

# VYUŽITIE SOFTVÉRU PRI PRÁCI S PRAVDEPODOBNOTNÝMI ROZDELENAMI V AKTUÁRSKEJ PRAXI

## Abstrakt

Analýza rizika nie je v súčasnosti možná bez využitia aktuárskeho softvéru. Rebríček využívania aktuárskeho softvéru poisťovňami sa mení z roka na rok nielen s rozvojom nových technológií, ale aj požiadavkami poisťovní a poisťného trhu na tento softvér. Vývojárske spoločnosti si konkurujú atraktivitou užívateľského prostredia, grafickými výstupmi a najmä výpočtovými možnosťami týchto softvérov. Popri balíku MS Office, z ktorého MS Excel je dlhodobo najpoužívanejším a najrozšírenejším kalkulátorom pre aktuárske výpočty vôbec, sa na trhu v oblasti softvéru pre aktuárske riešenia môžeme stretnúť aj s ďalšími produktmi napr. SAS (*SAS® for Insurance*), *ModelRisk*, *@Risk*, *DFA*, *EMB*, *Oracle*, *Matlab*, z nekomerčných napr. jazyk *R* a pod. Tieto špecifické softvéry bývajú vyvinuté pre rôzne špecifické oblasti poisťovne (kalkulácia rezerv, finančné modelovanie, cenotvorba, zaistenie, štatistické spracovanie a analýza údajov, nástroje pre meranie a analýzu rizík a pod.). Väčšina z nich je ponúkaná ako doplnok pre inštalovanie práve do MS Excel. Jedným z takýchto softvérov je aj *ModelRisk* (tu budeme prezentovať verziu 4.0) od spoločnosti VOSE Software.

## Kľúčové slová

aktuársky softvér, rozdelenie pravdepodobnosti, zmesi rozdelení

## 1 SOFTVÉR VOSE MODEL RISK

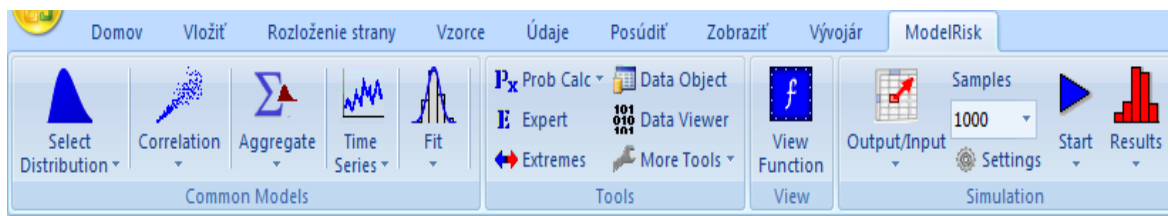
Softvér *ModelRisk* 4 sa v súčasnosti tituluje ako najpoužívanejší softvér pre riadenie rizika vo svete. V prvom rade poskytuje jednoduchú obsluhu, prehľadné výstupy, okamžitú podporu priamo od vývojárskej spoločnosti, intuitívne chybové hlásenia a pomocou atraktívneho ovládacieho prostredia lepšie pochopenie, čo daný model robí a predstavuje. Má zabudovaný komplexný manuál, ktorý široko popisuje daný skúmaný problém a výstupy z výpočtových procedúr možno prevádzať do rôznych foriem reportov s vyčerpávajúcou grafickou prezentáciou.

Z hľadiska matematicko-štatistických analýz možno vyzdvihnúť najmä viac ako 90 modifikovaných rozdelení pravdepodobnosti, simulácie *Monte Carlo*, korelačnú analýzu, komplexné štatistické správy, analýzu citlivosti, metódy scenárov, optimalizácie, časové rady, testy dobrej zhody, Markovove reťazce, bootstrap metódy, úplné nástroje pre riadenie rizika, metóda *Six Sigma*, diferenciálne rovnice, numerické integrovanie, testovanie kvality. Komplexne sa teda daný softvér orientuje na všetky oblasti kvantitatívnej analýzy údajov v poisťovniach. V oblasti riadenia rizík tak môžeme konštatovať najmä jeho neoceniteľný prínos v obsiahnutej množine rozdelení pravdepodobnosti, v určení rozdelenia pravdepodobnosti celkovej škody všetkými známymi metódami (*Panjerove rekurzie*, *Fourierova transformácia*, *Multi Fourierova transformácia*, *metóda Sum product*, *Monte Carlo simulácie*, *DePril*, *metóda Stop Sum*, *metóda momentov*) a nemenej dôležitou súčasťou je nástroj na riešenie diferenciálnych rovníc a numerické integrovanie.

