

EKONOMICKÁ UNIVERZITA V BRATISLAVE
FAKULTA HOSPODÁRSKEJ INFORMATIKY

Evidenčné číslo: 103006/I/2022/36124048422685444

**POROVNANIE SPÔSOBU SPRACOVANIA
A VYHODNOCOVANIA DÁT POMOCOU FUZZY
LOGIKY V RÔZNYCH SOFTVÉROVÝCH
KNIŽNICIACH**

Diplomová práca

**EKONOMICKÁ UNIVERZITA V BRATISLAVE
FAKULTA HOSPODÁRSKEJ INFORMATIKY**

**POROVNANIE SPÔSOBU SPRACOVANIA
A VYHODNOCOVANIA DÁT POMOCOU FUZZY
LOGIKY V RÔZNYCH SOFTVÉROVÝCH
KNIŽNICIACH**

Diplomová práca

Študijný program: Informačný manažment, inžiniersky II. st., denná forma

Študijný odbor: Informačný manažment

Školiace pracovisko: Katedra matematiky a aktuárstva FHI

Vedúci záverečnej práce: RNDr. Anna Strešňáková, PhD.

Bratislava 2022

Bc. Yuliia Zievakina



Ekonomická univerzita v Bratislave
Fakulta hospodárskej informatiky

ZADANIE ZÁVEREČNEJ PRÁCE

Meno a priezvisko študenta: Bc. Yuliia Zievakina
Študijný program: informačný manažment (Jednoodborové štúdium, inžiniersky II. st., denná forma)
Študijný odbor: ekonómia a manažment
Typ záverečnej práce: Inžinierska záverečná práca
Jazyk záverečnej práce: slovenský
Sekundárny jazyk: anglický

Názov: Porovnanie spôsobu spracovania a vyhodnocovania dát pomocou fuzzy logiky v rôznych softvérových knižniciach.

Anotácia: Fuzzy logika svojou použiteľnosťou a nekonformitou našla uplatnenie v rôznych oblastiach pri rozhodovacích procesoch. Keďže je na trhu čoraz populárnejšia, toolboxy a add ins balíky sú dostupné nielen v open source systémoch ale aj v platených softvérových balíkoch. Práca sa zameria na prieskum a zoznam knižníc, ich výhody a nevýhody pri spracovaní dát.

Vedúci: RNDr. Anna Strešňáková, PhD.
Oponent: Ing. Michal Závodný
Katedra: KMA FHI - Katedra matematiky a aktuárstva FHI
Vedúci katedry: doc. Ing. Michal Páleš, PhD.
Dátum zadania: 20.10.2020

Dátum schválenia: 04.11.2020

doc. Ing. Michal Páleš, PhD.
vedúci katedry

Čestné prehlásenie

Podpísaná Bc. Yuliia Zievakina čestne vyhlasujem, že som diplomovú prácu „Porovnanie spôsobu spracovania a vyhodnocovania dát pomocou fuzzy logiky v rôznych softvérových knižniciach“ samostatne vypracovala pod vedením RNDr. Anny Strešňákovej, PhD na základe poznatkov získaných počas štúdia a informácií z dostupnej literatúry uvedenej v práci.

V Bratislave dňa 29.04.2022

Pod'akovanie

Moje pod'akovanie patrí najmä vedúcej, RNDr. Anne Strešňákovej, PhD, za jej ľudský prístup a ochotu, odbornosť, metodickú pomoc a cenné rady, ktoré mi poskytla počas vypracovania tejto práce.

Osobitné pod'akovanie patrí mojim rodičom a mojim najbližším, za ich podporu, pomoc a vytvorenie podmienok pre vypracovanie diplomovej práce.

ABSTRAKT

Bc. Yuliia Zievakina: *Porovnanie spôsobu spracovania a vyhodnocovania dát pomocou fuzzy logiky v rôznych softvérových knižniciach*. – Ekonomická univerzita v Bratislave. Fakulta hospodárskej informatiky; Katedra matematiky a aktuárstva – Vedúci záverečnej práce: RNDr. Anna Strešňáková PhD. – Bratislava: FHI EU, 2022, počet strán 46.

Cieľom záverečnej práce bolo prieskum a zoznam knižníc, a ich výhody a nevýhody pri spracovaní dát. Práca je rozdelená do 3 kapitol. Prvá kapitola je venovaná základným pojmom fuzzy logiky, procesu fuzzy podmienenej derivácie a prehľadu fuzzy inferečných algoritmov. V ďalšej časti sa charakterizuje analýza moderných softvérov fuzzy modelovania a porovnanie fuzzy knižníc. Záverečná kapitola sa zaoberá systémovým a matematickým riešením namodelovaného príkladu. Výsledkom riešenia danej problematiky je overovanie správnosti riešenia danými knižnicami.

Kľúčové slová:

Fuzzy logika, fuzzifikácia, fuzzy inferencia, fuzzy pravidlá, Mamdaniho algoritmus

ABSTRACT

Bc. Yuliia Zievakina: *Comparison of data processing and evaluation using fuzzy logic in different software libraries*. – University of economics, Bratislava. Faculty of Business Informatics; Department of Mathematics and Actuarial – Thesis supervisor: RNDr. Anna Strešňáková PhD. – Bratislava: FHI EU, 2022, 46 pages

The goal of this diploma thesis was to research and list libraries and their pros and cons in data processing. Paper is divided into 3 chapters. The first chapter is dedicated to the basic fuzzy logic terms, the process of conditional fuzzy derivation and the overview of fuzzy inference algorithms. The next chapter characterizes the analysis of modern modeling fuzzy software and the comparison of certain fuzzy libraries. The last chapter discusses the system and mathematic solutions of the modeled problem. The result of the solution is the verification of correctness of the implemented libraries.

Key words:

Fuzzy logic, fuzzification, fuzzy inference, fuzzy rules, Mamdani algorithm

Obsah

Úvod	1
1. Teória fuzzy logiky	2
1.1 Základné pojmy fuzzy logiky	2
1.2 Operácie na fuzzy množinách	6
1.3 Fuzzy inferencia	7
1.4 Proces fuzzy podmienenej derivácie	8
1.4.1 Etapa fuzzifikácie	10
1.4.2 Definovanie vhodného pravidla fuzzy inferencie	11
1.4.3 Konvolúcia výrokov a spracovanie fuzzy pravidiel	11
1.4.4 Metódy defuzzovania	12
1.5 Prehľad fuzzy inferenčných algoritmov	13
1.5.1 Mamdaniho fuzzy systém	13
1.5.2 Tsukamotov algoritmus	15
1.5.3 Larsenov algoritmus	16
1.5.4 Sugenov algoritmus	17
2. ANALÝZA MODERNÉHO SOFTVÉRU FUZZY MODELOVANIA	19
2.1 Fuzzy aplikácie	19
2.2 Fuzzy Logic Toolbox	20
2.3 Simpsful	21
2.4 Simpsful vs. Fuzzy Toolbox	22
3. RIEŠENIE	24
3.1 Systémové riešenie	26
3.2 Matematické riešenie	27
Záver	31
Zoznam použitej literatúry	32

Zoznam obrázkov a tabuliek

Obrázok 1	Jadro, nosič a α -rez fuzzy množiny.....	7
Obrázok 2	Príklad konvexnej a nekonvexnej fuzzy množiny.....	8
Obrázok 3	Diagram procesu fuzzy inferencie.....	11
Obrázok 4	Príklad fazifikácie.....	12
Obrázok 5	Príklad defuzzovania pre trojuholníkovú funkciu príslušnosti (a) a pre funkciu lichobežníkového členstva (b).....	14
Obrázok 6	Proces fuzzy inferencie.....	17
Obrázok 7	Príklad vykonania algoritmu Mamdani.....	17
Obrázok 8	Príklad vykonania Tsukamotovho algoritmu.....	18
Obrázok 9	Príklad Larsenovho algoritmu.....	19
Obrázok 10	Príklad Sugenovho algoritmu.....	20
Obrázok 11	Fuzzy Inference System.....	22
Obrázok 12	Výstup programu.....	28
Obrázok 13	Fuzzy množiny jazykovej premennej hodnota penzie.....	30
Obrázok 14	Fuzzy množiny jazykovej premennej hodnota veku.....	31
Tabuľka 1	Hlavné funkcie spolupatričnosti.....	5
Tabuľka 2	Vstupné dáta.....	27
Tabuľka 3	Výsledok výpočtov.....	31

Úvod

V posledných desaťročiach sa metódy fuzzy logiky aktívne využívajú pri konštrukcii modelov rôznych ekonomických, politických a devízových situácií. Na rozdiel od klasickej matematickej logiky, ktorá je založená na jasných pojmoch ako „pravda“ a „nepravda“, vo fuzzy logike neexistuje jednoznačná odpoveď na otázku, či niektorý prvok množiny spĺňa danú vlastnosť. Každý prvok množiny sa pomocou funkcie príslušnosti porovnáva so stupňom pravdivosti, z ktorého môže uspokojiť danú vlastnosť. Takto sa nastaví fuzzy množiny, potom sa zavedú fuzzy vzťahy a fuzzy inferenčné algoritmy. Metódy fuzzy logiky poskytujú rýchlosť výpočtov v podmienkach neúplnosti a nepresnosti vstupných informácií.

Proces fuzzy modelovania je sekvencia vzájomne súvisiacich krokov, z ktorých každý sa vykonáva s cieľom použiť fuzzy model systému na vyriešenie pôvodného problému. Aparát teórie fuzzy množín, ktorý je základom modelu vyvinutého v tejto práci, umožňuje nájsť riešenie tohto problému v podmienkach neistoty a slabej štruktúry hodnotiacich ukazovateľov bez použitia expertných odhadov. Hlavnou výhodou použitia tohto aparátu je možnosť vytvárať kvantitatívne odhady pre lingvistické premenné, ako aj efektívne zobrazenie vzťahu medzi týmito premennými vo forme fuzzy pravidiel.

Cieľom diplomovej práce je prieskum a zoznam knižnic, ich výhody a nevýhody pri spracovaní dát.

Pre dosiahnutie tohto cieľa boli stanovené dve úlohy:

- výskum základných pojmov fuzzy množín a fuzzy logiky;
- štúdium metódov báz fuzzy pravidiel a výberu najlepších;
- prehľad fuzzy inferenčných algoritmov;
- prehľad a analýza fuzzy softverov a knižnic;
- realizácia riešenia s pomocou fuzzy knižnic
- realizácia vlastného riešenia príkladu pre kontrolu výpočtov knižnic

1. Teória fuzzy logiky

1.1 Základné pojmy fuzzy logiky

Základom fuzzy logiky je koncept fuzzy množiny. Nech X je univerzálna množina, x - je prvok X a G je nejaká vlastnosť. Fuzzy podmnožina A univerzálnej množiny E je množina usporiadaných párov:

$$A = \{\mu_A(x)/x\}, \quad (1.1)$$

kde $\mu_A(x)$ - funkcia príslušnosti, ktorá nadobúda hodnoty v nejakej danej množine M (napríklad $M = [0,1]$). Funkcia príslušnosti $\mu_A(x)$ udáva mieru pravdivosti, s akou prvok x z X patrí do podmnožiny A . Fuzzy podmnožinu A môžeme nazvať aj fuzzy množinou na univerzálnej množine X . Ak množinu M tvorí len dve čísla 0 a 1, potom sa fuzzy podmnožina A stane obyčajnou podmnožinou univerzálnej množiny $X[1]$.

Fuzzy podmnožinu A možno zapísať vymenovaním jej usporiadaných párov:

$$A = \{\mu(x_1)/x_1; \mu(x_2)/x_2; \dots; \mu(x_n)/x_n\}, \quad (1.2)$$

Kde $x_1, x_2, \dots, x_n$ sú prvky univerzálnej množiny X . Možný je aj nasledujúci zápis:

$$A = \mu(x_1)/x_1 + \mu(x_2)/x_2 + \dots + \mu(x_n)/x_n, \quad (1.3)$$

v ktorom znamienko „+“ nie je znakom operácie sčítania, ale označuje spojenie týchto párov.

Hodnoty členskej funkcie $\mu_A(x)$ možno získať len z apriórnych poznatkov alebo prieskumu odborníkov. Hodnotu expertných odhadov miery pravdivosti prvku patriaceho do fuzzy množiny vhodne reprezentujú čísla zo segmentu $[0,1]$.

Na popis objektov a javov pomocou fuzzy množiny sa zavádzajú pojmy fuzzy a lingvistické premenné [2].

