyX)
        if abs(bodyX(j)-L(i))<=h
            tempX=(bodyX(j)-L(i))/h;
            lokalY=3/4*(1-tempX.^2);
            bodyY(j)=bodyY(j)+lokalY/(N*h);
        end
    end
end
end
% prispobovanie grafu
```

```

box on
plot(bodyX,bodyY, 'k', 'linewidth',2)
axis square
title('h=0.10')
trapz(bodyX,bodyY);
plot(L, 0.03*ones(size(L)), 'k', ...
      'linewidth',2, 'linestyle', 'none', ...
      'marker', 'o', 'markerFaceColor', 'k')
set(gca, 'XTick', [0:0.2:1])
set(gca, 'YTick', [0:3])
hold off
set(gcf, 'color', 'w')
xlabel('$X$', 'Interpreter', 'Latex')
ylabel('$\widehat{f}(X,h)$', 'Interpreter', 'Latex', 'rot', 0, ...
      'units', 'normalized', 'position', [-.12 .5])
xlim([0 1])
ylim([0 2.5])
hold off

```

vyplata.m

% vypočet očakávanej výplaty dlhopisu

% stanovenie parametrov

D=0:0.05:0.4; %[0 0.1 0.2 0.3];

A=0:0.1:1; %[0.3 0.6 0.9]';

d=0.03;

% načítanie údajov

load psenica_L1_x

load psenica_L1_f

[cena1 p1]=cena(Lx,Lf,A,D,d);

% tabuľka s cenami

pravd=[D;p1;p2;p3];

pravd=[**NaN** 5 10 20]' pravd];

pravd(:,1:**length**(pravd)-2)

% trojrozmerný graf cien vzhľadom na parametre

surf(D,A,cena1,'linewidth',2,...

'edgecolor','k','linestyle','—')

xlim([**min**(D) **max**(D)])

ylim([**min**(A) **max**(A)])

zlim([.1***floor**(10***min**(cena1(:))) 1])

xlabel('D');

set(**get**(**gca**, 'XLabel'),...

'Units', 'Normalized', 'Position', [0.8 0]);

ylabel('A');

set(**get**(**gca**, 'YLabel'),...

'Units', 'Normalized', 'Position', [.1 .05]);

zlabel('\$\mathrm{E\left[V-T\right]}\$'),...

'Interpreter','Latex')

```
set(get(gca, 'ZLabel'), 'Rotation', 0, ...  
    'Units', 'Normalized', 'Position', [-.08 .5])  
set(gca, 'XTick', 0:0.1:0.4);  
set(gca, 'YTick', 0:0.25:1);  
set(gca, 'ZTick', [0.4 0.6 0.8 1]);  
set(gcf, 'color', 'w');  
alpha 0
```

generator.m

```
% Vygenerovanie vynosov na ...
% podnych triedach z celkovych vynosov...
% nacitanie udajov

load psenica
y=data(:,2);
clear data
N=length(y);
% stanovenie vah podnych tried
w2=0.3;
k2=0.8;
w1=1-w2;
a=1/(w1+k2*w2);
b=k2*a;
x1=a*y;
x2=b*y;
% ovahovane hodnoty, ku ktorym ..
% bude pribudat nahodna hodnota
xx1=w1*x1;
xx2=w2*x2;
% nacitanie vygenerovaneho
% nahodneho vektora z  $N(0 ; 0,05)$ 
load generator_std0_05
% deklaracia premennych
% cyklus cez vsetky roky
for j=1:N
    xx1(j)=xx1(j)+a(j);
    xx2(j)=xx2(j)-a(j);
end
% vynosy v triedach
Nx1=xx1/w1;
Nx2=xx2/w2;
```


% overenie platnosti podmienok

odch=[**std**(Nx1) **std**(Nx2)];

pomer=**mean**(Nx2)/**mean**(Nx1);

sucet=**max**(**abs**(xx1+xx2-y));