Softvér VOSE *ModelRisk* sa tak stáva neoceniteľným nástrojom pre analýzu dát v oblasti produktov neživotného aj životného poistenia, tvorbu interných aktuárskych modelov a kvantitatívnych reportov a štúdií na poisťnom trhu aj v súvislosti s projektom

*Solvency II* a najmä so štúdiou *QIS 5*. Je však zrejmé, že jeho použitie musí byť podložené teoretickými poznatkami v danej oblasti. Vtedy *VOSE ModelRisk 4* môže zohrávať dôležitý význam pri analýze poistných rizík.

Obrázok 1.1 znázorňuje užívateľské prostredie uvedeného programu, ktoré sa po inštalácii zobrazuje ako ďalšie kontextové menu na panely v MS Office Excel 2007, a je okamžite pripravené na použitie.



Obr. 1.1

## 2 PRAVDEPODOBNOSTNÉ ROZDELENIA V AKTUÁRSKEJ PRAXI

Práve na základe znalostí pravdepodobnostných zákonitostí a tiež s využitím matematického modelovania majú poisťovne možnosť rozlišovať a posudzovať riziko tak, že straty spojené s poistnými udalosťami sú relatívne nižšie. Aktuár preto potrebuje pri svojej činnosti poznať pravdepodobnostné rozdelenia, ktoré sú vhodné na modelovanie počtu a individuálnej výšky škôd, pri rôznych typoch poistenia, resp. zaistenia. Úlohou aktuárskych analýz je často zistiť vhodné rozdelenie počtu škôd a výšky škôd, ktorým sa poisťovňa bude riadiť. Znalosť rozdelenia pravdepodobností týchto náhodných premenných je základom riešenia mnohých problémov v poisťovníctve súvisiacich s riadením poistno-technického rizika.