Fuzzy premenná je opísaná tromi parametrami $\langle \alpha, X, A \rangle$, kde α je názov premennej, X je univerzálna množina (doména α), A je fuzzy množina na X , ktorá popisuje obmedzenie hodnoty fuzzy premennej α .

Jazyková premenná je charakterizovaná súborom parametrov $\langle \beta, T, X, G, P \rangle$, kde β je názov jazykovej premennej; T je množina jeho hodnôt reprezentujúcich názvy fuzzy premenných definovaných na univerzálnej množine X , pričom T sa nazýva základný pojem – množina lingvistických premenných. G - syntaktický postup, ktorým sa generujú nové členy (hodnoty); P je sémantický postup, ktorý zodpovedá každej hodnote lingvistickej premennej fuzzy podmnožine množiny X .

Existuje viac ako tucet typických tvarov kriviek na nastavenie funkcií členstva. Najbežnejšie sú: trojuholníkové, lichobežníkové a Gaussove funkcie príslušnosti (tabuľka 1)

Tabuľka 1 - Hlavné funkcie spolupatričnosti. Vlastne spracovanie

Názov funkcie	Analytický výraz	Interpretácia parametrov
Trojuholníková	$f_T(x; a; b; c) = \begin{cases} 0, & x \leq a \\ \frac{x-a}{b-a}, & a \leq x \leq b \\ \frac{c-x}{c-b}, & b \leq x \leq c \\ 0, & c \leq x \end{cases}$	a, c - nosič fuzzy množiny; b - maximálna súradnica
Lichobežníková	$f_T(x; a; b; c; d) = \begin{cases} 0, & x \leq a \\ \frac{x-a}{b-a}, & a \leq x \leq b \\ 1, & b \leq x \leq c \\ \frac{c-x}{c-b}, & b \leq x \leq c \\ 0, & c \leq x \end{cases}$	a, d - nosič fuzzy množiny; b, c - jadro fuzzy množiny
Gaussová	$f_G(x; \sigma; c) = e^{-\frac{(x-c)^2}{2\sigma^2}}$	c - maximálna súradnica; σ - koncentračný faktor
Sigmoidálna	$f_{sig}(x; a; b) = \frac{1}{1 + e^{-a(x-b)}}$	a - maximálna súradnica; b - súradnica prechodu cez 0.5
Singleton	$f_{singl}(x; a) = \begin{cases} 1, & x = a \\ 0, & x \neq a \end{cases}$	a - fuzzy číslo reprezentované fuzzy množinou

Hlavnými charakteristikami fuzzy množín sú nasledujúce charakteristiky:

1. Nosič fuzzy množiny A je jasná množina takých bodov v U , pre ktoré je hodnota $\mu_A(x)$ kladná, teda $A = \{x | \mu_A(x) > 0\}$.
2. Výška fuzzy množiny A je horná hranica funkcie príslušnosti: $\sup \mu_A(x)$.
3. Normálna fuzzy množina A , ak $\sup \mu_A(x) = 1$. Inak sa nazýva subnormálna fuzzy množina [3].

4. Prázdná fuzzy množina, ak $\forall x \in U (\mu_A(x) = 0)$. Je jasné, že v tomto univerze U existuje jedna prázdná fuzzy množina. Neprázdnu subnormálnu fuzzy množinu možno redukovat' na normálnu (normalizovat') podľa vzorca:

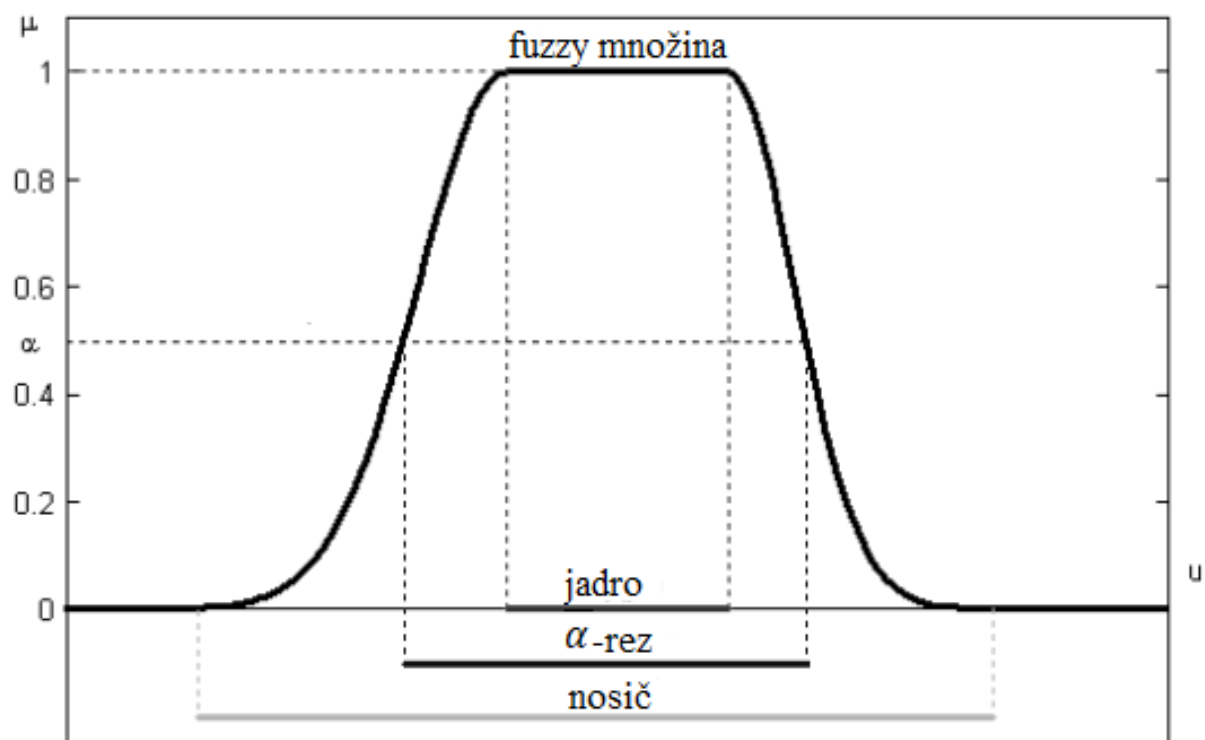
$$\mu_A(x) = \frac{\mu_A(x)}{\sup \mu_A(x)} \quad (1.4)$$

5. Jadro fuzzy množiny je jasnou podmnožinou univerzálnej množiny U , ktorej prvky majú stupne príslušnosti rovné jednej. Jadro subnormálnej fuzzy množiny je prázdne.
6. Množina úrovne α (α – rez) fuzzy množiny A je jasnou podmnožinou univerzálnej množiny U , určená vzorcom:

$$A_\alpha = \{x | \mu_A(x) \geq \alpha\}, \text{ if } \alpha \in [0,1] \quad (1.5)$$

7. Súbor prísnej úrovne je definovaný ako $A_\alpha = \{x | \mu_A(x) > \alpha\}$
8. Nosičom fuzzy množiny je najmä množina prvkov, pre ktoré $\mu_A(x) > 0$.
9. Koncept množiny úrovni je rozšírením pojmu interval. Obr. 1 ilustruje definíciu nosnej, jadrovej, α -rezu a α -úrovne fuzzy množiny.
10. Prechodový bod fuzzy množiny A je takýmto prvkom $x \in U$, pre ktorý $\mu_A(x) = 0.5$.
11. Čistá množina $\tilde{A}$ najbližšie k fuzzy množine A je definovaná takto:

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 0, & \text{if } \mu_A(x) < 0.5 \\ 1, & \text{if } \mu_A(x) > 0.5 \\ 0 \text{ or } 1, & \text{else} \end{cases} \quad (1.6)$$

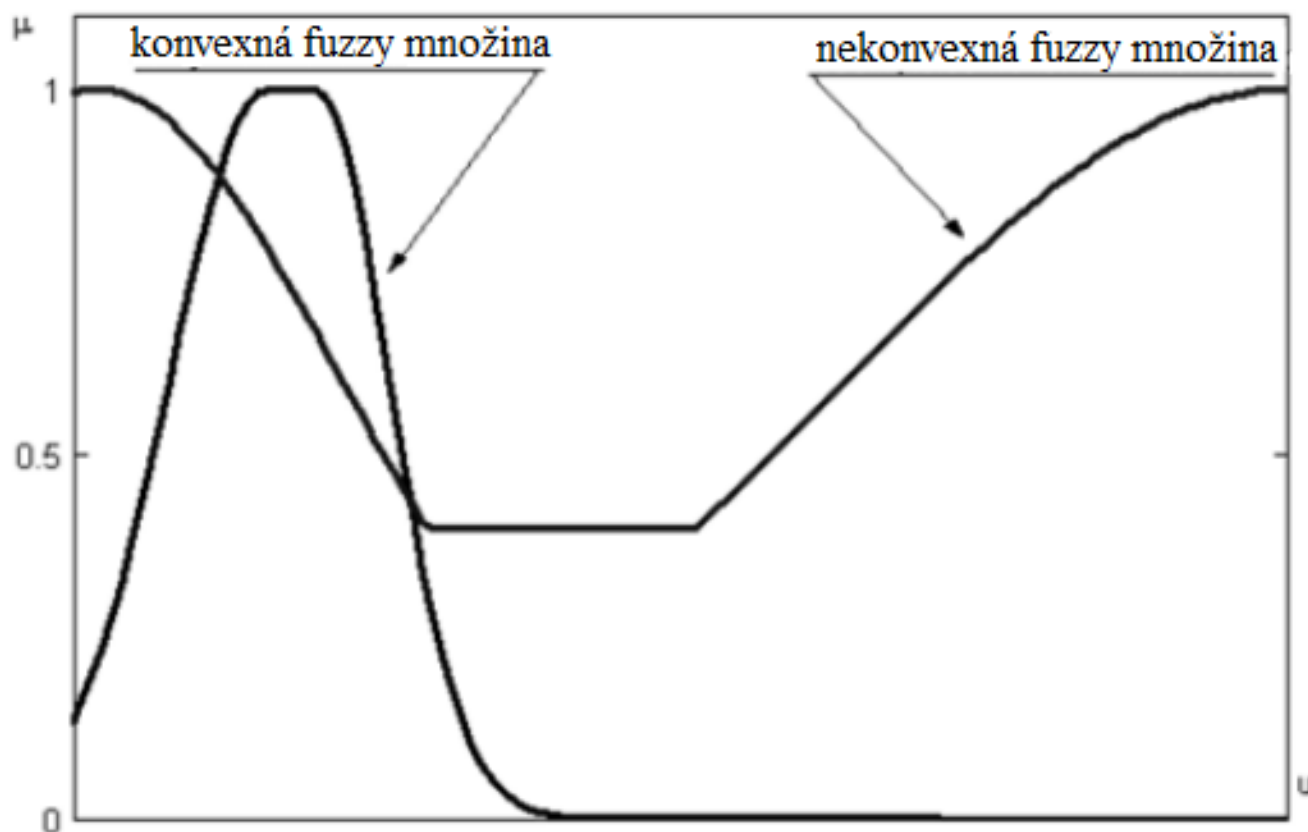


Obrázok 1- Jadro, nosič a α -rez fuzzy množiny [17]

12. Konvexná fuzzy množina $\tilde{A}$ - keď

$$\mu_A(\lambda u_1 + (1 - \lambda)u_2) \geq (\mu_A(u_1), \mu_A(u_2)), u_1, u_2 \in U \lambda \in [0,1] \quad (1.7)$$

Obrázok 2 ukazuje príklady konvexných a nekonvexných fuzzy množín.



Obrázok 2 - Príklad konvexnej a nekonvexnej fuzzy množiny [14]

1.2 Operácie na fuzzy množinách

Na fuzzy množinách je možné vykonávať rôzne operácie, je však potrebné ich definovať tak, aby v konkrétnom prípade, keď je množina jasná, sa operácie stali obyčajnými operáciami teórie množín, čiže operácie na fuzzy množinách by mali zovšeobecniť zodpovedajúce operácie na obyčajných množinách.