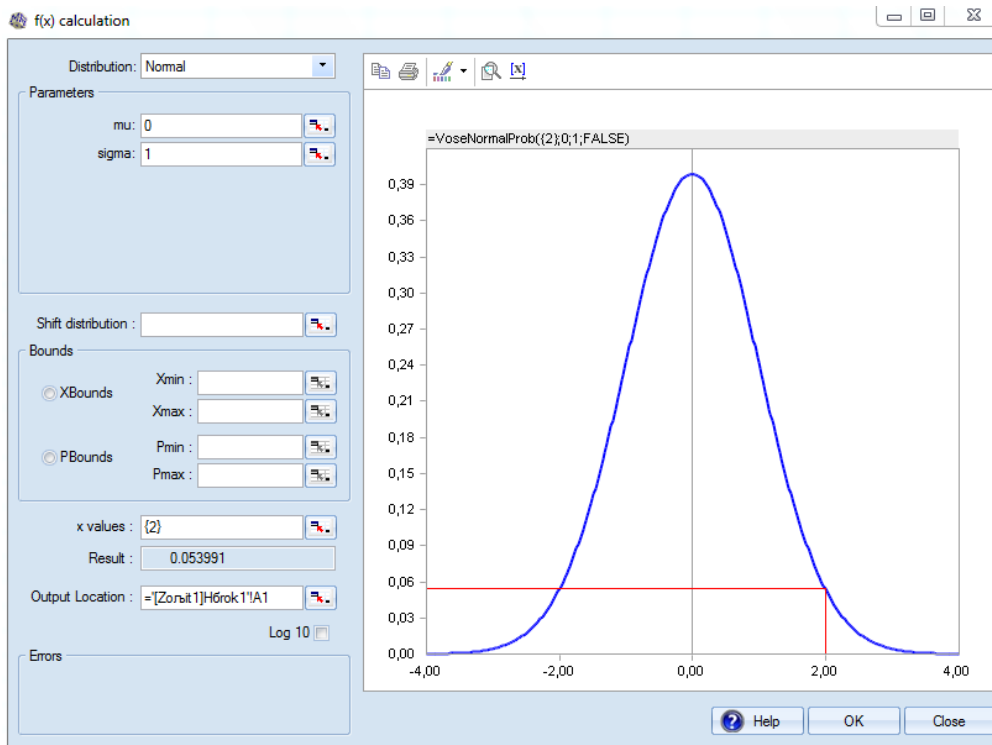


Obr. 2.1

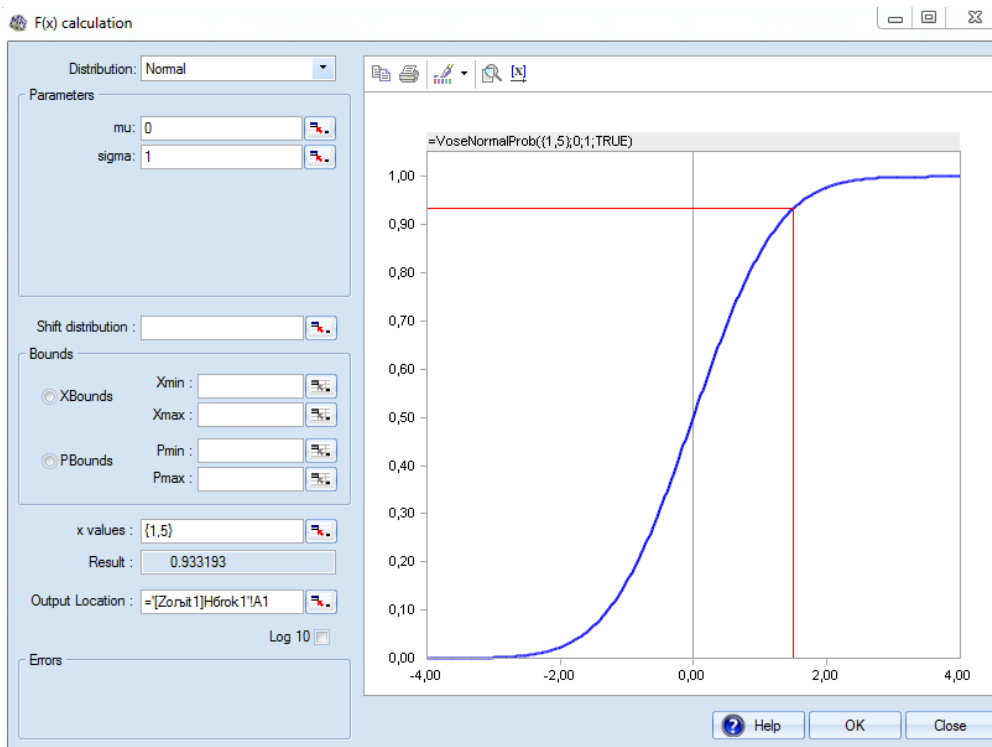
Obrázok 2.1 zobrazuje schému členenia pravdepodobnostných rozdelení, ktoré je možné využiť pri aktuárskom modelovaní. Výrezy nižšie predstavujú operácie s rozdeleniami v softvéri *VOSE ModelRisk 4* (pravdepodobnostná funkcia/funkcia hustoty, distribučná funkcia a kvantily), kde užívateľ v poli *Distribution* zvolí jedno z rozdelení, ktorými tento softvér disponuje. Výstupy riešení možno uložiť do pracovného hárku zošita MS Office Excel 2007 po zadaní hodnoty náhodnej premennej v poli *x-values* a stlačení tlačidla *OK*. Okrem tejto hodnoty je možné výstup modifikovať podľa prednastavených možností výpočtu.

Zabudovane je vo všetkých troch procedúrach (po spustení) prednastavené normované normálne rozdelenie.

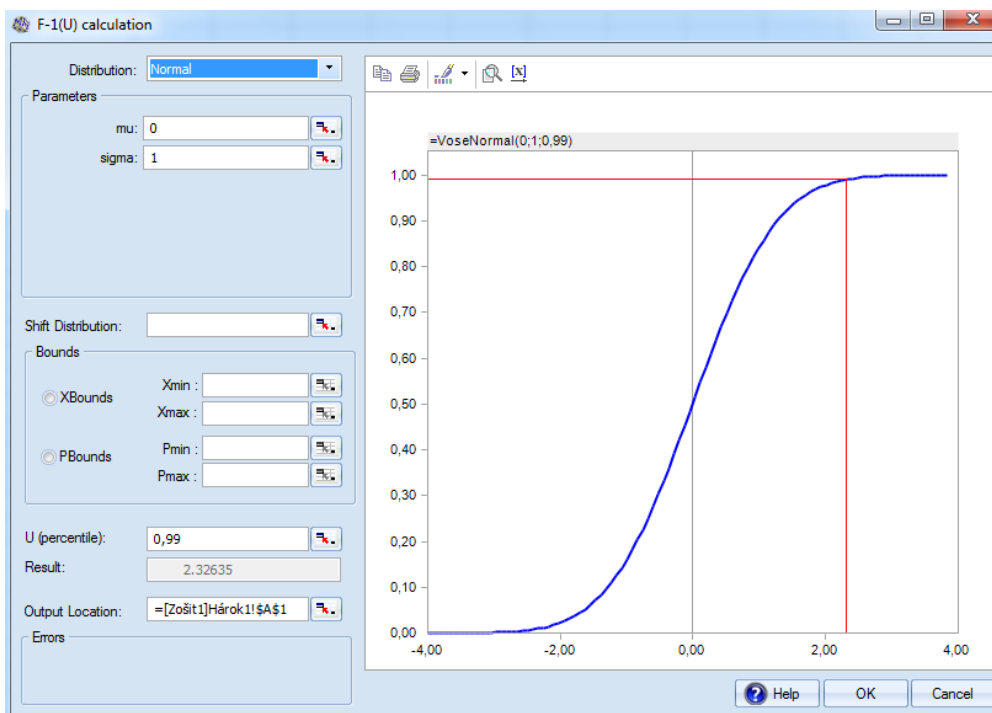
- Výpočet  $f(2)$ , ak  $X \sim N(0;1)$ .



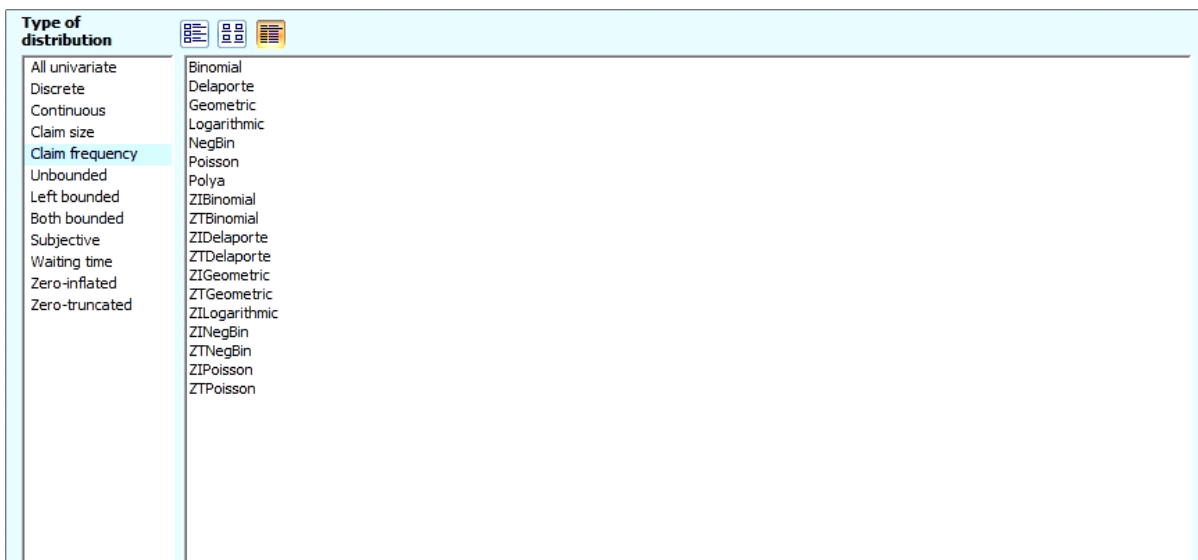
- Výpočet  $F(1,5)$ , ak  $X \sim N(0;1)$ .