V tomto prípade môže byť zovšeobecnenie implementované rôznymi spôsobmi, takže ľubovoľná operácia na obyčajných množinách môže zodpovedať viacerým operáciám v teórii fuzzy množín. Nasledujúce tri skupiny operácií sú najpopulárnejšie na určenie prieniku a spojenia fuzzy množín [4]:

1. Maximálne/minimálne:

$$\begin{aligned}\mu_{A \cup B}(x) &= \max\{\mu_A(x), \mu_B(x)\}, \\ \mu_{A \cap B}(x) &= \min\{\mu_A(x), \mu_B(x)\}\end{aligned}\tag{1.8}$$

2. Algebraické:

$$\mu_{A \cup B}(x) = \mu_A(x) + \mu_B(x) - \mu_A(x)\mu_B(x),$$

$$\mu_{A \cap B}(x) = \mu_A(x) \mu_B(x) \quad (1.9)$$

3. Obmedzené:

$$\begin{aligned} \mu_{A \cup B}(x) &= \min\{1, \mu_A(x) + \mu_B(x)\}, \\ \mu_{A \cap B}(x) &= \max\{0, \mu_A(x) + \mu_B(x) - 1\}. \end{aligned} \quad (1.10)$$

Doplnok fuzzy množiny je vo všetkých troch prípadoch určený rovnako:

$$\mu_{\bar{A}}(x) = 1 - \mu_A(x) \quad (1.11)$$

V teórii fuzzy množín nie je operátor doplnku jedinečný. Okrem dobre známych existuje celá množina operátorov na doplnenie fuzzy množiny.

1.3 Fuzzy inferencia

Fuzzy implikácia $\tilde{A} \Rightarrow \tilde{B}$ je binárna logická operácia, ktorej výsledkom je fuzzy výrok, ktorého pravdivostnú hodnotu možno určiť jedným z nasledujúcich vzorcov [5,6]:

1. Klasická implikácia L. Zade:

$$\tilde{A} \Rightarrow \tilde{B} = \max \{ \min [\mu_{\tilde{A}}(u), \mu_{\tilde{B}}(u), 1 - \mu_{\tilde{A}}(u)] \} \quad (1.12)$$

2. Fuzzy implikácia Lukasiewicza:

$$\tilde{A} \Rightarrow \tilde{B} = \min \{ 1, 1 - \mu_{\tilde{A}}(u) + \mu_{\tilde{B}}(u) \} \quad (1.13)$$

3. Fuzzy implikácia I. Mamdaniho:

$$\tilde{A} \Rightarrow \tilde{B} = \min \{ \mu_{\tilde{A}}(u), \mu_{\tilde{B}}(u) \} \quad (1.14)$$

Fuzzy implikácia hrá dôležitú úlohu v procese spracovania fuzzy logických úsudkov. Klasická fuzzy implikácia je síce najrozšírenejšia pri riešení aplikovaných problémov a zostáva pravdivá aj v prípade bežných výrokov klasickej logiky, ale iné metódy výpočtu fuzzy implikácie sú v niektorých prípadoch z výpočtového hľadiska efektívnejšie.

V systémoch fuzzy inferencie sú podmienky a závery formulované vo forme fuzzy výrokov o určitých lingvistických premenných. Koncept fuzzy lingvistického vyjadrenia je základom pre fuzzy inferenčné systémy.

Fuzzy výroky sú výroky druhu [7]:

1. Výraz, $\langle \beta \in \alpha \rangle$, kde β je názov jazykovej premennej, ktorá predstavuje určitý objekt alebo parameter reality, pre ktorý je vyjadrený výrok α , ktorý je jeho fuzzy odhadom.

2. Výrazy v tvare $\langle \beta \in m\alpha \rangle$, $\langle \beta \in Q\alpha \rangle$, $\langle Q\beta \in m\alpha \rangle$, $\langle m\beta \in Q\alpha \rangle$, kde m sa nazýva modifikátor (zodpovedá slovám ako VEĽMI, VIAC ALEBO MENEJ, PRIEMER atď.), Q - kvantifikátor (zodpovedá slovám ako VIAC, VEĽA, VEĽMI MÁLO atď.).
3. Výrazy tvorené z výrokov 1. a 2. typu a spojok AND, OR, IF ..., THEN ..., IF ... THEN ..., ELSE

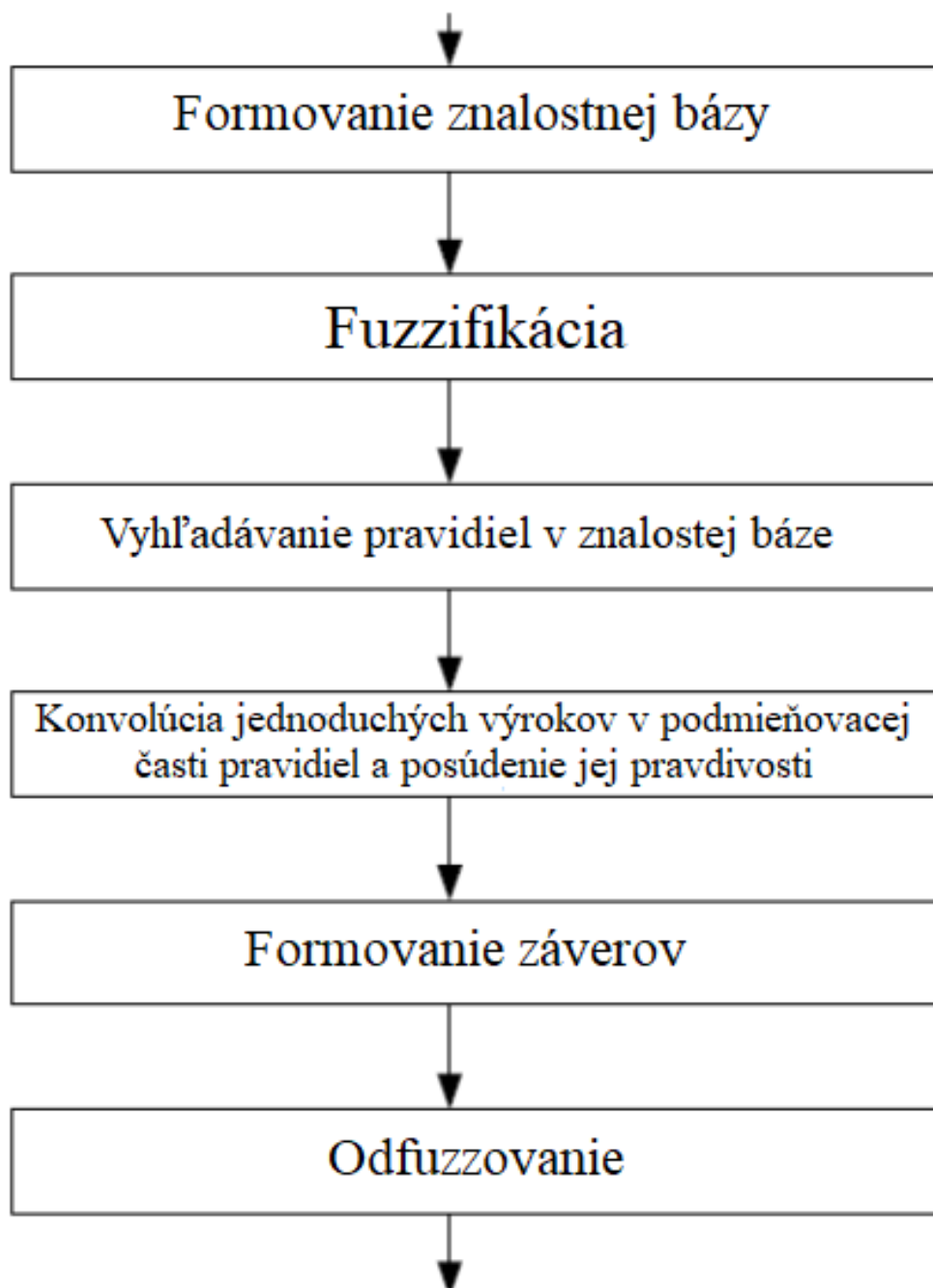
Fuzzy príkaz 3. druhu je špeciálny prípad fuzzy produktov, nazvime ho fuzzy podmienený príkaz. Nejaký dohodnutý súbor samostatných fuzzy podmienených príkazov možno považovať za systém fuzzy inferenčných pravidiel [8]. Hlavnou úlohou fuzzy inferencie je posúdiť mieru pravdivosti iných fuzzy výrokov, ktoré sú inferenciou (následkom) tohto pravidla na základe niektorých fuzzy výrokov so známou mierou pravdivosti, ktoré sú v podmienenej časti pravidiel inferencie.

Nech je fuzzy množina $\tilde{A} = \{\mu_{\tilde{A}}(x)\}$, $x \in X$ interpretovaná ako podmienka nejakého fuzzy podmieneného výroku a fuzzy množina $\tilde{B} = \{\mu_{\tilde{B}}(y)\}$, $y \in Y$ - ako záver rovnaké vyhlásenie. V tomto prípade budeme univerzálne množiny X a Y považovať za podmnožiny univerzálnej množiny U . Pre veľkú väčšinu praktických problémov s dostatočnou mierou prísnosti možno fuzzy podmienený výrok považovať za fuzzy implikáciu. Potom sa problém spracovania fuzzy podmieneného príkazu redukuje na problém spracovania fuzzy implikácie jedným zo známych vzorcov, napríklad (1.14).

1.4 Proces fuzzy podmienenej derivácie

Fuzzy výstupné systémy sú navrhnuté tak, aby konvertovali hodnoty vstupných premenných riadiaceho procesu na výstupné premenné na základe použitia fuzzy podmienených výstupných pravidiel. Informácie prichádzajúce na vstup fuzzy výstupného systému môžu prichádzať v rôznych formách. V riadiacich systémoch sú to vstupné premenné, ktoré sú nejakým spôsobom merané, ktoré zodpovedajú reálnym premenným procesu riadenia. Na výstupe fuzzy výstupného systému musia byť generované výstupné premenné, ktoré zodpovedajú riadiacim premenným riadiaceho procesu.

Získané závery vo fuzzy inferenčných systémoch sú založené na rozdelení procesu inferencie do niekoľkých po sebe nasledujúcich etáp, ktorých realizácia sa vykonáva na základe základných ustanovení fuzzy logiky (Obr 3) [9].



Obrázok 3 - Diagram procesu fuzzy inferencie. Vlastne spracovanie

Hlavnou zložkou, ktorá do značnej miery určuje výslednú kvalitu riadenia (rozhodovania), bude znalostná báza systému fuzzy podmienenej inferencie, čo je súbor dohodnutých pravidiel fuzzy inferencie. Pri budovaní znalostnej bázy musia byť splnené tieto podmienky:

1. Pravidlá, ktoré tvoria vedomostnú základňu systému, by nemali byť protichodné.
2. Systém pravidiel by mal byť úplný a nie prehnaný.

1.4.1 Etapa fuzzifikácie

Účelom fázy fuzzifikácie je stanoviť súlad medzi špecifickou (zvyčajne číselnou) hodnotou špecifickej vstupnej premennej fuzzy inferenčného systému a jej zodpovedajúcou lingvistickou hodnotou reprezentovanou funkciou príslušnosti.

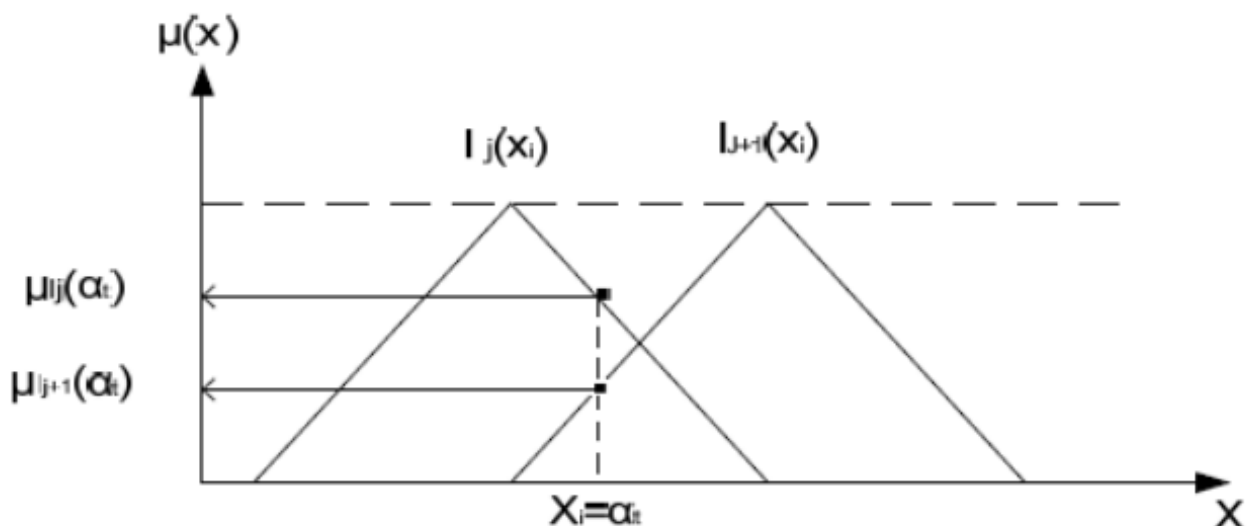
Pred začiatkom fuzzovej fázy sa určí doména všetkých vstupných premenných $D(x_i)$, kde

$x_i \in D(x_i)$ je vstupná premenná systému, čo sú v podstate univerzálne množiny, na ktorých sú lingvistické hodnoty a im zodpovedajúce budú určené fuzzy množiny.

Vo všeobecnom prípade sa vstupná premenná $x_i \in D(x_i)$ môže zhodovať s výrazom množina jazykových hodnôt T_x , množinou mien lingvistickej premennej L_{x_i} a zodpovedajúcimi fuzzy množinami $\tilde{A}$ [10].

Formálne je postupom fuzzifikácie overenie splnenia podmienok „ $\alpha \in \beta$ “ obsiahnutých v pravidlách podmienenej fuzzy inferencie, ktoré sú v znalostnej báze systému. Dá sa to jednoduchšie a prehľadnejšie prezentovať v grafickej podobe (Obr.4).

Hodnotu funkcie príslušnosti možno interpretovať ako odhad pravdivosti fuzzy tvrdenia, takže v tomto prípade (Obr.5) je pravdivosť tvrdenia « $x_i \in l_j$ » väčšia ako pravdivosť tvrdenia « $x_i \in l_{j+1}$ » $\mu_{l_j}(\alpha_t) > \mu_{l_{j+1}}(\alpha_t)$.



Obrázok 4 - Príklad fuzzifikácie. Vlastne spracovanie

Pri fuzzifikácii teda možno získať dva výsledky, čo určuje možnosť použitia niekoľkých pravidiel fuzzy podmienenej derivácie pri získaní konečného záveru. Preto sa pri

budovaní systému musí rozhodnúť, ako sa budú výsledky fazifikácie aplikovať: použije sa jeden výsledok alebo oba.

Proces fuzzifikácie pre konkrétnu vstupnú premennú sa považuje za dokončený, keď sa skontrolujú všetky relevantné možné jazykové hodnoty. Nie je to však potrebné, pretože ak dodržíte pravidlá konštrukcie pôvodných funkcií príslušnosti, aktuálnu hodnotu vstupnej premennej je možné stotožniť iba s dvoma susednými jazykovými hodnotami.

1.4.2 Definovanie vhodného pravidla fuzzy inferencie

Na vyvodenie záverov v znalostnej báze systému je potrebné zvoliť tie pravidlá podmienenej fuzzy inferencie, ktorá v podmienenej časti obsahuje výroky, v ktorých je vstupná premenná s lingvistickou hodnotou etablovaná v procese fazifikácie.

V závislosti od dosiahnutej dohody o použití výsledkov fazifikácie sa vyberie iný počet pravidiel odvodzovania, ktoré by sa potenciálne mohli považovať za vhodné na získanie stanoviska. Je potrebné poznamenať, že úloha hľadania pravidiel má svoj vlastný význam, pretože účinnosť vyhľadávacieho algoritmu priamo ovplyvní účinnosť systému ako celku. Dôležitý je najmä čas hľadania pravidiel pre fuzzy systémy riadenia pre technické objekty, kedy sa úloha riadenia rieši v reálnom čase a čas strávený vývojom efektov riadenia je limitovaný dynamikou riadeného procesu.

1.4.3 Konvolúcia výrokov a spracovanie fuzzy pravidiel

Vo všeobecnom prípade je v podmienenej časti pravidiel fuzzy inferencie zložený fuzzy príkaz. Vo vnútri jednoduchých príkazov je navyše možné použiť logické spojenia, modifikátory a kvantifikátory. Podľa pravidiel fuzzy logiky sa musí vykonať konvolúcia príkazov, aby sa získala integrálna podmienka.

V štádiu fuzzifikácie sa pre jednoduché tvrdenie získa odhad jeho pravdivosti v podobe hodnoty nejakej funkcie príslušnosti $\mu_{ij}(\alpha_t)$. V dôsledku konvolúcie jednoduchých výrokov sa získa integrované hodnotenie pravdivosti podmienenej časti pravidiel $m_1, m_2, \dots, m_p$, kde p je číslo vybrané na zostavenie pravidiel. Na vytvorenie záveru možno použiť jedno pravidlo s maximálnou hodnotou pravdivosti vykonania podmienenej časti alebo niekoľko pravidiel, na základe ktorých sa urobí ucelený záver. Počet pravidiel sa môže znížiť, ak je stanovený určitý prah pravdivosti.

V každom prípade posledným krokom bude výpočet fuzzy implikácie. Výsledkom bude súbor fuzzy záverov, ktoré vyplývajú zo špecifických pravidiel inferencie. Integrálny záver bude tiež prezentovaný vo forme fuzzy množiny, na ktorej je potrebné vybrať jeden záver. Tento problém je vyriešený v štádiu defázie.

1.4.4 Metódy defuzzovania

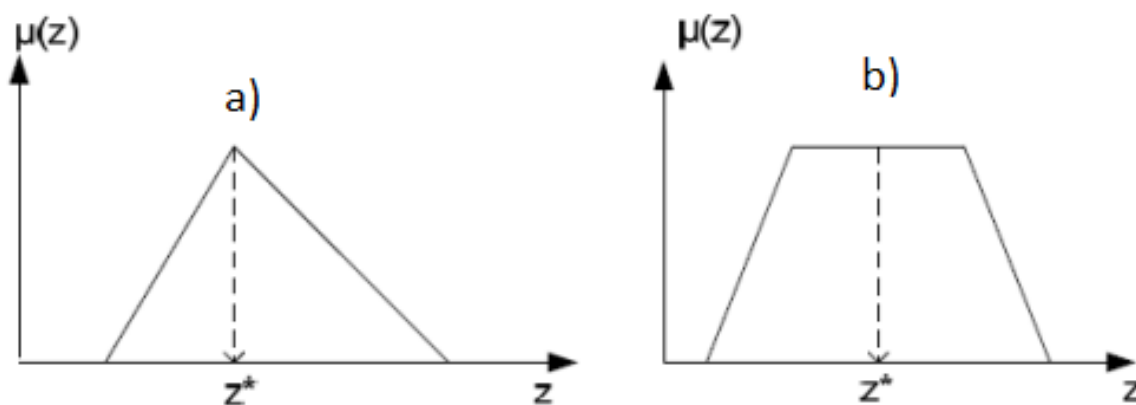
Vo všeobecnom prípade po výpočte dôsledkov získame nejakú množinu fuzzy množín

$\tilde{W} = \{w_1, w_2, \dots, w_p\}$ $M = \{\mu_{\tilde{w}_1}(z), \mu_{\tilde{w}_2}(z), \dots, \mu_{\tilde{w}_p}(z)\}$, kde p - počet spracovaných fuzzy pravidiel, ktoré pre každú výstupnú premennú predstavujú množinu prípustných hodnôt výstupu (riadenia).

V moderných riadiacich systémoch sú servopohony schopné prijímať riadiace povel v tradičnej kvantitatívnej forme, takže výsledná fuzzy množina prípustných kontrol musí zvoliť jedinou hodnotu, reprezentovanú v kvantitatívnej forme.

Metóda funkcie maximálneho členstva sa považuje za najjednoduchšiu a najčastejšie používanú (Obr.5).

V tomto prípade pre unimodálnu funkciu príslušnosti je výsledok defuzzovania určený súradnicou jej maxima (Obr.5 a), pre lichobežníkové je výsledok určený v strede hornej základne (Obr.6, b). Pre funkcie členstva s viacerými extrémami metóda maxima nedáva jednoznačné riešenie.



Obrázok 5 - Príklad defuzzovania pre trojuholníkovú funkciu príslušnosti (a) a pre funkciu lichobežníkového členstva (b) [16]

Metóda štvorcového stredy. Požadovaná hodnota z^* sa určí z rovnice:

$$\int_{\min z}^{z^*} \mu(z) dz = \int_{z^*}^{\max z} \mu(z) dz \quad (1.15)$$

Inými slovami, určí sa úsečka, ktorá rozdeľuje oblasť pozdĺž krivky funkcie príslušnosti na dve rovnaké časti. Implementácia metódy centra oblasti je dosť nepohodlná, nedá sa použiť, ak je funkcia príslušnosti daná diskretnými hodnotami, a je nejednoznačná, pretože je možné zostrojiť niekoľko čiar (segmentov oblasti), ktoré rozdeľujú oblasť na úrovni častí.

Myšlienkou metódy ťažiska je, že funkcia členstva sa považuje za systém hmotných bodov, ktorých hodnoty sa rovnajú hodnotám funkcie členstva. Je známe, že súradnica ťažiska je zovšeobecnenou charakteristikou sústavy hmotných bodov.

Pre funkcie diskrétneho členstva je súradnica ťažiska (CG - Center of Gravity) určená pomerom

$$CG = z^* = \frac{\sum_{i=1}^N z_i \mu(z_i)}{\sum_{i=1}^N \mu(z_i)}. \quad (1.16)$$

Kroky fuzzy inferencie diskutované vyššie možno implementovať rôznymi spôsobmi, pretože zahŕňajú jednotlivé parametre, ktoré je potrebné opraviť alebo špecifikovať.

1.5 Prehľad fuzzy inferenčných algoritmov

Zvážme najbežnejšie používané fuzzy inferenčné algoritmy. Pre jednoduchosť veríme, že znalostná báza systému pozostáva z dvoch fuzzy pravidiel:

P1: if $x \in A_1$ and $y \in B_1$ then $z \in C_1$;

P2: if $x \in A_2$ and $y \in B_2$ then $z \in C_2$;

kde x a y sú názvy vstupných premenných, z - názov výstupnej premennej, A_1, A_2, B_1, B_2 sú lingvistické hodnoty s príslušnými funkciami členstva. Čistá hodnota výstupu Z^* je určená na základe vyššie uvedených pravidiel a hodnôt vstupných premenných x_0 a y_0 [11].

1.5.1 Mamdaniho fuzzy systém

Mamdaniho algoritmus je algoritmus malých logických znalostí založených na znalostiach (na základe pravidiel). Algoritmus sa používa hlavne v problémoch fuzzy modelovania, kde môže výrazne znížiť množstvo výpočtov.

Mamdaniho model je definovaný takto:

$$R^r: AK \ x_1 \text{ je } A_1^r \text{ and } x_2 \text{ je } A_2^r \dots \text{ and } x_n \text{ je } A_n^r, \text{ POTOM } y^r \text{ je } B^r$$

kde $r(r = 1, 2, \dots, R)$ predstavuje r – té fuzzy pravidlo, x_i ($i = 1, 2, \dots, n$) je i – ty vstup, y^r je výstup fuzzy pravidla r , A_i^r je funkcia príslušnosti i – tého vstupu v r – tom pravidle a B^r je funkcia príslušnosti výstupu v r – tom pravidle.