- Výpočet  $x_{0,99}$ , ak  $X \sim N(0;1)$ .

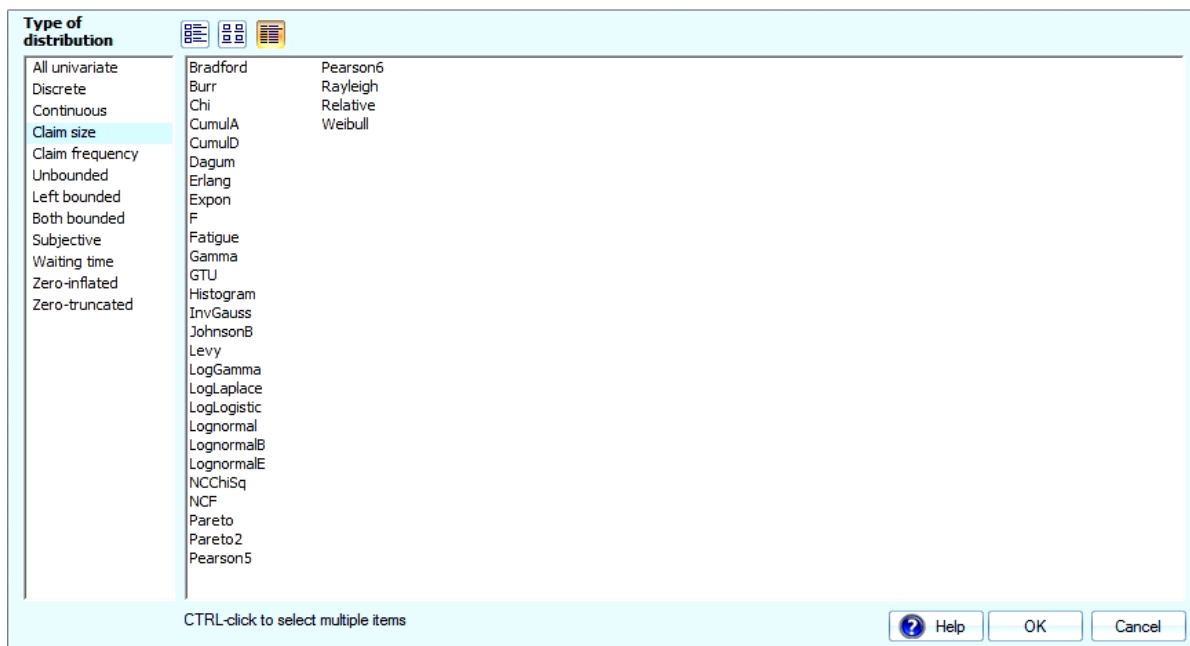


Obrázok 2.2 predstavuje kontextové menu ponuky rozdelení (*Type of distribution*) pre počet škôd softvéru VOSE *ModelRisk* 4, ktorý obsahuje okrem známych diskretných rozdelení aj modely škôd popísané zmiešanými, useknutými rozdeleniami, ktorými sa budeme zaoberať v ďalších úvahách.



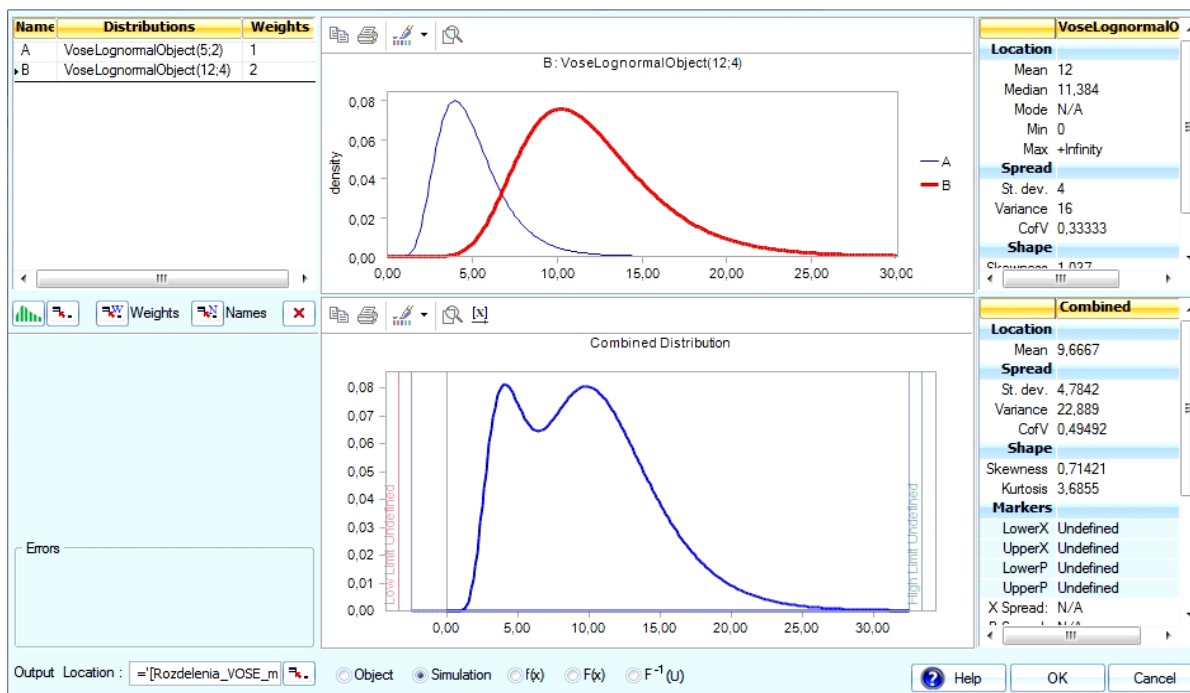
Obr. 2.2

Obrázok 2.3 predstavuje kontextové menu ponuky rozdelení popisujúcich výšku škody, ktorú ponúka softvér VOSE *ModelRisk* 4.