Štruktúra Mamdaniho typu fuzzy systému sa skladá zo štyroch častí [12]:

1. Fuzzifikácia. Pre predpoklady každého pravidla existujú určité stupne pravdy:

$$\mu_{A_1}(x_0), \mu_{A_2}(x_0), \mu_{B_1}(y_0), \mu_{B_2}(y_0).$$

2. Fuzzy odvodzovanie. Pre prerekvizity každého pravidla existujú úrovne „orezania“ pomocou operácie min

$$\alpha_1 = \min\{\mu_{A_1}(x_0), \mu_{B_1}(y_0)\}, \alpha_2 = \min\{\mu_{A_2}(x_0), \mu_{B_2}(y_0)\}.$$

Potom sú tu funkcie spolupatričnosti

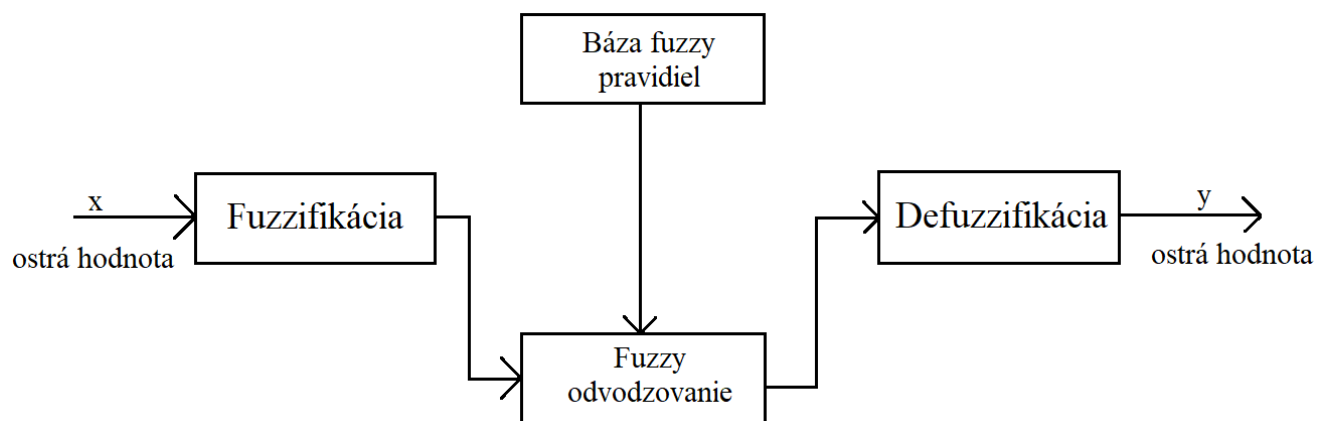
$$\mu_1(z) = \min\{\alpha_1, \mu_{C_1}(z)\} \text{ a } \mu_2(z) = \min\{\alpha_2, \mu_{C_2}(z)\}. \quad (1.17)$$

3. Zloženie (Báza fuzzy pravidiel). Vzťah (1.17) definuje fuzzy množiny, ktoré predstavujú prípustné závery zodpovedajúce pravidlám P1 a P2. Na získanie integrálnej derivácie, ktorá spĺňa obe pravidlá, sa vytvorí asociácia

$$\mu(z) = \max\{\mu_1(z), \mu_2(z)\} = \max\{\min[\alpha_1, \mu_{C_1}(z)], \min[\alpha_2, \mu_{C_2}(z)]\} \quad (1.18)$$

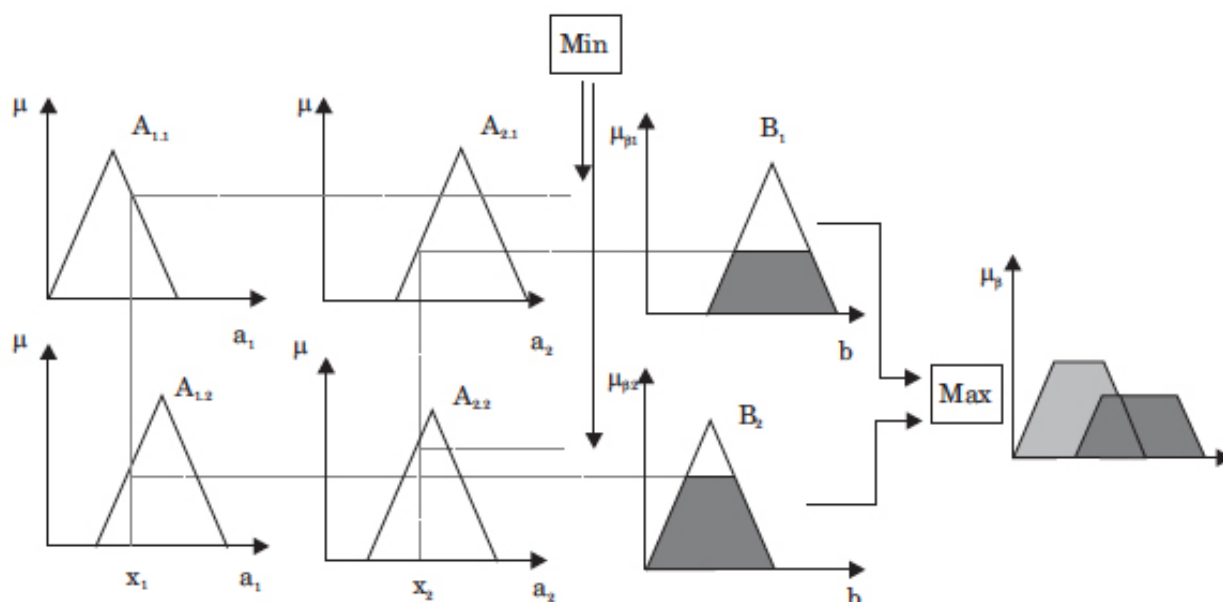
4. Defuzzifikácia. Zistenie Z^* sa vykonáva pomocou jednej z opísaných metód defuzzovania, ako je ťažisko.

Táto štruktúra je zobrazená na obrázku 6.



Obrázok 6 - Proces fuzzy inferencie [15]

Grafické znázornenie Mamdaniho fuzzy inferenčného algoritmu je uvedené na obrázku 7.



Obrázok 7 - Príklad vykonania algoritmu Mamdani [18]

1.5.2 Tsukamoto algoritmus

Počiatkové predpoklady sú rovnaké ako v Mamdaniho algoritme, ale predpokladá sa, že funkcie sú monotónne (obr. 8). Posledná podmienka nie je striktno povinná.

1. **Fazifikácia** - Vykonáva sa rovnakým spôsobom ako v algoritme Mamdani.
2. **Fuzzy odvodzovanie** - Existujú úrovne „orezania“ pre predpoklad každého pravidla pomocou operácie min:

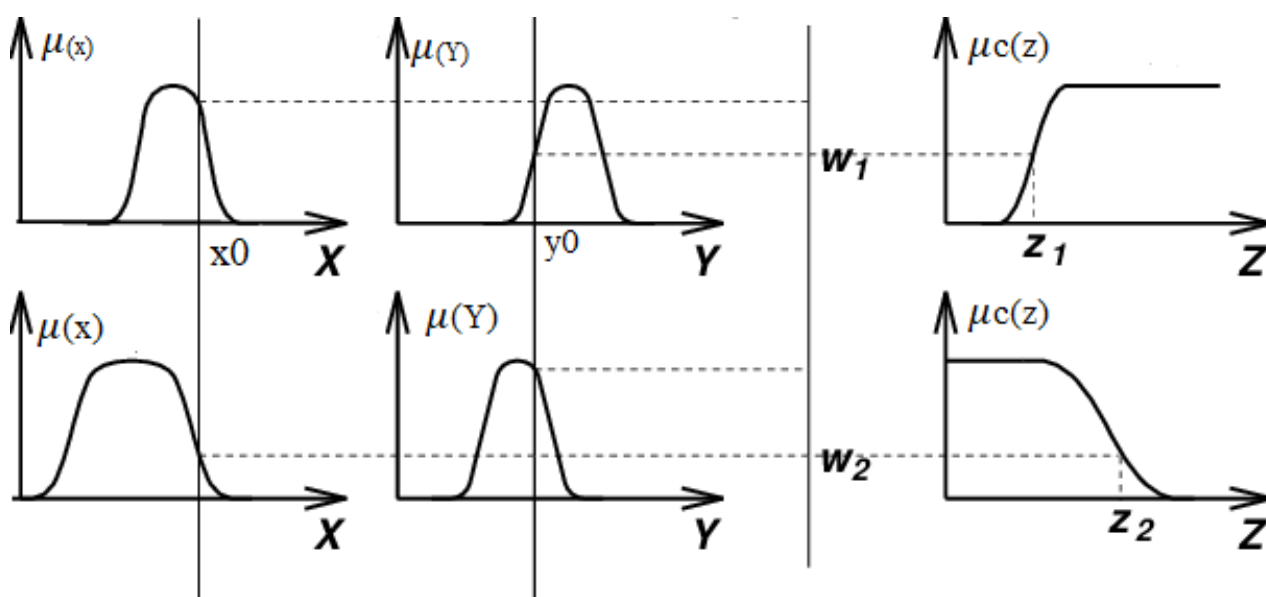
$$\alpha_1 = \min\{\mu_{A_1}(x_0), \mu_{B_1}(y_0)\}, \alpha_2 = \min\{\mu_{A_2}(x_0), \mu_{B_2}(y_0)\}.$$

Potom riešenie rovníc $\alpha_1 = \mu_{C_1}(z)$ a $\alpha_2 = \mu_{C_2}(z)$ určuje jasné hodnoty výstupu z_1^* a z_2^* pre každé z pravidiel P1 a P2. Integrovaný jasný záver je vážený $\mu_{C_1}(z)$ $\mu_{C_2}(z)$:

$$z^* = \frac{\alpha_1 z_1^* + \alpha_2 z_2^*}{\alpha_1 + \alpha_2},$$

alebo vo všeobecnom prípade

$$z^* = \frac{\sum_{j=1}^n \alpha_j z_j^*}{\sum_{j=1}^n \alpha_j} \quad (1.19)$$



Obrázok 8 - Príklad vykonania Tsukamotovho algoritmu [19]

1.5.3 Larsenov algoritmus

1. **Fazifikácia** - Vykonáva sa rovnakým spôsobom ako v algoritme Mamdani
2. **Fuzzy odvodzovanie** - Pre prerekvizity každého pravidla existujú úrovne „orezania“ pomocou operácie min

$$\alpha_1 = \min\{\mu_{A_1}(x_0), \mu_{B_1}(y_0)\}, \alpha_2 = \min\{\mu_{A_2}(x_0), \mu_{B_2}(y_0)\}$$

Potom sa určia fuzzy množiny zodpovedajúce pravidlám:

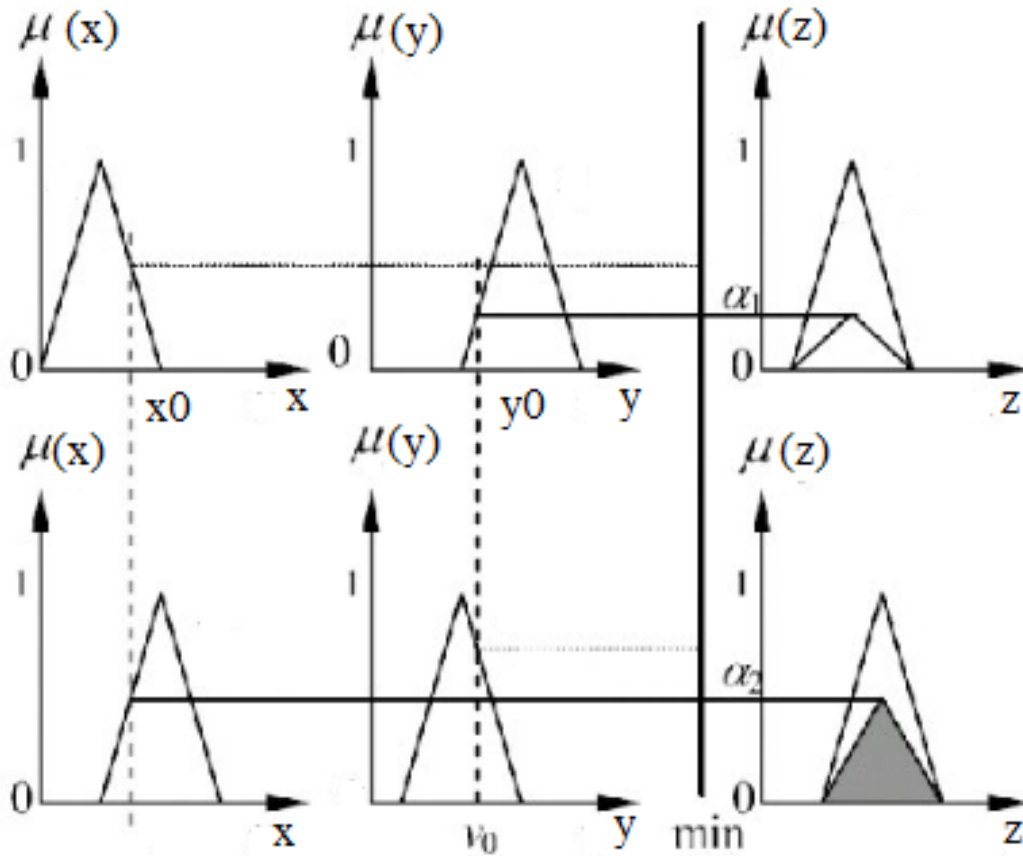
$$P1 \mu_1(z) = \alpha_1 \mu_{C_1}(z) \text{ a } P2 \mu_2(z) = \alpha_2 \mu_{C_2}(z).$$

3. **Zloženie (Báza fuzzy pravidiel)** - Konečná fuzzy množina je vytvorená pomocou operácie join:

$$\mu_{\Sigma}(z) = \max\{\mu'_1(z), \mu'_2(z)\} = \max\{\alpha_1 * \mu_{c_1}(z), \alpha_2 * \mu_{c_2}(z)\}.$$

4. **Defazifikácia** - Vykonáva sa ktoroukoľvek zo známych metód.

Grafické znázornenie Larsenovho fuzzy inferenčného algoritmu je zobrazené na obrázku 9.



Obrázok 9 - Príklad Larsenovho algoritmu [20]

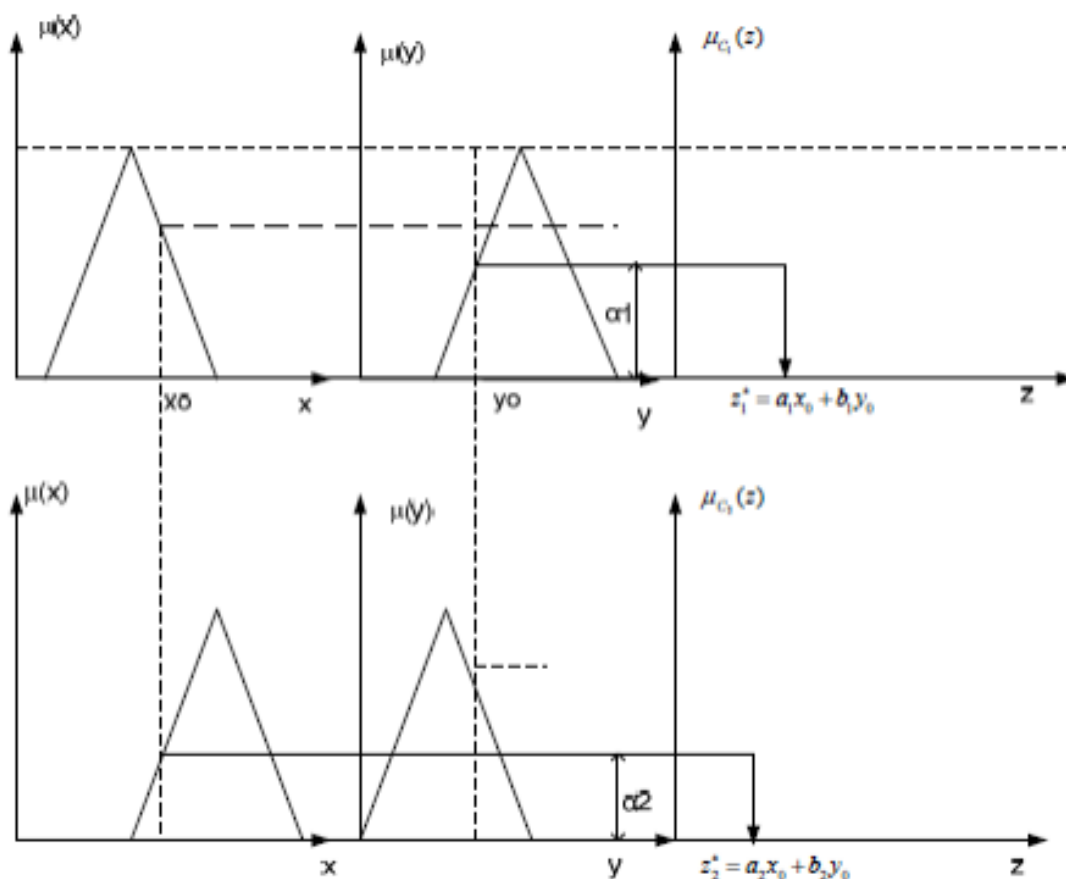
1.5.4 Sugenov algoritmus

Tento algoritmus, na rozdiel od iných, používa súbor pravidiel v nasledujúcom tvare:

P1: IF x je A_1 AND y je B_1 THEN $z = a_1x + b_1y$;

P2: IF x je A_2 AND y je B_2 THEN $z = a_2x + b_2y$;

1. **Fazifikácia** - Vykonáva sa rovnakým spôsobom ako v algoritme Mamdani (Obr. 10).



Obrázok 10 - Príklad Sugenovho algoritmu [9]

2. **Fuzzy odvodzovanie** - Existujú úrovne „orezania“ pre predpoklady každého pravidla pomocou operácie min:

$$\alpha_1 = \min\{\mu_{A_1}(x_0), \mu_{B_1}(y_0)\}, \alpha_2 = \min\{\mu_{A_2}(x_0), \mu_{B_2}(y_0)\}.$$

Potom sa určia závery pre každé z pravidiel:

$$z_1^* = \alpha_1 x_0 + b_1 y_0 \text{ a } z_2^* = \alpha_2 x_0 + b_2 y_0.$$

3. **Záverečný záver:** $z^* = \frac{\alpha_1 z_1^* + \alpha_2 z_2^*}{\alpha_1 + \alpha_2}$

4. **Defazifikácia** - Vykonáva sa ktoroukoľvek zo známych metód.

2. ANALÝZA MODERNÉHO SOFTVÉRU FUZZY MODELOVANIA

2.1 Fuzzy aplikácie

Pre prácu s fuzzy logikou existujú rôzne softvéry založené na princípoch fuzzy logiky a fuzzy množín, ktoré sa aktívne využívajú vo finančnej a ekonomickej sfére. Drvivá väčšina týchto softvérov je platená a nedisponuje ani len bezplatným trialom. Z toho dôvodu je možné získať kópiu aplikácie iba priamo na objednávku u poskytovateľa a až po uhradení poplatku za licenciu.

Jednou z najznámejších a najviac predávaných aplikácií je **CubiCalc**. Je to expertný systém, v ktorom si používateľ nastavuje súbor pravidiel typu „IF-THEN“ a systém sa na základe týchto pravidiel snaží adekvátne reagovať na meniace sa situácie. Zavedené pravidlá obsahujú fuzzy hodnoty, t.j. majú tvar „ak X patrí A, potom Y patrí B“, kde A a B sú fuzzy množiny [13].

Ďalšími populárnymi softvérmi sú:

- **FuziCalc** od spoločnosti FuziWare. Je to prvý tabuľkový procesor na svete, ktorý umožňuje pracovať s presnými číselnými hodnotami aj s približnými „fuzzy“ hodnotami. Ak ste v procese výpočtu použili fuzzy hodnoty, výsledok bude tiež vo forme distribučnej funkcie. V každom prípade sa však výsledok dostaví a bude presný a spoľahlivý.
- **AnyLogic** je prvý a jediný simulačný nástroj, ktorý kombinuje metódy systémovej dynamiky, „procesných“ diskretných udalostí a modelovania založeného na agentoch v jednom jazyku a jednom modelovacom prostredí. Flexibilita AnyLogic umožňuje odrážať dynamiku zložitých a heterogénnych ekonomických a sociálnych systémov na akejkolvek požadovanej úrovni abstrakcie. AnyLogic obsahuje nástroje na analýzu údajov a veľkú sadu obchodných grafických prvkov určených na efektívne spracovanie a prezentáciu výsledkov simulácií: štatistiky, súbory údajov, grafy, diagramy, histogramy.
- **PolyAnalyst** je navrhnutý tak, aby získaval analytické informácie automatickým spracovaním nespracovaných údajov a môže byť použitý analytikmi v rôznych oblastiach činnosti. Balík PolyAnalyst je systém založený na technológii umelej

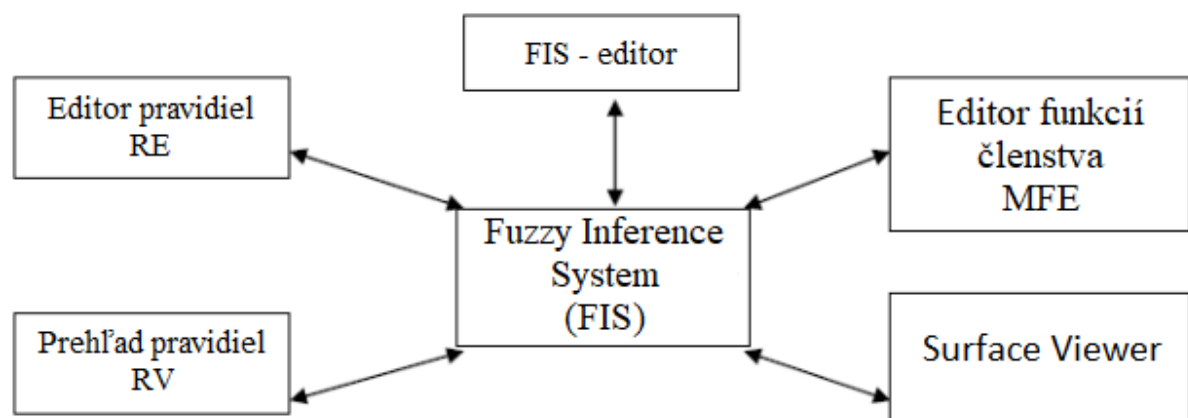
inteligencie a dolovania dát. Pri spracovaní počiatočných údajov umožňuje odhaliť multifaktorové závislosti, ktorým potom dáva podobu funkčných výrazov (trieda funkcií v nich je prakticky ľubovoľná), možno tiež zostavovať štrukturálne a klasifikačné pravidlá. V tomto prípade sú počiatočné údaje rôznych typov podrobené analýze: reálne čísla, logické a kategorické hodnoty. Odvođené pravidlá majú formu funkcií, slučiek alebo podmienených štruktúr.

2.2 Fuzzy Logic Toolbox

Na riešenie problémov metódami teórie fuzzy množín je k dispozícii balík fuzzy logiky Fuzzy Logic Toolbox. Hlavné vlastnosti balíka:

1. konštrukcia fuzzy inferenčných systémov (expertné systémy, regulátor, aproximátory závislostí);
2. konštrukcia adaptívnych fuzzy systémov (hybridných neurónových sietí);
3. interaktívne dynamické modelovanie

Simulácia fuzzy riadenia sa vykonáva pomocou systému fuzzy výstupov FIS (Fuzzy Inference System) (obr. 11), ktorého súčasťou je editor fuzzy výstupov (FIS-Editor), editor funkcií členstva (The Member Ship Function Editor), editor pravidiel.), podsystem na prezeranie pravidiel a schém fuzzy záverov (The Rule Viewer), výsledných plôch (The Surface Viewer).



Obrázok 11 - Fuzzy Inference System. Vlastne spracovanie

Fuzzy Logic Toolbox (FLT) predstavuje operácie koncentrácie a strečingu. Balík fuzzy logiky tiež podporuje všetky známe operácie s fuzzy vzťahmi. Na implementáciu fuzzy záverov sa používajú algoritmy Mamdani a Sugeno.

V našej práci sme sa zamerali práve na Mamdani model výpočtu inferencie. FLT poskytuje model mamdaniho systému prostredníctvom 3 základných tried, a to:

1. MamdaniFuzzySystem
2. FuzzyVariable
3. Term

Najmenšiu jednotku v systéme predstavuje inštancia triedy Term, ktorá definuje distribúciu hodnôt na intervale pre konkrétny výraz, ktorému je priradená prostredníctvom unikátneho štítka.

Objekt FuzzyVariable je kolekcia objektov typu Term a definuje intervaly danej dimenzie. Ak má mať úloha logický zmysel, tieto intervaly musia byť aspoň dva.

MamdaniFuzzySystem je objekt, ktorý združuje všetky informácie o modeli a poskytuje funkcie pre prácu so vstupnými hodnotami výpočet samotnej inferencie. Inštancia je vytváraná s dvomi povinnými parametrami, kde prvým parametrom je pole vstupných premenných, a druhým je výstupná premenná, ktorá popisuje distribúciu výstupnej triedy. Mamdaniho systém v tejto knižnici podporuje štandardne 2 distribúcie, a to trojuholníkovú (trieda TriangularMF) a lichobežníkovú (TrapezoidalMF).

2.3 Simpsful

Knižnica simpsful funguje obdobne ako knižnica FLT, avšak disponuje mierne odlišnou syntaxou:

1. **simpsful.simpsful.FuzzySystem** (operators = None, show_banner = True, sanitize_input = False, verbose = True) - Vytvorí nový fuzzy systém.

Parametre:

- **operátory** – zoznam reťazcov určujúcich fuzzy operátory, ktoré sa majú použiť namiesto predvolených hodnôt. Aktuálne podporovaní operátori: AND_PRODUCT.
- **show_banner** – True/False, prepína zobrazenie bannera.

- **sanitize_input** – dezinfikuje názvy premenných, aby sa odstránili neakceptované znaky (vo vývoji).
 - **verbose** – True/False, prepína režim s podrobnosťami
2. **Mamdani_inference** (terms = None, subdivisions = 1000, ignore_errors = False, ignore_warnings = False, verbose = False) - vykonáva Mamdaniho fuzzy inferenciu.