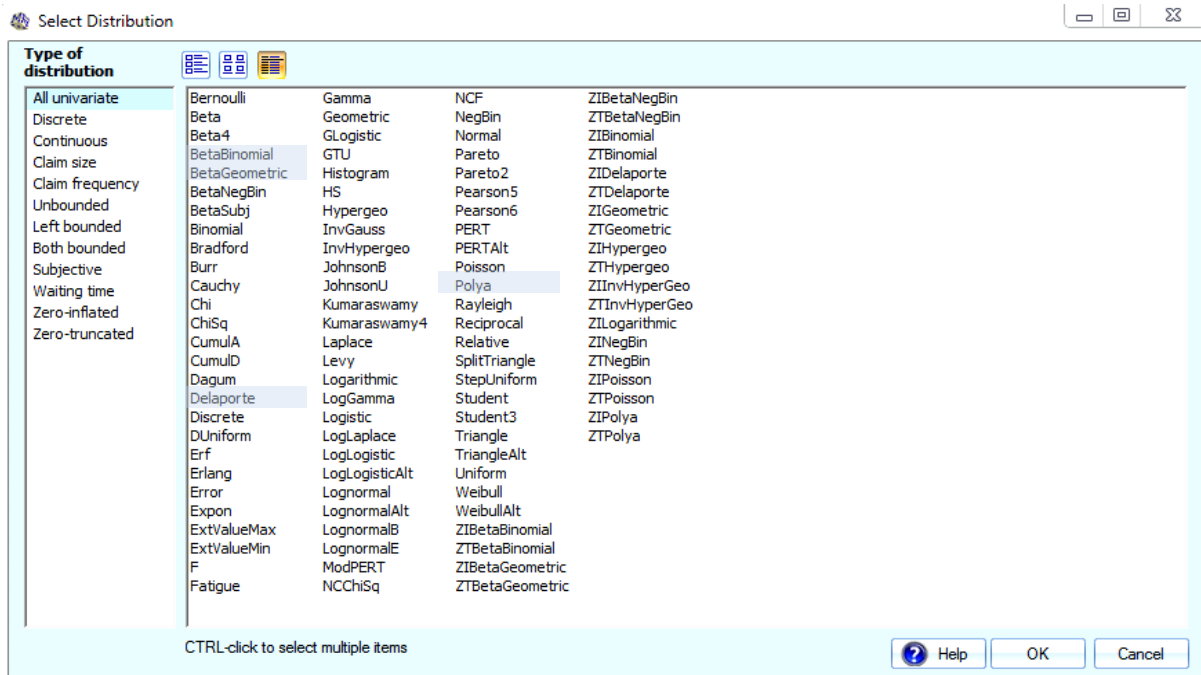
Obr. 2.3

Obrázok 2.4 znázorňuje výpočet charakteristík a grafické zobrazenie hustoty pravdepodobnosti zmesi dvoch rozdelení označených  $A \sim \text{LN}(5;2)_1$ ,  $B \sim \text{LN}(12;4)_2$  s príslušnými váhami, vyjadrených ako zmesi rozdelení (*combined distribution*) pravdepodobnosti v softvéri Vose ModelRisk 4. Priamo v teórii rizika nájdeme uplatnenie konečných zmesí rozdelení v prípade, ak pracujeme s heterogénnym portfóliom poistných zmlúv a počty škôd k nim pripadajúce nemajú identický zákon rozdelení.



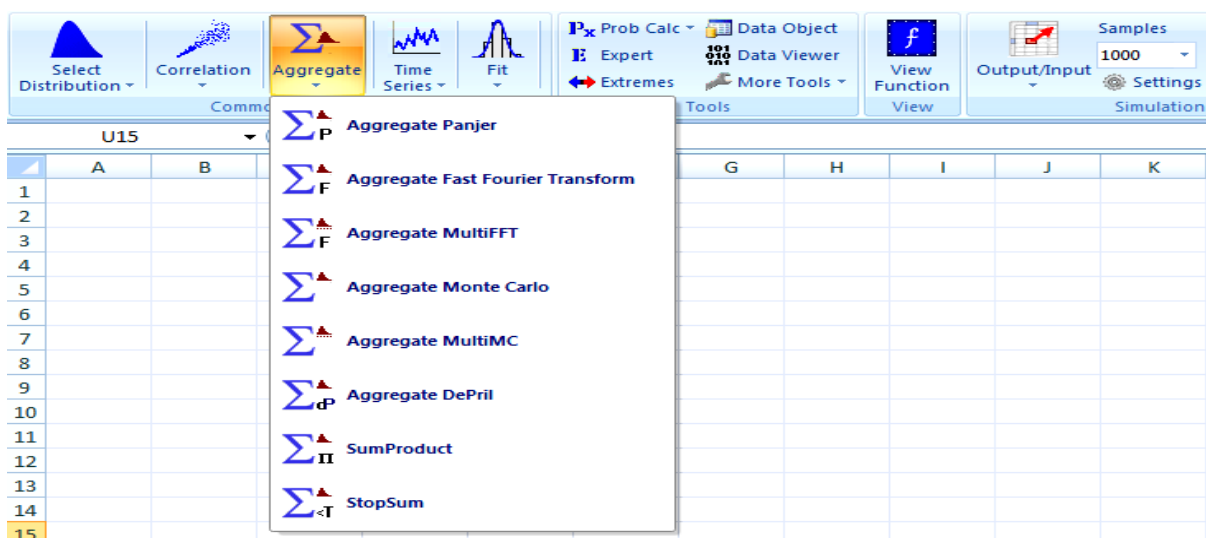
Obr. 2.4

Obrázok 2.5 predstavuje špecifické zmiešané rozdelenia, ktoré sú súčasťou softvéru VOSE *ModelRisk* 4. Vyznačené rozdelenia sú zmiešanými rozdeleniami z ponuky možných rozdelení (*all univariate distribution*), pričom jednotlivé názvy miešajúcich rozdelení možno nájsť v príslušnej odbornej literatúre.