Parametre:

- **termy** – zoznam názvov lingvistických premenných. Ak je prázdne, odvodí sa všetky premenné, ktoré sa objavia v dôsledku fuzzy pravidiel.
 - **subdivisions** – počet integračných krokov, ktoré sa majú vykonať (predvolené: 1000).
 - **ignore_errors** – True/False, prepína upozorňovanie na chyby počas vyvodzovania.
 - **ignore_warnings** – True/False, prepína zvýšenie upozornení počas dedukovania.
 - **verbose** – True/False, prepína režim s podrobnosťami.
3. **Sugeno_inference**(terms=None, ignore_errors=False, ignore_warnings=False, verbose=False). Vykonáva Sugenovu fuzzy inferenciu.

Parametre:

- **termy** – zoznam názvov lingvistických premenných. Ak je prázdne, odvodí sa všetky premenné, ktoré sa objavia v dôsledku fuzzy pravidiel.
- **ignore_errors** – True/False, prepína upozorňovanie na chyby počas vyvodzovania.
- **ignore_warnings** – True/False, prepína zvýšenie upozornení počas dedukovania.
- **verbose** – True/False, prepína režim s podrobnosťami.

2.4 Simpyful vs. Fuzzy Toolbox

Obe knižnice sú implementované v jazyku python a sú verejne dostupné bez licenčných obmedzení. Obe implementujú tzv. Fuzzy Inference System (FIS), ktorý slúži na klasifikáciu cieľových tried príslušnosti jednotlivých predikátov na základe numerických hodnôt a ich

spadania do istého intervalu. Z tohto predpokladu môžeme usúdiť, že obe knižnice by mali generovať rovnaké, nanajvýš veľmi podobné riešenia rovnakého problému.

Všetky komponenty FIS môžu počas simulačného procesu interagovať a vymieňať si dáta:

- trojuholníkový
- lichobežníkový
- funkcia príslušnosti vo forme Gaussovej krivky alebo zložená z dvoch Gaussových kriviek
- zvonovitého tvaru
- sigma funkcia, navrhnutá na reprodukciu asymetrických funkcií príslušnosti
- funkcie príslušnosti založené na polynomických krivkách

3. RIEŠENIE

Experimentálny príklad sme riešili pomocou dvoch python knižníc, a následne aj matematickým spôsobom. Tieto riešenie sme následne vyhodnocovali a porovnávali.

Ako demonštráciu nášho problému sme definovali úlohu klasifikácie výšky dôchodku 12-tich osôb na základe dvoch dimenzií, a to samotná výška dôchodku a počet odpracovaných rokov. Pri klasifikácii sme aplikovali logickú analógiu, kde suma dôchodku je hodnotená ako „vyšší dôchodok“ pri menej odpracovaných rokoch než tá istá suma pri viac odpracovaných rokoch, a opačne. Obe dimenzie sú proporčne rozdelené do troch intervalov **LOW**, **MEDIUM** a **HIGH**. Výstupná trieda subjektívne klasifikuje výšku dôchodku na intervale $R < 0; 100 >$, teda výstupnú inferenciu môžeme voľne interpretovať aj ako „pravdepodobnosť, že dôchodok je vysoký“ vzhľadom na výšku odpracovaných rokov.

Pre rozdelenie hodnôt sme použili trojuholníkovú distribúciu s nasledovnými parametrami:

Výška dôchodku

alpha=Triangular(300,420,540)

beta=Triangular(420,620,840)

gamma=Triangular(620,900,1300)

range=(300, 1300)

Počet odpracovaných rokov

alpha=Triangular(10,20,25)

beta=Triangular(20,30,35)

gamma=Triangular(30,40,45)

range=(10,45)

Predikovaná trieda dôchodku

alpha=Triangular(0,15,30)

beta=Triangular(20,50,70)

gamma=Triangular(50,75,100)

range=(0,100)

Pozn.: Parametre alpha, beta a gamma zodpovedajú intervalom LOW, MEDIUM a HIGH. Parameter range popisuje celkový rozsah hodnôt.

Ako vstupné dáta (Tab. 2) sme použili predpripravený dataset osôb s náhodnými rovnomerne rozloženými dátami, aby sme dosiahli predikciu každej z troch tried pri klasifikácii.

Tabuľka 2 - Vstupné dáta. Vlastne spracovanie

name	years	pension
Stanislav Ferko	12	394
Marián Kohút	41	912
Anna Malá	27	493
Štefan Vanko	11	312
Oľga Hevierová	39	404
Mária Nováková	16	640
František Starý	44	745
Helena Červená	32	1120
Dušan Bernát	24	530
Milan Lukočka	11	480
Katarína Chovancová	34	540
Tomáš Chorvát	37	872

Pravidlá

Pre predikciu objektívnej výšky dôchodku sme systému poskytli nasledovné pravidlá rozhodovanie:

IF (years IS years_low) AND (pension IS pension_low) THEN (result IS medium) IF (years IS years_medium) AND (pension IS pension_medium) THEN (result IS medium) IF (years IS years_high) AND (pension IS pension_high) THEN (result IS medium) IF (years IS years_low) AND (pension IS pension_medium) THEN (result IS medium) IF (years IS years_low) AND (pension IS pension_high) THEN (result IS high) IF (years IS years_medium) AND (pension IS pension_low) THEN (result IS low) IF (years IS years_medium) AND (pension IS pension_high) THEN (result IS high) IF (years IS years_high) AND (pension IS pension_low) THEN (result IS low) IF (years IS years_high) AND (pension IS pension_medium) THEN (result IS medium)

3.1 Systémové riešenie

Naše riešenie je implementované v jazyku python a pozostáva so zavádzacieho súboru **main.py** a dvoch podporných súborov – **simpful_impl.py**, ktorý implementuje knižnicu **simpful** a **fuzzy_logic_toolbox_impl.py**, ktorý implementuje knižnicu **fuzzy-logic-toolbox**. Všetky súbory zdrojového kódu sa nachádzajú v priečinku **src**. Program pozostáva ešte z jedného priečinku **in**, v ktorom sa nachádzajú datasety, konfiguračné súbory a kolekciu rozhodovacích pravidiel pre našu úlohu. Riešenie obsahuje aj 2 dávkové súbory pre jednoduchšiu obsluhu. Pred prvotným spustením programu je nutné spustiť súbor **install.bat**, ktorý nainštaluje potrebné knižnice, ktoré náš program používa. Nutný predpoklad spustenia samotnej inštalácie, ako aj spustenia programu je inštalácia frameworku **Python 3.x** (x – ľubovoľná podverzia) a prídanie pythonu do parametra PATH v systémových premenných operačného systému. Jazyk python je multiplatformový a teda náš program je spustiteľný v ľubovoľnom operačnom systéme (Windows, Linux, OSX, CentOS, atď.). Program je spustiteľný dávkovým súborom **run.bat**, ktorý nám poskytne nasledujúci výstup (Obr. 12):

RESULT												
	Pensioner's Name	Years	Pension	SIMPFUL Inference	FLT Inference	Inference Diff (ABS)	Inference Match	SIMPFUL Class	FLT Class	Class Match		
0	Stanislav Ferko	12	394	45.481491	45.482359	0.000868	NO	MEDIUM	MEDIUM	YES		
1	Marián Kohút	41	912	46.555562	46.556224	0.000662	NO	MEDIUM	MEDIUM	YES		
2	Anna Malá	27	493	34.282404	34.288773	0.006369	NO	MEDIUM	MEDIUM	YES		
3	Štefan Vanko	11	312	45.245624	45.246537	0.000913	NO	MEDIUM	MEDIUM	YES		
4	Oľga Hevierová	39	404	15.000070	15.006795	0.006725	NO	LOW	LOW	YES		
5	Mária Nováková	16	640	49.777056	49.770966	0.006091	NO	MEDIUM	MEDIUM	YES		
6	František Starý	44	745	45.481491	45.482359	0.000868	NO	MEDIUM	MEDIUM	YES		
7	Helena Červená	32	1120	65.578762	65.572819	0.005943	NO	HIGH	HIGH	YES		
8	Dušan Bernát	24	530	42.524744	42.539231	0.014487	NO	MEDIUM	MEDIUM	YES		
9	Milan Lukotka	11	480	45.245624	45.246537	0.000913	NO	MEDIUM	MEDIUM	YES		
10	Katarína Chovancová	34	540	45.916675	45.917459	0.000785	NO	MEDIUM	MEDIUM	YES		
11	Tomáš Chorvát	37	872	46.435905	46.436589	0.000685	NO	MEDIUM	MEDIUM	YES		

Obrázok 12 - Výstup programu. Vlastne spracovanie

Výstup sa skladá z prehľadnej tabuľky s 11-timi stĺpcami:

1. Poradové číslo
2. Meno a priezvisko osoby
3. Počet opracovaných rokov
4. Výška dôchodku v eurách
5. Vypočítaná Mamdaniho inferencia prostredníctvom SIMPFUL
6. Vypočítaná Mamdaniho inferencia prostredníctvom FLT
7. Rozdiel inferencií medzi SIMPFUL a FLT v absolútnej hodnote
8. Zhodnosť inferencií binárne
9. Predikovaná trieda prostredníctvom SIMPFUL

10. Predikovaná trieda prostredníctvom FLT

11. Zhodnosť predikovaných tried SIMPFUL a FLT binárne

Z obrázku 12 môžeme vidieť, že predikované triedy knižnicou SIMPFUL sa zhodujú s predikovanými triedami knižnice FLT. Rozdiely jednotlivých inferencií sú veľmi malé a sú v medziach štatistickej chyby. Na základe týchto výsledkov môžeme prehlásiť, že obe knižnice fungujú veľmi podobne a poskytujú rovnako dobré riešenia.

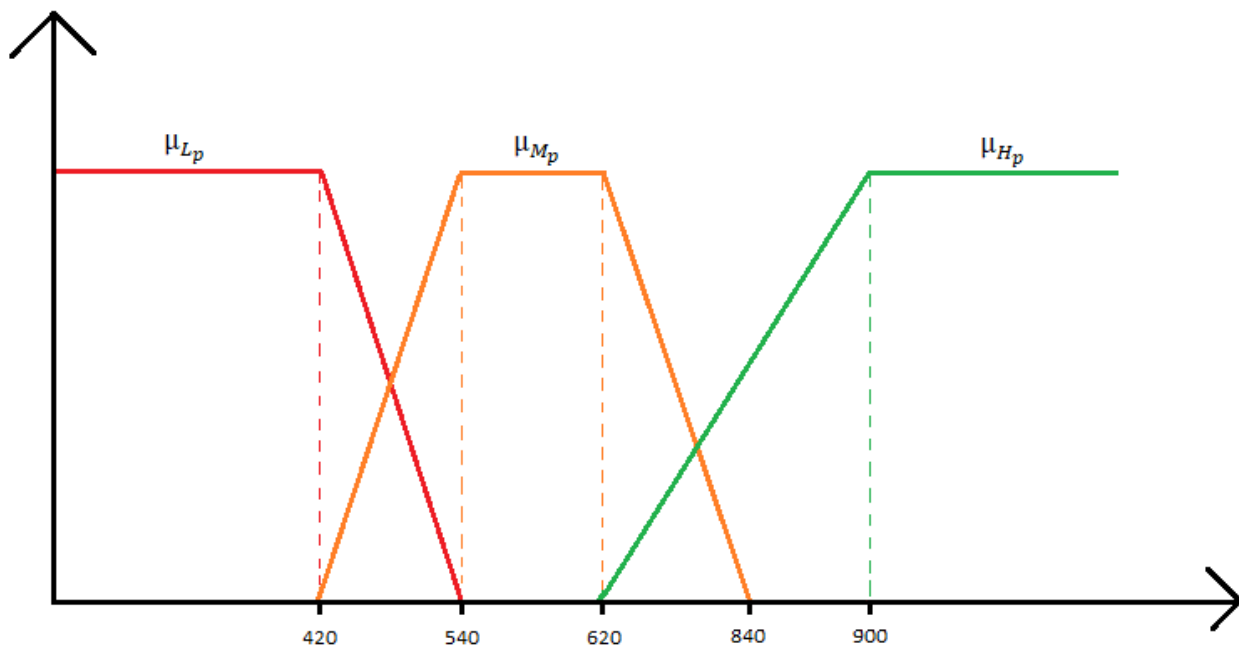
3.2 Matematické riešenie

Ako matematické riešenie úlohy sme zvolili prístup výpočtu pomocou jazykovej premennej. Rozdelili sme absolútnu výšku dôchodku a vek do 3 kategórii (**Low**, **Medium**, **High**). Na obrázku 13 a 14 sú zobrazené dané rozdelenie (červená – low, oranžová – medium, zelená - high). Nižšie uvedené vzorce, kde μ_{L_p} – nízky dôchodok, μ_{M_p} – stredne vysoký dôchodok, μ_{H_p} - vysoký dôchodok:

$$\mu_{L_p} = \begin{cases} 1, & x \leq 420 \\ \frac{540 - x}{120}, & x \in (420, 540) \\ 0, & x \geq 540 \end{cases}$$

$$\mu_{M_p} = \begin{cases} 0, & x \leq 420 \vee x \geq 840 \\ \frac{x - 420}{120}, & x \in (420, 540) \\ 1, & x \in (540, 620) \\ \frac{840 - x}{220}, & x \in (620, 840) \end{cases}$$

$$\mu_{H_p} = \begin{cases} 0, & x \leq 620 \\ \frac{x - 620}{220}, & x \in (620, 840) \\ 1, & x \geq 840 \end{cases}$$



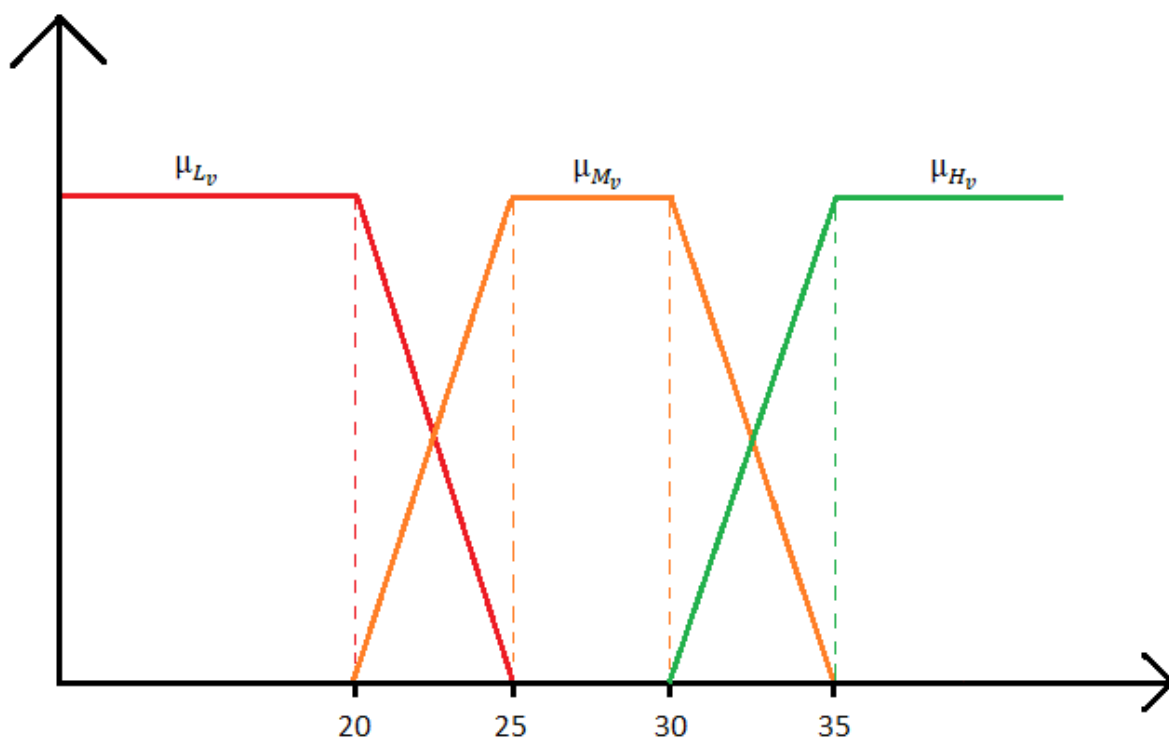
Obrázok 13 - Fuzzy množiny jazykovej premennej hodnota penzie. Vlastne spracovanie

Rovnakým spôsobom bol vypočítaný aj množstvo odpracovaných rokov (vek). Nižšie uvedené vzorce, kde μ_{L_v} - nízky vek, μ_{M_v} - stredný vek, μ_{H_v} - vysoký vek.

$$\mu_{L_v} = \begin{cases} 1, & x \leq 20 \\ \frac{25-x}{5}, & x \in (20, 25) \\ 0, & x \geq 25 \end{cases}$$

$$\mu_{M_v} = \begin{cases} 0, & x \leq 20 \vee x \geq 35 \\ \frac{x-20}{5}, & x \in (20, 25) \\ 1, & x \in (25, 30) \\ \frac{35-x}{5}, & x \in (30, 35) \end{cases}$$

$$\mu_{H_v} = \begin{cases} 0, & x \leq 30 \\ \frac{x-30}{5}, & x \in (30, 35) \\ 1, & x \geq 35 \end{cases}$$



Obrázok 14 - Fuzzy množiny jazykovej premennej hodnota veku. Vlastne spracovanie

Tabuľka 3 - Výsledok výpočtov. Vlastne spracovanie

name	years	pension	μ_{L_p}	μ_{M_p}	μ_{H_p}	μ_{L_v}	μ_{M_v}	μ_{H_v}	Result
Stanislav Ferko	12	394	1	0	0	1	0	0	M
Marián Kohút	41	912	0	0	1	0	0	1	M
Anna Malá	27	493	0.39	0.61	0	0	1	0	M
Štefan Vanko	11	312	1	0	0	1	0	0	M
Oľga Hevierová	39	404	1	0	0	0	0	1	L
Mária Nováková	16	640	0	0.91	0.09	1	0	0	M
František Starý	44	745	0	0.43	0.57	0	0	1	M
Helena Červená	32	1120	0	0	1	0	0.6	0.4	H
Dušan Bernát	24	530	0.083	0.92	0	0.2	0.8	0	M
Milan Lukočka	11	480	0.5	0.5	0	1	0	0	M
Katarína Chovancová	34	540	0	1	0	0	0.2	0.8	M
Tomáš Chorvát	37	872	0	0	1	0	0	1	M

V Tabuľke 3 sú uvedené výsledky výpočtov. V prvok kroku sme vypočítali pravdepodobnosti príslušností osôb do tried pre každú dimenziu. Princípom dominantnosti pravdepodobností sme vybrali dominujúcu triedu pre každú dimenziu. Následne sme na klasifikované triedy aplikovali našu sústavu pravidiel a vyhodnotili cieľovú triedu subjektívnej výšky dôchodku. V poslednom stĺpci **Result** sú výsledky manuálnej klasifikácie. Výsledky sú

zhodné s výsledkami nášho programu, čím nadobúdame jednak vyššiu dôveru v správnosť našich výpočtov, a naopak aj správnosť funkcionality implementovaných knižníc.

Záver

Táto diplomová práca bola venovaná výskumu základných pojmov fuzzy množín a fuzzy logiky, štúdiu metód báz fuzzy pravidiel a prieskumu dostupných fuzzy knižníc s podporou inferenčných algoritmov.

V prvej časti sme sa zaoberali fuzzy teóriou, potrebnou na pochopenie problému a spôsobov procesnej aplikácie. Okrem iného sme identifikovali 4 základné inferenčné modely – Mamdaniho, Tsukamotov, Larsenov a Sugenov model.

V druhej časti sme zanalyzovali a porovnali 2 knižnice implementujúce Mamdaniho a Sugenov inferenčný model – Fuzzy Logic Toolbox a Simpsul. Taktiež sa nám podarilo zosumarizovať zoznam najpopulárnejších komerčných fuzzy softvérov na trhu, ktoré implementujú rôzne dostupné open-source knižnice, ale aj vlastné riešenia.

V tretej, praktickej časti, sme sa venovali demonštratívne experimentu, kde sme pripravili modelový príklad 3-triednej klasifikácie s dvomi dimenziami. Problém sme v prvej podčasti vyriešili manuálne výpočtom, pomocou lingvistických premenných. Následne sme vytvorili skript v jazyku python, kde sme implementovali obe spomínané knižnice. Program sme spustili nad rovnakými vstupnými údajmi a výsledky sme zobrazili v prehľadnej tabuľke. Analýzou výsledkov programu sme dospeli k záveru, že obe knižnice pracujú veľmi podobne a poskytujú rovnako dobré výsledky. Z 12-tich vstupných objektov sme dosiahli 12 zhôd výstupnej klasifikácie. Vypočítané inferencie síce neboli totožné, no líšili sa iba veľmi malými desatinnými rozdielmi. V prípade počítania s presnosťou na 2 desatinné miesta by sme dosiahli 100%-né zhody inferencií. Následne sme klasifikované triedy porovnali s výstupom nášho manuálneho matematického výpočtu, pričom sa nám taktiež všetky výsledky zhodovali. Týmto sme jednak nadobudli vyššiu dôveryhodnosť v správnosť našich výpočtov, ale aj sme svojím spôsobom overili správnosť funkčnosti spomínaných knižníc. Na základe tohto experimentu sa nám navyše podarilo dokázať ekvivalenciu lingvistických a inferenčných modelov.

Zoznam použitej literatúry

1. **Zade L.A.**, Понятие лингвистической переменной и его применение к принятию приближенных решений: 1976 М.:Мир. s. 165. ISBN: 978-5-85582-423-0.
2. **Bellman R., Zade L.A.**, Принятие решений в расплывчатых условиях. Вопросы анализа и процедуры принятия решений: 1976 М.:Мир. s. 172-215.
3. **Kofman A.**, Введение в теорию нечетких множеств: 1982 М.:Радио и связь. s 432. ISBN: 5-93208-119-8.
4. **Pospelova D. A.**, Нечеткие множества в моделях управления и искусственного интеллекта: 1986 М.:Наука. s 312.
5. **Yager R.R.**, Нечеткие множества и теория возможностей: 1986 М.:Радио и связь. s. 408.
6. **Makeev A.V.**, Основы нечеткой логики. Учебное пособие для вузов: 2009 Н.Новгород:ВГИПУ. s 59.
7. **Subbotin S. O.**, Подання й обробка знань у системах штучного інтелекту та підтримки прийняття рішень. Навчальний посібник: 2008 Запоріжжя: ЗНТУ. s 341.
8. **Syavavko M., Rybytska O.**, Математичне моделювання за умов невизначеності: 2000 Львів:Українські технології. s 320.
9. **Borisov A.N., Krumberg O.A., Fedorov I. P.**, Принятие решений на основе нечетких моделей. Примеры использования: 1990 Рига:Зинатие. s 184. ISBN: 978-5-79660-459-5.
10. **Rutkovskaya D., Pilinskiy M., Rutkovskiy L.**, Нейронные сети, генетические алгоритмы и нечеткие системы: 2007 М.:Горячая линия Телеком. s 452. ISBN: 978-5-93517-103-2.
11. **Asai K., Vatada D., Ivai S.**, Прикладные нечеткие системы: 1993 М.:Мир. s 368. ISBN: 5-03-002326-7.
12. **Hudec M.**, Fuzzy logika pre hospodársku informatiku: 2015 Bratislava: EKONÓM. s 218. ISBN: 978-80-225-4100-8
13. **Masalich A.**, „Этот нечеткий мир“ 1995. [Online]. Available: www.itweek.ru/themes/detail.php?ID=78913
14. **Horbachenko V.I.** Интеллектуальные системы: нечеткие системы и сети: 2019 М.: Юрайт. s 105. ISBN: 978-5-534-08359-0
15. **Palkin N.**, „Нечеткая логика – математические основы“ 2021. [Online]. Available:

<https://loginom.ru/blog/fuzzy-logic>

16. **Kirik V.V.**, Математичний апарат штучного інтелекту в електроенергетичних системах: 2019 Київ: Політехніка. s 226. ISBN: 978-966-622-369-7
17. **Ivasenko D.D.**, „Оценка эффективности и риска лизинговых операций“. [Online]. Available: https://studbooks.net/1711639/ekonomika/svoystva_nechetkih_mnozhestv
18. **Afonso A.**, „Fuzzy logic applied to the modeling of water dynamics in an Oxisol in northeastern Brazil“. [Online]. Available: <https://www.scielo.br/j/rbcs/a/93VrDz6XG9F9GZd5SCLsFNd/?lang=en#>
19. **Jyh-Shing R Jang.**, „Neuro-Fuzzy Modeling and Control“. [Online]. Available: https://www.researchgate.net/figure/The-Tsukamoto-fuzzy-model_fig11_2984890
20. „Fuzzy Inference and Reasoning Proposition“. [Online]. Available: <https://slidetodoc.com/fuzzy-inference-and-reasoning-proposition-2-logic-variable/>