Obr. 2.5

Zložené rozdelenie pravdepodobnosti definujeme na základe predpokladov kolektívneho modelu rizika. Základom pre zodpovedanie otázok poisťovateľa týkajúcich sa poistného, zaistenia, teórie krachu, výpočtov hodnôt pravdepodobnej funkcie pomocou rekurentných vzťahov a pod. je poznanie základných charakteristík a rozdelenia pravdepodobnosti celkovej škody  $S^{kol}$ .



Obr. 2.6

Použijeme model, ktorý je popísaný pomocou troch základných náhodných premenných, a to: náhodnej premennej počtu škôd  $N$ , náhodnej premennej individuálnej výšky škody  $X$  a náhodnej premennej opisujúcej celkovú škodu v konkrétnom portfóliu poistných zmlúv  $S^{kol}$ . Softvér VOSE *ModelRisk* 4 je taktiež účinným nástrojom pri riešení úloh na výpočet pravdepodobností rozdelenia celkovej škody (*Aggregate*). Využíva metódy zobrazené na obrázku 2.6.

## Záver

Pri dodržiavaní matematicko-štatistických postupov možno pomocou stochastických modelov s využitím pravdepodobnostných rozdelení získať veľmi cenné informácie o sledovanom portfóliu poistných zmlúv. Tvorba interných modelov založených na stochastickom prístupe je zakomponovaná v rámci pilierov výstavby projektu *Solvency II*. Pre budovanie potrebného znalostného aparátu teórie rizika je okrem poznatkov inžinierskej matematiky, teórie pravdepodobnosti, štatistiky, finančnej ekonómie práva a účtovníctva ovládať prácu s aktuárskym softvérom – či už komerčným alebo open-source. V príspevku sme predstavili ponuku rozdelení pravdepodobnosti pre analýzu rizika v softvéri VOSE *ModelRisk* 4.

## Použitá literatúra

- [1] HORÁKOVÁ, G. – MUCHA, V. 2006. *Teória rizika v poistení (I. časť)*. Bratislava : Vydavateľstvo EKONÓM, 2006. ISBN 80-225-2141-8.
- [2] PÁLEŠ, M. 2012. *Rekurentné vzťahy pre aktuárov a ich aplikácia v oblasti zaistenia: dizertačná práca*. Bratislava : Ekonomická univerzita v Bratislave, 2012.
- [3] HORÁKOVÁ, G. – PÁLEŠ, M. 2011 Význam využitia stochastických modelov v riadení rizík neživotného poistenia. In *Vývojové trendy v poisťovníctve 2011 : recenzovaný vedecký zborník vedeckých prác z grantového projektu VEGA č. 1/0211/10 Dopady a dôsledky finančnej krízy na sektor poisťovníctva [elektronický zdroj]*. - Bratislava : Vydavateľstvo EKONÓM, 2011. ISBN 978-80-225-3205-1.
- [4] VOSE, D. 2008 *Risk analysis: A Quantitative Guide*. New York : John Wiley & Sons, 2008. ISBN 978-0470512845.
- [5] <http://www.vosesoftware.com>, stav k 24. 02. 2015.

## Kontaktné údaje

Páleš, Michal, Ing., PhD., Katedra matematiky a aktuárstva, Fakulta hospodárskej informatiky, Ekonomická univerzita v Bratislave, Dolnozemska cesta 1, 852 35 Bratislava, tel. +421 2/672 95 841, e-mail: pales.euba@gmail.com